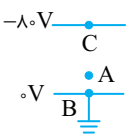
پاسخ تشریحی کنکور ۹۹

۱ ۲ B میدان الکتریکی بین دو صفحه یکنواخت بوده بنابراین می‌توان نوشت:

$$E=\text{ثابت}\Rightarrow\frac{\Delta V_{CB}}{d}=\frac{\Delta V_{AB}}{d'}\Rightarrow\frac{\Delta V_{CB}}{۱}=\frac{\Delta V_{AB}}{۰/۴}$$

نقطهٔ B به زمین متصل است و پتانسیل اتصال به زمین در مسئله به عنوان مرجع پتانسیل $(V_E=۰)$ در نظر گرفته شده است.



$$\frac{۰-V_C}{۱}=\frac{۰-V_A}{۰/۴}\Rightarrow\frac{۸۰}{۱}=\frac{-V_A}{۰/۴}\Rightarrow V_A=-۳۲V$$

۱ ۲ B چون بار $q_۱$ مثبت است میدان از بار $q_۱$ خارج شده و $E_۱$ به سمت راست و به بزرگی $E_۱=k\frac{|q_۱|}{r^۲}$ است. بار $q_۲$ منفی است پس میدان به بار $q_۲$ وارد شده و $E_۲$ به سمت راست و به بزرگی $E_۲=k\frac{|q_۲|}{r_۲^۲}\Rightarrow E_۲=k\frac{۴|q_۱|}{r^۲}$ است.

بنابراین $E_۱$ و $E_۲$ هم‌جهت بوده و $E_۲$، چهار برابر $E_۱$ است: $\vec{E}_۲=۴\vec{E}_۱$

۱ ۳ B با دو برابر شدن فاصلهٔ دو صفحهٔ خازن $(C=\kappa\varepsilon_۰\frac{A}{d})$ ظرفیت خازن نصف می‌شود و گزارهٔ (پ) نادرست است. چون خازن به باتری متصل بوده پس اختلاف پتانسیل دو سر آن ثابت باقی می‌ماند و گزارهٔ (ب) نادرست است.

گزارهٔ (الف) درست است: $E=\frac{V}{d}\xrightarrow[\text{d دو برابر شده}]{\text{V ثابت}}E_۲=\frac{E_۱}{۲}$

گزارهٔ (ت) درست است: $C=\frac{Q}{V}\xrightarrow[\text{C نصف شده}]{\text{V ثابت}}Q_۲=\frac{Q_۱}{۲}$

۱ ۴ A با توجه به تعریف میدان الکتریکی بار نقطه‌ای می‌توان نوشت:

$$E_۲-E_۱=۱/۶\times۱۰^۴\xrightarrow{E=k\frac{q}{r^۲}}۹\times۱۰^۹\frac{q}{۱۰^{-۲}}-۹\times۱۰^۹\frac{q}{۹\times۱۰^{-۲}}=۱/۶\times۱۰^۴$$

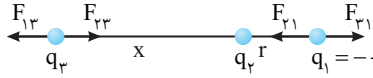
$$۹\times۱۰^{۱۱}q-۱۰^{۱۱}q=۱/۶\times۱۰^۴\Rightarrow۸\times۱۰^{۱۱}q=۱/۶\times۱۰^۴\Rightarrow q=\frac{۱/۶\times۱۰^۴}{۸\times۱۰^{۱۱}}$$

$$\Rightarrow q=۰/۲\times۱۰^{-۷}=۲\times۱۰^{-۸}C$$

میدان الکتریکی در فاصلهٔ یک متری برابر است با:

$$E=\frac{kq}{r^۲}=۹\times۱۰^۹\times\frac{۲\times۱۰^{-۸}}{۱}=۱۸۰N/C$$

۱ ۵ B $q_۱$ و $q_۲$ ناهمنام‌اند. برای آن‌که نیروی وارد بر هر بار صفر شود باید $q_۳$ و $q_۱$ همنام باشند. برای به‌دست آوردن نسبت $\frac{x}{r}$ ابتدا برایند نیروهای وارد بر بار $q_۳$ را با توجه به مسئله برابر صفر قرار می‌دهیم.



$$F_{۱۳}=F_{۲۳}\Rightarrow k\frac{q_۱\times q_۳}{(r+x)^۲}=k\frac{q_۲\times q_۳}{x^۲}$$

$$\Rightarrow\frac{\frac{۹}{۴}q_۲}{(r+x)^۲}=\frac{q_۲}{x^۲}\Rightarrow\frac{۳}{۲(r+x)}=\frac{۱}{x}\Rightarrow۳x=۲r+۲x\Rightarrow x=۲r\Rightarrow\frac{x}{r}=۲$$

برای به‌دست آوردن نسبت $\frac{q_۳}{q_۲}$ نیروهای وارد بر $q_۱$ را برابر قرار می‌دهیم.

$$|F_{۲۱}|=|F_{۳۱}|\Rightarrow|k\frac{q_۲q_۱}{r^۲}|=|k\frac{q_۳q_۱}{(۳r)^۲}|\Rightarrow|\frac{q_۳}{q_۲}|=۹\Rightarrow\frac{q_۳}{q_۲}=-۹$$

همان‌گونه که بیان شد $q_۱$ و $q_۲$ همنام هستند، بنابراین $q_۲$ و $q_۳$ ناهمنام‌اند.

۱ ۶ A بار $-۵\mu C$ به اندازهٔ $۳۰cm$ در جهت خطوط جابه‌جا شده پس انرژی پتانسیل الکتریکی آن افزایش می‌یابد:

$$\Delta U=Ed|q|\Rightarrow\Delta U=۱۰^۵\times\frac{۳۰}{۱۰۰}\times۵\times۱۰^{-۶}=+۰/۱۵J$$

۱ ۷ A

$$U_۱-U_۲=۲۸/۵\Rightarrow\frac{۱}{۲}\frac{Q_۱^۲}{۱۲}-\frac{۱}{۲}\frac{(Q_۱-۶)^۲}{۱۲}=۲۸/۵$$

$$\Rightarrow Q_۱^۲-Q_۱^۲+۱۲Q_۱-۳۶=۲۴\times۲۸/۵\Rightarrow Q_۱-۳=۵۷\Rightarrow Q_۱=۶۰\mu C$$

در این صورت $V_۱$ خواهد شد: $V_۱=\frac{Q_۱}{C}=\frac{۶۰}{۱۲}=۵V$

۱ ۸ B با توجه به قانون کولن، نیروی بین دو بار در حالت اول برابر است با:

$$F=k\frac{|q_۱||q_۲|}{r^۲}\Rightarrow۰/۹=۹\times۱۰^۹\times\frac{|q_۱||q_۲|}{(۰/۶)^۲}\Rightarrow|q_۱||q_۲|=۳۶\times۱۰^{-۱۲}\quad(۱)$$

پس از تماس کره‌های رسانای مشابه، بار الکتریکی آن‌ها برابر می‌شود، از طرفی دو بار ناهمنام و $|q_۲|>q_۱$ است، از این رو:

$$q_۱'=q_۲'=-\frac{|q_۲|-q_۱}{۲}$$

$$F'=k\frac{|q_۱'||q_۲'|}{r^۲}\Rightarrow۱/۶=۹\times۱۰^۹\times\frac{(\frac{|q_۲|-q_۱}{۲})^۲}{(۰/۶)^۲}\Rightarrow|q_۲|-q_۱=۱۶\times۱۰^{-۶}$$

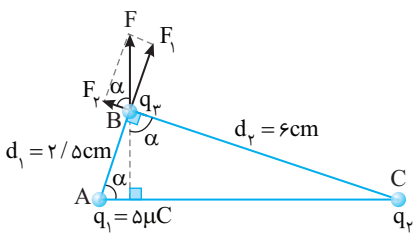
$$|q_۲|=q_۱+۱۶\times۱۰^{-۶}\xrightarrow{\text{جای‌گذاری در رابطه(۱)}}$$

$$q_۱(q_۱+۱۶\times۱۰^{-۶})=۳۶\times۱۰^{-۱۲}\Rightarrow q_۱^۲+۱۶\times۱۰^{-۶}q_۱-۳۶\times۱۰^{-۱۲}=۰$$

$$(q_۱-۲\times۱۰^{-۶})(q_۱+۱۸\times۱۰^{-۶})=۰\Rightarrow\begin{cases}q_۱=۲\mu C\\ q_۱=-۱۸\mu C\text{ غ.ق.ق}\end{cases}$$

۱ ۹ B در حل این نوع مسائل دو نکته مهم باید در نظر گرفته شود.

۱- نیروی بین دو بار در امتداد خط واصل دو بار است.



۲- نیروی خالص، برایند دو نیروی $F_۱$ و $F_۲$ است، یعنی F را باید در امتداد خط‌های واصل بارها تجزیه کنیم تا $F_۱$ و $F_۲$ به‌دست آید. به شکل دقت کنید.

در مثلث‌های $BF_۲F$ و ABC دو زاویهٔ α برابر دیده می‌شود:

$$\Delta BF_۲F\Rightarrow\tan\alpha=\frac{F_۱}{F_۲},\Delta ABC:\tan\alpha=\frac{BC}{AB}\Rightarrow\frac{F_۱}{F_۲}=\frac{BC}{AB}=\frac{d_۲}{d_۱}$$

بنا بر قانون کولن:

$$\frac{k\frac{q_۱q_۳}{(d_۱)^۲}}{k\frac{q_۲q_۳}{(d_۲)^۲}}=\frac{d_۲}{d_۱}\Rightarrow\frac{q_۱}{q_۲}=\frac{d_۱}{d_۲}\Rightarrow\frac{۵}{q_۲}=\frac{۲/۵}{۶}\Rightarrow q_۲=۱۲\mu C$$

میانبر: در این مسائل می‌توانید از نتیجهٔ به‌دست آمده استفاده کنید یعنی $\frac{q_۱}{q_۲}=\frac{d_۱}{d_۲}$

۱۰ B **۴** با توجه به رابطهٔ انرژی خازن برای دو حالت می‌توان نوشت:

$$U_1=\frac{1}{2}C_1V_1^2\Rightarrow U_1=\frac{1}{2}\times 2\times 10^{-6}V_1^2\Rightarrow U_1=10^{-6}V_1^2 \quad (1)$$

با افزایش $1V$ به اختلاف پتانسیل دو سر خازن انرژی آن $5\times10^{-6}J$ افزایش یافته است. از این رو:

$$U_2=U_1+5\times10^{-6}\Rightarrow U_1+5\times10^{-6}=\frac{1}{2}\times2\times10^{-6}(V_1+1)^2 \quad (2)$$

از رابطهٔ (۱) در رابطهٔ (۲) جای‌گذاری می‌کنیم.

$$10^{-6}V_1^2+5\times10^{-6}=10^{-6}V_1^2+2\times10^{-6}V_1+10^{-6}$$

$$2\times10^{-6}V_1=4\times10^{-6}\Rightarrow V_1=2V$$

۱۱ B **۴** کره جسمی همگن است و نقاط نوک تیز ندارد و توزیع بار در آن یکنواخت است، یعنی چگالی سطحی کل کره با هر قسمت دیگر آن یکسان است:

$$\sigma_1=\sigma_2\Rightarrow\frac{Q_1}{A_1}=\frac{Q_2}{A_2}\xrightarrow[A_2=1cm^2]{A_1=4\pi r^2}\frac{157nC}{4\pi\times(5)^2}=\frac{Q_2}{1}$$

$$Q_2=\frac{157}{4\times3/14\times25}\Rightarrow Q_2=0/5nC$$

هر پیکو کولن 10^{-12} کولن و هر نانو کولن 10^{-9} کولن است بنابراین

$$Q_2=0/5\times10^3pC=500pC$$

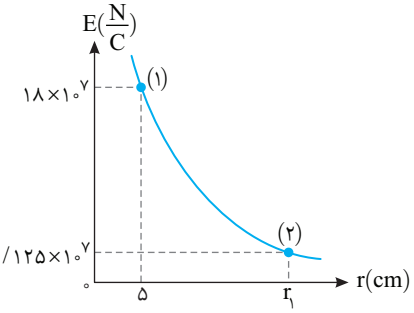
۱۲ B **۲** با توجه به اطلاعات نقطه (۱) نمودار، در فاصلهٔ $5cm$ از بار q میدان الکتریکی $18\times10^7N/C$ است:

$$E=k\frac{q}{r^2}\Rightarrow18\times10^7=9\times10^9\times\frac{q}{25\times10^{-4}}\Rightarrow q=50\times10^{-6}C=50\mu C$$

حال با توجه به اطلاعات نقطهٔ (۲)، در فاصلهٔ r_1 از بار $q=50\mu C$ میدان الکتریکی $1/125\times10^7N/C$ است:

$$E'=k\frac{q}{r_1^2}\Rightarrow1/125\times10^7=9\times10^9\times\frac{50\times10^{-6}}{r_1^2}$$

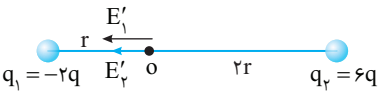
$$r_1^2=\frac{9\times50}{1/125}\times10^{-4}\Rightarrow r_1^2=400\times10^{-4}\Rightarrow r_1=20\times10^{-2}m=20cm$$



۱۳ B **۱** در حالت اول داریم:

$$E_1'=k\frac{|q_1|}{r^2}\Rightarrow E_1'=2k\frac{q}{r^2}$$

$$E_2'=k\frac{|q_2|}{(2r)^2}\Rightarrow E_2'=\frac{6}{4}k\frac{q}{r^2}=1/5k\frac{q}{r^2}$$



میدان‌های E_1' و E_2' هم‌جهت‌اند:

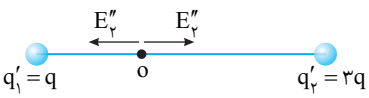
$$E_1=E_1'+E_2'\Rightarrow E_1=3/5k\frac{q}{r^2}$$

۵۰ درصد بار q_2 یعنی نصف بار q_2 یا $3q$ که به بار q_1 داده می‌شود:

$$q_2'=q_2-\frac{q_2}{2}=3q$$

$$q_1'=q_1+\frac{q_2}{2}=-2q+3q=q$$

در حالت دوم داریم:



بارهای q_1 و q_2 نصف مقدار قبلی خود را دارند پس اندازه میدان‌های حاصل از آن‌ها نصف مقدار قبلی خود را خواهند داشت:

$$E_1''=\frac{E_1'}{2}=k\frac{q}{r^2}$$

$$E_2''=\frac{E_2'}{2}=0/75k\frac{q}{r^2}$$

دو میدان خلاف جهت هم‌اند

$$E_2=E_1''-E_2''\Rightarrow E_2=0/25k\frac{q}{r^2}$$

حال نسبت دو میدان خالص را حساب می‌کنیم:

$$\frac{E_2}{E_1}=\frac{0/25k\frac{q}{r_2}}{3/5k\frac{q}{r^2}}=\frac{0/25}{3/5}=\frac{1}{14}$$

۱۴ B **۱** ظرفیت خازن با تغییر اختلاف پتانسیل دو سر خازن و بار صفحه‌های خازن تغییر نمی‌کند:

$$C_1=C_2\xrightarrow{C=\frac{Q}{V}}\frac{Q_1}{V_1}=\frac{Q_2}{V_2}\Rightarrow\frac{Q_1}{V_1}=\frac{Q_1+20}{1/5V_1}$$

$$\Rightarrow1/5Q_1=Q_1+20\Rightarrow0/5Q_1=20$$

$$Q_1=40\mu C\ ,\ Q_2=Q_1+20=60\mu C$$

انرژی ذخیره شده در خازن را از رابطهٔ $U=\frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$ حساب می‌کنیم:

$$U_1=\frac{1}{2}\frac{Q_1^2}{C}\Rightarrow U_1=\frac{1}{2}\times\frac{1600\times10^{-12}}{C}=\frac{800\times10^{-12}}{C}$$

$$U_2=\frac{1}{2}\frac{Q_2^2}{C}\Rightarrow U_2=\frac{1}{2}\times\frac{3600\times10^{-12}}{C}=\frac{1800\times10^{-12}}{C}$$

انرژی ذخیره شده در حالت دوم $200\mu J$ بیشتر از انرژی ذخیره شده در حالت اول است:

$$U_2-U_1=200\times10^{-6}\Rightarrow\frac{1800\times10^{-12}}{C}-\frac{800\times10^{-12}}{C}=200\times10^{-6}$$

$$\Rightarrow\frac{1000\times10^{-12}}{C}=200\times10^{-6}\Rightarrow C=5\times10^{-6}F=5\mu F$$

۱۵ B **۱** در واقع یک مدار ساده در اختیار داریم با یک باتری ۶ ولتی و مقاومت درونی 3Ω و یک مقاومت خارجی بزرگ $60k\Omega$. مقاومت معادل مدار را به‌دست می‌آوریم:

$$R_{eq}=3+60000\sim1+10^5\sim10^5\Omega\ ,\ V=6V\sim10V$$

جریان مدار خواهد شد:

$$I=\frac{V}{R}\Rightarrow I=\frac{10}{10^5}=10^{-4}A$$

بازگذرنده‌ازولت‌سنج‌درهردقیقه‌برابراست‌با: $q=It=10^{-4}\times60\sim10^{-4}\times10^2=10^{-2}C$

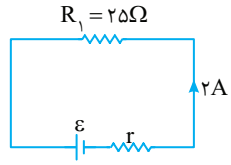
تعداد الکترون‌ها برابر است با: $q=ne\Rightarrow10^{-2}=n\times\underbrace{1/6}_{\sim1}\times10^{-19}\Rightarrow n=10^{17}$

گزینه‌های این تست با تخمین مرتبهٔ بزرگی سازگاری ندارد زیرا بنا به متن کتاب «در تخمین مرتبهٔ بزرگی ممکن است مرتبهٔ بزرگی پاسخ با پاسخ مسئله یک یا دو مرتبهٔ بزرگی متفاوت باشد»، بنابراین تست با توجه به متن کتاب درسی کاملاً نادرست طراحی شده است و باید مرتبهٔ گزینه‌ها با هم اختلاف بیشتری داشته باشد. به عنوان مثال اگر در محاسبهٔ $q=It$ و $q=ne$ شخص بعد از انجام محاسبات، تخمین مرتبهٔ بزرگی بزند به جواب دیگری می‌رسد.

B ۱۶ ۳ توان خروجی از باتری برابر مجموع توان مصرفی در مقاومت‌های خارجی است بنابراین:

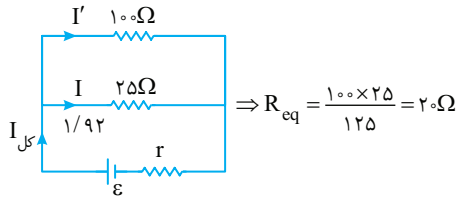
در حالت اول:

$$P_{\text{خروجی}} = RI^2 = ۲۵\times۴ = ۱۰۰W$$



در حالت دوم: جریان مقاومت ۲۵Ω برابر ۱/۹۲A است. در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت وارون مقاومت‌ها تقسیم می‌شوند. بنابراین از مقاومت ۱۰۰Ω جریانی برابر $\frac{۱}{۴}\times ۱/۹۲ = ۰/۴۸A$ می‌گذرد و جریان کل مدار خواهد شد:

$$I_{\text{کل}} = ۱/۹۲ + ۰/۴۸ \Rightarrow I_{\text{کل}} = ۲/۴A$$



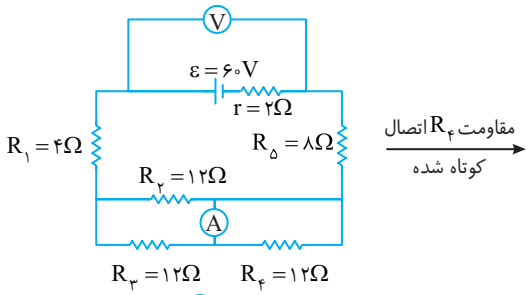
$$\Rightarrow R_{eq} = \frac{۱۰۰\times۲۵}{۱۲۵} = ۲۰\Omega$$

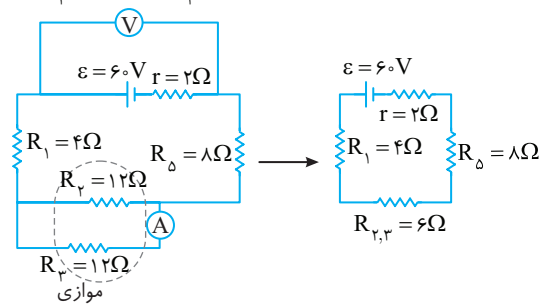
توان خروجی برابر است با:

$$P'_{\text{خروجی}} = R_{eq} I^2_{\text{کل}} \Rightarrow P'_{\text{خروجی}} = ۲۰\times(۲/۴)^2 = ۱۱۵/۲W$$

بنابراین توان خروجی باتری به اندازهٔ ۱۱۵/۲−۱۰۰=۱۵/۲W افزایش یافته است.

B ۱۷ ۱ آمپرسنج آرمانی، مقاومت ناچیزی دارد. بنابراین مقاومت $R_۴$ اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شود.



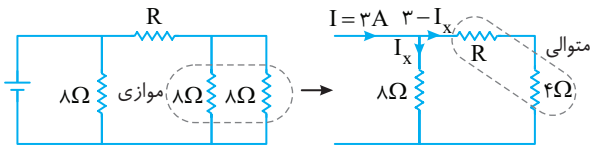


$$R_{eq} = ۴+۸+۶ = ۱۸\Omega \quad , \quad I = \frac{\varepsilon}{R_{eq}+r} = \frac{۶۰}{۱۸+۲} = \frac{۶۰}{۲۰} \Rightarrow I = ۳A$$

آمپرسنج با مقاومت $R_۳$ متوالی بسته شده و جریان عبوری از آن را نشان می‌دهد. جریان ۳A بین دو شاخهٔ موازی به مقاومت ۱۲Ω نصف شده پس جریان عبوری از مقاومت $R_۳$ برابر $\frac{۳}{۲} = ۱/۵A$ است و آمپرسنج ۱/۵A را نشان می‌دهد. ولتسنج اختلاف پتانسیل دو سر باتری را نشان می‌دهد که برابر است با:

$$V = \varepsilon - Ir \Rightarrow V = ۶۰ - (۳)(۲) = ۵۴V$$

B ۱۸ ۴ ابتدا دو مقاومت ۸Ω نشان داده شده را موازی می‌گیریم:



اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت ۸Ω و دو سر دو مقاومت متوالی R و ۴Ω یکسان است.

$$V = RI \Rightarrow ۸I_x = V_R + V_{۴\Omega} \Rightarrow ۸I_x = ۱۲ + ۴(۳ - I_x)$$

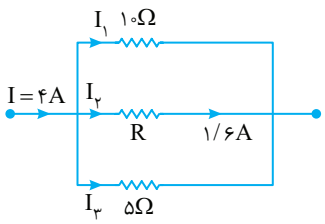
$$۸I_x = ۲۴ - ۴I_x \Rightarrow ۱۲I_x = ۲۴ \Rightarrow I_x = ۲A$$

بنابراین جریان عبوری از مقاومت R برابر ۳−۲=۱A است و مقاومت R خواهد شد:

$$\begin{cases} I = ۱A \\ V = ۱۲V \end{cases} \Rightarrow R = \frac{V}{I} = \frac{۱۲}{۱} = ۱۲\Omega$$

B ۱۹ ۳ جریان I=۴A بین سه شاخهٔ موازی تقسیم می‌شود:

$$I_۱ + I_۲ + I_۳ = ۴A \Rightarrow I_۱ + I_۳ = ۴ - ۱/۶ = ۲/۴A$$



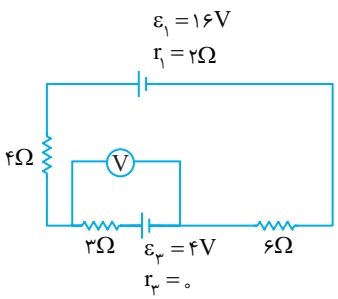
جریان در مقاومت‌های موازی به نسبت وارون مقاومت‌ها تقسیم می‌شود. پس اگر به مقاومت ۱۰Ω جریان x برسد به مقاومت ۵Ω جریان ۲x می‌رسد بنابراین:

$$I_۳ + I_۱ = ۲/۴ \xrightarrow{I_۳ = ۲I_۱} I_۱ = \frac{۲/۴}{۳} = ۰/۸A \Rightarrow I_۳ = ۲/۴ - ۰/۸ = ۱/۶A$$

بنابراین مقاومت R نیز ۵Ω است.

$$U_R = P_R t = RI^2 t \Rightarrow U_R = ۵\times(۱/۶)^2 \times ۲۵\times۶۰ \Rightarrow U_R = ۱۹۲۰۰ = ۱۹/۲kJ$$

B ۲۰ ۴ شاخهٔ شامل باتری (۲) باز بوده و این شاخه از مدار حذف می‌شود.



ابتدا جریان مدار را به‌دست می‌آوریم:

$$I = \frac{۱۶-۴}{۱۳+۲} = \frac{۱۲}{۱۵} = \frac{۴}{۵} = ۰/۸A$$

اختلاف پتانسیل دو سر ولت‌سنج برابر است با:

$$V = \varepsilon_۳ + IR \Rightarrow V = ۴ + ۰/۸\times۳ = ۴ + ۲/۴ = ۶/۴V$$

A ۲۱ ۳ وقتی کلید باز است:

$$I = \frac{۱۸}{۹+۱} = ۱/۸A \ , \ V_{۵\Omega} = ۱/۸\times۵ = ۹V$$

وقتی کلید بسته است:

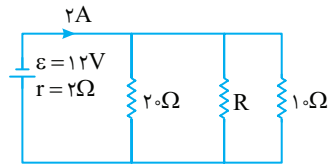
$$I' = \frac{۱۸}{\frac{۵\times۲۰}{۵+۲۰} + ۴ + ۱} = ۲A \ , \ V' = ۲\times۴ = ۸V$$

یک ولت کاهش می‌یابد.

B ۲۲ ۴ مقاومت $\frac{۱}{۴}$ سیم اولیه برابر $\frac{۱}{۴}\times۶ = ۱/۵\Omega$ است. وقتی آن را از دستگاه می‌گذرانیم تا طولش برابر طول اولیه شود یعنی طولش ۴ برابر شود بنابراین سطح مقطعش $A_۲ = \frac{۱}{۴}A_۱$ می‌شود و مقاومتش $(R_۲ = ۱۶R_۱)$ می‌شود.

$$R_۲ = ۱۶\times۱/۵ = ۲۴\Omega$$

B ۲۳ ۴ ابتدا مقاومت معادل مدار را به کمک جریان آن حساب می‌کنیم:



$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow ۲=\frac{۱۲}{R_{eq}+۲}\Rightarrow R_{eq}=۴\Omega$$

سه مقاومت مدار با هم موازی‌اند و مقاومت معادل خواهد شد:

$$\frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۱}{۲۰}+\frac{۱}{R}+\frac{۱}{۱۰}\Rightarrow\frac{۱}{۴}=\frac{R+۲۰+۲R}{۲۰R}\Rightarrow ۵R=۳R+۲۰\Rightarrow R=۱۰\Omega$$

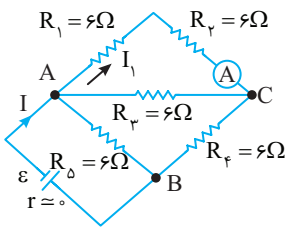
اختلاف پتانسیل دو سر R با ولتاژ دو سر باتری برابر است زیرا با هم موازیند. اختلاف پتانسیل دو سر باتری خواهد شد: $V=\varepsilon-Ir\Rightarrow V=۱۲-۲\times۲\Rightarrow V=۸V$

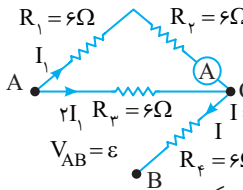
انرژی مصرفی در مقاومت برابر است با:

$$P=\frac{V^۲}{R}t\xrightarrow{t=۶۰s}P=\frac{۶۴}{۱۰}\times۶۰\Rightarrow P=۳۸۴J$$

C ۲ ۲۴ خوب، این از اون تست‌هاییه که سر جلسه آزمون باید رهاش کرد، رفت سراغ تست بعد. چون طراحش هم سر جلسهٔ آزمون نمی‌تونه زیر ۴ دقیقه حلش کنه.

نکتهٔ مهم حل این تست این است که باتری آرمانی است و مقاومت درونی ندارد و هر شاخه‌ای که با باتری موازی است ولتاژ دو سرش با نیروی محرکه باتری برابر است. بنابراین در شکل روبه‌رو می‌توان مدار را به صورت زیر ساده‌تر فرض کرد. در این حالت اگر جریان آمپرسنج $I_۱$ باشد جریان شاخه $R_۳$ که مقاومت آن نصف شاخهٔ بالایی است $۲I_۱$ و جریان مقاومت $R_۴$ برابر مجموع این دو جریان است.





$$I=I_۱+۲I_۱=۳I_۱\Rightarrow I=۳I_۱\quad(۱)$$

مقاومت معادل این قسمت از مدار را حساب می‌کنیم:

$R_۱$ و $R_۲$ متوالی $\Rightarrow R_{۱,۲}=۶+۶=۱۲\Omega$

$R_۳$ با $R_{۱,۲}$ موازی $\Rightarrow R_{۱,۲,۳}=\frac{۱۲\times۶}{۱۲+۶}=۴\Omega$

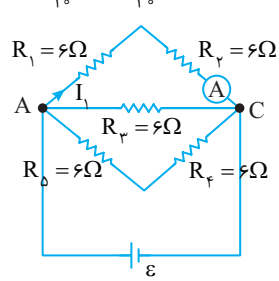
$R_۴$ با $R_{۱,۲,۳}$ متوالی $\Rightarrow R=۴+۶=۱۰\Omega$

جریان این قسمت از مدار با توجه به قانون اهم خواهد شد: $I=\frac{\varepsilon}{R}=\frac{\varepsilon}{۱۰}\quad(۲)$

از رابطه (۱) در رابطه (۲) جای‌گذاری می‌کنیم.

$$۳I_۱=\frac{\varepsilon}{۱۰}\Rightarrow I_۱=\frac{\varepsilon}{۳۰}$$

وقتی باتری آرمانی بین A و C بسته شود مدار به شکل روبه‌رو خواهد شد. در این حالت اختلاف پتانسیل دو سر هر شاخه با نیروی محرکهٔ باتری برابر است. از این رو جریان شاخهٔ شامل آمپرسنج که مقاومت آن ۱۲Ω است خواهد شد:

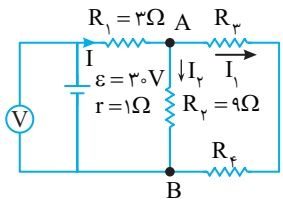


$$I'_۱=\frac{\varepsilon}{R}\Rightarrow I'_۱=\frac{\varepsilon}{۱۲}$$

نسبت جریانی که آمپرسنج در حالت دوم نشان می‌دهد، به حالت اول برابر است با:

$$\frac{I'_۱}{I_۱}=\frac{\frac{\varepsilon}{۱۲}}{\frac{\varepsilon}{۳۰}}=\frac{۳۰}{۱۲}=\frac{۵}{۲}$$

C ۳ ۲۵ ولتسنج، اختلاف پتانسیل دو سر باتری را ۲۷ ولت نشان داده است، از این رو می‌توان نوشت:



$$V=\varepsilon-Ir\Rightarrow ۲۷=۳۰-I\times۱\Rightarrow I=۳A$$

اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت $R_۱$ که از آن جریان ۳A می‌گذرد برابر است با:

$$V_۱=IR_۱\Rightarrow V_۱=۳\times۳=۹V$$

اختلاف پتانسیل بین نقاط A و B خواهد شد:

$$V_{\text{باتری}}=V_۱+V_{AB}\Rightarrow ۲۷=۹+V_{AB}\Rightarrow V_{AB}=۱۸V$$

جریان عبوری از مقاومت ۹Ω که ولتاژ دو سر آن ۱۸V است برابر است با:

$$V=RI\Rightarrow ۱۸=۹\times I_۲\Rightarrow I_۲=۲A$$

بنابراین جریان گذرنده از شاخهٔ $R_۳$ و $R_۴$ خواهد شد:

$$I=I_۱+I_۲\Rightarrow ۳=I_۱+۲\Rightarrow I_۱=۱A$$

توان مقاومت $R_۴$ برابر ۶ وات است می‌توان به کمک این مطلب ولتاژ دو سر $R_۴$ را به‌دست آورد. $P_۴=I_۱V_۴\Rightarrow ۶=۱V_۴\Rightarrow V_۴=۶V$

بنابراین ولتاژ دو سر مقاومت $R_۳$ خواهد شد.

$$V_{AB}=V_۳+V_۴\Rightarrow ۱۸=V_۳+۶\Rightarrow V_۳=۱۲V$$

می‌دانیم جریان شاخهٔ $R_۳$ و $R_۴$، برابر ۱A است، بنابراین مقاومت $R_۳$ خواهد شد:

$$V_۳=I_۱R_۳\Rightarrow ۱۲=۱\times R_۳\Rightarrow R_۳=۱۲\Omega$$

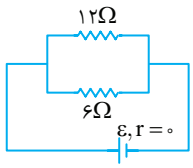
B ۴ ۲۶ توان خروجی از باتری با توان مصرفی کل مدار برابر است و با توجه به اینکه باتری مقاومت درونی ندارد پس توان مصرفی کل برابر است با:

$$P_{کل}=\frac{V_{کل}^۲}{R_{eq}}\xrightarrow[V_{کل}=\varepsilon]{r=۰}P_{کل}=\frac{\varepsilon^۲}{R_{eq}}$$

حال مقاومت معادل در دو حالت را به‌دست می‌آوریم:

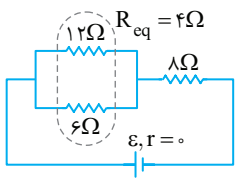
حالت اول: اگر کلید در وضعیت (۱) قرار گیرد:

$$\frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۱}{۶}+\frac{۱}{۱۲}\Rightarrow\frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۳}{۱۲}\Rightarrow R_{eq}=۴\Omega$$



حالت دوم: اگر کلید در وضعیت (۲) قرار گیرد:

$$R'_{eq}=R_{eq}+۸\Rightarrow R'_{eq}=۴+۸=۱۲\Omega$$



بنابراین:

$$\frac{P_۲}{P_۱}=\frac{\frac{\varepsilon^۲}{R'_{eq}}}{\frac{\varepsilon^۲}{R_{eq}}}=\frac{R_{eq}}{R'_{eq}}\Rightarrow\frac{P_۲}{P_۱}=\frac{۴}{۱۲}=\frac{۱}{۳}$$

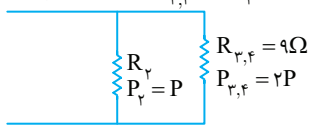
۲۷ **۱** B

دو مقاومت $R_۳$ و $R_۴$ متوالی‌اند، پس جریان عبوری از آن‌ها یکسان است و با توجه به رابطهٔ $P=RI^۲$ چون جریان‌ها و توان‌ها برای دو مقاومت $R_۳$ و $R_۴$ یکسان است:

$$P_۳=P_۴=P\Rightarrow R_۳I^۲=R_۴I^۲\Rightarrow R_۳=R_۴=۴/۵\Omega$$

دو مقاومت $R_۳$ و $R_۴$، $۴/۵$ اهم بوده و مقاومت معادل آن‌ها برابر $۴/۵+۴/۵=۹\Omega$ و توان مصرفی معادل آن‌ها برابر $P+P=۲P$ است. مقاومت $R_۲$ با مقاومت $R_{۳,۴}$ موازی بوده و توان مصرفی مقاومت $R_۲$ نیز برابر P است.

$$\Rightarrow P_{۳,۴}=۲P_۲\xrightarrow[V_{۳,۴}=V_۲=V]{P=\frac{V^۲}{R}}\frac{V^۲}{R_{۳,۴}}=۲\frac{V^۲}{R_۲}\Rightarrow R_۲=۲R_{۳,۴}=۱۸\Omega$$

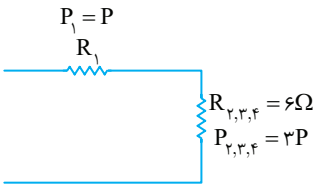


مقاومت معادل $R_{۳,۴}$ و $R_۲$ برابر است با:

$$\frac{۱}{R_{۲,۳,۴}}=\frac{۱}{۱۸}+\frac{۱}{۹}\Rightarrow\frac{۱}{R_{۲,۳,۴}}=\frac{۳}{۱۸}\Rightarrow R_{۲,۳,۴}=۶\Omega$$

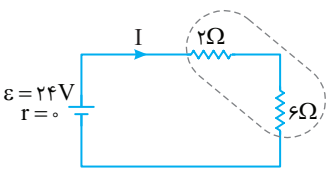
توان مصرفی مقاومت $R_{۲,۳,۴}$ برابر $P+۲P=۳P$ و مقاومت $R_۱$ با آن متوالی بوده و دارای توان P است:

$$P_{۲,۳,۴}=۳P_۱\xrightarrow[I_۱=I_{۲,۳,۴}]{P=RI^۲}R_{۲,۳,۴}=۳R_۱\Rightarrow۶=۳R_۱\Rightarrow R_۱=۲\Omega$$



بنابراین مدار به صورت زیر است و حال مقاومت معادل و جریان خروجی از باتری را به‌دست می‌آوریم:

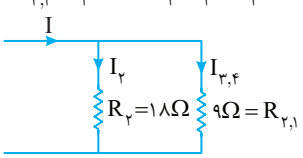
$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}}\xrightarrow{R_{eq}=۲+۶=۸\Omega}I=\frac{۲۴}{۸}=۳A$$



جریان در مقاومت‌های موازی به نسبت عکس مقدار مقاومت‌ها تقسیم می‌شود:

$$\frac{I_{۳,۴}}{I_۲}=\frac{۱۸}{۹}\Rightarrow I_{۳,۴}=۲I_۲$$

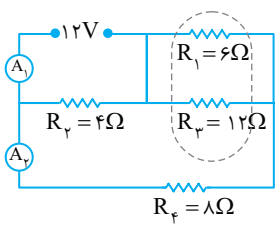
$$I=I_{۳,۴}+I_۲\Rightarrow۳=۲I_۲+I_۲\Rightarrow I_۲=۱A$$

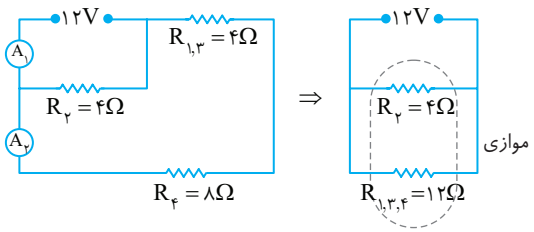


۲۸ **۳** B

آمپرسنج A جریان خروجی از باتری را نشان می‌دهد:

$$\frac{۱}{R_{۱,۳}}=\frac{۱}{۶}+\frac{۱}{۱۲}\Rightarrow R_{۱,۳}=۴\Omega$$



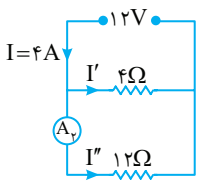


$$\frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۱}{۴}+\frac{۱}{۱۲}=\frac{۱}{۳}$$

بنابراین مقاومت معادل مدار $R_{eq}=۳\Omega$ و اختلاف پتانسیل مدار ۱۲V است:

$$\frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۱}{۱۲}+\frac{۱}{۴}=\frac{۴}{۱۲}\Rightarrow R_{eq}=۳\Omega\quad,\quad I=\frac{V}{R_{eq}}\Rightarrow I=\frac{۱۲}{۳}=۴A$$

آمپرسنج $A_۱$ جریان ۴A را نشان می‌دهد و آمپرسنج $A_۲$ جریان عبوری از مقاومت‌های متوالی $R_۴$ و $R_{۱,۳}$ را که با هم یکسان و برابر جریان عبوری از مقاومت معادل آن‌ها یعنی $R_{۱,۳,۴}=۱۲\Omega$ است نشان می‌دهد:



$$\frac{I''}{I'}=\frac{۴}{۱۲}\Rightarrow I'=۳I''$$

$$I'+I''=I\Rightarrow۳I''+I''=۴\Rightarrow I''=۱A$$

۲۹ **۱** B

انرژی ذخیره شده در سیملوله برابر است با:

$$U=\frac{۱}{۲}LI^۲\Rightarrow۰/۴=\frac{۱}{۲}\times۰/۰۵\times I^۲\Rightarrow I^۲=۱۶\Rightarrow I=۴A$$

میدان مغناطیسی درون سیملوله برابر است با:

$$B=\mu_۰\frac{N}{L}I\Rightarrow B_۰=۱۲\times۱۰^{-۷}\times\frac{۱۰۰}{۰/۰۸}\times۴\Rightarrow B=۶\times۱۰^{-۳}T=۶۰G$$

۳۰ **۲** B

نیروی محرکهٔ القایی از رابطهٔ $|\varepsilon|=|-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}|$ به‌دست می‌آید که چون حلقه عمود بر میدان بوده و تنها میدان مغناطیسی در حال تغییر است این رابطه به صورت $|\varepsilon|=|-N\frac{\Delta B}{\Delta t}A|$ می‌شود و $\frac{\Delta B}{\Delta t}$ برابر شیب نمودار $B-t$ است.

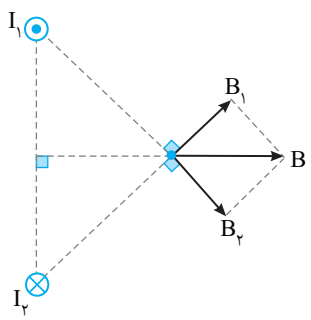
$$|\frac{\Delta B}{\Delta t}|=|\frac{-۰/۸}{۴۰\times۱۰^{-۳}}|=۲۰\frac{T}{s}\quad,\quad|\varepsilon|=|-۵۰۰\times۲۰\times(۴۰\times۱۰^{-۴})|=۴۰V$$

۳۱ **۳** A

در مواد پارامغناطیسی، دو قطبی‌های وابسته به آن‌ها به‌طور کاتوره‌ای سمت‌گیری کرده‌اند و در حضور میدان مغناطیسی قوی، خاصیت مغناطیسی ضعیف و موقت پیدا می‌کنند.

۳۲ **۱** A

با توجه به قاعدهٔ دست راست $B_۱$ و $B_۲$ را به‌دست می‌آوریم:



۳۳ **۴** A

زاویه‌ای که صفحه با خطوط میدان مغناطیسی ساخته ۶۰° بوده پس نیم‌خط عمود بر صفحه با خطوط میدان زاویهٔ ۳۰° می‌سازد.

$$\Phi=BA\cos\theta\Rightarrow\Phi=۴\times۱۰^{-۳}\times۲۰۰\times۱۰^{-۴}\times\cos۳۰^\circ$$

$$\Rightarrow\Phi=۸\times۱۰^{-۵}\times\frac{\sqrt{۳}}{۲}=۴\sqrt{۳}\times۱۰^{-۵}Wb$$

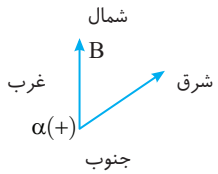
A **۳۴** **۳** با توجه به نمودار دوره را به‌دست می‌آوریم: $\frac{\Delta T}{۴}=\frac{۱}{۳۲۰}\Rightarrow T=\frac{۱}{۴۰۰}s$

حال با توجه به معادلهٔ جریان متناوب، جریان در $t=\frac{۱}{۳۲۰۰}s$ را حساب می‌کنیم:

$$I=I_m\sin\frac{۲\pi}{T}t\Rightarrow I=۵\sqrt{۲}\sin\frac{۲\pi}{\frac{۱}{۴۰۰}}\times\frac{۱}{۳۲۰۰}$$

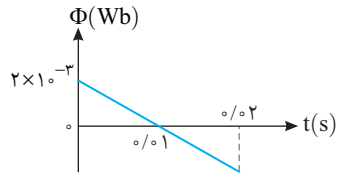
$$I=۵\sqrt{۲}\sin ۲\pi\times\frac{۴۰۰}{۳۲۰۰}=۵\sqrt{۲}\sin\frac{\pi}{۴}=۵\sqrt{۲}\times\frac{\sqrt{۲}}{۲}=۵A$$

B **۳۵** **۱** **یادآوری:** ذرهٔ آلفا هسته هلیوم است و هسته دارای بار مثبت است. شکل روبه‌رو را رسم کنید، چهار انگشت باز دست راست خود را در جهت v (شمال شرق) قرار دهید، آن‌ها را خم کنید تا روی میدان B (در جهت شمال) قرار گیرند اکنون انگشت باز شست شما رو به بیرون صفحه و در امتداد قائم رو به بالاست.



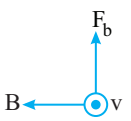
A **۳۶** **۳** مواد دیامغناطیسی به طور ذاتی فاقد خاصیت مغناطیسی هستند و در حضور میدان مغناطیسی خارجی قوی، دو قطبی‌هایی در خلاف جهت میدان خارجی در آن‌ها ایجاد می‌شود.

A **۳۷** **۲** نمودار شار - زمان، یک خط راست با شیب ثابت و منفی است و با توجه به قانون القای الکترومغناطیسی فاراده $\varepsilon=-\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$، نیروی محرکهٔ القایی آن باید مثبت و مقدار آن ثابت باشد بنابراین گزینهٔ (۲) درست است.



B **۳۸** **۴** ابتدا با توجه به منفی بودن بار و قاعدهٔ دست راست جهت نیروی مغناطیسی وارد بر ذره را به‌دست می‌آوریم:

چهار انگشت دست راست را در جهت سرعت (برونسو) قرار می‌دهیم به طوری که خم کردن انگشت‌ها جهت میدان را نشان دهد، خلاف جهت شست دست راست (بار منفی) جهت نیرو را نشان می‌دهد:



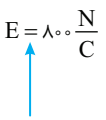
برای آنکه نیروی مغناطیسی با نیروی الکتریکی خنثی شود تا جهت حرکت ذره منحرف نشود باید نیروی الکتریکی به سمت پایین و هم اندازه با نیروی مغناطیسی باشد:

$$F_E=F_b\Rightarrow qE=qvB\Rightarrow E=vB$$

$$\xrightarrow{B=۴۰G=۴۰\times۱۰^{-۴}T}E=(۲\times۱۰^{۵})\times(۴\times۱۰^{-۳})$$

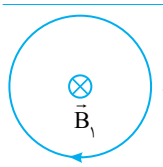
$$\Rightarrow E=۸۰۰\frac{N}{C}$$

چون ذره دارای بار منفی است، میدان الکتریکی و نیروی الکتریکی خلاف جهت هم‌اند و باید میدان الکتریکی به سمت بالا باشد:



$$\vec{E}=+۸۰۰\vec{j}$$

A **۳۹** **۲** با توجه به قاعدهٔ دست راست، شست دست راست در جهت جریان حلقه است و ۴ انگشت در جهت مرکز حلقه قرار می‌گیرد و با خم کردن ۴ انگشت جهت میدان الکتریکی به‌دست می‌آید.



دقت کنید که میدان در مرکز حلقه قوی‌تر از میدان خارج از آن است و $B_۱>B_۲$

B **۴۰** **۴** میدان مغناطیسی در حالت اول ۰/۱T رو به بالا بوده و $B_۱=+۰/۱T$ است و در حالت دوم این میدان ۰/۱T رو به پایین بوده و $B=-۰/۱T$ است. بزرگی نیروی محرکه القایی از رابطهٔ $|\overline{\varepsilon}|=|-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}|$ به‌دست می‌آید.

$$|\overline{\varepsilon}|=|-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}|\Rightarrow$$

$$|\overline{\varepsilon}|=|\frac{AB_۲\cos\theta-AB_۱\cos\theta}{۰/۲۵}|$$

سطح عمود بر خطوط میدان مغناطیسی است و زاویهٔ بین نیم‌خط عمود و خطوط میدان صفر درجه است:

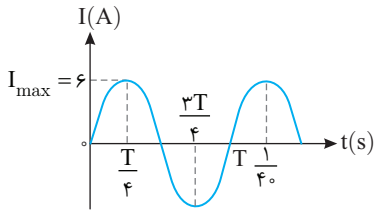
$$|\overline{\varepsilon}|=|\frac{(۱۰۰\times۱۰^{-۴})(-۰/۱)-(۱۰۰\times۱۰^{-۴})(۰/۱)}{۰/۲۵}|\Rightarrow|\overline{\varepsilon}|=\frac{۲\times۱۰^{-۳}}{۰/۲۵}=۸\times۱۰^{-۳}V$$

$$|\overline{\varepsilon}|=۸mV$$

B **۴۱** **۱** ابتدا با توجه به نمودار معادلهٔ جریان متناوب را می‌نویسیم:

$$\frac{۵T}{۴}=\frac{۱}{۴۰}\Rightarrow T=\frac{۱}{۵۰}s$$

$$I=I_{max}\sin(\frac{۲\pi}{T}t)\Rightarrow I=۶\sin(\frac{۲\pi}{\frac{۱}{۵۰}}t)\Rightarrow I=۶\sin ۱۰۰\pi t$$



حال جریان عبوری از سیملوله را در لحظهٔ $t=\frac{۱}{۴۰۰}s$ به‌دست می‌آوریم:

$$I=۶\sin ۱۰۰\pi\times\frac{۱}{۴۰۰}\Rightarrow I=۶\sin\frac{\pi}{۴}\xrightarrow{\sin\frac{\pi}{۴}=\frac{\sqrt{۲}}{۲}}I=۳\sqrt{۲}A$$

انرژی ذخیره شده در سیملوله برابر است با:

$$U=\frac{۱}{۲}LI^{۲}\xrightarrow[U=۷۲mJ=۷۲\times۱۰^{-۳}J]{I=۳\sqrt{۲}A}$$

$$۷۲\times۱۰^{-۳}=\frac{۱}{۲}L\times(۳\sqrt{۲})^{۲}\Rightarrow ۷۲\times۱۰^{-۳}=۹L\Rightarrow L=۸\times۱۰^{-۳}H=۸mH$$