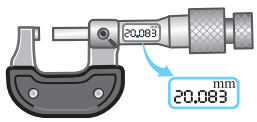
پاسخ تشریحی آزمون ۱۴۰۰

A ۲۴۹۳ ۱

وسیلهٔ نشان داده شده یک ریزسنج رقمی است. دقت وسایل رقمی (دیجیتال) یک واحد از آخرین رقمی است که وسیله نشان می‌دهد، بنابراین دقت این وسیله ۰/۰۰۱mm است.



؟ ۲۴۹۴

مبحث ارقام بامعنا و رقم غیرقطعی از کتاب درسی حذف شده است.

A ۲۴۹۵ ۲

یکای فرعی یعنی ارتباط یکای کمیت مورد نظر با یکاهای اصلی (کیلوگرم، ثانیه، متر، ...)، بنابراین باید به کمک تعریف فشار، رابطهٔ بین یکای فشار با یکاهای اصلی SI را به‌دست بیاورید.

بنا به تعریف فشار خواهیم داشت:

$$P=\frac{F}{A}\xrightarrow{F=ma}P=\frac{ma}{A}\quad(ma:\ kg\ m/s^2,\ A:\ m^2)$$

$$\text{یکای فرعی فشار}\Rightarrow\frac{kgm/s^2}{m^2}=kg/m.s^2$$

یادآوری پاسکال یکای SI کمیت فشار است و یکای فرعی آن $kg/m.s^2$ است.

؟ ۲۴۹۶

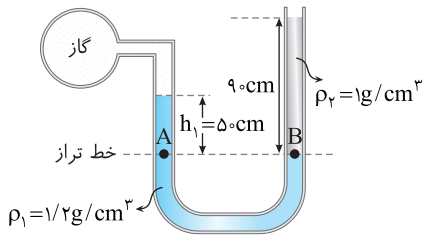
مبحث رقم با معنا و خطای اندازه‌گیری از کتاب درسی حذف شده است.

B ۲۴۹۷ ۱

با توجه به خط تراز فشار نقاط A و B برابر است.

$$P_A=P_B$$

$$P_{\text{گاز}}+\rho_1gh_1=P_\circ+\rho_2gh_2$$



فشار پیمانه‌ای برابر اختلاف فشار مخزن گاز و فشار هواست، بنابراین:

$$P_g=P_{\text{گاز}}-P_\circ=\rho_2gh_2-\rho_1gh_1\Rightarrow P_g=1000\times10\times\frac{90}{100}-1200\times10\times\frac{50}{100}$$

$$\Rightarrow P_g=9000-6000=3000Pa$$

B ۲۴۹۸ ۳

فشار کل در عمق h از یک مایع با چگالی ρ برابر است با: $P=P_\circ+\rho gh$

با توجه به فرض مسئله خواهیم داشت:

در عمق 5cm: $P_1=P_\circ+\rho gh_1\Rightarrow10^5=P_\circ+\rho\times10\times\frac{5}{100}=P_\circ+0/5\rho$

در عمق 20cm: $P_2=P_\circ+\rho gh_2\Rightarrow1/06\times10^5=P_\circ+\rho\times10\times\frac{20}{100}=P_\circ+2\rho$

دو رابطه را از هم کم می‌کنیم:

$$0/06\times10^5=2\rho-0/5\rho\Rightarrow6\times10^3=1/5\rho\Rightarrow\rho=4000kg/m^3$$

فشار هوا خواهد شد:

$$10^5=P_\circ+0/5\rho\Rightarrow10^5=P_\circ+2\times10^3$$

$$100\times10^3=P_\circ+2\times10^3\Rightarrow P_\circ=98\times10^3Pa=98kPa$$

میانبر اختلاف فشار بین دو نقطه از یک مایع از رابطه $\Delta P=\rho g\Delta h$ به‌دست می‌آید که در آن Δh، اختلاف ارتفاع نقاط درون مایع است:

$$\Delta P=\rho g\Delta h\Rightarrow(106-100)10^3=\rho\times10\times\frac{15}{100}\Rightarrow\rho=4000kg/m^3$$

B ۲۴۹۹ ۳

$$\begin{cases}P_1=\rho gh_1+P_\circ\\P_2=\rho gh_2+P_\circ\end{cases}\xrightarrow{P_2=1/5P_1}\rho gh_2+P_\circ=1/5(\rho gh_1+P_\circ)$$

$$\Rightarrow\rho g(h_2-1/5h_1)=1/5P_\circ-P_\circ$$

$$\Rightarrow\rho g(0/53-0/15)=0/5\times1/026\times10^5$$

$$\Rightarrow\rho=\frac{0/5\times1/026\times10^5}{3/8}=13500kg/m^3$$

$$\Rightarrow\rho=13/5g/cm^3$$

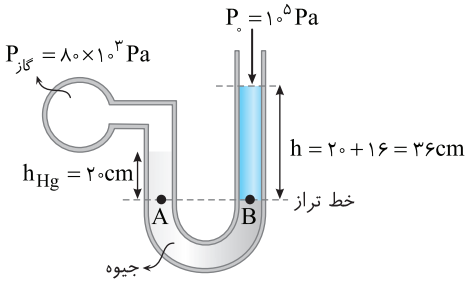
B ۲۵۰۰ ۳

خط فکری برای حل سؤالاتی که با لولهٔ U سرو کار داریم ابتدا خط تراز را می‌کشیم. خط تراز آخرین جایی است که مایع در دو شاخه یکسان بوده و خطی موازی با سطحی است که لوله روی آن قرار گرفته است. ویژگی خط تراز این است که فشار روی خط تراز یکسان است.

مطابق شکل خط تراز را می‌کشیم. فشار در نقاط A و B با هم برابر است: $P_A=P_B$

فشار در نقطه A برابر هر چیزی است که بالاتر از آن بوده و روی آن فشار می‌آورد پس $P_A=P_{\text{گاز}}+\rho_{Hg}gh_{Hg}$.

فشار در نقطهٔ B برابر هر چیزی است که بالاتر از آن بوده و روی آن فشار می‌آورد پس $P_B=P_\circ+\rho gh$.



$$P_A=P_B\Rightarrow P_{\text{گاز}}+\rho_{Hg}gh_{Hg}=P_\circ+\rho gh$$

$$80\times10^3+13600\times10\times\frac{20}{100}=10^5+\rho\times10\times\frac{36}{100}$$

$$8\times10^4+27200=10^5+3/6\rho\Rightarrow8\times10^4+2/72\times10^4-10^5=3/6\rho$$

$$\Rightarrow0/72\times10^4=3/6\rho\Rightarrow\rho=2000kg/m^3$$

A ۲۵۰۱ ۴

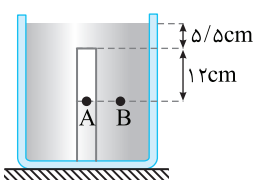
آهنگ شارش سیال از هر مقطع لوله مقدار یکسانی است. از این‌رو گزینهٔ (۴) درست است، یعنی نسبت آهنگ شارش سیال در مقطع A به آهنگ شارش در مقطع B برابر یک است.

B ۲۵۰۲ ۱

ابتدا مشخص می‌کنیم که این مسئله ترکیبی از فصل گرما (قانون گازها) و فصل ویژگی‌های ماده است.

۱) با توجه به خط تراز فشار نقطهٔ A و B برابر است.

فشار در نقطهٔ A، فشار گاز محبوس (P_1) بوده و فشار در نقطهٔ B، مجموع فشار هوا و

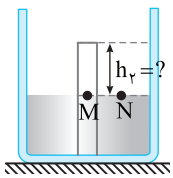


فشار ستون جیوهٔ بالای نقطهٔ B ($P_{Hg}=۵/۵+۱۲=۱۷/۵cmHg$) است.

$$P_A=P_B\Rightarrow P_۱=P_۰+P_{Hg}=۷۵+۱۷/۵\Rightarrow P_۱=۹۲/۵cmHg$$

۲) حجم گاز در حالت اول برابر است با: $V_۱=Ah_۱\xrightarrow{h_۱=۱۲cm}V_۱=۱۲A$

۳) وقتی سطح جیوه در لوله و ظرف یکی می‌شود، فشار گاز درون محفظه با فشار هوای بیرون یکسان شده است.



$$P_M=P_N\Rightarrow P_۲=P_۰=۷۵cmHg$$

۴) حجم گاز در حالت جدید $V_۲=Ah_۲$ می‌شود.

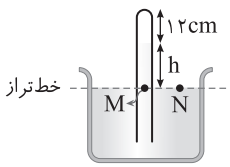
۵) قانون گازها را می‌نویسیم:

$$\frac{P_۱V_۱}{T_۱}=\frac{P_۲V_۲}{T_۲}\xrightarrow{T_۱=T_۲}۹۲/۵\times۱۲A=۷۵\times Ah_۲\Rightarrow h_۲=۱۴/۸cm$$

B ۲۵۰۳ ۲

در بالای لوله گاز محبوس است و با جابه‌جا کردن لوله چون حجم گاز محبوس در حال تغییر است پس فشار آن نیز تغییر می‌کند.

در حالت اول فشار گاز محبوس ۲cmHg داده شده است. خط تراز را رسم می‌کنیم، در نقاط M و N واقع بر خط تراز خواهیم داشت:

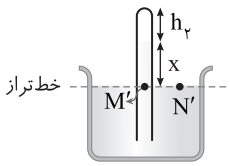


$$P_M=P_N\Rightarrow P_{\text{گاز}}+P_{\text{جیوه}}=P_۰\Rightarrow ۲+h=۷۶\Rightarrow h=۷۴cm$$

حجم گاز محبوس در این حالت برابر است با:

$$V_۱=Ah\xrightarrow{h=۱۲cm}V_۱=۱۲A$$

در حالت دوم نیز فشار گاز محبوس ۳cmHg است، بنابراین فشار در نقاط N' و M' روی خط تراز را برابر قرار می‌دهیم:



$$P_{M'}=P_{N'}\Rightarrow P_{\text{گاز}}+P_{\text{جیوه}}=P_۰$$
$$\Rightarrow ۳+x=۷۶\Rightarrow x=۷۳cm$$

حجم گاز محبوس در حالت دوم: $V_۲=Ah_۲$

در طول فرایند دما ثابت است، با توجه به قانون گازها برای گاز محبوس شده در ته لوله در دو حالت داریم:

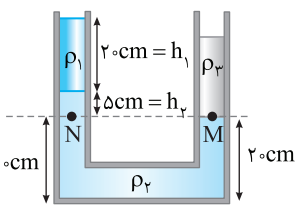
$$\frac{P_۱V_۱}{T_۱}=\frac{P_۲V_۲}{T_۲}\xrightarrow[P_۱=۲cmHg,\,P_۲=۳cmHg]{T_۱=T_۲}۲(۱۲A)=۳(Ah_۲)\Rightarrow h_۲=۸cm$$

بنابراین در حالت اول طول لوله‌ای که بیرون جیوه قرار دارد $۱۲+h=۱۲+۷۴=۸۶cm$ بوده و در حالت دوم طول لوله‌ای که بیرون جیوه قرار دارد $h_۲+x=۷۳+۸=۸۱cm$ است بنابراین لوله را به اندازهٔ $۸۶-۸۱=۵cm$ بیشتر در جیوه فرو برده‌ایم.

B ۲۵۰۴ ۱

خط فکری برای حل مسائل لوله‌های U شکل، اولین کار رسم خط تراز و برابر قرار دادن فشار نقاط روی خط تراز است.

ابتدا خط تراز را می‌کشیم. فشار روی خط تراز باهم برابر است:



$$P_N=P_M\Rightarrow P_۰+P_{\text{مایع }۱}+P_{\text{مایع }۲}=P_{\text{مایع }۳}+P_۰$$
$$\xrightarrow{P=\rho gh}\rho_۱gh_۱+\rho_۲gh_۲=P_{\text{مایع}۳}$$
$$\Rightarrow ۸۰۰\times۱۰\times\frac{۲۰}{۱۰۰}+۲۴۰۰\times۱۰\times\frac{۵}{۱۰۰}=P_{\text{مایع}۳}$$
$$P_{\text{مایع}۳}=۱۶۰۰+۱۲۰۰=۲۸۰۰Pa$$

برای پیدا کردن جرم مایع $\rho_۳$ ابتدا وزن این مایع را به کمک تعریف فشار حساب می‌کنیم.

$$P_۳=\frac{W_۳}{A}\xrightarrow{A=۲cm^۲}۲۸۰۰=\frac{W_۳}{۲\times۱۰^{-۴}}\Rightarrow W_۳=۰/۵۶N$$

جرم مایع خواهد شد: $W_۳=m_۳g\Rightarrow ۰/۵۶=m_۳\times۱۰\Rightarrow m_۳=۰/۰۵۶kg=۵۶g$

B ۲۵۰۵ ۴

کار نیروی وزن وقتی جسم به اندازهٔ h بالا می‌رود، منفی بوده و برابر است با:

$$W_{mg}=-mgh\Rightarrow W_{mg}=-۶۰\times۱۰^{-۳}\times۱۰\times۶۰۰\Rightarrow W_{mg}=-۳/۶\times۱۰^۸J$$

افزایش انرژی مکانیکی هواپیما برابر مجموع افزایش انرژی پتانسیل گرانشی و انرژی جنبشی آن است.

افزایش انرژی پتانسیل گرانشی $\Delta U=mg\Delta h\Rightarrow\Delta U=۳/۶\times۱۰^۸J$

$$\Delta K=K_۲-K_۱=\frac{۱}{۲}m(v_۲^۲-v_۱^۲)\Rightarrow\Delta K=\frac{۱}{۲}\times۶۰\times۱۰^{-۳}\times(۱۶۰^۲-۸۰^۲)$$
$$\Rightarrow\Delta K=۳۰۰۰\times(۸۰)^۲(۲^۲-۱)\Rightarrow\Delta K=۵/۷۶\times۱۰^۸J$$

در این صورت:

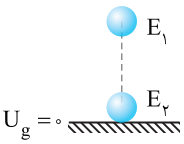
$$\Delta E=\Delta U+\Delta K\Rightarrow\Delta E=۳/۶\times۱۰^۸+۵/۷۶\times۱۰^۸\Rightarrow\Delta E=۹/۳۶\times۱۰^۸J$$

میانبر البته در این تست می‌توانستید استدلال کنید که کار نیروی وزن منفی است و گزینه‌های (۱) و (۳) نادرست‌اند، از طرفی افزایش انرژی مکانیکی به‌ازای افزایش انرژی پتانسیل گرانشی و انرژی جنبشی بوده و از مقدار کار نیروی وزن بیشتر است. بنابراین گزینهٔ (۴) درست است.

B ۲۵۰۶ ۴

خط فکری کار مفیدی که ماشین بالابر انجام داده به‌صورت انرژی پتانسیل گرانش در جسم ذخیره می‌شود و اگر وزنه در شرایط خلأ رها شود تمام این انرژی ذخیره شده بنا به اصل پایستگی انرژی مکانیکی به انرژی جنبشی وزنه تبدیل می‌شود. یعنی شما برای یافتن کار مفید ماشین بالابر کافی است، انرژی جنبشی جسم را هنگام برخورد به زمین به‌دست آورید سپس به کمک آن بازده ماشین را حساب کنید.

۱) انرژی ذخیره شده در جسم در ارتفاع h که توسط ماشین بالا برده شده است را با توجه به پایستگی انرژی مکانیکی حساب می‌کنیم:



$$E_۱=E_۲\Rightarrow U_۱+K_۱=U_۲+K_۲\xrightarrow{K_۱=۰,U_۲=۰}E_۱=K_۲$$
$$\Rightarrow E_۱=\frac{۱}{۲}mv^۲\Rightarrow E_۱=\frac{۱}{۲}\times۵۰\times۶۴=۱۶۰۰J$$

۲) بنابراین ماشین ۲۰۰۰J انرژی مصرف کرده اما به جسم ۱۶۰۰J انرژی رسیده است:

۲۰۰۰J انرژی کل مصرفی ماشین ← (بالابر) ← ۱۶۰۰J انرژی مفید ذخیره شده در وزنه

$$Ra=\frac{E_{\text{مفید}}}{E_{\text{کل}}}\times۱۰۰\Rightarrow Ra=\frac{۱۶۰۰}{۲۰۰۰}\times۱۰۰=۸۰٪$$

B ۲۵۰۷ ۳

ابتدا باید انرژی جنبشی جسم را از رابطهٔ آن حساب کنید سپس با یک تناسب ساده مسئله را حل کنید.

۱ انرژی جنبشی جسم برابر است با:

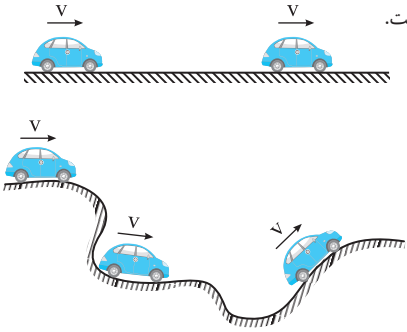
$$K=\frac{۱}{۲}mv^۲\xrightarrow[m=۲/۱\times۱۰^{+۴}kg]{v=۸km/s=۸۰۰۰m/s}K=\frac{۱}{۲}\times۲/۱\times۱۰^۴(۸\times۱۰^۳)^۲$$
$$K=\frac{۱}{۲}\times۲/۱\times۱۰^{-۴}\times۶۴\times۱۰^۶\Rightarrow K=۳۲\times۲/۱\times۱۰^{۱۰}J$$

۲ با توجه به فرض مسئله انرژی حاصل از انفجار یک تن TNT برابر $۴/۲\times۱۰^۹J$ است، بنابراین می‌توانیم تناسب زیر را بنویسیم:

$$\frac{۴/۲\times۱۰^۹J}{۳۲\times۲/۱\times۱۰^{۱۰}J}\Big|\frac{۱ton}{m}\Rightarrow m=\frac{۳۲\times۲/۱\times۱۰^{۱۰}}{۴/۲\times۱۰^۹}=۱۶۰ton$$

B ۱ ۲۵۰۸

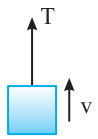
نکته تندی حرکت برابر بزرگی سرعت است، در شکل‌های زیر تندی حرکت جسم ثابت است.



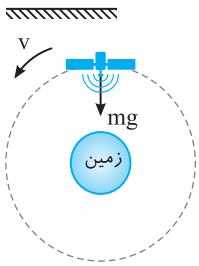
الف) با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی $W_t=\Delta K$ با ثابت ماندن تندی خواهیم داشت:

$$W_t=\frac{1}{2}mv_2^2-\frac{1}{2}mv_1^2\Rightarrow W_t=\frac{1}{2}m(v_2^2-v_1^2)\xrightarrow{v_1=v_2}W_t=0$$

گزارهٔ (الف) درست است.



ب) فرض کنید در شکل روبه‌رو با تندی ثابت جعبه‌ای را به سمت بالا بکشیم در این صورت با اینکه انرژی جنبشی ثابت می‌ماند، اما انرژی پتانسیل در حال افزایش است، بنابراین در این حرکت با تندی ثابت انرژی مکانیکی $(E=K+U)$ افزایش می‌یابد. بنابراین گزارهٔ (ب) نادرست است.



پ) در حرکت ماهواره به دور زمین تندی حرکت ماهواره ثابت است، اما به ماهواره همواره نیروی خالص mg به سمت مرکز زمین وارد می‌شود: بنابراین گزارهٔ (پ) نادرست است.

B ۴ ۲۵۰۹

خط فکری ابتدا تبدیل دما از فارنهایت به سلسیوس را انجام می‌دهیم. سپس مقدار گرمای لازم را برای تبدیل ۲۰g یخ $0^\circ C$ به ۲۰g آب $0^\circ C$ و پس از آن افزایش دمای آب تا دمای خواسته شده را به‌دست می‌آوریم.

۱ ابتدا دمای نهایی آب را از $50^\circ F$ به سلسیوس تبدیل می‌کنیم.

$$F=\frac{9}{5}\theta+32\Rightarrow 50=\frac{9}{5}\theta+32\Rightarrow 18=\frac{9}{5}\theta\Rightarrow\theta=10^\circ C$$

۲ گرمای لازم برای ذوب کامل ۲۰g یخ $0^\circ C$ را حساب می‌کنیم.

$$Q=mL_F\Rightarrow Q_1=20g\times 336J/g\Rightarrow Q_1=6720J$$

۳ گرمایی که آب $0^\circ C$ می‌گیرد تا دمایش $10^\circ C$ شود خواهد شد:

$$Q=mc\Delta\theta\Rightarrow Q_2=20g\times(4/2J/g^\circ C)\times 10\Rightarrow Q_2=840J$$

۴ گرمای کلی که باید به آب بدهیم برابر است با:

$$Q=6720+840\Rightarrow Q=7560J$$

B ۲ ۲۵۱۰

روش اول: یخ صفر درجه ابتدا تغییر حالت داده و به آب $0^\circ C$ تبدیل می‌شود و سپس آب $0^\circ C$ به آب $20^\circ C$ تغییر دما می‌دهد:

یخ $0^\circ C$ $\xrightarrow{Q_1=mL_F}$ آب $0^\circ C$ $\xrightarrow{Q_2=mc\Delta\theta}$ آب $20^\circ C$

$$Q_{کل}=Q_1+Q_2\Rightarrow Q_{کل}=mL_F+mc\Delta\theta$$
$$\Rightarrow Q_{کل}=m\times 336000+m\times 4200\times 20$$
$$Q_{کل}=336000m+84000m=420000mJ$$

سؤال نسبت گرمای ذوب یخ (Q_1) به کل گرمای داده شده به آن $(Q_{کل})$ را برحسب درصد خواسته است:

$$\frac{Q_{ذوب\ یخ}}{Q_{کل}}\times 100=\frac{Q_1}{Q_{کل}}\times 100=\frac{336000m}{420000m}\times 100=80\%$$

روش دوم: برای حل سؤالات بهتر است نسبت L_F و L_V آب را برحسب $c_{آب}=4200J/kg.K$ به خاطر بسپارید:

$$L_F=336000=80\times 4200=80c_{آب}$$
$$L_V=2268000=540\times 4200=540c_{آب}$$

گرمای نهان ذوب $L_F=336\times 10^3 J/kg$، ۸۰ برابر گرمای ویژهٔ آب $c=4200J/kg.K$ است بنابراین برای سادگی $L_F=80c$ می‌گیریم:

صرف ذوب یخ — صرف افزایش دمای آب

$$Q_{کل}=Q_1+Q_2=mL_F+mc\Delta\theta$$
$$Q_{کل}=m(80c)+mc\times 20=100mc$$

یخ $0^\circ C$ $\xrightarrow{Q_1}$ آب $0^\circ C$ $\xrightarrow{Q_2}$ آب $20^\circ C$

از $100mc$ گرما، $80mc$ صرف ذوب یخ شده است:

$$\frac{Q_1}{Q_{کل}}\times 100=\frac{80mc}{100mc}\times 100=80\%$$

B ۱ ۲۵۱۱

یادآوری درصد افزایش حجم جسم در اثر افزایش دما خواهد شد:

$$\frac{\Delta V}{V_1}\times 100=\frac{V_1\times 3\alpha\Delta\theta}{V_1}\times 100=3\alpha\Delta\theta\times 100$$

با توجه به یادآوری بالا مسئله به‌راحتی قابل حل است.

$$3\alpha\Delta\theta\times 100=3\times(2\times 10^{-5})\times(250-0)\times 100=1500\times 10^{-5}\times 100$$

$$=0/15\%\ \text{درصد تغییرات حجم}$$

بنابراین حجم ۱۵٪ درصد افزایش می‌یابد.

B ۳ ۲۵۱۲

خط فکری طول اولیه دو میله برابر است. وقتی دمای هر دو میله را به یک اندازه بالا ببریم افزایش طول میله آلومینیمی از افزایش طول میلهٔ فولادی بیشتر است زیرا ضریب انبساط طولی آلومینیم بزرگ‌تر است. بعد از افزایش دما طول میلهٔ آلومینیم $\Delta L_{Al}-\Delta L_M=2/3mm$ بیشتر از طول میلهٔ فولادی است بنابراین است. اکنون با جایگذاری $\Delta L=L_1\alpha\Delta\theta$ می‌توانید مسئله را حل کنید.

تغییر طول آلومینیم و تغییر طول فولاد را حساب می‌کنیم سپس آن‌ها را از هم کم می‌کنیم:

$$\Delta L_{Al}-\Delta L_M=2/3\times 10^{-3}\Rightarrow L_{Al}\alpha_{Al}\Delta\theta-L_M\alpha_M\Delta\theta=2/3\times 10^{-3}$$

$$\xrightarrow[\alpha_{Al}=23\times 10^{-6}K^{-1},\ \alpha_M=11/5\times 10^{-6}K^{-1}]{L_{Al}=L_M=4m}$$

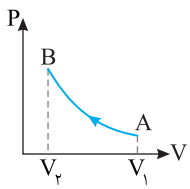
$$(4\times 23\times 10^{-6}-4\times 11/5\times 10^{-6})\Delta\theta=2/3\times 10^{-3}\Rightarrow 46\times 10^{-6}\Delta\theta=2/3\times 10^{-3}$$

$$\Rightarrow\Delta\theta=\frac{2/3\times 10^{-3}}{46\times 10^{-6}}=\frac{2/3\times 10^3}{46}=50^\circ C$$

؟ ۲۵۱۳

مبحث ضریب عملکرد یخچال از کتاب درسی حذف شده است.

B ۱ ۲۵۱۴



گاز در یک فرایند بی‌دررو متراکم شده است، بنابراین کار محیط روی دستگاه مثبت است $W>0$. در فرایند بی‌دررو گرمای مبادله شده بین محیط و دستگاه صفر است $(Q=0)$ از این‌رو انرژی درونی گاز به

اندازهٔ W تغییر می‌کند و گزارهٔ (ث) درست و گزاره‌های (ت) نادرست است.

$$\Delta U = W + Q \xrightarrow{Q=0} \Delta U = W \xrightarrow{W>0} \Delta U > 0$$

تغییر انرژی درونی گاز مثبت است یعنی انرژی درونی گاز افزایش یافته است و گزارهٔ (الف) درست است. انرژی درونی گاز تابع دمای گاز است بنابراین دمای گاز افزایش می‌یابد و گزاره‌های (ب) و (پ) نادرست است.

B ۳ ۲۵۱۵

در ابتدا بگوییم که در کتاب درسی بیان شده «در مورد گاز آرمانی می‌توان نشان داد که انرژی درونی فقط تابع دمای گاز است» و چگونگی این تابع که درجه اول است یا تابع دیگری است بیان نشده است و این مسئله با اطلاعات کتاب درسی قابل حل نیست. اما به سراغ حل برویم.

فشار گاز در حالت اول و دوم خواهد شد:

$$P = P_0 + P_g \Rightarrow P_1 = 10^5 + 0/5\times10^5 \Rightarrow P_1 = 1/5\times10^5\,Pa$$

$$P_2 = 10^5 + 10^5 \Rightarrow P_2 = 2\times10^5\,Pa$$

با توجه به قانون گازها، نسبت دمای گاز را در دو حالت حساب می‌کنیم:

$$\frac{P_2V_2}{T_2} = \frac{P_1V_1}{T_1} \xrightarrow{V_2=2V_1} \frac{2\times10^5\times(2V_1)}{T_2} = \frac{1/5\times10^5 V_1}{T_1}$$

$$\Rightarrow T_2 = \frac{4}{3}T_1 \xrightarrow{U\propto T} U_2 = \frac{4}{3}U_1 \Rightarrow U_2 = \frac{4}{3}\times600 \Rightarrow U_2 = 1600\,J$$

جمع‌بندی انرژی درونی با دما رابطهٔ مستقیم دارد:

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{T_1}{T_2}\ ,\ \frac{\Delta U}{U_1} = \frac{\Delta T}{T_1}\ ,\ \frac{\Delta U}{U_2} = \frac{\Delta T}{T_2}$$

B ۳ ۲۵۱۶

در هر دو مسیر گاز از حالت A به حالت C می‌رسد پس تغییر انرژی درونی $\Delta U = U_C - U_A$ در هر دو مسیر یکسان است:

$$\Delta U_{ABC} = \Delta U_{AC} \xrightarrow{\Delta U_{AC}=1000J} \Delta U_{ABC} = 1000\,J$$

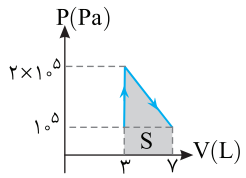
تغییر انرژی درونی در مسیر ABC برابر مجموع کار انجام شده در این مسیر و گرمای مبادله شده در این مسیر است:

$$Q_{ABC} + W_{ABC} = 1000\,J \qquad (I)$$

کار در فرایند ABC را با توجه به سطح زیر نمودار $P-V$ به‌دست می‌آوریم:

$$W_{ABC} = -(S) \Rightarrow W_{ABC} = -\frac{4\times10^{-3}(10^5 + 2\times10^5)}{2} = -600\,J \qquad (II)$$

فرایند انبساطی



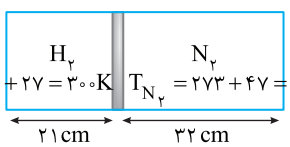
حال با توجه به رابطهٔ (I) و (II)، Q_{ABC} را حساب می‌کنیم:

$$Q_{ABC} + W_{ABC} = 1000\,J \xrightarrow{W_{ABC}=-600\,J} Q_{ABC} - 600 = 1000\,J$$

$$\Rightarrow Q_{ABC} = 1600\,J$$

B ۴ ۲۵۱۷

دمای هر گاز را بر حسب کلوین می‌نویسیم.



به عبارت «اصطکاک ناچیز» دقت کنید.

این عبارت یعنی فشار گاز در دو طرف پیستون برابر است، زیرا اگر فشار یکسان نبود باید پیستون حرکت کرد، بنابراین: $P_{H_2} = P_{N_2}$

یادآوری در قانون گازها تعداد مول‌ها (n)، برابر جرم گاز تقسیم بر جرم مولی گاز است: $(n = \frac{m}{M})$

قانون گازها را برای هر گازی می‌نویسیم:

گاز نیتروژن: $P_{N_2}V_{N_2} = n_{N_2}RT_{N_2} \Rightarrow P_{N_2}V_{N_2} = \frac{m_{N_2}}{M_{N_2}}RT_{N_2}$

گاز: $P_{H_2}V_{H_2} = nRT_{H_2} \Rightarrow P_{H_2}V_{H_2} = \frac{m}{M}RT_{H_2}$

دو رابطه را بر هم تقسیم می‌کنیم.

$$\frac{P_{N_2}V_{N_2}}{P_{H_2}V_{H_2}} = \frac{m_N}{m_{H_2}}\times\frac{M_{H_2}}{M_{N_2}}\times\frac{T_{H_2}}{T_{H_2}} \xrightarrow[T_{N_2}=320K,\,T_{H_2}=300K]{P_{N_2}=P_{H_2}}$$

$$\frac{V_{N_2}}{V_{H_2}} = \frac{m_{N_2}}{m_{H_2}}\times\frac{2}{28}\times\frac{320}{300}$$

حجم هر گاز برابر مساحت سطح مقطع پیستون در طول محفظه است بنابراین:

$$\frac{AL_{N_2}}{AL_{H_2}} = \frac{m_{N_2}}{m_{H_2}}\times\frac{1}{14}\times\frac{32}{30} \Rightarrow \frac{32}{21} = \frac{m_{N_2}}{m_{H_2}}\times\frac{1}{14}\times\frac{32}{30} \Rightarrow \frac{m_{N_2}}{m_{H_2}} = 20$$

؟ ۲۵۱۸

مبحث ضریب عملکرد یخچال از کتاب درسی حذف شده است.

B ۳ ۲۵۱۹

فرایند ca فرایند هم‌حجم، فرایند ab فرایند هم‌فشار، فرایند bc فرایند هم‌دما است.

گاز در فرایند ca گرما از دست داده پس $Q_{ca} = -300\,J$ است:

$$\Delta U_{\text{چرخه}} = 0 \Rightarrow \Delta U_{ab} + \Delta U_{bc} + \Delta U_{ca} = 0$$

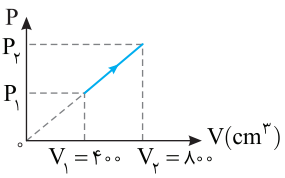
$$\xrightarrow[\Delta U_{bc}=0]{\Delta U_{ca}=Q_{ca}=-300J} \Delta U_{ab} - 300 = 0 \Rightarrow \Delta U_{ab} = +300\,J$$

در فرایند هم‌فشار تغییر انرژی درونی و کار انجام شده مختلف‌العلامت است و قدر مطلق کار انجام شده از قدر مطلق تغییر انرژی درونی کوچک‌تر است:

$$\begin{cases} W_{bc} < 0 \\ |W_{ab}| < |\Delta U_{ab}| \Rightarrow |W_{ab}| < 300\,J \end{cases} \xrightarrow{\text{تنها گزینه با این شرط‌ها}} W_{ab} = -120\,J$$

B ۴ ۲۵۲۰

یادآوری بنا به قانون گازها $PV = nRT$ است که در آن دما (T) بر حسب کلوین است.



۱ به نمودار دقت کنید. با تشابه مثلث‌ها، نسبت P_2/P_1 را به‌دست بیاورید.

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{V_2}{V_1} \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{800}{400} \Rightarrow P_2 = 2P_1$$

۲ دمای اولیه را بر حسب کلوین به‌دست می‌آوریم.

$$T_1 = 273 + \theta_1 = 273 + (-23) = 250\,K$$

۳ اکنون به کمک قانون گازهای آرمانی، دمای نهایی گاز را می‌توان به‌دست آورد.

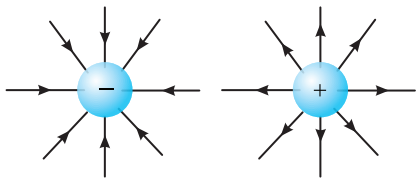
$$PV = nRT \Rightarrow \frac{P_1V_1}{P_2V_2} = \frac{T_1}{T_2} \Rightarrow \frac{P_1\times400}{(2P_1)(800)} = \frac{250}{T_2} \Rightarrow T_2 = 250\times4 = 1000\,K$$

۴ دما را بر حسب درجه سلسیوس حساب می‌کنیم.

$$T_2 = 273 + \theta_2 \Rightarrow 1000 = 273 + \theta_2 \Rightarrow \theta_2 = 727^\circ C$$

B ۱ ۲۵۲۱

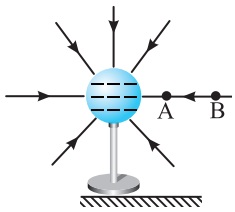
نکته ۱ خطوط میدان به بار منفی وارد و از بار مثبت خارج می‌شود:



نکته ۲ با جابه‌جایی بار در جهت خطوط میدان پتانسیل الکتریکی کاهش می‌یابد و بالعکس.

۱ خطوط میدان اطراف کرهٔ فلزی دارای بار منفی را رسم می‌کنیم:

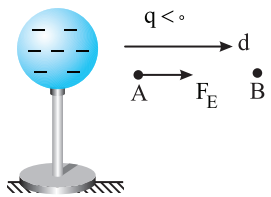
ذره از A تا B خلاف جهت خطوط میدان در حال حرکت بوده و پتانسیل الکتریکی افزایش می‌یابد: $V_B > V_A$



۲ بار منفی از گوی منفی در حال دور شدن است، نیروی الکتریکی وارد بر ذره و جهت جابه‌جایی ذره در یک جهت است پس کار میدان الکتریکی مثبت است، اما تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی قرینهٔ کار میدان الکتریکی بوده و منفی است.

البته می‌توانستیم بگوییم که ذره با بار منفی از گوی منفی دور شده که یک حرکت خودبه‌خودی بوده پس انرژی پتانسیل کاهش می‌یابد و ΔU منفی است.

$$\Delta U_{BA} < 0 \Rightarrow U_B - U_A < 0 \Rightarrow U_B < U_A$$

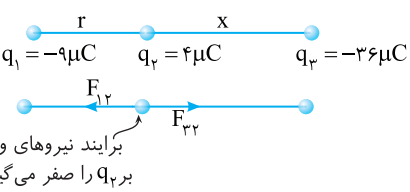


B ۴ ۲۵۲۲

خط فکری در حل این سؤال ابتدا باید از فرض مسئله یعنی صفر بودن نیروهای وارد بر بارها استفاده کنیم و رابطه‌ای بین فاصلهٔ بارها به‌دست آوریم و در گام بعدی جای بارهای q_3 و q_1 را جابه‌جا کرد و نیروی خالص وارد بر بار q_2 و q_1 را برحسب رابطه‌ای که برای فاصله‌ها به‌دست آوردیم محاسبه کنیم.

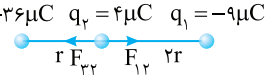
۱ با توجه به شکل زیر باید یک رابطه بین x و r به‌دست آوریم، از این‌رو مطابق فرض مسئله نیروی خالص وارد بر q_2 را صفر گرفته‌ایم، در این صورت نیروهایی که دو بار q_1 و q_3 به بار q_2 وارد می‌کنند باید هم‌اندازه و خلاف جهت هم باشند:

$$F_{12} = F_{32} \Rightarrow k\frac{|q_1||q_2|}{r^2} = k\frac{|q_3||q_2|}{x^2} \Rightarrow \frac{9}{r^2} = \frac{36}{x^2} \Rightarrow \frac{x^2}{r^2} = 4 \Rightarrow x = 2r$$



برایند نیروهای وارد بر q_2 را صفر می‌گیریم.

۲ جای بارهای q_1 و q_3 را عوض کرده و نیروی خالص وارد بر بار q_2 را حساب می‌کنیم:



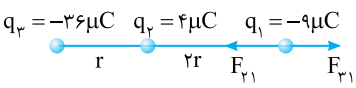
$$F_{12} = k\frac{|q_1||q_2|}{r^2} \Rightarrow F_{12} = k\times\frac{9\times4\times10^{-12}}{4r^2} = \frac{9\times10^{-12}k}{r^2}$$

$$F_{32} = k\frac{|q_3||q_2|}{(r)^2} \Rightarrow F_{32} = k\times\frac{36\times4\times10^{-12}}{r^2} = \frac{144\times10^{-12}k}{r^2}$$

دو بردار F_{32} و F_{12} خلاف جهت هم‌اند بنابراین بزرگی نیروی خالص وارد بر q_2 برابر اختلاف دو نیرو است:

$$|\vec{F}_2| = |\underbrace{\vec{F}_{12} - \vec{F}_{32}}_{\text{خلاف جهت هم}}| \Rightarrow |\vec{F}_2| = \frac{(144-9)\times10^{-12}k}{r^2} = \frac{135\times10^{-12}k}{r^2}$$

۳ نیروی خالص وارد بر بار q_1 را حساب می‌کنیم:



$$|\vec{F}_{21}| = |\vec{F}_{12}| = \frac{9\times10^{-12}k}{r^2}$$

$$F_{31} = k\frac{|q_1||q_3|}{(3r)^2} \Rightarrow F_{31} = k\times\frac{9\times36\times10^{-12}}{9r^2} \Rightarrow F_{31} = \frac{36\times10^{-12}k}{r^2}$$

دو بردار F_{31} و F_{21} خلاف جهت هم‌اند بنابراین:

$$|\vec{F}_1| = |\underbrace{\vec{F}_{31} - \vec{F}_{21}}_{\text{خلاف جهت هم}}| \Rightarrow F_1 = \frac{27\times10^{-12}k}{r^2}$$

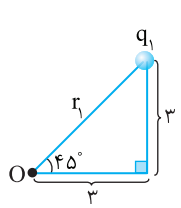
۴ حال نسبت خواسته شده را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{\frac{135\times10^{-12}k}{r^2}}{\frac{27\times10^{-12}k}{r^2}} = 5$$

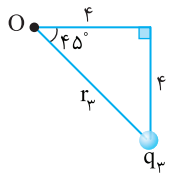
B ۱ ۲۵۲۳

خط فکری با سؤال طولانی و وقت‌گیری سروکار داریم. بار q_1 و q_3 و مکان آن‌ها مشخص است، ابتدا بزرگی میدان این دو بار در مبدأ مختصات را حساب می‌کنیم و با داشتن میدان خالص در نقطهٔ O می‌توان بزرگی میدان بار q_2 در مرکز و مقدار بار آن را حساب کرد.

۱ فاصلهٔ دو بار q_1 و q_3 را تا نقطهٔ O به کمک فیثاغورس حساب می‌کنیم.



$$r_1 = \sqrt{3^2+3^2} = 3\sqrt{2}\,m$$

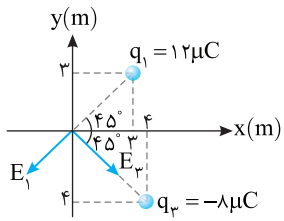


$$r_3 = \sqrt{4^2+4^2} = 4\sqrt{2}\,m$$

میانبر البته با توجه به زاویهٔ ۴۵° مثلث قائم‌الزاویه مشخص است که وتر $\sqrt{2}$ برابر ساق‌ها است.

۲ بار q_1 مثبت و میدان در راستا خط واصل بار و نقطهٔ O بوده و از بار q_1 خارج می‌شود. بار q_3 منفی بوده و میدان در راستای خط واصل بار و نقطهٔ O بوده و به بار q_3 وارد می‌شود. حال بزرگی میدان‌ها را حساب می‌کنیم

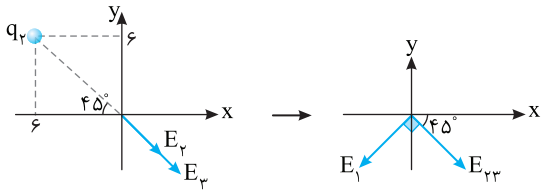
$$E_1 = k\frac{q_1}{r_1^2} \Rightarrow E_1 = \frac{9\times10^9\times12\times10^{-6}}{18} = 6\times10^3\,N/C$$



$$E_3=k\frac{q_3}{r_3^2}$$
$$\Rightarrow E_3=\frac{9\times10^9\times8\times10^{-6}}{3^2}=\frac{9}{4}\times10^3\ N/C$$

۳ بار q_2 نیز مثبت است و میدان در نقطهٔ O در راستای خط واصل بین بار q_2 و O است از بار q_2 خارج می‌شود، بنابراین میدان‌های E_2 و E_3 هم‌جهت‌اند و برایند آن‌ها مطابق شکل با میدان E_1 عمود است.

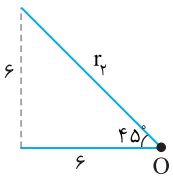
$$E_T=\sqrt{E_1^2+E_{23}^2}\Rightarrow E_T^2=E_1^2+E_{23}^2\Rightarrow 7/5\times7/5\times10^6=6\times6\times10^6+E_{23}^2$$
$$E_{23}^2=(7/5\times7/5-6\times6)10^6=20/25\times10^6\Rightarrow E_{23}=4/5\times10^3\ N/C$$



میانبر البتـه بـا توجه به اعـداد فیثاغورس ۳، ۴ و ۵ کـه به ۴/۵، ۶ و ۷/۵ تبدیل شده بودند می‌توانستیم سریع‌تر به E_{23} برسیم.

$$E_{23}=E_2+E_3\Rightarrow 4/5\times10^3=E_2+\frac{9}{4}\times10^3\Rightarrow E_2=2/25\times10^3$$

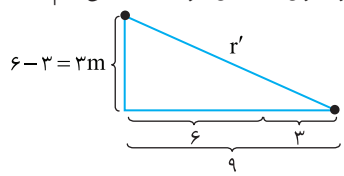
حال بـا توجه به E_2، q_2 را به‌دسـت می‌آوریـم. ابتدا فاصلـهٔ q_2 تـا نقطهٔ O را با توجه به فیثاغورس حسـاب می‌کنیم:



$$r_2=\sqrt{6^2+6^2}\Rightarrow r_2=6\sqrt{2}$$

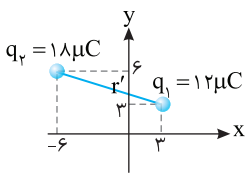
$$E_2=k\frac{q_2}{r_2^2}\Rightarrow 2/25\times10^3=\frac{9\times10^9\times q_2}{72}\Rightarrow q_2=18\times10^{-6}\ C$$

خط فکری حال فاصلهٔ بین بار q_1 و q_2 را با توجه به فیثاغورس حساب کرده و سپس به کمک قانون کولن اندازهٔ این نیرو را حساب می‌کنیم.



$$r'=\sqrt{(9)^2+(3)^2}\Rightarrow r'=\sqrt{81+9}=\sqrt{90}m$$

$$F_{12}=k\frac{q_1q_2}{r'^2}\Rightarrow F_{12}=9\times10^9\times\frac{12\times18\times10^{-12}}{90}$$
$$\Rightarrow F_{12}=12\times18\times10^{-4}=2/16\times10^{-2}\ N$$



میانبر فاصلـهٔ دو نقطه به مختصات (x_1,y_1) و (x_2,y_2) را می‌توان به کمک رابطهٔ زیر به‌دست آورد:

$$r'=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}\xrightarrow[(-6,6)]{(3,3)}$$
$$r'=\sqrt{(-6-3)^2+(6-3)^2}=\sqrt{81+9}=\sqrt{90}m$$

۱ ۲۵۲۴ A

خط فکری ظرفیت خازن به شکل هندسی خازن بستگی داشته و با توجه به رابطهٔ $C=\kappa\varepsilon_0\frac{A}{d}$ (مساحت سطح صفحه‌ها: A، ثابت خازن: κ، فاصلهٔ صفحه‌ها: d) با تغییر فاصلهٔ دو صفحه (d) ظرفیت خازن تغییر می‌کند.

هر فاراد برابر 10^{12} پیکوفاراد است.

۱ ظرفیت خازن را در حالت اول به‌دست می‌آوریم:

$$C_1=\kappa\varepsilon_0\frac{A}{d_1}\Rightarrow C_1=4\times8/85\times10^{-12}\times\frac{2\times10^{-4}}{5\times10^{-3}}=14/16\times10^{-13}\ F$$
$$\xrightarrow{1F=10^{12}\ pF} C_1=14/16\times10^{-1}\ pF=1/416pF$$

۲ فاصلهٔ بین صفحات ۳mm کاهش یافته:

$$d_2=d_1-3\Rightarrow d_2=2mm$$

ظرفیت خازن را در حالت دوم به‌دست می‌آوریم:

$$C_2=\kappa\varepsilon_0\frac{A}{d_2}\Rightarrow C_2=4\times8/85\times10^{-12}\times\frac{2\times10^{-4}}{2\times10^{-3}}=35/4\times10^{-13}\ F$$
$$\xrightarrow{1F=10^{12}\ pF} C_2=35/4\times10^{-1}\ pF=3/54pF$$

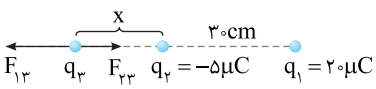
۳ حال اختلاف ظرفیت خازن را در دو حالت به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta C=C_2-C_1\Rightarrow\Delta C=3/54-1/416=2/124pF$$

۲ ۲۵۲۵ B

خط فکری با برابر قرار دادن نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_3، فاصله بار q_3 از بارهای q_1 و q_2 محاسـبه می‌شـود. برایند نیروهای وارد بر بار q_2 را از طرف بارهای q_1 و q_3 به‌دست می‌آوریم. به این منظور مراحل زیر را انجام می‌دهیم.

۱ دو بار ناهمنام هسـتند، بنابراین بار q_3 باید در خارج خط واصل دو بار و نزدیک بار کوچک‌تر قرار گیرد. برای آنکه نیروی وارد بر q_3 صفر شـود باید دو نیروی F_{13} و F_{23} هم‌اندازه باشند.



$$F_{13}=F_{23}=k\frac{|q_2||q_3|}{x^2}=k\frac{|q_1||q_3|}{(30+x)^2}\Rightarrow\frac{+5}{x^2}=\frac{20}{(30+x)^2}$$
$$\Rightarrow\frac{1}{x^2}=\frac{4}{(30+x)^2}\Rightarrow 2x=30+x\Rightarrow x=30cm$$

۲ نیرویی که بارهای q_1 و q_2 بر هم وارد می‌کنند برابر است با:

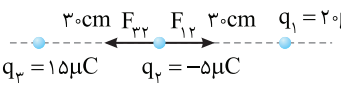
$$F_{12}=k\frac{|q_1||q_2|}{r_{12}^2}=9\times10^9\times\frac{5\times10^{-6}\times20\times10^{-6}}{9\times10^{-2}}\Rightarrow F_{12}=10N$$

این نیرو جاذبه است و بر q_2 به سمت راست وارد می‌شود.

۳ نیرویی که بار q_3 بر q_2 وارد می‌کند نیز جاذبه بوده و به سـمت چپ اسـت و مقدار آن برابر است با:

$$F_{32}=k\frac{|q_3||q_2|}{r_{23}^2}=9\times10^9\times\frac{15\times10^{-6}\times5\times10^{-6}}{9\times10^{-2}}=7/5N$$

۴ نیروی خالص وارد بر q_2 خواهد شد: $F_2=F_{12}-F_{32}=10-7/5=2/5N$

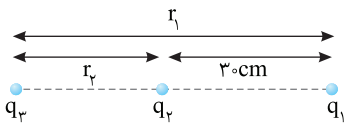


میانبر اگر فاصلهٔ بار q_1 و q_2 از بار q_3 را به ترتیب r_1 و r_2 فرض کنیم و برایند نیروهای وارد بر q_3 صفر شـود، نسبت دو بار با نسبت فاصله‌ها رابطه مستقیم

و مجذوری خواهد داشت:

$$\frac{|q_1|}{|q_2|}=(\frac{r_1}{r_2})^2\Rightarrow\frac{20}{5}=(\frac{r_1}{r_2})^2\Rightarrow 2=\frac{r_1}{r_2}\xrightarrow{r_1-r_2=30cm}$$

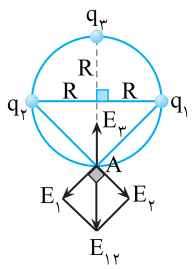
$$r_1=60cm\ ,\ r_2=30cm$$



B ۲۵۲۶ ۲

۱ اگر شعاع دایره را R فرض کنیم، فاصله q_3 تا A برابر $2R$ و فاصلهٔ q_1 و q_2 تا A برابر خواهد شد با:

$$R_{1A}=R_{2A}=\sqrt{R^2+R^2}=\sqrt{2}R$$



۲ برای آنکه میدان الکتریکی در نقطهٔ A صفر شود، باید میدان این بارها به گونه‌ای باشند که برایند آن‌ها صفر شود. در این صورت باید q_1 و q_2 هم‌اندازه باشند تا میدان برایند آن‌ها در امتداد میدان E_3 قرار گیرد. از طرفی برایند E_1 و E_2 باید هم‌اندازهٔ E_3 و در خلاف جهت آن باشد. پس q_1 و q_2 همنام و با q_3 ناهمنام هستند. اگر q_1 و q_2 را مثبت بگیریم، q_3 منفی است و میدان‌ها به صورت شکل بالا خواهند بود.

$$E_1=E_2=k\frac{|q_1|}{(\sqrt{2}R)^2}\Rightarrow E_1=E_2=\frac{k|q_1|}{2R^2}$$

$$E_3=k\frac{|q_3|}{(2R)^2}\Rightarrow E_3=\frac{k|q_3|}{4R^2}$$

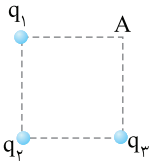
۳ برایند E_1 و E_2 خواهد شد:

$$E_{12}=\sqrt{E_1^2+E_2^2}=\sqrt{2}E_1\Rightarrow E_{12}=\sqrt{2}\frac{k|q_1|}{2R^2}$$

۴ سرانجام خواهیم داشت:

$$E_3=E_{12}\Rightarrow\frac{k|q_3|}{4R^2}=\sqrt{2}k\frac{|q_1|}{2R^2}\Rightarrow\frac{|q_3|}{|q_1|}=2\sqrt{2}$$

میانبر در یک مربع به صورت روبه‌رو که در سه رأس آن بارهای q_1، q_2 و q_3 قرار دارد، شرط آنکه میدان خالص در نقطهٔ A صفر شود این است که:



$$q_1=q_3\ \ ,\ \ q_2=-2\sqrt{2}q_1$$

در این سؤال نیز شکل به همین صورت است.

B ۲۵۲۷ ۳

پس از تماس دو گوی با هم، نیروی الکتریکی بین آن‌ها کاهش یافته است، بنابراین باید بارهای دو گوی ناهمنام بوده باشند تا پس از تماس، بار تک‌تک آن‌ها برابر $q'_2=q'_1=\frac{|q_2|-q_1}{2}$ شود.

نیروی بین دو بار در حالت اول برابر است با:

$$F=k\frac{q_1|q_2|}{r^2}$$

نیروی بین دو بار در حالت دوم برابر است با:

$$F'=k\frac{(\frac{|q_2|-q_1}{2})^2}{r^2}$$

با توجه به فرض مسئله:

$$F'=\frac{80}{100}F\Rightarrow k\frac{\frac{(|q_2|-q_1)^2}{4}}{r^2}=\frac{80}{100}k\frac{q_1|q_2|}{r^2}$$

$$\Rightarrow\frac{|q_2|^2+q_1^2-2q_1|q_2|}{4}=0/8q_1|q_2|$$

$$|q_2|^2+q_1^2-2q_1|q_2|=3/2q_1|q_2|\Rightarrow|q_2|^2+q_1^2-5/2q_1|q_2|=0$$

$$\xrightarrow[\text{تقسیم می‌کنیم}]{\text{دو طرف را بر }q_1^2}(\frac{|q_2|}{q_1})^2+1-5/2\frac{|q_2|}{q_1}=0$$

به جای $\frac{|q_2|}{q_1}$ که خواسته سؤال است x قرار می‌دهیم:

$$x^2+1-5/2x=0\Rightarrow(x-5)(x-0/2)=0\Rightarrow x=5\text{ یا }0/2$$

چون مقدار q_2 بزرگ‌تر از q_1 است پس ۰/۲ غلط است.

B ۲۵۲۸ ۲

خط فکری به طور کلی جدا کردن بار $+q$ از صفحه منفی خازن و انتقال آن به صفحه مثبت موجب افزایش بار خازن به اندازه q می‌شود.

بنابراین با جدا کردن ۳mC بار مثبت از صفحهٔ منفی، بار آن صفحه منفی‌تر و بار صفحه مثبت خازن، مثبت‌تر شده، یعنی بار روی صفحات خازن خواهد شد: $q'=q+3$

نکته در رابطهٔ $U=\frac{q^2}{2C}$ اگر یکای q بر حسب میلی‌کولن باشد و یکای ظرفیت خازن میکروفاراد، انرژی بر حسب ژول به‌دست می‌آید، به طور مثال اگر بار ۲mC و ظرفیت خازن ۱μF باشد، خواهیم داشت:

با تبدیل یکا: $U=\frac{q^2}{2C}=\frac{(2\times10^{-3})^2}{2\times10^{-6}}=\frac{4\times10^{-6}}{2\times10^{-6}}=2J$

بدون تبدیل یکا: $U=\frac{q^2}{2C}=\frac{(2)^2}{2\times1}=2J$

با توجه به نکته بالا پس در این سؤال نیازی به تبدیل یکا نیست. در سؤال گفته شده انرژی ۴/۵J افزایش یافته است:

نکته با تغییر بار خازن ظرفیت خازن ثابت می‌ماند:

$$U'=U+4/5\xrightarrow[U'=\frac{q'^2}{2C}]{U=\frac{q^2}{2C}}\frac{q'^2}{2C}=\frac{q^2}{2C}+4/5\Rightarrow\frac{(q+3)^2}{2\times5}=\frac{(q)^2}{2\times5}+4/5$$

$$\xrightarrow[\text{ضرب می‌کنیم}]{\text{دو طرف را در ۱۰}}(q+3)^2=q^2+45\Rightarrow q^2+6q+9=q^2+45$$

$$\Rightarrow6q=36\Rightarrow q=6\mu C$$

B ۲۵۲۹ ۳

۱ چگالی سطحی بار الکتریکی کرهٔ A را در حالت اول حساب می‌کنیم:

$$\sigma_{A_1}=\frac{q_{A_1}}{A}=\frac{20}{4\times3\times(5\times10^{-2})^2}\Rightarrow\sigma_{A_1}=\frac{20}{12\times25\times10^{-4}}=\frac{2000}{3}\mu C/m^2$$

۲ بعد از تماس دو کره فلزی بار هر کره خواهد شد:

$$q_{A_2}=q_{B_2}=\frac{q_A+q_B}{2}=\frac{20+(-4)}{2}=8\mu C$$

۳ چگالی سطحی بار کرهٔ A را در حالت دوم حساب می‌کنیم:

$$\sigma_{A_2}=\frac{q_{A_2}}{A}=\frac{8}{4\times3(5\times10^{-2})^2}=\frac{8}{12\times25\times10^{-4}}=\frac{8\times10^4}{300}=\frac{800}{3}\mu C/m^2$$

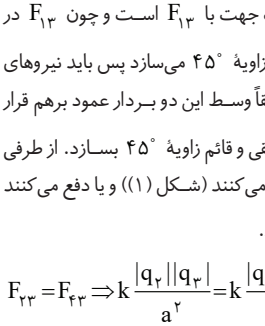
۴ کاهش مقدار چگالی سطحی بار کره A خواهد شد:

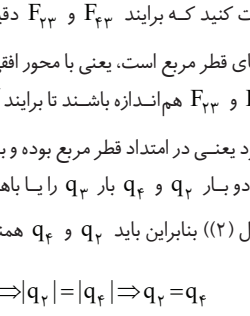
$$\sigma_{A_1}-\sigma_{A_2}=\frac{2000}{3}-\frac{800}{3}=\frac{1200}{3}=400\mu C/m^2$$

یادآوری مساحت کره به شعاع r برابر است با $4\pi r^2$.

B ۲۵۳۰ ۲

خط فکری به بار q_3 از طرف سه بار q_1 و q_2 و q_4 به‌ترتیب نیروهای الکتریکی F_{13} و F_{23} و F_{43} وارد می‌شود که نیروهای وارد از طرف بارهای q_2 و q_4 بر بار q_3 برهم عمودند و نیروی وارد از طرف q_1 (F_{13}) در راستای قطر قرار دارد. برای اینکه برایند نیروهای وارد بر q_3 صفر شود باید برایند دو نیروی عمود برهم F_{23} و F_{43} هم‌اندازه و خلاف جهت نیرویی باشد که q_1 به q_3 (F_{13}) وارد می‌کند. در واقع شکل نیروها باید یکی از حالت‌های زیر باشد:





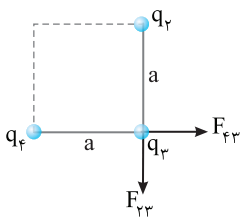
(۱) (۲)

دقت کنید که برایند F_{43} و F_{23} دقیقاً خلاف جهت با F_{13} است و چون F_{13} در راستای قطر مربع است، یعنی با محور افقی و قائم زاویهٔ 45° می‌سازد پس باید نیروهای F_{43} و F_{23} هم‌اندازه باشند تا برایند آن‌ها دقیقاً وسط این دو بردار عمود برهم قرار گیرد یعنی در امتداد قطر مربع بوده و با محور افقی و قائم زاویهٔ 45° بسازد. از طرفی هر دو بار q_2 و q_4 بار q_3 را یا باهم جذب می‌کنند (شکل (۱)) و یا دفع می‌کنند (شکل (۲)) بنابراین باید q_2 و q_4 همنام باشند.

$$F_{23}=F_{43}\Rightarrow k\frac{|q_2||q_3|}{a^2}=k\frac{|q_4||q_3|}{a^2}\Rightarrow|q_2|=|q_4|\Rightarrow q_2=q_4$$

با توجه به شکل (۱) اگر نیروهای F_{43} و F_{23} ربایشی باشند، نیروی F_{13} رانشی است و در شکل (۲) برعکس شده پس نوع نیروی F_{13} با دو نیروی دیگر متفاوت است و علامت بار q_1 با q_2 و q_4 مختلف است بنابراین گزینه‌های (۳) و (۴) نادرست‌اند.

همچنین با توجه به خط فکری باید برایند F_{43} و F_{23} برابر F_{13} باشد:



$$\begin{cases}F_{23}=k\dfrac{|q_2||q_3|}{a^2}\\ F_{43}=k\dfrac{|q_4||q_3|}{a^2}\end{cases}\xrightarrow[q_2=q_4]{\text{دو بردار برهم عمودند}}F=\sqrt{F_{23}^2+F_{43}^2}$$

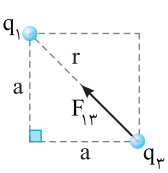
نکته برایند دو بردار هم‌اندازه و عمود برهم R برابر است با:

$$R_T=\sqrt{R^2+R^2}=R\sqrt{2}$$

در این سؤال نیز F_{23} و F_{43} باهم برابرند چون q_2 و q_4 باهم برابر شده‌اند پس:

$$F=k\frac{|q_2||q_3|}{a^2}\sqrt{2}$$

این نیرو باید با F_{13} برابر باشد:



فیثاغورس: $r=\sqrt{a^2+a^2}=a\sqrt{2}$

قانون کولن: $F_{13}=k\dfrac{|q_1||q_3|}{(a\sqrt{2})^2}=k\dfrac{|q_1||q_3|}{2a^2}$

$$F=F_{13}\Rightarrow k\frac{|q_2||q_3|}{a^2}\sqrt{2}=k\frac{|q_1||q_3|}{2a^2}$$

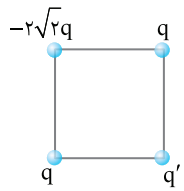
$$\Rightarrow 2\sqrt{2}|q_2|=|q_1|\Rightarrow|q_2|=\frac{1}{2\sqrt{2}}|q_1|$$

مخرج کسر را گویا می‌کنیم:

$$|q_2|=\frac{1}{2\sqrt{2}}\times\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}|q_1|\Rightarrow|q_2|=\frac{\sqrt{2}}{4}|q_1|$$

بنابراین گزینهٔ (۲) درست است.

میانبر هر گاه بخواهیم برایند نیروهای وارد بر یک رأس مربع صفر شود باید دو بار مجاور آن رأس هم‌اندازه و همنام باشند و بار روی رأس روبه‌روی آن $-2\sqrt{2}$ برابر بار رأس‌های مجاور باشد.



B ۲۵۳۱ ۴

خط فکری هر دو بار مثبت هستند و وقتی از بار $q_A=q$ تعدادی الکترون گرفته شود بار q_A مثبت‌تر می‌شود $(q'_A>q_A)$ و وقتی این الکترون‌ها به بار B داده می‌شود بار مثبت آن کاهش می‌یابد. اما با توجه به صورت مسئله تعداد الکترون‌ها آن قدر زیاد بوده که بار الکتریکی B منفی شده و $q'_B=-2q$ می‌شود. البته با توجه به پایستگی بار، مجموع بارهای A و B قبل از انتقال الکترون و بعد از آن تغییر نمی‌کند.

$$q_A+q_B=q'_A+q'_B$$

با توجه به پایستگی بار الکتریکی، مقدار بار A را برحسب q به دست می‌آوریم.

$$q_A+q_B=q'_A+q'_B\xrightarrow[q'_B=-2q]{q_A=q_B=q}2q=q'_A-2q\Rightarrow q'_A=4q$$

نیروی کولنی که دو ذره در دو حالت به هم وارد می‌کنند را حساب می‌کنیم:

$$q_A=q \quad r \quad q_B=q$$

$$F_1=k\frac{|q_A||q_B|}{r^2}\xrightarrow{|q_A|=|q_B|=q}F_1=k\frac{q^2}{r^2}$$

$$q'_A=+4q \quad r \quad q'_B=-2q$$

$$F_2=k\frac{q'_Aq'_B}{r^2}\xrightarrow[|q'_B|=2q]{|q'_A|=4q}F_2=k\frac{8q^2}{r^2}$$

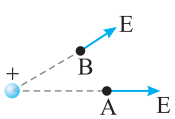
نسبت دو نیرو خواسته شده:

$$\frac{F_2}{F_1}=\frac{k\frac{8q^2}{r^2}}{k\frac{q^2}{r^2}}\Rightarrow\frac{F_2}{F_1}=8$$

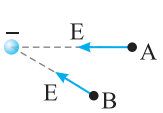
B ۲۵۳۲ ۳

خط فکری ابتدا با توجه به اینکه بار q_2 و q_3 داده شده میدان آن‌ها در مبدأ مختصات را حساب می‌کنیم، این دو بردار در یک راستا قرار داشته و برایند آن‌ها را به‌دست می‌آوریم و در گام بعدی با توجه به میدان خالص حاصل از سه ذره و میدان برایند دو بار q_2 و q_3، میدان حاصل از بار q_1 در نقطهٔ O را به‌دست آورده و در گام آخر با توجه به رابطهٔ $E_1=k\frac{q_1}{r^2}$، مقدار بار q_1 را حساب می‌کنیم.

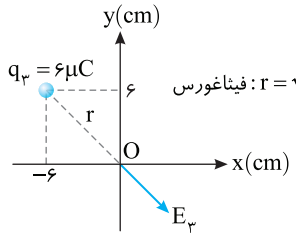
نکته اگر ذره‌ای دارای بار مثبت باشد، میدان حاصل از آن بار در یک نقطه، به سوی خارج بار است یعنی:



اگر ذره‌ای دارای بار منفی باشد، میدان حاصل از آن بار در یک نقطه، به سوی آن بار است. یعنی:

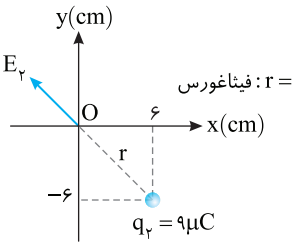


۱ میدان حاصل از بار q_2 و q_3 را حساب می‌کنیم.



فیثاغورس: $r=\sqrt{۶^۲+۶^۲}=۶\sqrt{۲}cm$

$$E_۳=k\frac{q_۳}{r^۲}\Rightarrow E_۳=۹\times۱۰^۹\times\frac{۶\times۱۰^{-۶}}{۷۲\times۱۰^{-۴}}=\frac{۶}{۸}\times۱۰^۷ N/C$$

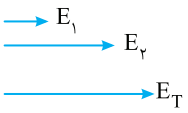


فیثاغورس: $r=\sqrt{۶^۲+۶^۲}=۶\sqrt{۲}cm$

$$E_۲=k\frac{q_۲}{r^۲}\Rightarrow E_۲=۹\times۱۰^۹\times\frac{۹\times۱۰^{-۶}}{۷۲\times۱۰^{-۴}}=\frac{۹}{۸}\times۱۰^۷ N/C$$

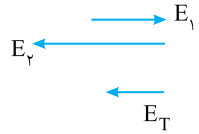
نکته برای دو بردار میدان الکتریکی داریم:

۱) اگر دو بردار هم‌جهت باشند:



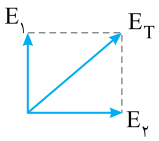
$E_T=E_۱+E_۲$

۲) اگر دو بردار خلاف جهت هم باشند:



$E_T=|E_۱-E_۲|$

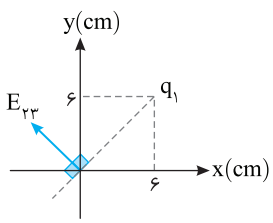
۳) اگر دو بردار برهم عمود باشند:



$E_T=\sqrt{E_۱^۲+E_۲^۲}$

۲ دو میدان $E_۲$ و $E_۳$ خلاف جهت هم‌اند و $E_۲$ بزرگ‌تر از $E_۳$ است. بنابراین میدان برایند این دو بردار برابر $E_{۲۳}=|E_۲-E_۳|$ است و جهت آن به سمت $E_۲$ است:

$$E_{۲۳}=\frac{۹}{۸}\times۱۰^۷-\frac{۶}{۸}\times۱۰^۷\Rightarrow E_{۲,۳}=\frac{۳}{۸}\times۱۰^۷ N/C$$



۳ بار $q_۱$ چه منفی و چه مثبت باشد $E_۱$ با $E_{۲۳}$ عمود است پس نیروی خالص در مبدأ مختصات حاصل از برایند دو بردار میدان عمود برهم $E_۱$ و $E_{۲۳}$ است:

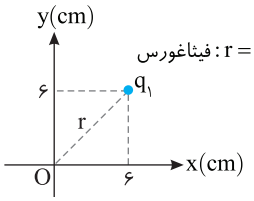
$$E_T=\sqrt{E_۱^۲+E_{۲۳}^۲}\Rightarrow E_T^۲=E_۱^۲+E_{۲۳}^۲\Rightarrow(۶/۲۵\times۱۰^۶)^۲=E_۱^۲+(\frac{۳}{۸}\times۱۰^۷)^۲$$

$$E_۱^۲=(۶/۲۵\times۱۰^۶)^۲-(\frac{۳}{۸}\times۱۰^۷)^۲\Rightarrow E_۱^۲=(۱۰^۶)^۲((\frac{۶۲۵}{۱۰۰})^۲-(\frac{۳۰}{۸})^۲)$$

$$\Rightarrow E_۱^۲=(۱۰^۶)^۲((\frac{۲۵}{۴})^۲-(\frac{۱۵}{۴})^۲)E_۱^۲=(۱۰^۶)^۲(\frac{۶۲۵-۲۲۵}{۱۶})$$

$$\Rightarrow E_۱^۲=(۱۰^۶)^۲(۲۵)\Rightarrow E_۱=۵\times۱۰^۶ N/C$$

حال با توجه به $E_۱$، مقدار $q_۱$ را به دست می‌آوریم:



فیثاغورس: $r=\sqrt{۶^۲+۶^۲}\Rightarrow r=۶\sqrt{۲}cm$

میدان در نقطهٔ O: $E=k\frac{|q_۱|}{r^۲}\Rightarrow ۵\times۱۰^۶=۹\times۱۰^۹\times\frac{|q_۱|}{۷۲\times۱۰^{-۴}}$

$$\Rightarrow ۴۰\times۱۰^۶=۱۰^{۱۳}\times|q_۱|\Rightarrow|q_۱|=۴\times۱۰^{-۶}C=۴\mu C$$

B ۲۵۳۳ ۴

نکته در یک خازن با تغییر ولتاژ یا بار ذخیره شده در صفحات خازن، ظرفیت خازن تغییر نکرده و ثابت می‌ماند.

۱ ولتاژ (اختلاف پتانسیل) خازن ۱۰ درصد کاهش یافته است:

$$V_۲=V_۱-\frac{۱۰}{۱۰۰}V_۱\Rightarrow V_۲=۰/۹V_۱$$

۲ ظرفیت خازن ثابت است، بنابراین با توجه به تعریف ظرفیت خازن می‌توانیم بنویسیم.

$$\begin{cases}C_۲=\frac{Q_۲}{V_۲}\\ C_۱=\frac{Q_۱}{V_۱}\end{cases}\xrightarrow[V_۲=۰/۹V_۱]{C_۱=C_۲}\frac{Q_۲}{۰/۹V_۱}=\frac{Q_۱}{V_۱}\Rightarrow Q_۲=۰/۹Q_۱$$

بنابراین بار الکتریکی نیز مانند ولتاژ ۰/۹ مقدار اولیه شده یعنی ۱۰٪ کاهش یافته است.

نکته درصد تغییرات برابر است با: $\frac{\Delta Q}{Q_۱}\times۱۰۰$

$$\frac{\Delta Q}{Q_۱}\times۱۰۰=\frac{Q_۲-Q_۱}{U_۱}\times۱۰۰\xrightarrow{Q_۲=۰/۹Q_۱}$$

$$\text{درصد تغییرات}=\frac{-۰/۹Q_۱}{Q_۱}\times۱۰۰=-۱۰\%$$

کاهش

میانبر اگر تنها ولتاژ یا بار تغییر کند و ظرفیت خازن ثابت باشد، درصد تغییرات ولتاژ و بار یکسان خواهد بود.

برای به‌دست آوردن تغییرات انرژی ذخیره شده از رابطهٔ $U=\frac{۱}{۲}QV$ استفاده می‌کنیم، بنابراین:

$$U_۱=\frac{۱}{۲}Q_۱V_۱$$

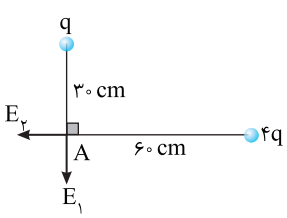
$$U_۲=\frac{۱}{۲}Q_۲V_۲=\frac{۱}{۲}(۰/۹Q_۱)(۰/۹V_۱)=۰/۸۱(\frac{۱}{۲}Q_۱V_۱)=۰/۸۱U_۱$$

درصد تغییرات انرژی برابر است با: $\frac{\Delta U}{U_۱}\times۱۰۰=\frac{۰/۸۱U_۱-U_۱}{U_۱}\times۱۰۰$

$$\text{درصد تغییرات}=-۰/۱۹\times۱۰۰=-۱۹\%$$

B ۲۵۳۴ ۳

مسئله ساده‌ای است. کافی است میدان هر بار را در نقطهٔ A توسط رابطه $E=kq/r^۲$ پیدا کنیم، چون دو میدان بر هم عمودند به کمک رابطهٔ فیثاغورس برایند آن‌ها به‌دست آورده برابر $۱۰۰۰\sqrt{۲}N/C$ قرار دهیم.



۱ میدان بار q در محل A برابر است با:

$$E=k\frac{q}{r^۲}=E_۱=۹\times۱۰^۹\times\frac{q}{(۳۰\times۱۰^{-۲})^۲}\Rightarrow E_۱=۱۰^{۱۱}q$$

۲ میدان بار ۴q را در محل A حساب می‌کنیم:

$$E=k\frac{q}{r^2}\Rightarrow E_2=9\times10^9\times\frac{4q}{(60\times10^{-2})^2}\Rightarrow E_2=10^{11}q$$

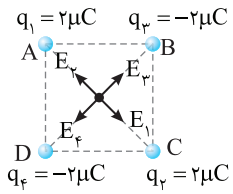
۳ میدان خالص خواهد شد:

$$E_t^2=E_1^2+E_2^2\Rightarrow(1000\sqrt{2})^2=(10^{11}q)^2+(10^{11}q)^2$$

$$2\times10^6=2\times(10^{22}\times q^2)\Rightarrow q^2=10^{-16}\Rightarrow q=10^{-8}C=10nC$$

B ۲۵۳۵ ۲

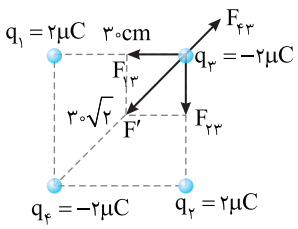
۱ در مرکز مربع میدان الکتریکی خالص صفر شده است. برای آنکه این اتفاق بیفتد، باید بارهای الکتریکی به شکل مقابل قرار داشته باشند تا میدان الکتریکی دو بار روبه‌روی هم در مرکز مربع یکدیگر را خنثی کنند.



۲ اندازه قطر مربع را حساب می‌کنیم:

$$AC=BD=\sqrt{30^2+30^2}=30\sqrt{2}cm$$

۳ نیرویی که بارهای q_2 و q_1 بر بار q_3 وارد می‌کنند، یکسان بوده و برابر است با:



$$F_{13}=F_{23}=k\frac{|q_1||q_3|}{r^2}\Rightarrow F_{13}=F_{23}=9\times10^9\times\frac{2\times10^{-6}\times2\times10^{-6}}{(30\times10^{-2})^2}$$

$$F_{13}=F_{23}=0/4N$$

۴ نیرویی که بار q_4 بر بار q_3 وارد می‌کند، خواهد شد:

$$F_{43}=k\frac{|q_4||q_3|}{r_{34}^2}=9\times10^9\times\frac{2\times10^{-6}\times2\times10^{-6}}{(30\sqrt{2}\times10^{-2})^2}\Rightarrow F_{43}=0/2N$$

۵ برایند دو نیروی F_{13} و F_{23} را حساب می‌کنیم.

$$F'=\sqrt{(0/4)^2+(0/4)^2}\Rightarrow F'=0/4\sqrt{2}\xrightarrow{\sqrt{2}=1/4}F'=0/4\times1/4=0/56$$

۶ برایند دو نیروی هم‌اندازه همواره در امتداد قطر مربع قرار می‌گیرد، از این‌رو نیروی خالص وارد بر بار q_3 خواهد شد:

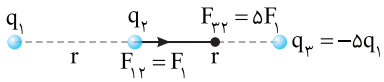
$$F_t=F'-F_{43}\Rightarrow F_t'=0/56-0/2\Rightarrow F_t=0/36N$$

اگر شما نیروی وارد بر هر بار را حساب کنید به همین جواب می‌رسید.

B ۲۵۳۶ ۲

برای حل این مسئله نیرویی که بار q_1 بر q_2 وارد می‌کند را برابر F_1 در نظر می‌گیریم.

در این صورت نیروی وارد بر q_2 توسط $q_3=5q_1$ ۵ برابر F_1 می‌شود.



($F_3=5F_1$) زیرا فاصلهٔ q_3 و q_1 تا q_2 برابر است اما بار q_3، ۵ برابر q_1 است.

با توجه به فرض مسئله نیروی خالص وارد بر q_2 برابر F است یعنی می‌توان نوشت:

$$F=F_1+5F_1\Rightarrow F=6F_1\ (I)$$

نیروی بین دو بار الکتریکی با توجه به قانون کولن ($F=kq_1q_2/r^2$) با فاصله دو بار نسبت وارون دارد، یعنی وقتی فاصله q_3 تا q_2، $\frac{4r}{5}$ کم شده و برابر $r-\frac{4r}{5}=\frac{r}{5}$ می‌شود، نیروی آن ۲۵ ($F_3'=25F_3$) برابر می‌شود. در این حالت نیروی خالص وارد بر q_2 خواهد شد:

$$F'=F_1+25F_3\xrightarrow{F_3=5F_1}F'=F_1+125F_1=126F_1\qquad(II)$$

با توجه به رابطهٔ I و II خواهیم داشت:

$$\frac{F'}{F}=\frac{126F_1}{6F_1}=21$$

B ۲۵۳۷ ۳

به صورت مسئله دقت کنید. با حرکت بار الکتریکی از پتانسیل $V_1=30V$ به پتانسیل $V_2=80V$، انرژی جنبشی ذرهٔ باردار ۲mJ افزایش یافته است. یعنی انرژی پتانسیل الکتریکی آن ۲mJ کاهش یافته است که این انرژی به انرژی جنبشی ذره تبدیل شده است. با توجه به تعریف اختلاف پتانسیل بین دو نقطه خواهیم داشت:

$$\Delta V=\frac{\Delta U}{q}\xrightarrow{\Delta U=-2\times10^{-3}J}80-30=\frac{-2\times10^{-3}}{q}$$

$$q=\frac{-2\times10^{-3}}{50}\Rightarrow q=-0/04\times10^{-3}\Rightarrow q=-40\mu C$$

B ۲۵۳۸ ۱

در حل این مسائل ابتدا شما باید دقت کنید که خازن پس از شارژ از باتری جدا شده یا نه؟ اگر جدا شده باشد بار روی صفحات خازن ثابت است (ثابت$=q$) و اگر همچنان به باتری متصل باشد ولتاژ دو سر خازن ثابت است (ثابت$=V$)

۱ با خروج عایق از بین صفحات خازن، ظرفیت خازن کاهش می‌یابد.

$$C=\kappa\varepsilon_0\frac{A}{d}\Rightarrow\frac{C}{C'}=\kappa\xrightarrow{\kappa=2}C'=\frac{1}{2}C$$

$$C'=\varepsilon_0\frac{A}{d}$$

۲ با توجه به تعریف ظرفیت خازن خواهیم داشت:

$$V=\frac{Q}{C}\Rightarrow\frac{V'}{V}=\frac{C}{C'}\xrightarrow{C'=\frac{1}{2}C}\frac{V'}{V}=\frac{C}{\frac{1}{2}C}\Rightarrow V'=2V$$

۳ از رابطهٔ انرژی خازن $U=\frac{Q^2}{2C}$ استفاده می‌کنیم.

$$\begin{cases}U=\frac{Q^2}{2C}\\U'=\frac{Q^2}{2C'}\end{cases}\Rightarrow\frac{U'}{U}=\frac{C}{C'}\Rightarrow\frac{U'}{U}=\frac{C}{\frac{1}{2}C}=2$$

بنابراین گزینهٔ (۱) درست است.

A ۲۵۳۹ ۴

نکته در پدیدهٔ ابررسانایی مقاومت ویژه در دمای خاصی به صورت ناگهانی به صفر افت می‌کند و در دماهای پایین‌تر همچنان صفر می‌ماند.

چون این پدیده به صورت ناگهانی رخ می‌دهد عبارت «شیب ثابت» در این گزینه یعنی تغییر تدریجی مقاومت بنابراین گزینهٔ (۱) نادرست است.

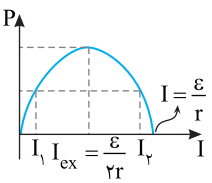
در این پدیده مقاومت ویژه ناگهان افت می‌کند و نه افزایش و گزینهٔ (۲) نادرست است.

با کم شدن دما پس از پدیدهٔ ابررسانایی همچنان مقاومت صفر است و دوباره افزایش نمی‌یابد و گزینهٔ (۳) نادرست است.

با توجه به نکتهٔ بیان شده گزینهٔ (۴) درست است.

B ۲۵۴۰ ۴

نکته نمودار توان خروجی برحسب جریان $P=\varepsilon I-rI^2$ سهمی شکل بوده و در نمودار سهمی نسبت به محور قائم گذرنده از رأس متقارن است از این‌رو:



$$I_{ex}=\frac{I_1+I_2}{2}$$

در صورت سؤال بیان شده که در جریان‌های ۳A و ۵A، توان خروجی یکسان است:

$$I_{ex}=\frac{۳+۵}{۲}=۴A$$

نکته بیشینه توان خروجی زمانی است که مقاومت داخلی و خارجی با هم برابر باشند، بنابراین: $I=\frac{\varepsilon}{R+r}\xrightarrow{R=r}I_{ex}=\frac{\varepsilon}{۲r}$

با توجه به جریان I_{ex} و نکته بالا، مقاومت داخلی را حساب می‌کنیم:

$$I_{ex}=\frac{\varepsilon}{۲r}\Rightarrow ۴=\frac{\varepsilon}{۲r}\Rightarrow \varepsilon=۸r$$

هنگامی که ولت سنج عدد صفر را نشان دهد یعنی اختلاف پتانسیل دو سر باتری صفر شده است: $V=\varepsilon-rI\xrightarrow{V=۰}I=\frac{\varepsilon}{r}\xrightarrow{\varepsilon=۸r}I=۸A$

آمپرسنج $I=۸A$ را نشان می‌دهد.

میانبر همواره به ازای جریان $I=\frac{\varepsilon}{r}$ اختلاف پتانسیل دو سر باتری صفر می‌شود. جریان $I_{ex}=۴A$ بوده و دو برابر این جریان یعنی $۸A$ جریانی است که اختلاف پتانسیل صفر می‌شود.

B ۳ ۲۵۴۱

خط فکری مسئله را باید با دو نکته زیر حل کنیم:

۱) در مقاومت‌های موازی، توان با مقاومت نسبت وارون دارد. $\frac{P_۲}{P_۱}=\frac{R_۱}{R_۲}$

۲) در مقاومت‌های متوالی، توان با مقاومت نسبت مستقیم دارد. $\frac{P_۲}{P_۱}=\frac{R_۲}{R_۱}$

باید از مقاومت $R_۳=R$ شروع کنیم و توان این مقاومت را P فرض کنیم و براساس آن توان تک‌تک شاخه‌ها را بررسی کنیم.

مدار را به شکل ساده‌تری رسم می‌کنیم.

۱ توان مقاومت $R_۳$، P است مقاومت $R_{۱۲}=۲R$ با $R_۳$ موازی بنابراین توان مصرفی در شاخه $R_۱$ و $R_۲$ نصف P $(\frac{P}{۲})$ است.

۲ مجموع توان مصرفی در کل مقاومت $R_۱$ و $R_۲$ و $R_۳$ برابر است با:

$$P+\frac{P}{۲}=۳\frac{P}{۲}$$

۳ مقاومت معادل $R_۱$ و $R_۲$ و $R_۳$ را حساب می‌کنیم

$$\frac{۱}{R_{۱۲۳}}=\frac{۱}{۲R}+\frac{۱}{R}\Rightarrow R_{۱۲۳}=\frac{۲R}{۳}$$

۴ مقاومت $R_{۱۲۳}$ با مقاومت $R_۴$ متوالی است و دو مقاومت برابرند بنابراین توان $R_۴$ نیز $\frac{۳P}{۲}$ است.

۵ کل توان $R_۱$ و $R_۲$ و $R_۳$ و $R_۴$ برابر است با: $\frac{۳P}{۲}+\frac{۳P}{۲}=۳P$

۶ جالب شد با توجه به فرض مسئله توان مقاومت $R_۳$، $\frac{۱}{۳}$ توان مقاومت $R_۵$ است یعنی $P_۳=\frac{۱}{۳}P_۵\Rightarrow P_۵=۳P_۳\xrightarrow{P_۳=P}P_۵=۳P$

کل توان شاخه شامل $R_{۱۲۳۴}$ با توان شاخه شامل $R_۵$ که با آن موازی است برابر شده است یعنی مقاومت $R_۵$ برابر مقاومت معادل $R_{۱۲۳۴}$ است.

$$R_{۱۲۳۴}=\frac{۲}{۳}R+\frac{۲}{۳}R\Rightarrow R_۵=\frac{۴}{۳}R$$

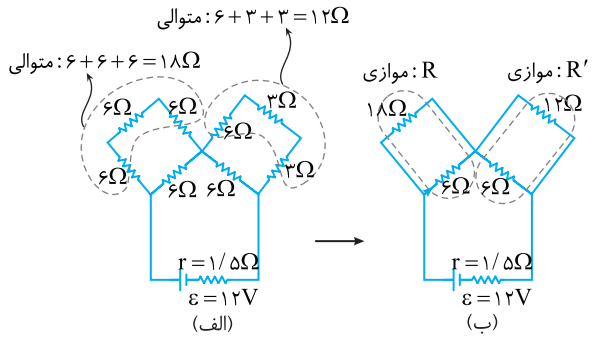
دو مقاومت $R_۵$ و $R_{۱۲۳۴}$ موازی‌اند، بنابراین مقاومت معادل مدار برابر است با:

$$\frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۳}{۴R}+\frac{۳}{۴R}\Rightarrow R_{eq}=\frac{۲}{۳}R$$

B ۳ ۲۵۴۲

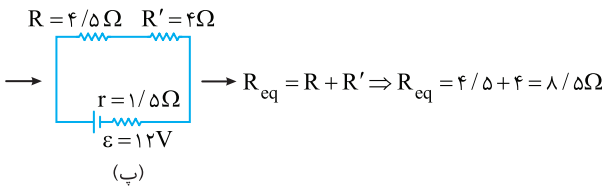
خط فکری در سؤالاتی که مقدار تمام مقاومت‌ها و نیرو محرکه داده شده است، ابتدا مقاومت معادل را حساب کرده و در گام بعدی جریان کل $I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}$ را حساب می‌کنیم و در گام آخر جریان شاخهٔ خواسته شده را با تقسیم جریان به‌دست می‌آوریم.

۱ ابتدا مقاومت معادل را حساب می‌کنیم:



مقاومت‌های R و R' متوالی‌اند:

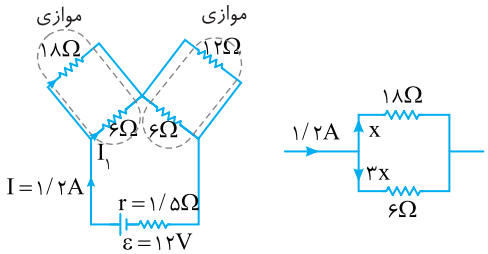
$$\frac{۱}{R}=\frac{۱}{۱۸}+\frac{۱}{۶}=\frac{۴}{۱۸}\Rightarrow R=۴/۵\Omega\ ,\ \frac{۱}{R'}=\frac{۱}{۱۲}+\frac{۱}{۶}=\frac{۳}{۱۲}\Rightarrow R'=۴\Omega$$



$$\rightarrow R_{eq}=R+R'\Rightarrow R_{eq}=۴/۵+۴=۸/۵\Omega$$

۲ جریان مدار را حساب می‌کنیم: $I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{۱۲}{۸/۵+۱/۵}=۱/۲A$

با توجه به مدار شکل (ب) جریان $I_۱$ خواسته شده را حساب می‌کنیم. دقت کنید در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت عکس مقدار مقاومت‌ها تقسیم می‌شود یعنی جریان $I=۱/۲A$ بین دو مقاومت ۶Ω و ۱۸Ω به نسبت عکس مقاومت‌ها تقسیم می‌شود و اگر به مقاومت ۱۸Ω جریان x برسد به مقاومت ۶Ω که مقدار آن $\frac{۱}{۳}$، مقاومت ۱۸Ω است، جریان $۳x$ خواهد رسید.



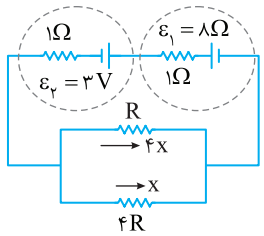
$$x+۳x=۱/۲\Rightarrow x=۰/۳A\ ,\ I_۱=۳x\Rightarrow I_۱=۰/۹A$$

B ۱ ۲۵۴۳

خط فکری با توجه به بزرگ‌تر بودن $\varepsilon_۱$ از $\varepsilon_۲$ و خلاف جهت یکدیگر بودن آن‌ها، جهت جریان در جهت جریان خروجی از (۱) بوده و پادساعتگرد است. جریان به قطب مثبت باتری (۲) وارد شده و این باتری در حال شارژ بوده و اختلاف پتانسیل آن از رابطهٔ $v=\varepsilon+rI$ به‌دست می‌آید.

۱ اختلاف پتانسیل دو سر باتری $\varepsilon_۲$ برابر است با:

$$V_۲=\varepsilon_۲+Ir\xrightarrow{V=۳/۵V}۳/۵=۳+I\times۱\Rightarrow I=۰/۵A$$



۲ مقاومت معادل مدار برابر است با:

$$R_{eq}=\frac{R\times 4R}{R+4R}\Rightarrow R_{eq}=\frac{4}{5}R$$

۳ با داشتن جریان مدار مقدار R را حساب می‌کنیم:

$$I=\frac{\varepsilon_1-\varepsilon_2}{R_{eq}+r_1+r_2}\Rightarrow 0/5=\frac{8-3}{\frac{4}{5}R+2}\Rightarrow\frac{4}{5}R+2=10\Rightarrow\frac{4}{5}R=8\Rightarrow R=10\Omega$$

۴ در شاخه‌های موازی جریان به نسبت وارون مقاومت‌ها تقسیم می‌شود.

یعنی اگر جریان مقاومت ۴R برابر x باشد، جریان مقاومت R برابر ۴x است، از این‌رو خواهیم داشت:

$$I=x+4x\Rightarrow 0/5=x+4x\Rightarrow x=0/1A$$

بنابراین جریان مقاومت R برابر $4\times 0/1=0/4A$ بوده و توان مصرفی آن خواهد شد:

$$P=RI^2\Rightarrow P=10\times(0/4)^2=1/6W$$

راه دوم: توان خروجی باتری (۱) و توان ورودی به باتری (۲) را حساب می‌کنیم:

جریان را با توجه به روش قبل، ۰/۵ آمپر به‌دست می‌آوریم.

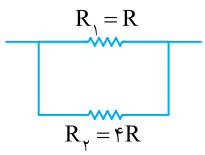
$$P_1=\varepsilon_1 I-r_1I^2\Rightarrow P_1=8\times 0/5-1\times(0/5)^2=3/75W$$

$$P_2=\varepsilon_2 I+r_2I^2\Rightarrow P_2=3\times 0/5+1\times(0/5)^2=1/75W$$

از ۳/۷۵ وات توان خروجی باتری (۱)، ۱/۷۵ W را باتری (۲) مصرف می‌کند، بنابراین دو مقاومت خارجی توان ۲W را مصرف خواهند کرد:

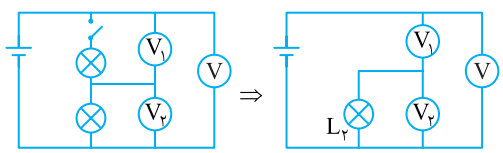
$$\begin{cases}P_1=\frac{V^2}{R}\\ P_2=\frac{V^2}{4R}\end{cases}\Rightarrow\frac{P_1}{P_2}=4\Rightarrow P_1=4P_2$$

$$P_1+P_2=2\Rightarrow 5P_2=2\Rightarrow P_2=0/4W\ ,\ P_1=1/6W$$



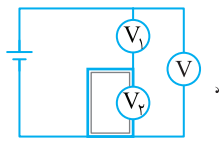
B ۲۵۴۴ ۲

هنگامی که کلید K_1 باز می‌شود، شاخهٔ دارای کلید K_1 حذف شده و شکل مدار به صورت زیر خواهد شد:

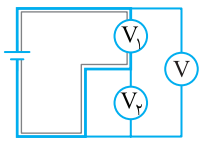


با توجه به شکل لامپ L_2 با ولت‌سنج V_1 متوالی شده و جریانی از آن عبور نمی‌کند و در واقع این لامپ نیز روشن نبوده و اختلاف پتانسیلی ایجاد نمی‌کند و مانند سیم عمل خواهد کرد.

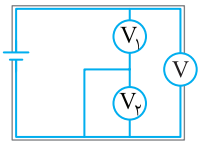
دو سر ولت‌سنج V_2 به هم وصل شده و صفر را نشان می‌دهند، اما ولت‌سنج‌های V_1 و V به دو سر باتری وصل بوده و نیرومحرکه را نشان می‌دهند. شکل اتصال این سه ولت‌سنج را در زیر کشیده‌ایم:



دوسر ولت‌سنج V_1 به باتری وصل بوده و چون مدار جریانی ندارد. $V_1=\varepsilon$



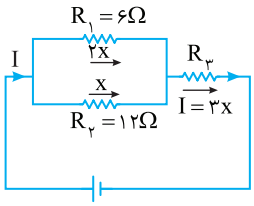
دوسر ولت‌سنج V_2 با سیم به‌هم وصل بوده و $V_2=0$ است.



دوسر ولت سنج V به باتری وصل بوده و $V=\varepsilon$ را نشان می‌دهد.

B ۲۵۴۵ ۳

در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت وارون مقاومت‌ها تقسیم می‌شود. اگر جریان مقاومت $R_2=12\Omega$ را x در نظر بگیریم، جریان مقاومت $R_1=6\Omega$ برابر 2x می‌شود و جریان مدار خواهد شد:



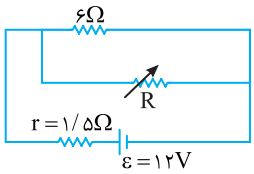
$$I=x+2x=3x$$

با توجه به فرض مسئله توان مصرفی در مقاومت R_3، ۶ برابر توان مصرفی در مقاومت R_2 است، بنابراین:

$$P_3=6P_2\xrightarrow{P=RI^2}R_3(3x)^2=6\times 12(x)^2\Rightarrow 9R_3=6\times 12\Rightarrow R_3=8\Omega$$

B ۲۵۴۶ ۴

حالت اول: وقتی مقاومت متغیر صفر است.



سبب اتصال کوتاه باتری شده و اختلاف پتانسیل دو سر باتری صفر می‌شود:

$$I=\frac{\varepsilon}{r+0}=\frac{\varepsilon}{r}\Rightarrow V=\varepsilon-rI=0$$

حالت دوم: وقتی مقاومت متغیر 18Ω می‌شود، این مقاومت با مقاومت 6Ω موازی بوده و مقاومت معادل مدار خواهد شد:

$$R_{eq}=\frac{6\times 18}{6+18}\Rightarrow R_{eq}=4/5\Omega$$

جریان مدار خواهد شد:

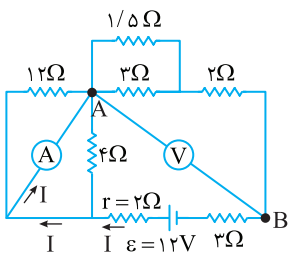
$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{12}{4/5+1/5}\Rightarrow I=2A$$

ولتاژ دو سر باتری برابر است با:

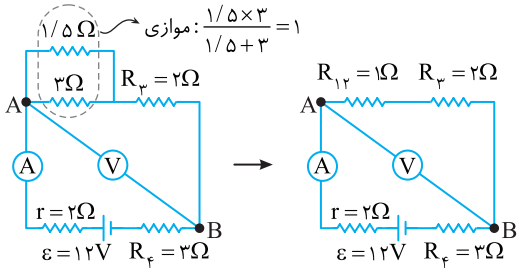
$$V=\varepsilon-Ir\Rightarrow V=12-2\times 1/5\Rightarrow V=9V$$

B ۲۵۴۷ ۳

خط فکری آمپرسنج آرمانی دارای مقاومت ناچیز است و ولت‌سنج آرمانی دارای مقاومت بسیار بزرگی است. ابتدا باید شما به نحوهٔ بسته شدن آمپرسنج و ولت‌سنج در مدار دقت کنید. سپس مقاومت معادل و جریان مدار را حساب کنید.



۱ آمپرسنج با مقاومت‌های 12Ω و 4Ω موازی بسته شده و باعث اتصال کوتاه این دو مقاومت می‌شود و این دو مقاومت از مدار حذف شده و مدار به شکل ساده زیر در می‌آید. در این حالت آمپرسنج جریان کل مدار را نشان می‌دهد.



۲ مقاومت معادل مدار خواهد شد:

$R_{eq}=۱+۲+۳=۶\Omega$

۳ جریان مدار را حساب می‌کنیم:

$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{۱۲}{۶+۲}\Rightarrow I=۱/۵A$

بنابراین آمپرسنج ۱/۵A را نشان می‌دهد.

۴ ولت‌سنج بین دو نقطهٔ AB بسته شده و اختلاف پتانسیل بین دو نقطهٔ A و B را نشان می‌دهد، بنابراین ابتدا مقاومت معادل بین B و A را حساب می‌کنیم:

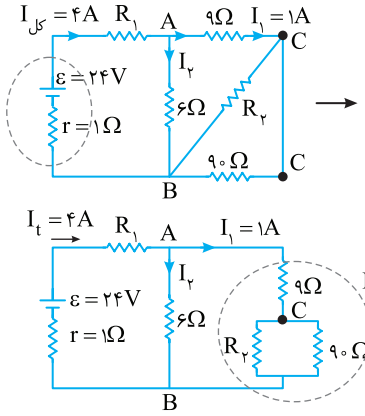
$R_{AB}=R_{۱۲}+R_۳=۱+۲=۳\Omega$

عددی که ولت‌سنج نشان می‌دهد خواهد شد:

$V_{AB}=IR_{AB}\Rightarrow V_{AB}=۱/۵\times۳=۴/۵V$

B ۲۵۴۸ ۲

خط فکری شکل مدار را ساده‌تر رسم کنید تا بتوانید تقسیم جریان در هر شاخه را راحت‌تر درک کنید. مقاومت $R_۲$ و ۹۰Ω موازی و با مقاومت ۹Ω متوالی هستند و مجموعهٔ آن‌ها با مقاومت ۶Ω موازی است.



۱ جریان کل مدار ۴A وقتی به نقطهٔ A می‌رسد، به دو شاخه $I_۱=۱A$ و $I_۲$ تقسیم می‌شود بنابراین جریان $I_۲$ خواهد شد:

$I_t=I_۱+I_۲\Rightarrow ۴=۱+I_۲\Rightarrow I_۲=۳A$

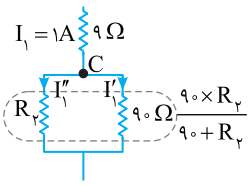
۲ مقاومت ۶Ω با مقاومت R' موازی است و اختلاف پتانسیل دو سر آن‌ها برابر V_{AB} است. بنابراین می‌توان نوشت:

$I_۲\times۶=I_۱\times R'\Rightarrow ۳\times۶=۱\times R'\Rightarrow R'=۱۸\Omega$

به مقاومت R' نگاه کنید. در آن یک مقاومت ۹Ω با مقاومت معادل $R_۲$ و ۹۰Ω متوالی است:

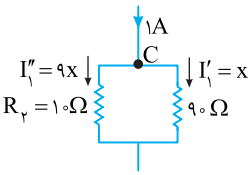
$R'=۹+\frac{۹۰\times R_۲}{۹۰+R_۲}\Rightarrow ۱۸=۹+\frac{۹۰\times R_۲}{۹۰+R_۲}$

$۹=\frac{۹۰\times R_۲}{۹۰+R_۲}\Rightarrow ۱=\frac{۱۰R_۲}{۹۰+R_۲}\Rightarrow ۹۰+R_۲=۱۰R_۲\Rightarrow R_۲=۱۰\Omega$



جریان $I_۱$ در نقطهٔ C به دو جریان $I'_۱$ و $I''_۱$ تقسیم می‌شود. در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت وارون مقاومت‌ها تقسیم می‌شود.

یعنی اگر جریان مقاومت ۹۰Ω را با حرف x نمایش دهیم جریان مقاومت ۱۰Ω برابر $۹x$ می‌شود در این صورت:



$۱A=x+۹x\Rightarrow I'_۱=x=۰/۱A$

$I''_۱=۱-۰/۱=۰/۹A$

یادآوری توان مصرفی در یک مقاومت از رابطه‌های زیر به‌دست می‌آید:

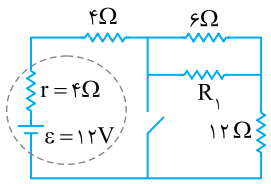
$P=VI=\frac{V^۲}{R}=RI^۲$

از رابطهٔ $P=RI^۲$ توان مصرفی را حساب می‌کنیم:

$P_۲=R_۲I''^۲_۱\Rightarrow P_۲=۱۰\times(۰/۹)^۲\Rightarrow P_۲=۸/۱W$

B ۲۵۴۹ ۳

خط فکری اختلاف پتانسیل دو سر باتری برابر است با $V=\varepsilon-Ir$ با بستن کلید ولتاژ دو سر باتری ۴۰٪ کاهش می‌یابد یعنی $V_۲=۰/۶V_۱$ است. از طرفی با بستن کلید سه مقاومت ۶Ω و $R_۱$ و ۱۲Ω اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شود و تنها مقاومت ۴Ω در مدار باقی می‌ماند. اکنون با توجه به این نکات شما می‌توانید در چند مرحله مسئله را حل کنید.



۱ جریان مدار در حالت اول و دوم را به ترتیب $I_۱$ و $I_۲$ می‌نامیم بنابراین:

$V_۲=۰/۶V_۱\xrightarrow{V=\varepsilon-Ir}\varepsilon-I_۲r=۰/۶(\varepsilon-I_۱r)$

$۱۲-۴I_۲=۰/۶(۱۲-۴I_۱)\Rightarrow ۱۲-۴I_۲=۷/۲-۲/۴I_۱$

$\xrightarrow{\text{دو طرف را به ۴ تقسیم می‌کنیم}}۳-I_۲=۱/۸-۰/۶I_۱$

$\Rightarrow I_۲-۰/۶I_۱=۱/۲\quad(I)$

۲ در حالتی که کلید را می‌بندیم جریان مدار را حساب می‌کنیم. در این حالت در اثر اتصال کوتاه، تنها مقاومت مدار ۴Ω است.

$I_۲=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I_۲=\frac{۱۲}{۴+۴}\Rightarrow I_۲=۱/۵A$

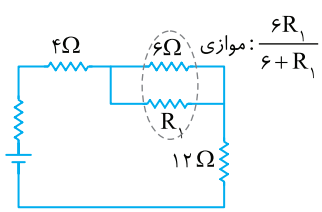
۳ $I_۲$ را در رابطهٔ (I) جای‌گذاری می‌کنیم تا $I_۱$ را به‌دست بیاوریم.

$۱/۵-۰/۶I_۱=۱/۲\Rightarrow ۰/۳=۰/۶I_۱\Rightarrow I_۱=۰/۵A$

۴ مقاومت معادل مدار در حالت اول را به کمک جریان به‌دست می‌آوریم:

$I_۱=\frac{\varepsilon}{R_{eq_۱}+r}\Rightarrow ۰/۵=\frac{۱۲}{R_{eq_۱}+۴}\Rightarrow R_{eq_۱}=۲۰\Omega$

۵ با توجه به شکل زیر مقاومت معادل خواهد شد:



$$R_{eq_1}=۴+\frac{۶R_1}{۶+R_1}+۱۲\xrightarrow{R_{eq_1}=۲۰\Omega}۲۰=۱۶+\frac{۶R_1}{۶+R_1}\Rightarrow ۴=\frac{۶R_1}{۶+R_1}$$

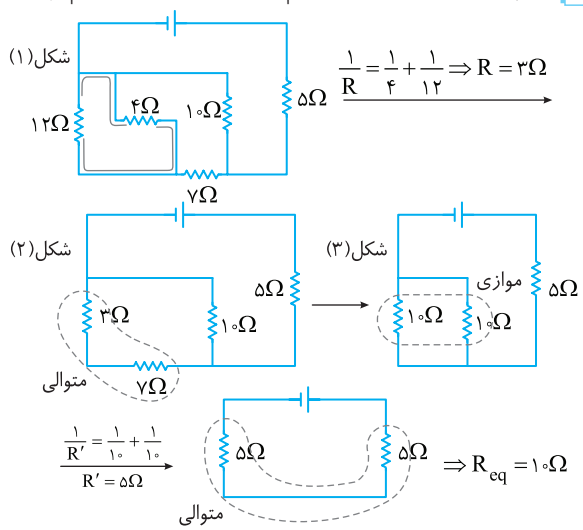
$$۱=\frac{۱/۵R_1}{۶+R_1}\Rightarrow ۶+R_1=۱/۵R_1\Rightarrow ۰/۵R_1=۶\Rightarrow R_1=۱۲\Omega$$

خوب خسته نباشید. این تست جز تست‌هایی است که باید آخر کار به سراغ آن بروید.

B ۲ ۲۵۵۰

خط فکری در سؤالاتی که مقدار تمام مقاومت‌ها، مقاومت درونی و نیرو محرکه داده شده، ابتدا مقاومت معادل را حساب کرده در گام بعدی جریان مدار را حساب می‌کنیم $\left(I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\right)$ و در گام آخر با تقسیم جریان، جریان شاخهٔ خواسته شده را به‌دست می‌آوریم.

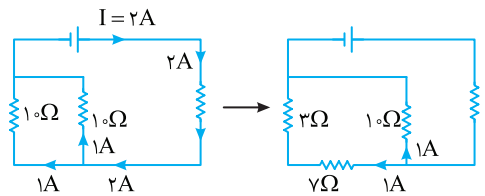
۱ دو سر مقاومت‌های ۴Ω و ۱۲Ω به هم بسته شده و این دو مقاومت باهم موازی‌اند:



۲ جریان مدار را حساب می‌کنیم:

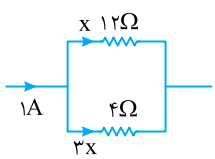
$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\xrightarrow[r=۰,\varepsilon=۲۰V]{R_{eq}=۱۰\Omega}I=\frac{۲۰}{۱۰+۰}=۲A$$

۳ دوباره به سراغ چگونگی به هم بستن مقاومت‌ها می‌رویم. مقاومت ۴Ω و ۱۲Ω باهم موازی بوده و معادل آن‌ها با مقاومت ۷Ω متوالی است و معادل هر سه مقاومت ۱۲Ω، ۴Ω و ۷Ω با مقاومت ۱۰Ω موازی است. تقسیم جریان را از شکل (۳) آغاز می‌کنیم:



پس به مقاومت ۳Ω که معادل دو مقاومت موازی ۱۲Ω و ۴Ω است جریان ۱A می‌رسد.

نکته در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت عکس مقدار مقاومت‌ها تقسیم می‌شود.



$$x+۳x=۱\Rightarrow x=\frac{۱}{۴}A$$

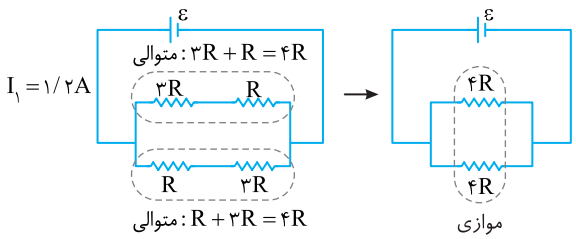
جریان عبوری از مقاومت ۴Ω خواهد شد:

$$I_{۴\Omega}=۳x\Rightarrow I_{۴\Omega}=۳\times\frac{۱}{۴}=\frac{۳}{۴}A$$

B ۴ ۲۵۵۱

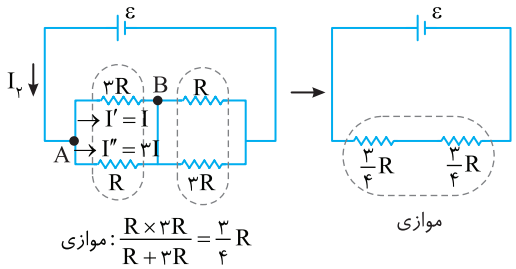
آمپرسنج، جریان کل مدار را نشان می‌دهد و ولتاژ دو سر کل مدار ثابت و برابر ε است، به سراغ قانون اهم $I=\frac{V}{R}=\frac{\varepsilon}{R}$ می‌رویم. جریان مدار با مقاومت مدار رابطه وارون دارد یعنی $\frac{I_۲}{I_۱}=\frac{R_{۱eq}}{R_{۲eq}}$ بنابراین باید مقاومت معادل در دو حالت را به‌دست بیاوریم.

حالت اول: کلید باز:



$$R_{۱eq}=\frac{۴R}{۲}=۲R$$

حالت دوم: کلید بسته:



$$R_{۲eq}=\frac{۳}{۴}R+\frac{۳}{۴}R=\frac{۳}{۲}R$$

اکنون می‌توان $I_۲$ را حساب کرد.

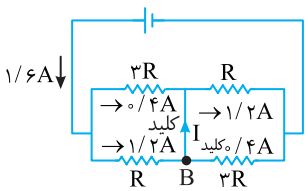
$$\frac{I_۲}{I_۱}=\frac{۲R}{\frac{۳}{۲}R}\xrightarrow{I_۱=۱/۲A}\frac{I_۲}{۱/۲}=\frac{۴}{۳}\Rightarrow I_۲=۱/۶A$$

در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت وارون مقاومت‌ها تقسیم می‌شود، یعنی اگر جریان مقاومت ۳R برابر I باشد، جریان مقاومت R، ۳I است، بنابراین در انشعاب A خواهیم داشت:

$$I'+I''=I_۲\Rightarrow ۳I+I=I_۲\Rightarrow ۴I=۱/۶$$

$$I=۰/۴A\ ,\ I'=۰/۴A\ ,\ I''=۱/۲A$$

اکنون با نوشتن قاعدهٔ انشعاب برای نقطهٔ B مسیر کلید I را حساب می‌کنیم.

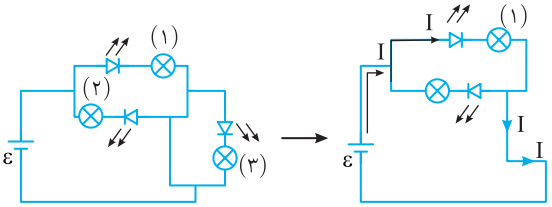


$$۱/۲=I_{کلید}+۰/۴\Rightarrow I_{کلید}=۰/۸A$$

B ۱ ۲۵۵۲

یادآوری دیود یکسوکننده بوده و جریان تنها از یک جهت آن عبور می‌کند:

در مدار شکل دو سر دیود و لامپ (۳) با یک سیم بدون مقاومت به هم وصل شده و در واقع دیود و لامپ (۳) اتصال کوتاه بوده و از مدار حذف می‌شود:



با توجه به جهت قرارگیری باتری و اینکه جریان از قطب مثبت خارج می‌شود، جریان از

شاخهٔ بالایی یعنی دیود و لامپ (۱) عبور می‌کند و جریان نمی‌تواند از دیود (۲) عبور کند و لامپ (۲) خاموش خواهد بود.

B ۱ ۲۵۵۳

در حل این مسائل مرحله به مرحله جلو می‌رویم.

۱ با کاهش مقاومت R، جریان کلی مدار افزایش می‌یابد. $(\uparrow I=\frac{\varepsilon}{\downarrow R+r})$

۲ با توجه به نحوهٔ اتصال دو باتری در مدار و فرض مسئله $(\varepsilon_2<\varepsilon_1)$، باتری ε_1، مولد جریان و باتری ε_2 مصرف‌کننده است.

۳ ولتاژ دو سر باتری (۱)، با افزایش جریان I، کاهش می‌یابد $(\downarrow V_1=\varepsilon_1-\uparrow Ir_1)$

۴ توان ورودی باتری (۲) یعنی $P=\varepsilon I+rI^2$ با افزایش I افزایش می‌یابد.

B ۳ ۲۵۵۴

در صورت مسئله بیان شده که با بستن کلید K، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت 6Ω دو برابر شده است، یعنی با توجه به قانون اهم $(V=IR)$ باید جریان مدار دو برابر شده باشد. $(I'=2I)$ بنابراین جریان مدار در دو حالت را باید حساب کنیم. البته ابتدا مقاومت معادل را به‌دست می‌آوریم.

کلید باز:

مقاومت 12Ω و R_1 موازی بوده و معادل آن‌ها با مقاومت 6Ω و 4Ω متوالی است.

موازی: $\frac{12\times R_1}{12+R_1}$

$$R_{eq}=6+\frac{12\times R_1}{12+R_1}+4$$

$$R_{eq}=10+\frac{12R_1}{12+R_1}=\frac{120+10R_1+12R_1}{12+R_1}\Rightarrow R_{eq}=\frac{120+22R_1}{12+R_1}$$

جریان مدار خواهد شد:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{4/5}{\frac{120+22R_1}{12+R_1}+2}$$

کلید بسته:

با اتصال کلید K تمام مقاومت‌های شاخهٔ سمت راست اتصال کوتاه شده و تنها مقاومت مدار همان مقاومت 6Ω خواهد بود.

$R'_{eq}=6\Omega$

جریان مدار خواهد شد:

$$I'=\frac{\varepsilon}{R'_{eq}+r}\Rightarrow I'=\frac{4/5}{6+2}\Rightarrow I'=\frac{4/5}{8}A$$

با توجه به فرض مسئله $I'=2I$ خواهیم داشت:

$$\frac{4/5}{8}=2\times\frac{4/5}{\frac{120+22R_1}{12+R_1}+2}\Rightarrow 8=\frac{1}{2}\times\left(\frac{120+22R_1}{12+R_1}+2\right)\Rightarrow 8=\frac{60+11R_1}{12+R_1}+1$$

$$7=\frac{60+11R_1}{12+R_1}\Rightarrow 84+7R_1=60+11R_1\Rightarrow 24=4R_1\Rightarrow R_1=6\Omega$$

B ۳ ۲۵۵۵

خط فکری با توجه به سؤال جرم ذره ناچیز بوده و در واقع از نیروی وزن وارد بر جسم صرف‌نظر شده است. ابتدا اندازه و جهت نیروی الکتریکی و نیروی مغناطیسی که از طرف میدان الکتریکی و مغناطیسی به ذره وارد می‌شود را به‌دست می‌آوریم و اگر این دو نیرو هم‌جهت باشند نیروی خالص مجموع آن‌ها و اگر این نیرو خلاف جهت هم باشند نیروی خالص تفاضل آن‌ها و اگر برهم عمودند، نیروی خالص از فیثاغورس به‌دست می‌آید.

یادآوری اندازهٔ نیروی مغناطیسی و نیروی الکتریکی از طرف میدان‌های مغناطیسی و الکتریکی از رابطه‌های زیر به‌دست می‌آید:

نیروی مغناطیسی	نیروی الکتریکی
$F=\lvert q\rvert vB\sin\alpha$ (زاویهٔ بین میدان مغناطیسی و جهت حرکت ذره)	$F_E=E\lvert q\rvert$

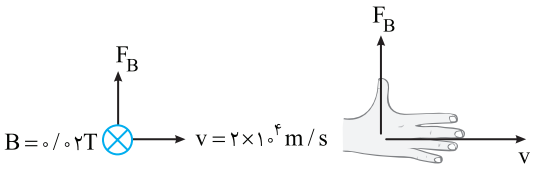
۱ نیروی مغناطیسی: ذره عمود بر خطوط میدان مغناطیسی در حال حرکت است

$$F_B=qvB\Rightarrow F_B=2\times10^{-6}\times2\times10^{4}\times2\times10^{-2}$$

بنابراین $\alpha=90^\circ$ است:

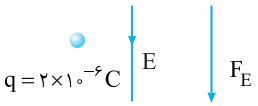
$$\Rightarrow F_B=8\times10^{-4}N=0/8\times10^{-3}N$$

جهت نیروی مغناطیسی با توجه به قاعدهٔ دست راست مشخص می‌شود. چهار انگشت دست راست را در جهت حرکت ذره به سمت راست گرفته به‌طوری که خم شدن انگشت‌ها جهت میدان مغناطیسی (درونسو) را نشان دهد، حال جهت شست (روبه‌بالا) جهت نیروی مغناطیسی می‌شود:



۲ نیروی الکتریکی: $F_E=Eq\Rightarrow F_E=500\times2\times10^{-6}=10^{-3}N$

ذره دارای بار مثبت است پس نیروی الکتریکی و میدان الکتریکی هم‌جهت‌اند.

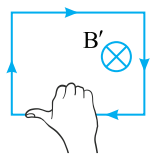


دو نیرو خلاف جهت هم‌اند، بنابراین نیروی خالص وارد بر ذره برابر است با:

$$F_T=F_E-F_B\Rightarrow F_T=10^{-3}-0/8\times10^{-3}=0/2\times10^{-3}=2\times10^{-4}N$$

B ۲ ۲۵۵۶

خط فکری مقدار نیرو محرکه القایی را با توجه به قانون القای فاراده $\bar{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ به‌دست می‌آوریم که مدت زمان 1ms و تغییر شار $0/02Wb$ در حال کاهش داده شده است. جهت جریان القایی هم با توجه به قانون لنز به‌دست می‌آید. جهت جریان باید به گونه‌ای باشد که با کاهش شار که حاصل از خروج قاب از میدان است مخالفت کند.



قاب در حال خارج شدن بوده پس شار در حال کاهش است و میدان مغناطیسی القایی با کاهش شار مخالفت کرده و هم‌جهت با B به صورت درونسو القا می‌شود حال با توجه به جهت میدان القایی و قاعدهٔ دست راست، جهت جریان القایی قاب را به‌دست می‌آوریم:

چهار انگشت خم شدهٔ دست راست را در جهت میدان القایی درونسو گرفته در این حالت جهت جریان در جهت شست دست راست قرار دارد و ساعتگرد است.

با استفاده از قانون القای فاراده، نیرو محرکه را به‌دست می‌آوریم:

$$\bar{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\xrightarrow[\Delta t=1ms=10^{-3}s]{N=1,\Delta\Phi=-0/02Wb}\bar{\varepsilon}=-1\times\frac{(-0/02)}{10^{-3}}=20V$$

B ۱ ۲۵۵۷

خط فکری آلفا ذره‌ای با دو پروتون و دو نوترون بوده یعنی دارای بار مثبت $2e$ است. با داشتن جرم ذرهٔ آلفا و شتاب آن، نیروی مغناطیسی وارد بر آن را به کمک قانون دوم نیوتون حساب می‌کنیم.

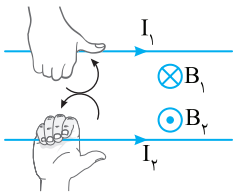
$$F=ma\Rightarrow F=6/68\times10^{-27}\times4\times10^{5}N$$

اکنون به کمک رابطهٔ نیروی مغناطیسی وارد بر بار متحرک در میدان مغناطیسی، بزرگی میدان را به‌دست می‌آوریم:

$$F=|q|vB\sin\theta \xrightarrow[\theta=90^\circ]{|q|=2e=3/2\times10^{-19}C} 6/68\times4\times10^{-22}=3/2\times10^{-19}\times50\times B\Rightarrow B=0/167\times10^{-3}T\Rightarrow B=1/67G$$

B ۴ ۲۵۵۸

یادآوری برای تشخیص جهت میدان مغناطیسی اطراف سیم حامل جریان، شست دست راست را در جهت جریان الکتریکی سیم قرار داده، جهت چرخش چهار انگشت دیگر، جهت میدان مغناطیسی را نشان می‌دهد.



میدان مغناطیسی در نقطهٔ A صفر شده است. بنابراین میدان مغناطیسی دو سیم در نقطهٔ A در خلاف جهت هم هستند. اما چون نقطهٔ A به سیم I_2 نزدیک‌تر است قطعاً جریان سیم I_2 از جریان سیم I_1 کمتر است. $(I_2<I_1)$

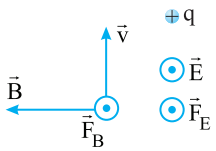
با توجه به قاعدهٔ دست راست میدان مغناطیسی سیم I_1 در نقطهٔ A درونسو است، بنابراین میدان مغناطیسی سیم I_2 باید برونسو باشد یعنی I_2 با I_1 هم‌جهت است.

جمع‌بندی اگر جریان دو سیم همسو باشد، میدان در نقطه‌ای بین دو سیم و نزدیک به سیم با جریان کوچک‌تر صفر خواهد شد.

اگر جریان دو سیم ناهمسو باشد، میدان در نقطه‌ای خارج دو سیم و نزدیک به سیم با جریان کوچک‌تر صفر خواهد شد.

B ۱ ۲۵۵۹

خط فکری برای آنکه نیروی خالص وارد بر بار بیشینه شود باید نیروهایی که میدان الکتریکی و میدان مغناطیسی بر بار وارد می‌کنند هم‌جهت باشند.



میدان الکتریکی مطابق شکل برونسو است و بر بار مثبت در میدان الکتریکی نیرویی در جهت میدان وارد می‌شود، یعنی نیروی F_E نیز برونسو است.

نیروی مغناطیسی F_B باید با F_E هم‌جهت باشند. میدان مغناطیسی به سمت چپ بوده و نیروی مغناطیسی وارد بر بار برونسو است، از این‌رو با توجه به قاعدهٔ دست راست سرعت ذره را به‌دست می‌آوریم. اگر شست دست راست را در جهت نیرو به صورت برونسو روی کاغذ قرار دهیم به گونه‌ای که کف دست سمت چپ یعنی میدان مغناطیسی را نشان دهد، چهار انگشت دست راست به سمت بالا (A) جهت حرکت را نشان می‌دهد.

B ۲ ۲۵۶۰

ضریب القاوری سیملوله به ساختمان سیملوله بستگی دارد و از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$L=\mu_0\frac{N^2A}{l}\Rightarrow\frac{L_A}{L_B}=\left(\frac{N_A}{N_B}\right)^2\times\frac{A_A}{A_B}\times\frac{l_B}{l_A}$$

$$\xrightarrow[N_A=2N_B]{A_A=A_B\ ,\ l_A=2l_B}\frac{L_A}{L_B}=(2)^2\times1\times\left(\frac{1}{2}\right)\Rightarrow\frac{L_A}{L_B}=2$$

ضریب القاوری سیملوله A دو برابر سیملولهٔ B بوده و جریان عبوری از آن‌ها یکسان است. از این‌رو انرژی ذخیره‌شده در سیملوله A، $\left(U=\frac{1}{2}LI^2\right)$ دو برابر B می‌شود و میدان مغناطیسی آن دو $\left(B=\mu_0\frac{N}{l}I\right)$ با هم برابر است.

B ۱ ۲۵۶۱

خط فکری به کمک نیروی مغناطیسی وارد بر $(F=qvB\sin\alpha)$ نیروی مغناطیسی وارد بر پروتون را حساب کنید سپس به کمک قانون دوم نیوتون $(F=ma)$ شتاب پروتون را به‌دست بیاورید.

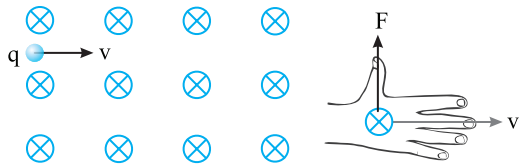
۱ اندازهٔ نیرو و جهت آن را با توجه به قاعدهٔ دست راست به‌دست می‌آوریم:

$$F=qvB\sin\alpha \xrightarrow[\text{خطوط میدان }\alpha=90^\circ]{\text{زاویه بین راستای حرکت و}} F=qvB$$

$$\xrightarrow[q=1/6\times10^{-19}C]{B=170G=170\times10^{-4}T} F=1/6\times10^{-19}\times10^{4}\times170\times10^{-4}$$

$$\Rightarrow F=1/6\times170\times10^{-19}N$$

نکته برای به‌دست آوردن جهت نیرو، چهار انگشت باز دست راست را در جهت حرکت ذره قرار می‌دهیم به‌طوری که با خم شدن چهار انگشت، جهت میدان مغناطیسی مشخص شود، در این شرایط انگشت باز شست دست، جهت نیرو را مشخص می‌کند.



بنابراین بردار نیرو به سمت بالا و در جهت محور yها است.

$$\vec{F}=(1/6\times170\times10^{-19})\vec{j}$$

۲ حال با توجه به رابطهٔ $\vec{F}=m\vec{a}$، بردار شتاب را به‌دست می‌آوریم:

$$1/6\times170\times10^{-19}\vec{j}=1/7\times10^{-27}\vec{a}\Rightarrow\vec{a}=1/6\times10^{10}\vec{j}$$

B ۴ ۲۵۶۲

خط فکری در گام اول با توجه به قانون القای فاراده نیرو محرکهٔ القایی متوسط را به‌دست می‌آوریم و در گام بعدی با توجه به قانون لنز جهت جریان القایی را حساب می‌کنیم.

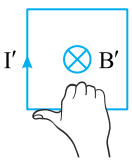
نکته ۱ نیرو محرکهٔ القایی با توجه به قانون القای فاراده از رابطهٔ $\bar{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ به‌دست می‌آید.

$$\bar{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\xrightarrow[N=1,\ \Delta t=1ms=10^{-3}s]{\Phi=BA\cos\theta}\bar{\varepsilon}=-\frac{B_2A\cos\theta-B_1A\cos\theta}{10^{-3}}$$

$$\xrightarrow[\cos\theta=1]{\text{صفحه برخطوط عمود است}}\bar{\varepsilon}=\frac{-(B_2-B_1)A}{10^{-3}}$$

$$\xrightarrow[A=600\times10^{-4}m^2]{\Delta B=-200G=-200\times10^{-4}T}\bar{\varepsilon}=\frac{-(-200\times10^{-4})\times(600\times10^{-4})}{10^{-3}}=1/2V$$

نکته ۲ طبق قانون لنز، جریان القایی در جهتی ایجاد می‌شود که با عامل تغییر شار مخالفت کند.



میدان مغناطیسی در حال کاهش است پس باید میدان القایی در جهت میدان داده شده یعنی درونسو القا شود تا با کاهش میدان مغناطیسی (که عامل تغییر شار است) مخالفت کند.

حال با توجه به قاعدهٔ دست راست و جهت میدان القایی، جهت جریان القایی را به‌دست می‌آوریم که مشخص می‌شود این جریان ساعتگرد است.

B ۴ ۲۵۶۳

یادآوری یک گاوس برابر 10^{-4} تسلا است.

۱ رابطهٔ نیروی مغناطیسی وارد بر بار متحرک در میدان مغناطیسی به صورت زیر است:

$$F=|q|vB\sin\theta$$

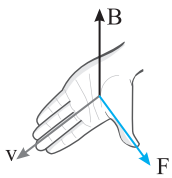
$$F=1/6\times10^{-19}\times5\times10^{4}\times2000\times10^{-4}\times\sin(150^\circ)$$

$$\xrightarrow{\sin150^\circ=\sin30^\circ=\frac{1}{2}}F=8\times10^{-16}N$$

۲ برای یافتن جهت نیروی وارد بر الکترون از قاعدهٔ دست راست استفاده می‌کنیم. چهار انگشت دست راست خود را در امتداد v قرار دهید به

گونه‌ای که چرخش چهارانگشت روی B قرار گیرد. در این حالت انگشت شست دست راست شما رو به درون صفحهٔ کاغذ است یعنی نیرو درونسوست، اما بار الکترون منفی است بنابراین باید جهت را قرینه کنید یعنی نیرو برونسو است.

البته مطابق شکل می‌توانید که از دست چپ استفاده کنید.



B ۲۵۶۴ ۱

یادآوری میدان مغناطیسی در مرکز پیچه مسطح از رابطهٔ $B=\frac{\mu_0 NI}{2R}$ به‌دست می‌آید که در آن N تعداد حلقه‌ها، R شعاع حلقه و I جریان گذرنده از پیچه است.

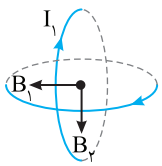
۱ میدان مغناطیسی هر حلقه $(N=1)$ را حساب می‌کنیم.

$$B_1=\mu_0\frac{N_1I_1}{2R_1}\Rightarrow B_1=4\pi\times10^{-7}\times\frac{1\times20}{2\times2/5\times10^{-2}}\Rightarrow B_1=16\pi\times10^{-5}T$$

$$B_1=16\pi\times\underbrace{10^{-5}\times10^{4}}\Rightarrow B_1=1/6\pi G$$

برای تبدیل تسلا به گاوس

نکته وقتی سطح حلقه‌ها بر هم عمود باشند آنگاه بردار میدان مغناطیسی حلقه‌ها نیز برهم عمود است.



$$B_2=\mu_0\frac{N_2I_2}{2R_2}\Rightarrow B_2=4\pi\times10^{-7}\times\frac{1\times18}{2\times3\times10^{-2}}$$

$$\Rightarrow B_2=12\pi\times10^{-5}T=1/2\pi G$$

۲ به کمک رابطهٔ فیثاغورس میدان خالص را در مرکز حلقه‌ها به‌دست می‌آوریم.

$$B_T=\sqrt{B_1^2+B_2^2}\Rightarrow B_T=\sqrt{(1/6\pi)^2+(1/2\pi)^2}$$

$$B_T=\sqrt{(0/4\pi)^2(4^2+3^2)}\Rightarrow B_T=0/4\pi\times5\Rightarrow B_T=2\pi G$$

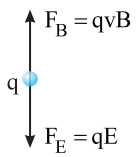
B ۲۵۶۵ ۱

ابتدا دانسته‌های خود را مرور کنیم.

۱ ذرهٔ آلفا دارای بار مثبت است $\alpha={}^4_2He^{++}$

۲ بر بار مثبت در جهت میدان الکتریکی نیروی $F_E=qE$ وارد می‌شود، بنابراین نیروی F_E رو به پایین است.

۳ برای آنکه ذرهٔ آلفا بدون انحراف از دو میدان بگذرد، باید نیروهایی که از طرف میدان الکتریکی و مغناطیسی بر آن وارد می‌شود. متوازن باشند. یعنی اندازهٔ آن‌ها یکسان و جهت آن‌ها در خلاف جهت هم باشد، بنابراین نیروی میدان مغناطیسی باید بالاسو باشد. اکنون مسئله قابل حل است.

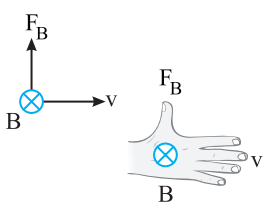


دو نیروی الکتریکی و مغناطیسی را برابر قرار می‌دهیم.

$$F_E=F_B\xrightarrow{F_E=qE\ ,\ F_B=qvB}qE=qvB\Rightarrow E=vB$$

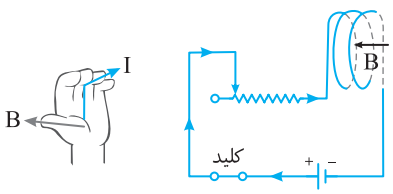
$$\xrightarrow{E=1000N/C,B=10^3\times10^{-4}=0/1T}1000=0/1v\Rightarrow v=10^4\ m/s$$

نیروی F_B بالا سو و میدان مغناطیسی درونسو بوده و بنا به قاعدهٔ دست راست اگر شما انگشت شست دست راست خود را رو به بالای صفحه به گونه‌ای قرار دهید که کف دست شما به داخل صفحه کاغذ باشد، در این صورت چهار انگشت شما به سمت راست صفحه و در جهت محور xهاست، یعنی سرعت در جهت مثبت محور xها باید باشد.

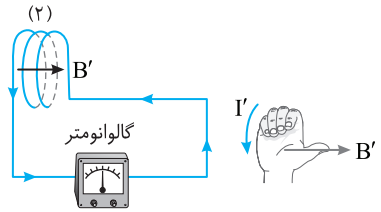


B ۲۵۶۶ ۴

جریان مدار سمت چپ از پایانهٔ مثبت باتری به سمت پایانهٔ منفی باتری است و میدان مغناطیسی سیملولهٔ (۱) به سمت چپ است. در لحظهٔ وصل کلید و افزایش شار، میدان مغناطیسی القایی (B') در سیملوله سمت راست باید طبق قانون لنز در خلاف جهت میدان B باشد تا با افزایش شار مخالفت کند، در این صورت جریان القایی در سوی (۲) خواهد بود.

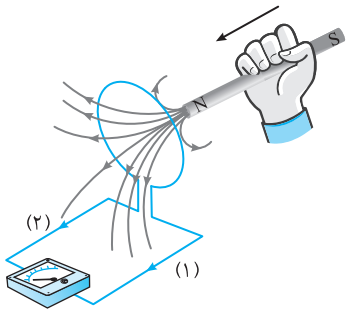


با کاهش مقاومت رئوستا، جریان مدار افزایش می‌یابد و مجدداً جریان القایی به گونه‌ای است که میدان مغناطیسی القایی (B') به سمت راست بوده و جریان در سوی (۲) خواهد بود.



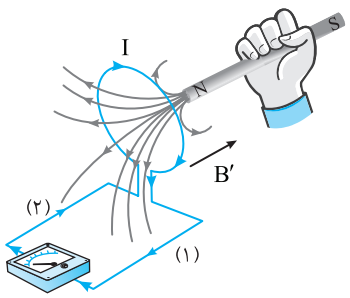
B ۲۵۶۷ ۲

یادآوری قانون لنز: جهت جریان القایی همواره به گونه‌ای است که با عامل به‌وجودآورنده‌اش (تغییر شار) مخالفت می‌کند.



با توجه به شکل آهنربا در حال نزدیک شدن به حلقه است. با نزدیک شدن آهنربا به حلقه، شار مغناطیسی گذرنده از حلقه افزایش می‌یابد و این بنا به قانون القای الکترومغناطیسی فاراده باعث ایجاد نیروی محرکهٔ القایی و در نتیجه جریان القایی می‌شود.

این جریان به گونه‌ای است که با نزدیک شدن آهن‌ربا مخالفت می‌کند. یعنی حلقه بر آهن‌ربا نیروی مغناطیسی دافعه وارد می‌کند. برای این منظور باید سمتی از حلقه که به سوی آهن‌ربا‌ست قطب N شود و با توجه به قاعدهٔ دست راست جهت جریان در جهت (۱) خواهد شد.



B ۲۵۶۸ ۲

یادآوری ۱ میدان مغناطیسی داخل سیملولهٔ حامل جریان از رابطهٔ $B=\frac{\mu_{\circ}NI}{l}$ به‌دست می‌آید:

$$\frac{B_A}{B_B}=\frac{\frac{\mu_{\circ}N_AI_A}{l_A}}{\frac{\mu_{\circ}N_BI_B}{l_B}} \xrightarrow[l_A=۲l_B\ ,\ N_A=۲N_B]{I_A=I_B}$$

$$\frac{B_A}{B_B}=\frac{N_A}{N_B}\times\frac{I_A}{I_B}\times\frac{l_B}{l_A}\Rightarrow\frac{B_A}{B_B}=۲\times\frac{۱}{۲}=۱$$

یادآوری ۲ ضریب القاوری سیملوله از رابطهٔ $L=\frac{\mu_{\circ}AN^۲}{l}$ به‌دست می‌آید:

$$\frac{L_A}{L_B}=\frac{\frac{\mu_{\circ}A_AN_A^۲}{l_A}}{\frac{\mu_{\circ}A_BN_B^۲}{l_B}}\Rightarrow\frac{L_A}{L_B}=\frac{A_A}{A_B}\times\frac{N_A^۲}{N_B^۲}\times\frac{l_B}{l_A}$$

$$\xrightarrow[N_A=۲N_B\ ,\ l_A=۲l_B]{A_A=A_B}\frac{L_A}{L_B}=۴\times\frac{۱}{۲}=۲$$