

پاسخ‌های تشریحی

ویندوز ۱۲

فیزیک ۳ جامع

ویراست سوم

رضا خالو، امیرعلی میری



رشته
ریاضی

جلد دوم

انتشارات
انگه

پیشگفتار

به نام خدا

سلام

همکاران گرامی و دانش آموزان عزیز

به دنیاى پنجمه‌هاى کتاب فیزیک ۳ (ویندوز ۱۲) خوش آمدید.

پس از انتشار کتاب جامع فیزیک پایه (ویندوز ۱۰ و ۱۱) به این نتیجه رسیدیم که کتاب فیزیک ۳ (نوازدهم) را با همان شکل و شمایل تحت عنوان ویندوز ۱۲ ویرایش و منتشر کنیم.

کتاب دو جلدی است. یک جلد شامل درسنامه و تست‌ها و جلد دوم پاسخ نامه کاملاً تشریحی اما حکایت پنجمه‌ها چیست؟

هر فصل به پنج پنجمه و هر پنجمه به زیرموضوع‌هایی به نام «نما» که دارای شماره و عنوان است تقسیم شده است. در هر پنجمه ابتدا درسنامه و سپس تست‌های همان پنجمه آورده شده است.


۱) **درسنامه:** در این کتاب با یک درسنامه کامل و جامع روبه‌رو هستید که در آن تمام نکات درسی در قالب مسئله‌های تشریحی و به همراه تست‌های مربوط به آن نکات به صورت طبقه‌بندی شده در نماهای مختلف ارائه شده است.

۲) **تست‌ها:** تست‌ها بخش مهم کتاب را تشکیل می‌دهند که شامل تست‌های کنکور، تست‌های برگرفته از کتاب درسی و تست‌های تألیفی هستند.

الف- چینیست تست‌ها در هر «نما» از ساده به سخت بوده تا بتوانید گام به گام پیش رفته و پایه‌پایه مهارت‌تان را بالا ببرید.

ب- معمولاً دانش آموزان در ابتدا بدون مطالعه درسنامه به سراغ حل تست‌ها می‌روند. اگر چنین کردید و در تست‌هایی دچار مشکل شدید برای رجوع به درسنامه و یادگیری بهتر کافی است به سراغ همان شماره «نما» در درسنامه بروید.

پ- برای مرور سریع تست‌ها حدود ۳۰٪ آن‌ها را با لوگوی  مشخص کرده‌ایم.

ت- در کنار بعضی از تست‌ها لوگوی  مشاهده می‌کنید. در پاسخ این تست‌ها، یک تست اضافی تحت عنوان «بازی با سوال» قرار دارد که شما با حل آن می‌توانید اطمینان پیدا کنید که تست مورد نظر را یاد گرفته‌اید.

ث- پنجمه روبه‌رو (آزمونک) - پنجمه تودرتو (آزمون فصل)

در آزمون‌هایی که شما خواهید دید، تست‌ها طبقه‌بندی ندارند و این شما هستید که باید موضوع تست را تشخیص دهید. به همین دلیل بین هر دو پنجمه پشت سر هم یک بخش به نام پنجمه روبه‌رو یا آزمونک و در انتهای هر فصل یک بخش به نام پنجمه تودرتو به عنوان آزمون فصل قرار دارد که در آن‌ها خبری از طبقه‌بندی تست‌ها نیست و تست‌ها ترتیب مشخص ندارند و در واقع شما یک کتاب با تست‌های ریز طبقه‌بندی و یک مینی‌کتاب با تست‌های درهم و برهم در اختیار دارید.

ج- پنجمه روبه‌گذشته: در این پنجمه مسائل ترکیبی و حرکت‌شناسی با کمر و انرژی جنبشی ارائه شده است.



اما جلد دوم یا جلد پاسخنامه^۱

تمام زحماتی که شما و ما در رسانه و تته‌ها کشیده‌ایم، در جلد ۲ به سرانجام می‌رسد. به قول معروف شاهنامه
آخرش خوش است. برای همین سعی کردیم در این قسمت کامل‌ترین و بهترین پاسخ‌ها ارائه
شود.

به سراغ ویژگی‌های جلد دوم برویم.

خط فکری: بارها شما از ما سرگوش پرسیده‌اید که چرا این مسئله از این راه حل شده یا چرا از این فرمول
استفاده می‌کنیم؟ برای پاسخ به این نیز شما، خط فکری ارائه شده تا با خواندن آن شما استراتژی
حل مسئله را بدست بیاورید. بنابراین اگر تته را حل نکرده‌اید، پیشنهاد می‌کنیم که ابتدا خط فکری آن را
بخوانید و سعی کنید مسئله را حل کنید. در بیشتر تته‌ها با خواندن خط فکری مشکل شما در حل مسئله برطرف
خواهد شد.

نکته: مطالب مهم و مطالبی که باید به آن دقت کنید را تحت عنوان «نکته» آورده‌ایم تا از چشم شما دور نماند.
یادآوری: اگر در حل یک تته نیز به مطلبی باشد که قبلاً بیان شده، برای راحتی شما آن مطلب را دوباره
بیان کرده‌ایم.

یادداشت ریاضی: گاهی در حل تته شما به یک مطلب ریاضی نیاز دارید که ممکن است آن را به خاطر نداشته
باشید از این رو آن مطلب و یا اثبات آن را برای شما آورده‌ایم.

میان‌بر: بعد از حل تشریحی و کامل تته در آخر بعضی از تته‌ها برای سرعت بخشیدن به حل تته
راه حل‌های کوتاه با تکیه بر فیزیک و ریاضی ارائه شده است.

بازی با سوال: در برخی از تته‌ها، همان تته به صورت دیگری بیان شده تا اگر شما تته مورد نظر را حل
نکرده‌اید، بعد از مطالعه پاسخ، بازی با سوال را حل کرده و با پاسخ ارائه شده مقایسه کنید.

پاسخ پینجه‌های روبه‌رو و تودرتو: در پاسخ این تته‌ها، شماره «نمای» مربوط به آن تته ارائه شده تا شما
متوجه شوید این تته مربوط به چه موضوعی است و در رسانه آن کجاست.

در آخر باید بگوییم که پاسخ همه تته‌ها به صورت گام به گام انجام شده تا پله پله با هم تته را به طور کامل
حل کرده و یاد بگیریم.

در پایان لازم است از تلاش صمیمانه کارکنان نشر الگو پی‌گزار می‌کنیم، در واحد ویرایش خانم‌ها
زهره نوری و زهرا امیدوار و محسن شعبان شمیرانی. همچنین آقای عرفان شاهین پور که ویرایش
این کتاب بجز یاری ایشان امکان‌پذیر نبود. در واحد حروف چینی از خانم فاضله معنی و همچنین خانم
سکینه مختار مدیر واحد فنی و ویرایش و نیز از همکارانی که نظرات اصلاحی داده‌اند، آقایان علی خیروردی و
وحید کرابی قدردانی می‌کنیم.

رضا خالو - امیرعلی میری

Drive Tools BOOTCAMP (C:)

File Home Share View Manage

فهرست > فیزیک دوازدهم > فیزیک ۳ جامع ریاضی (الگو) Search BOO...

Date modified	Name
۱.....	پاسخ‌های تشریحی فصل اول <
۱۳۵.....	پاسخ‌های تشریحی فصل دوم <
۲۳۷.....	پاسخ‌های تشریحی فصل سوم <
۳۵۹.....	پاسخ‌های تشریحی فصل چهارم <
۴۲۱.....	پاسخ‌های تشریحی فصل پنجم <
۴۵۳.....	پاسخ‌های تشریحی فصل ششم <

Quick access

- OneDrive
- This PC
 - Desktop
 - Documents
 - Downloads
 - Pictures
 - فیزیک ۳ جامع (ریاضی)
- Network

فصل اول

حرکت بر خط راست



A ۴ ۲

خط فکری یک معادله مکان - زمان (معادله حرکت) در اختیار داریم که در آن دو مجهول a و b وجود دارد. اما شما در دو لحظه مبدأ زمان یعنی $t_1 = 0$ و همچنین $t_2 = 3s$ مکان متحرک را در اختیار دارید و در این دو لحظه متحرک به ترتیب از $x = 12m$ و مبدأ مکان یعنی $x = 0$ می‌گذرد. بنابراین کافی است شما اعداد زمان را در معادله قرار دهید و یک دستگاه دو معادله دو مجهول حل کنید. اعداد را جای گذاری می‌کنیم:

$$x = t^2 + at + b \begin{cases} t_1 = 0, x = 12m \rightarrow 12 = 0 + 0 + b \Rightarrow b = 12m \\ t_2 = 3s, x = 0 \rightarrow 0 = 9 + 3a + b \Rightarrow b = 2 \\ \Rightarrow 3a + 21 \Rightarrow a = -7m/s \end{cases}$$

نکته اما از کجا یکای a را تشخیص داده‌ایم؟ با توجه به بحث سازگاری یکاها در فیزیک دهم باید یکای at با یکای x یعنی متر یکسان باشد بنابراین:

$$[a \text{ یکای } a] = m/s$$

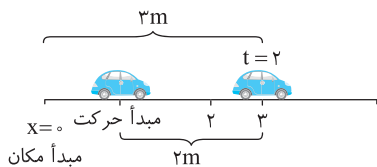
A ۵ ۴

خط فکری به دو عبارت «مبدأ حرکت» و «مبدأ مکان» باید دقت کنید و دو نکته زیر را فرابگیرید.

نکته مبدأ مکان یعنی $x = 0$ و مکان متحرک از مبدأ مکان یعنی فاصله متحرک از $x = 0$.

نکته مبدأ حرکت یعنی مکانی که متحرک در لحظه $t = 0$ در آن قرار دارد که به آن مکان اولیه گویند.

معادله حرکت به صورت $x = t^3 - 3t + 1$ است. در لحظه $t = 0s$ متحرک در مکان $x = +1m$ قرار دارد یعنی مکان اولیه متحرک (مبدأ حرکت) $x = +1m$ است. لحظه $t = 2s$ را در معادله حرکت قرار می‌دهیم و مکان متحرک را به دست می‌آوریم. بنابراین وقتی متحرک در $x = +3m$ قرار دارد فاصله آن از مبدأ حرکت ($x = +1m$) برابر $3 - 1 = 2m$ و از مبدأ مکان ($x = 0$) برابر $3m$ است.



B ۶ ۱

یادداشت ریاضی برای تعیین علامت یک تابع درجه ۲ به صورت $y = ax^2 + bx + c$ ابتدا ریشه‌های معادله را به دست می‌آوریم و سپس با رسم یک جدول معادله را تعیین علامت می‌کنیم. بین دو ریشه مخالف علامت a (ضریب x^2) و بیرون دو ریشه موافق علامت a .

خط فکری وقتی مسئله به شما می‌گوید بردار مکان منفی باشد یعنی x باید منفی باشد بنابراین شما باید این معادله را تعیین علامت کنید.

ریشه‌های معادله را به دست می‌آوریم:

$$x = t^2 + t - 12 = 0 \Rightarrow (t+4)(t-3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 3s \\ t = -4s \end{cases}$$

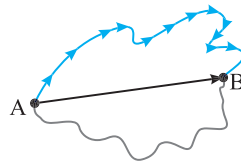
ریشه‌ها را در جدول قرار می‌دهیم و معادله را تعیین علامت می‌کنیم.

t	$-\infty$	-4	0	3	$+\infty$
x		+	-	-	+

اما زمان منفی در فیزیک دبیرستان تعریف نمی‌شود بنابراین قسمت $t < 0$ را هاشور زده‌ایم بنابراین در بازه $t = 0$ تا $t = 3s$ مکان منفی است در نتیجه در بازه $t = 2s$ تا $t = 3s$ مکان منفی و از $t > 3$ مکان مثبت است و گزینه (۱) درست است.

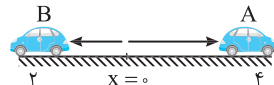
پنجره ۱

A ۱ ۲



در زندگی روزمره وقتی متحرکی مطابق شکل بر مسیر آبی رنگ از A به B می‌رود، طول مسیر حرکت مهم است که به آن مسافت طی شده l می‌گویند. اما در فیزیک علاوه بر مسافت که به مسیر حرکت بستگی دارد، فاصله مستقیم A تا B نیز اهمیت دارد که این فاصله را توسط یک بردار نمایش می‌دهند و به آن بردار جابه‌جایی گویند. بنابراین جابه‌جایی کمیت برداری و مسافت کمیت نرده‌ای است و گزینه (۱) نادرست است. مسافت و جابه‌جایی هر دو بر حسب یکای متر در SI بیان می‌شوند و گزینه (۲) درست است. مسافت به مسیر حرکت بستگی دارد. به طور مثال، اگر متحرک بر مسیر خاکستری از A به B برود، مسافت آن با مسیر آبی رنگ متفاوت است اما جابه‌جایی در هر دو مورد برابر بردار \vec{AB} است و گزینه (۳) نادرست است.

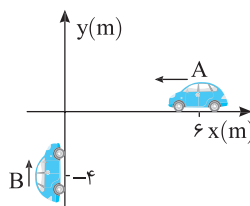
A ۲ ۴



خط فکری ابتدا مفهوم مکان، جهت

حرکت را باید در ذهن خود یادآوری کنید. بردار مکان، برداری است که از مبدأ مکان ($x = 0$) یا ($y = 0$) به محل متحرک رسم می‌شود.

بنابراین اگر این بردار در جهت مثبت محور باشد، مکان متحرک مثبت است. برای مثال مکان متحرک A ($\vec{x}_A = 4\vec{i}$) است و اگر در خلاف جهت محور باشد مکان متحرک منفی است همچنین مکان متحرک B ($\vec{x}_B = -2\vec{i}$) است. اگر متحرک در جهت مثبت محور حرکت کند، جهت حرکت مثبت و اگر در خلاف جهت محور حرکت کند جهت حرکت منفی است.



A : خودروی A در x های مثبت و در 6 متری مبدأ قرار دارد. بنابراین بردار مکان آن $6\vec{i}$ است و گزاره (الف) نادرست است. از طرفی خودروی A در خلاف جهت محور x ها حرکت می‌کند. بنابراین گزاره (ب) درست است.

B : خودروی B در مکان‌های منفی محور y ها است و بردار مکان آن $-4\vec{j}$ است و در جهت مثبت محور y ها در حال حرکت است بنابراین بردار مکان B و جهت حرکت آن، خلاف جهت هم هستند. در نتیجه گزاره (پ) نادرست و گزاره (ت) درست است.

پایز با سؤال کدام گزینه جهت بردار مکان و جهت حرکت متحرک را

درست نشان می‌دهد؟

(۱) \rightarrow و \rightarrow (۲) \rightarrow و \leftarrow

(۳) \leftarrow و \leftarrow (۴) \leftarrow و \rightarrow

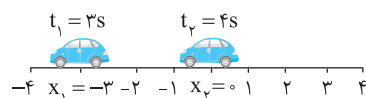
پایز خودرو در خلاف جهت

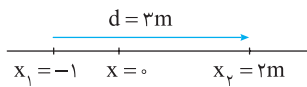
محور x ها (\leftarrow) در حرکت است و در لحظه نشان داده شده خودرو در مکان‌های مثبت محور x هاست و بردار مکان آن به سمت راست (\rightarrow) است.

A ۳ ۳

یادآوری معادله حرکت یا معادله مکان - زمان به یک رابطه ریاضی بین مکان و زمان گفته می‌شود که به کمک آن می‌توان مکان متحرک را در هر لحظه مشخص کرد. معادله حرکت به صورت $x = t^2 - 4t$ است بنابراین کافی است زمان‌های $t_1 = 3s$ و $t_2 = 4s$ را در معادله قرار دهیم و مکان‌ها را به دست آوریم و روی محور مشخص کنیم.

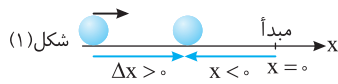
$$x = t^2 - 4t \begin{cases} t_1 = 3s \rightarrow x = 9 - 12 = -3m \\ t_2 = 4s \rightarrow x = 16 - 16 = 0 \end{cases}$$



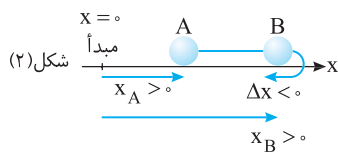


۴ ۱۱

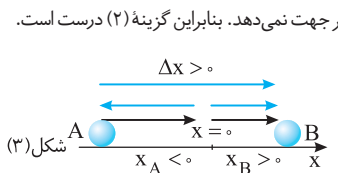
یادآوری تغییر جهت بردار مکان هنگام عبور متحرک از مبدأ مکان ($x=0$) اتفاق می‌افتد. **یادآوری** تغییر جهت حرکت متحرک یعنی متحرک به یک نقطه برود و از آن برگردد. برای بررسی گزینه‌های این تست به شکل‌های زیر دقت کنید.



با توجه به شکل (۱) متحرک در جهت مثبت محور جابه‌جا شده اما بردار مکان آن منفی است و گزینه (۱) درست است.



ممکن است مطابق شکل (۲) متحرک در مکان مثبت در جهت مثبت جابه‌جا شده سپس تغییر جهت داده باشد و در جهت منفی جابه‌جا شود اما از مبدأ نگذرد و بردار مکان با آن که تغییر می‌کند اما تغییر جهت نمی‌دهد. بنابراین گزینه (۲) درست است.

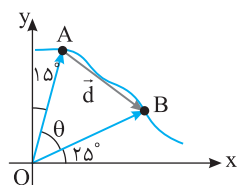


اگر متحرک مطابق شکل (۳) در یک جهت از مبدأ بگذرد بردار مکان تغییر جهت می‌دهد اما جهت حرکت تغییر نمی‌کند

و گزینه (۳) درست است. در شکل (۲) در نقطه B متحرک تغییر جهت داده است اما بردار مکان هم چنان مثبت است و تغییر جهت نداده است، بنابراین گزینه (۴) نادرست و پاسخ تست است. (نادرستی آن نیز با توجه به شکل دوم کاملاً مشخص است).

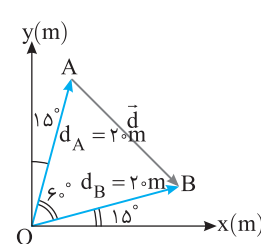
۱ ۱۲

خط فکری بردارهای مکان متحرک را در نقاط A و B از مبدأ مکان رسم کنید.



سپس به کمک هندسه زاویه θ را حساب کنید. زاویه اولیه بردار مکان با محور xها برابر $\theta_1 = 90 - 15 = 75^\circ$ و زاویه نهایی آن $\theta_2 = 25^\circ$ است یعنی بردار مکان 5° ساعتگرد چرخیده است.

۱ ۱۳

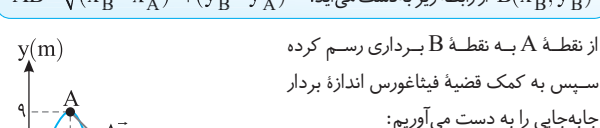


بردار جابه‌جایی از نقطه A تا نقطه B را رسم کنید، مثلث متساوی‌الاضلاع OAB است زیرا طول بردارهای مکان d_A و d_B یکی است مثلث متساوی‌الساقین است و چون زاویه رأس آن 60° است، پس مثلث حاصل متساوی‌الاضلاع است و اندازه بردار جابه‌جایی $d = 20m$ است.

۲ ۱۴

یادداشت ریاضی فاصله دو نقطه در صفحه xoy با مختصات $A(x_A, y_A)$ و $B(x_B, y_B)$ از رابطه زیر به دست می‌آید.

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$



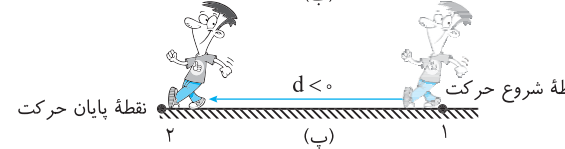
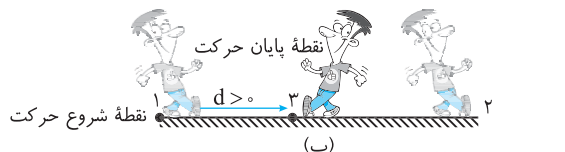
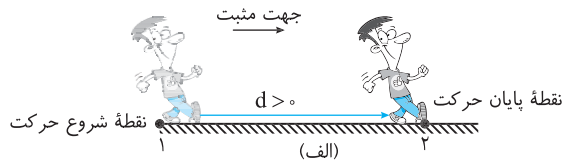
از نقطه A به نقطه B برداری رسم کرده سپس به کمک قضیه فیثاغورس اندازه بردار جابه‌جایی را به دست می‌آوریم:

$$AB = \sqrt{(7-3)^2 + (5-9)^2} = 4\sqrt{2}m$$

۲ ۷

نکته هرگاه حرکت روی خط راست و بدون تغییر جهت صورت گیرد مسافت و بزرگی جابه‌جایی با هم برابر است.

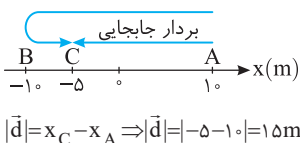
در شکل (الف) و (پ) شخص روی خط راست در جهت مثبت حرکت می‌دهد و مسافت هم اندازه هستند. در شکل (الف) جابه‌جایی در جهت مثبت محور xهاست و در شکل (ب) نیز جابه‌جایی در جهت مثبت محور xهاست. در شکل (پ) جابه‌جایی در جهت منفی محور xهاست.



۱ ۸

خط فکری طول مسیر حرکت را با رسم شکل به دست بیاورید. سپس بردار جابه‌جایی را از ابتدای مسیر یعنی نقطه A به انتهای مسیر یعنی نقطه C رسم کنید و مقدار آن را حساب کنید و مقادیرهای به دست آمده را بر هم تقسیم کنید.

مسیر حرکت جسم به صورت روبه‌رو است، بردار جابه‌جایی برابر با برداری است که مکان اولیه را به مکان نهایی وصل می‌کند.



۱ مسیر حرکت جسم به صورت روبه‌رو است، بردار جابه‌جایی برابر با برداری است که مکان اولیه را به مکان نهایی وصل می‌کند.

۲ مسافت طی شده برابر طول مسیر حرکت است یعنی متحرک از $A = 10m$ به $B = -10m$ رفته و سپس از $B = -10m$ به $C = -5m$ می‌رود بنابراین مسافت طی شده برابر است با:

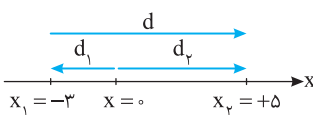
$$\ell = |d_{AB}| + |d_{BC}| = 20m$$

۳ نسبت خواسته شده برابر است با: $\frac{\ell}{d} = \frac{20}{15} = \frac{4}{3}$

۲ ۹

نکته هرگاه متحرک از مبدأ مکان عبور کند، بردار مکان تغییر جهت و علامت می‌دهد.

شکل روبه‌رو را رسم می‌کنیم، به شکل دقت کنید. ابتدا بردار مکان منفی است و سپس مثبت می‌شود و گزاره (الف) نادرست است. بردار جابه‌جایی (d) در جهت مثبت و بردار مکان ابتدا منفی ($d_1 < 0$) و سپس مثبت ($d_2 > 0$) است و بردار جابه‌جایی و بردار مکان در طول مسیر همواره هم جهت نیستند و گزاره (ب) نادرست است. مسافت طی شده و جابه‌جایی مطابق شکل هم اندازه هستند و گزاره (پ) درست است.



شکل روبه‌رو را رسم می‌کنیم، به شکل دقت کنید. ابتدا بردار مکان منفی است و سپس مثبت می‌شود و گزاره (الف) نادرست است. بردار جابه‌جایی (d) در جهت مثبت و بردار مکان ابتدا منفی ($d_1 < 0$) و سپس مثبت ($d_2 > 0$) است و بردار جابه‌جایی و بردار مکان در طول مسیر همواره هم جهت نیستند و گزاره (ب) نادرست است. مسافت طی شده و جابه‌جایی مطابق شکل هم اندازه هستند و گزاره (پ) درست است.

۳ ۱۰

نکته مسافت طی شده همواره بزرگ‌تر یا مساوی اندازه جابه‌جایی است ($\ell \geq |d|$).

متحرک از مکان $x_1 = -1m$ به مکان $x_2 = 2m$ رفته است. بنابراین قطعاً جابه‌جایی آن مطابق شکل $3m$ است. اما مسافت طی شده برابر و یا بزرگ‌تر $3m$ است ($\ell \geq 3m$) و تنها گزینه بزرگ‌تر از $3m$ گزینه (۳) است.

۱ مسافت طی شده را حساب می‌کنیم. $\ell = 20 + 4 + 10 + 4 \Rightarrow \ell = 38 \text{ m}$

۲ فاصله AH و CH خواهد شد:

$$\triangle AHC: \cos 37^\circ = \frac{AH}{AC} \Rightarrow 0.8 = \frac{AH}{10} \Rightarrow AH = 8 \text{ m}$$

$$\sin 37^\circ = \frac{CH}{AC} \Rightarrow 0.6 = \frac{CH}{10} \Rightarrow CH = 6 \text{ m}$$

۳ EH'' و DH'' را به دست می‌آوریم:

$$\triangle DEH'': \cos 53^\circ = \frac{EH''}{DE} \Rightarrow 0.6 = \frac{EH''}{10} \Rightarrow EH'' = 6 \text{ m}$$

$$\sin 53^\circ = \frac{DH''}{DE} \Rightarrow 0.8 = \frac{DH''}{10} \Rightarrow DH'' = 8 \text{ m}$$

۴ جابه‌جایی افقی متحرک برابر است با:

$$AH' = 8 + 4 + 6 + 4 \Rightarrow AH' = 22 \text{ m}$$

۵ جابه‌جایی قائم متحرک را حساب می‌کنیم:

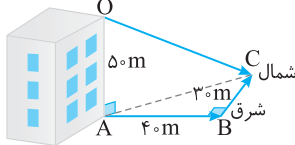
$$BH' = CH - DH'' = 6 - 8 = -2 \text{ m}$$

۶ اکنون اندازه بردار جابه‌جایی را می‌توان به دست آورد.

$$AB = \sqrt{BH'^2 + AH'^2} = \sqrt{4 + 22^2} = \sqrt{496} \approx 22.3 \text{ m}$$

۱۸ **خط فکری**

با یک مسئله سه‌بعدی سر و کار داریم. شما ابتدا باید جابه‌جایی متحرک روی سطح زمین وقتی ابتدا ۴۰ m به سمت شرق و سپس ۳۰ m به سوی شمال می‌رود را حساب کنید سپس به سراغ جابه‌جایی کل بروید.



۱ شکل مسیر حرکت را رسم می‌کنیم، پرند از نقطه O به نقطه A روی سطح زمین

آمده سپس ۴۰ m از A تا B به سمت شرق سپس ۳۰ m به سوی شمال رفته است.

۲ جابه‌جایی روی زمین را حساب می‌کنیم.

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 = 40^2 + 30^2 \Rightarrow AC = 50 \text{ m}$$

۳ در مثلث قائم‌الزاویه OAC، اندازه وتر OC را حساب می‌کنیم که همان اندازه جابه‌جایی است.

$$OC^2 = OA^2 + AC^2 \Rightarrow OC^2 = 50^2 + 50^2 \Rightarrow OC = 50\sqrt{2} \text{ m}$$

۴ میانبر هرگاه امتداد سه مسیر بر هم عمود باشد مانند محورهای X، Y و Z

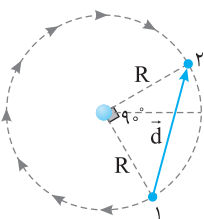
$$d = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \quad \text{جابه‌جایی کل خواهد شد:}$$

۵ مسافت طی شده توسط پرند چند متر است؟

۶ کافی است اعداد ۵۰ m، ۴۰ m و ۳۰ m را با هم جمع کنیم

$$\ell = 50 + 40 + 30 = 120 \text{ m}$$

۱۹ **گزینه ۲**



دقت کنید که در صورت مسئله بیان شده که ماه در جهت ساعتگرد از مکان (۱) به مکان (۲) می‌رود بنابراین مسیر حرکت مطابق شکل روبه‌روست و ماه، مسافتی که طی کرده است $\frac{3}{4}$ محیط دایره مسیر حرکت است. $\ell = \frac{3}{4}(2\pi R) \Rightarrow \ell = \frac{3}{2}\pi R$

بردار جابه‌جایی از مکان (۱) به مکان (۲) رسم می‌شود و با توجه به شکل و اندازه آن بنا

$$d = \sqrt{R^2 + R^2} = \sqrt{2}R \quad \text{به رابطه فیثاغورس جابه‌جایی را حساب می‌کنیم.}$$

$$\frac{\ell}{d} = \frac{\frac{3}{2}\pi R}{\sqrt{2}R} = \frac{3\pi}{2\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}\pi}{4}$$

در این صورت:

۱۵ **خط فکری**

باید به سراغ ریاضی بروید و فاصله بین دو نقطه A و B را در ریاضی از رابطه $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$ به دست می‌آوریم، بنابراین بردار جابه‌جایی راحت به دست می‌آید. اما یادمان باشد که مسافت طی شده (ℓ) همواره بزرگ‌تر یا مساوی جابه‌جایی است. در نتیجه مسئله به راحتی قابل حل است.

۱ بردار جابه‌جایی خواهد شد:

$$\vec{d} = \vec{d}_2 - \vec{d}_1 \Rightarrow \vec{d} = (1-4)\vec{i} + (-1-3)\vec{j} \Rightarrow \vec{d} = -3\vec{i} - 4\vec{j}$$

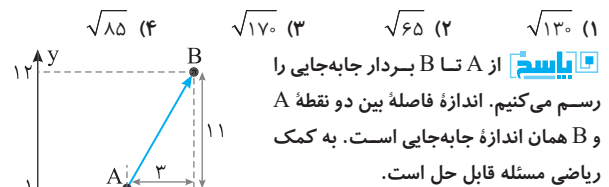
۲ بردار جابه‌جایی بین دو نقطه $\vec{d}_1 = 4\vec{i} + 3\vec{j}$ و $\vec{d}_2 = \vec{i} - \vec{j}$ خواهد شد:

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \Rightarrow d = \sqrt{(1-4)^2 + (-1-3)^2} \\ \Rightarrow d = \sqrt{9+16} = 5 \text{ m}$$

۳ مسافت طی شده باید بزرگ‌تر یا مساوی ۵ m بیشتر باشد. بنابراین گزینه (۲) پاسخ مسئله است.

۴ متحرکی در صفحه مختصات از نقطه A(۴ m, ۱ m) به

نقطه B(۷ m, ۱۲ m) می‌رود. جابه‌جایی متحرک چند متر است؟



۵ از A تا B بردار جابه‌جایی را رسم می‌کنیم. اندازه فاصله بین دو نقطه A و B همان اندازه جابه‌جایی است. به کمک ریاضی مسئله قابل حل است.

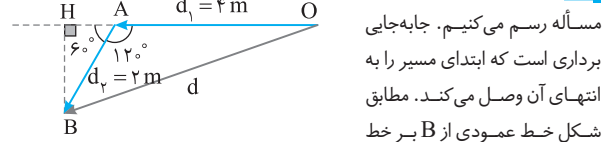
$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} \Rightarrow d = \sqrt{(7-4)^2 + (12-1)^2} \\ = \sqrt{3^2 + 11^2} \Rightarrow d = \sqrt{9+121} = \sqrt{130} \text{ m}$$

گزینه ۱

۱۶ **خط فکری**

برای حل این نوع مسائل باید ابتدا شکل ساده‌ای از موضوع مسئله مطابق داده‌های مسئله رسم کنید. سپس اعداد مسئله را روی شکل قرار دهید. برای به دست آوردن مسافت کافی است، تمام اعداد مسیر از ابتدا تا انتهای مسیر را با هم جمع کنیم. اما برای به دست آوردن بردار جابه‌جایی نیاز به محاسبات مثلثاتی و ریاضی خواهیم داشت.

۱ ابتدا یک شکل ساده از



مسئله رسم می‌کنیم. جابه‌جایی برداری است که ابتدای مسیر را به انتهای آن وصل می‌کند. مطابق شکل خط عمودی از B بر خط

OA رسم می‌کنیم. در مثلث AHB ضلع روبه‌رو به زاویه 37° نصف وتر است از این رو $AH = \frac{1}{2} = 1 \text{ m}$ و ضلع BH خواهد شد:

$$\cos 37^\circ = \frac{BH}{AB} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{BH}{2} \Rightarrow BH = \sqrt{3} \text{ m}$$

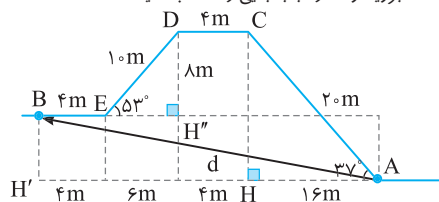
اکنون در مثلث OHB، طول وتر (d) را به دست می‌آوریم.

$$d^2 = BH^2 + OH^2 = (\sqrt{3})^2 + (4+1)^2 \Rightarrow d^2 = 3+25=28 \Rightarrow d = 2\sqrt{7} \text{ m}$$

۲ مسافت طی شده برابر مجموع طول مسیر ۴ m و طول مسیر ۲ m یعنی ۶ m است.

۱۷ **خط فکری**

برای به دست آوردن مسافت کافی است اعداد روی شکل را از A تا B با هم جمع کنیم اما برای جابه‌جایی باید برداری از A تا B رسم کنید سپس به سراغ هندسه و مثلثات بروید و اندازه جابه‌جایی را حساب کنید.



۱ ۲۳ A

سرعت متوسط برابر با $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ بنابراین:

متحرک اول:

$$\begin{cases} x_1 = -2 \\ x_2 = 6/4 \end{cases} \Rightarrow \Delta x = x_2 - x_1 = 8/4 \text{ m}, \quad v_{av} = \frac{8/4}{4} = 2/1 \text{ m/s}$$

متحرک دوم: با توجه به رابطه سرعت متوسط داریم:

$$-2/8 = \frac{\Delta x}{4} \Rightarrow \Delta x = -5/6 \text{ m} \Rightarrow x_2 - x_1 = -5/6 \Rightarrow -2/5 - x_1 = -5/6 \Rightarrow x_1 = 3/1 \text{ m}$$

متحرک سوم: $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow 3/3 = \frac{8/6 - 2}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = 2 \text{ s}$

سرعت متوسط	زمان	مکان پایانی	مکان آغازین	
A	4s	6/4 i	-2 i	متحرک (۱)
-2/8 i	2s	-2/5 i	B	متحرک (۲)
3/3 i	C	8/6 i	2 i	متحرک (۳)

۳ ۲۴ A

یادآوری هرگاه مختصات نقطه ابتدایی و انتهایی مسیر حرکت را داشته باشیم می‌توانیم جابه‌جایی متحرک را حساب کنیم و اما نمی‌توانیم در مورد مسافت اظهار نظر کنیم. مگر آنکه مسیر حرکت از ابتدا تا انتهای مسیر مشخص باشد.

۱. متحرک روی محور xها از مکان +4m به مکان -6m رفته است یعنی جابه‌جایی آن برابر است با: $d = -6 - 4 = -10 \text{ m}$

۲. سرعت متوسط متحرک برابر خواهد شد با:

$$v_{av} = \frac{d}{\Delta t} \Rightarrow v_{av} = \frac{-10}{6-2} \Rightarrow v_{av} = -2/5 \text{ m/s}$$

۳. مسیر حرکت مشخص نیست یعنی معلوم نیست که متحرک مستقیم و بدون تغییر جهت از مکان +4m به مکان -6m رفته است یا نه؟ بنابراین در مورد تندی متوسط نمی‌توان اظهار نظر کرد.

۳ ۲۵ B

خط فکری در بررسی سرعت متوسط، مهم نیست که متحرک چه مسیری را طی کرده است تنها شما باید ببینید متحرک از چه نقطه‌ای به چه نقطه‌ای رفته و فاصله دو نقطه را حساب کنید و جابه‌جایی را به دست آورده تا بتوانید سرعت متوسط را حساب کنید.

متحرک در مبدأ زمان یعنی $t=0$ در مکان -40 m و در لحظه آخر یعنی $t_p = 10 \text{ s}$ در مکان $+20 \text{ m}$ بوده یعنی $d = 20 - (-40) = 60 \text{ m}$ در جهت مثبت محور xها جابه‌جا شده است، بنابراین سرعت متوسط خواهد شد: $v_{av} = \frac{d}{t} = \frac{60}{10-0} = 6 \text{ m/s}$

دقت کردید لحظه $t = 6 \text{ s}$ و مکان $x = 100 \text{ m}$ در حل این تست تأثیری ندارد.

بازی با سؤال متحرکی که روی محور x حرکت است، در لحظه

$t_1 = 2/4 \text{ s}$ از مکان $x_1 = -4 \text{ m}$ و در لحظه $t_2 = 4/4 \text{ s}$ از مکان $x_2 = 2 \text{ m}$ می‌گذرد و سپس در لحظه t_3 به مکان $x_3 = 6 \text{ m}$ می‌رسد. اگر در بازه t_2 تا t_3 سرعت متوسط 2 m/s باشد، سرعت متوسط در بازه t_1 تا t_3 چند متر بر ثانیه است؟

۴ (۴) ۲ (۳) ۳/۵ (۲) ۲/۵ (۱)

پاسخ با توجه به تعریف سرعت متوسط، لحظه t_3 را حساب می‌کنیم.

$$t_2 \rightarrow t_3: v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow 2 = \frac{6-2}{t_3-4/4} \Rightarrow 2 = \frac{4}{t_3-4/4} \Rightarrow t_3 - 4/4 = 2 \Rightarrow t_3 = 6/4 \text{ s}$$

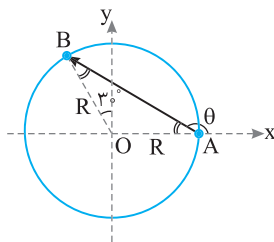
اکنون می‌توانیم سرعت متوسط از $t_1 = 2/4 \text{ s}$ تا $t_3 = 6/4 \text{ s}$ را به دست بیاوریم:

$$t_1 \rightarrow t_3: v_{av} = \frac{6 - (-4)}{6/4 - 2/4} = \frac{10}{1} = 10 \text{ m/s}$$

گزینه ۱

۲ ۲۰ B

یادآوری بردار جابه‌جایی برداری است که از ابتدای مسیر به انتهای مسیر رسم می‌شود.



بردار جابه‌جایی را از A تا B رسم می‌کنیم. مثلث OAB یک مثلث متساوی‌الساقین است و زاویه رأس آن مطابق شکل $\hat{O} = 90^\circ + 30^\circ = 120^\circ$ است. بنابراین زاویه دو ساق آن با قاعده (جابه‌جایی) 30° است. یعنی زاویه بین بردار جابه‌جایی و جهت مثبت محور x خواهد شد:

$$\theta = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$$

بازی با سؤال در این سؤال اگر شعاع حرکت 15 cm باشد، مسافت طی شده توسط متحرک چند سانتی‌متر است؟ ($\pi = 3/14$)

۳/۱۴ (۴) ۱/۵۷ (۳) ۱۵/۷ (۲) ۳۱/۴ (۱)

پاسخ متحرک از A تا B کمان 120° یعنی $\frac{120}{360} = \frac{1}{3}$ محیط دایره را طی می‌کند، بنابراین مسافت خواهد شد:

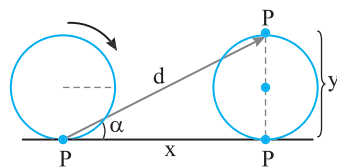
$$\ell = \frac{1}{3} (2\pi R) \Rightarrow \ell = \frac{1}{3} \times (2 \times 3/14 \times 15) \Rightarrow \ell = 31/4 \text{ cm}$$

گزینه ۱

۲ ۲۱ B

خط فکری به این فکر کنید که اگر چرخ، نیم‌دور بچرخد نقطه P در چه وضعیتی قرار می‌گیرد تا بتوانید جابه‌جایی افقی و قائم نقطه P را مشخص کرده و بزرگی جابه‌جایی را به دست بیاورید.

با چرخش نیم دور مطابق شکل، نقطه P از سطح زمین به بالاترین نقطه می‌رود در این حالت نقطه P در امتداد قائم به اندازه قطر لاستیک بالا می‌رود ($y = 60 \text{ cm}$) و روی سطح افقی به اندازه نصف محیط جابه‌جا می‌شود $x = \frac{1}{2} (2\pi R)$.



$$x = \frac{1}{2} \pi \times 60 \Rightarrow x = 30\pi \text{ cm} \Rightarrow x = 30 \times 3 = 90 \text{ cm}$$

اندازه جابه‌جایی خواهد شد:

$$d = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{90^2 + 60^2} \Rightarrow d = 30\sqrt{3^2 + 2^2} \Rightarrow d = 30\sqrt{13} \text{ cm}$$

بازی با سؤال در این حرکت بردار جابه‌جایی با سطح افقی زاویه α می‌سازد. کدام گزینه درست است؟

$\tan \alpha = \sqrt{3}$ (۴) $\tan \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$ (۳) $\tan \alpha = \frac{1}{3}$ (۲) $\tan \alpha = \frac{2}{3}$ (۱)

پاسخ با توجه به شکل خواهیم داشت:

$$\tan \alpha = \frac{y}{x} = \frac{60}{90} = \frac{2}{3}$$

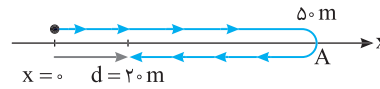
گزینه ۱

۳ ۲۲ A

سرعت متوسط بنا به تعریف برابر نسبت بردار جابه‌جایی به زمان جابه‌جایی است $(\vec{v}_{av} = \frac{\vec{d}}{t})$ ، بنابراین سرعت متوسط کمیت برداری است و همواره بردار سرعت متوسط هم جهت بردار جابه‌جایی است. تندی متوسط بنا به تعریف برابر نسبت مسافت به زمان طی مسیر است $s_{av} = \frac{\ell}{t}$. تندی متوسط کمیت نرده‌ای و همواره مثبت بیان می‌شود.

A ۲۶ ۱

در به دست آوردن سرعت متوسط، مسیر حرکت مهم نیست و تنها محل نقطه ابتدایی و محل نقطه انتهایی مسیر مهم است. در این مسئله ذره از مکان $x=0$ شروع کرده و در نهایت به مکان $+20\text{m}$ رسیده است بنابراین جابه‌جایی متحرک $d=+20\text{m}$ است و سرعت متوسط خواهد شد:



$$v_{av} = \frac{d}{\Delta t} = \frac{20}{20} \Rightarrow v_{av} = 1\text{ m/s}$$

بازی با سؤال ذره‌ای در امتداد محور x ها از مبدأ شروع به حرکت می‌کند و در مدت 20 ثانیه ابتدا تا نقطه A به طول $+50$ می‌رود و بعد به نقطه $+20$ برمی‌گردد. تندی متوسط ذره در این مدت چند متر بر ثانیه است؟

$$1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5$$

پایان مسافت طی شده برابر است با:

$$\ell = 50 + 30 = 80\text{m}$$

تندی متوسط خواهد شد:



گزینه ۲

A ۲۷ ۲

خط فکری چرا در هر گزینه دو مکان برای لحظه $t=4\text{s}$ بیان شده است؟ چون که اندازه سرعت متوسط داده شده بنابراین شما باید در فرمول سرعت متوسط یک بار عدد $+3/5\text{m/s}$ و بار دیگر عدد $-3/5\text{m/s}$ قرار دهید. به همین دلیل دو جواب به دست می‌آوریم.

رابطه سرعت متوسط را نوشته و داده‌های مسئله را در آن جای گذاری می‌کنیم.

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

$$x_1 = -1/6\text{m} \rightarrow \begin{cases} v_{av} = \frac{x_2 - (-1/6)}{4} \Rightarrow \frac{x_2 + 1/6}{4} = 3/5 \Rightarrow x_2 = 12/4\text{m} \\ v_{av} = \frac{x_2 - (-1/6)}{4} \Rightarrow \frac{x_2 + 1/6}{4} = -3/5 \Rightarrow x_2 = -15/6\text{m} \end{cases}$$

B ۲۸ ۳

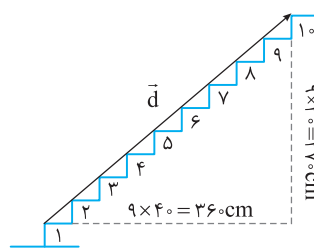
خط فکری اشتباه نکنید فاصله لبه پله اول تا لبه پله دهم، 10 پله نیست، باید شکل رسم کنید و تعداد پله‌ها را بشمرید. سپس از لبه پله اول تا لبه پله دهم بردار جابه‌جایی را رسم کرده و اندازه آن را به کمک رابطه فیثاغورس به دست بیاورید.

۱ شمردید؟ تعداد پله‌ها، 9 پله است.

۲ پهنای هر پله 40cm است و جابه‌جایی افقی مورچه $9 \times 40 = 360\text{cm}$ می‌شود.

۳ بلندی هر پله 30cm است و جابه‌جایی قائم مورچه $9 \times 30 = 270\text{cm}$ خواهد شد.

۴ جابه‌جایی مورچه را حساب می‌کنیم.



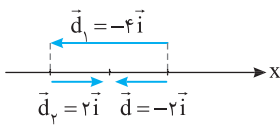
$$|\vec{d}| = \sqrt{(270)^2 + (360)^2} \\ = \sqrt{9^2 \times (30^2 + 40^2)} \\ \Rightarrow |\vec{d}| = 450\text{cm} = 4.5\text{m}$$

۵ سرعت متوسط آن را به دست می‌آوریم.

$$v_{av} = \frac{d}{\Delta t} = \frac{4.5}{45} = 0.1\text{ m/s}$$

B ۲۹ ۱

۱ به صورت مسئله دقت کنید. متحرک ابتدا جابه‌جایی -4m را انجام داده یعنی در مدت 2s در خلاف جهت محور x ها، 4m جابه‌جا شده و در دو



ثانیه دوم جابه‌جایی 2m را انجام داده است یعنی از 4m که در خلاف جهت محور رفته بود، 2m را برگشته و در کل جابه‌جایی آن در مدت 4s ، 2m است. بنابراین بردار سرعت متوسط آن در این چهار ثانیه خواهد شد:

$$\vec{v}_{av} = \frac{\vec{d}}{\Delta t} \Rightarrow \vec{v}_{av} = \frac{-2\vec{i}}{4} = -\frac{1}{2}\vec{i}$$

۲ مسافت طی شده در مدت 4s برابر $\ell = 4 + 2 = 6\text{m}$ و تندی متوسط خواهد شد:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \Rightarrow s_{av} = \frac{6}{4} = 1.5\text{m/s}$$

بازی با سؤال متحرکی روی محور x ها در حال حرکت بوده و در بازه زمانی $t_1 = 2\text{s}$ تا $t_2 = 4\text{s}$ بردار جابه‌جایی آن $\Delta \vec{i}$ و در مدت $t_2 = 4\text{s}$ تا $t_3 = 5\text{s}$ بردار جابه‌جایی آن $-3\vec{i}$ خواهد بود. سرعت متوسط در بازه $t = 2\text{s}$ تا $t = 5\text{s}$ چند متر بر ثانیه خواهد بود؟

$$1 \quad 2 \quad 3 \quad 4$$

پایان جابه‌جایی متحرک در بازه 2s تا 4s ، 5m و در جهت مثبت محور x ها بوده سپس در مدت 1s (بازه $t_2 = 4\text{s}$ تا $t_3 = 5\text{s}$) از این 5m ، 3m را

برمی‌گردد. بنابراین جابه‌جایی آن در کل برابر $5 - 3 = 2\text{m}$ و در جهت مثبت

محور x ها بوده و سرعت متوسط متحرک خواهد شد: $v_{av} = \frac{d}{\Delta t} = \frac{2}{5-2} = \frac{2}{3}\text{m/s}$

گزینه ۳

B ۳۰ ۲

خط فکری فاصله مستقیم تهران تا اصفهان مشخص نیست بنابراین سرعت متوسط قابل محاسبه نیست. بنابراین شما باید تنها به سراغ تندی متوسط یعنی گزینه‌های (۲) و (۳) بروید.

۱ مدت زمان حرکت از تهران تا قم $t_1 = 1/5\text{h}$ و مدت زمان حرکت از قم تا اصفهان

80% بیشتر از $1/5\text{h}$ است. بنابراین زمان حرکت قم تا اصفهان خواهد شد:

$$t_2 = t_1 + \frac{\Delta t}{100} \Rightarrow t_2 = 1/5 + \frac{4}{100} \Rightarrow t_2 = 2/7\text{h}$$

۲ کل زمان حرکت از تهران تا اصفهان را به دست می‌آوریم.

$$t_{\text{کل}} = t_1 + t_2 = 1/5 + 2/7 = 4/7\text{h}$$

۳ مسافت طی شده خودرو را حساب می‌کنیم. $\ell = 125 + 274 \Rightarrow \ell = 399\text{km}$

۴ تندی متوسط در کل مسیر خواهد شد.

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \Rightarrow s_{av} = \frac{399}{4/7} \Rightarrow s_{av} = 95\text{km/h}$$

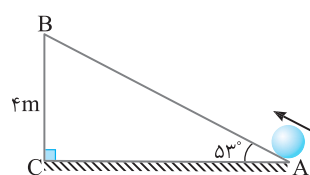
A ۳۱ ۲

تکته هرگاه در یک مسیر متحرک به مکان اولیه‌اش بازگردد، جابه‌جایی متحرک

صفر و در نتیجه سرعت متوسط متحرک صفر می‌شود.

۱ مسیر حرکت A تا B را

حساب می‌کنیم.



$$\sin 53^\circ = \frac{BC}{AB} \\ \Rightarrow 0.8 = \frac{4}{AB} \Rightarrow AB = 5\text{m}$$

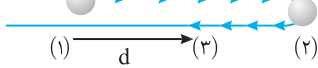
۲ مسافت طی شده در کل مسیر رفت و برگشت خواهد شد: $\ell = 5 + 5 = 10\text{m}$

۳ مسافت طی شده را به دست می‌آوریم.

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \xrightarrow{\Delta t = 3+5} s_{av} = \frac{10}{8} \Rightarrow s_{av} = 1.25\text{m/s}$$

۳ ۳۵ B

۱ مسافت طی شده دو برابر اندازه جابه‌جایی است. $\ell = 2d$
 ۲ سرعت متوسط در این حرکت قطعاً از تندی متوسط کوچک‌تر است از این رو بنابه فرض مسئله خواهیم داشت:



$$s_{av} - v_{av} = 2 \quad (II)$$

۳ در رابطه (۲) به جای v_{av} و s_{av} مقدار آن‌ها را براساس فرمول آن‌ها قرار می‌دهیم.

$$s_{av} = \frac{\ell}{t}, v_{av} = \frac{d}{t} \quad (II) \rightarrow \frac{\ell}{t} - \frac{d}{t} = 2 \rightarrow \frac{\ell - d}{t} = 2 \rightarrow \frac{\ell - d}{\ell} = \frac{2t}{\ell}$$

$$\frac{2d - d}{\ell} = 2 \Rightarrow \frac{d}{\ell} = 2 \Rightarrow d = 2\ell, \ell = 16m$$

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \Rightarrow s_{av} = \frac{16}{4} = 4m/s \quad \text{۴ تندی متوسط را حساب می‌کنیم}$$

۳ ۳۶ B

خط فکری تندی هر سه متحرک یکسان است، بنابراین هر متحرکی که مسیرش طولانی‌تر است در زمان بیشتری از A به B می‌رود. اما سرعت متوسط به مسیر حرکت بستگی ندارد و برداری است که ابتدای مسیر (نقطه A) را به انتهای مسیر (نقطه B) وصل می‌کند. با توجه به این مطالب و رابطه سرعت متوسط $v_{av} = \frac{d}{\Delta t}$ می‌توانید درباره پاسخ درست فکر کنید.

۱ طول مسیر (۱) از هر سه مسیر طولانی‌تر و طول مسیر (۲) از هر سه مسیر کوتاه‌تر است.

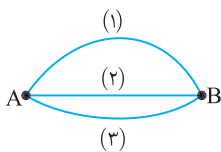
$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t_1 > \Delta t_2 > \Delta t_3$$

۲ جابه‌جایی هر سه برابر است از این رو:

$$v_{av} = \frac{d}{\Delta t} \quad \frac{d_1 = d_2 = d_3}{\Delta t_1 > \Delta t_2 > \Delta t_3} \Rightarrow v_{av_1} < v_{av_2} < v_{av_3}$$

بازی با سؤال مطابق شکل زیر، سه متحرک با بزرگی سرعت متوسط

یکسان سه مسیر نشان داده شده را طی می‌کند و تندی متوسط در مسیرهای (۱)، (۲) و (۳) به ترتیب s_{av_1} ، s_{av_2} و s_{av_3} خواهد بود. کدام گزینه درست است؟



$$s_{av_1} = s_{av_2} = s_{av_3} \quad (1)$$

$$s_{av_1} < s_{av_2} < s_{av_3} \quad (2)$$

$$s_{av_1} > s_{av_2} > s_{av_3} \quad (3)$$

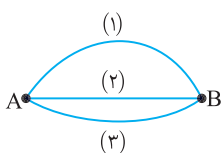
$$s_{av_1} > s_{av_2} > s_{av_3} \quad (4)$$

پاسخ یادآوری سرعت متوسط $v_{av} = d/t$ و تندی متوسط

$$s_{av} = \ell/t \quad \text{که } d, \text{ جابه‌جایی و } \ell \text{ مسافت طی شده است.}$$

۱ با توجه فرض مسئله سرعت متوسط هر سه متحرک برابر است از طرفی جابه‌جایی هر سه متحرک از A تا B یکسان و برابر d است.

$$v_{av_1} = v_{av_2} = v_{av_3} \Rightarrow \frac{d}{\Delta t_1} = \frac{d}{\Delta t_2} = \frac{d}{\Delta t_3} \Rightarrow \Delta t_1 = \Delta t_2 = \Delta t_3$$



۲ اکنون در مورد تندی متوسط می‌توان

اظهار نظر کرد. مسافت طی شده توسط

متحرک (۱) بیشترین و توسط متحرک (۲)

کمترین است. از این رو می‌توان نوشت:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \quad \frac{\ell_1 > \ell_2 > \ell_3}{\Delta t = \text{ثابت}} \rightarrow s_{av_1} > s_{av_2} > s_{av_3} \quad \text{۳ گزینه}$$

۳ ۳۲ A

یادآوری تندی متوسط برابر مسافت پیموده شده تقسیم بر زمان طی این مسافت و

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \quad \text{کمیتی نرده‌ای است. (مسافت طی شده در یکای زمان)}$$

یادآوری سرعت متوسط برابر جابه‌جایی تقسیم بر یکای زمان و کمیتی برداری است.

$$\vec{v}_{av} = \frac{\vec{d}}{\Delta t}$$

در حرکت بر خط راست بدون تغییر جهت مسافت طی شده و اندازه جابه‌جایی برابر بوده و تندی متوسط با اندازه سرعت متوسط برابر است. در مسیرهای خمیده مثل شکل روبه‌رو

همواره مسافت طی شده از اندازه جابه‌جایی بزرگ‌تر است. از این رو: $s_{av} > |\vec{v}_{av}|$
 بنابراین گزینه‌های (۱) و (۲) در حالت‌های خاصی درست هستند و عبارت قطعاً نادرست در مورد آن‌ها صدق نمی‌کند. اندازه جابه‌جایی متحرک همواره کوچک‌تر یا برابر مسافت طی شده است ($d \leq \ell$) بنابراین اندازه سرعت متوسط همواره کوچک‌تر یا برابر تندی متوسط بوده و هرگز اندازه سرعت متوسط نمی‌تواند از تندی متوسط بیشتر شود و قطعاً گزینه (۳) نادرست است.

در یک مسیر بسته مثلاً در یک مسیر رفت و برگشت به محل شروع حرکت، جابه‌جایی صفر و سرعت متوسط صفر است. هر چند تندی متوسط صفر نیست و گزینه (۴) درست است.

۴ ۳۳ A

برای بررسی گزینه‌های این تست از یک مثال عددی استفاده می‌کنیم. فرض کنید متحرک در مدت ۲s از مکان $2\vec{i}$ به مکان $10\vec{i}$ رفته حال حالت‌های مختلف را بررسی می‌کنیم:

۱ در این حالت مانند گزینه (۱) جهت حرکت متحرک در طول مسیر مثبت بوده است.

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{8}{2} = 4m/s$$

۲ فرض کنید در مدت ۲s از مکان $2\vec{i}$ ابتدا به مکان $12\vec{i}$ رفته و سپس از $12\vec{i}$ به $10\vec{i}$ بازگشته بنابراین ابتدا جهت حرکت مثبت و سپس این جهت منفی است.

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{8}{2} = 4m/s$$

۳ فرض کنید در مدت ۲s از مکان $2\vec{i}$ ابتدا به مبدأ مکان رفته و سپس از مبدأ به $10\vec{i}$ برود، بنابراین ابتدا جهت حرکت منفی و سپس این جهت مثبت است:

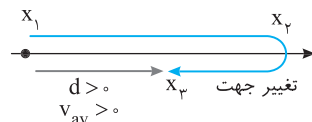
$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{8}{2} = 4m/s$$

بنابراین هر سه گزینه می‌تواند حرکت ما را شامل شود و گزینه (۴) درست است.

۳ ۳۴ A

نکته جهت بردار سرعت چگونگی مسیر حرکت را مشخص نمی‌کند.

اگر جهت حرکت مثبت باشد جهت جابه‌جایی و سرعت متوسط نیز مثبت خواهد بود اما عکس این جمله نادرست است یعنی اگر سرعت متوسط متحرک مثبت باشد ممکن است متحرک ابتدا در جهت منفی و سپس در جهت مثبت حرکت کرده باشد و یا ابتدا در جهت مثبت محور جابه‌جا شده و سپس مقدار کمتری در جهت منفی حرکت کرده است. به طوری که جابه‌جایی کل مثبت بوده و سرعت متوسط مثبت باشد اما متحرک همواره در جهت مثبت حرکت نکرده باشد. بنابراین گزاره (الف) درست است. در شکل زیر مشخص است که سرعت متوسط مثبت اما متحرک مدتی در خلاف جهت محور حرکت کرده است و گزاره (ب) نادرست است.



با توجه به رابطه $\vec{v}_{av} = \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t}$ جهت سرعت و جابه‌جایی یکسان است بنابراین گزاره (ب) درست است.

۲ مسافت طی شده در بازه $\Delta t_p = \frac{t}{2}$ با تندی 40 m/s خواهد شد:

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} \Rightarrow 40 = \frac{l_p}{\frac{t}{2}} \Rightarrow l_p = 20t$$

۳ تندی متوسط در کل مدت t را به دست می آوریم.

$$s_{av} = \frac{l_1 + l_p}{\Delta t_1 + \Delta t_p} \Rightarrow s_{av} = \frac{\Delta t + 20t}{t} = 25 \text{ m/s}$$

میابری هرگاه متحرک کل زمان حرکت را در بازه های زمانی یکسان با تندی های متفاوت $s_{av_1}, \dots, s_{av_n}$ طی کند آن گاه تندی متوسط در کل زمان حرکت

$$s_{av} = \frac{s_{av_1} + s_{av_2} + \dots + s_{av_n}}{n}$$
 خواهد شد:

۴ ۴۰ A

۱ طول مسیر حرکت یعنی مسافت طی شده را حساب می کنیم ابتدا در مدت $2h$ با تندی متوسط 60 km/h متحرک حرکت کرده و مسافت طی شده $l_1 = 60 \times 2 = 120 \text{ km}$ و در مدت 30 min یا $0.5h$ متوقف بوده و سپس با تندی 90 km/h به مدت $2/5h$ رانندگی کرده یعنی مسافت طی شده آن $l_p = 90 \times 2/5 = 36 \text{ km}$ است.

۲ کل زمان حرکت متحرک $\Delta t_{\text{کل}} = 2 + 0.5 + 2/5 = 3.2h$ و کل مسافت طی شده $l = 120 + 36 = 156 \text{ km}$ است، بنابراین تندی متوسط خواهد شد:

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} \Rightarrow s_{av} = \frac{156}{3.2} \Rightarrow s_{av} = 48.75 \text{ km/h}$$

۲ ۴۱ A

۱ جابه جایی در مدت t_1 و t_2 را به دست می آوریم:

$$v_{av} = \frac{d}{t} \Rightarrow d_1 = v_{av_1} t_1 = 20t_1, \quad d_2 = v_{av_2} t_2 = 40t_2$$

۲ متحرک در یک جهت در حال حرکت است و جابه جایی کل آن برابر مجموع d_2 و d_1 است. از این رو بنا به تعریف سرعت متوسط خواهیم داشت:

$$v_{av} = \frac{d}{\Delta t} \Rightarrow 28 = \frac{20t_1 + 40t_2}{t_1 + t_2} \Rightarrow 28t_1 + 28t_2 = 20t_1 + 40t_2$$

$$\Rightarrow 8t_1 = 12t_2 \Rightarrow \frac{t_1}{t_2} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$$

۳ ۴۲ B

خط فکری سرعت متوسط کل خلاف جهت محور x یعنی -28 m/s است. شما باید جابه جایی در هر قسمت را حساب کنید سپس جابه جایی کل را به دست بیاورید تا بتوانید به کمک سرعت متوسط کل نسبت $\frac{t_1}{t_2}$ را بیابید.

۱ در مدت t_1 جابه جایی متحرک با سرعت متوسط 20 m/s خواهد شد:

$$d_1 = v_{av_1} t_1 \Rightarrow d_1 = 20t_1$$

۲ در مدت t_2 جابه جایی متحرک در خلاف جهت محور x بوده یعنی سرعت متوسط آن -40 m/s است و جابه جایی در این مدت خواهد شد:

$$d_2 = v_{av_2} t_2 \Rightarrow d_2 = -40t_2$$

۳ اکنون رابطه سرعت متوسط کل را نوشته، داده های به دست آمده را جای گذاری می کنیم.

$$v_{av} = \frac{\Delta x_{\text{کل}}}{\Delta t} \Rightarrow -28 = \frac{20t_1 - 40t_2}{t_1 + t_2} \Rightarrow -14 = \frac{10t_1 - 20t_2}{t_1 + t_2}$$

$$\Rightarrow -14t_1 - 14t_2 = 10t_1 - 20t_2 \Rightarrow -14t_1 + 20t_2 = 10t_1 + 14t_2$$

$$\Rightarrow 6t_2 = 24t_1 \Rightarrow \frac{t_1}{t_2} = \frac{6}{24} = \frac{1}{4}$$

۱ ۳۷ B

۱ جابه جایی خودرو در یک مسیر رفت و برگشت صفر است، بنابراین سرعت متوسط آن نیز صفر است. ($v_{av} = 0$)

۲ تندی متوسط در کل مسیر را حساب می کنیم. اگر طول مسیر رفت و طول مسیر برگشت l باشد طول کل مسیر رفت و برگشت $2l$ خواهد بود.

۳ زمان حرکت در مسیر رفت خواهد شد: $s_{av} = \frac{l}{\Delta t_1} \Rightarrow 90 = \frac{l}{\Delta t_1} \Rightarrow \Delta t_1 = \frac{l}{90}$

۴ زمان حرکت در مسیر برگشت خواهد شد:

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t_2} \Rightarrow 60 = \frac{l}{\Delta t_2} \Rightarrow \Delta t_2 = \frac{l}{60}$$

۵ تندی متوسط خواهد شد:

$$s_{av} = \frac{l_{\text{کل}}}{\Delta t_{\text{کل}}} = \frac{2l}{\frac{l}{90} + \frac{l}{60}} \Rightarrow s_{av} = \frac{2l}{\frac{2+3}{180}l} \Rightarrow s_{av} = \frac{2 \times 180}{5} = 72 \text{ km/h}$$

میابری در یک مسیر وقتی دو نیمه مسیر توسط خودرو با دو تندی متفاوت s_{av_1} و s_{av_2} طی می شود تندی متوسط در کل مسیر خواهد شد:

$$s_{av} = \frac{2s_{av_1}s_{av_2}}{s_{av_1} + s_{av_2}}$$

بازی با سوال متحرکی نصف مسیر مستقیمی را با تندی 40 m/s و بقیه آن مسیر را در همان سو با تندی v طی کرده است. اگر سرعت متوسط در کل مسیر 48 m/s باشد، اندازه v چند متر بر ثانیه است؟

۵۶ (۱) ۹۰ (۲) ۳۰ (۳) ۶۰ (۴)

۱ با توجه به تعریف سرعت متوسط می توان نوشت:

$$v_{av} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2}{\Delta t_1 + \Delta t_2} = \frac{\frac{x}{2} + \frac{x}{2}}{\frac{x}{2s_1} + \frac{x}{2s_2}} \Rightarrow v_{av} = \frac{2s_1s_2}{s_1 + s_2} \Rightarrow 48 = \frac{2 \times 40 \times v}{40 + v}$$

$$\Rightarrow 240 + 6v = 10v \Rightarrow v = 60 \text{ m/s}$$

گزینۀ ۴

۳ ۳۸ B

خط فکری باید مدت زمان رفت و مدت زمان برگشت را حساب کنیم و ببینیم که در لحظه $t = 14s$ ، متحرک در چه مکانی است و آیا در مسیر رفت است یا مسیر برگشت؟ در این صورت می توانیم سرعت متوسط را به دست بیاوریم.

۱ زمان رفت شناگر برابر خواهد شد با:

$$t = \frac{\Delta x}{v_{av}} \Rightarrow t_1 = \frac{50}{5} \Rightarrow t_1 = 10s$$

۲ زمان برگشت شناگر برابر خواهد شد با:

بنابراین در لحظه $t = 14s$ شناگر در مسیر برگشت است و با سرعت متوسط 2 m/s در مدت $4s$ ، مسافت 8 m برگشته است، بنابراین جابه جایی شناگر از لحظه شروع تا $t = 14s$ برابر $50 - 8 = 42 \text{ m}$ است و سرعت متوسط خواهد شد:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v_{av} = \frac{42}{14} = \frac{6}{2} = 3 \text{ m/s}$$

۳ ۳۹ A

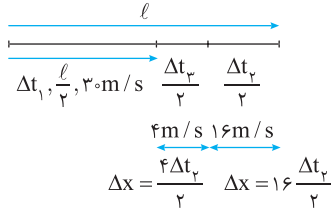
خط فکری دقت کنید که متحرک زمان کل حرکت خود (t) را در دو بازه زمانی یکسان $(\frac{t}{2})$ طی می کند، بنابراین باید بررسی کنید مسافت طی شده در هر یک از این بازه ها بر حسب t چه مقدار است.

۱ مسافت طی شده در بازه $\Delta t_1 = \frac{t}{2}$ برابر است با:

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} \Rightarrow 10 = \frac{l_1}{\frac{t}{2}} \Rightarrow l_1 = 5t$$

B ۴۶ ۱

خط فکری مسئله از دو قسمت تشکیل شده یک بار مسیر حرکت را به دو نیمه مساوی تقسیم کرده و بار دیگر نیمه دوم مسیر را به دو بازه زمانی یکسان تقسیم کرده است. بنابراین شما باید تندی متوسط را در قسمت دوم مسیر (Δt_2) حساب کنید. سپس تندی در قسمت دوم و قسمت اول را برای به دست آوردن تندی کل مسیر به کار ببریم.



ابتدا تندی متوسط در نیمه دوم مسیر را حساب می‌کنیم:

$$s_{av_2} = \frac{\frac{l}{2}}{\Delta t_2} \Rightarrow s_{av_2} = \frac{\frac{4}{2} \frac{\Delta t_2}{2} + 16 \frac{\Delta t_2}{2}}{\Delta t_2} = \frac{4 + 16}{2} = 10 \text{ m/s}$$

اکنون تندی متوسط در کل مسیر را به دست می‌آوریم:

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{l}{\Delta t_1 + \Delta t_2} \Rightarrow s_{av} = \frac{l}{\frac{l}{30} + \frac{l}{10}} = \frac{1}{\frac{1}{30} + \frac{1}{10}} = 15 \text{ m/s}$$

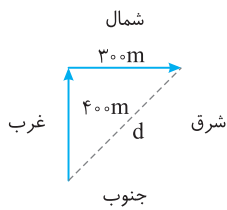
میانبر البته می‌توانستیم در قسمت دوم مسیر، مستقیماً از رابطه

$$v_{av} = \frac{2v_1v_2}{v_1+v_2}$$

یکی است زیرا متحرک روی خط راست بدون تغییر جهت حرکت کرده است.

$$v_{av} = \frac{2 \times 10 \times 30}{10 + 30} = 15 \text{ m/s}$$

B ۴۷ ۱



۱ متحرک با سرعت ثابت ۱۶ m/s، ۴۰۰ m به سمت شمال رفته است، مدت زمان طی این مسیر را حساب می‌کنیم.

$$v = \frac{\Delta x_1}{\Delta t_1} \Rightarrow 16 = \frac{400}{\Delta t_1} \Rightarrow \Delta t_1 = 25 \text{ s}$$

۲ سپس متحرک در مدت ۲۵ s با سرعت

ثابت ۱۲ m/s به سمت شرق رفته است و مقدار جابه‌جایی آن در این مدت برابر است با:

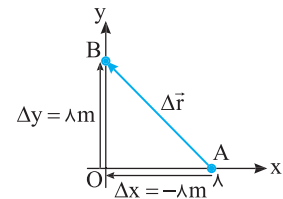
$$v = v_{av} = \frac{\Delta x_2}{\Delta t_2} \Rightarrow 12 = \frac{\Delta x_2}{25} \Rightarrow \Delta x_2 = 300 \text{ m}$$

۳ جابه‌جایی کل را به دست می‌آوریم:

$$|d| = \sqrt{300^2 + 400^2} = 500 \text{ m}$$

$$v_{av} = \frac{|d|}{\Delta t_1 + \Delta t_2} = \frac{500}{25 + 25} = 10 \text{ m/s}$$

B ۴۸ ۲



دقت کنید مسئله سرعت متوسط در امتداد محور xها یعنی از A تا O را خواسته است و شما نباید سرعت متوسط از A تا B را حساب کنید. از A تا O متحرک از مکان +۸ m به مکان x=۰ رفته یعنی در مدت ۵ s جابه‌جایی

آن -۸ m است، بنابراین سرعت متوسط در امتداد محور xها (مولفه x سرعت متوسط)

$$v_{av,x} = -\frac{8}{5} = -1.6 \text{ m/s}$$

C ۴۳ ۴

خط فکری ابتدا باید بررسی کنیم که در مدت ۸ s جابه‌جایی متحرک چند متر است. به چه دلیل به این جابه‌جایی نیاز داریم؟ به این دلیل که جابه‌جایی متحرک در بازه ۰ تا ۳ s کمتر از این مقدار است.

۱ جابه‌جایی متحرک در مدت ۸ s با سرعت متوسط ۱۵ m/s خواهد شد:

$$v_{av} = \frac{d}{t} \Rightarrow 15 = \frac{d}{8} \Rightarrow d = 120 \text{ m}$$

۲ جابه‌جایی متحرک در تمام مدت ۸ s در جهت مثبت محور xها بوده بنابراین در بازه ۰ تا ۳ s قطعاً جابه‌جایی از ۱۲۰ m کمتر است. از این رو سرعت متوسط در بازه ۰ تا

$$v_{av} < \frac{120}{3} \Rightarrow v_{av} < 40 \text{ m/s}$$

نتیجه آنکه تمام مقادیر زیر ۴۰ m/s می‌تواند جواب مسئله باشد و گزینه (۴) درست است.

B ۴۴ ۲

خط فکری کل مسیر حرکت را x فرض کنید و جابه‌جایی هر سه قسمت را بر حسب x به دست بیاورید سپس به سراغ بازه زمانی هر قسمت بروید و از فرمول سرعت متوسط بازه‌های زمانی را نیز بر حسب x حساب کرده و مسئله را حل کنید.

۱ متحرک ابتدا $\Delta x_1 = \frac{2x}{3}$ سپس

$$\Delta x_2 = \frac{x}{3}$$

را طی کرده بنابراین باقی مسیر خواهد شد:

$$\Delta x_3 = x - \frac{2x}{3} - \frac{x}{3} \Rightarrow \Delta x_3 = \frac{0x}{3}$$

۲ بازه زمانی هر قسمت را حساب می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \Delta x_1 = \frac{2x}{3} \Rightarrow \Delta t_1 = \frac{\Delta x_1}{v_{av_1}} \Rightarrow \Delta t_1 = \frac{\frac{2x}{3}}{28} \Rightarrow \Delta t_1 = \frac{x}{42} \\ \Delta x_2 = \frac{x}{3} \Rightarrow \Delta t_2 = \frac{\Delta x_2}{v_{av_2}} \Rightarrow \Delta t_2 = \frac{\frac{x}{3}}{6} \Rightarrow \Delta t_2 = \frac{x}{18} \\ \Delta x_3 = \frac{0x}{3} \Rightarrow \Delta t_3 = \frac{\Delta x_3}{v_{av_3}} \Rightarrow \Delta t_3 = \frac{0}{8} \Rightarrow \Delta t_3 = 0 \end{aligned}$$

۳ اکنون می‌توان سرعت متوسط را به دست آورد:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v_{av} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3}{\Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3} \Rightarrow v_{av} = \frac{x}{\frac{x}{42} + \frac{x}{18} + \frac{x}{42}} \Rightarrow v_{av} = 14 \text{ m/s}$$

A ۴۵ ۳

۱ بازه زمانی هر قسمت از مسیر را بر حسب x و v به دست می‌آوریم.

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta x}{v} \begin{cases} x_1 = x, v_1 = v \rightarrow \Delta t_1 = \frac{x}{v} \\ x_2 = 2x, v_2 = 2v \rightarrow \Delta t_2 = \frac{2x}{2v} = \frac{x}{v} \\ x_3 = 3x, v_3 = 3v \rightarrow \Delta t_3 = \frac{3x}{3v} = \frac{x}{v} \end{cases}$$

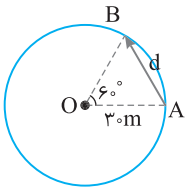
۲ جابه‌جایی کل را حساب می‌کنیم.

$$\Delta x_{\text{کل}} = x + 2x + 3x = 6x$$

۳ سرعت متوسط در کل مسیر خواهد شد:

$$v_{av, \text{کل}} = \frac{\Delta x_{\text{کل}}}{\Delta t_{\text{کل}}} = \frac{6x}{\frac{x}{v} + \frac{x}{v} + \frac{x}{v}} \Rightarrow v_{av, \text{کل}} = \frac{6x}{\frac{3x}{v}} = 2v$$

A ۴ ۵۲



۱ در شکل روبه‌رو، بردار جابه‌جایی از A تا B رسم شده است با توجه به اینکه زاویه O ، 60° بوده و ضلع‌های OA و OB هر دو شعاع دایره بوده و با هم برابر و مقدار آن 3m است. مثلث OAB یک مثلث متساوی‌الاضلاع بوده و طول بردار جابه‌جایی AB نیز 3m خواهد بود. بنابراین سرعت متوسط خواهد شد:

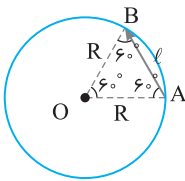
$$v_{av} = \frac{AB}{\Delta t} \Rightarrow v_{av} = \frac{3}{5-2} \Rightarrow v_{av} = 1\text{m/s}$$

نکته: هرگاه متحرک روی مسیر دایره‌ای زاویه θ را طی کند مسافتی که می‌پیماید برابر $\frac{\theta}{360}$ محیط دایره است.

۲ برای تندی متوسط باید طول مسیر AB را حساب کنیم که طول این مسیر $\ell = \frac{1}{6}(2\pi R) \Rightarrow \ell = \frac{1}{6}(2\pi \times 3) \Rightarrow \ell = 1\pi\text{m}$ محیط دایره است. $\frac{60}{360} = \frac{1}{6}$ تندی متوسط خواهد شد:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{1\pi}{5-2} = \frac{1\pi}{3}\text{m/s}$$

A ۱ ۵۳



ابتدا زمان حرکت از A تا B را به کمک تندی حرکت حساب می‌کنیم.

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \xrightarrow{\ell = \frac{1}{6}(2\pi R)} \rightarrow \Delta t = \frac{\frac{1}{6}(2\pi R)}{1} \Rightarrow \Delta t = \frac{\pi R}{12}$$

مثلث OAB متساوی‌الاضلاع بوده بنابراین جابه‌جایی از A تا B با توجه به شکل برابر شعاع دایره ($d=R$) است. در این صورت سرعت متوسط خواهد شد:

$$v_{av} = \frac{d}{\Delta t} = \frac{R}{\frac{\pi R}{12}} \Rightarrow v_{av} = \frac{12}{\pi}\text{m/s}$$

A ۱ ۵۴

نکته: ثانیه n ام حرکت یعنی بازه زمانی بین $n-1$ و n به‌طور مثال ثانیه سوم یعنی بازه زمانی بین $t=2\text{s}$ تا $t=3\text{s}$.

نکته: برای به‌دست آوردن سرعت متوسط در ثانیه سوم شما باید مکان متحرک در $t=2\text{s}$ و $t=3\text{s}$ به‌دست بیاورید و سرعت متوسط را به کمک $v_{av} = \Delta x / \Delta t$ حساب کنید. همچنین برای سرعت متوسط در ثانیه دوم مکان متحرک در $t=1\text{s}$ و $t=2\text{s}$ را به کمک معادله مکان - زمان حساب کرده و سرعت متوسط در این بازه را به‌دست بیاورید.

۱ ثانیه دوم حرکت یعنی بازه زمانی بین $t_1=1\text{s}$ تا $t_2=2\text{s}$ در این صورت:

$$x = t^3 - 2t + 1 \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 1\text{s} \Rightarrow x_1 = 1 - 2 + 1 = 0 \\ t_2 = 2\text{s} \Rightarrow x_2 = 8 - 4 + 1 = 5\text{m} \end{cases} \Rightarrow v_{av} = \frac{5-0}{2-1} = 5\text{m/s}$$

۲ ثانیه سوم حرکت یعنی بازه زمانی بین $t_1=2\text{s}$ تا $t_2=3\text{s}$ از این‌رو:

$$\begin{cases} t_1 = 2\text{s} \Rightarrow x_1 = 8 - 4 + 1 = 5\text{m} \\ t_2 = 3\text{s} \Rightarrow x_2 = 27 - 6 + 1 = 22\text{m} \end{cases} \Rightarrow v'_{av} = \frac{22-5}{3-2} = 17\text{m/s}$$

۳ بنابراین خواهیم داشت:

$$v'_{av} - v_{av} = 17 - 5 = 12\text{m/s}$$

بازی با سوال: معادله حرکت جسمی که روی محور x ها در حرکت است

در SI به صورت $x = t^2 - 2t + 1$ است. سرعت متوسط این جسم در بازه زمانی 0.5 تا 1.5 چند m/s است؟

۱/۵ (۱) ۱ (۲) ۰/۵ (۳) ۴ (۴) صفر

A ۱ ۴۹

دره در امتداد خط راست از A به B رفته است. بنابراین ابتدا طول مسیر از A تا B را به کمک ریاضی به‌دست می‌آوریم.

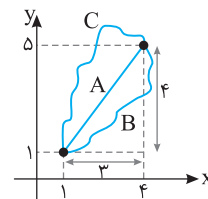
$$\ell = AB = \sqrt{(y_B - y_A)^2 + (x_B - x_A)^2} = \sqrt{(-3-6)^2 + (8+4)^2} = \sqrt{81+144} \Rightarrow \ell = 15\text{m}$$

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{15}{5-3} = 7.5\text{m/s}$$

سؤال: آیا در این تست مانند تست اصلی می‌توانستیم تندی متوسط را به دست بیاوریم؟ پاسخ: قطعاً نه، زیرا در تست اصلی مسیر حرکت خط راست بود اما در این تست مسیر حرکت مشخص نیست.

B ۴ ۵۰

خط فکری: برای آنکه تندی متوسط جسم را حساب کنیم باید چگونگی مسیر حرکت مشخص باشد تا بتوانیم مسافت و سپس تندی را به‌دست بیاوریم در این مسئله مسیر حرکت مشخص نیست، اما ما می‌دانیم که مسافت طی شده بین دو نقطه همواره بزرگ‌تر یا مساوی جابه‌جایی بین دو نقطه است و جابه‌جایی بین دو نقطه نیز برداری است که نقطه ابتدایی را به نقطه انتهایی وصل کند. بنابراین شما باید ابتدا جابه‌جایی و سپس سرعت متوسط را پیدا کنید در این صورت تندی متوسط باید از عددی که برای سرعت متوسط به‌دست می‌آورد بزرگ‌تر یا با آن مساوی باشد.



مسیر حرکت مشخص نیست اما جابه‌جایی در تمام مسیرهایی که روی شکل نشان داده‌ایم برابر است با:

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \Rightarrow d = \sqrt{(4-1)^2 + (5-1)^2} \Rightarrow d = \sqrt{9+16} = 5\text{m}$$

سرعت متوسط را حساب می‌کنیم. $v_{av} = \frac{d}{\Delta t} \xrightarrow{t=5\text{s}} v_{av} = \frac{5}{5} = 1\text{m/s}$ بنابراین تندی متوسط باید بزرگ‌تر یا مساوی 1m/s باشد. بنابراین گزینه (۴) درست است.

B ۲ ۵۱

خط فکری: در بررسی سرعت متوسط به مسیر حرکت کاری نداریم و تنها فاصله نقطه ابتدایی از نقطه انتهایی که مشخص‌کننده اندازه جابه‌جایی است مهم است. بنابراین مکان d_p را از ذهن خود حذف کنید و در مدت $2+3=5\text{s}$ جابه‌جایی متحرک را از مکان d_1 تا d_p حساب کنید.

یادآوری: فاصله بین دو نقطه در صفحه xOy از رابطه زیر به‌دست می‌آید:

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

۱ جابه‌جایی از $d_1 = 4\vec{i} + 7\vec{j}$ تا $d_p = -5\vec{i} - \vec{j}$ متحرک را به‌دست می‌آوریم:

$$d = \sqrt{(-5-7)^2 + (-1-4)^2} = \sqrt{144+25} = \sqrt{169} \Rightarrow d = 13\text{m}$$

$$v_{av} = \frac{d}{\Delta t} \Rightarrow v_{av} = \frac{13}{6} = 2.17\text{m/s}$$

بازی با سوال: اگر متحرک مسیر بین d_1 تا d_p و همچنین d_p تا d_p را روی

خط راست طی کند، تندی متوسط متحرک چند متر بر ثانیه خواهد بود؟ $(\sqrt{41} \approx 6.4)$

۱) ۱۳/۸ (۲) ۱۴/۰۸ (۳) ۲/۸۸ (۴) ۳۶

پاسخ: برای به‌دست آوردن تندی متوسط باید مسافت طی شده در هر قسمت را به‌دست آورد.

$$d_p \text{ تا } d_1: \ell_1 = \sqrt{(3-7)^2 + (-1-4)^2} = \sqrt{4^2+5^2} = \sqrt{41} \approx 6.4\text{m}$$

$$d_p \text{ تا } d_p: \ell_2 = \sqrt{(-5-3)^2 + (-1+1)^2} = 8\text{m}$$

$$s_{av} = \frac{(\ell_1 + \ell_2)}{\Delta t} = \frac{6.4+8}{2+3} = \frac{14.4}{5} = 2.88\text{m/s}$$

گزینه ۳

۴ ۵۹ A

خط فکری معادله مثلثاتی حرکت شما را دچار مشکل نکند روش حل همان است که بود یعنی در لحظه‌های داده شده باید مکان متحرک را به کمک معادله حرکت به دست آورده سپس سرعت متوسط را حساب کنید.

۱ ابتدا مکان متحرک در لحظه‌های $t_1 = \frac{1}{6}s$ و $t_2 = \frac{4}{3}s$ را به دست می‌آوریم:

$$x = 0.2 \cos 10\pi t \Rightarrow \begin{cases} t_1 = \frac{1}{6}s \rightarrow x_1 = 0.2 \cos \frac{10\pi}{6} \\ t_2 = \frac{4}{3}s \rightarrow x_2 = 0.2 \cos \frac{40\pi}{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = 0.2 \cos \frac{5\pi}{3} \Rightarrow x_1 = 0.2 \cos(2\pi - \frac{\pi}{3}) \\ \Rightarrow x_2 = 0.2 \cos(12\pi + \pi + \frac{\pi}{3}) \Rightarrow x_2 = -0.2 \cos \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = +0.2 \cos \frac{\pi}{3} \Rightarrow x_1 = +0.1m \\ x_2 = -0.1m \end{cases}$$

۲ سرعت متوسط برابر است با:

$$v_{av} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{-0.1 - 0.1}{\frac{4}{3} - \frac{1}{6}} = \frac{-0.2}{\frac{8}{6}} = -\frac{0.12}{\frac{4}{3}}$$

$$\Rightarrow v_{av} = -\frac{12}{400} = -\frac{3}{100} m/s$$

۳ ۶۰ B

یادآوری جابه‌جایی کمیت برداری (\vec{d}) و مسافت کمیت نرده‌ای (l) است.

نکته همواره مسافت برابر از بزرگ‌تر از اندازه جابه‌جایی است.

با توجه به نکته بیان شده می‌توان نوشت:

$$|\vec{d}| \leq l \Rightarrow \frac{|\vec{d}|}{l} \leq 1$$

$$|x| \leq 1 \Rightarrow -1 \leq x \leq 1$$

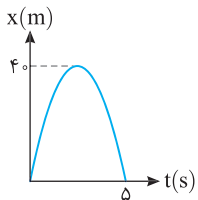
یادداشت ریاضی

با توجه به یادداشت ریاضی باید $1 \leq \frac{|\vec{d}|}{l} \leq 1$ باشد.

۳ ۶۱ A

در یک لحظه دو متحرک در یک مکان قرار دارند و مبدأ را هر جا در نظر بگیریم مکان دو متحرک یکسان است.

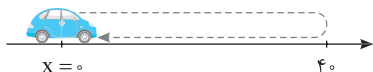
۱ ۶۲ A



خط فکری دقت کنید نمودار مکان - زمان

مسیر حرکت نیست یعنی اینکه تصور نکنید که متحرک روی این مسیر بالا و پایین می‌رود. در نمودار مکان - زمان، در هر لحظه می‌توان مکان جسم را مشخص کرد و شما به کمک آن می‌توانید مسیر حرکت روی محور x ها را رسم کنید. برای

سادگی شما روی محور x ها مسیر حرکت جسم را رسم کنید تا مسئله حل شود. متحرک در $t=0$ در مکان $x=0$ است، سپس به مکان $+4.0m$ می‌رود و از آن نقطه تغییر جهت داده و برمی‌گردد. بنابراین در مدت $0.5s$ جابه‌جایی متحرک صفر است. اما در این مدت متحرک از مکان $x=0$ به مکان $x=4.0m$ رفته و سپس به مبدأ برمی‌گردد و مسافت طی شده برابر $l=4.0+4.0=8.0m$ می‌شود.



پایخ مکان جسم در لحظه‌های $t_1 = 1/5s$ و $t_2 = 4/5s$ را به دست می‌آوریم:

$$t_1 = 1/5s \Rightarrow x_1 = 0.25 - 1 + 1 \Rightarrow x_1 = 0.25m$$

$$t_2 = 4/5s \Rightarrow x_2 = 2/25 - 3 + 1 \Rightarrow x_2 = -2.92m$$

سرعت متوسط خواهد شد:

$$v_{av} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} \Rightarrow v_{av} = \frac{-2.92 - 0.25}{4/5 - 1/5} \Rightarrow v_{av} = 0$$

۴ گزینه

۳ ۵۵ B

نکته هرگاه متحرک به مکان اولیه خود بازگردد، یعنی جابه‌جایی متحرک در یک

بازه مشخص صفر می‌شود قطعاً سرعت متوسط در آن بازه صفر می‌شود.

با توجه به معادله $x = 3t^2 - 15t + 12$ در لحظه $t_1 = 0$ مکان اولیه متحرک $x_0 = +12m$ می‌شود و اگر در بازه $t_1 = 0$ تا $t_2 = t'$ سرعت متوسط صفر شده باشد یعنی مکان متحرک مجدداً باید $x = +12m$ شود بنابراین در معادله حرکت به جای x مقدار 12 را قرار می‌دهیم و t' را حساب می‌کنیم.

$$12 = 3t'^2 - 15t' + 12 \Rightarrow 3t'^2 - 15t' = 0 \Rightarrow 3t'(t' - 5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 5s \end{cases}$$

در نتیجه $t' = 5s$ پاسخ مسئله است.

۱ ۵۶ A

بردار مکان، برداری است که از مبدأ مکان ($x=0$) به محل متحرک رسم می‌شود.

بنابراین هنگام گذر از مبدأ، بردار مکان تغییر جهت می‌دهد.

اکنون باید مکان را برابر صفر قرار دهیم:

$$x = 0 \Rightarrow t^2 + t + 1 = 0 \Rightarrow t = \frac{-1 \pm \sqrt{1-4}}{2}$$

معادله بالا بدون پاسخ است یعنی مکان متحرک هرگز صفر ($x=0$) نمی‌شود و متحرک

از مبدأ مکان نمی‌گذرد و بردار مکان تغییر جهت نمی‌دهد.

۲ ۵۷ A

خط فکری لحظه تغییر جهت بردار مکان یعنی لحظه‌ای که متحرک از مکان

($x=0$) می‌گذرد بنابراین شما باید در معادله حرکت مکان را برابر صفر قرار داده و

لحظه تغییر جهت بردار مکان را پیدا کنید تا بتوانید سرعت متوسط را در بازه زمانی

$t=0$ تا لحظه تغییر جهت بردار مکان به دست بیاورید.

۱ در لحظه تغییر جهت بردار مکان متحرک از مبدأ مکان ($x=0$) می‌گذرد، بنابراین:

$$x = t^2 - t - 6 = 0 \Rightarrow t^2 - t - 6 = (t-3)(t+2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 3s \quad \checkmark \\ t = -2s \quad \text{غ ق} \end{cases}$$

۲ سرعت متوسط خواهد شد:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v_{av} = \frac{0 - 6}{3} = -2 m/s$$

۲ ۵۸ A

۱ معادله حرکت زمان‌های $t=0$ و $t=3s$ را قرار می‌دهیم.

$$x = \alpha + \beta t^2 \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 0 \rightarrow x_1 = \alpha \\ t_2 = 3s \rightarrow x_2 = \alpha + 27\beta \end{cases}$$

۲ با توجه به فرض مسئله $v_{av} = 18 m/s$ می‌توان نوشت:

$$v_{av} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} \Rightarrow v_{av} = \frac{\alpha + 27\beta - \alpha}{3 - 0} = 18 \Rightarrow \frac{27\beta}{3} = 18 \Rightarrow 9\beta = 18 \Rightarrow \beta = 2$$

۳ اکنون با داشتن مقدار β و با توجه به این مکان متحرک در $t=2s$ برابر $24m$

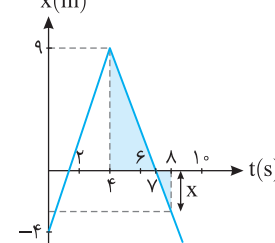
است. مقدار α را حساب می‌کنیم.

$$x = \alpha + \beta t^2 \Rightarrow 24 = \alpha + \beta(2)^2 \Rightarrow 24 = \alpha + 4\beta \Rightarrow \alpha = 8$$

B ۶۳ ۱

یادآوری جابه‌جایی برداری است که ابتدای مسیر را به انتهای مسیر وصل می‌کند و نقطه بین راه و مسیر حرکت مهم نیست.

خط فکری جابه‌جایی در مسئله خواسته شده است. در لحظه $t=0$ مکان متحرک $-4m$ است. بنابراین شما باید مکان متحرک را در لحظه $t=8s$ مشخص کنید و به کمک آن اندازه جابه‌جایی را به دست بیاورید. معمولاً در نمودارهایی که خط راست هستند از تشابه مثلث استفاده می‌کنیم.



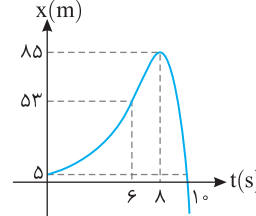
۱ دو مثلث رنگی در شکل با هم متشابه‌اند و نسبت تشابه خواهد شد:

$$\frac{9}{x} = \frac{3}{1} \Rightarrow x = 3m$$

البته x زیر محور زمان بوده و منفی است. یعنی در لحظه $t=8s$ متحرک در مکان $-3m$ است.

۲ متحرک در لحظه $t=0$ در مکان $-4m$ و در لحظه $t=8s$ در مکان $-3m$ است. بنابراین در بازه 0 تا $8s$ متحرک $1m$ جابه‌جا شده است.

A ۶۴ ۴



گزینه (۱): با توجه به نمودار مکان متحرک در لحظه‌های $8s$ تا $10s$ به ترتیب $85m$ و صفر است. بنابراین جابه‌جایی در این بازه زمانی $d = 0 - 85 = -85m$ بوده و این گزینه نادرست است.

گزینه (۲): در لحظه $t=6s$ متحرک در مکان $53m$ و در لحظه $t=10s$ متحرک در مکان $x=0$ است. یعنی جابه‌جایی آن $d = 0 - 53 = -53m$ بوده و گزینه (۲) نادرست است.

گزینه (۳): برای مسافت طی شده باید مسیر حرکت از $t=8s$ تا $t=10s$ را مرور کنیم. در این مدت حرکت متحرک روی محور x ها و در یک جهت بوده و متحرک 85 متر مسافت طی کرده است و گزینه (۳) نادرست است.

گزینه (۴): در لحظه $t=6s$ مکان متحرک $53m$ بوده و در $t=8s$ متحرک در مکان $85m$ تغییر جهت می‌دهد و در $t=10s$ به مبدأ می‌رود. بنابراین مسافتی که در این مدت طی می‌کند برابر است با $\ell = (85 - 53) + 85 = 117m$.

B ۶۵ ۲

خط فکری مسافت همواره کمیتی مثبت است و هرگاه متحرک تغییر جهت دهد، مسافت همچنان مثبت می‌ماند. بنابراین نموداری می‌تواند نمودار مسافت - زمان این متحرک باشد که از مبدأ شروع شود و تغییر جهت نداشته باشد.

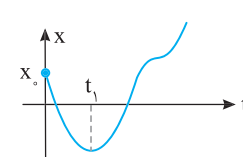
با توجه به آنچه در خط فکری بیان شده، گزینه (۲) می‌تواند نمودار مسافت - زمان این متحرک باشد.

A ۶۶ ۳

۱ مکان اولیه متحرک در لحظه $t=0$ مثبت است.

۲ متحرک از لحظه صفر تا t_1 در خلاف جهت محور در حرکت است.

۳ متحرک در لحظه t_1 تغییر جهت داده است.



۴ بعد از لحظه t_1 متحرک تمام مدت در جهت مثبت محور x در حرکت است. بنابراین

گزینه (۳) پاسخ درست است.

A ۶۷ ۲

متحرک در لحظه $t_1=0$ در مبدأ مکان

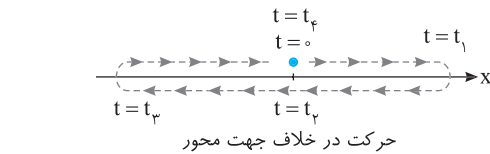
است. در لحظه t_2 در مکان x_2 و در

لحظه t_3 در مکان x_3 است که با

توجه به نمودار فاصله متحرک از مبدأ در لحظه t_2 از بقیه لحظه‌ها بیشتر است.

A ۶۸ ۳

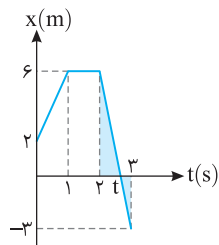
مسیر حرکت از $t=0$ تا $t=t_2$ مطابق شکل روبه‌روست و در بازه t_1 تا t_2 متحرک در خلاف جهت محور x ها یعنی در جهت منفی محور در حرکت است.



حرکت در خلاف جهت محور

A ۶۹ ۲

خط فکری در مدت 0 تا $1s$ مورچه از مکان 2 متری به مکان 6 متری رفته یعنی از مبدأ مکان در حال دور شدن است. در بازه $1s$ تا $2s$ مورچه در مکان $6m$ مبدأ ساکن است و مکانش تغییر نمی‌کند. در لحظه t مکان مورچه $x=0$ می‌شود. یعنی در بازه $2s$ تا $3s$ مورچه در خلاف جهت محور x ها از مکان $6m$ در حال نزدیک شدن به مبدأ است. بنابراین شما باید زمان t را به کمک تشابه مثلث به دست بیاورید.



دو مثلث رنگی در شکل متشابه هستند. بنابراین نسبت تشابه خواهد شد:

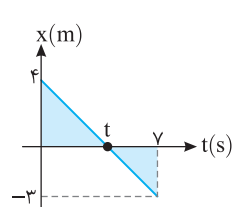
$$\frac{6}{3} = \frac{t-2}{3-t} \Rightarrow 18-6t=3t-6 \Rightarrow 24=9t \Rightarrow t=\frac{8}{3}s$$

از بازه $t=2s$ تا $t=\frac{8}{3}s$ متحرک در حال نزدیک شدن به مبدأ ($x=0$) است. بنابراین:

$$\Delta t = \frac{8}{3} - 2 = \frac{2}{3}s$$

البته شما می‌توانستید به کمک شیب خط نیز مقدار t را حساب کنید.

A ۷۰ ۳

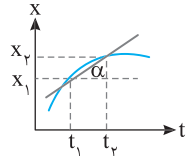


خط فکری در حرکت متحرک هنگامی که مکان متحرک منفی است، بردار مکان منفی است و اگر مکان متحرک مثبت باشد بردار مکان مثبت است. بنابراین هنگام عبور از مبدأ مکان ($x=0$) بردار مکان تغییر جهت می‌دهد. شما باید از تشابه مثلث، t را به دست بیاورید.

دو مثلث رنگی متشابه هستند و نسبت تشابه خواهد شد:

$$\frac{t}{4} = \frac{3-t}{3} \Rightarrow 3t=28-4t \Rightarrow 7t=28 \Rightarrow t=4s$$

B ۷۱ ۳

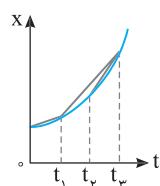


یادآوری در نمودار مکان - زمان شیب خط قاطع

بین دو نقطه برابر سرعت متوسط بین آن دو نقطه است.

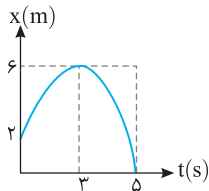
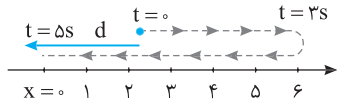
$$v_{av} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \tan \alpha$$

در بازه‌های زمانی بیان شده در گزینه‌ها، خط قاطع را روی نمودار رسم می‌کنیم. در هر گزینه که شیب خط قاطع بیشتر باشد، سرعت متوسط بزرگ‌تر است. در بازه زمانی t_2 تا t_3 شیب خط قاطع از بقیه بازه‌ها بیشتر است بنابراین سرعت متوسط در این بازه بزرگ‌تر از بقیه بازه‌هاست.



۲ ۷۶ A

مسیر حرکت را روی محور Xها رسم می‌کنیم. البته می‌توانید این کار را در ذهن خود انجام دهید.



۱ جابه‌جایی متحرک برداری است که از $x=2$ باید به $x=0$ برسد یعنی از ابتدای مسیر به انتهای مسیر رسم شود. بنابراین $d = -2m$ و سرعت متوسط برابر است با:

$$v_{av} = \frac{d}{\Delta t} \Rightarrow v_{av} = \frac{-2}{5-0} = -0.4 m/s$$

۲ مطابق شکل متحرک از مکان $+2m$ به مکان $+6m$ رفته یعنی $6-2=4m$ مسافت طی کرده سپس از مکان $+6m$ به مکان $x=0$ می‌رود و در این مدت نیز مسافت $6m$ را طی می‌کند. بنابراین مسافت طی شده در مدت 0 تا $5s$ برابر $10m$ می‌شود. از این‌رو تندی متوسط خواهد شد

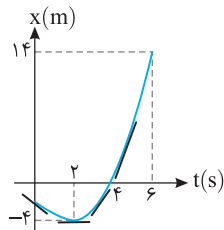
$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \Rightarrow s_{av} = \frac{10}{5-0} \Rightarrow s_{av} = 2 m/s$$

۳ ۷۷ B

یادآوری قدرمطلق شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان برابر تندی لحظه‌ای متحرک است و هرچه خط مماس به حالت قائم نزدیک‌تر شود، تندی لحظه‌ای متحرک بیشتر می‌شود.

نکته حرکت تندشونده یعنی حرکتی که در آن تندی جسم افزایش می‌یابد بنابراین هرگاه قدرمطلق شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان افزایش یابد حرکت تندشونده است.

یادآوری در نقاط بیشینه و کمینه نمودار مکان - زمان شیب خط مماس صفر است. یعنی تندی لحظه‌ای متحرک صفر است.



$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{18}{4} = 4.5 m/s$$

به نمودار نگاه کنید. از لحظه 0 تا $2s$ قدرمطلق شیب خط مماس در حال کاهش بوده و در $t=2s$ تندی صفر شده و حرکت کندشونده است و از $t=2s$ تا $t=6s$ شیب خط مماس در حال افزایش بوده و حرکت تندشونده است. مسافت طی شده از $-4m$ تا $+14m$ برابر $18m$ است و تندی متوسط خواهد شد:

۴ ۷۸ B

یادآوری تندی متوسط برابر است با مسافت طی شده در یکای زمان. از طرفی سهمی (نمودار معادله درجه دوم) نسبت به خط قائم گذرا از رأس سهمی متقارن می‌باشد. طی شده از $1s$ تا $3s$ با $3m$ برابر است، مسافت طی شده از $1s$ تا $3s$ و $2s$ تا $3s$ را روی شکل با حرف a نشان داده‌ایم در این صورت:
 در بازه $t=1s$ تا $t=3s$ و در بازه $t=2s$ تا $t=3s$ تندی متوسط خواهد شد:

$$t=1s \text{ تا } t=3s \Rightarrow s_{av} = \frac{a}{1} = a, \quad t=2s \text{ تا } t=3s \Rightarrow v_{av} = \frac{a}{1} = a$$

در بازه $1s$ تا $3s$ مسافت طی شده $\ell = a + a = 2a$ است و تندی متوسط در این بازه نیز برابر است با:

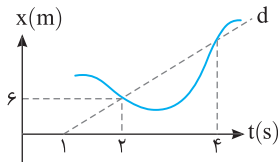
$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{2a}{3-1} = a$$
 بنابراین در هر سه بازه، تندی یکسان است.

۳ ۷۲ B

خط فکری تندی متوسط به مسافت یعنی مسیر حرکت بستگی دارد که در نمودار چگونگی مسیر یعنی اینکه متحرک از چه نقاطی می‌گذرد مشخص نیست. بنابراین تندی متوسط قابل محاسبه نیست. بنابراین شما باید به سراغ سرعت متوسط بروید و سرعت متوسط را از شیب خط d به دست بیاورید.

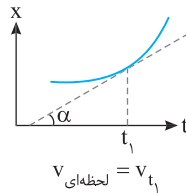
شیب خط d در همه جای آن قطعاً یکسان است. بنابراین برای به دست آوردن سرعت متوسط، کافی است شیب خط d را به کمک دو نقطه که روی نمودار مختصات مشخص دارند به دست آوریم.

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{6-0}{2-1} = 6 m/s$$

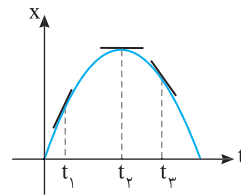


بنابراین سرعت متوسط در بازه $1s$ ، $2s$ یا $3s$ تا $4s$ یا $5s$ تا $6s$ برابر $6m/s$ است.

۱ ۷۳ A



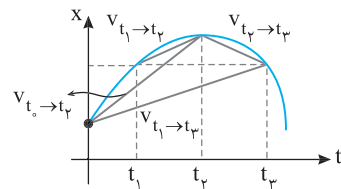
$$v_{\text{لحظه‌ای}} = v_{t_1}$$



یادآوری شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان برابر تندی لحظه‌ای (اندازه سرعت لحظه‌ای) در آن لحظه است. دقت کنید تندی لحظه‌ای همواره مثبت است، بنابراین شما همواره باید قدرمطلق شیب خط مماس را بررسی کنید. اکنون در لحظه‌های خواسته شده، خط مماس بر نمودار را رسم می‌کنیم. شیب خط مماس در لحظه t_1 از دو لحظه دیگر بزرگ‌تر است. بنابراین تندی در لحظه t_1 از بقیه لحظه‌های بیان شده بیشتر است.

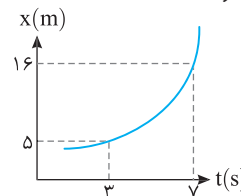
۳ ۷۴ B

خط فکری مسئله ساده‌ای است. با رسم خط قاطع در بازه‌های زمانی که در گزینه‌ها بیان شده می‌توان مشخص کرد که شیب کدام خط قاطع منفی است در نتیجه سرعت متوسط منفی است. برای سادگی روی شکل v_{av} را با حرف v نمایش داده‌ایم. در بازه صفر تا t_1 شیب خط قاطع یعنی سرعت متوسط مثبت است و گزینه (۱) نادرست است. در بازه t_1 تا t_2 نیز شیب خط قاطع یعنی سرعت متوسط مثبت است و گزینه (۲) نادرست است. در بازه t_2 تا t_3 شیب خط قاطع منفی و سرعت متوسط منفی بوده و گزینه (۳) درست است. در بازه صفر تا t_3 شیب خط قاطع مثبت و سرعت متوسط مثبت بوده و گزینه (۴) نادرست است.



۲ ۷۵ A

به نمودار دقت کنید. متحرک روی خط راست (محور Xها) بدون تغییر جهت از مکان $x=5m$ به مکان $x=16m$ رفته بنابراین می‌توان نوشت:



$$s_{av} = v_{av} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{16 - 5}{3 - 0} = 3.67 m/s$$

C ۷۹ ۳

یادداشت ریاضی هرگاه ریشه‌های یک معادله درجه ۲ (x_1 و x_2) را داشته باشیم معادله آن خواهد شد:

$$y = a(x - x_1)(x - x_2)$$

خط فکری

در حل این مسئله شما باید ابتدا معادله حرکت را به دست بیاورید.

بنابراین باید به سراغ تمام دانسته‌های خود درباره سهمی بروید.

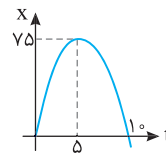
۱ نمودار سهمی نسبت به خط قائم گذرنده از رأس

سهمی متقارن است. بنابراین مختصات رأس این سهمی

خواهد شد ($t = 5s, x = 75m$)

۲ ریشه‌های معادله روی نمودار مشخص است

($t = 10s, t = 0$)



۳ معادله درجه ۲ این سهمی را به کمک ریشه‌های آن می‌نویسیم:

$$x = a(t - 0)(t - 10) \Rightarrow x = at^2 - 10at \quad (I)$$

۴ باید مختصات رأس در این معادله صدق کند.

$$15 = a(5)^2 - 10a(5) \Rightarrow 75 = 25a - 50a \Rightarrow a = -3$$

$$(I) \rightarrow x = -3t^2 + 30t$$

۵ بنابراین معادله حرکت خواهد شد:

۶ مکان متحرک در $t = 15s$ را حساب

می‌کنیم

$$x = -3(15)^2 + 30 \times 15 = -3 \times 225 + 450$$

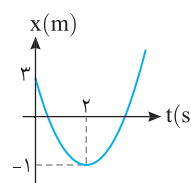
$$\Rightarrow x = -225m$$

۷ مسافت طی شده از $t = 0$ تا $15s$ را به دست

$$\ell = 75 + 75 + 225 = 375m \quad \text{می‌آوریم.}$$

۸ تندی متوسط در مدت $15s$ خواهد شد:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{375}{15} = 25m/s$$



پایز سوال نمودار مکان - زمان

متحرکی به صورت سهمی شکل رویه‌رو است.

تندی متوسط متحرک در بازه $t_1 = 1s$ تا

$t_2 = 5s$ چند متر بر ثانیه است؟ **از کتاب درسی**

۱) ۵/۲ ۲) ۴/۵ ۳) ۲/۵ ۴) ۱/۵

پایز در حل این تست باید به کمک داده‌های روی نمودار معادله

$x = at^2 + bt + c$ را کامل کنیم.

۱ در لحظه $t = 0$ مکان اولیه متحرک $x_0 = 3m$ است. از این رو:

$$3 = 0 + 0 + c \Rightarrow c = 3m$$

۲ برای مختصات رأس سهمی می‌توان نوشت:

$$t = -\frac{b}{2a} \quad t = 2s \rightarrow 2 = -\frac{b}{2a} \Rightarrow b = -4a \quad (I)$$

۳ مختصات رأس باید در معادله صدق کند:

$$(t = 2s, x = -1m) \Rightarrow -1 = 4a + 2b + 3 \Rightarrow 4a + 2b = -4 \Rightarrow 2a + b = -2 \quad (II)$$

از رابطه‌های (I) و (II)، a و b را به دست می‌آوریم.

$$2a + b = -2 \Rightarrow 2a - 4a = -2 \Rightarrow -2a = -2 \Rightarrow a = 1$$

$$b = -4a \Rightarrow b = -4$$

$$x = t^2 - 4t + 3$$

معادله کامل شد:

اکنون در لحظه‌های $t = 1s$ و $t = 5s$ ، مکان متحرک را حساب می‌کنیم:

$$t = 1s \Rightarrow x = 1 - 4 + 3 = x = 0, \quad t = 5s \Rightarrow x = 25 - 20 + 3 = x = 8m$$

مسافت طی شده را به دست می‌آوریم. متحرک در لحظه $t = 1s$ از مکان $x = 0$

به مکان $-1m$ رفته و سپس از مکان $-1m$ به مکان $8m$ رفته است.

$$\ell = 1 + 1 + 8 = 10m$$

بنابراین

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{10}{5-1} = 2.5m/s$$

تندی متوسط برابر است با:

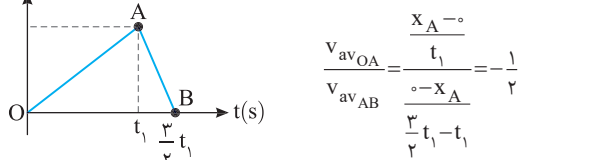
گزینه ۳

A ۸۰ ۲

با توجه به تعریف سرعت متوسط ($v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$)، سرعت متوسط را در هر شاخه

حساب کرده و بر هم تقسیم می‌کنیم. داده‌های روی نمودار را در رابطه سرعت متوسط

قرار می‌دهیم.



$$\frac{v_{av_{OA}}}{v_{av_{AB}}} = \frac{\frac{x_A - 0}{t_1}}{\frac{0 - x_A}{\frac{3}{2}t_1 - t_1}} = -\frac{1}{2}$$

B ۸۱ ۲

خط فکری

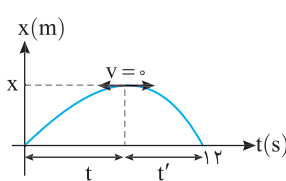
ابتدا باید برای

خودتان مشخص کنید که در کدام بازه

حرکت تندشونده است. سپس به سراغ

اطلاعات مسئله بروید و زمان حرکت

تندشونده را حساب کنید.



۱ در بازه 0 تا t تند می‌تواند متحرک به سمت صفر می‌رود و حرکت کندشونده است و در

بازه t' متحرک از $v = 0$ شروع به حرکت کرده و تند می‌شود آن در حال افزایش است. شما

با رسم چند خط مماس می‌توانید این مسئله را بررسی کنید. هرچه به سمت $12s$ بروید

خط مماس به حالت قائم نزدیک‌تر شده و قدم‌مطلق شیب آن در حال افزایش بوده و

حرکت تندشونده است.

۲ با توجه به نمودار در بازه 0 تا t مسافت طی شده $\ell_1 = x$ و در بازه 0 تا $12s$

مسافت طی شده $\ell_2 = 2x$ است.

۳ با توجه به فرض مسئله می‌توانیم بنویسیم:

$$s_{av_{0 \rightarrow t}} = 3s_{av_{t \rightarrow 12}} \Rightarrow \frac{s_{av} \cdot \ell}{\Delta t} \rightarrow \frac{x}{t} = 3 \cdot \frac{x}{12} \Rightarrow t = 4s$$

۴ بنابراین مدت زمانی که حرکت تندشونده است برابر خواهد شد با: $t' = 12 - 4 = 8s$

B ۸۲ ۱

خط فکری

دقت کنید هرگاه در مسئله یک مجهول غیرقابل محاسبه داشته باشیم،

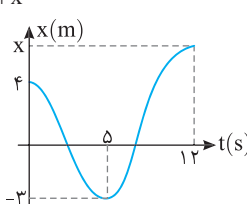
معمولاً آن مجهول هنگام محاسبات حذف می‌شود. بنابراین نگران مکان متحرک در

لحظه $t = 12s$ نباشد و سرعت متوسط و تند متوسط بر حسب x یعنی مکان در

$t = 12s$ به دست بیاورید و از هم کم کنید.

۱ مسافت طی شده در مدت $12s$ را به کمک نمودار حساب کنید.

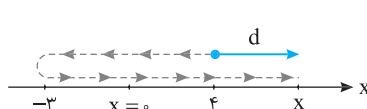
$$\ell = 4 + 3 + 3 + x = 10 + x$$



۲ تندی متوسط را در این مدت به دست می‌آوریم: $s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \Rightarrow s_{av} = \frac{10+x}{12}$

۳ در مدت $12s$ متحرک از مکان $x = 4m$ به مکان x می‌رود و جابه‌جایی آن

خواهد شد: $d = x - 4$



۴ سرعت متوسط را حساب می‌کنیم

$$v_{av} = \frac{d}{\Delta t} \Rightarrow v_{av} = \frac{x-4}{12}$$

۵ s_{av} و v_{av} را از هم کم می‌کنیم و مسئله را حل می‌کنیم.

$$s_{av} - v_{av} = \frac{10+x}{12} - \frac{x-4}{12} \Rightarrow s_{av} - v_{av} = \frac{10+x-x+4}{12} = \frac{14}{12} = \frac{7}{6} m/s$$

۱ ۸۶

خط فکری در این سؤال با نمودار $x-t$ سروکار داریم، به دو نکته زیر دقت کنید:

۱ سرعت متوسط برابر $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ جابه‌جایی یا شیب خط قاطع بین دو لحظه است و تندی متوسط برابر مسافت $s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t}$ است.

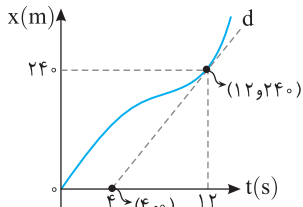
۲ سرعت در هر لحظه برابر شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان در آن لحظه و تندی برابر اندازه شیب خط مماس در آن لحظه خواهد بود.

در حل سؤال ابتدا با فرض مسئله یعنی برابری تندی در لحظه $t=12s$ با تندی متوسط در بازه $t_1=2s$ تا $t_2=14s$ شروع می‌کنیم، سپس خواسته سؤال یعنی نسبت سرعت متوسط در دو بازه گفته شده را حساب می‌کنیم.

۳ تندی در لحظه $t=12s$ برابر شیب خط مماس d است.

یادآوری شیب خط برابر نسبت تغییرات محور قائم به تغییرات محور افقی است:

$$\text{شیب خط} = \frac{\text{تغییرات محور قائم}}{\text{تغییرات محور افقی}} = \frac{24-0}{12-4} = \frac{24}{8} = 3 \text{ m/s}$$



شیب خط برابر تندی لحظه‌ای است، بنابراین: $s(t=12s) = 3 \text{ m/s}$ (I)

۴ مکان متحرک در لحظه $t=14s$ داده نشده و مطابق شکل در بازه $2s$ تا $14s$ متحرک

از مکان 6 m به مکان x می‌رسد: $s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \Rightarrow s_{av} = \frac{x-6}{12}$ (II)

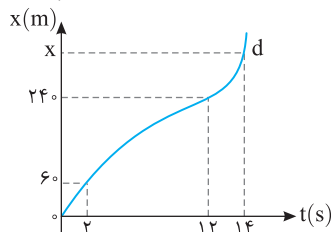
با توجه به فرض مسئله تندی در لحظه $12s$ با تندی متوسط در بازه $2s$ تا $14s$ باهم برابر است پس از رابطه (I) و (II) می‌توان نوشت: $\frac{x-6}{12} = 3 \Rightarrow x-6 = 36 \Rightarrow x = 42 \text{ m}$

یادآوری دو ثانیه اول یعنی $t=0$ تا $t=2s$ و دو ثانیه هفتم یعنی $t=12s$ تا $t=14s$

دو ثانیه اول	دو ثانیه دوم	دو ثانیه سوم	دو ثانیه چهارم	دو ثانیه پنجم	دو ثانیه ششم	دو ثانیه هفتم
0 تا $2s$	$2s$ تا $4s$	$4s$ تا $6s$	$6s$ تا $8s$	$8s$ تا $10s$	$10s$ تا $12s$	$12s$ تا $14s$

۵ در دو ثانیه اول (0 تا $2s$) متحرک از مکان $x=6 \text{ m}$ جابه‌جا می‌شود

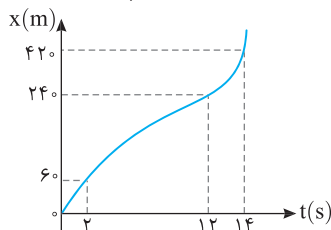
و سرعت متوسط در این بازه برابر است با: $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v_{av} = \frac{6-0}{2} = 3 \text{ m/s}$



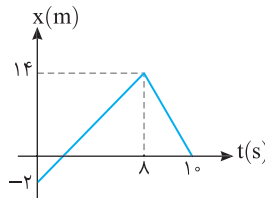
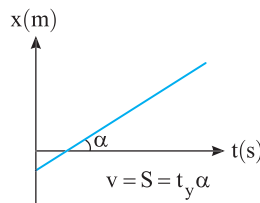
۶ در دو ثانیه هفتم ($12s$ تا $14s$) متحرک از مکان $x=24 \text{ m}$ به مکان $x=42 \text{ m}$

می‌رود و سرعت متوسط خواهد شد: $v'_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v'_{av} = \frac{42-24}{2} = 9 \text{ m/s}$

۷ نسبت v_{av} به v'_{av} را به دست می‌آوریم: $\frac{v_{av}}{v'_{av}} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$



۱ ۸۳



$$v_{t=fs} = \frac{14 - (-2)}{8 - 0} = 2 \text{ m/s} \Rightarrow s_{t=fs} = 2 \text{ m/s}$$

$$v_{t=9s} = \frac{0 - 14}{10 - 8} = -7 \text{ m/s} \Rightarrow s_{t=9s} = 7 \text{ m/s}$$

$$\frac{s_{t=fs}}{s_{t=9s}} = \frac{2}{7}$$

در این صورت:

۲ ۸۴

خط فکری به دو مطلب باید دقت کنید. یکی اینکه در لحظه t_1 سرعت مثبت

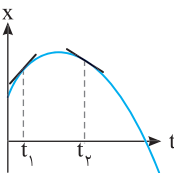
است ($+10 \text{ m/s}$) بنابراین شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان در این لحظه باید

مثبت باشد و در لحظه t_2 سرعت منفی است (-12 m/s) و شیب خط مماس بر نمودار

مکان - زمان منفی است و دیگر اینکه اندازه سرعت در لحظه t_1 از اندازه سرعت در لحظه

t_2 کمتر است ($10 < | -12 |$)، بنابراین قدرمطلق شیب خط مماس در لحظه t_1 باید از

قدرمطلق شیب خط مماس در لحظه t_2 کمتر باشد. اکنون گزینه‌ها را بررسی کنید.



از گزینه‌های (۳) و (۴) شروع می‌کنیم. در گزینه (۳)

شیب خط مماس در لحظه‌های t_1 و t_2 هر دو منفی

است یعنی سرعت در این لحظه‌ها منفی است و گزینه

(۳) نادرست است. در گزینه (۴) شیب خط مماس بر

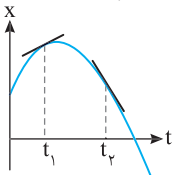
نمودار در لحظه‌های t_1 و t_2 هر دو مثبت است یعنی

سرعت در این لحظه‌ها مثبت است و گزینه (۴) نادرست است. اما به سراغ گزینه‌های

(۱) و (۲) می‌رویم. شیب خط مماس در نمودار شکل (۱) در لحظه t_1 از قدرمطلق شیب

خط مماس در لحظه t_2 بیشتر است و این گزینه نادرست است. در گزینه (۲)

قدرمطلق شیب خط مماس در لحظه t_2 بزرگ‌تر بوده و گزینه (۲) درست است.



نکته دقت کنید در فیزیک وقتی از بزرگی

شیب خط مماس حرف می‌زنیم یعنی هرچه خط مماس

به حالت قائم نزدیک‌تر شود بزرگی شیب خط مماس

بیشتر می‌شود و تندی لحظه‌ای جسم بیشتر می‌شود.

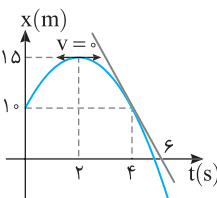
۲ ۸۵

خط فکری از شما در مورد سرعت لحظه‌ای سؤال شده بنابراین شما باید به سراغ شیب

خط مماس در لحظه‌های $t=2s$ و $t=4s$ بروید زیرا شیب خط مماس بر نمودار مکان -

زمان بر برابر سرعت لحظه‌ای است. البته در نقاط بیشینه و کمینه که خط مماس موازی محور

افقی است، شیب صفر و سرعت متحرک صفر است حال با این اطلاعات مسئله را حل کنید.



۱ لحظه $t=2s$ ، نقطه بیشینه نمودار است و

سرعت لحظه‌ای در این لحظه صفر است.

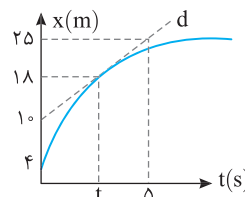
۲ با اطلاعات روی نمودار شیب خط مماس بر

نمودار مکان - زمان را در لحظه $t=4s$ به دست

می‌آوریم $v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{0-10}{4-2} = -5 \text{ m/s}$

۱ ۸۷ A

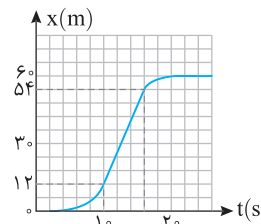
۱ لحظه‌ای که مکان متحرک $+1.8m$ است را به راحتی به کمک شیب خط d می‌توانید به دست بیاورید.
 $\frac{25-10}{5-0} = \frac{18-10}{t-0} \Rightarrow 3 = \frac{8}{t} \Rightarrow t = \frac{8}{3}s$
 ۲ تندی لحظه‌ای در لحظه t نیز شیب



خط مماس بر نمودار مکان - زمان یعنی شیب خط d است.
 $v = \frac{25-10}{5-0} = 3m/s$

۳ ۸۸ B

قبل از حل مسئله دقت کنید تقسیم بندی روی محور x ها 2.5 ، 2.5 بوده و تقسیم بندی روی محور x ها $6m$ ، $6m$ است.



۱ به نمودار دقت کنید. در $t=0$ نمودار بر محور t مماس شده یعنی شیب خط مماس در $t=0$ صفر بوده و متحرک از حال سکون به راه افتاده است.
 ۲ تا لحظه $t=10s$ شیب نمودار در حال افزایش است پس به سرعت متحرک اضافه می‌شود.

۳ از لحظه $t=10s$ تا $t=16s$ شیب نمودار ثابت است و نتیجه می‌گیریم که تندی در این بازه ثابت مانده و تندی در این بازه همان تندی در لحظه $t=10s$ است.
 ۴ از لحظه $t=16s$ شیب خط مماس در حال کاهش است بنابراین تندی در حال کاهش است.

۵ نتیجه اینکه پیشینه تندی همان تندی در بازه $10s$ تا $16s$ است.

۶ از نمودار مشخص می‌شود که در لحظه $t=10s$ و $t=16s$ مکان جسم به ترتیب $12m$ و $54m$ است. بنابراین تندی خواهد شد:

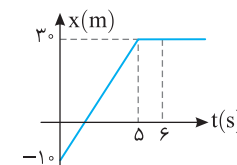
$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{54-12}{16-10} = \frac{42}{6} \Rightarrow v = 7m/s$$

۴ ۸۹ A

در لحظه t_1 خط مماس، خط افقی و شیب آن صفر است، یعنی در این لحظه سرعت برابر صفر است. بنابراین بازه‌ای را باید انتخاب کنیم که جابه‌جایی در آن بازه صفر باشد تا سرعت متوسط مانند سرعت لحظه‌ای در t_1 صفر شود که با توجه به نمودار از t_1 تا t_2 و همچنین t_3 تا t_4 جابه‌جایی صفر می‌شود که در گزینه‌ها بازه t_1 تا t_3 را داریم.

۲ ۹۰ A

۱ در لحظه $t=0$ مکان متحرک $x=-1.0m$ و در لحظه $t=6s$ مکان متحرک $3.0m$ است. بنابراین سرعت متوسط در این بازه برابر است با:



$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{3.0 - (-1.0)}{6} = \frac{4.0}{6} \Rightarrow v_{av} = \frac{2.0}{3} m/s$$

۲ در بازه 0 تا $5s$ نمودار یک خط راست مایل است و در تمام لحظات تندی (سرعت) یکسان و برابر شیب نمودار است بنابراین خواهیم داشت:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v = \frac{3.0 - (-1.0)}{5} = 0.8m/s \Rightarrow v_{t=5s} = 0.8m/s$$

۳ اکنون نسبت را حساب می‌کنیم:

$$\frac{v_{av}}{v_{t=5s}} = \frac{2.0}{8} = \frac{2.0}{24} = \frac{5}{6}$$

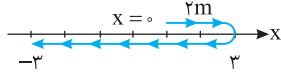
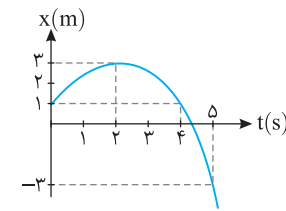
۴ ۹۱ A

در بازه صفر تا $4s$ متحرک از مکان $x=1m$ به مکان $x=1m$ جابه‌جا شده و جابه‌جایی آن صفر است. بنابراین گزینه (۱) درست است. در بازه صفر تا $5s$ مسافت طی شده متحرک برابر است با:

$$\ell = 2+6=8m$$

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{8}{5} = 1.6m/s$$

بنابراین گزینه (۲) درست است.



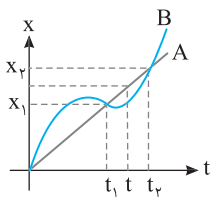
شیب خط مماس در $t=5s$ از شیب خط مماس در $t=4s$ بیشتر است پس تندی لحظه‌ای (اندازه سرعت لحظه‌ای) در $t=5s$ از $t=4s$ بزرگ‌تر است.

بنابراین گزینه (۳) درست است.

در لحظه $t=2s$ مکان متحرک $x=3m$ و در لحظه $t=5s$ مکان متحرک $-3m$ است، یعنی متحرک در خلاف جهت محور جابه‌جا شده و سرعت متوسط منفی است و در تمام بازه $2s$ تا $5s$ سرعت منفی بوده و گزینه (۴) نادرست است.

۴ ۹۲ A

خط فکری در تمام گزینه‌ها سرعت متوسط در بازه صفر تا t_1 و یا t_1 تا t_2 برای دو متحرک A و B مقایسه شده است، بنابراین شما باید با توجه به تعریف سرعت متوسط $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ درباره مقایسه سرعت متوسط‌ها اظهار نظر کنید.



در بازه 0 تا t_1 مکان هر دو متحرک از صفر تا x_1 تغییر کرده بنابراین جابه‌جایی متحرک A و B یکسان و برابر $\Delta x = x_1$ بوده و سرعت متوسط A و B در این بازه برابر است. همچنین در بازه t_1 تا t_2 جابه‌جایی دو متحرک A و B

یکسان و برابر $x_2 - x_1$ است و در این بازه نیز سرعت متوسط یکی است. بنابراین گزینه‌های (۱) و (۲) نادرست و گزینه (۴) درست است.

به نمودار نگاه کنید. در بازه 0 تا t جابه‌جایی A از B بیشتر بوده و سرعت متوسط A از B بیشتر است و گزینه (۳) نادرست است.

۳ ۹۳ B

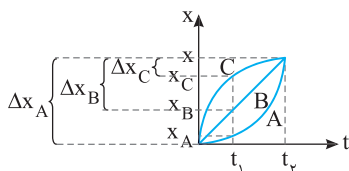
خط فکری به صورت سؤال دقت کنید، سرعت متوسط در بازه صفر تا t_2 از شما خواسته نشده است. بلکه سرعت متوسط از لحظه t_1 تا t_2 مورد پرسش است بنابراین

شما باید بررسی کنید که در این بازه جابه‌جایی A و B چگونه است؟

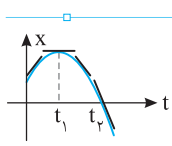
به نمودار نگاه کنید. کاملاً قابل تشخیص که در بازه زمانی t_1 تا t_2 جابه‌جایی‌ها به صورت $\Delta x_A > \Delta x_B > \Delta x_C$ است و رابطه سرعت متوسط $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ و A

B و C به صورت زیر است:

$$v_{avA} > v_{avB} > v_{avC}$$



۳ در بازه t_1 متحرک از مکان منفی ($-x_0$) به مکان مثبت x_1 می‌رود. بنابراین جابه‌جایی و سرعت متوسط ($v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$) مثبت بوده و گزینه (۴) درست است.



در هنگام گذر از مبدأ مکان ($x=0$) یعنی در لحظه t_2 شیب خط مماس منفی است، پس سرعت منفی می‌باشد و گزینه (۱) درست است. در بیشینه و کمینه

نمودار $x-t$ به شرط تغییر علامت سرعت، جهت حرکت متحرک تغییر می‌کند. در این حرکت نیز در t_1 جهت حرکت تغییر کرده است و گزینه (۲) درست است. ابتدا شیب خط مماس در حال کم شدن است تا در لحظه t_1 به صفر می‌رسد پس ابتدا حرکت کندشونده بوده و پس از آن شیب خط در حال زیاد شدن است. (خط مماس به حالت قائم نزدیک می‌شود) بنابراین بعد از t_1 حرکت تندشونده می‌شود و گزینه (۳) نیز درست است.

۳ ۹۹ A

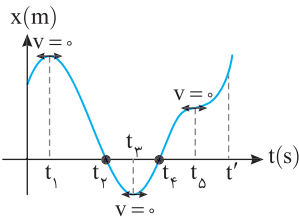
یادآوری ۱ هرگاه خط مماس بر نمودار مکان - زمان موازی محور زمان شود و شیب آن صفر گردد، متحرک در آن لحظه ساکن است.

یادآوری ۲ هرگاه نمودار مکان - زمان محور زمان را قطع کند یعنی متحرک از $x=0$ رد شود، بردار مکان تغییر جهت می‌دهد.

یادآوری ۳ برای تغییر جهت متحرک علاوه بر صفر شدن سرعت باید علامت سرعت قبل و بعد از آن لحظه تغییر کند.

به نمودار نگاه کنید. در سه لحظه t_1 و t_3 و t_5 مماس بر نمودار موازی محور زمان بوده و در این لحظات سرعت صفر است. یعنی ۳ بار سرعت صفر می‌شود. در لحظه t_4 و t_6 نمودار محور زمان را قطع کرده یعنی متحرک از مبدأ مکان می‌گذرد. بنابراین ۲ بار بردار مکان تغییر جهت می‌دهد.

در لحظه t_1 و t_3 سرعت صفر شده و در دو طرف این لحظه‌ها علامت سرعت عوض می‌شود یعنی دو بار متحرک تغییر جهت می‌دهد اما در لحظه t_5 با آنکه سرعت صفر می‌شود، اما متحرک در جهت مثبت محور به حرکت ادامه می‌دهد و تغییر جهت نداریم.



۳ ۱۰۰ B

۱ شیب خط مماس بر نمودار در لحظه t_1 افقی است و شیب آن صفر بوده از این رو در این لحظه سرعت صفر می‌شود و گزینه (۱) درست است.

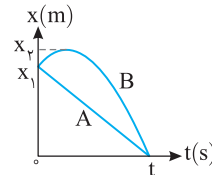
۲ علامت سرعت قبل و بعد از t_1 تغییر کرده پس جهت حرکت در این لحظه تغییر می‌کند و گزینه (۲) درست است.

۳ دقت کنید در این لحظه متحرک به مبدأ مکان می‌رسد. نمودار محور زمان را قطع نمی‌کند یعنی متحرک از مبدأ نمی‌گذرد و بعد از t_1 و قبل از t_1 مکان متحرک مثبت است. بنابراین علامت مکان تغییر نمی‌کند. پس بردار مکان تغییر جهت نداده است و گزینه (۳) نادرست است.

۴ قبل از t_1 شیب خط مماس کم می‌شود تا در t_1 صفر شود. پس قبل از t_1 حرکت کندشونده بوده و بعد از t_1 شیب خط مماس زیاد می‌شود یعنی حرکت تندشونده شده است. پس در t_1 نوع حرکت تغییر کرده است و گزینه (۴) درست است.

۴ ۹۴ A

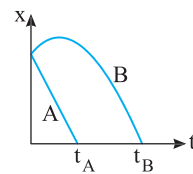
به نمودار نگاه می‌کنیم:



۱ در ابتدای بازه ($t=0$) مکان هر دو متحرک x_1 و در انتهای بازه (t) مکان صفر است. بنابراین جابه‌جایی در این بازه یکسان و در نتیجه سرعت متوسط A و B با هم برابر است.

۲ مسافت طی شده توسط A کمتر از مسافت طی شده توسط B است. دقت کنید متحرک B از x_1 به x_2 رفته سپس به مکان $x=0$ می‌رسد. بنابراین تندی متوسط A از تندی متوسط B کمتر است و گزینه (۴) پاسخ تست است.

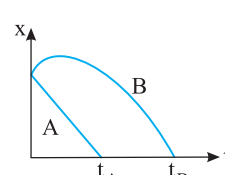
۴ ۹۵ A



تندی متوسط به مسیر حرکت و مسافت طی شده بستگی دارد. با توجه به نمودار جابه‌جایی دو متحرک یکسان است اما بازه زمانی B از A بزرگ‌تر است و تنها می‌توان اظهار نظر کرد که سرعت متوسط B از سرعت متوسط A کوچک‌تر است ($v_{avB} < v_{avA}$) اما در مورد تندی متوسط نمی‌توان اظهار نظر قطعی کرد.

زیرا متحرک B دارای مسافت طی شده بیشتری، در زمان طولانی‌تری است. به همین دلیل ممکن است تندی متوسط A با تندی متوسط B برابر یا از آن کمتر و یا بیشتر باشد.

۱ ۹۶ A



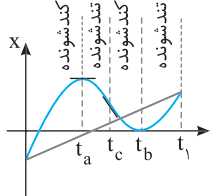
با توجه به شکل، جابه‌جایی دو متحرک یکسان. اما زمان حرکت متحرک B از زمان حرکت متحرک A بیشتر است ($t_B > t_A$) از این رو با توجه به تعریف سرعت متوسط ($v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$) سرعت متوسط متحرک B از

سرعت متوسط متحرک A کمتر می‌باشد و گزینه (۱) درست است.

۴ ۹۷ A

یادآوری شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان برابر سرعت لحظه‌ای است و شیب خط قاطع بین دو لحظه برابر سرعت متوسط است.

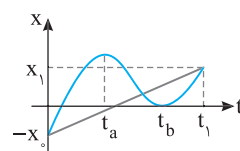
نکته اگر در هر بازه زمانی، چند خط مماس بر نمودار رسم کنیم و خط مماس به حالت قائم نزدیک شود، حرکت تندشونده و اگر به حالت افقی ($v=0$) نزدیک شود، حرکت کندشونده است.



۱ از صفر تا t_a شیب خط مماس در حال کاهش و سرعت به سمت صفر می‌رود و حرکت کندشونده است. از t_a تا t_b ابتدا قدرمطلق شیب در حال افزایش بوده حرکت تندشونده و سپس قدرمطلق شیب در حال کاهش بوده یعنی تندی به سمت صفر می‌رود و در t_b تندی صفر است. یعنی حرکت کندشونده است و از t_b به بعد شیب در حال افزایش و حرکت تندشونده است. بنابراین گزینه‌های (۱) و (۳) هر دو نادرست است.

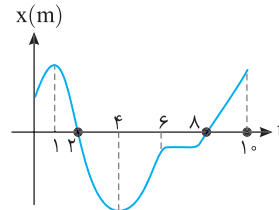
نکته جهت حرکت همان جهت سرعت است.

۲ در بازه t_a تا t_b در بازه t_b تا t_a شیب خط مماس مثبت و سرعت و جهت حرکت مثبت و در بازه t_a تا t_b متحرک در جهت منفی محور در حرکت است. بنابراین گزینه (۲) نادرست است.



A ۱۰۱

نکته: هرگاه نمودار بالای محور زمان باشد، یعنی $x > 0$ باشد، مکان متحرک مثبت و هرگاه نمودار پایین محور زمان قرار داشته باشد یعنی $(x < 0)$ و مکان متحرک منفی است.



۱. در بازه 0 تا 1 s متحرک در جهت مثبت محور و از 1 s تا 4 s در خلاف جهت محور، از 4 s تا 6 s در جهت مثبت محور و از 6 s به بعد تا مدتی متحرک ساکن و در آخر در جهت مثبت محور در حرکت است، بنابراین کل مدتی که متحرک در خلاف جهت محور حرکت می‌کند، $4 - 1 = 3$ s است.

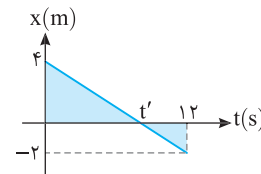
۲. در بازه 2 s تا 8 s نمودار پایین محور زمان بوده و بردار مکان متحرک منفی است. بنابراین در مدت $8 - 2 = 6$ s بردار مکان خلاف جهت محور X هاست.

۳. نسبت دو بازه بیان شده خواهد شد:

$$\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

A ۱۰۲

خط‌نگری: جهت حرکت را علامت سرعت مشخص می‌کند. اگر سرعت مثبت باشد متحرک در جهت مثبت محور X ها در حال حرکت است و اگر سرعت منفی باشد متحرک در جهت منفی محور X ها در حال حرکت است. بنابراین شما باید از روی نمودار علامت سرعت را مشخص کنید و برای مشخص شدن بردار مکان‌های مثبت و منفی، باید مشخص کنید در چه بازه‌ای نمودار بالای محور زمان و در چه بازه‌ای نمودار پایین محور زمان است، یعنی شما باید t' را به دست بیاورید.



۱. در تمام مدت 12 s متحرک در جهت منفی محور با تندی ثابت از مکان $+4$ m به مکان -2 m می‌رود.

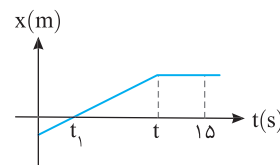
۲. t' را به کمک نوشتن شیب خط به دست می‌آوریم.

$$\frac{4 - (-2)}{12 - 0} = \frac{4 - 0}{t' - 0} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{4}{t'} \Rightarrow t' = 8$$

۳. در بازه 8 s تا 12 s نمودار زیر محور زمان بوده و مکان متحرک به مدت $12 - 8 = 4$ s منفی است.

A ۱۰۳

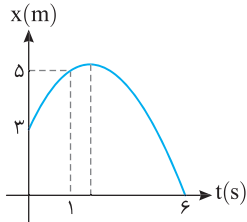
در مدت 15 s متحرک ابتدا تا لحظه t در یک جهت در حرکت بوده است و جابه‌جایی و مسافت با هم برابر است و از t تا 15 s، جسم ساکن است. بنابراین در مدت 15 s جابه‌جایی با مسافت برابر است و گزینه (۱) درست است.



در بازه صفر تا t_1 متحرک در حال نزدیک شدن به مبدأ و سپس تا لحظه t در حال دور شدن از مبدأ است و بعد از t ساکن است و گزینه (۲) نادرست است. در بازه صفر تا t متحرک در جهت مثبت حرکت می‌کند و تغییر جهت نمی‌دهد، یعنی سرعت تغییر علامت نمی‌دهد و گزینه (۳) نادرست است.

C ۱۰۴

خط‌نگری: وقتی نمودار سهمی است، باید معادله مکان - زمان تابع درجه ۲ شبیه $x = at^2 + bt + c$ باشد و مختصات نقاط روی نمودار باید در معادله صدق کند. با توجه به این مطلب با یک مسئله ریاضی سروکار دارید و باید معادله را به دست بیاورید. مختصات نقاط $(t=0, x_0=30\text{m})$ ، $(t=1\text{s}, x=50\text{m})$ و $(t=6\text{s}, x=0)$ را در معادله $x = at^2 + bt + c$ جای گذاری می‌کنیم.



نمودار سهمی می‌باشد پس معادله حرکت به صورت $x = at^2 + bt + c$ می‌باشد.

$$\begin{cases} t=0 \\ x=30\text{m} \end{cases} \Rightarrow 30 = a(0)^2 + b(0) + c \Rightarrow 30 = c$$

$$\begin{cases} t=1\text{s} \\ x=50\text{m} \end{cases} \Rightarrow 50 = a(1)^2 + b(1) + 30 \Rightarrow 20 = a + b \quad (I)$$

$$\begin{cases} t=6\text{s} \\ x=0 \end{cases} \Rightarrow 0 = a(6)^2 + b(6) + 30 \Rightarrow -30 = 36a + 6b \quad (II)$$

از حل دو معادله (I) و (II) مقدار a و b را به دست می‌آوریم:

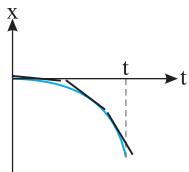
$$(I), (II) \begin{cases} (a+b=20)x-6 \\ 36a+6b=-30 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -6a-6b=-120 \\ 36a+6b=-30 \end{cases} +$$

$$30a = -150 \Rightarrow a = -5 \Rightarrow b = 25$$

در رأس سهمی شیب خط مماس یعنی تندی صفر شده و متحرک تغییر جهت می‌دهد. بنابراین مختصات رأس را حساب می‌کنیم.

$$t = \frac{-b}{2a} \Rightarrow t = \frac{-25}{-10} = 2.5\text{s}$$

A ۱۰۵

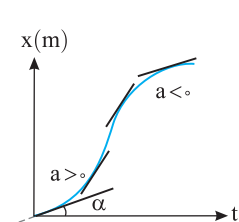


با توجه به شکل روبه‌رو در لحظه $t = 0$ نمودار مکان - زمان بر محور زمان مماس بوده و شیب خط مماس یعنی سرعت لحظه‌ای، صفر است و گزینه (۱) درست است.

اگر به مماس‌های رسم شده دقت کنید

قدردماتق شیب خط مماس در حال افزایش است، یعنی تندی در حال افزایش است و حرکت تندشونده است و گزینه (۲) درست است
از شروع حرکت، متحرک از مبدأ در جهت منفی محور و در حال دور شدن از مبدأ است بنابراین گزینه (۳) نیز درست است و پاسخ گزینه (۴) است.

A ۱۰۶



۱. با توجه به شکل روبه‌رو خط مماس بر نمودار در لحظه $t = 0$ با محور زمان زاویه α می‌سازد یعنی شیب خط مماس بر نمودار صفر نبوده بنابراین سرعت اولیه مخالف صفر بوده و متحرک دارای سرعت اولیه است.

$$v_0 = \tan \alpha$$

۲. بار رسم چند خط مماس مشخص است که ابتدا شیب خط مماس در حال افزایش بوده تندی در حال افزایش و حرکت تندشونده و سپس شیب خط مماس در حال کاهش بوده یعنی تندی در حال کاهش و حرکت کندشونده است. بنابراین گزینه (۱) درست و گزینه‌های (۲) و (۳) و (۴) نادرست است.

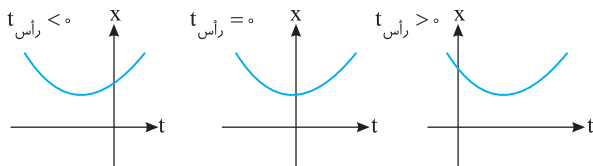
بازی با سوال - در چه تعداد از معادله‌های حرکت این مسئله، متحرک

تغییر جهت نمی‌دهد؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

پایان - هرگاه معادله حرکت درجه اول باشد نمودار مکان - زمان آن یک خط راست مایل است، یعنی متحرک در یک جهت در حال حرکت است و تغییر جهت نمی‌دهد.

نکته - در تابع‌های مکان - زمان درجه ۲، در رأس سهمی متحرک تغییر جهت می‌دهد اگر منفی یا صفر باشد متحرک تغییر جهت نمی‌دهد. (در فیزیک دبیرستان بازه زمانی منفی را در نظر نمی‌گیریم)



(الف) $x = t^2 + 4$ تابع درجه اول بوده و متحرک روی خط راست در حرکت است و تغییر جهت نمی‌دهد.

(ب)

$$x = t^2 - 4t + 5 \xrightarrow{t = \frac{-b}{2a}} t = -\frac{-4}{2 \times 1} = 2s > 0$$

متحرک تغییر جهت می‌دهد.

(پ)

$$x = 2t^2 - 4t - 2 = 0 \xrightarrow{t = \frac{-b}{2a}} t = \frac{-4}{2 \times 2} = -1 < 0$$

متحرک تغییر جهت می‌دهد.

(ت)

$$x = t^2 - 6t + 9 = 0 \xrightarrow{t = \frac{-b}{2a}} t = -\frac{-6}{2} = 3s > 0$$

متحرک تغییر جهت می‌دهد.

گزینه ۱

B ۱۰۹

یادآوری - برای به دست آوردن لحظه تغییر جهت باید مختصات رأس سهمی $(t = \frac{-b}{2a})$

را به دست آورد. اگر زمان مثبت به دست آمد، متحرک (در $t = \frac{-b}{2a}$) تغییر جهت می‌دهد.

۱ - برای به دست آوردن لحظه تغییر جهت کافی است مختصات رأس سهمی را به دست بیاوریم.

$$x = 2t^2 - 4t - 6 \xrightarrow{t = \frac{-b}{2a}} t = -\frac{-4}{2 \times 2} = -1s$$

۲ - مکان لحظه تغییر جهت را با قرار دادن $t = 1s$ در معادله حرکت به دست می‌آوریم.

$$x = 2(1)^2 - 4(1) - 6 = 2 - 4 - 6 = -8m$$

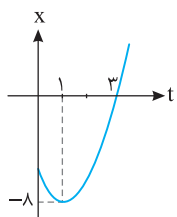
۳ - برای به دست آوردن لحظه تغییر جهت بردار مکان، در معادله حرکت x را برابر صفر قرار می‌دهیم:

$$x = 2t^2 - 4t - 6 = 0 \Rightarrow t^2 - 2t - 3 = 0 \Rightarrow (t-3)(t+1) = 0 \Rightarrow t = 3s$$

۴ - بنابراین در لحظه $t = 1s$ متحرک در مکان

$-8m$ و در لحظه $t = 3s$ متحرک در مکان $x = 0$

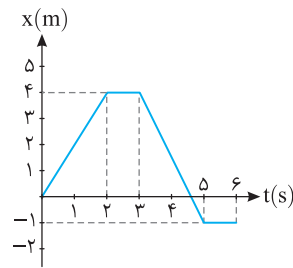
بوده و در این بازه زمانی $+8m$ جابه‌جا می‌شود.



B ۱۰۷

۱ - متحرک در بازه صفر تا $2s$.

چهار متر مسافت طی می‌کند، در بازه $2s$ تا $3s$ ساکن بوده و در بازه $3s$ تا $5s$ از مکان $4m$ به مکان $-1m$ رفته و مسافت $5m$ را می‌پیماید و از لحظه $t = 5s$ به بعد ساکن می‌ماند. بنابراین مسافت طی شده از صفر تا $6s$ جمعاً



$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{9}{6} = 1.5m/s \quad \ell = 4 + 5 = 9m$$

است و تندی متوسط برابر است با:

بنابراین گزاره (الف) درست است.

۲ - در بازه 0 تا $6s$ متحرک از مکان $x = 0$ به مکان $x = -1m$ می‌رود و بردار

جابه‌جایی برابر $\vec{d} = -\vec{i}$ است و از این رو سرعت متوسط در بازه صفر تا $6s$ خواهد

$$\vec{v}_{av} = \frac{\vec{d}}{\Delta t} = \frac{-\vec{i}}{6} = -\frac{1}{6}\vec{i}$$

شد:

بنابراین گزاره (ب) نادرست است.

۳ - لحظه‌ای که بردار مکان

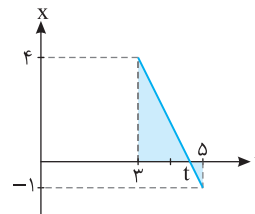
متحرک تغییر جهت می‌دهد

لحظه‌ای است که متحرک از مبدأ

مکان ($x = 0$) می‌گذرد و نمودار

محور زمان را قطع می‌کند. برای به

دست آوردن لحظه تغییر جهت از



تشابه مثلث استفاده می‌کنیم. دو مثلث رنگی متشابه است، نسبت تشابه را برای دو

$$\frac{t-3}{5-t} = \frac{4}{1} \Rightarrow t-3=4-4t \Rightarrow 5t=7 \Rightarrow t=1.4s$$

مثلث می‌نویسیم:

بنابراین گزاره (پ) درست است.

۴ - متحرک از لحظه $3s$ تا لحظه $5s$ یعنی به مدت $2s$ در خلاف جهت محور در

حرکت است و گزاره (ت) درست است.

B ۱۰۸

خط فکری

در فیزیک دبیرستان خیری از زمان منفی نیست و همواره $t > 0$ است. از طرفی بردار مکان وقتی تغییر جهت می‌دهد که متحرک از مبدأ مکان ($x = 0$)

بگذرد. بنابراین در تابع درجه یک باید معادله دارای ریشه مثبت باشد. همچنین در تابع

درجه ۲ باید معادله دارای ریشه مثبت بوده در این صورت بردار مکان تغییر جهت

می‌دهد. اما اگر معادله درجه ۲ ریشه مضاعف داشته باشد، بردار مکان در آن لحظه

تغییر جهت نمی‌دهد.

$$x = t + 4 = 0 \Rightarrow t + 4 = 0 \Rightarrow t = -4s$$

(الف)

ریشه منفی شد و متحرک از مبدأ مکان نمی‌گذرد و بردار مکان تغییر جهت نمی‌دهد.

$$x = t^2 - 4t + 5 = 0 \Rightarrow t = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 20}}{2}, t = \frac{4 \pm \sqrt{-4}}{2}$$

(ب)

این معادله ریشه ندارد، یعنی متحرک از مبدأ مکان ($x = 0$) نمی‌گذرد و بردار مکان

تغییر جهت نمی‌دهد.

(پ)

$$x = 2t^2 - 4t - 2 = 0 \Rightarrow t^2 - 2t - 1 = 0 \Rightarrow t = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 4}}{2} = 1 \pm \sqrt{2} = \begin{cases} 1 + \sqrt{2} > 0 \\ 1 - \sqrt{2} < 0 \end{cases}$$

بنابراین متحرک یک بار تغییر جهت می‌دهد.

$$x = t^2 - 6t + 9 = 0 \Rightarrow x = (t-3)^2$$

(ت)

این عبارت همواره مثبت یعنی x تغییر علامت نمی‌دهد. از طرفی این معادله دارای ریشه

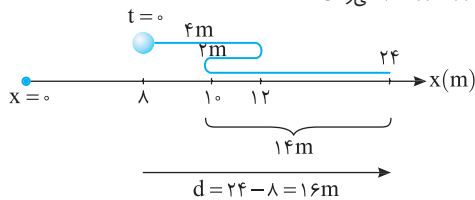
مضاعف $t = 3s$ و همان‌گونه که گفتیم در ریشه مضاعف بردار مکان تغییر جهت نمی‌دهد.

B ۱۱۵ ۴

خط فکری ← برای حل این مسئله قطعاً شما باید مسیر حرکت را رسم کنید از طرفی به کمک تندی متوسط باید مسافت طی شده در مدت Δt را به دست بیاورید تا متوجه شوید متحرک در لحظه $t = \Delta t$ در چه مکانی است و بتوانید جابه‌جایی و در نتیجه سرعت متوسط را حساب کنید.

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \Rightarrow \ell = s_{av} \Delta t = 20 \text{ m}$$

۲ مسیر را از مکان $x_0 = +8 \text{ m}$ رسم می‌کنیم، متحرک از $+8 \text{ m}$ به مکان $+12 \text{ m}$ می‌رود یعنی 4 m مسافت طی کرده سپس بازمی‌گردد و به مکان $+10 \text{ m}$ می‌رود. یعنی 2 m مسافت طی می‌کند تا اینجا 6 m مسافت طی کرده و هنوز 14 m باقی مانده تا مسافت کل 20 m شود. در نقطه $+10 \text{ m}$ تغییر جهت می‌دهد و در امتداد محور x ها به حرکت خود ادامه می‌دهد بنابراین باید از مکان $+10 \text{ m}$ ، 14 m جلو برود پس به مکان $10 + 14 = 24 \text{ m}$ می‌رسد.



۳ متحرک در مدت Δt از مکان $+8 \text{ m}$ به مکان $+24 \text{ m}$ رفته و جابه‌جایی آن $d = 24 - 8 = 16 \text{ m}$ است.

$$v_{av} = \frac{d}{t} \Rightarrow v_{av} = \frac{16}{\Delta t} = 3/2 \text{ m/s}$$

C ۱۱۶ ۱

خط فکری ← نیمه دوم مسیر را مستقل از نیمه اول بررسی کنید. یعنی اگر در نیمه دوم مسافت (یا جابه‌جایی) ℓ_2 و زمان جابه‌جایی Δt_2 باشد، $\frac{1}{3} \Delta t_2$ متحرک با تندی 8 m/s و $\frac{2}{3} \Delta t_2$ را با تندی 6 m/s می‌رود. شما با این اطلاعات تندی متوسط در نیمه دوم مسیر را حساب کنید. سپس به سراغ تندی متوسط در کل مسیر بروید.

$$s = \frac{\ell}{\Delta t} \Rightarrow \ell_2 = 8 \times \frac{1}{3} \Delta t_2 = \frac{8}{3} \Delta t_2$$

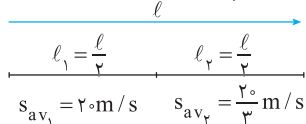
$$\ell_2 = 6 \times \frac{2}{3} \Delta t_2 = 4 \Delta t_2$$

$$s = \frac{\ell}{\Delta t} \Rightarrow \ell_2 = 6 \times \frac{2}{3} \Delta t_2 \Rightarrow \ell_2 = 4 \Delta t_2$$

۳ تندی متوسط در نیمه دوم را حساب می‌کنیم.

$$s_2 = \frac{\ell_2}{\Delta t_2} = \frac{\frac{8}{3} \Delta t_2 + 4 \Delta t_2}{\Delta t_2} = \frac{20}{3} \text{ m/s}$$

اکنون به سراغ کل مسیر می‌رویم



۴ اما باید زمان حرکت در هر نیمه را برحسب ℓ به دست بیاوریم.

$$s_{av} = \frac{\ell}{t} \Rightarrow \begin{cases} 20 = \frac{\ell}{t_1} = \frac{\ell}{\frac{\ell}{40}} \\ 20 = \frac{\ell}{t_2} \Rightarrow t_2 = \frac{\ell}{20} = \frac{3\ell}{40} \end{cases}$$

$$s_{av} = \frac{\ell}{\frac{\ell}{40} + \frac{3\ell}{40}} = \frac{40}{4} = 10 \text{ m/s}$$

۵ تندی متوسط در کل مسیر خواهد شد:

B ۱۱۰ ۲

خط فکری ← باید نمودار $x-t$ را رسم کنید، تا مشخص شود آیا نمودار محور زمان را قطع می‌کند یا نه، زیرا اگر محور زمان را قطع کند، کمترین فاصله از مبدأ مکان صفر می‌شود. اما اگر محور زمان را قطع نکند باید به کمک نمودار کمترین فاصله تا مبدأ مکان را مشخص کرد.

$$\Delta = b^2 - 4ac = 36 - 40 = -4 < 0$$

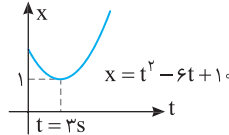
$$x = t^2 - 6t + 10 \Rightarrow \Delta = (-6)^2 - 4 \times 10 = 36 - 40 = -4 < 0$$

بنابراین این معادله ریشه ندارد.

۲ مختصات رأس سهمی این معادله را حساب می‌کنیم.

$$t = -\frac{b}{2a} \Rightarrow t = -\frac{-6}{2} \Rightarrow t = 3 \text{ s}$$

$$x = t^2 - 6t + 10 \xrightarrow{t=3 \text{ s}} x = 3^2 - 6 \times 3 + 10 \Rightarrow x = +1 \text{ m}$$

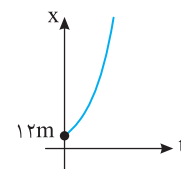


۳ بنابراین شکل نمودار می‌تواند به شکل روبه‌رو باشد و کمترین فاصله از مبدأ زمان را لحظه $t = 3 \text{ s}$ بوده و برابر $x = 1 \text{ m}$ است.

B ۱۱۱ ۱

معادله حرکت به صورت $x = (t+3)(t+4)$

می‌باشد. هر دو ریشه این معادله منفی است و می‌دانیم که زمان نمی‌تواند منفی باشد، پس نمودار $x-t$ تقریباً مشابه شکل مقابل بوده و بالای محور زمان قرار می‌گیرد. از این رو کمترین فاصله از مبدأ در $t=0$ رخ می‌دهد.



B ۱۱۲ ۱

خط فکری ← ابتدا بررسی کنید که در بازه زمانی داده شده، متحرک تغییر جهت می‌دهد یا نه؟ برای این منظور باید به سراغ مختصات رأس سهمی $t = -\frac{b}{2a}$ بروید. رأس سهمی را به دست می‌آوریم.

$$x = 2t^2 + 4t - 8 \xrightarrow{\text{رأس سهمی}} t = -\frac{4}{2 \times 2} = -1 < 0$$

بنابراین این متحرک تغییر جهت نداده و همواره در یک جهت روی محور x ها در حرکت است و مسافت طی شده برابر اندازه جابه‌جایی متحرک است.

B ۱۱۳ ۲

خط فکری ← باید مختصات رأس سهمی $(t = -\frac{b}{2a})$ را به دست بیاورید تا مشخص شود لحظه تغییر جهت در بازه زمانی ارائه شده در مسئله قرار دارد یا نه؟ اگر لحظه تغییر جهت در بازه بیان شده نبود یعنی متحرک در آن بازه زمانی در یک جهت در حرکت است بنابراین مسافت طی شده و اندازه جابه‌جایی و در نتیجه تندی متوسط و اندازه سرعت متوسط با هم برابر است.

$$t = -\frac{b}{2a} \Rightarrow t = -\frac{-1}{2} \Rightarrow t = \frac{1}{2} \text{ s}$$

این عدد بین بازه 1 s تا 4 s قرار ندارد. یعنی متحرک در این بازه زمانی همواره در یک جهت در حال حرکت بوده و مسافت طی شده با اندازه جابه‌جایی در آن بازه برابر است، در نتیجه تندی متوسط $(s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t})$ با اندازه سرعت متوسط $(v_{av} = \frac{d}{t})$ برابر است.

B ۱۱۴ ۲

برای آنکه در تمام بازه‌های زمانی اندازه جابه‌جایی و مسافت با هم برابر باشند، باید متحرک در یک جهت در حال حرکت باشد یعنی متحرک تغییر جهت ندهد. برای آنکه متحرک تغییر جهت ندهد باید $t = -\frac{b}{2a}$ یعنی زمان رأس سهمی منفی شود. بنابراین باید a و b هم علامت باشند. در این صورت $ab > 0$ خواهد بود.

۴ اکنون باید گزینه‌ها را در این رابطه قرار داد تا اندازه α مشخص می‌شود. زاویه $\alpha = 45^\circ$ را امتحان می‌کنیم.

$$\frac{45}{\sin 45^\circ} = 45\sqrt{2} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} \Rightarrow \sqrt{2} = \sqrt{2}$$

بنابراین $\alpha = 45^\circ$ جواب است.

۲ ۱۲۰ B

یادداشت ریاضی در شکل روبه‌رو که از کتاب ریاضی پایه هشتم آورده شده است مسیر ذره‌ای که به ترتیب جابه‌جایی \overline{AB} و \overline{BC} و \overline{CD} را طی کرده نشان داده شده است و بردار \overline{AD} بردار جابه‌جایی کل است. یعنی $\overline{AD} = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD}$

خط فکری در صورت مسئله سه جابه‌جایی برحسب بردارهای یکه بیان شده که ذره پشت سر هم آن‌ها را پیموده است بنابراین برای به‌دست آوردن جابه‌جایی کل باید جمع برداری آن‌ها را حساب کنید.

۱ بردار جابه‌جایی در کل مدت حرکت خواهد شد:

$$\vec{d} = \vec{d}_1 + \vec{d}_2 + \vec{d}_3 = (\Delta\vec{i} - 2\vec{j}) + (3\vec{i} + 7\vec{j}) + (4\vec{i} + 4\vec{j}) \Rightarrow \vec{d} = 12\vec{i} + 9\vec{j}$$

۲ اندازه جابه‌جایی را حساب می‌کنیم:

$$d = \sqrt{d_x^2 + d_y^2} = \sqrt{12^2 + 9^2} \Rightarrow d = \sqrt{144 + 81} = \sqrt{225} \Rightarrow d = 15\text{m}$$

۳ سرعت متوسط را به‌دست می‌آوریم.

$$v_{av} = \frac{d}{\Delta t} = \frac{15}{3+5+4} \Rightarrow v_{av} = \frac{15}{12} \Rightarrow v_{av} = 1/25\text{m/s}$$

۱ ۱۲۱ A

خط فکری همواره یادتان باشد که جابه‌جایی متحرک به مسیر حرکت بستگی ندارد و تنها به مختصات نقطه ابتدایی از نقطه انتهایی بستگی دارد و در حل این مسئله باید از نقطه B چشم‌پوشی کنید و فاصله بین نقاط A و C را به کمک ریاضی به‌دست بیاورید.

فاصله $A(1,1)$ تا $C(2,2)$ یعنی اندازه جابه‌جایی خواهد شد:

$$AC = d = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} \Rightarrow |d| = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}\text{m}$$

۱ ۱۲۲ B

برای به‌دست آوردن تندی متوسط نیاز داریم که مسافت طی شده از N تا M و سپس از N تا P را به‌دست بیاوریم.

۱ مسافت طی شده از MN مطابق شکل برابر $\ell_{MN} = 4\text{m}$ است.

۲ متحرک روی خط راست از N به P رفته و فاصله N تا P خواهد شد:

$$\ell_{NP} = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13\text{m}$$

۳ مسافت کل برابر است با:

$$\ell = \ell_{MN} + \ell_{NP} = 4 + 13 = 17\text{m}$$

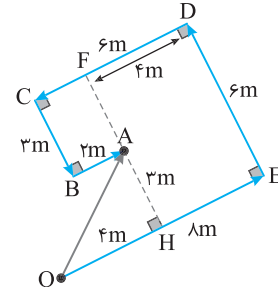
۴ زمان کل حرکت برابر $5+3=8\text{s}$ می‌شود.

۵ تندی متوسط را به‌دست می‌آوریم.

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{17}{8}\text{m/s}$$

۳ ۱۱۷ A

جابه‌جایی برداری است که از ابتدای مسیر به انتهای مسیر رسم می‌شود. با توجه به شکل جابه‌جایی برابر طول OA است. بنابراین از نقطه O تا نقطه A بردار جابه‌جایی OA را رسم می‌کنیم در مثلث OAH باید طول وتر OA را به‌دست بیاوریم بنابراین باید طول اضلاع AH و OH را از روی شکل مشخص کنیم:

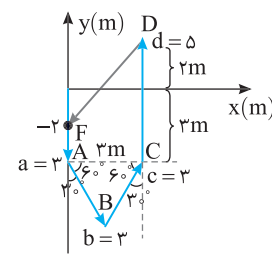


$$AH = DE - BC = 6 - 3 = 3\text{m}, \quad OH = OE - FD = 8 - 4 = 4\text{m}$$

$$OA = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5\text{m}$$

اکنون بردار جابه‌جایی را حساب می‌کنیم.

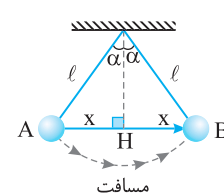
۳ ۱۱۸ B



به شکل نگاه کنید. مثلث ABC متساوی‌الاضلاع است. بنابراین ضلع $AC = 3\text{m}$ است. با توجه به فرض مسئله قرار است ذره خود را از نقطه D به نقطه‌ای روی محور yها در مکان -2m (نقطه F) برساند. بنابراین ذره باید جابه‌جایی DF را طی کند

یعنی از نقطه D به مختصات $D(3,2)$ به نقطه $F(0,-2)$ برود بنابراین روی محور x باید -3m و روی محور yها باید -4m جابه‌جا شود. بنابراین بردار $\overline{DF} = -3\vec{i} - 4\vec{j}$ خواهد شد:

۱ ۱۱۹ C



خط فکری مسیر حرکت را مطابق شکل روبه‌رو رسم کنید. بردار A تا B را بکشید یعنی بردار جابه‌جایی را مشخص کنید. در این صورت مسیر حرکت از A تا B را روی شکل نشان دهید. باید طول AB را به کمک مثلثات

به دست بیاورید و طول کمان مسیر AB را نیز به‌دست آورید تا بتوانید α را به کمک فرض مسئله حساب کنید.

۱ اندازه جابه‌جایی AB برابر $2x$ است و هر X روی شکل را به کمک سینوس به‌دست می‌آوریم.

$$\sin \alpha = \frac{x}{\ell} \Rightarrow x = \ell \sin \alpha \Rightarrow AB = 2\ell \sin \alpha$$

نکته طول کمانی که زاویه روبه‌روی آن θ است برابر $\frac{\theta}{360} (2\pi R)$ است.

۲ طول کمان AB را حساب می‌کنیم. کمان روبه‌روی AB برابر 2α است بنابراین مسافت AB خواهد شد:

$$\text{مسافت} = \frac{2\alpha}{360} (2\pi R)$$

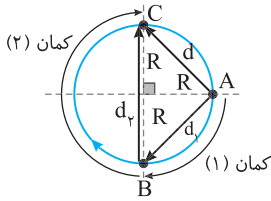
شعاع مسیر همان طول ریسمان آونگ است.

$$\text{مسافت} = \frac{2\alpha}{360} (2\pi \ell) \Rightarrow \text{مسافت} = \frac{\alpha \pi \ell}{90}$$

۳ با توجه به فرض مسئله خواهیم داشت:

$$\frac{\text{مسافت}}{\text{جابه‌جایی}} = \frac{\sqrt{2}}{4} \pi \Rightarrow \frac{90}{2\ell \sin \alpha} = \frac{\sqrt{2}}{4} \pi \Rightarrow \frac{\alpha}{\sin \alpha} = 45\sqrt{2}$$

B ۱۲۳ ۴



با توجه به شکل متحرک کمان (۱) را با سرعت $5\sqrt{2} \text{ m/s}$ و کمان (۲) را با سرعت متوسط 4 m/s طی کرده است. حال زمان کل حرکت را به دست می آوریم. ۱ جابه جایی در قسمت اول:

$$d_1 = \sqrt{R^2 + R^2} = R\sqrt{2}$$

۲ زمان در قسمت اول:

$$v_{av} = \frac{d_1}{\Delta t_1} \Rightarrow \Delta t_1 = \frac{d_1}{v_{av}} = \frac{R\sqrt{2}}{5\sqrt{2}} = \frac{R}{5} \text{ s}$$

۳ جابه جایی در قسمت دوم:

$$d_2 = R + R = 2R$$

۴ زمان در قسمت دوم:

$$v_{av} = \frac{d_2}{\Delta t_2} \Rightarrow \Delta t_2 = \frac{d_2}{v_{av}} = \frac{2R}{4} = \frac{R}{2} \text{ s}$$

۵ کل زمان طی شده برابر است با:

$$\Delta t_{\text{کل}} = \frac{R}{5} + \frac{R}{2} = \frac{7}{10} R$$

۶ جابه جایی از ابتدا تا انتهای مسیر برابر بردار AC است که اندازه آن خواهد شد:

$$d = \sqrt{R^2 + R^2} = R\sqrt{2}$$

۷ سرعت متوسط را حساب می کنیم:

$$v_{av} = \frac{d}{\Delta t_{\text{کل}}} = \frac{R\sqrt{2}}{\frac{7}{10}R} = \frac{10\sqrt{2}}{7} \text{ m/s}$$

بازی با سؤال ذره ای روی یک مسیر دایره ای با سرعت متوسط

$5\sqrt{2} \text{ m/s}$ پادساعتگرد کمان $\frac{\pi}{4}$ و سپس خلاف جهت به صورت ساعتگرد با

سرعت متوسط 4 m/s کمان π را طی می کند. بزرگی سرعت متوسط ذره در تمام مسیر حرکت چند متر بر ثانیه است؟

پاسخ فرض کنید که ذره روی

محیط دایره از نقطه A پادساعتگرد مطابق شکل به نقطه B برود. در این صورت جابه جایی ذره خواهد شد:

$$d_1 = AB = \sqrt{R^2 + R^2} = \sqrt{2}R$$

با توجه به تعریف سرعت متوسط

زمان حرکت از A تا B خواهد شد:

$$v_{av} = \frac{d}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t_1 = \frac{\sqrt{2}R}{5\sqrt{2}} = \frac{R}{5}$$

ذره ساعتگرد کمان π را طی کرده و از B به C می رود و جابه جایی ذره خواهد

$$d_2 = R + R = 2R$$

شد:

زمان حرکت را حساب می کنیم.

$$v_{av} = \frac{d_2}{\Delta t_2} \Rightarrow \Delta t_2 = \frac{2R}{4} = \frac{R}{2}$$

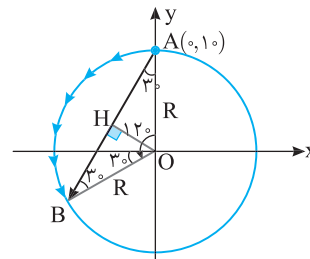
جابه جایی در کل مسیر یعنی بردار AC، اندازه آن را حساب می کنیم.

$$\sqrt{R^2 + R^2} = \sqrt{2}R$$

سرعت متوسط خواهد شد:

$$v_{av} = \frac{d}{\Delta t} = \frac{\sqrt{2}R}{\frac{R}{5} + \frac{R}{2}} \Rightarrow v_{av} = \frac{10\sqrt{2}}{7} \text{ m/s}$$

دقیقاً همان حل تکرار شد.



۱ متحرک روی دایره ای به

شعاع $R = 10 \text{ m}$ از نقطه A به نقطه B رفته است. ارتفاع مثلث متساوی الساقین OAB را رسم می کنیم.

۲ طول AH را به کمک $\cos 30^\circ$ حساب می کنیم.

$$\cos 30^\circ = \frac{\text{ضلع مجاور}}{\text{وتر}} = \frac{AH}{OA} = \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{AH}{R} \Rightarrow AH = \frac{\sqrt{3}}{2} R$$

۳ بنابراین جابه جایی AB برابر است با:

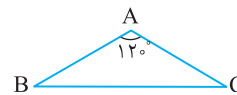
$$d = AB = 2AH = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} R \Rightarrow d = \sqrt{3}R \xrightarrow{R=10 \text{ m}} d = 10\sqrt{3} \text{ m}$$

۴ سرعت متوسط را به دست می آوریم.

$$v_{av} = \frac{d}{t} = \frac{10\sqrt{3}}{2} \Rightarrow v_{av} = 5\sqrt{3} \text{ m/s}$$

میانبر ← قاعده مثلث متساوی

الساقین با زاویه رأس 120° همواره $\sqrt{3}$ برابر طول هر ساق آن است. $BC = \sqrt{3}AB$



بازی با سؤال متحرکی کمان

AB را طی کرده است. مسافت طی شده توسط متحرک چند برابر اندازه جابه جایی آن است؟

$$\begin{matrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \\ 3 & 3 \\ 4 & 4 \\ 9 & 9 \end{matrix} \quad \begin{matrix} \sqrt{3}\pi \\ 2\sqrt{3}\pi \\ 4\sqrt{3}\pi \\ 9\sqrt{3}\pi \end{matrix}$$

پاسخ زاویه ای که متحرک طی

کرده 120° است که $\frac{120}{360} = \frac{1}{3}$ دایره

است بنابراین مسافت طی شده برابر طول کمان AB بوده که $\frac{1}{3}$ محیط دایره است.

$$\ell = \frac{1}{3}(\pi R) \Rightarrow \ell = \frac{\pi R}{3}$$

اگر طول وتر AB را d فرض کنیم فاصله AH برابر $\frac{d}{2}$ است و با توجه به شکل

در مثلث OAH می توان نوشت:

$$\sin 60^\circ = \frac{d}{2R} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{d}{2R} \Rightarrow d = \sqrt{3}R$$

در این صورت نسبت مسافت و اندازه جابه جایی خواهد شد:

$$\frac{\ell}{d} = \frac{\frac{\pi R}{3}}{\sqrt{3}R} = \frac{\pi}{3\sqrt{3}}$$

گزینه ۴

C ۱۲۴ ۲

خط فکری دوباره متن مسئله را بخوانید. مسیر حرکت ذره پادساعتگرد است

یعنی مطابق شکل ذره از نقطه A به نقطه B سپس از نقطه B به نقطه C می رود.

سرعت متوسط یعنی جابه جایی تقسیم بر زمان بنابراین شما باید جابه جایی از A تا B و جابه جایی از B تا C را حساب کنید و به کمک سرعت متوسطهایی که در مسئله داده

شده، زمان حرکت را در هر مرحله به دست بیاورید.

۱. جابه‌جایی گلوله در بازه صفر تا ۴s را حساب می‌کنیم.

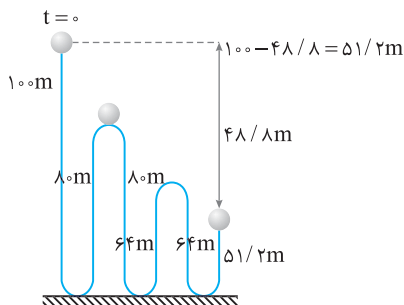
$$v_{av} = \frac{d}{t} \Rightarrow d = v_{av} t \Rightarrow d = 12/2 \times 4 \Rightarrow d = 48/8 \text{ m}$$

۲. فاصله گلوله در $t = 4s$ از سطح زمین را به دست می‌آوریم.

$$100 - 48/8 = 51/2 \text{ m}$$

۳. مسیر حرکت را رسم کرده و مسافت را حساب می‌کنیم. البته حرکت روی خط راست است. گلوله روی خط راست بالا و پایین می‌شود و ما برای محاسبه مسافت مسیر را این‌گونه رسم کرده‌ایم.

$$\ell = 100 + 80 + 80 + 64 + 64 + 51/2 = 439/2 \text{ m}$$



۴. تندی متوسط خواهد شد:

$$s_{av} = \frac{\ell}{t} = \frac{439/2}{4} = 109/8$$

۴ ۱۲۸

خط‌فکری با یک مسئله ریاضی سر و کار داریم. متحرک در هر مرحله خسته شده و مسیر کمتری را با سرعت کوچک‌تری طی کرده است. اگر کل مسیر حرکت X باشد، در مرحله اول $\frac{X}{2}$ و در مرحله دوم $\frac{X}{4}$ و مرحله سوم $\frac{X}{8}$ و ... را طی می‌کند. باید زمان را در هر مرحله به دست بیاوریم. سپس سرعت متوسط را در کل مسیر X حساب کنید. زمان در هر مرحله خواهد شد:

$$v_{av_1} = \frac{\Delta x_1}{\Delta t_1} \Rightarrow v = \frac{v}{2} \Rightarrow \Delta t_1 = \frac{X}{2v}$$

$$v_{av_2} = \frac{\Delta x_2}{\Delta t_2} \Rightarrow \frac{v}{2} = \frac{v}{4} \Rightarrow \Delta t_2 = \frac{X}{2v}$$

$$v_{av_3} = \frac{\Delta x_3}{\Delta t_3} \Rightarrow \frac{v}{4} = \frac{v}{8} \Rightarrow \Delta t_3 = \frac{X}{2v}$$

⋮ ⋮ ⋮ ⋮ ⋮

سرعت متوسط در کل مسیر را حساب می‌کنیم.

$$v_{av} = \frac{X}{t_{\text{کل}}} = \frac{X}{\Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3 + \dots}$$

$$v_{av} = \frac{X}{\frac{X}{2v} + \frac{X}{2v} + \frac{X}{2v} + \dots}$$

$$v_{av} = \frac{X}{\frac{X}{2v}(1+1+1+\dots)} = \frac{2v}{\infty}$$

بی‌نهایت بار

جمع تعداد بی‌نهایت عدد یک در مخرج برابر بی‌نهایت است و تقسیم یک عدد معین بر بی‌نهایت برابر صفر است، بنابراین:

$$v_{av} = \frac{2v}{\infty} = 0$$

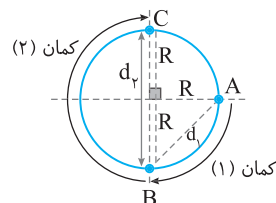
۳ ۱۲۵

خط‌فکری به کمک محاسبه جابه‌جایی d_1 و d_2 و با داشتن سرعت متوسط در

این جابه‌جایی‌ها یعنی $5\sqrt{2} \text{ m/s}$ و 4 m/s زمان را در هر قسمت حساب کنید تا بتوانید زمان کل حرکت از A تا C را به دست بیاورید. سپس مسافت طی شده که مطابق شکل $\frac{3}{4}$ محیط دایره را حساب کرده و تندی متوسط را به دست بیاورید.

۱. جابه‌جایی در مرحله اول از A تا B با سرعت متوسط $5\sqrt{2} \text{ m/s}$:

$$d_1 = \sqrt{R^2 + R^2} = R\sqrt{2}$$



۲. زمان جابه‌جایی در مرحله اول از A تا B :

$$v_{av} = \frac{d_1}{\Delta t_1} \Rightarrow \Delta t_1 = \frac{d_1}{v_{av}} = \frac{R\sqrt{2}}{5\sqrt{2}} = \frac{R}{5} \text{ s}$$

۳. جابه‌جایی در مرحله دوم از B تا C با سرعت متوسط 4 m/s وقتی است که ذره کمان π را ساعتگرد طی کرده و این جابه‌جایی برابر است با:

$$d_2 = R + R = 2R$$

۴. زمان جابه‌جایی در مرحله دوم:

$$v_{av} = \frac{d_2}{\Delta t_2} \Rightarrow \Delta t_2 = \frac{d_2}{v_{av}} = \frac{2R}{4} = \frac{R}{2} \text{ s}$$

۵. زمان کل حرکت از A تا C خواهد شد.

$$\Delta t_{\text{کل}} = \frac{R}{5} + \frac{R}{2} = \frac{7R}{10}$$

۶. مسافت طی شده $\frac{3}{4}$ محیط دایره است.

$$\ell = \frac{3}{4}(\pi R) = \frac{3}{4}R$$

۷. تندی متوسط را به دست می‌آوریم:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t_{\text{کل}}} = \frac{\frac{3}{4}R}{\frac{7R}{10}} = \frac{45}{28} \text{ m/s}$$

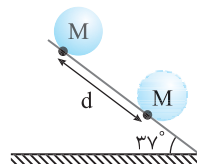
۴ ۱۲۶

خط‌فکری صورت مسئله شما را نترساند. وقتی استوانه یک دور کامل می‌چرخد

روی سطح به اندازه محیط دایره سطح مقطع استوانه جلو می‌رود یعنی نقطه M محل تماس استوانه با سطح پس از یک دور کامل به اندازه $d = 2\pi r$ جلو می‌رود. بنابراین شما کافی است محیط دایره سطح مقطع استوانه را به دست بیاورید.

جابه‌جایی نقطه M خواهد شد:

$$d = 2\pi r \xrightarrow{\pi=3, r=5 \text{ cm}} d = 2 \times 3 \times 5 = 30 \text{ cm}$$



۲ ۱۲۷

خط‌فکری متوجه این نکته می‌شوید که وقتی مسئله می‌گوید پس از هر برخورد

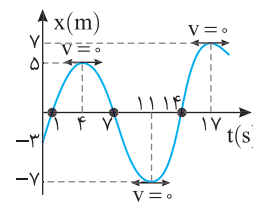
80% ارتفاع قبلی بالا می‌آید. یعنی در ابتدا که ارتفاع آن 100 متر است پس از برخورد اول $80 \times \frac{100}{100} = 80 \text{ m}$ و پس از برخورد دوم $80 \times \frac{80}{100} = 64 \text{ m}$ و پس از برخورد سوم

$64 \times \frac{80}{100} = 51/2 \text{ m}$ و ... بالا می‌آید؟ بنابراین شما باید به کمک سرعت متوسط ابتدا

مشخص کنید که در لحظه $t = 4s$ گلوله در چه مکانی قرار دارد، سپس مسافت طی شده را در کل زمان 0 تا $4s$ به دست بیاورید تا بتوانید تندی متوسط را حساب کنید.

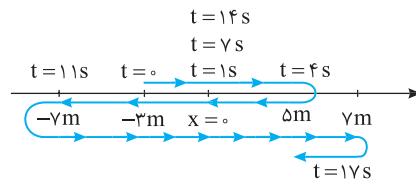
۲ ۱۲۹ A

۱ در نقاط کمینه و بیشینه نمودار مکان - زمان تندی صفر می‌شود. بنابراین در لحظه $t=4s$ و $t=11s$ و $t=17s$ تندی متحرک صفر شده و سوی حرکت آن تغییر کرده است. بنابراین گزاره (الف) درست است.



۲ هرگاه متحرک از مبدأ مکان بگذرد، جهت بردار مکان در آن لحظه تغییر می‌کند. در $t=1s$ ، $t=7s$ ، $t=14s$ متحرک از مبدأ گذر کرده است بنابراین سه بار بردار مکان تغییر جهت داده است و گزاره (ب) نادرست است.

۳ با توجه به نمودار، مسیر حرکت متحرک در بازه صفر تا $17s$ به شکل زیر است.



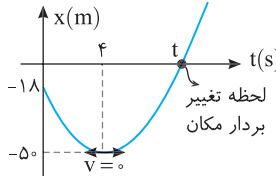
مطابق شکل مسیر، از $t=0$ تا $t=4s$ متحرک در جهت مثبت محور از مکان $-3m$ به مکان $+5m$ می‌رود سپس در بازه $t=4s$ تا $t=11s$ از مکان $+5m$ تا مکان $-7m$ در جهت منفی محور در حرکت است و سرانجام در بازه $t=11s$ تا $t=17s$ یعنی به مدت $6s$ در جهت مثبت محور از مکان $-7m$ به مکان $+7m$ می‌رود یعنی ابتدا به مبدأ نزدیک و سپس از آن دور می‌شود.

در این صورت جمعاً $10s$ در جهت مثبت محور در حرکت بوده است و گزاره (پ) درست است.

۴ اما متحرک در بازه $t=11s$ تا $t=14s$ در حال نزدیک شدن به مبدأ است و گزاره (ت) نادرست است.

۱ ۱۳۰ C

خط فکری چاره‌ای نیست باید معادله حرکت را به کمک نقاط مشخص شده روی نمودار به دست آورده سپس به کمک آن لحظه تغییر جهت بردار مکان (t) را به دست آورد.



۱ شکل نمودار به صورت سهمی است یعنی $x = at^2 + bt + c$. مختصات هر نقطه از نمودار باید در معادله صدق کند از این رو:

$$\begin{cases} t=0 \Rightarrow x=a(0)^2+b(0)+c \Rightarrow -1.8=c \\ x=-1.8m \\ t=4 \Rightarrow x=a(4)^2+b(4)-1.8 \Rightarrow -5.0=16a+4b-1.8 \\ x=-5.0m \end{cases}$$

$$\Rightarrow -3.2=16a+4b \quad (1)$$

۲ نقطه $t=4s$ رأس سهمی می‌باشد و می‌دانیم رأس سهمی $t = -\frac{b}{2a}$ است.

$$t = -\frac{b}{2a} \Rightarrow 4 = -\frac{b}{2a} \Rightarrow b = -8a \quad (2)$$

۳ به کمک رابطه (۱) و (۲) مقدار a و b را حساب می‌کنیم. $(1), (2) \Rightarrow 16a + 4(-8a) = -3.2 \Rightarrow -16a = -3.2 \Rightarrow a = 0.2, b = -1.6$

۴ پس معادله حرکت به صورت $x = 0.2t^2 - 1.6t - 1.8$ است. زمانی بردار مکان تغییر جهت می‌دهد که متحرک از مبدأ مکان ($x=0$) عبور می‌کند:

$$0.2t^2 - 1.6t - 1.8 = 0 \Rightarrow t^2 - 8t - 9 = 0 \Rightarrow (t-9)(t+1) = 0$$

$$\Rightarrow t = 9s, t = -1s \text{ (غ.ق.ق)}$$

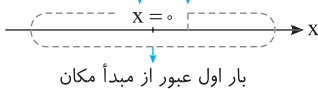
بنابراین در $t=9s$ بردار مکان تغییر جهت می‌دهد. زمانی متحرک تغییر جهت می‌دهد که سرعت متحرک صفر شود و علامت سرعت قبل و بعد از آن تغییر کند که همان رأس سهمی می‌باشد.

۳ ۱۳۱ B

مسیرهای ممکن که ذره طی می‌کند را بررسی می‌کنیم.

متحرک در مکان‌های مثبت قرار دارد و دو حالت ممکن است پیش بیاید.

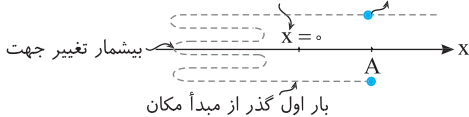
۱ متحرک در جهت مثبت شروع به حرکت کند، در این صورت برای آنکه از مبدأ مکان بگذرد باید متوقف شده و برگردد و پس از عبور از مبدأ باید مجدداً متوقف شده و برگردد و برای دومین بار از مبدأ بگذرد، بنابراین حداقل دو بار از مبدأ حرکت می‌گذرد. اما چند بار تغییر جهت می‌دهد، ذره می‌تواند بیشمار بار تغییر جهت داده سپس از مبدأ مکان بگذرد. بار سوم عبور از مبدأ مکان بار دوم عبور از مبدأ مکان



بار اول عبور از مبدأ مکان

۲ متحرک در جهت منفی محور شروع به حرکت کند در این صورت مطابق شکل می‌تواند بیشمار بار تغییر جهت دهد و دو بار از مبدأ مکان بگذرد اما هنوز از مبدأ حرکت خود عبور نکرده باشد.

یکبار گذر از مبدأ حرکت بار دوم گذر از مبدأ مکان

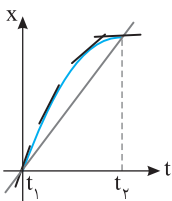


بار اول گذر از مبدأ مکان

۴ ۱۳۲ C

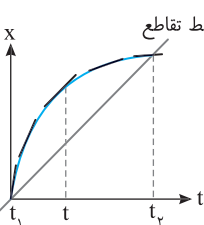
خط فکری

شیب خط قاطع نمودار بین دو لحظه t_1 و t_2 برابر سرعت متوسط و شیب خط مماس بر نمودار در هر لحظه برابر اندازه سرعت لحظه‌ای (تندی لحظه‌ای) در آن لحظه است. بنابراین شما باید خط قاطع بین t_1 و t_2 و چند خط مماس بر نمودار از لحظه t_1 تا t_2 رسم



کرده شیب خطوط مماس را با شیب خط قاطع مقایسه کنید تا متوجه شوید کدام بزرگتر است و گزینه را انتخاب کنید.

به شکل خوب نگاه کنید. در ابتدا شیب خطوط مماس از شیب خط قاطع بیشتر است یعنی سرعت لحظه‌ای از سرعت متوسط بزرگتر است. بعد از لحظه t خط مماس به سمت افقی شدن می‌رود و شیب آن از شیب خط قاطع کمتر می‌شود یعنی سرعت لحظه‌ای از سرعت متوسط کوچکتر می‌شود.



۱ ۱۳۳ B

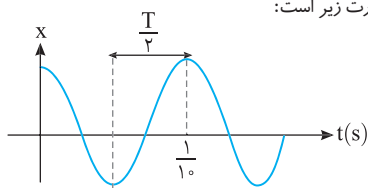
خط فکری

در حل این مسئله چاره‌ای نیست و باید رسم توابع مثلثاتی را که از ریاضی فراگرفته‌اید به کار ببرید و نقاط بیشینه و کمینه نمودار را مشخص کنید. زیرا در این نقاط سرعت متحرک صفر شده و متحرک تغییر جهت می‌دهد و تعیین بازه‌های زمانی بین یک کمینه و بیشینه متوالی یعنی حل مسئله.

یادداشت ریاضی در توابع سینوسی و کسینوسی به صورت $y = \sin ax$ و

$$y = \cos ax \text{ دوره تناوب تابع برابر } T = \frac{2\pi}{|a|} \text{ است.}$$

دوره تناوب تابع $x = \frac{\pi}{4} \cos 2\pi t$ خواهد شد: $T = \frac{2\pi}{2\pi} = 1s$ نمودار تابع به صورت زیر است:

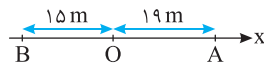


بنابراین بازه زمانی بین دو تغییر جهت متوالی خواهد شد:

$$\frac{T}{2} = \frac{1}{2} = \frac{1}{2}s \Rightarrow T = 0.5s$$

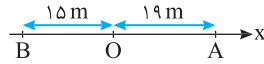
در مبدأ زمان متحرک در نقطه A بوده یعنی مکان اولیه آن $x_0 = -20\text{m}$ است. سرعت متحرک در جهت مثبت محور Xهاست بنابراین سرعت آن $v = 8\text{m/s}$ بوده و معادله مکان - زمان این متحرک در SI خواهد شد:

بازی با سوال متحرکی با سرعت ثابت مطابق شکل از نقطه A روی محور Xها به حرکت درمی آید و پس از ۱۷s به نقطه B می رسد. معادله حرکت کدام است؟ (O مبدأ است.)



- (۱) $x = -2t + 19$
- (۲) $x = 3t - 19$
- (۳) $x = 2t + 19$
- (۴) $x = 5t - 15$

پایسج خط فکری در حرکت یکنواخت روی خط راست سرعت در تمام لحظات ثابت است و مقدار آن را از هر بازه زمانی می توان حساب کرد بنابراین شما در بازه زمانی حرکت از A تا B می توانید سرعت متحرک را حساب کنید.



۱ مکان اولیه متحرک نقطه A یعنی $x_0 = +19\text{m}$ است.

۲ سرعت متحرک خواهد شد:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad \Delta t = 17\text{s} \Rightarrow v = \frac{-15 - 19}{17} \Rightarrow v = -2\text{m/s}$$

۳ معادله حرکت را می نویسیم:

$$x = -2t + 19$$

گزینه ۱

۲ ۱۳۸ A

خط فکری ذره دارای حرکت با سرعت ثابت بوده و جهت حرکت آن تغییر نمی کند. در واحل برای این مسئله داریم. یکی راه حل کلی که در آن اعداد داده شده را در معادله حرکت $x = vt + x_0$ قرار می دهیم و مقدار v و x_0 را به دست آورده و معادله را می نویسیم و دیگری استفاده از درک حرکت و گزینه ها (راه حل دوم).

راه حل اول: در معادله حرکت، زمان ها و مکان های معادل آن ها را قرار می دهیم:

$$\begin{cases} t = 2\text{s}, x = 0 \Rightarrow 0 = 2v + x_0 \\ t = 4\text{s}, x = -6\text{m} \Rightarrow -6 = 4v + x_0 \end{cases} \Rightarrow -6 = 2v \Rightarrow v = -3\text{m/s}$$

مکان اولیه را به دست می آوریم:

$$0 = 2v + x_0 \Rightarrow 0 = 2(-3) + x_0 \Rightarrow x_0 = +6\text{m}$$

بنابراین معادله حرکت خواهد شد:

$$x = -3t + 6$$

راه حل دوم: متحرک ابتدا به مبدأ و سپس به مکان -6m رسیده است از این رو مکان اولیه آن مثبت اما سرعت آن منفی است و گزینه (۲) این گونه است.

۴ ۱۳۹ A

خط فکری مسئله ساده ای است، کافی است داده های مسئله را در معادله حرکت قرار داده سپس با حل یک دستگاه دو معادله دو مجهول x_0 و v را حساب کرده، معادله حرکت را نوشته و در آخر با قرار دادن $x = -30\text{m}$ در معادله، لحظه گذر متحرک از مکان $x = -30\text{m}$ را به دست بیاوریم. معادله حرکت را به دست می آوریم:

$$x = vt + x_0 \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 2\text{s} \Rightarrow -6 = 2v + x_0 \\ t_2 = 8\text{s} \Rightarrow 54 = 8v + x_0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 60 = 6v \Rightarrow v = 10\text{m/s}, x_0 = -26\text{m}, x = 10t - 26$$

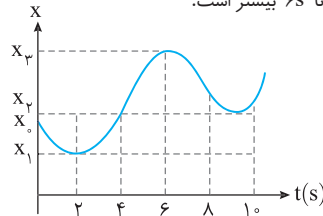
اکنون $x = -30\text{m}$ را در رابطه قرار می دهیم.

$$-30 = 10t - 26 \Rightarrow -4 = 10t \Rightarrow t = -0.4\text{s}$$

مفهوم زمان منفی این است که متحرک هرگز از مکان -30m نمی گذرد.

۳ ۱۳۴ A

خط فکری تندی متوسط یعنی مقدار مسافت طی شده تقسیم بر مدت زمان طی کردن آن مسافت، بنابراین شما باید در هر بازه زمانی مسافت طی شده را بررسی کرده تا بتوانید تندی متوسط را در بازه های مختلف مقایسه کنید. با توجه به نمودار مسافت طی شده در بازه ۲s تا ۴s از مسافت طی شده در بازه صفر تا ۲s بیشتر است و هم چنین در بازه ۴s تا ۶s مسافت طی شده از بازه صفر تا ۲s بیشتر است. یعنی در هر دو ثانیه (از ۲ تا ۶) مسافت طی شده بزرگ تر از بازه صفر تا ۲s است بنابراین تندی متوسط در بازه ۲s تا ۶s از ۰ تا ۶s بیشتر می شود. در مدت ۴s بین ۲s تا ۶s مسافت طی شده از مدت ۴s بین ۰ تا ۶s بیشتر است و تندی در بازه ۲s تا ۶s از تندی در ۰ تا ۶s بیشتر است. اگر بازه بین ۲s تا ۰ تا ۶s را به دو قسمت ۴s تقسیم کنیم در ۴s اول تندی از ۴s دوم بیشتر است بنابراین تندی متوسط در بازه ۲s تا ۶s قطعاً از ۰ تا ۶s بیشتر است. اما داستان اصلی در مورد بازه صفر تا ۶s و مقایسه آن با ۲s تا ۶s است. بازه ۲s تا ۶s در هر دو مشترک است. اگر بازه ۰ تا ۶s را به دو بازه دو ثانیه ای ۰ تا ۲s و ۲ تا ۴s تقسیم کنیم در هر دو بازه مسافت طی شده با توجه به نمودار از مسافت طی شده در بازه ۰ تا ۲s بیشتر بوده بنابراین در بازه ۰ تا ۶s از ۰ تا ۲s تندی از بازه ۰ تا ۲s بیشتر است در نتیجه به طور کلی تندی متوسط در بازه ۰ تا ۶s از تندی متوسط در بازه صفر تا ۶s بیشتر است.



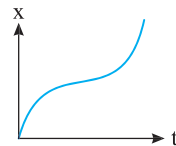
۴ ۱۳۵ B

از نمودار مسافت - زمان چیز زیادی به دست نمی آوریم

۱ مسافت همواره مثبت است بنابراین متحرک می تواند از مکان های منفی یا مثبت و یا از مبدأ مکان شروع به حرکت کرده باشد.

۲ متحرک ممکن است متوقف شده و در همان جهت ادامه حرکت داده و یا متوقف شده و تغییر جهت دهد.

۳ متحرک ممکن است در جهت مثبت محور و در مکان های مثبت و در مکان های منفی دارای جابه جایی ها مثبت یا منفی باشد. بنابراین هر سه گزینه می تواند پاسخ مسئله باشد.



پنجره ۲

۴ ۱۳۶ A

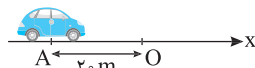
یادآوری حرکت یکنواخت روی خط راست یعنی حرکت با سرعت ثابت که در آن تندی لحظه ای ثابت و جهت حرکت تغییر نمی کند.

۱ در حرکت یکنواخت تندی ثابت است و جهت حرکت تغییر نمی کند و مسافت طی شده برابر اندازه جابه جایی است بنابراین در هر بازه دلخواهی مثلاً ۱s تا ۵s یا ۰ تا ۸s اندازه سرعت متوسط با تندی متوسط برابر و همچنین با اندازه سرعت لحظه ای و تندی لحظه ای برابر است. ($v_{av} = s_{av} = s$)

۲ جهت حرکت ثابت است اما ممکن است در مسیر حرکت متحرک از مبدأ مکان بگذرد و بردار مکان تغییر جهت دهد بنابراین گزینه (۴) درست است.

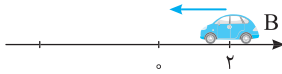
۳ ۱۳۷ A

یادآوری معادله حرکت یکنواخت روی خط راست به صورت $x = vt + x_0$ است که در آن v سرعت لحظه ای متحرک و x_0 مکان اولیه متحرک یعنی مکان متحرک در مبدأ زمان ($t=0$) است.



$$\frac{v_A}{v_B} = \frac{3}{-1} = -\frac{1}{3}$$

نسبت v_A/v_B برابر است با:



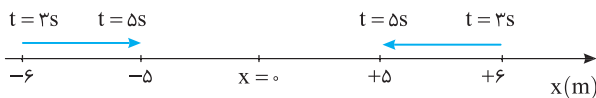
۴ ۱۴۳ B

نقطه فکری دقت کنید در لحظه $t_1 = 3s$ و $t_2 = 5s$ مکان متحرک داده نشده بلکه فاصله متحرک از مبدأ به ترتیب ۶ متر و ۵ متر است یعنی متحرک ممکن است از مکان $+6m$ به مکان $+5m$ برود و یا از مکان $+6m$ به مکان $-5m$ برود البته متحرک می‌تواند از مکان $-6m$ به مکان $-5m$ و یا حتی به مکان $+5m$ برود. بنابراین همه حالت‌ها باید بررسی شود.

لحظه تغییر جهت بردار مکان یعنی لحظه گذر از مبدأ مختصات.

اگر دو نقطه در یک طرف مبدأ مختصات باشند (از $+6m$ به $+5m$ و از $-6m$ به $-5m$) آن‌گاه سرعت ذره برابر خواهد شد با:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{5-6}{5-3} = -\frac{1}{2} \text{ m/s}$$



لحظه تغییر جهت یعنی لحظه گذر از $x=0$. بنابراین باید زمان حرکت از مکان $+6m$ (یا $-6m$) یا مبدأ با سرعت $1/2 \text{ m/s}$ را حساب کنیم:

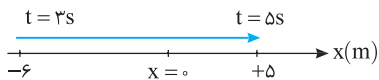
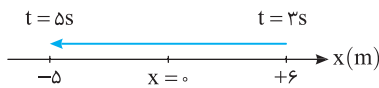
$$\Delta t = \frac{6}{1/2} \Rightarrow \Delta t = 12s$$

و لحظه گذر از مبدأ برابر $t = 12 + 3 = 15s$ است.

این بار سرعت متحرک از مکان $+6m$ تا $-5m$ (و یا $-6m$ تا $+5m$) را

$$v = \frac{|\Delta x|}{\Delta t} = \frac{|6-(-5)|}{5-3} \Rightarrow v = 5 \text{ m/s}$$

حساب می‌کنیم.



زمان رسیدن از مکان $+6m$ (و یا $-6m$) تا مبدأ با سرعت 5 m/s را

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow 5 = \frac{6}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{6}{5} = 1.2s$$

به دست می‌آوریم.

$$t_2 - t_1 = \frac{12}{5} \Rightarrow t_2 - 3 = \frac{12}{5} \Rightarrow t_2 = \frac{45}{5} = 9s$$

بنابراین گزینه (۴) درست است.

۳ ۱۴۴ A

نکته مدت زمان ثانیه n ام برابر $1s$ است و بازه آن از لحظه $n-1$ تا لحظه n است.

مدت زمان ثانیه پنجم و مدت زمان ثانیه سوم هر دو یک ثانیه است. حرکت با سرعت ثابت است، پس در هر ثانیه جابه‌جایی متحرک مقدار ثابتی است، از این رو جابه‌جایی در ثانیه سوم و ثانیه پنجم یکسان است و نسبت جابه‌جایی‌ها برابر یک است.

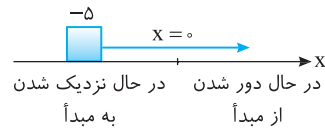
۴ ۱۴۵ A

نکته در حرکت با سرعت ثابت روی خط راست در بازه‌های زمانی یکسان،

جابه‌جایی متحرک برابر است. مدت زمان دو ثانیه سوم برابر $2s$ است و جابه‌جایی در این $2s$ با جابه‌جایی در هر دو ثانیه دیگر برابر است. در صورت سؤال گفته شده جابه‌جایی در این مدت نصف جابه‌جایی در مدت n ثانیه است (کلمه پنجم در این مسئله نقشی ندارد) چون سرعت ثابت است بنابراین باید $n=4$ ثانیه باشد تا جابه‌جایی در مدت $2s$ نصف جابه‌جایی در مدت $(n=4)$ باشد.

۳ ۱۴۰ A

به معادله حرکت نگاه کنید $(x = 2t - 5)$ ، مکان اولیه متحرک $x_0 = -5m$ و سرعت متحرک مثبت است و مطابق شکل مسیر، متحرک ابتدا به مبدأ نزدیک و سپس از آن دور می‌شود. بنابراین گزینه (۱) و (۲) نادرست است.



سرعت متحرک ثابت بوده و برابر 2 m/s است یعنی در هر ثانیه متحرک $2m$ جابه‌جا می‌شود و گزینه (۳) درست است.

در لحظه $t = 1s$ ، مکان متحرک برابر $(x = 2 \times 1 - 5 = -3m)$ بوده و گزینه (۴) نادرست است.

پاسخ یا سؤال

معادله حرکت متحرکی $x = 2t + 5$ است. کدام گزینه در مورد حرکت این متحرک درست است؟

(۱) سرعت متحرک در لحظه $t = 1s$ برابر 2 m/s می‌باشد.

(۲) سرعت متوسط و تندی متوسط در هر بازه زمانی دلخواه با هم برابر می‌باشد.

(۳) بردار مکان تغییر جهت نمی‌دهد.

(۴) هر سه گزینه درست است.

پاسخ ۱

معادله حرکت درجه اول است یعنی معادله حرکت مربوط به

حرکت با سرعت ثابت می‌باشد و مقدار سرعت با توجه به معادله حرکت خواهد شد:

بنابراین سرعت در هر لحظه برابر 2 m/s است و گزینه (۱) درست است.

سرعت ثابت و حرکت روی خط راست است بنابراین تندی متوسط و سرعت

متوسط در هر بازه زمانی دلخواه با هم برابر می‌باشد و گزینه (۲) درست است.

بردار مکان هنگامی تغییر جهت می‌دهد که متحرک از مبدأ مکان عبور

می‌کند $(x=0)$ غ ق ق $x = 2t + 5 = 0 \Rightarrow t = -2.5$

پس بردار مکان تغییر علامت نمی‌دهد. در نتیجه هر سه گزینه درست است.

گزینه ۴

۲ ۱۴۱ A

متحرک با سرعت ثابت 2 m/s در جهت مثبت محور در حرکت و از مکان $-4m$

می‌گذرد یعنی متحرک ابتدا در مکان‌های منفی بوده و در حال نزدیک شدن به مبدأ

است. سؤال شده که چند ثانیه فاصله متحرک از مبدأ کمتر از $1/5m$ است بنابراین شما

باید بازه زمانی حرکت از مکان $-1/5m$ تا $+1/5m$ را حساب کنید.

$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow 2 = \frac{1/5 - (-1/5)}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = 1/5s$



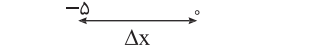
۲ ۱۴۲ B

متحرک A از مکان $x = -5m$ در حال نزدیک شدن به مبدأ بوده و در جهت

مثبت در حال حرکت می‌باشد و در مدت $3s$ به مبدأ می‌رسد بنابراین سرعت حرکت

آن خواهد شد:

$v_A = v_{av_A} = \frac{\Delta x_A}{\Delta t_A} \Rightarrow v_A = \frac{5}{3} \text{ m/s}$



متحرک B از مکان مثبت و در جهت منفی در حال نزدیک شدن به مبدأ می‌باشد و در مدت $4s$ از مکان $x = +2m$ به مبدأ می‌رسد و سرعت آن خواهد شد:

$v_B = v_{av_B} = \frac{\Delta x_B}{\Delta t_B} \Rightarrow v_B = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2} \text{ m/s}$

پاسخ جابه‌جایی دو متحرک یکسان است، بنابراین:

$$\Delta x_A = \Delta x_B \Rightarrow 21t_A = (v-30)t_B$$

با توجه به فرض مسأله $\frac{t_A}{t_B} = \frac{3}{7}$ از این‌رو:

$$21 \times \left(\frac{3}{7} t_B\right) = (v-30)t_B \Rightarrow 9 = v-30 \Rightarrow v = 39 \text{ m/s}$$

گزینه ۳

۳ ۱۴۹

زمان حرکت با سرعت 8 km/h و 12 km/h در جابه‌جایی 150 km را حساب کرده و از هم کم می‌کنیم.

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \begin{cases} \Delta t_1 = \frac{150}{8} \times 60 = 112.5 \text{ min} \\ \Delta t_2 = \frac{150}{12} \times 60 = 75 \text{ min} \end{cases} \Rightarrow 112.5 - 75 = 37.5 \text{ min}$$

بازی با سؤال راننده‌ای که با سرعت 108 km/h حرکت می‌کند، برای یک ثانیه چشم از جاده برمی‌دارد و در آینه نگاه می‌کند. در این یک ثانیه خودروی او چند متر جلوتر رفته است؟

۱۰۸ (۱) ۳۰ (۲) ۶۰ (۳) ۲۰ (۴)

پاسخ سرعت 108 km/h را برحسب یکای m/s می‌نویسیم:

$$v = \frac{108 \text{ km}}{\text{h}} = 108 \times \frac{1000 \text{ m}}{3600 \text{ s}} \Rightarrow v = 30 \text{ m/s}$$

جابه‌جایی (مسافتی) که متحرک در 1 s طی می‌کند خواهد شد:

$$\Delta x = v \Delta t = 30 \times 1 = 30 \text{ m}$$

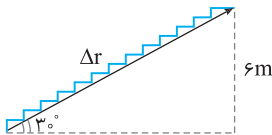
این تست ساده بیان می‌کند که هنگام رانندگی با سرعت 108 km/h در هر ثانیه 30 متر جلو می‌روید و اگر مانعی در 30 متری مقابل شما باشد، با همان سرعت به آن برخورد می‌کنید.

گزینه ۲

۲ ۱۵۰

۱ ارتفاع هر طبقه 6 متر بوده یعنی فاصله بین دو طبقه 6 m مطابق شکل است. طول مسیر حرکت (جابه‌جایی) بین دو طبقه را به کمک مثلثات به دست می‌آوریم:

$$\sin 30^\circ = \frac{6}{\Delta r} \Rightarrow \Delta r = 12 \text{ m}$$

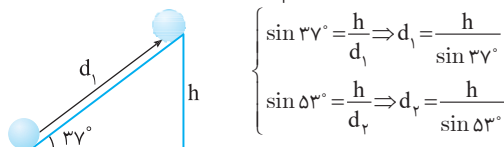


۲ مدت زمان جابه‌جایی 12 متر با سرعت 6 m/s را حساب می‌کنیم:

$$\Delta r = v \Delta t \Rightarrow 12 = 6 \Delta t \Rightarrow \Delta t = 2 \text{ s}$$

۳ ۱۵۱

۱ این سؤال بیشتر جنبه ریاضی دارد. طول مسیر (جابه‌جایی) جسم روی دو سطح شیب‌دار را به کمک مثلثات به دست می‌آوریم.



$$\begin{cases} \sin 37^\circ = \frac{h}{d_1} \Rightarrow d_1 = \frac{h}{\sin 37^\circ} \\ \sin 53^\circ = \frac{h}{d_2} \Rightarrow d_2 = \frac{h}{\sin 53^\circ} \end{cases}$$

۲ نسبت $\frac{d_1}{d_2}$ را حساب می‌کنیم:

$$\frac{d_1}{d_2} = \frac{\sin 53^\circ}{\sin 37^\circ} = \frac{4}{3}$$

۳ جابه‌جایی d_1 و d_2 را نوشته و دو رابطه را بر هم تقسیم می‌کنیم:

$$\Delta x = vt \Rightarrow \begin{cases} d_1 = v_1 t_1 \\ d_2 = v_2 t_2 \end{cases} \Rightarrow \frac{d_1}{d_2} = \frac{v_1 t_1}{v_2 t_2} \Rightarrow \frac{4}{3} = \frac{v_1}{v_2} \Rightarrow v = 7 \text{ m/s}$$

۲ ۱۴۶

۱ حرکت با سرعت ثابت می‌باشد، بنابراین سرعت متوسط در هر بازه برابر سرعت جسم می‌باشد، در مدت $t = 3 \text{ s}$ تا $t = 19 \text{ s}$ متحرک از $x = 25 \text{ m}$ به $x = 49 \text{ m}$

منتقل شده است و می‌توان سرعت حرکت را در تمام مسیر به دست آورد.

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{49 - 25}{19 - 3} = \frac{24}{16} \Rightarrow v = 1.5 \text{ m/s}$$

۲ حال در بازه $t_1 = 3 \text{ s}$ تا $t_1 = 19 \text{ s}$ نیز سرعت همان 1.5 m/s است و مقدار t_1 قابل

محاسبه است:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow 1.5 = \frac{34 - 25}{t_1 - 3} \Rightarrow 9 = 1.5 t_1 - 4.5 \Rightarrow t_1 = 9 \text{ s}$$

۳ در بازه $t = 3 \text{ s}$ تا $t = 19 \text{ s}$ متحرک از مکان $x = 25 \text{ m}$ به $x_1 = ? \text{ m}$ رسیده

بنابراین مجدداً به کمک رابطه سرعت، مقدار x_1 را حساب می‌کنیم:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow 1.5 = \frac{x_1 - 25}{19 - 3} \Rightarrow x_1 = 46 \text{ m}$$

۱ ۱۴۷

خط فکری مسئله فشنگی است، در بازه 7 s به بعد سرعت v_2 است یعنی از

لحظه $t = 8 \text{ s}$ تا $t = 14 \text{ s}$ سرعت متحرک v_2 است و می‌توانید v_2 را حساب کنید.

در بازه $t = 7 \text{ s}$ تا $t = 8 \text{ s}$ متحرک همین سرعت را دارد و می‌توانید جابه‌جایی متحرک

در این 1 s را حساب کنید تا مشخص شود که متحرک در بازه 2 s تا 7 s با سرعت v_1

چند متر جابه‌جا شده و v_1 را به دست بیاورید.

t(s)	۲	۸	۱۴
x(m)	۳۰	۵۰	۸۶

۱ سرعت ثابت v_2 را حساب می‌کنیم:

$$v_2 = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v_2 = \frac{86 - 50}{14 - 8} \Rightarrow v_2 = \frac{36}{6} = 6 \text{ m/s}$$

۲ در مدت $t = 7 \text{ s}$ تا $t = 8 \text{ s}$ متحرک با سرعت 6 m/s به اندازه

$\Delta x = 6 \times 1 = 6 \text{ m}$ جابه‌جا می‌شود یعنی در لحظه $t = 7 \text{ s}$ متحرک در مکان

$50 - 6 = 44 \text{ m}$ قرار دارد.

۳ سرعت v_1 در بازه 2 s تا 7 s را حساب می‌کنیم. (یادتان باشد سرعت در تمام

بازه 7 s تا 8 s ثابت است.)

$$v_1 = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v_1 = \frac{44 - 30}{7 - 2} \Rightarrow v_1 = \frac{14}{5} = 2.8 \text{ m/s}$$

۴ نسبت v_2/v_1 خواهد شد:

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{2/8}{2/8} = \frac{28}{60} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{7}{15}$$

۳ ۱۴۸

در حرکت با سرعت ثابت روی خط راست، مسافت همان اندازه جابه‌جایی است. با توجه

به فرض مسئله مسافت (جابه‌جایی) در دو حالت یکسان است بنابراین می‌توان نوشت:

$$\Delta x = v \Delta t \Rightarrow \Delta x_1 = \Delta x_2 \Rightarrow v_1 \times 8 = (v_1 + 3) \times 5 \Rightarrow 8v_1 = 5v_1 + 15 \Rightarrow v_1 = 5 \text{ m/s}$$

بازی با سؤال متحرک A و متحرک B به ترتیب با سرعت‌های ثابت 21

و $(v-30)$ متر بر ثانیه جابه‌جایی‌های یکسانی را در مدت t_A و t_B طی

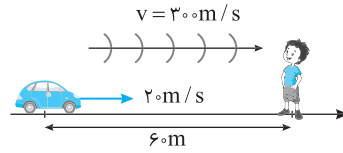
می‌کنند، اگر $\frac{t_A}{t_B} = \frac{3}{7}$ باشد v چند متر بر ثانیه است؟

۳۷ (۴) ۳۹ (۳) ۵۱ (۲) ۴۹ (۱)

B ۱۵۲ ۳

خط فکری

سرعت صوت 300 m/s است، زمانی که طول می کشد تا صدای بوق به دانش آموز برسد را به دست بیاورید سپس مشخص کنید در این مدت خودرو با سرعت 20 m/s چند متر جلو رفته و در چه فاصله ای از دانش آموز قرار می گیرد.



۱ ابتدا زمان رسیدن صدای بوق به دانش آموز را به دست می آوریم:

$$\Delta x = v \Delta t \Rightarrow 60 = 300 \Delta t \Rightarrow \Delta t = 0.2 \text{ s}$$

۲ حال باید مشخص کرد در این مدت خودرو چند متر جلو آمده است.

$$v = 72 \text{ km/h} = 20 \text{ m/s}, \Delta x = v \Delta t \Rightarrow \Delta x = 20 \times 0.2 = 4 \text{ m}$$

۳ بنابراین خودرو در این لحظه در فاصله $60 - 4 = 56 \text{ m}$ دانش آموز است.

C ۱۵۳ ۲

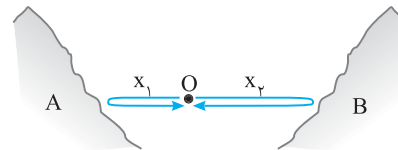
یکی از نمونه های طبیعی حرکت یکنواخت روی خط راست با سرعت ثابت انتشار صوت در یک محیط در یک امتداد و روی خط راست است.

۱ دقت کنید صدا از منبع O به کوه نزدیک (نقطه A) رفته و از روی آن باز می گردد. بنابراین مسافتی که صوت در این رفت و برگشت طی می کند $2x_1$ است:

$$\ell_1 = vt = 2x_1 = v_{\text{صوت}} t_1 \quad (1)$$

۲ صوت از O تا B می رود و صدای پژواک دوم شنیده می شود و در این مسیر مسافت طی شده $2x_2$ بوده و خواهیم داشت:

$$\ell_2 = vt = 2x_2 = v_{\text{صوت}} t_2 \quad (2)$$



۳ با توجه به فرض مسئله $t_2 - t_1 = 3 \text{ s}$ و سرعت صوت 340 m/s است، بنابراین رابطه (۱) و (۲) را از هم کم کرده و مسئله را حل می کنیم:

$$2x_2 - 2x_1 = v(t_2 - t_1) \Rightarrow 2(x_2 - x_1) = 340 \times 3 \Rightarrow x_2 - x_1 = 1/5 \times 340 \text{ m}$$

بنابراین اختلاف فاصله O از A تا B، برابر $1/5 \times 340 \text{ m}$ است.

B ۱۵۴ ۲

خط فکری

هر گاه در یک مسئله درباره دو متحرک از شما سؤال شود که دو متحرک در چه لحظه ای و یا در چه مکانی از کنار هم می گذرد شما باید معادله مکان - زمان هر متحرک را بنویسید (خوشبختانه در این مسئله معادله ها را در اختیار دارید). سپس مکان (x) دو متحرک را برابر قرار دهید.

۱ لحظه عبور از کنار هم را حساب می کنیم: $x_1 = x_2 \Rightarrow 2t - 4 = 3t - 12 \Rightarrow t = 8 \text{ s}$

۲ با قرار دادن زمان $t = 8 \text{ s}$ در هر یک از معادله ها می توانیم مکانی که دو متحرک از کنار هم می گذرند را به دست بیاوریم. $x = 2t - 4 \xrightarrow{t=8} x = 2 \times 8 - 4 \Rightarrow x = 12 \text{ m}$

بازی با سؤال: معادله مکان - زمان دو متحرک P و Q که هم زمان

روی محور x ها با سرعت های ثابت شروع به حرکت کرده اند در SI به ترتیب به صورت $x_P = vt + 12$ و $x_Q = 4t - 24$ است. اگر هر دو در یک لحظه به

مکان $x = +8 \text{ m}$ برسند، v چند متر بر ثانیه است؟

$$-2/5 \quad (4) \quad 2/5 \quad (3) \quad 0/5 \quad (2) \quad -0/5 \quad (1)$$

پایسج با قرار دادن $x = +8 \text{ m}$ در معادله حرکت Q، زمان رسیدن آن را به

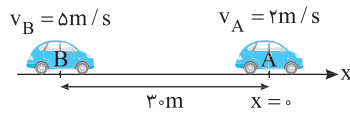
این مکان به دست می آوریم: $x_Q = 4t - 24 \Rightarrow 8 = 4t - 24 \Rightarrow t = \frac{32}{4} \Rightarrow t = 8 \text{ s}$

اکنون با قرار دادن $t = 8 \text{ s}$ و $x = 8 \text{ m}$ در معادله حرکت P، سرعت v را به دست می آوریم: $x_P = vt + 12 \Rightarrow 8 = v(8) + 12 \Rightarrow v = -0.5 \text{ m/s}$

گزینه ۱

B ۱۵۵ ۱

راه حل اول: محل حرکت متحرک A را مبدأ در نظر می گیریم، معادله حرکت دو متحرک را نوشته و با هم برابر قرار می دهیم:



مکان اولیه متحرک A ($x_{A0} = 0$) و مکان اولیه متحرک B ($x_{B0} = -30 \text{ m}$) است.

معادله های حرکت A و B را می نویسیم:

$$\begin{cases} x_A = 2t \\ x_B = \Delta t - 30 \end{cases} \xrightarrow{x_A = x_B} 2t = \Delta t - 30 \Rightarrow 3t = 30 \Rightarrow t = 10 \text{ s}$$

مکان رسیدن دو متحرک نسبت به محل آغاز حرکت A خواهد شد: $x = 2 \times 10 = 20 \text{ m}$
راه حل دوم: روش نسبی: در حل این مسائل می توان این گونه فکر کرد که متحرک A با سرعت 2 m/s در هر ثانیه ۲ متر جلو می رود و متحرک B با سرعت 5 m/s در هر ثانیه 5 m حرکت می کند یعنی در هر ثانیه $5 - 2 = 3 \text{ m}$ عقب ماندگی خود را جبران می کند بنابراین با یک تناسب ساده می توان نوشت:

$$\frac{3 \text{ m}}{3 \text{ s}} \Big| \frac{1 \text{ s}}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = 10 \text{ s}$$

میانبر: اگر دو متحرک در یک جهت در حرکت باشند می توان فرض کرد یک متحرک (مثلاً A) در حال سکون است و متحرک B با سرعت $(v_B - v_A)$ در حال نزدیک شدن به آن است و می نویسیم:

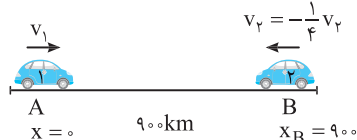
$$\Delta x = |v_B - v_A| \Delta t$$

C ۱۵۶ ۴

راه حل اول: روش کلی حل این نوع مسائل به این گونه است که معادله حرکت دو متحرک را نسبت به یک مبدأ اختیاری مثلاً نقطه A می نویسیم و معادله حرکت را با هم برابر قرار می دهیم. جهت حرکت v_1 را مثبت می گیریم.

$$x = vt + x_0 \begin{cases} x_1 = v_1 t \\ x_2 = -\frac{1}{4} v_2 t + 900 \end{cases} \xrightarrow{x_1 = x_2} v_1 t = -\frac{1}{4} v_2 t + 900$$

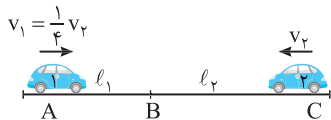
$$\Rightarrow \frac{5}{4} v_1 t = 900 \xrightarrow{t=fs} v_1 = 180 \text{ km/h}$$



راه حل دوم: در حرکت با سرعت ثابت روی خط راست، اندازه جابه جایی و مسافت طی شده یکسان است. باید مجموع مسافت هایی که هر متحرک طی می کند تا به هم برسند را به دست بیاورید و آن را با فاصله ابتدایی دو متحرک برابر قرار دهیم.

$$\ell_1 = v_1 t, \ell_2 = v_2 t \Rightarrow \ell_1 + \ell_2 = (v_1 + v_2) t \xrightarrow{\ell_1 + \ell_2 = 900 \text{ km}} \xrightarrow{t=fh}$$

$$900 = (v_1 + \frac{1}{4} v_2) \times 4 \Rightarrow 900 = \frac{5}{4} v_1 \times 4 \Rightarrow v_1 = 180 \text{ km/h}$$



راه حل سوم: روش نسبی: می توان چنین استدلال کرد که متحرک (۱) با سرعت v_1 مدت 1 h به اندازه v_1 کیلومتر و متحرک (۲) با سرعت v_2 در مدت 1 h به اندازه v_2 کیلومتر به هم نزدیک می شوند یعنی در مدت 1 h دو متحرک به اندازه $v_1 + v_2$ به هم نزدیک می شوند. بنابراین به کمک یک تناسب ساده می توان نوشت:

$$\frac{v_1 + v_2}{900 \text{ km}} \Big| \frac{1 \text{ h}}{4 \text{ h}} \Rightarrow v_1 + v_2 = \frac{900}{4} \Rightarrow v_1 + \frac{v_2}{4} = \frac{900}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{5v_1}{4} = \frac{900}{4} \Rightarrow v_1 = 180 \text{ km/h}$$

میانبر: هر گاه دو متحرک خلاف جهت هم حرکت می کنند می توان نوشت:

$$\Delta x = |v_1 + v_2| t$$

وقتی دو خودرو به هم می‌رسند، جابه‌جایی آن‌ها یکسان است. متحرک دوم یک ساعت پس از متحرک اول شروع به حرکت کرده بنابراین اگر زمان حرکت متحرک اول را Δt_1 پس از نظر بگیریم زمان حرکت متحرک دوم $(\Delta t_2 = \Delta t_1 - 1)$ خواهد شد. بنابراین می‌توانیم بنویسیم:

$$\Delta x_1 = \Delta x_2 \Rightarrow v_1 \Delta t_1 = v_2 \Delta t_2 \Rightarrow 6 \Delta t_1 = 8 (\Delta t_1 - 1) \\ \Rightarrow 6 \Delta t_1 = 8 \Delta t_1 - 8 \Rightarrow \Delta t_1 = 4 \text{h}$$

۱ ۱۶۰ B

۱ خودروی اول با سرعت 10 m/s پس از 20 ثانیه، 200 متر به جلو می‌رود و فاصله دو خودرو از هم $270 - 200 = 70 \text{ m}$ می‌شود.

۲ معادله حرکت دو متحرک را از این لحظه به بعد نوشته و برای این منظور نقطه B را مبدأ مکان فرض می‌کنیم:

$$x_1 = -10t + 270 \quad \text{معادله حرکت خودرو (۱)}$$

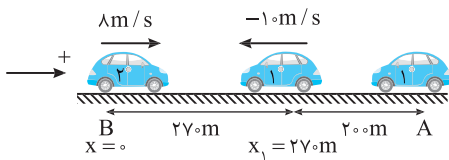
$$x_2 = 8t \quad \text{معادله حرکت خودرو (۲)}$$

۳ دو معادله را با هم برابر قرار می‌دهیم و زمان رسیدن دو خودرو به هم را حساب می‌کنیم:

$$x_2 = x_1 \Rightarrow 8t = -10t + 270 \Rightarrow 18t = 270 \Rightarrow t = 15 \text{ s}$$

۴ بنابراین متحرک (۲)، 15 ثانیه در حرکت بوده است تا به متحرک (۱) برسد و اندازه جابه‌جایی آن در این مدت خواهد شد:

$$\Delta x = vt \Rightarrow \Delta x = 8 \times 15 = 120 \text{ m}$$



۱ ۱۶۱ B

خط فکری دو متحرک از یک مبدأ به سوی یک مقصد می‌روند یعنی جابه‌جایی آن‌ها با هم برابر است $(\Delta x_1 = \Delta x_2)$. یکی از آن‌ها 5 s زودتر به مقصد می‌رسد. یعنی اگر زمان حرکت متحرک کندرو $t_1 (v_1 = 3 \text{ m/s})$ باشد زمان حرکت تندرو و $(v_2 = 4 \text{ m/s})$ برابر $t_1 - 5 \text{ s}$ است بنابراین کافی است شما جابه‌جایی‌ها را مساوی قرار داده و مسئله را حل کنید.

۱ جابه‌جایی دو متحرک برابر است. از این‌رو:

$$\Delta x_1 = \Delta x_2 \xrightarrow{\Delta x = vt} 3 \cdot t_1 = 4 \cdot t_2 \quad t_2 = t_1 - 5 \rightarrow$$

$$3 \cdot t_1 = 4 \cdot (t_1 - 5) \Rightarrow 3 \cdot t_1 = 4 \cdot t_1 - 20 \Rightarrow t_1 = 20 \text{ s}$$

$$\Delta x = v_1 t_1 = 3 \cdot 20 = 60 \text{ m} \quad \text{فاصله مبدأ تا مقصد برابر است با:}$$

۱ ۱۶۲ B

خط فکری مسئله ساده اما قابل فکر کردن است. بیشینه فاصله دو متحرک در طول مسیر یعنی چه؟

دقت کنید متحرک تندرو با سرعت 8 m/s از مبدأ به راه می‌افتد و همزمان با آن متحرک کندرو با سرعت 5 m/s از همان نقطه به راه می‌افتد بنابراین در هر لحظه فاصله بین دو متحرک در حال افزایش است و در طول مسیر بیشینه فاصله آن‌ها از هم وقتی که متحرک تندرو به مقصد برسد است. بنابراین شما باید مدت زمان رسیدن متحرک تندرو به مقصد را حساب کرده سپس، معین کنید در این مدت متحرک کندرو چند متر جلو آمده تا مشخص شود فاصله آن‌ها در این لحظه چند متر است.

۱ زمان رسیدن متحرک تندرو را حساب می‌کنیم:

$$\Delta x = v \Delta t \xrightarrow{\Delta x = 400 \text{ m}} 400 = 8 \Delta t \Rightarrow \Delta t = 50 \text{ s}$$

۲ در مدت 50 s جابه‌جایی متحرک کندرو خواهد شد:

$$\Delta x = v \Delta t \Rightarrow \Delta x_{\text{کندرو}} = 5 \times 50 = 250 \text{ m}$$

۳ بنابراین بیشینه فاصله دو متحرک در طول مسیر برابر است با:

$$400 - 250 = 150 \text{ m}$$

۳ ۱۵۷ B

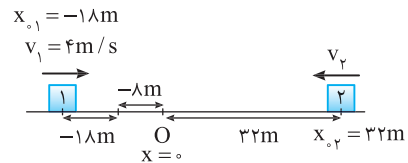
روش اول:

۱ معادله حرکت متحرک اول را می‌نویسیم:

$$(1) \text{ متحرک } x = v_1 t + x_{01} \Rightarrow x = 4t - 18$$

۲ اکنون زمانی که مکان متحرک -8 m می‌شود را به دست می‌آوریم.

$$-8 = 4t - 18 \Rightarrow 4t = 10 \Rightarrow t = 2.5 \text{ s}$$



۳ اکنون معادله حرکت متحرک دوم را می‌نویسیم:

$$x_2 = v_2 t + x_{02} \Rightarrow -8 = v_2 \times 2.5 + 32 \Rightarrow -40 = v_2 \times 2.5$$

$$\Rightarrow v_2 = \frac{-40}{2.5} \Rightarrow v_2 = -16 \text{ m/s} \Rightarrow |v_2| = 16 \text{ m/s}$$

روش دوم:

با توجه به فرض مسئله متحرک (۱) با حرکت از نقطه -18 m در 2.5 s به متحرک (۲) می‌رسد. از این‌رو زمان این حرکت برابر است با: $\Delta x = vt \Rightarrow 10 = 4t \Rightarrow t = 2.5 \text{ s}$ متحرک (۲) در این مدت برای رسیدن به نقطه C به اندازه $32 + 8 = 40 \text{ m}$ جابه‌جا می‌شود. در این صورت: $|\Delta x| = |v| \Delta t \Rightarrow 40 = v_2 \times 2.5 \Rightarrow v_2 = 16 \text{ m/s}$

۲ ۱۵۸ B

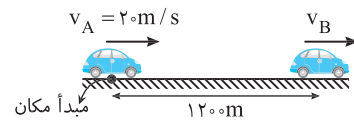
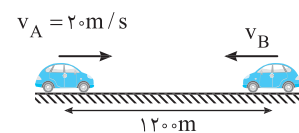
اگر دو متحرک به سمت یکدیگر در حال حرکت باشند با توجه به صورت سؤال بعد از 8 s به هم می‌رسند. در این مدت متحرک A با سرعت ثابت 2 m/s به اندازه $\Delta x = vt = 160 \text{ m}$ می‌پیماید که بیشتر از فاصله اولیه بین دو متحرک است. بنابراین این دو متحرک باید قبل از $t = 8 \text{ s}$ هم را دیده باشند. پس دو متحرک در حال نزدیک شدن به هم نیستند و در یک جهت در حال حرکت می‌باشند. معادله حرکت دو متحرک را می‌نویسیم:

$$x_A = vt = 2 \cdot t \xrightarrow{t=8 \text{ s}} x_A = 160 \text{ m}$$

$$x_B = v_B t + 120 \xrightarrow{t=8 \text{ s}} x_B = 8 \cdot v_B + 120$$

در $t = 8 \text{ s}$ دو متحرک به هم می‌رسند:

$$160 = 8 \cdot v_B + 120 \Rightarrow 40 = 8 \cdot v_B \Rightarrow v_B = 5 \text{ m/s}$$



۴ ۱۵۹ B

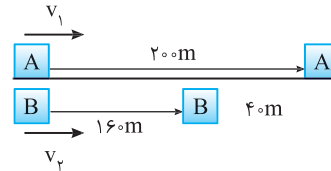
خط فکری می‌خواهیم یک مثال ساده و عددی را با هم بررسی کنیم. متحرک A از

یک نقطه رأس ساعت ۳ بعد از ظهر شروع به حرکت می‌کند و 1 h بعد (یعنی در ساعت ۴ بعد از ظهر) متحرک B از همان نقطه به راه می‌افتد. رأس ساعت ۸ شب متحرک B به متحرک A می‌رسد. در این صورت متحرک A $(8 - 3 = 5)$ ساعت و متحرک B $(8 - 4 = 4 \text{ h})$ در حرکت بوده‌اند یعنی زمان حرکت A بزرگ‌تر از زمان حرکت B $(t_A > t_B)$ بوده و اگر مدت زمان حرکت A را t_A بنامیم، مدت زمان حرکت B تا رسیدن به A $(t_A - 1)$ خواهد بود. البته بین خودمان بماند که بعضی افراد وقتی زمان حرکت A را t_A در نظر می‌گیرند زمان حرکت B را $(t_B = t_A + 1)$ در نظر می‌گیرند که کاملاً غلط است. شما باید رابطه جابه‌جایی $\Delta x = vt$ را برای هر دو متحرک بنویسید و آن‌ها را با هم برابر قرار داده، مسئله را حل کنید.

B ۱۶۳ ۳

خط فکری

دوندۀ A و B مسیر ۲۰۰ متر را می‌خواهند بدونند. دوندۀ A وقتی به مقصد می‌رسد دوندۀ B به اندازه ۴۰m از او عقب‌تر است یعنی در مدتی که دوندۀ A، ۲۰۰ متر دویده، دوندۀ B، ۱۶۰m دویده است و شما به کمک این موضوع می‌توانید نسبت سرعت B به سرعت A (v_B/v_A) را پیدا کرده و به کمک آن مسئله را حل کنید.



۱ با توجه به رابطه جابجایی زمان خواهیم داشت:

$$\Delta x = vt \Rightarrow \begin{cases} \text{A} \rightarrow 200 = v_A t \\ \text{B} \rightarrow 160 = v_B t \end{cases} \Rightarrow \frac{200}{160} = \frac{v_A t}{v_B t} \Rightarrow v_B = 0.8 v_A$$

۲ اکنون دوندۀ A به اندازه d از دوندۀ B عقب‌تر است و قرار است باهم به مقصد برسند بنابراین:

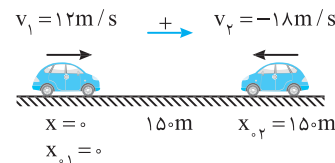
$$\text{A: } d + 200 = v_A t' \Rightarrow \frac{d + 200}{200} = \frac{v_A}{v_B} \Rightarrow \frac{v_B}{v_A} = 0.8 \Rightarrow \frac{d + 200}{200} = \frac{1}{0.8} \Rightarrow d + 200 = 250 \Rightarrow d = 50 \text{ m}$$



A ۱۶۴ ۲

فاصله دو خودرو از هم ۱۵۰m است. بنابراین برای آنکه فاصله آن‌ها از هم ۱۸۰ متر شود، ابتدا باید دو خودرو به هم رسیده و از کنار هم بگذرند. از هم دور شوند تا فاصله آن‌ها از هم ۱۸۰ متر شود. معادله حرکت دو خودرو را نوشته و از هم کم می‌کنیم.

$$\begin{cases} x_1 = 12t \\ x_2 = -18t + 150 \end{cases} \Rightarrow |x_1 - x_2| = 180 \text{ m} \Rightarrow 12t + 18t - 150 = 180 \Rightarrow 30t = 330 \Rightarrow t = 11 \text{ s}$$



اگر تفاضل را برابر ۱۸۰- قرار دهیم خواهیم داشت:

$$12t + 18t - 150 = -180 \Rightarrow 30t = -30 \Rightarrow t = -1 \text{ s. ق. غ.}$$

روش دیگر: می‌توان فرض کرد متحرک (۲) ساکن است و متحرک (۱) با سرعت 30 m/s از آن دور می‌شود یعنی متحرک (۱) جمعاً $150 + 180 = 330 \text{ m}$ را با سرعت 30 m/s طی می‌کند. $\Delta x = vt \Rightarrow 330 = 30t \Rightarrow t = 11 \text{ s}$.

B ۱۶۵ ۴

خط فکری

یک بار هنگام نزدیک شدن دو متحرک به هم، فاصله آن‌ها از هم ۱۰۰ متر و بار دیگر بعد از رسیدن به هم و دور شدن از هم، فاصله آن‌ها از هم ۱۰۰ متر می‌شود. بنابراین مسئله دو حالت دارد:

حالت اول: وقتی هنگام نزدیک شدن فاصله آن‌ها ۱۰۰ متر است، دو متحرک در مجموع باید مسافت $300 - 100 = 200 \text{ m}$ را طی کرده باشند.

$$\begin{cases} |\Delta x_1| = v_1 t \\ |\Delta x_2| = v_2 t \end{cases} \Rightarrow |\Delta x_1| + |\Delta x_2| = (v_1 + v_2)t \Rightarrow 200 = 5t \Rightarrow t = 4 \text{ s}$$

حالت دوم: هنگامی که از کنار هم می‌گذرند و مجدداً فاصله آن‌ها از هم ۱۰۰ متر است، باید دو متحرک در مجموع مسافت $300 + 100 = 400 \text{ m}$ را بپیمایند.

$$\begin{cases} |\Delta x_1| = v_1 t \\ |\Delta x_2| = v_2 t \end{cases} \Rightarrow (v_1 + v_2)t = 400 \Rightarrow 5t = 400 \Rightarrow t = 8 \text{ s}$$

۱ بازی با سؤال دو متحرک از یک نقطه، هم‌زمان در یک جهت با سرعت 72 km/h و 108 km/h به حرکت درمی‌آیند. پس از چند دقیقه فاصله دو متحرک از هم $3/6$ کیلومتر می‌شود؟

$$10 \quad (1) \quad 3/6 \quad (2) \quad 6 \quad (3) \quad 12 \quad (4)$$

۲ راه حل اول: معادله حرکت دو متحرک را نوشته، از هم کم کرده و برابر $3/6 \text{ km}$ قرار می‌دهیم:

$$x = vt \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 72t \\ x_2 = 108t \end{cases} \Rightarrow x_2 - x_1 = 3/6 \Rightarrow 108t - 72t = 3/6 \Rightarrow 36t = 3/6 \Rightarrow t = 0.1 \text{ h} \Rightarrow t = 0.1 \times 60 = 6 \text{ min}$$

دقت کردید برای حل مسئله سرعت‌ها را تبدیل واحد نکردیم و مسئله را با همان یکای km/h حل کردیم.

راه حل دوم: هر دو با هم حرکت کرده‌اند، در هر ساعت متحرک (۱) 72 km و متحرک (۲) 108 km طی می‌کند یعنی متحرک (۲) $108 - 72 = 36 \text{ km/h}$ از اولی جلو می‌افتد. مانند این است که متحرک اول را ساکن فرض کنیم و متحرک دوم با سرعت نسبی 36 km/h از آن دور شود، در واقع از سرعت نسبی استفاده می‌کنیم: $\Delta x = v_{\text{نسبی}} t \Rightarrow 3/6 = (108 - 72)t \Rightarrow t = 0.1 \text{ h} = 6 \text{ min}$

گزینۀ ۳

B ۱۶۶ ۳

خط فکری قرار است فاصله دو متحرک از هم در طول مسیر کمتر از 50 m باشد یعنی $|x_1 - x_2| = 250 \text{ m}$ شود. بنابراین کافی است که معادله حرکت هر متحرک را نوشته و از هم کم کرده و قدرمطلق تفاضل را کوچک‌تر از 50 قرار دهید.

یادداشت بازی $|a| \leq b$ هر گاه $b > 0$ باشد آن‌گاه $-b \leq a \leq b$.

مکان اولیه متحرک با سرعت 10 m/s را به عنوان مبدأ مکان و سمت راست را جهت مثبت در نظر می‌گیریم. در این صورت معادله حرکت دو متحرک را می‌نویسیم:

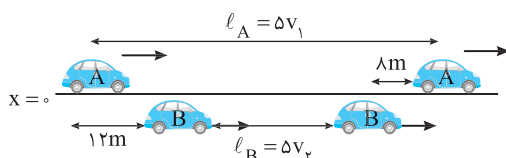
$$\begin{cases} x_1 = 5t \\ x_2 = -20t + 200 \end{cases} \Rightarrow |x_1 - x_2| \leq 50 \Rightarrow |5t - (-20t + 200)| \leq 50 \Rightarrow -50 \leq 25t - 200 \leq 50 \Rightarrow 150 \leq 25t \leq 250 \Rightarrow 6 \leq t \leq 10 \text{ s}$$

بنابراین در بازه $t = 6 \text{ s}$ تا $t = 10 \text{ s}$ یعنی در مدت $\Delta t = 10 - 6 = 4 \text{ s}$ فاصله دو متحرک از هم کمتر از 50 متر است.

B ۱۶۷ ۳

با توجه به شکل و صورت مسئله در مدت 5 s متحرک A با سرعت v_A مسافت $\ell_A = v_A t = 5v_A$ و متحرک B مسافت $\ell_B = v_B t = 5v_B$ را طی می‌کند. اگر به شکل دقت کنید خواهیم داشت:

$$\ell_A = 12 + \ell_B + 8 \Rightarrow 5v_A = 20 + 5v_B \Rightarrow v_A - v_B = 4 \text{ m/s} \quad (I)$$



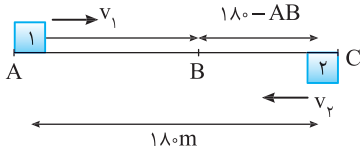
اکنون می‌خواهیم فاصله دو متحرک در جای 8 m ، 24 m شود بنابراین:

$$\ell'_A = 12 + \ell'_B + 24 \Rightarrow \ell'_A - \ell'_B = 36 \Rightarrow v_A t - v_B t = 36 \Rightarrow (v_A - v_B)t = 36 \xrightarrow{(I)} 4t = 36 \Rightarrow t = 9 \text{ s}$$

۲ ۱۷۰ B

۱ متحرک (۱) مطابق شکل از نقطه A و متحرک (۲) از نقطه C به سوی هم می‌روند و در نقطه B به هم می‌رسند. در این مدت متحرک (۱) مسافت AB و متحرک (۲) مسافت BC=180-AB را به ترتیب با تندهای v_1 و v_2 طی می‌کنند.

(I) $AB=v_1t$ متحرک دوم، (II) $(180-AB)=v_2t$ متحرک اول



۲ دو رابطه را برهم تقسیم می‌کنیم: $\frac{v_1}{v_2} = \frac{AB}{180-AB}$ (III)

۳ با توجه به فرض مسئله متحرک (۱) در ادامه مسیر، مسافت BC را در مدت ۱۶s طی می‌کند و متحرک ۲، مسافت BA را در مدت ۲۵s طی می‌کند. از این رو خواهیم داشت:

$$l = vt \Rightarrow \begin{cases} \text{متحرک اول} \rightarrow BC = v_2 \times 16 \Rightarrow 180 - AB = 16v_2 \\ \text{متحرک دوم} \rightarrow BA = v_1 \times 25 \Rightarrow AB = 25v_1 \end{cases}$$

۴ دو رابطه را برهم تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{180-AB}{25} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{25(180-AB)}{25AB}$$

۵ طرف چپ رابطه بالا و رابطه (III) یکسان بوده، طرف راست آن‌ها را برابر قرار می‌دهیم:

$$\frac{AB}{180-AB} = \frac{25}{16} \Rightarrow \frac{AB^2}{(180-AB)^2} = \frac{25}{16} \Rightarrow \frac{AB}{180-AB} = \frac{5}{4} \Rightarrow 4AB = 5(180-AB) \Rightarrow AB = 100m$$

متحرک (۱) 80m را با مدت 16s طی کرده بنابراین اندازه سرعت آن (تندی) برابر

$$v_1 = \frac{BC}{t} = \frac{80}{16} = 5m/s \text{ خواهد شد با:}$$

میانبر هر گاه دو متحرک با تندهای ثابت v_1 و v_2 به ترتیب از نقاط A

و C به سوی هم بروند و در نقطه B از کنار هم بگذرند چنانچه بازه زمانی که متحرک (۱) را در ادامه مسیر از B به C می‌رود t_1 و بازه زمانی که متحرک (۲) در ادامه مسیر

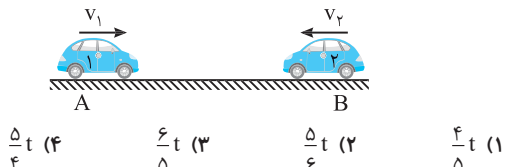
از B به A می‌رود t_2 بنامیم خواهیم داشت:

$$\frac{AB}{BC} = \frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{t_1}{t_2}} \Rightarrow \frac{AB}{180-AB} = \sqrt{\frac{16}{25}} \Rightarrow \frac{AB}{180-AB} = \frac{4}{5} \Rightarrow AB = 100m \Rightarrow BC = 80m \Rightarrow v_2 = \frac{BC}{t_2} = \frac{80}{16} = 5m/s$$

بازی با سوال مطابق شکل، دو متحرک (۱) و (۲) هم‌زمان از نقاط A و B

می‌گذرند و با تندهای ثابت به طرف هم حرکت می‌کنند. دو متحرک پس از مدت t در نقطه C از کنار هم عبور می‌نمایند به طوری که $AC = \frac{2}{5}AB$ است. چه مدت

پس از آنکه متحرک (۲) به نقطه A می‌رسد، متحرک (۱) از نقطه B عبور خواهد کرد؟



۴ ۱۶۸ B

راه حل اول: ابتدا معادله حرکت دو متحرک را نسبت به نقطه A می‌نویسیم.

$$x = vt + x_0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = v_1 t \\ x_2 = -4v_1 t + AB \end{cases} \Rightarrow v_1 t = -4v_1 t + AB \Rightarrow AB = v_1 t + (4v_1 t) \Rightarrow AB = 5v_1 t$$

زمان به هم رسیدن دو متحرک برابر می‌شود با: $t = \frac{AB}{5v_1}$ (I)

زمان حرکت متحرک (۱) از A تا B برابر است با:

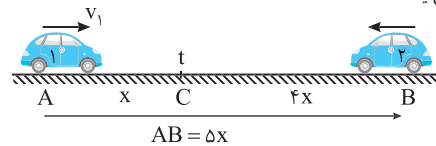
$$\Delta t = \frac{\Delta x}{v} \Rightarrow t_1 = \frac{AB}{v_1} \text{ (II)}$$

اکنون با تقسیم روابط (I) و (II) بر هم می‌توان t_1 را بر حسب t به دست آورد:

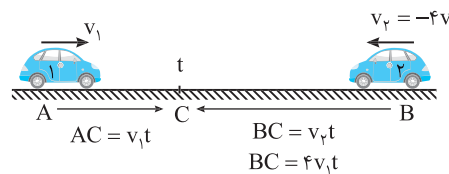
$$\frac{AB}{t_1} = \frac{v_1}{t} \Rightarrow t_1 = \frac{AB}{5v_1} \Rightarrow t_1 = 5t$$

راه حل دوم و سریع:

۱ بنا به فرض مسئله $v_2 = -4v_1$ است یعنی در لحظه‌ای که دو متحرک به هم می‌رسند اگر متحرک v_1 به اندازه X جلو آمده باشد متحرک ۲ با سرعت $4v_1$ به اندازه 4X جلو می‌آید.



۲ متحرک کندرو (۱) در مدت t مسافت X را طی کرده است بنابراین کل مدت حرکت از A تا B که برابر 5X است را در مدت 5t طی می‌کند.

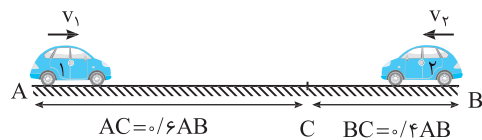


۱ ۱۶۹ B

۱ در گام اول شما باید نسبت سرعت‌های v_1 و v_2 را به کمک جابه‌جایی آن‌ها از

لحظه شروع حرکت تا لحظه‌ای که به هم می‌رسند را حساب کنید. دقت کنید که سرعت متحرک (۱) قطعاً از سرعت متحرک (۲) بیشتر است زیرا در مدت t که به هم می‌رسند مسیر طولانی‌تری را طی می‌کنند. بنابراین خواهیم داشت:

$$\begin{cases} AC = v_1 t \Rightarrow 0.6AB = v_1 t \\ BC = v_2 t \Rightarrow 0.4AB = v_2 t \end{cases} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{3}{2} \text{ (I)}$$



۲ در ادامه مسیر، متحرک (۱) مسیر BC را در مدت 4s طی کرده است:

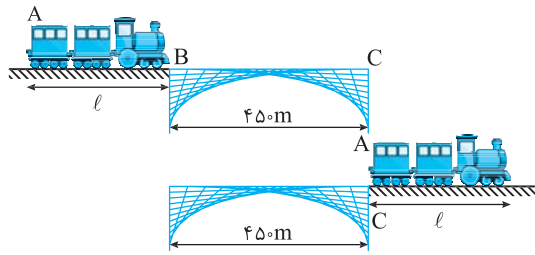
$$\Delta x = vt \Rightarrow CB = v_1 \times 4 \Rightarrow 0.4AB = v_1 \times 4 \text{ (II)}$$

۳ در ادامه مسیر، متحرک (۲) مسیر CA را در مدت t_2 طی می‌کند بنابراین:

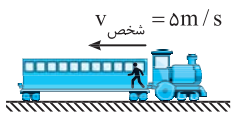
$$\Delta x = vt \Rightarrow CA = v_2 \times t_2 \Rightarrow 0.6AB = v_2 t_2 \text{ (III)}$$

۴ رابطه (II) را بر رابطه (III) تقسیم می‌کنیم.

$$\frac{0.4AB}{0.6AB} = \frac{v_1 \times 4}{v_2 \times t_2} \text{ (I)} \Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{4}{2t_2} \Rightarrow t_2 = 6s$$



۱ ۱۷۳ B



مسئله ساده‌ای است حرکت قطار نقشی در زمان حرکت شخص از ابتدا به انتهای قطار نخواهد داشت. یعنی شخص با سرعت ثابت $\Delta m/s$ می‌خواهد جابه‌جایی 250 متری انجام دهد، بنابراین:

$$\Delta x = vt \Rightarrow 250 = \Delta t \Rightarrow t = 50s$$

۳ ۱۷۴ B

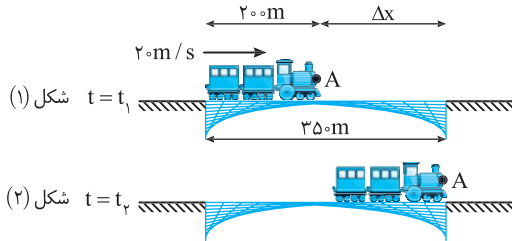
خط فکری وقتی گفته شده «قطار به‌طور کامل روی پل باشد» یعنی تمام طول قطار باید روی پل باشد. بنابراین مطابق شکل ابتدا شما باید قطار را روی پل قرار دهید و انتهای قطار ابتدای پل باشد (شکل (۱) سپس قطار را در ذهن خود حرکت داده تا ابتدای قطار به انتهای پل برسد اما از آن رد نشود، بنابراین جابه‌جایی قطار برابر تفاضل طول پل و طول قطار است.

۱ مسافتی که قطار طی می‌کند و در آن مدت تمام طول قطار روی پل است برابر است با:

$$\Delta x = 350 - 200 = 150m$$

۲ مدت زمانی که قطار به‌طور کامل روی پل است خواهد شد:

$$\Delta x = v\Delta t \Rightarrow 150 = 20\Delta t \Rightarrow \Delta t = 7.5s$$



۲ ۱۷۵ B

خط فکری به جای دو قطار، ذره A' را در جلوی قطار A و ذره B' را در انتهای B در نظر می‌گیریم که می‌خواهند از کنار هم بگذرند. بنابراین معادله حرکت این دو ذره را نوشته باهم برابر قرار دهید.

۱ روی شکل مبدأ مکان اختیاری را نشان داده‌ایم در لحظه $t=0$ مکان ذره A' ، $x_{A'} = 0$ و مکان ذره B' ، $x_{B'} = 280 + 200 = 480m$ است.

۲ معادله حرکت دو متحرک را می‌نویسیم:

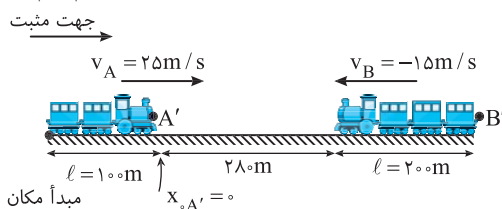
$$x = vt + x_0 \Rightarrow \begin{cases} \xrightarrow{A'} x_{A'} = 25t \\ \xrightarrow{B'} x_{B'} = -15t + 480 \end{cases}$$

۳ دو معادله را برابر قرار می‌دهیم:

$$x_{A'} = x_{B'} \Rightarrow 25t = -15t + 480 \Rightarrow 40t = 480 \Rightarrow t = 12s$$

میانبر دو متحرک به سوی هم می‌روند و برای به‌دست آوردن زمان رسیدن آن‌ها به هم می‌توان از رابطه زیر استفاده کرد.

$$\Delta x = (v_1 + v_2)t \Rightarrow 480 = (25 + 15)t \Rightarrow t = 12s$$



یاسج تندی دو متحرک ثابت است. دو متحرک پس از t ثانیه به هم می‌رسند. متحرک (۲) در این مدت از B به C می‌رود یعنی $\frac{3}{5}AB$ را طی می‌کند

و در ادامه مسیر از C به A با همان تندی ثابت مسافت $AC = \frac{2}{5}AB$ را طی می‌کند بنابراین با یک تناسب ساده زمان حرکت (۲) از C تا A به دست می‌آید.

$$\frac{\frac{3}{5}AB}{\frac{2}{5}AB} \left| \begin{array}{l} t \\ t_2 \end{array} \right. \Rightarrow t_2 = \frac{2}{3}t$$

با همین استدلال زمان حرکت متحرک (۱) از C تا A برابر t و از B تا C برابر t_1 است از این‌رو:

$$\frac{\frac{2}{5}AB}{\frac{3}{5}AB} \left| \begin{array}{l} t \\ t_1 \end{array} \right. \Rightarrow t_1 = \frac{3}{2}t$$

در نتیجه خواهیم داشت:

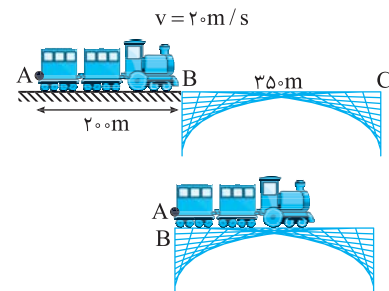
$$t_1 - t_2 = \frac{3}{2}t - \frac{2}{3}t = \frac{9-4}{6}t \Rightarrow t_1 - t_2 = \frac{5}{6}t$$

گزینۀ ۲

۲ ۱۷۱ B

۱ هنگامی که انتهای قطار به ابتدای پل برسد قطار به‌طور کامل روی پل قرار گرفته که نقطه A به نقطه B برسد. یعنی قطار $200m$ جابه‌جا شود. تندی حرکت قطار $20m/s$ است بنابراین پس از مدت زیر قطار به‌طور کامل روی پل قرار می‌گیرد:

$$\Delta x = vt \Rightarrow 200 = 20t \Rightarrow t = 10s$$



۲ اما وقتی قطار از ابتدای پل شروع به حرکت کند و به‌طور کامل از پل بگذرد باید نقطه A (انتهای قطار) از انتهای پل (نقطه C) بگذرد یعنی قطار باید به اندازه مجموع طول پل و طول خودش جابه‌جا شود.

$$\Delta x = 200 + 350 = 550m$$

در این صورت زمان عبور کامل قطار از پل خواهد شد:

$$l_1 + l_2 = vt \Rightarrow 550 = 20t \Rightarrow t = 27.5s$$

۴ ۱۷۲ B

نکته هر گاه یک قطار از ابتدای یک پل بگذرد جابه‌جایی آن هنگامی که به‌طور کامل از پل می‌گذرد برابر پل l و قطار $\Delta x = l$ خواهد شد.

۱ مسافتی که قطار در دو حالت طی می‌کند خواهد شد:

$$\Delta x = vt \Rightarrow \begin{cases} \text{حالت اول} \rightarrow 450 + l = 20v \\ \text{حالت دوم} \rightarrow 450 + l = 15(v + 15) \end{cases}$$

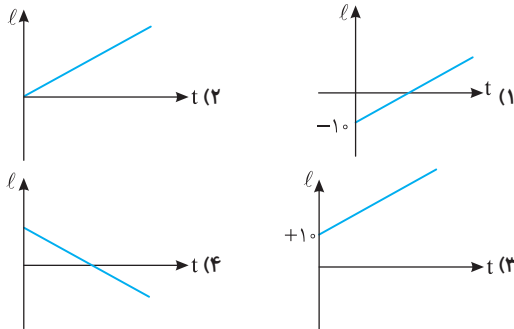
۲ مسافت طی شده در دو حالت یکسان است. بنابراین سمت راست روابط بالا را برابر قرار می‌دهیم.

$$20v = 15v + 225 \Rightarrow 5v = 225 \Rightarrow v = 45m/s$$

۳ حال با قرار دادن $v = 45m/s$ در یکی از معادله‌ها داریم:

$$450 + l = 20v \Rightarrow 450 + l = 20(45) \Rightarrow 450 + l = 900 \Rightarrow l = 450m$$

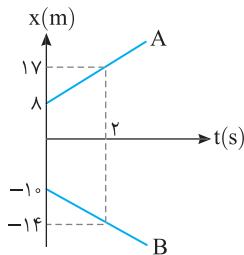
بازی با سوال - معادله مکان جسمی در SI به صورت $x = -5t - 10$ است. نمودار مسافت - زمان این متحرک کدام است؟



پاسخ - مسافت کمیت نرده‌ای و همواره مثبت است. معادله حرکت $x = -5t - 10$ یعنی متحرک با سرعت 5 m/s در خلاف جهت محور در حال حرکت است و در هر ثانیه $+5 \text{ m}$ جابه‌جا می‌شود. بنابراین نمودار مسافت زمان خطی با شیب مثبت است که از مبدأ می‌گذرد.

۳ ۱۸۱

خط فکری - شیب نمودار مکان - زمان برابر سرعت جسم است. وقتی نمودار خط راست مایل است سرعت در تمام لحظات یکسان است و تندی متحرک همان اندازه سرعت متحرک است بنابراین شما کافی است شیب هر خط را حساب کنید، البته مقدار مثبت شیب را در نظر بگیرید.



تندی متحرک A: $v_A = \frac{17-8}{2-0} = 4.5 \text{ m/s}$

تندی متحرک B: $v_B = \frac{-14-(-10)}{2-0} = -2 \text{ m/s}$

۱ ۱۸۲

۱ نمودار $x-t$ هر دو متحرک خط راست مایل است، بنابراین حرکت هر دو یکنواخت است. ابتدا سرعت متحرک B را با توجه به شکل به دست می‌آوریم:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v_B = \frac{0 - (-2)}{2 - 0} = 1 \text{ m/s}$$

۲ معادله حرکت B برابر خواهد شد با: $x_B = v_B t + x_{0B} \Rightarrow x_B = t - 2$

۳ مکان متحرک A و B در لحظه $t = 5 \text{ s}$ که نمودارها یکدیگر را قطع کرده‌اند باهم برابر است، از این رو مکان متحرک B در لحظه $t = 5 \text{ s}$ را به دست می‌آوریم:

$$x_B = 5 - 2 = 3 \text{ m}$$

۴ در $t = 5 \text{ s}$ مکان متحرک A نیز $x_A = +3 \text{ m}$ است. به کمک معادله حرکت A، سرعت A را حساب می‌کنیم:

$$x_A = v_A t + x_{0A} \Rightarrow 3 = v_A \times 5 + (-10) \Rightarrow v_A = 2.6 \text{ m/s}$$

۵ در لحظه $t = 2 \text{ s}$ متحرک B از مبدأ می‌گذرد و در این لحظه متحرک A در مکان -4 m خواهد بود:

$$x_A = 2.6t - 10 \xrightarrow{t=2} x_A = -4.8 \text{ m}$$

۲ ۱۷۶

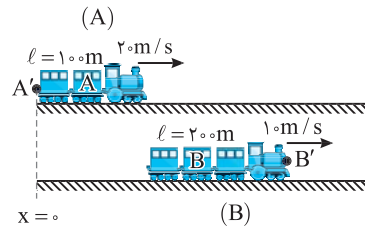
هنگامی قطار A به طور کامل از قطار B سبقت می‌گیرد که انتهای قطار A یعنی نقطه A' از ابتدای قطار B یعنی نقطه B' بگذرد. دقت کنید $100 + 200 = 300 \text{ m}$ ، جلوتر از A' است.

۱ معادله حرکت نقاط A' و B' را نسبت به مبدأ مکان اختیاری روی شکل می‌نویسیم:

$$x = vt + x_0 \Rightarrow \begin{cases} x_{A'} = 20t \\ x_{B'} = 10t + 300 \end{cases}$$

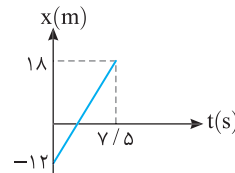
۲ معادله‌ها را برابر قرار می‌دهیم:

$$x_{A'} = x_{B'} \Rightarrow 20t = 10t + 300 \Rightarrow 10t = 300 \Rightarrow t = 30 \text{ s}$$



۴ ۱۷۷

یادآوری معادله حرکت با سرعت ثابت $x = vt + x_0$ یک تابع درجه اول بوده و نمودار آن خط راست مایل است. x_0 مکان اولیه همان عرض از مبدأ و v سرعت متحرک برابر شیب نمودار است.



با توجه به نمودار، مکان متحرک در $t = 0$ ، -12 m و در $t = 7/5$ ، 18 m متر بوده و تغییر مکان متحرک $\Delta x = x_p - x_1 = 18 - (-12) = 30 \text{ m}$ می‌شود.

نمودار $x-t$ متحرک به صورت خط راست است پس حرکت با سرعت ثابت است و سرعت در $t = 3 \text{ s}$ با سرعت متوسط در بازه دلخواه صفر تا $7/5 \text{ s}$ برابر است.

$$v = v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{30}{7/5} = 4 \text{ m/s}$$

۳ ۱۷۸

۱ شیب خط نمودار مکان-زمان بیانگر سرعت متحرک است. بنابراین سرعت خواهد شد:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{0 - 4}{2 - 0} = -2 \text{ m/s}$$

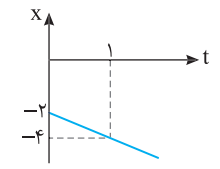
۲ مکان اولیه متحرک $x_0 = 4 \text{ m}$ است.

$$x = vt + x_0 \Rightarrow x = -2t + 4$$

۳ معادله حرکت خواهد شد:

۳ ۱۷۹

با توجه به شکل مکان اولیه جسم در فاصله 2 m از مبدأ محور x ها و در قسمت منفی این محور است، بنابراین $x_0 = -2 \text{ m}$ است. جهت حرکت و جهت سرعت یکی است و با توجه به شکل جهت حرکت منفی است پس سرعت متحرک نیز منفی و برابر $v = -2 \text{ m/s}$ می‌باشد. بنابراین معادله حرکت خواهد شد:



$$x = vt + x_0 \Rightarrow x = -2t - 2$$

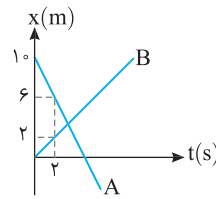
۱ ۱۸۰

دقت کنید معادله مکان - زمان $x = 5t - 10$ بوده و مکان اولیه (عرض از مبدأ) $x_0 = -10 \text{ m}$ است و شیب خط مثبت بنابراین به نظر می‌رسد که شما باید گزینه (۳) را انتخاب کنید اما به کلمه روی محور قائل دقت کنید، روی محور به جای «مکان» «جابه‌جایی» نوشته شده یعنی شما نمودار $\Delta x-t$ را باید مشخص کنید، جابه‌جایی در حرکت با سرعت ثابت برابر $\Delta x = vt$ بوده که در اینجا $\Delta x = 5t$ است. بنابراین پاسخ گزینه (۱) است.

۴ ۱۸۳ A

نمودار $x-t$ دو متحرک به صورت خط راست می باشد پس حرکت دو متحرک با سرعت ثابت است و شیب هر نمودار برابر سرعت آن هاست پس سرعت هر یک را حساب می کنیم.

$$v = v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \begin{cases} v_A = \frac{6-10}{2} = -2 \text{ m/s} \\ v_B = \frac{2-0}{2} = 1 \text{ m/s} \end{cases}$$



با توجه به نمودار مکان اولیه متحرک A و B به ترتیب $x_{A0} = 10 \text{ m}$ و $x_{B0} = 0$ می باشد، بنابراین معادله حرکت آن ها خواهد شد:

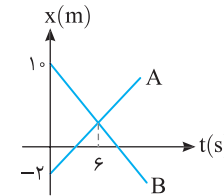
$$x = vt + x_0 \Rightarrow \begin{cases} x_A = -2t + 10 \\ x_B = t \end{cases}$$

لحظه ای که دو متحرک به هم می رسند وقتی است که $x_A = x_B$ می شود از این رو معادله حرکت دو متحرک را با هم برابر قرار می دهیم:

$$t = -2t + 10 \Rightarrow t = \frac{10}{3} \text{ s}$$

۲ ۱۸۴ B

در صورت مسئله بیان شده که تندی دو متحرک برابر است یعنی بزرگی سرعت دو متحرک یکسان بوده $|v_A| = |v_B|$ است. با توجه به نمودار شیب خط نمودار $x-t$ متحرک B منفی و شیب خط نمودار $x-t$ متحرک A مثبت است بنابراین $v_B = -v$ و $v_A = +v$ می نویسیم:



معادله حرکت دو متحرک را می نویسیم:

$$x_A = v_A t + x_{A0} \xrightarrow{x_{A0} = -2 \text{ m}} x_A = vt - 2$$

$$x_B = v_B t + x_{B0} \xrightarrow{x_{B0} = 10 \text{ m}} x_B = -vt + 10$$

با توجه به نمودار دو متحرک از لحظه ای که شروع به حرکت می کنند تا لحظه ای که به هم می رسند در حال نزدیک شدن به هم هستند و از طرفی در صورت سؤال گفته شده در $t = 6 \text{ s}$ در حال نزدیک شدن به هم هستند، پس دو متحرک در $t = 6 \text{ s}$ به هم می رسند. یعنی در $t = 6 \text{ s}$ ، $x_A = x_B$ است از این رو می توانیم بنویسیم:

$$\begin{cases} x_A = 6v - 2 \\ x_B = -6v + 10 \end{cases} \Rightarrow 6v - 2 = -6v + 10 \Rightarrow 12v = 12 \Rightarrow v = 1 \text{ m/s}$$

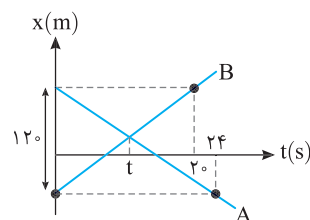
بنابراین معادله متحرک A به صورت $x_A = t - 2$ می باشد و می دانیم هنگام گذر

متحرک از مبدأ مکان $x = 0$ بردار مکان متحرک تغییر جهت می دهد.

$$x = 0 \Rightarrow 0 = t - 2 \Rightarrow t = 2 \text{ s}$$

۱ ۱۸۵ B

به نمودار باید به خوبی نگاه کنید تا تشخیص دهید متحرک A در مدت 24 s مسافت 120 m و متحرک B نیز در مدت 20 s مسافت 120 m را طی کرده تا بتوانید تندی هر یک را به دست بیاورید و در نهایت لحظه t یعنی لحظه رسیدن آن ها به یکدیگر را حساب کنید.



تندی متحرک A خواهد شد:

$$s_A = \frac{120}{24} = 5 \text{ m/s}$$

تندی متحرک B را حساب می کنیم:

$$s_B = \frac{120}{20} = 6 \text{ m/s}$$

در مدت t متحرک A مسافت مقابل را طی می کند.

$$l_A = s_A t = 5t$$

در مدت t متحرک B مسافت مقابل را طی می کند.

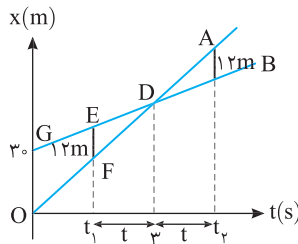
$$l_B = s_B t = 6t$$

مجموع l_A و l_B باید 120 m شود تا دو متحرک به هم برسند.

$$l_A + l_B = 120 \Rightarrow 5t + 6t = 120 \Rightarrow t = \frac{120}{11} \text{ s}$$

۲ ۱۸۶ B

در حل این مسئله نباید به سراغ معادله حرکت بروید بلکه باید به کمک ریاضیات مسئله را حل کنید. به روش حل دقت کنید.



روی نمودار دو لحظه t_1 و t_2 را نشان داده ایم که در این دو لحظه فاصله دو متحرک از هم 12 m است. برای مثلث $\triangle DEF$ و $\triangle DGO$ نسبت تشابه را می نویسیم:

$$\frac{30}{12} = \frac{3}{t} \Rightarrow t = 1/2 \text{ s}$$

بنابراین $1/2 \text{ s}$ قبل از $t = 3 \text{ s}$ یعنی $t_1 = 3 - 1/2 = 5/2 \text{ s}$ بعد از $1/2 \text{ s}$ بعد از $t = 3 \text{ s}$ یعنی $t_2 = 3 + 1/2 = 7/2 \text{ s}$ فاصله دو متحرک از هم 12 m است.

۱ ۱۸۷ B

با توجه به فرض مسئله در بازه صفر تا 6 s تندی A ثابت و برابر 4 m/s است.

بنابراین جابه جایی متحرک A در بازه 6 s تا 6 s برابر خواهد شد با:

$$\Delta x_1 = v_1 \Delta t = 4 \times 4 = 16 \text{ m}$$

در بازه 6 s تا 12 s تندی متحرک A ثابت اما برابر 8 m/s است و جابه جایی متحرک A در بازه 6 s تا 10 s برابر است با:

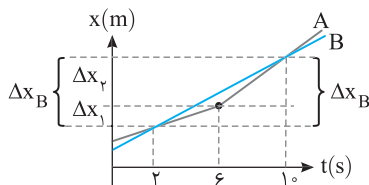
$$\Delta x_2 = v_2 \Delta t = 8 \times (10 - 6) = 32 \text{ m}$$

جابه جایی متحرک در بازه زمانی 2 s تا 10 s مطابق شکل خواهد شد:

$$\Delta x_B = \Delta x_1 + \Delta x_2 \Rightarrow \Delta x_B = 16 + 32 = 48 \text{ m}$$

سرعت متوسط B را حساب می کنیم.

$$v_{avB} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v_{avB} = \frac{48}{10-2} = 6 \text{ m/s}$$



یادآوری هرگاه متحرکی روی مسیر مستقیم (محور x) در یک جهت نصف زمان حرکت را با تندی v_1 و نیمه دیگر زمان را با تندی v_2 طی کند، سرعت متوسط در کل

$$v_{av} = \frac{v_1 + v_2}{2}$$

مسیر خواهد شد:

روش دیگر: در واقع سرعت متوسط B همان سرعت متوسط A در بازه زمانی 2 s تا 10 s است. که در این بازه متحرک A، نصف زمان حرکت را با تندی 4 m/s و نیمه دیگر زمان را با تندی 8 m/s طی کرده بنابراین سرعت متوسط خواهد شد:

$$v_{av} = \frac{4+8}{2} = 6 \text{ m/s}$$

حال $x_0 = -50\text{m}$ را در معادله‌های (۱) و (۲) قرار می‌دهیم تا سرعت‌ها به دست آید:

$$v_A = \frac{-x_0}{\Delta} = \frac{50}{5} = 10\text{m/s}, v_B = \frac{-x_0 - 150}{20} = \frac{-100}{20} = -5\text{m/s}$$

با توجه به نمودار در لحظه $t = 20\text{s}$ متحرک B از مبدأ مکان می‌گذرد ($x_B = 0$). معادله حرکت متحرک A را نوشته و در لحظه $t = 20\text{s}$ مکان متحرک A را به دست می‌آوریم:

$$x_A = v_A t + x_0 \xrightarrow{x_0 = -50\text{m}} x_A = +10 \cdot 20 - 50$$

$$\xrightarrow{t=20\text{s}} x_A = 200 - 50 = 150\text{m}$$

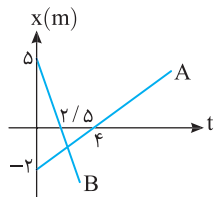
فاصله دو متحرک را حساب می‌کنیم:

$$r = |x_A - x_B| \Rightarrow r = |150 - 0| = 150\text{m}$$

روش دوم: سرعت متحرک A برابر 10m/s است یعنی متحرک A در هر ثانیه 10m در جهت مثبت جابه‌جا می‌شود و سرعت متحرک B، -5m/s بوده یعنی متحرک B در هر ثانیه 5m خلاف جهت محور X جابه‌جا می‌شود یعنی در هر ثانیه جمعاً دو متحرک A و B $10 + 5 = 15\text{m}$ متر به هم نزدیک می‌شوند. در ابتدا فاصله A از B، 150m متر است بنابراین این دو متحرک در مدت $\frac{150}{15} = 10\text{s}$ به هم می‌رسند و بعد از به هم رسیدن در هر ثانیه 15m از هم دور می‌شوند در مدت $(20 - 10 = 10\text{s})$ فاصله آنها از هم $10 \times 15 = 150\text{m}$ می‌شود.

۲ ۱۹۰ C

خط فکری وقتی بیان می‌شود که فاصله دو متحرک A و B از 6m کمتر باشد یعنی باید $|x_B - x_A| < 6$ باشد بنابراین شما باید از روی نمودار سرعت هر متحرک را به دست آورده معادله حرکت هر یک را نوشته و قدر مطلق تفاضل آنها را کوچک‌تر از 6m قرار داده تا مسئله حل شود.



۱ سرعت حرکت هر متحرک را به دست می‌آوریم:

$$v_A = \frac{0 - (-2)}{4 - 0} \Rightarrow v_A = 0.5\text{m/s}$$

$$v_B = \frac{0 - (-5)}{2/5 - 0} \Rightarrow v_B = -2\text{m/s}$$

۲ معادله حرکت هر متحرک را می‌نویسیم: $x_A = 0.5t - 2$, $x_B = -2t + 5$

۳ با توجه به صورت مسأله:

$$|x_A - x_B| < 6 \Rightarrow |0.5t - 2 - (-2t + 5)| < 6 \Rightarrow |2.5t - 7| < 6$$

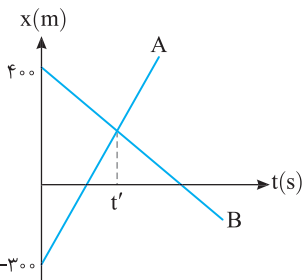
$$\Rightarrow -6 < 2.5t - 7 < 6 \Rightarrow 1 < 2.5t < 13 \Rightarrow 0.4 < t < 5.2$$

۳ ۱۹۱ C

با توجه به شکل فاصله ابتدایی A و B از هم $400 + 300 = 700\text{m}$ است. در لحظه t' دو متحرک به هم می‌رسند سپس از هم دور می‌شوند و فاصله آنها از هم در $t = 3\text{s}$ ، 350m می‌شود. یعنی مجموع مسافت طی شده توسط دو متحرک در بازه 0 تا 3s باید $700 + 350 = 1050\text{m}$ باشد. در این صورت:

$$l_A + l_B = 1050 \xrightarrow{l=st} s_A t + s_B t = 1050$$

$$(s_A + s_B) 3 = 1050 \Rightarrow s_A + s_B = 350\text{m/s}$$



با توجه به فرض مسئله $s_B = s_A - 5$ بنابراین:

$$s_A + s_A - 5 = 350 \Rightarrow 2s_A = 355 \Rightarrow s_A = 177.5\text{m/s}$$

۱ ۱۸۸ C

۱ در $t = 3\text{s}$ فاصله دو متحرک از هم 30m است و A از B عقب‌تر است.

۲ در لحظه t دو متحرک به هم می‌رسند.

۳ در $t = 8\text{s}$ فاصله دو متحرک از هم 70m و متحرک A، 70m جلوتر است.

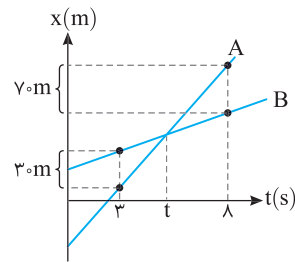
۴ در مدت $8 - 3 = 5\text{s}$ ، دو متحرک نسبت به هم $30 + 70 = 100\text{m}$ جابه‌جا

شده‌اند. بنابراین مانند این است که اگر B ساکن باشد A با سرعت $\frac{100}{5} = 20\text{m/s}$ از

30m تری آن به سوی B رفته و از آن 70m فاصله گرفته است.

۵ در بازه $8 - 3 = 5\text{s}$ فاصله دو متحرک به اندازه $20 \times 5 = 100\text{m}$ افزایش

می‌یابد یعنی فاصله آنها از هم $70 + 100 = 170\text{m}$ می‌شود.



۳ ۱۸۹ B

خط فکری شیب نمودار مکان - زمان برابر سرعت جسم است. وقتی نمودار

$x-t$ به صورت خط راست باشد شیب نمودار ثابت بوده یعنی سرعت متحرک ثابت است. فاصله دو متحرک برابر بزرگی تفاضل مکان دو متحرک در آن لحظه است. سرعت متحرک A مثبت بوده چون شیب خط آن مثبت است و شیب خط B منفی است پس سرعت این متحرک منفی است. در صورت سؤال گفته شده تندی یعنی بزرگی سرعت A دو برابر بزرگی سرعت B است:

$$|v_A| = 2|v_B| \xrightarrow{\substack{v_A > 0 \\ v_B < 0}} v_A = -2v_B$$

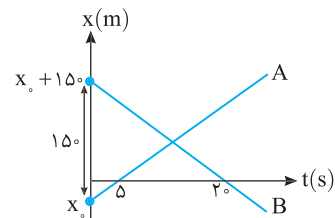
نکته معادله حرکت ثابت به صورت $x = vt + x_0$ است. مکان اولیه سرعت متحرک

روش اول: معادله حرکت هر متحرک را نوشته و از روی نمودار، داده‌های مسئله را در آنها جایگذاری می‌کنیم.

$$x_A = v_A t + x_0 \xrightarrow{x_A = 0, t = 5\text{s}} 0 = 5v_A + x_0 \Rightarrow v_A = -\frac{x_0}{5} \quad (۱)$$

$$x_B = v_B t + x_0 + 150 \xrightarrow{x_B = 0, t = 20\text{s}} 0 = 20v_B + x_0 + 150$$

$$\Rightarrow v_B = \frac{-x_0 - 150}{20} \quad (۲)$$



با توجه به سؤال $v_A = -2v_B$ است:

$$v_A = -2v_B \xrightarrow{\substack{v_A = -\frac{x_0}{5} \\ v_B = \frac{-x_0 - 150}{20}}} -\frac{x_0}{5} = -2 \left(\frac{-x_0 - 150}{20} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{-x_0}{5} = \frac{x_0 + 150}{10} \Rightarrow -x_0 = \frac{x_0 + 150}{2} \Rightarrow -2x_0 = x_0 + 150$$

$$\Rightarrow -3x_0 = 150 \Rightarrow x_0 = -50\text{m}$$

B ۱۹۲ ۳

خط فکری

در صورت مسئله از شما خواسته شده $v_A - v_B$ را به دست بیاورید بنابراین شما باید شیب نمودار A و شیب نمودار B را به کمک داده‌های روی نمودار به دست آورده از هم کم کنید.

۱. سرعت هر متحرک برابر شیب نمودار $x-t$ است، از این رو با توجه به نمودار داریم:

$$v_A = \frac{650 - x}{30}$$

$$v_B = \frac{600 - (430 + x)}{30}$$

۲. تفاضل سرعت‌ها را به دست می‌آوریم:

$$v_A - v_B = \frac{650 - x}{30} - \frac{170 - x}{30} = \frac{480}{30} \Rightarrow v_A - v_B = 16 \text{ m/s}$$

A ۱۹۳ ۲

یادآوری

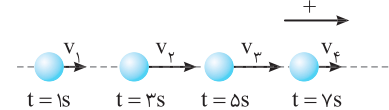
نسبت تغییرات بردار سرعت به زمان تغییر را شتاب متوسط گویند $\vec{a}_{av} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$ شتاب متوسط کمیت برداری است و همواره در جهت بردار تغییر سرعت است.

با توجه به تعریف شتاب متوسط، وقتی تغییرات سرعت منفی باشد شتاب متوسط الزاماً منفی است.

A ۱۹۴ ۴

خط فکری

۱. در لحظه‌های $t_1 = 1\text{s}$ و $t_2 = 3\text{s}$ سرعت‌ها به ترتیب v_1 و v_2 بوده و $v_2 > v_1$ است، بنابراین تغییرات سرعت ($\Delta v = v_2 - v_1 > 0$) مثبت بوده و بردار شتاب متوسط نیز مثبت و به سمت راست است.



۲. در لحظه‌های $t = 5\text{s}$ و $t = 7\text{s}$ سرعت متحرک v_3 و v_4 بوده و $v_4 < v_3$ است یعنی تغییرات سرعت منفی ($\Delta v = v_4 - v_3 < 0$) و بردار شتاب متوسط منفی و به سمت چپ است.

A ۱۹۵ ۳

یک جای گذاری ساده در رابطه شتاب متوسط و حل مسئله و تمام.

$$a_{av} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} \Rightarrow a_{av} = \frac{9 - 5}{3 - 1} = 2 \text{ m/s}^2$$

B ۱۹۶ ۴

خط فکری

در صورت مسئله تندی در لحظه $t_1 = 1\text{s}$ و $t_2 = 3\text{s}$ داده شده است. تندی کمیت نرده‌ای است و جهت ندارد در حرکت روی خط راست تندی لحظه‌ای برابر اندازه سرعت است و سرعت کمیت برداری است، بنابراین وقتی گفته می‌شود تندی 9m/s است یعنی سرعت می‌تواند $+9\text{m/s}$ و یا -9m/s باشد بنابراین این مسئله چهار حالت خواهد داشت. البته در صورت مسئله اندازه شتاب متوسط خواسته شده است. تندی حرکت در لحظه $t_1 = 2\text{s}$ برابر $s_1 = 5\text{m/s}$ است. بنابراین سرعت $v_1 = \pm 5\text{m/s}$ است و در لحظه $t_2 = 3\text{s}$ تندی برابر $s_2 = 9\text{m/s}$ است پس $v_2 = \pm 9\text{m/s}$ است:

$$|a_{av}| = \left| \frac{\Delta v}{\Delta t} \right| = \frac{|v_2 - v_1|}{\Delta t} \quad v_1 = +5\text{m/s}, v_2 = +9\text{m/s} \Rightarrow a_{av} = \frac{9 - 5}{2} = +2 \text{ m/s}^2$$

$$|a_{av}| = \left| \frac{\Delta v}{\Delta t} \right| = \frac{|v_2 - v_1|}{\Delta t} \quad v_1 = +5\text{m/s}, v_2 = -9\text{m/s} \Rightarrow a_{av} = \frac{-9 - 5}{2} = -7 \text{ m/s}^2$$

$$|a_{av}| = \left| \frac{\Delta v}{\Delta t} \right| = \frac{|v_2 - v_1|}{\Delta t} \quad v_1 = -5\text{m/s}, v_2 = 9\text{m/s} \Rightarrow a_{av} = \frac{9 - (-5)}{2} = +7 \text{ m/s}^2$$

$$|a_{av}| = \left| \frac{\Delta v}{\Delta t} \right| = \frac{|v_2 - v_1|}{\Delta t} \quad v_1 = -5\text{m/s}, v_2 = -9\text{m/s} \Rightarrow a_{av} = \frac{-9 - (-5)}{2} = -2 \text{ m/s}^2$$

A ۱۹۷ ۱

خط فکری

برای به دست آوردن شتاب متوسط در بازه زمانی t_1 تا t_2 تنها باید بردار سرعت در لحظه t_1 (v_1) و لحظه t_2 (v_2) را در رابطه شتاب متوسط قرار داد و در این مدت سرعت چه مقدارهایی داشته مهم نیست. شتاب متوسط برابر آهنگ تغییرات سرعت $v_2 - v_1$ می‌باشد، بنابراین:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{\Delta t} = \frac{5 - 2}{2 + 3} = \frac{3}{5} = 0.6 \text{ m/s}^2$$

B ۱۹۸ ۲

خط فکری

شتاب متوسط برابر $a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ است. با توجه به این رابطه و مقدار شتاب متوسط داده شده در دو بازه زمانی حل سؤال را شروع می‌کنیم.

۱. با توجه به تعریف شتاب متوسط برای هر مرحله رابطه شتاب متوسط را می‌نویسیم.

$$\vec{a}_{av} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

$$t_1 = \Delta s \text{ تا } t_2 = 10\text{s} \rightarrow -4\vec{i} = \frac{\vec{v}_{10} - \vec{v}_0}{10 - 0} \Rightarrow \vec{v}_{10} - \vec{v}_0 = -20\vec{i} \quad (1)$$

$$\vec{a} = 2\vec{i} \rightarrow 2\vec{i} = \frac{\vec{v}_{12} - \vec{v}_{10}}{12 - 10} \Rightarrow \vec{v}_{12} - \vec{v}_{10} = 4\vec{i} \quad (2)$$

۲. برای رسیدن به بررسی بازه $t_1 = 5\text{s}$ تا $t_2 = 12\text{s}$ سرعت \vec{v}_{10} مزاحم است

پس رابطه (۱) و (۲) را با هم جمع می‌کنیم تا v_{10} از دو معادله حذف شود:

$$\begin{cases} \vec{v}_{10} - \vec{v}_0 = -20\vec{i} \\ \vec{v}_{12} - \vec{v}_{10} = 4\vec{i} \end{cases} \xrightarrow{+} \vec{v}_{12} - \vec{v}_0 = -20\vec{i} + 4\vec{i} \Rightarrow \vec{v}_{12} - \vec{v}_0 = -16\vec{i}$$

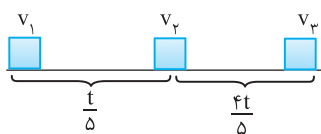
۳. شتاب متوسط در بازه $t = 5\text{s}$ تا $t = 12\text{s}$ خواهد شد.

$$\vec{a}_{av} = \frac{\vec{v}_{12} - \vec{v}_0}{12 - 0} = \frac{\vec{v}_{12} - \vec{v}_0 = -16\vec{i}}{12} \Rightarrow a_{av} = \frac{-16\vec{i}}{12} = \frac{-4\vec{i}}{3}$$

B ۱۹۹ ۱

خط فکری

رابطه شتاب متوسط را در بازه $\frac{1}{5}t$ و $\frac{4}{5}t$ بنویسید و رابطه‌ای بین v_1 و v_2 و v_3 به دست بیاورید سپس به سراغ شتاب متوسط در کل مدت t بروید.



۱. شتاب متوسط در $\frac{1}{5}t$:

$$a_{av} = \frac{v_2 - v_1}{\Delta t} \Rightarrow 2 = \frac{v_2 - v_1}{\frac{1}{5}t} \Rightarrow v_2 - v_1 = \frac{2}{5}t \Rightarrow v_1 = v_2 - \frac{2}{5}t \quad (I)$$

۲. شتاب متوسط در مابقی زمان یعنی $\frac{4}{5}t$:

$$-4 = \frac{v_3 - v_2}{\frac{4}{5}t} \Rightarrow v_3 - v_2 = -\frac{16}{5}t \Rightarrow v_3 = v_2 - \frac{16}{5}t$$

۳. شتاب متوسط در کل مدت حرکت خواهد شد.

$$a_{av} = \frac{v_3 - v_1}{t}$$

$$(I), (II) \rightarrow a_{av} = \frac{v_2 - \frac{16}{5}t - (v_2 - \frac{2}{5}t)}{t} = \frac{-\frac{16}{5}t + \frac{2}{5}t}{t}$$

$$a_{av} = \frac{-14}{5} \text{ m/s}^2 = -2.8 \text{ m/s}^2$$

B ۲۰۴ ۴

خط فکری اول باید مشخص کنید که ۲ ثانیه دوم یعنی چه؟ یعنی بازه زمانی بین $t=۲s$ تا $t=۴s$.

۲ ثانیه اول $\rightarrow ۲s$ ۲ ثانیه دوم $\rightarrow ۴s$ ۳ ثانیه سوم $\rightarrow ۶s \dots$
 شتاب متوسط یعنی آهنگ تغییر سرعت بنابراین باید سرعت را در لحظه های $t=۲s$ و $t=۴s$ حساب کنید سپس شتاب متوسط را به دست بیاورید.
۱ از معادله سرعت زمان سرعتها را به دست می آوریم.

$$v = 2t^2 - 4t - 2$$

$$\begin{cases} t=2s \rightarrow v = 2(2)^2 - 4(2) - 2 \Rightarrow v_1 = -2m/s \\ t=4s \rightarrow v = 2(4)^2 - 4(4) - 2 \Rightarrow v_2 = 14m/s \end{cases}$$

۲ شتاب متوسط خواهد شد:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow a_{av} = \frac{14 - (-2)}{2} \Rightarrow a_{av} = 8m/s^2$$

بازی با سوال معادله سرعت - زمان متحرکی که روی خط راست در

حرکت است در SI به صورت $v = 2t^2 - 1$ است. شتاب متوسط در ثانیه سوم حرکتش چند متر بر مجذور ثانیه است؟

مشابه کنکور دهه های گذشته

۱۸ (۱) ۱۰ (۲) ۱۶ (۳) ۶ (۴)

پاسخ ثانیه سوم بازه زمانی بین $t=۲s$ و $t=۳s$ است. در این لحظه ها سرعت را حساب کرده و در رابطه شتاب متوسط قرار می دهیم:

$$t_1 = 2s \Rightarrow v_1 = 2 \times 2^2 - 1 = 7m/s, t_2 = 3s \Rightarrow v_2 = 2 \times 3^2 - 1 = 17m/s$$

$$a_{av} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{17 - 7}{3 - 2} = 10m/s^2$$

گزینه ۲

B ۲۰۵ ۱

یادآوری ریاضی $\sin \frac{\pi}{2} = 1, \sin \frac{3\pi}{2} = -1$

۱ سرعت در لحظه های $t = \frac{1}{\lambda}s$ و $t = \frac{3}{\lambda}s$ را به دست می آوریم:

$$v_1 = 2 \sin(\pi \times \frac{1}{\lambda} + \frac{\pi}{2}) = 2 \sin(\frac{\pi}{\lambda} + \frac{\pi}{2})$$

$$\Rightarrow v_1 = 2 \times 1 + \frac{\pi}{2} \Rightarrow v_1 = 2 + \frac{\pi}{2}m/s$$

$$v_2 = 2 \sin(\pi \times \frac{3}{\lambda} + \frac{\pi}{2}) = 2 \sin(\frac{3\pi}{\lambda} + \frac{\pi}{2})$$

$$\Rightarrow v_2 = 2 \times (-1) + \frac{\pi}{2} \Rightarrow v_2 = -2 + \frac{\pi}{2}m/s$$

۲ بنابراین شتاب متوسط در این بازه برابر است با:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{-2 + \frac{\pi}{2} - (2 + \frac{\pi}{2})}{\frac{3}{\lambda} - \frac{1}{\lambda}} = \frac{-4}{\frac{2}{\lambda}} = -2\lambda m/s^2$$

B ۲۰۶ ۴

۱ سرعت در لحظه $t_1 = 1s$ و $t_2 = 4s$ را حساب می کنیم:

$$v = t^2 - bt + 1 \Rightarrow \begin{cases} t=1s \rightarrow v_1 = 1 - b \times 1 + 1 \Rightarrow v_1 = 2 - b \\ t=4s \rightarrow v_2 = 16 - 4b + 1 \Rightarrow v_2 = 17 - 4b \end{cases}$$

۲ شتاب متوسط صفر است بنابراین:

$$a_{av} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{17 - 4b - (2 - b)}{4 - 1} = 5 - b = 0 \Rightarrow b = 5$$

۳ معادله سرعت را کامل می کنیم.

۴ سرعت را مساوی $5m/s$ قرار می دهیم.

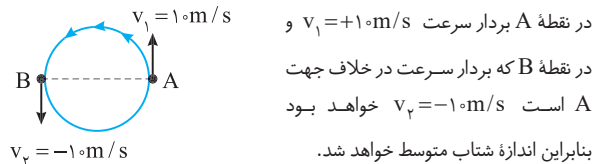
$$v = 5m/s \Rightarrow t^2 - 5t + 1 = 5 \Rightarrow t^2 - 5t + 6 = 0$$

$$\Rightarrow (t-2)(t-3) = 0 \Rightarrow t = 2s, t = 3s$$

B ۲۰۰ ۳

نکته بردار سرعت در هر نقطه از مسیر بر مسیر حرکت مماس است.

خط فکری دقت کنید در هر ۱۶s، ذره، یک بار محیط دایره را طی می کند، بنابراین در مدت ۸s، نصف محیط را طی خواهد کرد و به طور مثال مطابق شکل در مدت ۸s ذره از نقطه A در سوی نشان داده شده به نقطه B می رود. بنابراین شما با رسم بردارهای سرعت در نقطه A و B علامت سرعتها را مشخص کرده و شتاب متوسط را به دست بیاورید.



$$|a_{av}| = \frac{|v_2 - v_1|}{t_2 - t_1} = \frac{|-10 - 10|}{8} = \frac{20}{8} = \frac{5}{2} \Rightarrow |a_{av}| = \frac{5}{2} \frac{m}{s^2}$$

A ۲۰۱ ۱

۱ در هر ۲۰s، ذره، چهار بار محیط دایره را طی می کند بنابراین زمان طی کردن یک بار محیط دایره خواهد شد:

۲۰s	۴ بار
$t = \Delta s$	۱ بار

۲ در بازه ۵s ذره از هر نقطه ای که شروع به حرکت کرده (مثلاً نقطه A) به همان نقطه برمی گردد و بردار سرعت های v_1 و v_2 برابر شده و تغییرات سرعت برابر صفر شده ($\Delta v = 0$) و در نتیجه شتاب متوسط نیز صفر می شود ($a_{av} = 0$).

A ۲۰۲ ۲

یادآوری معادله سرعت - زمان یک رابطه ریاضی بین سرعت متحرک و زمان است که با قراردادن زمان می توان سرعت متحرک را در هر لحظه به دست آورد.

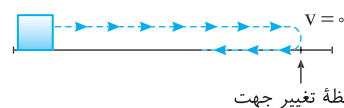
خط فکری در صورت مسئله خواسته شده لحظه ای که تندی $3m/s$ است را حساب کنیم. تندی کمیت نرده ای است و برابر اندازه سرعت است از این رو سرعت می تواند $+3m/s$ و $-3m/s$ باشد. یک بار $v = +3m/s$ و بار دیگر $v = -3m/s$ را در معادله سرعت زمان قرار بدهید.

$$v = -4t + 1 \Rightarrow \begin{cases} v = 3m/s \rightarrow 3 = -4t + 1 \Rightarrow 2 = -4t \Rightarrow t = -0.5 \\ v = -3m/s \rightarrow -3 = -4t + 1 \Rightarrow -4 = -4t \Rightarrow t = 1s \end{cases}$$

B ۲۰۳ ۳

خط فکری برای آنکه متحرکی که روی خط راست در حرکت است تغییر جهت

بدهد باید ابتدا سرعتش صفر شده سپس تغییر جهت بدهد. بنابراین باید در معادله سرعت - زمان، سرعت را برابر صفر قرار دهید اما دقت کنید که آیا علامت سرعت تغییر می کند یا نه؟



نکته هرگاه معادله سرعت زمان درجه ۲ باشد و با قراردادن $v = 0$ در معادله اگر زمان منفی به دست بیاید و یا معادله ریشه مضاعف داشته باشد تغییر جهتی رخ نمی دهد و تنها وقتی که زمان مثبت به دست بیاید تغییر جهت اتفاق افتاده است. معادله سرعت را مساوی صفر قرار می دهیم:

$$v = t^2 - 6t + 9 = (t-3)^2 \geq 0$$

دقت کنید سرعت تغییر علامت نمی دهد و همواره $v \geq 0$ است و متحرک تغییر جهت نخواهد داد.

B ۲۰۷

۱ متحرک از مکان $x_1 = 2m$ به مکان $x_2 = -2m$ رفته است. حال به کمک معادله سرعت - مکان سرعت متحرک را در این دو مکان به دست می آوریم:

$$v = 4x + 2 \Rightarrow v_1 = 4(2) + 2 = 10 \text{ m/s}, \quad v_2 = 4(-2) + 2 = -6 \text{ m/s}$$

۲ شتاب متوسط در این مدت برابر است با:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{\Delta t} = \frac{-6 - 10}{2} = -8 \text{ m/s}^2$$

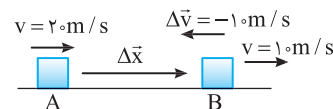
A ۲۰۸

۱ با توجه به تعریف سرعت متوسط $\bar{v}_{av} = \frac{\bar{d}}{\Delta t}$ بردار سرعت متوسط همواره در جهت بردار جابه‌جایی است و گزینه (۱) درست است.

۲ سرعت در هر نقطه از مسیر حرکت بر مسیر مماس است و گزینه (۲) درست است.

۳ هرگاه حرکت روی خط راست (مثلاً محور x) باشد در این صورت بردار سرعت متحرک در امتداد محور x هاست (یا در جهت مثبت و یا در جهت منفی آن. وقتی بردار سرعت در امتداد محور x هاست بردار تغییر سرعت $(\Delta \bar{v})$ نیز در امتداد محور x ها بوده در نتیجه بردار شتاب $\bar{a} = \Delta \bar{v} / \Delta t$ نیز در امتداد محور x هاست یعنی بردار سرعت و بردار شتاب لحظه‌ای همواره در یک امتداد و هم‌راستا هستند و گزینه (۳) نیز درست است.

۴ بردار شتاب متوسط با تغییر سرعت هم جهت است $\bar{a}_{av} = \Delta \bar{v} / \Delta t$ و بردار سرعت متوسط با بردار جابه‌جایی $(\bar{v}_{av} = \Delta \bar{x} / \Delta t)$ هم جهت است. به شکل زیر دقت کنید متحرک از A به B رفته و جابه‌جایی آن نیز مثبت بوده اما به دلیل کاهش سرعت، بردار تغییر سرعت منفی و خلاف جهت جابه‌جایی است یعنی بردار شتاب متوسط و بردار سرعت متوسط در این مثال هم جهت نبوده و گزینه (۴) نادرست است.



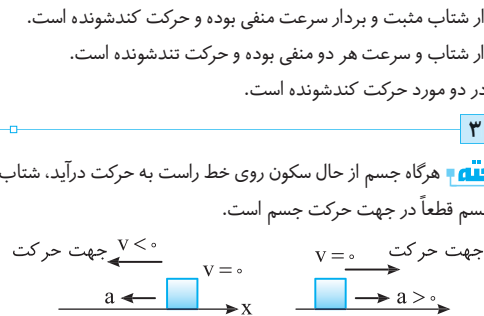
A ۲۰۹

خط‌نکته حرکت تندشونده حرکتی است که در آن تندی متحرک در حال افزایش است برای این منظور در حرکت روی خط راست باید بردار سرعت و بردار شتاب هم جهت و هم علامت باشند، یعنی هر دو مثبت و یا هر دو منفی باشند. حرکت کندشونده حرکتی است که در آن تندی متحرک در حال کاهش است از این‌رو در حرکت روی خط راست باید بردار سرعت و بردار شتاب در خلاف جهت هم باشند یعنی اگر بردار سرعت مثبت باشد باید بردار شتاب منفی و یا اگر بردار سرعت منفی باشد باید بردار شتاب مثبت باشد.

به شکل‌ها نگاه کنید و ببینید که در کدام شکل‌ها بردار سرعت و شتاب در خلاف هم هستند. (الف) هر دو بردار شتاب و سرعت هم جهت بوده و حرکت تندشونده است. (ب) بردار شتاب منفی و بردار سرعت مثبت بوده و حرکت کندشونده است. (پ) بردار شتاب مثبت و بردار سرعت منفی بوده و حرکت کندشونده است. (ت) بردار شتاب و سرعت هر دو منفی بوده و حرکت تندشونده است. بنابراین در دو مورد حرکت کندشونده است.

A ۲۱۰

نکته هرگاه جسم از حال سکون روی خط راست به حرکت درآید، شتاب شروع حرکت جسم قطعاً در جهت حرکت جسم است.



در گزینه (۱) جسم از حال سکون در جهت منفی روی محور شروع به حرکت کرده بنابراین شتاب حرکت نیز در جهت منفی محور بوده و گزینه (۱) درست است. وقتی حرکت روی خط راست تندشونده باشد یعنی سرعت متحرک در یک جهت در حال افزایش بوده و متحرک تغییر جهت نمی‌دهد بنابراین جابه‌جایی و مسافت طی شده یکسان است $(d = \ell)$ و گزینه (۲) درست است.

در حرکت کندشونده روی خط راست باید بردار سرعت و بردار شتاب در خلاف جهت هم باشند و لزومی ندارد شتاب منفی باشد بلکه کافی است اگر بردار سرعت منفی است بردار شتاب مثبت باشد بنابراین گزینه (۳) نادرست است.

در هر حرکتی طول مسیر حرکت (مسافت) همواره برابر یا بزرگ‌تر از اندازه بردار جابه‌جایی است و گزینه (۴) درست است.

B ۲۱۱

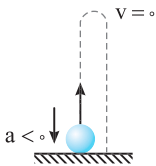
در حرکت تندشونده بردار سرعت و شتاب هم جهت و هم علامت هستند یعنی اگر $a < 0$ باشد بردار سرعت نیز منفی است و تا زمانی که شتاب منفی است سرعت در حال افزایش است و حرکت تندشونده است و هرگز کندشونده نمی‌شود مگر آنکه علامت شتاب تغییر کند که در این مسئله بیان شده a منفی است و علامت آن تغییر نمی‌کند بنابراین هرگز گزینه (۳) اتفاق نمی‌افتد. اما گزینه‌های دیگر را بررسی می‌کنیم.

اگر متحرک با سرعت منفی در جهت منفی محور با شتاب $a < 0$ در حرکت باشد، حرکت تندشونده است و گزینه (۱) می‌تواند درست باشد.

اگر سرعت متحرک مثبت اما شتاب منفی $(a < 0)$ باشد حرکت کندشونده است در این صورت دو حالت ممکن است اتفاق بیفتد.

حالت اول: تندی متحرک کاهش یافته، سرعت صفر شود و متحرک ساکن بماند در این حالت گزینه (۲) درست است.

حالت دوم: متحرک پس از آنکه سرعتش صفر شد با همان شتاب بازگردد مانند گلوله‌ای که در شرایط خلأ رو به بالا پرتاب می‌کنیم گلوله متوقف شده و برمی‌گردد و گزینه (۴) درست است.

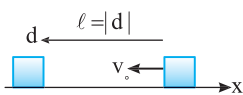
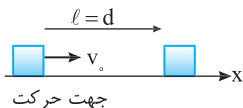


B ۲۱۲

خط‌نکته هرگاه مسافت طی شده و بزرگی جابه‌جایی برابر باشد حرکت الزاماً روی خط راست است. اما دو حالت وجود دارد یک حالت آنکه جابه‌جایی مثبت بوده و حالت دیگر آن که جابه‌جایی منفی باشد. بنابراین شما باید دو حالت را بررسی کرده تا بتوانید نوع حرکت را بیان کنید.

حالت اول: متحرک در جهت مثبت در حرکت است و با توجه به اینکه شتاب متوسط در جهت اولیه است باید سرعت در حال افزایش و حرکت تندشونده باشد.

حالت دوم: متحرک در جهت منفی در حرکت باشد در این حالت نیز با توجه به فرض مسئله بردار شتاب متوسط هم جهت بردار سرعت اولیه بوده و حرکت تندشونده است، بنابراین گزینه (۱) درست است.



B ۲۱۳

۱ تست جالبیست، حاصل ضرب مکان و سرعت مثبت شده است یعنی وقتی مکان مثبت است، سرعت نیز مثبت است مانند شکل (۱) و وقتی مکان منفی بوده، سرعت نیز منفی است مانند شکل (۲).

بنابراین در هر دو شکل متحرک در حال دور شدن از مبدأ است و گزینه (۱) و (۲) نادرست است.

۲ شتاب حرکت مثبت بیان شده $(a > 0)$ بنابراین در شکل (۱) بردار شتاب و سرعت هم جهت حرکت بوده و حرکت تندشونده است و در شکل (۲)، بردار شتاب و سرعت خلاف جهت بوده و حرکت کندشونده است در نتیجه ممکن است حرکت کندشونده یا تندشونده باشد از این‌رو گزینه (۳) نادرست و گزینه (۴) درست است.

نکته هرگاه حاصل ضرب سرعت در مکان مثبت باشد $(vx > 0)$ متحرک در حال دور شدن از مبدأ و اگر منفی باشد $(vx < 0)$ متحرک در حال نزدیک شدن به مبدأ است.

۳ بردار شتاب و سرعت هر دو منفی بوده و حرکت کندشونده است. بنابراین در دو مورد حرکت کندشونده است.

۴ بردار شتاب و سرعت هر دو مثبت بوده و حرکت تندشونده است. بنابراین در دو مورد حرکت تندشونده است.

۵ بردار شتاب و سرعت هر دو منفی بوده و حرکت کندشونده است. بنابراین در دو مورد حرکت کندشونده است.

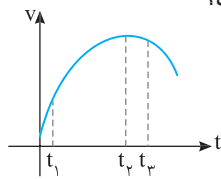
۶ بردار شتاب و سرعت هر دو مثبت بوده و حرکت تندشونده است. بنابراین در دو مورد حرکت تندشونده است.

۷ بردار شتاب و سرعت هر دو منفی بوده و حرکت کندشونده است. بنابراین در دو مورد حرکت کندشونده است.

۸ بردار شتاب و سرعت هر دو مثبت بوده و حرکت تندشونده است. بنابراین در دو مورد حرکت تندشونده است.

۹ بردار شتاب و سرعت هر دو منفی بوده و حرکت کندشونده است. بنابراین در دو مورد حرکت کندشونده است.

بازی با سوال نمودار $v-t$ متحرکی به صورت شکل روبه‌رو است.



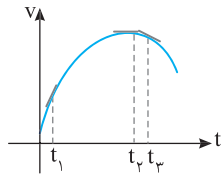
نیروی وارد بر متحرک در کدام لحظه بزرگ‌تر است؟

۱) t_1

۲) t_2

۳) t_3

۴) نیروی وارد بر متحرک ثابت است.



پاسخ با توجه به قانون دوم نیوتون

$F=ma$ است، پس هرچه شتاب بزرگ‌تر

باشد نیرو هم بزرگ‌تر است و می‌دانیم

شیب خط مماس بر نمودار $v-t$ در هر

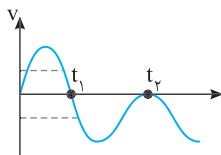
لحظه برابر شتاب در آن لحظه است.

با توجه به شکل اندازه شیب خط مماس در t_1 بزرگ‌تر از اندازه شیب خط مماس

در دو لحظه دیگر است پس در t_1 نیروی بزرگ‌تری به جسم وارد می‌شود.

گزینه ۱

A ۲۱۹ ۳



محل برخورد نمودار سرعت - زمان با محور

زمان به مفهوم توقف جسم است. بنابراین در

لحظه‌های t_1 و t_2 سرعت صفر است. اما

متحرک در لحظه t_1 تغییر جهت می‌دهد.

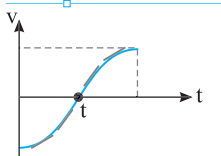
زیرا سرعت آن قبل از t_1 مثبت و بعد از t_1 منفی است. یعنی سرعت تغییر علامت و

متحرک تغییر جهت داده است. اما در لحظه t_2 سرعت متحرک صفر شده اما تغییر

علامت نداده و هم قبل و بعد از t_2 هم چنان سرعت منفی است یعنی متحرک تغییر

جهت نداده است. بنابراین سرعت دو بار صفر و متحرک یک بار تغییر جهت داده است.

B ۲۲۰ ۳



به نمودار دقت کنید.

۱) سرعت در لحظه t صفر شده و تغییر

علامت داده بنابراین متحرک یک بار تغییر

جهت داده است و گزاره (الف) درست است.

۲) اندازه سرعت از لحظه $t=0$ تا لحظه t در حال کاهش است و از لحظه t به بعد

اندازه سرعت در حال افزایش است و گزاره (ب) نادرست است.

۳) با توجه به شیب مماس‌های روی نمودار ابتدا شیب در حال افزایش (خط مماس در

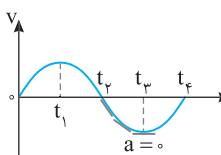
حال نزدیک شدن به حالت قائم) و سپس در حال کاهش (خط مماس در حال افقی شدن)

است بنابراین شتاب ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد و گزاره (پ) درست است.

۴) اما در تمام مدت شیب خط مماس بر نمودار سرعت - زمان مثبت و شتاب مثبت

است و گزاره (ت) نادرست است. در نتیجه گزاره‌های (الف) و (پ) درست می‌باشند.

A ۲۲۱ ۳



با توجه به نمودار $v-t$ در لحظه t_2 سرعت

صفر است و از این لحظه تا لحظه t_3 اندازه

سرعت در حال افزایش و حرکت تندشونده

است و گزینه (۱) درست است. اگر در بازه

t_1 تا t_3 بر نمودار خط مماس رسم کنیم شیب خط مماس منفی و شتاب منفی است

و گزینه (۲) درست است.

اما با رسم خط‌های مماس بر نمودار در بازه t_1 تا t_3 مشاهده می‌شود که شیب خط

مماس در حال کاهش است و در t_2 شیب خط مماس صفر می‌شود. بنابراین شتاب در

حال کاهش و در t_3 شتاب صفر می‌شود و گزینه (۳) نادرست است. در بازه t_1 تا t_3

نمودار زیر محور زمان قرار دارد و سرعت در این بازه منفی است و گزینه (۴) درست است.

B ۲۱۴ ۱

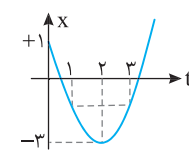
شتاب حرکت از رابطه $a=2t+1$ پیروی می‌کند و با توجه به اینکه زمان همواره مثبت در نظر گرفته می‌شود. با گذشت زمان شتاب افزایش می‌یابد اما جهت آن تغییر نمی‌کند. جسم از حال سکون شروع به حرکت کرده بنابراین سرعت و جهت حرکت جسم همان جهت بردار شتاب است و حرکت تندشونده است و چون شتاب تغییر جهت نمی‌دهد، حرکت کندشونده نخواهد شد.

B ۲۱۵ ۱

خط فکری معادله $x=t^2-4t+1$ یک تابع درجه ۲ بوده و نمودار آن سهمی است. سهمی نسبت به خط قائم گذرنده از رأس آن متقارن است رأس سهمی نقطه بیشینه یا کمینه سهمی است و در این نقطه خط مماس بر نمودار موازی محور افقی بوده و شیب آن صفر است. شیب خط مماس بر منحنی مکان - زمان برابر سرعت لحظه‌ای بنابراین در رأس سهمی سرعت لحظه‌ای صفر است بنابراین اولین کاری که شما باید انجام بدهید به دست آوردن مختصات رأس سهمی است تا بتوانید در مورد سرعت متوسط و شتاب متوسط اظهار نظر کنید.

۱) معادله حرکت به صورت $x=t^2-4t+1$ است و مختصات رأس آن خواهد شد:

$$t = \frac{-b}{2a} \Rightarrow t = \frac{-(-4)}{2 \times 1} \Rightarrow t = 2s \Rightarrow x = 4 - 8 + 1 = -3m$$



۲) نمودار مکان - زمان را رسم می‌کنیم. در دو

لحظه $t=1s$ و $t=3s$ مکان متحرک یکی است

و جابه‌جایی و در نتیجه سرعت متوسط صفر است

و گزینه (۱) درست است.

۳) در لحظه‌های $t=1s$ و $t=3s$ شیب خط مماس (سرعت لحظه‌ای متحرک)

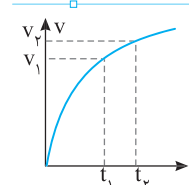
قرینه است بنابراین تغییر سرعت ($\Delta v \neq 0$) صفر نبوده و شتاب متوسط حرکت

($a_{av} = \Delta v / \Delta t$) نیز صفر نمی‌شود و گزینه (۲) نادرست است.

۴) در لحظه $t=2s$ یعنی رأس سهمی سرعت لحظه‌ای صفر می‌شود اما شتاب

لحظه‌ای صفر نیست و گزینه (۳) نادرست است.

A ۲۱۶ ۴

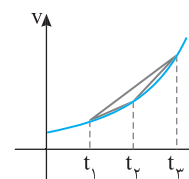


شیب خط قاطع در لحظه‌های t_1 و t_2 روی

نمودار سرعت - زمان، برابر شتاب متوسط است.

$$a_{av} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

B ۲۱۷ ۳



خط فکری شیب خط واصل بین دو لحظه

در نمودار $v-t$ برابر شتاب متوسط در آن بازه

است. از این‌رو برای بررسی شتاب متوسط شما

باید خط قاطع بر نمودار را در هر بازه رسم کنید.

شتاب متوسط در بازه صفر تا t_1 ، t_1 تا t_2 ، t_2 تا t_3

تا t_3 برابر شیب خط واصل مشخص شده در نمودار است و با توجه به

نمودار $v-t$ ، شیب خط قاطع در بازه t_1 تا t_3 بیشتر است. از این‌رو شتاب متوسط

در این بازه بزرگ‌تر است.

B ۲۱۸ ۴

یادآوری بنا به قانون دوم نیوتون نیروی خالص وارد بر جسم برابر $F=ma$ است.

خط فکری

بررسی تغییرات شتاب باید تغییرات شیب خط مماس بر نمودار $v-t$ را بررسی کنیم و برای

از لحظه t_1 تا t_2 شیب خط مماس یعنی شتاب و در

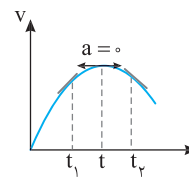
نتیجه نیرو در حال کاهش بوده تا به صفر برسد از

t به بعد قدرمطلق شیب خط مماس بر نمودار در

حال افزایش است (خط مماس به حالت قائم

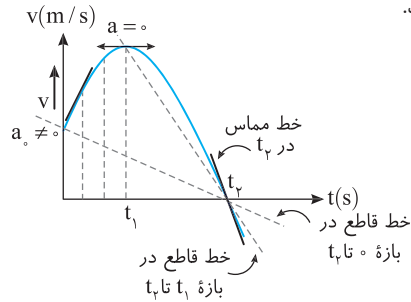
نزدیک می‌شود) بنابراین بزرگی شتاب در حال

افزایش یعنی بزرگی نیرو در حال افزایش است.



B ۲۲۶ ۴

مطابق شکل در بازه صفر تا t_1 سرعت متحرک در حال افزایش است و گزینه (۱) نادرست است.

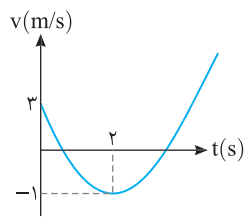


یادآوری: شیب خط مماس بر نمودار $v-t$ برابر شتاب لحظه‌ای است. در لحظه $t=0$ شیب خط مماس بر نمودار با قدرمطلق شیب خط مماس در لحظه t_1 برابر نیست و گزینه (۲) نادرست است.

در بازه صفر تا t_1 شیب خط مماس بر نمودار مثبت و شتاب مثبت است و در بازه t_1 تا t_2 شیب خط مماس بر نمودار منفی و شتاب منفی است از این رو گزینه (۳) نادرست است.

یادآوری: شیب خط قاطع بین دو لحظه در نمودار $v-t$ برابر شتاب متوسط است. با رسم خط قاطع در بازه 0 تا t_1 و t_1 تا t_2 مشخص است که قدرمطلق شیب خط قاطع در بازه 0 تا t_1 تا بزرگ‌تر از شیب خط قاطع در بازه صفر تا t_2 است، بنابراین شتاب متوسط آن بیشتر و گزینه (۴) درست است.

B ۲۲۷ ۱



خط فکری: به نظر می‌رسد راهی به جز به دست آوردن معادله سرعت - زمان به کمک اعداد روی نمودار نداریم. بعد از نوشتن معادله حرکت در لحظه $t=1s$ و $t_1=Vs$ سرعت‌ها را به دست می‌آوریم و شتاب متوسط را حساب می‌کنیم.

۱ در لحظه $t=0$ ، سرعت $+3m/s$ است بنابراین

$$v = at^2 + bt + c \Rightarrow 3 = 0 + 0 + c \Rightarrow c = 3$$

$$t = -\frac{b}{2a} \Rightarrow 2 = -\frac{b}{2a} \Rightarrow b = -4a \quad (1) \quad \text{مختصات رأس سهمی}$$

۳

$$v = at^2 + bt + 3 \xrightarrow{t=2s, v=-1m/s} -1 = 4a + 2b + 3 \Rightarrow 4a + 2b = -4 \quad (2)$$

از رابطه (۱) در رابطه (۲) جای گذاری می‌کنیم.

$$4a + 2(-4a) = -4 \Rightarrow -4a = -4 \Rightarrow a = 1, \quad b = -4 \times 1 = -4$$

$$v = t^2 - 4t + 3 \quad \text{معادله سرعت - زمان خواهد شد} \quad (4)$$

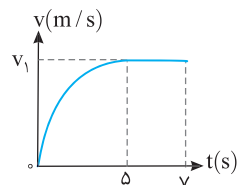
۵ سرعت در لحظه‌های $t_1=1s$ و $t_2=Vs$ را حساب می‌کنیم.

$$t=1s \Rightarrow v=0, \quad t=Vs \Rightarrow v=49-28+3 \Rightarrow v=24m/s$$

۶ شتاب متوسط برابر است با:

$$a_{av} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} \Rightarrow a_{av} = \frac{24 - 0}{V - 1} \Rightarrow a_{av} = 4m/s^2$$

B ۲۲۸ ۱



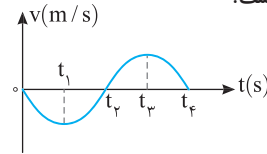
۱ با توجه به نمودار در بازه 0 تا $5s$ سرعت متحرک تغییر نکرده است و بنا به رابطه سرعت ثابت خواهیم داشت:

$$\Delta x = v_1 \Delta t \Rightarrow 18 = v_1 \times 2 \Rightarrow v_1 = 9m/s$$

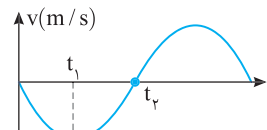
۲ شتاب متوسط برابر است با:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow a_{av} = \frac{9 - 0}{5} = 1.8m/s^2$$

پایه سوال: نمودار سرعت - زمان متحرکی که روی محور x ها در حرکت است. مطابق شکل زیر است. در بازه زمانی t_1 تا t_2 حرکت متحرک شونده و علامت شتاب است.



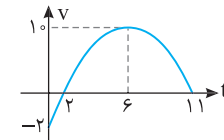
- (۱) تند، منفی
- (۲) تند، مثبت
- (۳) کند، مثبت
- (۴) کند، منفی



پایه سوال: در بازه t_1 تا t_2 اندازه سرعت در حال کاهش است و در t_2 سرعت صفر می‌شود، بنابراین حرکت کندشونده است اما شیب خط مماس بر نمودار در این بازه مثبت است. (علامت سرعت در این بازه منفی و علامت شتاب مثبت است ($av < 0$) و حرکت کندشونده است.) **گزینه ۳**

A ۲۲۲ ۲

خط فکری: هرگاه تندی متحرک (اندازه سرعت) در حال کاهش باشد حرکت کندشونده و هرگاه تندی در حال افزایش باشد حرکت تندشونده است از این رو شما باید به تغییر اندازه سرعت دقت کنید.



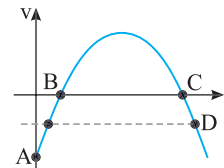
۱ در بازه صفر تا $2s$ اندازه سرعت از $2m/s$ به صفر می‌رسد؛ حرکت کندشونده است.

۲ در بازه $6s$ تا $11s$ سرعت از $10m/s$ به صفر می‌رسد و حرکت کندشونده است.

۳ جمعاً به مدت $2s + 5s = 7s$ حرکت کندشونده است.

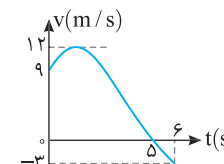
۴ از $2s$ تا $6s$ سرعت از صفر به $10m/s$ رسیده است؛ بنابراین $4s$ حرکت تندشونده است.

A ۲۲۳ ۴



در لحظات B و C که نمودار سرعت محور زمان را قطع کرده سرعت متحرک صفر شده یعنی متحرک به طور لحظه‌ای ساکن است. در لحظه A بزرگی سرعت در حال کوچک‌تر شدن است و سرعت به سمت صفر می‌رود. بنابراین در این لحظه حرکت کندشونده است و در لحظه D بزرگی سرعت در حال افزایش می‌باشد پس حرکت در این لحظه تندشونده است.

A ۲۲۴ ۲

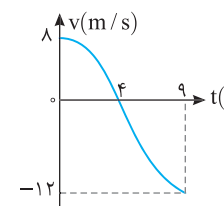


با توجه به تعریف شتاب متوسط، $a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$

کافی است در لحظه $t=0$ و $t=6s$ از روی نمودار سرعت متحرک را مشخص کرده و در رابطه شتاب متوسط قرار دهیم.

$$a_{av} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{-3 - 9}{6 - 0} = -2m/s^2$$

A ۲۲۵ ۴



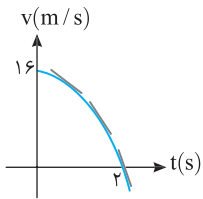
در بازه زمانی که اندازه سرعت در حال کاهش است حرکت کندشونده است بنابراین با توجه به نمودار سرعت - زمان در بازه صفر تا $4s$ حرکت کندشونده است و سرعت از 8 متر بر ثانیه به صفر متر بر ثانیه می‌باشد و در بازه $4s$ تا $9s$ اندازه سرعت از صفر به $12m/s$ در

خلاف جهت محور می‌رسد یعنی تندی افزایش می‌یابد و حرکت تندشونده است. از این رو در بازه صفر تا $4s$ و $4s$ تا $9s$ شتاب متوسط خواهد شد:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow \begin{cases} a_{av \text{ تندشونده}} = \frac{-12 - 0}{4 - 0} = -3m/s^2 \\ a_{av \text{ کندشونده}} = \frac{0 - 8}{9 - 4} = -1.6m/s^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_{av \text{ تندشونده}} = \frac{6}{5} \\ a_{av \text{ کندشونده}} = \frac{8}{5} \end{cases}$$

۲ ۲۳۳ A

خط فکری برای بررسی نوع حرکت شما باید نمودار سرعت - زمان را رسم کنید سپس تمام گزینه‌ها را به کمک نمودار رسم شده بررسی کنید.



۱. معادله سرعت - زمان $v = 16 - 4t^2$ تابع درجه ۲ بوده و نمودار آن سهمی است. نمودار $v-t$ را رسم می‌کنیم:

$$v = 16 - 4t^2 \Rightarrow v = 4(4 - t^2)$$

$$v = 0 \Rightarrow t = 2s$$

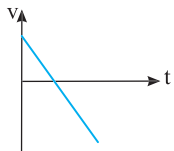
۲. با توجه به شیب خط مماس بر نمودار، در کل مسیر این شیب منفی است. پس شتاب متحرک در طول مسیر در خلاف جهت محور Xها است، بنابراین گزینه (۱) نادرست است.

۳. با توجه به نمودار از صفر تا ۲s سرعت متحرک مثبت است یعنی متحرک در جهت مثبت محور X در حرکت است و پس از $t = 2s$ سرعت متحرک منفی می‌شود یعنی متحرک در جهت منفی محور X حرکت می‌کند و به حرکت خود ادامه می‌دهد، بنابراین گزینه (۲) درست است.

۴. با توجه به نمودار قبل از $t = 2s$ تندی در حال کاهش و نوع حرکت کندشونده و بعد از $t = 2s$ تندی جسم در حال افزایش و حرکت تندشونده است، بنابراین گزینه (۳) نادرست است.

۵. نوع حرکت در لحظه $t = 2s$ از کندشونده به تندشونده تغییر می‌کند، اما قبل و بعد از $t = 4s$ حرکت تندشونده است، بنابراین گزینه (۴) نادرست است.

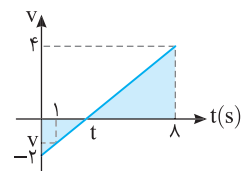
۲ ۲۳۴ A



نمودار سرعت - زمان خط راست بوده از این رو در تمام لحظات شیب آن ثابت بوده یعنی شتاب حرکت در تمام مدت ثابت است از طرفی شیب نمودار منفی است از این رو شتاب ثابت و منفی است.

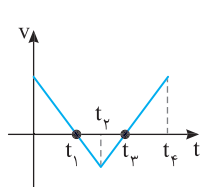
۱ ۲۳۵ A

شیب خط نمودار را نوشته و سرعت در لحظه $t = 1s$ را حساب می‌کنیم.

$$\frac{4 - (-2)}{8 - 0} = \frac{v - (-2)}{1 - 0} \Rightarrow \frac{6}{8} = \frac{v + 2}{1} \Rightarrow \frac{3}{4} = v + 2 \Rightarrow 4v + 8 = 3 \Rightarrow v = -\frac{5}{4} \text{ m/s}$$


بنابراین سرعت $-\frac{5}{4} \text{ m/s}$ و به دلیل منفی بودن سرعت متحرک خلاف جهت محور X در حال حرکت است.

۳ ۲۳۶ A



خط فکری هرگاه سرعت مثبت است متحرک در جهت محور Xها حرکت کرده و اگر سرعت منفی باشد متحرک خلاف جهت محور Xها حرکت می‌کند. هم‌چنین اگر نمودار به محور افقی نزدیک شود بزرگی سرعت در حال کاهش می‌باشد و حرکت کندشونده و اگر نمودار در حال دور شدن از این محور افقی باشد بزرگی سرعت در حال افزایش می‌باشد و حرکت تندشونده است.

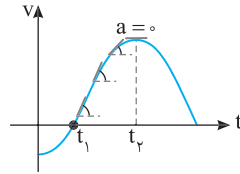
۱. در بازه صفر تا t_1 سرعت مثبت و حرکت در جهت مثبت محور Xها بوده و گزینه (۱) نادرست است.

۲. در بازه t_1 تا t_2 سرعت منفی و متحرک در خلاف جهت محور Xها در حال حرکت است از طرفی بزرگی سرعت (تندی متحرک) در حال افزایش یعنی حرکت تندشونده است و گزینه (۲) نادرست است.

۳. در بازه t_2 تا t_3 سرعت منفی و جهت حرکت خلاف جهت محور Xها است و تندی (اندازه سرعت) در حال کاهش است به‌طوری که در نقطه t_3 سرعت صفر می‌شود یعنی حرکت کندشونده است و گزینه (۳) درست است.

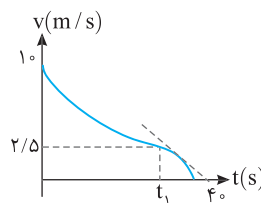
۴. در بازه t_3 تا t_4 سرعت مثبت بوده و گزینه (۴) نادرست است.

۳ ۲۲۹ A



در بازه صفر تا t_1 تندی جسم در حال کاهش بوده و در لحظه t_1 تندی صفر می‌شود یعنی در این بازه حرکت کندشونده است در بازه t_1 تا t_2 سرعت در حال افزایش بوده و حرکت تندشونده است در صورت سؤال پرسیده شده در مدتی که حرکت تندشونده است، شتاب چگونه تغییر می‌کند. با توجه به اینکه شیب خط مماس بر نمودار $v-t$ اندازه شتاب را مشخص می‌کند در بازه t_1 تا t_2 با رسم چند خط مماس مشخص می‌شود که شیب خط مماس در حال کاهش یعنی شتاب در حال کاهش است.

۱ ۲۳۰ B



۱. شتاب در لحظه t_1 یعنی شیب خط مماس در نمودار در لحظه t_1 شتاب لحظه‌ای را از روی نمودار حساب می‌کنیم.

$$a_{t_1} = \frac{0 - 2/5}{4 - t_1}$$

۲. شتاب متوسط در بازه t_1 خواهد شد:

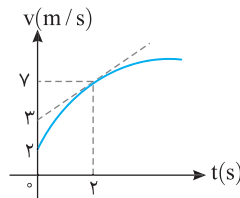
$$a_{av} = \frac{2/5 - 10}{t_1 - 0} = \frac{-7/5}{t_1}$$

۳. با توجه به فرض مسئله این دو شتاب را با هم برابر قرار می‌دهیم:

$$\frac{0 - 2/5}{4 - t_1} = \frac{2/5 - 10}{t_1 - 0} \Rightarrow \frac{-2/5}{4 - t_1} = \frac{-7/5}{t_1 - 0} \Rightarrow \frac{1}{4 - t_1} = \frac{3}{t_1}$$

$$\Rightarrow 12 - 3t_1 = t_1 \Rightarrow t_1 = 3s$$

۱ ۲۳۱ B



۱. شتاب لحظه‌ای برابر شیب خط مماس بر نمودار سرعت - زمان است، بنابراین برای شتاب لحظه‌ای در $t = 2s$ شیب خط مماس را در این لحظه به‌دست می‌آوریم.

$$a = \frac{7 - 3}{2} = 2 \text{ m/s}^2$$

۲. شتاب متوسط نیز در بازه صفر تا ۲s برابر است با:

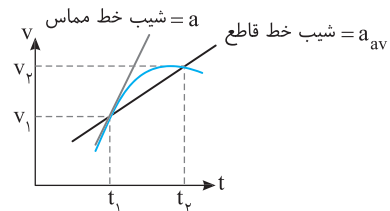
$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{7 - 2}{2} = 2.5 \text{ m/s}^2$$

$$\frac{a}{a_{av}} = \frac{2}{2.5} = 0.8$$

۳. نسبت شتاب‌ها را حساب می‌کنیم.

۲ ۲۳۲ B

یادآوری در نمودار سرعت - زمان، شیب خط قاطع بین دو لحظه برابر شتاب متوسط و شیب خط مماس بر نمودار برابر اندازه سرعت لحظه‌ای است.



خط فکری در نقاط بیشینه و کمینه نمودار سرعت - زمان، خط مماس موازی محور زمان بوده و شیب آن و در نتیجه شتاب حرکت صفر است. از طرفی معادله $v = t^2 - 8t + 12$ تابع درجه ۲ بوده و نمودار آن سهمی است، بنابراین شما تنها کافی است مختصات رأس سهمی $(t = -\frac{b}{2a})$ را حساب کنید.

در رأس سهمی شیب خط مماس صفر است، لحظه رأس سهمی را حساب می‌کنیم.

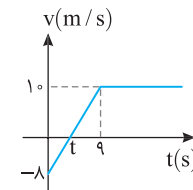
$$v = t^2 - 8t + 12, \quad t = -\frac{b}{2a} \Rightarrow t = \frac{8}{2} = 4s$$

۴ ۲۳۷ A

ابتدا لحظه‌ای که سرعت صفر می‌شود (t) را به کمک شیب خط به دست می‌آوریم:

$$\frac{10 - (-8)}{9 - 0} = \frac{0 - (-8)}{t - 0} \Rightarrow 2 = \frac{8}{t} \Rightarrow t = 4s$$

اکنون با داشتن لحظه‌ای که سرعت صفر می‌شود می‌توان گزینه‌ها را بررسی کرد.



با توجه به نمودار در لحظه $t = 3s$ بزرگی سرعت متحرک در حال کاهش است و در $t = 4s$ متحرک متوقف می‌شود، بنابراین در $t = 3s$ حرکت کندشونده و گزینه (۱) نادرست است.

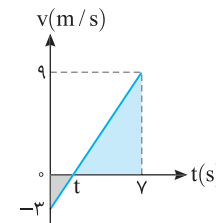
در بازه زمانی 0 تا $9s$ شیب خط نمودار $v-t$ تغییر نمی‌کند بنابراین شتاب در این بازه زمانی ثابت است پس در لحظه $t = 4s$ نیز شتاب تغییر نمی‌کند و گزینه (۲) نادرست است. در $t = 9s$ به بعد بزرگی سرعت ثابت و برابر $10 m/s$ باقی می‌ماند، بنابراین حرکت نه تندشونده و نه کندشونده است و گزینه (۳) نادرست است. در $t = 7s$ بزرگی سرعت متحرک در حال افزایش است و در $t = 9s$ سرعت متحرک به بیشینه مقدار خود یعنی $v = 10 m/s$ می‌رسد بنابراین در این لحظه حرکت تندشونده و گزینه (۴) درست است.

۴ ۲۳۸ A

نکته: اگر مکان اولیه متحرکی مشخص نباشد نمودار سرعت - زمان درباره مکان متحرک و هم چنین نزدیک یا دور شدن متحرک به مبدأ مکان اطلاعاتی به ما نمی‌دهد. با توجه به نکته بیان شده گزینه (۴) درست است.

۳ ۲۳۹ A

لحظه تغییر جهت، لحظه‌ای است که سرعت صفر شده و تغییر علامت می‌دهد. نسبت تشابه را برای دو مثلث رنگی می‌نویسیم و لحظه تغییر جهت را به دست می‌آوریم:



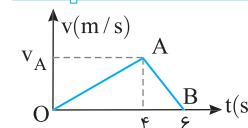
$$\frac{9}{3} = \frac{7-t}{t} \Rightarrow 3t = 7-t \Rightarrow t = \frac{7}{4}s$$

نمودار سرعت - زمان خط راست است و شیب آن ثابت است. از این رو شتاب حرکت در تمام بازه‌های زمانی ثابت و یکسان است و خواهد شد:

$$a = a_{av} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{9 - (-3)}{7} = \frac{12}{7} m/s^2$$

۳ ۲۴۰ A

یادآوری: شیب نمودار سرعت زمان برابر شتاب متحرک است. در هر قسمت شتاب را حساب می‌کنیم.



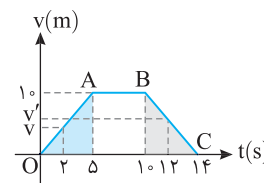
$$a_{avOA} = \frac{v_A - 0}{4 - 0} = \frac{v_A}{4}, \quad a_{avAB} = \frac{0 - v_A}{6 - 4} = \frac{-v_A}{2}$$

نسبت اندازه شتاب‌ها خواهد شد:

$$\frac{|a_{avOA}|}{|a_{avOB}|} = \frac{\frac{v_A}{4}}{\frac{v_A}{2}} = \frac{1}{2}$$

۱ ۲۴۱ B

خط فکری: باید به کمک شیب خط‌های OA و BC و لحظه‌های $t = 12s$ و $t = 2s$ حساب کرده سپس به کمک تعریف شتاب متوسط $a_{av} = \Delta v / \Delta t$ مسئله را حل کنید.



۱ به کمک شیب خط OA سرعت در لحظه $t = 2s$ را حساب می‌کنیم.

$$\frac{10 - 0}{5 - 0} = \frac{v - 0}{2 - 0} \Rightarrow 2 = \frac{v}{2} \Rightarrow v = 4 m/s$$

۲ شیب خط BC را نوشته سرعت در لحظه $t = 12s$ را به دست می‌آوریم.

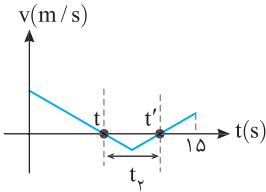
$$\frac{0 - 10}{14 - 10} = \frac{0 - v'}{14 - 12} \Rightarrow -\frac{10}{4} = \frac{-v'}{2} \Rightarrow v' = 5 m/s$$

۳ شتاب متوسط خواهد شد.

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v' - v}{\Delta t} = \frac{5 - 4}{12 - 2} = \frac{1}{10} m/s^2$$

۳ ۲۴۲ C

خط فکری: هرگاه سرعت مثبت



باشد متحرک در جهت محور Xها در حرکت است و هرگاه سرعت منفی باشد متحرک در خلاف جهت محور Xها حرکت می‌کند. از طرفی متحرک وقتی تغییر جهت می‌دهد که سرعت آن صفر می‌شود.

یعنی نمودار محور زمان را قطع می‌کند بنابراین بازه زمانی بین دو تغییر جهت با توجه به شکل بازه زمانی بین t تا t' ($t' - t$) دقت کنید در این بازه سرعت منفی است و در واقع طراحی از شما می‌خواهد که $t_2 = t' - t$ را از روی نمودار به دست آورید. در بازه صفر تا t' و t' تا $15s$ متحرک در جهت مثبت محور Xها و در بازه t' تا t متحرک در خلاف جهت محور Xها در حرکت بوده است.

$$t_1 = (t - 0) + (15 - t') = 15 + (t - t') \Rightarrow t_1 = 15 - t_2, \quad t_2 = t' - t$$

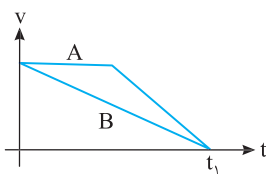
حال با توجه به نسبت داده شده در سؤال:

$$\frac{t_1}{t_2} = \frac{5}{4} \Rightarrow \frac{15 - t_2}{t_2} = \frac{5}{4} \Rightarrow 60 - 4t_2 = 5t_2 \Rightarrow 60 = 9t_2 \Rightarrow t_2 = \frac{20}{3} s$$

مدت زمان بین دو لحظه توقف همان $t' - t$ است که برابر با t_2 یعنی $\frac{20}{3} s$ است.

۱ ۲۴۳ B

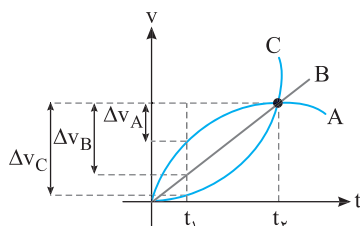
در بازه زمانی 0 تا t_1 تغییر سرعت دو متحرک A و B یکسان است و با توجه به تعریف شتاب متوسط ($a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$) شتاب متوسط دو متحرک در این بازه با هم برابر است.



۱ ۲۴۴ B

می‌خواهیم شتاب متوسط سه متحرک A, B, و C را در بازه زمانی t_1 تا t_2 با هم مقایسه کنیم. با توجه به تعریف شتاب متوسط ($a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$) ما باید تغییرات سرعت این سه متحرک را با هم مقایسه کنیم. با توجه به شکل در بازه زمانی t_1 تا t_2 تغییر سرعت متحرک A از متحرک B کمتر و تغییر سرعت متحرک B از تغییر سرعت متحرک C کمتر است.

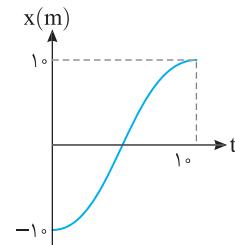
$$\Delta v_A < \Delta v_B < \Delta v_C \Rightarrow a_{avA} < a_{avB} < a_{avC}$$



۲ ۲۴۸ A

در لحظه $t=0$ مکان متحرک $x_1 = -1.0\text{m}$ و در لحظه $t=1.0\text{s}$ مکان متحرک $x_2 = +1.0\text{m}$ بوده بنابراین سرعت متوسط خواهد شد.

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v_{av} = \frac{1.0 - (-1.0)}{1.0 - 0} = 2\text{m/s}$$



برای به دست آوردن شتاب متوسط باید سرعت متحرک را در لحظه‌های $t=0$ و $t=1.0\text{s}$ از روی نمودار مشخص کنیم. در این دو لحظه خط مماس بر نمودار موازی محور زمان بوده و شیب خط مماس و در نتیجه سرعت در این لحظات صفر است، بنابراین شتاب متوسط برابر است با:

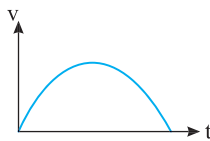
$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow a_{av} = 0$$

۱ ۲۴۹ A

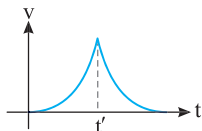
نکته: هرگاه جهت دهانه (تقعر) نمودار مکان - زمان به سمت بالا باشد شتاب حرکت مثبت و هرگاه جهت دهانه (تقعر) نمودار رو به پایین باشد، شتاب منفی است. **یادآوری:** هرگاه شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان مثبت باشد سرعت مثبت و متحرک در جهت مثبت محور در حال حرکت است و هرگاه شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان منفی باشد، سرعت منفی و متحرک در جهت منفی محور در حال حرکت است. در صورت مسئله بیان شده که سرعت اولیه مثبت باشد یعنی در لحظه $t=0$ شیب خط مماس بر نمودار مثبت باشد که در گزینه (۱) و (۳) این چنین است. از طرفی خواسته شده که شتاب در خلاف جهت محور x یعنی منفی باشد بنابراین دهانه (تقعر) نمودار باید رو به پایین باشد و گزینه (۱) درست است.

۲ ۲۵۰ B

ابتدا دقت کنید که نمودارهای داده شده، نمودار سرعت - زمان است. سپس به حل مسئله بپردازید. متحرک از حال سکون شروع به حرکت کرده و در نهایت نیز متوقف شده است پس در ابتدا و انتهای حرکت سرعت صفر است و گزینه (۱) نمی‌تواند جواب باشد. در نمودار گزینه (۲)، در تمام مدت نمودار بالای محور زمان بوده و سرعت متحرک مثبت است از طرفی در $t=0$ ، سرعت صفر است بنابراین گزینه (۲) درست است.



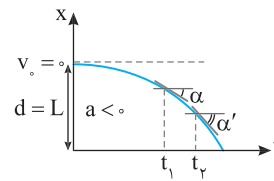
چون متحرک در جهت مثبت محور x در حرکت است پس سرعت باید مثبت باشد بنابراین گزینه (۳) نیز نادرست است. در لحظه t' در نمودار گزینه (۴) خط مماس قائم است پس شیب خط مماس در این نقطه که برابر شتاب می‌باشد ∞ است و این ناممکن است بنابراین گزینه (۴) نیز نادرست است اگرچه سرعت در ابتدا و انتها صفر است.



۴ ۲۵۱ A

متحرک از حال سکون شروع به حرکت کرده یعنی نمودار در لحظه $t=0$ باید بر محور زمان مماس باشد بنابراین گزینه (۱) و (۳) نادرست هستند. متحرک پس از مدتی متوقف شده و سپس در جهت مثبت محور به حرکت خود ادامه می‌دهد یعنی شیب خط مماس بر نمودار پس از تغییر جهت باید مثبت باشد بنابراین گزینه (۲) نادرست و گزینه (۴) درست است.

۴ ۲۴۵ A

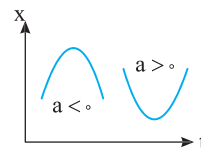


۱ متحرک روی محور x ها در خلاف جهت محور از حال سکون $v_0 = 0$ شروع به حرکت کرده است. ۲ دقت کنید در لحظه $t=0$ خط مماس بر نمودار موازی محور x ها است

و شیب خط مماس صفر و در نتیجه سرعت اولیه صفر است. (گزینه (۳) درست است). ۳ متحرک روی محور x ها تغییر جهت نداده بنابراین جابه‌جایی و مسافت طی شده یکسان است. در نتیجه تندی متوسط و سرعت متوسط برابر است. (گزینه (۱) درست است). ۴ به شکل دقت کنید در بازه t_1 تا t_2 شیب خط مماس بر نمودار بیشتر می‌شود بنابراین اندازه سرعت در لحظه t_2 از اندازه سرعت در لحظه t_1 بیشتر (منفی‌تر) است. در نتیجه:

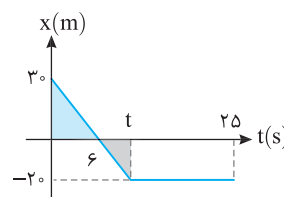
$$\Delta v = v_2 - v_1 \Rightarrow \Delta v < 0 \Rightarrow a < 0$$

هر دو لحظه دلخواه دیگری را که در نظر بگیرید، به همین نتیجه می‌رسید که شتاب منفی است و گزینه (۲) درست است.



میانبر: برای تعیین علامت شتاب از روی نمودار مکان - زمان کافی است به جهت تقعر (دهانه نمودار) دقت کنید اگر دهانه رو به بالا باشد شتاب مثبت و اگر رو به پایین باشد شتاب منفی است.

۴ ۲۴۶ B



۱ به کمک شیب نمودار لحظه t را حساب می‌کنیم.

$$\frac{-2.0 - 3.0}{t - 0} = \frac{-5.0}{6.0} \Rightarrow t = 1.0\text{s}$$

۲ سرعت متوسط در مدت 2.5s خواهد شد:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-2.0 - 3.0}{2.5} = -2\text{m/s}$$

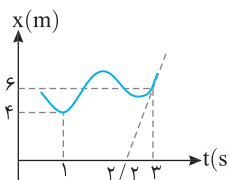
۳ سرعت در بازه صفر تا 6s ثابت است، بنابراین:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v = \frac{0 - 3.0}{6} = -0.5\text{m/s} \Rightarrow v_0 = -0.5\text{m/s}$$

شیب خط مماس بر نمودار در بازه $t=1.0\text{s}$ تا $t=2.5\text{s}$ ، صفر است بنابراین: $v_{2.5} = 0$ در نتیجه شتاب متوسط در مدت 2.5s خواهد شد:

$$a_{av} = \frac{0 - (-0.5)}{2.5} = 0.2\text{m/s}^2$$

۱ ۲۴۷ B



برای به دست آوردن شتاب متوسط در بازه $t=1\text{s}$ تا $t=3\text{s}$ باید سرعت را در این دو لحظه به دست بیاوریم. ۱ در $t=1\text{s}$ شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان موازی محور زمان بوده و سرعت لحظه‌ای صفر است ($v_1 = 0$)

۲ در $t=3\text{s}$ شیب خط مماس برابر است با:

$$v_2 = \frac{6 - 0}{3 - 2/2} = \frac{6}{1.5} = 4\text{m/s}$$

۳ در این صورت شتاب متوسط برابر است با:

$$a_{av} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{4 - 0}{3 - 1} = 2\text{m/s}^2$$

۲ جابه‌جایی متحرک (۲) با تندی 14 m/s در مدت 20 s را حساب می‌کنیم.

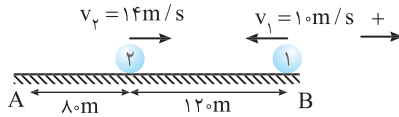
$$l_p = vt_p = 14 \times 20 = 280 \text{ m}$$

۳ یعنی متحرک (۲) 200 متر رفته و 80 m برگشته و در این لحظه متحرک (۱) از

نقطه B در حال برگشت است. یعنی فاصله دو متحرک از هم $200 - 80 = 120 \text{ m}$ است.

۴ اگر نقطه B را در این لحظه مبدأ مکان فرض کنیم با نوشتن معادله حرکت دو

متحرک و برابر قرار دادن معادله‌ها لحظه‌ای که به هم می‌رسند را به دست می‌آوریم.



$$\begin{cases} x_1 = -10t \\ x_2 = 14t - 120 \end{cases} \xrightarrow{x_1 = x_2} -10t = 14t - 120 \Rightarrow 24t = 120 \Rightarrow t_p = 5 \text{ s}$$

ملاقات دوم پس از $20 + 5 = 25 \text{ s}$ صورت می‌گیرد.

میابیم در قسمت آخر می‌توانستیم سرعت‌ها را با هم جمع کرده

$14 + 10 = 24 \text{ m/s}$ سپس زمانی که 120 m با این سرعت طی می‌شود را حساب کرد.

$$\Delta x = (v_1 + v_2)t \Rightarrow 120 = 24t \Rightarrow t = 5 \text{ s}, t_{\text{ج}} = 20 + 5 = 25 \text{ s}$$

۲ ۲۵۶

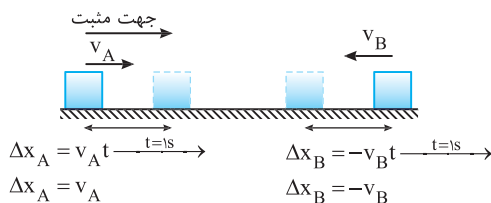
فرض اول: دو جسم با سرعت ثابت به سمت هم حرکت می‌کنند و در هر $16, 10 \text{ s}$ متر

به هم نزدیک می‌شوند، یعنی در هر ثانیه $1/6 \text{ m}$ به هم نزدیک‌تر می‌شوند با توجه به

شکل در هر ثانیه متحرک A به اندازه v_A در جهت مثبت و متحرک B، به اندازه

v_B در جهت منفی به هم نزدیک می‌شوند بنابراین:

$$\Delta x_{AB} = v_A - (-v_B) = 1/6 \Rightarrow v_A + v_B = 1/6 \text{ m/s} \quad (1)$$



فرض دوم: دو جسم با سرعت ثابت در یک جهت حرکت می‌کنند. متحرک A به اندازه

v_A و متحرک B به اندازه v_B در هر ثانیه جابه‌جا می‌شوند و چون در هر 5 s فاصله

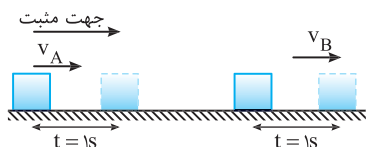
دو متحرک 3 متر اضافه می‌شود باید سرعت $v_B > v_A$ باشد. پس این دو متحرک در

هر ثانیه $0/6$ متر از هم دورتر خواهند شد:

$$\Delta x_{AB} = v_B - v_A \Rightarrow v_B - v_A = 0/6 \quad (2)$$

$$(1) \text{ و } (2) \Rightarrow \begin{cases} v_A + v_B = 1/6 \\ v_B - v_A = 0/6 \end{cases} \Rightarrow 2v_B = 2/2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} v_B = 1/1 \text{ m/s} \\ v_A = 0/5 \text{ m/s} \end{cases}$$



میابیم اگر دو متحرک در یک جهت در حال حرکت باشند می‌توان یکی از آن‌ها

را ساکن فرض کرد که دیگری با تندی $|v_A - v_B|$ نسبت به آن در حرکت است.

$$\Delta x = |v_A - v_B|t$$

و اگر دو متحرک در خلاف جهت هم در حال حرکت باشند آن‌گاه:

$$\Delta x = (v_A + v_B)t$$

۳ ۲۵۲

در ابتدا با گذر زمان، در بازه‌های زمانی یکسان جابه‌جایی خودرو در حال افزایش است بنابراین سرعت در حال افزایش است یعنی شیب خط مماس بر نمودار باید در حال افزایش باشد.



در ادامه مسیر در بازه‌های زمانی یکسان، جابه‌جایی‌ها کاهش یافته یعنی سرعت در حال کاهش است و مجدداً جابه‌جایی‌ها افزایش می‌یابد یعنی سرعت افزایش می‌یابد. در گزینه (۳) ابتدا شیب خط مماس افزایش، سپس کاهش و سرانجام افزایش می‌یابد.

۲ ۲۵۳

۱ بردار مکان متحرک زمانی تغییر جهت می‌دهد که متحرک از مبدأ مکان ($x=0$) عبور می‌کند، بنابراین مکان را مساوی صفر ($x=0$) قرار می‌دهیم:

$$x = t^3 - 3t^2 + 2t = 0 \Rightarrow t^3 - 3t^2 + 2t = 0 \Rightarrow t(t-1)(t-2) = 0$$

$$\Rightarrow t = 0, t = 1 \text{ s}, t = 2 \text{ s}$$

۲ دقت کنید در $t=0$ متحرک شروع به حرکت می‌کند پس در $t=0$ از مبدأ مکان

متحرک عبور نمی‌کند، بنابراین در لحظه‌های $t=1 \text{ s}$ و $t=2 \text{ s}$ تغییر بردار مکان رخ

داده است، اکنون در این دو لحظه سرعت را به کمک معادله سرعت - زمان داده شده

حساب می‌کنیم:

$$v_{t=1} = 3(1)^2 - 6(1) + 2 = v_{t=1} = -1 \text{ m/s}$$

$$v_{t=2} = 3(2)^2 - 6(2) + 2 = v_{t=2} = 2 \text{ m/s}$$

۳ شتاب متوسط حرکت را به دست می‌آوریم:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{2 - (-1)}{2 - 1} = 3 \text{ m/s}^2$$

۲ ۲۵۴

۱ مسئله ساده‌ای است. در مدت t

ثانیه جابه‌جایی هر متحرک را حساب

می‌کنیم. سرعت هر متحرک 1 m/s است. بنابراین:

$$d_A = 1t$$

$$d_B = 1t$$

۲ فاصله A تا B را به کمک رابطه فیثاغورس به دست آورده و برابر $32\sqrt{2} \text{ m}$

قرار می‌دهیم.

$$AB = \sqrt{d_A^2 + d_B^2} \Rightarrow 32\sqrt{2} = \sqrt{(1t)^2 + (1t)^2}$$

$$\Rightarrow 32\sqrt{2} = \sqrt{2}(1t) \Rightarrow t = 64 \text{ s}$$

۳ ۲۵۵

خط فکری آنچه مسلم است دیدار این دو متحرک برای اولین بار هنگامی است

که به سوی هم می‌روند و در بین راه یکدیگر ملاقات می‌کنند اما ملاقات دوم آن‌ها وقتی

است که دو متحرک به انتهای مسیر می‌رسند و برمی‌گردند و مجدداً بین راه یکدیگر را

ملاقات می‌کنند، بنابراین شما باید ابتدا زمان حرکت متحرک کندرو (۱) را از A تا B

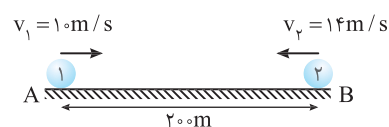
حساب کنید. در این مدت متحرک تندرو (۲) قطعاً از B به A رسیده و در حال برگشت

است و مقدار مسافتی که در برگشت طی می‌کند را به دست بیاورید، بنابراین به مراحل

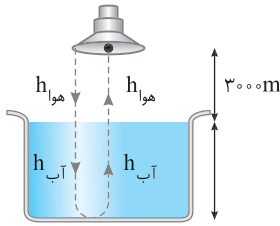
زیر با دقت توجه کنید.

۱ مدت زمان حرکت متحرک کندرو از A تا B خواهد شد:

$$d = vt = 200 = 10t_1 \Rightarrow t_1 = 20 \text{ s}$$



۱. تندی صوت در هوا ثابت و برابر 300 m/s است و مسافتی که صوت در هوا طی می‌کند برابر $2h = 600 \text{ m}$ است بنابراین زمان حرکت صوت در هوا را می‌توان به دست آورد.
 $\ell = vt \Rightarrow 2h_{\text{هوا}} = v_{\text{هوا}} \times t_{\text{هوا}} \Rightarrow 600 = 300 \times t_{\text{هوا}} \Rightarrow t_{\text{هوا}} = 2 \text{ s}$



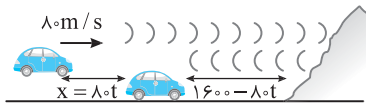
۲. صوت 2 s در هوا در حال حرکت است و بنابراین مدت $4 - 2 = 2 \text{ s}$ نیز در آب طی کرده است.

۳. اکنون عمق آب را حساب می‌کنیم.
 $\ell = vt \Rightarrow 2h_{\text{آب}} = 1200 \times 2 \Rightarrow 2h_{\text{آب}} = 2400 \Rightarrow h_{\text{آب}} = 1200 \text{ m} = 1.2 \text{ km}$

C ۱ ۲۶۰

اگر زمانی که طول می‌کشد تا راننده صدای پژواک را بشنود برابر t فرض کنیم در این مدت خودرو با تندی 80 m/s مسافت $x = 80t$ جلو می‌آید و صوت نیز مسافت $x = 1600 + 1600 - x$ یعنی $3200 - x$ را طی می‌کند بنابراین می‌توان نوشت:

$$\ell_{\text{صوت}} = v_{\text{صوت}} t \Rightarrow 3200 - x = 320t \xrightarrow{x=80t} 3200 - 80t = 320t \Rightarrow 3200 = 400t \Rightarrow t = 8 \text{ s}$$



B ۴ ۲۶۱

خط فکری اگر شما از یک پله برقی که در حال بالا رفتن است بالا بروید قطعاً زمان رسیدن شما به انتهای پله کمتر از زمانی است که روی پله برقی بایستید. در واقع در حالت اول تندی حرکت شما با تندی حرکت پله جمع می‌شود و اگر زمان حرکت پله t_1 ، زمانی که شما از پلکان ساکن بالا می‌روید t_2 و زمان حرکت پله و شما با هم t فرض شود. به کمک جمع تندی‌ها مسئله قابل حل است.

$$v = v_1 + v_2 \xrightarrow{v = \frac{\ell}{t}} \frac{\ell}{t} = \frac{\ell}{t_1} + \frac{\ell}{t_2} \xrightarrow{t_1 = 1 \text{ min}, t_2 = 3 \text{ min}} \frac{1}{t} = \frac{1}{1} + \frac{1}{3} = \frac{4}{3} \Rightarrow t = \frac{3}{4} \text{ min} \Rightarrow t = 45 \text{ s}$$

B ۳ ۲۶۲

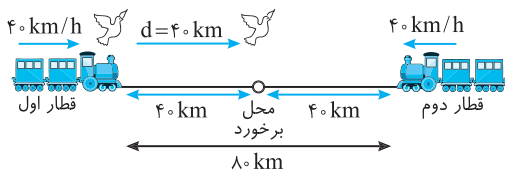
خط فکری مجدداً با مسئله‌ای سروکار داریم که در آن از شما مقایسه مسافت طی شده و جابه‌جایی خواسته شده است. ابتدا شما باید مدت زمان حرکت دو قطار از لحظه‌ای که فاصله آن‌ها از هم 80 km بوده تا لحظه‌ای که به هم برخورد می‌کنند را بیابید سپس مسافت و جابه‌جایی در این مدت را به دست بیاورید.

۱. سرعت حرکت هر قطار 40 km/h است یعنی در هر ساعت هر قطار 40 km جابه‌جا می‌شود که جمعاً 80 km شده در نتیجه دو قطار پس از 1 h به هم برخورد می‌کنند.
 ۲. در مدت 1 h پرنده با تندی 60 km/h مسافتی که طی می‌کند برابر است با:

$$\ell = vt \Rightarrow \ell = 60 \times 1 = 60 \text{ km}$$

۳. به شکل دقت کنید. جابه‌جایی پرنده از محل شروع پرواز تا محل برخورد برابر است. $d = 60 \text{ km}$

۴. نسبت ℓ به d خواهد شد:

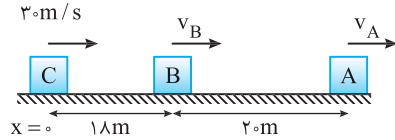


C ۲ ۲۵۷

خط فکری شکل مسئله را رسم کنید و داده‌های مسئله را روی شکل به طور کامل نمایش دهید. سپس معادله حرکت هریک از سه متحرک را بنویسید آن‌گاه مرحله به مرحله مسئله را حل کنید.

۱. اگر مکان C را مبدأ مکان و سمت راست را جهت مثبت در نظر بگیریم، معادله حرکت هر متحرک خواهد شد:

$$x_C = 3t, \quad x_B = v_B t + 18, \quad x_A = v_A t + 38$$



۲. در لحظه $t = 3 \text{ s}$ متحرک‌های B و C به هم رسیده‌اند بنابراین معادله‌های حرکت C و B را برابر قرار داده و v_B را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} x_C = 3(3) \\ x_B = 3v_B + 18 \end{cases} \xrightarrow{x_C = x_B} 9 = 3v_B + 18 \Rightarrow 3v_B = 9 - 18 = -9 \Rightarrow v_B = -3 \text{ m/s}$$

۳. دو ثانیه پس از $t = 3 \text{ s}$ یعنی در لحظه $t = 5 \text{ s}$ متحرک‌های A و C به هم رسیده‌اند از این رو x_A را برابر x_C قرار داده و سرعت A (v_A) را حساب می‌کنیم:

$$\begin{cases} x_C = 3(5) \\ x_A = 5v_A + 38 \end{cases} \xrightarrow{x_C = x_A} 15 = 5v_A + 38 \Rightarrow 5v_A = 15 - 38 = -23 \Rightarrow v_A = -4.6 \text{ m/s}$$

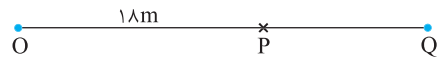
۴. اکنون با برابر قرار دادن معادله A و B زمان رسیدن B به A را به دست می‌آوریم.

$$\begin{cases} x_B = 24t + 18 \\ x_A = 22t + 38 \end{cases} \xrightarrow{x_A = x_B} 24t + 18 = 22t + 38 \Rightarrow 2t = 20 \Rightarrow t = 10 \text{ s}$$

۵. پس در لحظه $t = 12/5 \text{ s}$ متحرک B به A می‌رسد یعنی $\Delta t = 12/5 - 5 = -7/5 \text{ s}$ بعد از سبقت C از A این اتفاق می‌افتد.

B ۳ ۲۵۸

۱. متحرک A از نقطه P شروع به حرکت کرده، 4 s بعد متحرک B از نقطه O به راه می‌افتد و بعد از 4 s با متحرک A، از نقطه Q می‌گذرد. بنابراین مدت زمان حرکت A تا P به اندازه $4 + 4 = 8 \text{ s}$ طول کشیده است.



۲. سرعت A ثابت و برابر 5 m/s است. بنابراین فاصله Q تا P خواهد شد.

$$\Delta x = vt \Rightarrow PQ = 5 \times 8 = 40 \text{ m}$$

۳. متحرک B مسیر OQ را در مدت 4 s طی کرده است. بنابراین OQ را حساب می‌کنیم. با توجه به شکل:

$$OQ = OP + PQ = 18 + 40 = 58 \text{ m}$$

۴. سرعت B خواهد شد:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v_B = \frac{58}{4} \Rightarrow v_B = 14.5 \text{ m/s}$$

B ۱ ۲۵۹

خط فکری صوت از فرستنده به سمت آب می‌رود سپس وارد آب شده به یک اقیانوس برخورد کرده و به سطح آب بازمی‌گردد و وارد هوا شده و به محل گیرنده می‌رسد. یعنی در طول مسیر حرکت صوت از دو بخش $2h_{\text{هوا}}$ و $2h_{\text{آب}}$ تشکیل شده است. بنابراین شما ابتدا باید مدت زمان حرکت صوت در هوا را به دست آورده و این زمان را از 4 s کل حرکت کم کنید تا بتوانید عمق آب را حساب کنید.

B ۲۶۳ ۲

این نوع پرسش‌ها به مبحث جمع سرعت‌ها مربوط است. وقتی شناگر در جهت جریان آب شنا می‌کند، سرعت شناگر نسبت به ساحل برابر جمع اندازه سرعت‌ها می‌شود ($v_S + v_W$) و هنگامی که در خلاف جهت جریان آب شنا می‌کند، سرعت شناگر نسبت به ساحل برابر تفاضل اندازه سرعت‌ها می‌شود ($v_S - v_W$)، بنابراین می‌توان نوشت:

$$\Delta x = v \Delta t \Rightarrow \begin{cases} 900 = (v_S + v_W)(90) \Rightarrow v_S + v_W = 10 \\ 900 = (v_S - v_W)(150) \Rightarrow v_S - v_W = 6 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{v_S + v_W}{v_S - v_W} = \frac{10}{6} = \frac{5}{3} \Rightarrow 3v_S + 3v_W = 5v_S - 5v_W \Rightarrow 8v_W = 2v_S$$

$$\Rightarrow \frac{v_S}{v_W} = 4$$

B ۲۶۴ ۲

۱ مدت زمان بازه زمانی $t_1 = \frac{1}{4}s$ تا $t_2 = \frac{5}{4}s$ برابر $\frac{5}{4} - \frac{1}{4} = 1s$ است.

۲ ذره در هر ۲s یک دور کامل می‌چرخد، بنابراین در مدت ۱s، ذره نیم دور می‌چرخد. به‌طور مثال از نقطه A با تندی ثابت 10 m/s به نقطه B می‌رود.

۳ بردار سرعت در هر نقطه بر مسیر حرکت مماس است، بردارهای سرعت دو نقطه A و B را رسم می‌کنیم.

۴ اگر اندازه سرعت در نقطه A، 10 m/s باشد در نقطه B سرعت -10 m/s بوده و تغییرات سرعت خواهد شد:

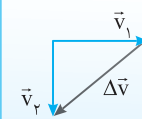
$$|\Delta v| = |-10 - 10| = 20 \text{ m/s}$$

۵ شتاب متوسط را حساب می‌کنیم.

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{20}{1} \Rightarrow a_{av} = 20 \text{ m/s}^2$$

C ۲۶۵ ۲

یادداشت ریاضی برای نشان دادن بردار تفاضل دو بردار $(\vec{v}_2 - \vec{v}_1)$ ، دو بردار را مطابق شکل از یک نقطه رسم کرده سپس از انتهای بردار اول (\vec{v}_1) برداری به انتهای بردار دوم (\vec{v}_2) رسم می‌کنیم.



۱ ابتدا محیط دایره را به‌دست می‌آوریم.

$$\ell = 2\pi r \quad r = 20 \text{ m} \Rightarrow \ell = 2\pi \times 20 = 40\pi \text{ m}$$

۲ زمان یک دور زدن متحرک که با تندی $10\pi \text{ m/s}$ محیط دایره را طی می‌کند، خواهد شد:

$$s = \frac{\ell}{\Delta t} \Rightarrow 10\pi = \frac{40\pi}{t} \Rightarrow t = 4s$$

۳ اکنون باید مشخص کنیم که در هر ثانیه متحرک روی دایره چه مقدار می‌چرخد؟ از یک تناسب ساده کمک می‌گیریم.

$$\frac{4s}{1s} \mid \text{دور } 1 \Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{?}{1}$$

۴ $\frac{1}{4}$ محیط دایره یعنی متحرک کمان (90°) طی می‌کند و به‌طور مثال از نقطه

A در سوی نشان داده شده به نقطه B می‌رود.

۵ بردار سرعت در نقطه A و B را مماس بر

دایره رسم می‌کنیم.

۶ تغییر بردار سرعت را به کمک رابطه

فیثاغورس به‌دست می‌آوریم.

$$\Delta v = \sqrt{v_A^2 + v_B^2} = \sqrt{(10\pi)^2 + (10\pi)^2}$$

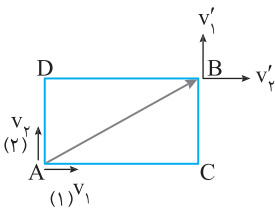
$$\Rightarrow \Delta v = 10\sqrt{2}\pi \text{ m/s}$$

۷ شتاب متوسط خواهد شد:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow a_{av} = \frac{10\sqrt{2}\pi}{1} = 10\sqrt{2}\pi \text{ m/s}^2$$

C ۲۶۶ ۱

گزاره (الف): طول مسیر و تندی حرکت دو متحرک یکسان است بنابراین زمان حرکت از A تا B روی دو مسیر برابر است. از طرفی جابه‌جایی هر دو متحرک برابر AB است. بنابراین $\vec{d}_{av} = \vec{d}$ یکسان بوده و

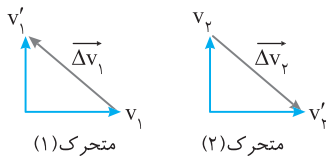


بردار سرعت متوسط یکی است و گزاره (الف) درست است.

گزاره (ب): همان‌گونه که در بالا بیان کردیم طول مسیر، تندی حرکت دو متحرک و زمان حرکت یکسان بوده و در نتیجه تندی متوسط در کل مسیر $(s_{av} = \ell / \Delta t)$ برابر

است و گزاره (ب) درست است.

گزاره (پ): به شکل دقت کنید. بردار تغییر سرعت متحرک (۱) و متحرک (۲) به‌صورت زیر است:



بردار شتاب متوسط $(\vec{a}_{av} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t})$ هم جهت بردار تغییرات سرعت است. بردار

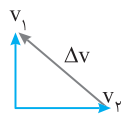
تغییرات سرعت قرینه هم بوده بنابراین بردار شتاب متوسط دو متحرک نیز قرینه هم بوده و گزاره (پ) نادرست است.

B ۲۶۷ ۲

یادآوری ریاضی بردار تغییر سرعت

$$v_2 - v_1 = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$$

به انتهای v_2 مطابق شکل رسم می‌شود.

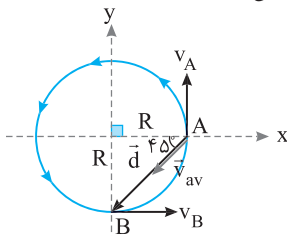


یادآوری بردار سرعت متوسط در جهت بردار جابه‌جایی است و بردار شتاب متوسط در جهت بردار تغییر سرعت است.

نکته سرعت در هر نقطه بر مسیر مماس است.

خط فکری باید بردار جابه‌جایی و بردار سرعت در نقاط A و B را رسم کرده سپس بردار سرعت متوسط و بردار شتاب متوسط را رسم کنید و زاویه بین آن‌ها را حساب کنید.

۱ بردار جابه‌جایی از A تا B را رسم می‌کنیم $\vec{d} = \vec{AB}$. این بردار با امتداد افقی مطابق شکل زاویه 45° می‌سازد.



۲ بردارهای \vec{v}_A و \vec{v}_B را از یک نقطه مطابق

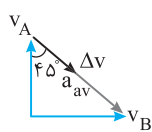
شکل رسم می‌کنیم. سپس بردار تغییر سرعت را از انتهای \vec{v}_A به انتهای \vec{v}_B می‌کشیم. این بردار با

امتداد قائم زاویه 45° می‌سازد.

۳ از این‌رو زاویه بین بردار \vec{d} و $\Delta \vec{v}$ یعنی

همان زاویه بین بردار سرعت متوسط و بردار شتاب

متوسط 90° می‌شود.

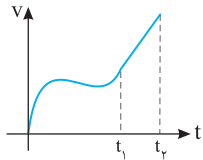


۵ اندازة شتاب در بازه صفر تا t_p نیز خواهد شد: $|a_{av_p}| = \frac{|v-0|}{t_p-0} = \frac{v}{t_p}$

بنابراین در بازه t_p تا t_p شتاب متوسط از بقیه بازه‌ها بیشتر است.

۲ ۲۷۱ B

خط فکری دقت کنید با نمودار سرعت - زمان سروکار داریم، از طرفی اگر در یک بازه زمانی در هر لحظه سرعت لحظه‌ای از سرعت لحظه‌ای تمام لحظات بازه زمانی دیگر بیشتر باشد قطعاً سرعت متوسط در بازه زمانی اول از سرعت متوسط در بازه زمانی دوم بیشتر است. به نمودار نگاه کنید. در تمام لحظه‌های صفر تا t_1



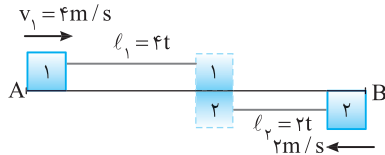
سرعت لحظه‌ای از سرعت در تمام لحظه‌های t_1 تا t_2 کمتر است، بنابراین قطعاً سرعت متوسط در بازه صفر تا t_1 از سرعت متوسط در بازه t_1 تا t_2 کمتر است و گزینه (۲) درست است.

۱ ۲۷۲ B

۱ مسافتی که هر متحرک در مدت می‌پیماید تا دو متحرک به هم برسند t خواهد شد:

متحرک (۱): $l = vt \Rightarrow l_1 = 4t$

متحرک (۲): $l_p = v_p t \Rightarrow l_p = 2t$



۲ طول مسیر حرکت برابر است با: $AB = l_1 + l_p = 4t + 2t \Rightarrow AB = 6t$

۳ مدت زمانی که متحرک (۱) مسیر AB را طی می‌کند حساب می‌کنیم:

$AB = v_1 t_1 \Rightarrow 6t = 4t_1 \Rightarrow t_1 = 1/5 t$

۴ مدت زمانی که متحرک (۲) از B به A می‌رود خواهد شد:

$AB = v_p t_p \Rightarrow 6t = 2t_p \Rightarrow t_p = 3t$

۵ بنابراین فرض مسئله اختلاف زمانی t_1 و t_p برابر t' است. از این رو:

$t' = t_p - t_1 = 3t - 1/5 t = 14/5 t \Rightarrow t' = 14/5 t$

پنجره ۱ روبه‌روی ۲

۳ ۲۷۲ A

۱ مکان متحرک در لحظه $t=0$ (مکان اولیه متحرک) خواهد شد:

$x = at^2 + bt + 2 \xrightarrow{t=0} x = +2m$

لحظه تغییر جهت یعنی لحظه گذر از مبدأ مکان ($x=0$) بنابراین متحرک از مکان

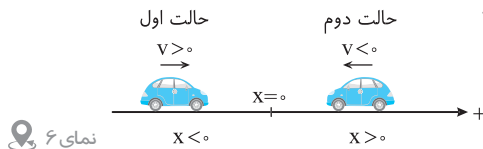
$+2m$ به $x=0$ می‌رود و جابه‌جایی آن $-2m$ است. نمای ۱

۲ ۲۷۲ A

۲ وقتی متحرک در حال نزدیک شدن به مبدأ است دو حالت دارد.

حالت اول: سرعت متحرک مثبت و مکان آن منفی باشد یعنی متحرک از مکان‌های منفی ($x < 0$) در جهت مثبت محور در حال حرکت باشد. ($v > 0$) بنابراین حاصل ضرب $xv < 0$ می‌شود.

حالت دوم: سرعت متحرک منفی و مکان آن مثبت باشد یعنی متحرک از مکان‌های مثبت ($x > 0$) در جهت منفی محور در حال حرکت باشد ($v < 0$) در این صورت نیز $xv < 0$ می‌شود.

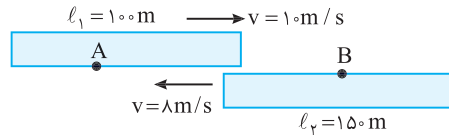


نمای ۲

۱ ۲۶۸ A

به شکل زیر به دقت نگاه کنید. حال خود را به جای ناظر A قرار دهید که از پنجره به بیرون نگاه می‌کند. این ناظر قطار ۱۵۰ متری را می‌بیند که از جلوی چشمانش می‌گذرد. خود را ساکن فرض کنید قطار ۱۵۰ متری با سرعت $v_1 + v_p = 10 + 8 = 18 m/s$ از مقابل

دیدگان شما می‌گذرد و زمان عبور آن از مقابل شما خواهد شد: $v = \frac{l}{t} \Rightarrow t_1 = \frac{l}{v} = \frac{150}{18}$

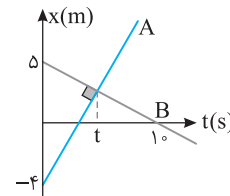


اکنون خود را جای ناظر B قرار دهید چه طولی از قطار از مقابل شما می‌گذرد؟ حق با شماست ۱۰۰ متر از جلوی شما با سرعت $18 m/s$ نسبت به شما می‌گذرد، بنابراین زمان عبور قطار از مقابل ناظر B برابر خواهد شد با: $t_p = \frac{l}{v} \Rightarrow t_p = \frac{100}{18}$

نسبت $\frac{t_1}{t_p}$ برابر است با: $\frac{t_1}{t_p} = \frac{18}{100} \Rightarrow \frac{t_1}{t_p} = 1/5$

۴ ۲۶۹ B

یادآوری ریاضی هرگاه دو خط A و B با شیب‌های m_B و m_A بر هم عمود باشند، آن‌گاه $m_A m_B = -1$ است.



۱ شیب نمودار مکان-زمان برابر سرعت متحرک است. با توجه به نمودار، شیب خط B را به دست می‌آوریم:

$m_B = \frac{-5}{10} = -\frac{1}{2} \Rightarrow v_B = -\frac{1}{2} m/s$

۲ شیب نمودار A یعنی سرعت A خواهد شد:

$m_A = -\frac{1}{m_B} \Rightarrow m_A = 2 \Rightarrow v_A = 2 m/s$

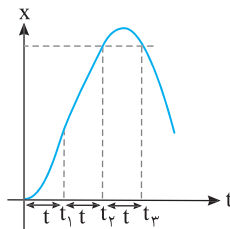
۳ معادله حرکت دو متحرک را نوشته و مکان‌ها را مساوی قرار می‌دهیم تا زمان رسیدن دو متحرک را به دست آوریم.

$$\begin{cases} x_A = 2t - 4 \\ x_B = -\frac{1}{2}t + 5 \end{cases} \xrightarrow{x_A = x_B} 2t - 4 = -\frac{1}{2}t + 5 \Rightarrow \frac{5}{2}t = 9 \Rightarrow t = 3/6 s$$

۴ مکان به هم رسیدن دو متحرک برابر خواهد شد با:

$x = 2t - 4 \Rightarrow x = 7/2 - 4 = 3/2 m$

۱ ۲۷۰ B



۱ نمودار از t_1 تا t_3 سهمی است و در لحظه

$t=0$ نمودار بر محور زمان مماس بوده و سرعت اولیه صفر است و سرعت در لحظه t_1 شیب خط مماس بر نمودار بوده و آن را v فرض می‌کنیم شتاب متوسط خواهد شد: $a_{av} = \frac{v-0}{t_1-0} \Rightarrow a_{av} = \frac{v}{t_1}$

۲ نمودار از t_1 تا t_3 خط راست است و سرعت در این بازه برابر شیب خط است و شتاب متوسط در این بازه صفر است. $a_{av} = 0$

۳ نکته مهم این است که سرعت در بازه t_1 تا t_2 با سرعت در لحظه t_1 و سرعت در لحظه t_2 برابر است. $v_{t_1} = v = v_{t_2}$

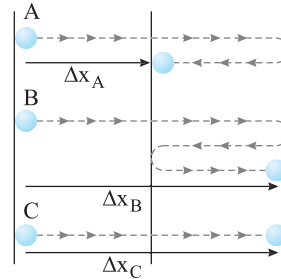
۴ نمودار در بازه t_2 تا t_3 سهمی است و در لحظه t_2 و t_3 مکان متحرک یکسان بوده و با توجه به اینکه سهمی نسبت به خط قائم گذرنده از رأس سهمی متقارن است شیب خط مماس در لحظه t_2 و t_3 هم‌اندازه و قرینه هم است. یعنی در لحظه t_2 سرعت v و در لحظه t_3 سرعت $-v$ است و شتاب در این بازه خواهد شد:

$|a_{av}| = \frac{|v_{t_3} - v_{t_2}|}{t_3 - t_2} = \frac{|-v - v|}{t} = \frac{2v}{t}$

۲ ۲۷۲ B

بازه زمانی برای هر سه متحرک یکسان است ($\Delta t_A = \Delta t_B = \Delta t_C = \Delta t$).

در این مدت متحرک B بیشترین مسافت را طی کرده بنابراین تندی متحرک B از بقیه بیشتر است. ($s_{av} = \ell / \Delta t$)



جابه‌جایی متحرک B و C یکسان اما جابه‌جایی متحرک A کمتر از آنهاست بنابراین متحرک A دارای کمینه سرعت متوسط ($v_{av} = \Delta x / \Delta t$) است. نمای ۲ و ۳.

۲ ۲۷۲ B

ابتدا با توجه به سرعت متوسط از لحظه $t = 0$ تا $t = 3$ مکان متحرک را در $t = 3$ به دست می‌آوریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow 2 = \frac{x_A - 0}{3} \Rightarrow x_A = 6 \text{ m}$$

سرعت در نقطه A برابر شیب خط مماس بر نمودار در نقطه A می‌باشد.

$$v = \frac{6 - 0}{3 - 1} = 3 \text{ m/s}$$

نمای ۶

۴ ۲۷۲ B

سرعت متوسط در مدت 5 s برابر 2 m/s است، بنابراین شما می‌توانید جابه‌جایی متحرک در این مدت را بیابید. سپس به کمک تندی متوسط، مسافت طی شده را حساب کنید تا بتوانید بیشترین فاصله متحرک از مبدأ در مدت 5 s را به دست بیاورید.

۱ جابه‌جایی را به دست می‌آوریم.

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow 2 = \frac{\Delta x}{5} \Rightarrow \Delta x = 10 \text{ m}$$

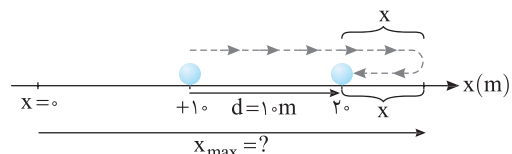
مکان متحرک در لحظه $t = 5 \text{ s}$ خواهد شد.

$$\Delta x = x - x_0 \Rightarrow 10 = x - 10 \Rightarrow x = 20 \text{ m}$$

۲ تندی متوسط 4 m/s است. مسافت طی شده را حساب می‌کنیم.

$$s_{av} = \frac{\ell}{t} \Rightarrow 4 = \frac{\ell}{5} \Rightarrow \ell = 20 \text{ m}$$

۳ متحرک یکبار تغییر جهت داده و مسیری مطابق شکل را طی کرده است.



با توجه به شکل داریم:

$$\ell = d + x + x \Rightarrow 0 = 10 + 2x \Rightarrow x = 5 \text{ m}$$

$$x_{max} = 20 + 5 = 25 \text{ m}$$

۴ بنابراین بیشترین فاصله از مبدأ خواهد شد.

نمای ۳

۴ ۲۷۲ B

شتاب متوسط برابر است با:

$$a_{av} = \frac{v - v_0}{\Delta t} \Rightarrow a_{av} = \frac{-3 - 7}{16} = -\frac{5}{8} \text{ m/s}^2$$

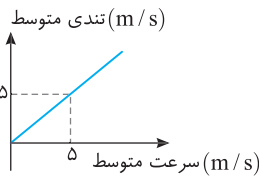
۱ یادآوری شیب خط مماس بر نمودار سرعت - زمان برابر شتاب لحظه‌ای است و در نقاط max و min شیب نمودار سرعت - زمان (شتاب) صفر است.

در لحظه $t = 1 \text{ s}$ شیب خط مماس بر نمودار سرعت - زمان صفر شده ($a = 0$) و شتاب قبل از این لحظه منفی و بعد از آن لحظه مثبت است یعنی شتاب در $t = 1 \text{ s}$ تغییر جهت می‌دهد.

نمای ۱۸

۱ ۲۷۲ B

به نمودار دقت کنید. در تمام لحظات اندازه تندی متوسط و سرعت متوسط برابر است. یعنی در هر بازه زمانی دلخواه، مسافت طی شده و جابه‌جایی متحرک یکی است و این یعنی متحرک روی خط راست در حرکت است و تغییر جهت نمی‌دهد.



نمای ۲ و ۶

۱ بازه‌های جابه‌جایی آن d و مسافت طی شده آن ℓ و $d = \ell$ باشد، کدام گزینه درست است؟

۱) بردار مکان متحرک تغییر جهت نداده است.

۲) جهت حرکت متحرک تغییر نکرده است.

۳) بردار مکان یک بار تغییر جهت داده است.

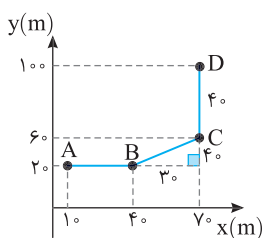
۴) جهت حرکت یک بار تغییر کرده است.

۲ پاسخ جابه‌جایی و مسافت طی شده با هم برابر است. زمانی این اتفاق می‌افتد که جسم بدون تغییر جهت روی خط راست در حرکت باشد. گزینه ۲.

۲ ۲۷۲ B

۱ یادآوری تندی کمیت نرده‌ای اما سرعت و شتاب کمیت برداری است.

۲ خط فکری برای یافتن اندازه شتاب باید زمان را به کمک تندی به دست بیاورید اما برای به دست آوردن تغییر سرعت، قطعاً باید جهت بردار سرعت در نقطه A و D را در نظر بگیرید.



۱ مسافت طی شده از A تا D را باید حساب کنیم، البته ابتدا باید طول BC را به دست بیاوریم.

$$BC = \sqrt{3^2 + 4^2} \Rightarrow BC = 5 \text{ m}$$

$$\ell = AB + BC + CD$$

$$\Rightarrow \ell = 3 + 5 + 4 = 12 \text{ m}$$

۲ زمان را به کمک تندی متحرک حساب می‌کنیم.

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \Rightarrow \frac{12}{\Delta t} = 2 \Rightarrow \Delta t = 6 \text{ s}$$

$$v_D = 2 \text{ m/s}$$

۳ بردار سرعت در نقطه A و نقطه D برهم عمود هستند، بردار تغییر سرعت خواهد شد:

$$\Delta v = \sqrt{2^2 + 2^2} \Rightarrow \Delta v = 2\sqrt{2} \text{ m/s}$$

۴ شتاب متوسط خواهد شد:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow a_{av} = \frac{2\sqrt{2}}{6} \Rightarrow a_{av} = \frac{1\sqrt{2}}{3} \text{ m/s}^2$$

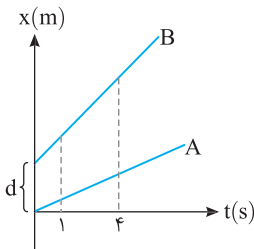
نمای ۱۵

۴ حال معادله را حساب می‌کنیم:

$$|-20t + 700| = 600 \Rightarrow -20t + 700 = \pm 600$$

$$\begin{cases} -20t + 700 = 600 \Rightarrow -20t = -100 \Rightarrow t_1 = 5s \\ -20t + 700 = -600 \Rightarrow -20t = -1300 \Rightarrow t_2 = 65s \end{cases} \Rightarrow \frac{t_2}{t_1} = \frac{65}{5} = 13$$

نمای ۱۴



بازی با سوال - شکل مقابل

نمودار مکان - زمان دو متحرک را نشان می‌دهد. اگر فاصله دو متحرک از هم در لحظه $t = 4s$ ، دو برابر فاصله دو متحرک در $t = 1s$ باشد، فاصله دو متحرک در لحظه $t = 5s$ چند است؟

(۱) $\frac{7}{2}$ (۲) $\frac{5}{2}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $\frac{9}{2}$

پاسخ ۱ معادله حرکت دو متحرک را می‌نویسیم:

$$x = vt + x_0 \begin{cases} \xrightarrow{A} x_A = v_A t \\ \xrightarrow{B} x_B = v_B t + d \end{cases}$$

۲ مکان دو متحرک را در لحظه $t = 1s$ و $t = 4s$ به دست می‌آوریم.

$$t = 1s \Rightarrow \begin{cases} x_A = v_A \\ x_B = v_B + d \end{cases} \quad t = 4s \Rightarrow \begin{cases} x'_A = 4v_A \\ x'_B = 4v_B + d \end{cases}$$

۳ فاصله دو متحرک در دو لحظه $t = 1s$ و $t = 4s$ را حساب می‌کنیم.

$$t = 1s \Rightarrow x_B - x_A = v_B + d - v_A \Rightarrow \Delta x = (v_B - v_A) + d$$

$$t = 4s \Rightarrow x'_B - x'_A = 4v_B + d - 4v_A \Rightarrow \Delta x' = 4(v_B - v_A) + d$$

۴ با توجه به فرض مسئله $\Delta x' / \Delta x$ برابر ۲ است بنابراین:

$$4(v_B - v_A) + d = 2[(v_B - v_A) + d]$$

$$\Rightarrow 4(v_B - v_A) + d = 2(v_B - v_A) + 2d$$

$$\Rightarrow 2(v_B - v_A) = d \Rightarrow (v_B - v_A) = \frac{d}{2} \quad (I)$$

۵ مکان دو متحرک در $t = 5s$ را حساب می‌کنیم.

$$x''_A = 5v_A, \quad x''_B = 5v_B + d$$

۶ فاصله دو متحرک در $t = 5s$ خواهد شد:

$$x''_B - x''_A = 5v_B + d - 5v_A \Rightarrow \Delta x''_{(5)} = 5(v_B - v_A) + d$$

از رابطه (I) جای‌گذاری می‌کنیم.

$$\Delta x''_{(5)} = 5\left(\frac{d}{2}\right) + d \Rightarrow \Delta x'' = \frac{7}{2}d$$

گزینه ۱

پنجره ۳

۲ ۲۷۳ A

یادآوری در حرکت با شتاب ثابت روی خط راست، معادله مکان - زمان یک تابع

درجه ۲ به صورت $x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$ است.

مکان اولیه متحرک $x_0 = 0$ و سرعت اولیه متحرک $v_0 = 3m/s$ بوده و در لحظه $t = 2s$ مکان متحرک $12m/s$ است. با قرار دادن این داده‌ها در معادله شتاب حرکت را حساب می‌کنیم.

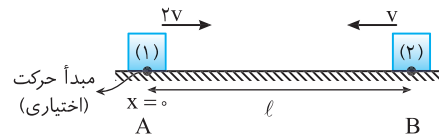
$$12 = \frac{1}{2}a(2)^2 + 3 \times 2 + 0 \Rightarrow a = 3m/s^2$$

$$x = \frac{3}{2}t^2 + 3t$$

اکنون می‌توانیم معادله حرکت را بنویسیم.

۱ ۲۷۲ B

۹ نقطه A را مبدأ و جهت راست را جهت مثبت می‌گیریم. فاصله AB را با حرف l نمایش می‌دهیم.



۱ ابتدا معادله حرکت دو متحرک را می‌نویسیم:

$$x = vt + x_0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 2vt \\ x_2 = -vt + l \end{cases}$$

۲ دو متحرک بعد از 2h به هم می‌رسند، یعنی اگر در معادله حرکت x_1 و x_2 به جای t، 2h قرار بدهیم x_1 با x_2 برابر می‌شود.

$$t = 2h \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 4v \\ x_2 = -2v + l \end{cases} \xrightarrow{x_1 = x_2} 4v = -2v + l \Rightarrow l = 6v$$

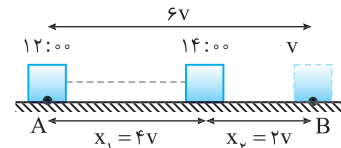
۳ مکان رسیدن دو متحرک به هم خواهد شد:

$$x_1 = 2vt \xrightarrow{\Delta t = 2h} x = 4v$$

مکان رسیدن دو متحرک به هم

۴ با توجه به شکل از محل رسیدن دو متحرک به هم تا زمانی که متحرک (۱) به مکان B می‌رسد متحرک باید $\Delta x = 2v$ جابه‌جا شود: $\Delta x = 2vt \Rightarrow 2v = 2vt \Rightarrow t = 1h$

بنابراین یک ساعت بعد از ساعت ۱۴:۰۰ متحرک به نقطه B می‌رسد یعنی در ساعت ۱۵:۰۰.



نمای ۱۱

۲ ۲۷۲ B

۱۰ خط فکری ابتدا با توجه به نمودار باید معادله حرکت دو متحرک را بنویسیم.

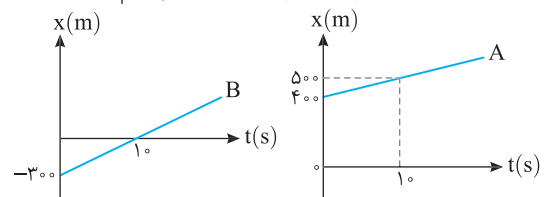
فاصله بین دو متحرک برابر تفاضل مکان دو متحرک یعنی $|x_A - x_B|$ است.

نکته اگر نمودار $x-t$ متحرکی به صورت خط راست باشد، حرکت متحرک با

سرعت ثابت بوده و معادله حرکت آن به صورت $x = vt + x_0$ است.

یادآوری شیب نمودار $x-t$ برابر سرعت متحرک است.

۱ با توجه به شیب خطها، سرعت متحرک‌ها را به دست می‌آوریم:



$$v_B = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v_B = \frac{300}{10} = 30m/s, \quad v_A = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v_A = \frac{100}{10} = 10m/s$$

۲ معادله حرکت دو متحرک را می‌نویسیم.

$$x_A = v_A t + x_{0,A} \xrightarrow{\substack{v_A = 10m/s \\ x_{0,A} = 400m}} x_A = 10t + 400$$

$$x_B = v_B t + x_{0,B} \xrightarrow{\substack{v_B = 30m/s \\ x_{0,B} = -300m}} x_B = 30t - 300$$

۳ فاصله دو متحرک از هم 600 متر است، بنابراین:

$$|x_A - x_B| = 600 \xrightarrow{\substack{x_A = 10t + 400 \\ x_B = 30t - 300}} |10t + 400 - 30t + 300| = 600$$

$$\Rightarrow |-20t + 700| = 600$$

نکته در حل معادله‌های قدرمطلقى حواستان باشد که: $|x| = a \Rightarrow x = \pm a$

۳ ۲۷۴ A

با توجه به معادله جابه‌جایی - زمان حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \Rightarrow 20 = \frac{1}{2} \times 4 \times (2)^2 + v_0 \times 2 \Rightarrow v_0 = 6 \text{ m/s}$$

۱ ۲۷۵ A

با توجه به فرض مسئله مکان اولیه متحرک $x_0 = 0$ است. اندازه سرعت اولیه متحرک 8 m/s و اندازه شتاب آن -3 m/s^2 است. بنابراین به کمک معادله مکان - زمان می‌توانیم مکان متحرک را در لحظه $t = 4 \text{ s}$ حساب کنیم.

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}(-3)(4)^2 + 8 \times 4 + 0 \Rightarrow x = -24 + 32 \Rightarrow x = 8 \text{ m}$$

بردار مکان خواهد شد:

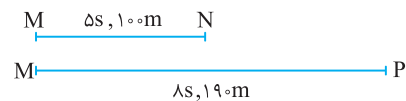
۴ ۲۷۶ A

در معادله مکان - زمان در بازه زمانی $47 - 2 = 45 \text{ s}$ متحرک با شتاب ثابت $a = 2 \text{ m/s}^2$ جابه‌جایی 2115 متر را طی کرده است بنابراین:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + vt \Rightarrow 2115 = \frac{1}{2} \times 2 \times (45)^2 + v \times 45 \Rightarrow 90 = v \times 45 \Rightarrow v = 2 \text{ m/s}$$

۳ ۲۷۷ B

خط فکری متحرک در مدت 5 s جابه‌جایی $MN = 10 \text{ m}$ و در مدت 3 s جابه‌جایی $NP = 90 \text{ m}$ طی کرده است و در بازه زمانی $5 + 3 = 8 \text{ s}$ جابه‌جایی کل $MP = 100 + 90 = 190 \text{ m}$ را طی می‌کند. بنابراین شما کافی است به کمک معادله جابه‌جایی زمان حرکت با شتاب ثابت یک دستگاه دو معادله دو مجهول بنویسید و آن را حل کنید.



$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \Rightarrow \begin{cases} 100 = \frac{1}{2}a(25) + 5v_0 \\ 190 = \frac{1}{2}a(64) + 8v_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5a + 2v_0 = 40 \\ 4a + v_0 = 23.75 \end{cases}$$

$$\Rightarrow -3a = -7/5 \Rightarrow a = 2/5 \text{ m/s}^2$$

بازری با سؤال متحرکی با شتاب ثابت روی خط راست، در ثانیه آغازین حرکت، جابه‌جایی 15 متر و 2 ثانیه بعد جابه‌جایی 25 متر را می‌پیماید. سرعت اولیه متحرک چند m/s است؟

$$+0.5 \quad (1) \quad -0.5 \quad (2) \quad +1 \quad (3) \quad -1 \quad (4)$$

پایسج متحرک در مدت 3 s ، 15 m طی کرده بنابراین می‌توانیم بنویسیم

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \xrightarrow[t=3\text{s}]{x=15\text{m}} 15 = \frac{1}{2} \times a \times 9 + 3v_0 \Rightarrow 30 = 9a + 6v_0 \Rightarrow 10 = 3a + 2v_0 \quad (I)$$

۲ متحرک در کل مدت $3 \text{ s} + 2 \text{ s} = 5 \text{ s}$ جمعاً 40 m جابه‌جا شده است. از این رو:

$$40 = \frac{1}{2} \times a \times 25 + 5v_0 \Rightarrow 40 = 12.5a + 5v_0 \Rightarrow 8 = 2.5a + v_0 \quad (II)$$

۳ با حل دو معادله (I) و (II) داریم:

گزینه ۱

۱ ۲۷۸ A

با توجه به تعریف شتاب خواهیم داشت:

$$\vec{a} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1} \quad \vec{a} = -4\vec{i}, v_1 = 8\vec{i} \quad \vec{v}_2 = 8\vec{i} - 4\vec{i} = 4\vec{i} \Rightarrow -4\vec{i} = \frac{4\vec{i} - 8\vec{i}}{3 - 1} \Rightarrow -4\vec{i} = \frac{-4\vec{i}}{2} \Rightarrow \vec{v}_2 = 0$$

۴ ۲۷۹ A

با توجه به معادله سرعت - زمان خواهیم داشت:

$$v = at + v_0 \xrightarrow[t_1=2\text{s}]{\Delta=20} \Delta = 2a + v_0 \quad \xrightarrow[t_2=6\text{s}]{\Delta=12} 12 = 6a + v_0 \Rightarrow v = 4a \Rightarrow a = 1/75 \text{ m/s}^2$$

$$\Delta = 2 \times 1/75 + v_0 \Rightarrow v_0 = 1/75 \text{ m/s}$$

۲ در این صورت سرعت در لحظه $t = 3 \text{ s}$ خواهد شد:

$$v = 1/75 \times 3 + 1/75 \Rightarrow v = 1/75 \times 4 \Rightarrow v = 4/75 \text{ m/s}$$

۴ ۲۸۰ B

معادله سرعت زمان را می‌نویسیم و مقادیر t و $2t$ را در آن قرار می‌دهیم. البته حواسمان هست که متحرک دارای سرعت اولیه (v_0) بوده و حرکت آن تندشونده است، یعنی شتاب a و سرعت هم علامت بوده و با گذشت زمان سرعت در حال افزایش است بنابراین:

$$v = at + v_0 \Rightarrow \begin{cases} v_1 = at + v_0 \\ v_2 = a(2t) + v_0 = 2at + v_0 \end{cases} \Rightarrow v_1 < v_2 < 2v_1$$

البته شاید یک مثال عددی کار را برای شما راحت‌تر کند فرض کنید: $at = 3$ و $v_0 = 2$ است از این رو:

$$\begin{cases} v_1 = 3 + 2 = 5 \\ v_2 = 6 + 2 = 8 \end{cases} \Rightarrow 5 < 8 < 10 \Rightarrow 5 < 8 < 2 \times 5$$

۱ ۲۸۱ B

یادآوری دو ثانیه سوم یعنی بازه زمانی بین $t = 4 \text{ s}$ تا $t = 6 \text{ s}$.

۱ معادله سرعت زمان در حرکت با شتاب ثابت به صورت $v = at + v_0$ است. معادله داده شده در مسئله را با این معادله مقایسه کرده، شتاب و سرعت اولیه را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} v = at + v_0 \\ v = -2t + 4 \end{cases} \Rightarrow a = -2 \text{ m/s}^2, v_0 = 4 \text{ m/s}$$

۲ در لحظه $t = 4 \text{ s}$ و $t = 6 \text{ s}$ مکان‌ها را به دست آورده از هم کم می‌کنیم:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{1}{2}(-2)(4)^2 + 4 \times 4 + x_0 \Rightarrow x_1 = x_0 \\ x_2 = \frac{1}{2}(-2)(6)^2 + 4 \times 6 + x_0 \Rightarrow x_2 = -12 + x_0 \end{cases}$$

۳ بزرگی جابه‌جایی در 2 ثانیه سوم خواهد شد:

بازری با سؤال معادله سرعت - زمان متحرکی (در SI) به صورت $v = 4t + 3$ است. شتاب و جابه‌جایی متحرک در 5 s آغازین حرکت به ترتیب

از راست به چپ چند m/s^2 و چند متر است؟

$$4, 2 \quad (1) \quad 6, 4 \quad (2) \quad -6, 2 \quad (3) \quad 4, 2 \quad (4)$$

پایسج ابتدا با مقایسه معادله سرعت - زمان در حرکت با شتاب ثابت با معادله سرعت - زمان مسأله، شتاب و سرعت اولیه را مشخص می‌کنیم.

$$\begin{cases} v = at + v_0 \\ v = 4t + 3 \end{cases} \Rightarrow a = 4 \text{ m/s}^2, v_0 = 3 \text{ m/s}$$

جابه‌جایی متحرک را در مدت 5 s به دست می‌آوریم.

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \Rightarrow \Delta x = \frac{1}{2} \times 4 \times 5^2 + 3 \times 5 \Rightarrow \Delta x = 75 \text{ m}$$

گزینه ۱

۲ ۲۸۲ A

۱ ابتدا به کمک معادله جابه‌جایی زمان، سرعت اولیه متحرک را حساب می‌کنیم.

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \Rightarrow 24 = \frac{1}{2} \times 2 \times (4)^2 + 4v_0 \Rightarrow 24 = 16 + 4v_0 \Rightarrow v_0 = 2 \text{ m/s}$$

۲ سرعت در پایان این مدت خواهد شد: $v = 2 \times 4 + 2 = 10 \text{ m/s}$

B ۲۸۷ ۴

یادآوری بردار مکان وقتی تغییر جهت می‌دهد که متحرک از مبدأ مکان ($x=0$) می‌گذرد.

۱ ابتدا با استفاده از معادله مکان - زمان، شتاب حرکت جسم را به دست می‌آوریم.

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow -10 = \frac{1}{2}a(4)^2 + 4 \times 4 + (-2) \Rightarrow a = -3 \text{ m/s}^2$$

۲ معادله مکان - زمان را نوشته و در آن مکان را مساوی صفر قرار می‌دهیم.

$$x = \frac{1}{2}x(-3) \times t^2 + 4t + (-2) \Rightarrow x = -\frac{3}{2}t^2 + 4t - 2$$

$$x = 0 \Rightarrow -\frac{3}{2}t^2 + 4t - 2 = 0 \Rightarrow 3t^2 - 8t + 4 = 0 \Rightarrow t = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 12}}{3} = \frac{4 \pm 2}{3}$$

$$\Rightarrow t = 2 \text{ s}, t = \frac{2}{3} \text{ s}$$

۳ هر دو مقدار زمان به دست آمده مثبت است، بنابراین در دو لحظه $t = 2 \text{ s}$ و $t = \frac{2}{3} \text{ s}$ متحرک تغییر جهت می‌دهد.

B ۲۸۸ ۴

۱ متحرک از مکان اولیه $x_0 = +20 \text{ m}$ با سرعت اولیه -4 m/s گذشته و در لحظه $t = 2 \text{ s}$ به مکان $x = +2 \text{ m}$ رسیده است. این داده‌ها را در معادله مکان - زمان قرار داده و شتاب را حساب می‌کنیم.

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow 2 = \frac{1}{2} \times a \times 4 + 2 \times (-4) + 20 \Rightarrow a = -5 \text{ m/s}^2$$

۲ متحرک لحظه‌ای تغییر جهت می‌دهد که سرعتش صفر شود و تغییر علامت بدهد. در حرکت با شتاب ثابت کافی است در معادله سرعت - زمان، مقدار v را برابر صفر قرار داده تا لحظه تغییر جهت را به دست بیاوریم.

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = -5t - 4 \stackrel{v=0}{\Rightarrow} -5t - 4 = 0 \Rightarrow t = -0.8 \text{ s}$$

زمان منفی به دست آمده است، از این رو متحرک هرگز تغییر جهت نمی‌دهد.

میانبر سرعت اولیه و شتاب حرکت هر دو منفی هستند یعنی هم علامت هستند و حرکت تندشونده است. از این رو سرعت متحرک صفر نخواهد شد و متحرک تغییر جهت نمی‌دهد.

B ۲۸۹ ۴

خط فکری از ما خواسته شده بازه زمانی‌ای که متحرک خلاف جهت محور x در حرکت است را مشخص کنیم. وقتی متحرک در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند یعنی سرعت آن منفی است. بنابراین شما باید معادله سرعت - زمان را از روی معادله مکان - زمان بنویسید، سپس آن را تعیین علامت کنید.

یادداشت ریاضی در معادله درجه اول $y = ax + b$ سمت چپ ریشه مخالف علامت a و سمت راست ریشه موافق علامت a است.

۱ با مقایسه معادله حرکت مسئله و معادله مکان - زمان، حرکت با شتاب ثابت، سرعت اولیه و شتاب را به دست می‌آوریم.

$$\begin{cases} x = t^2 - 6t + 5 \\ x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \end{cases} \Rightarrow a = 2 \text{ m/s}^2, v_0 = -6 \text{ m/s}$$

۲ معادله سرعت - زمان را نوشته و تعیین علامت می‌کنیم.

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 2t - 6 \stackrel{v=0}{\Rightarrow} 2t - 6 = 0 \Rightarrow t = 3 \text{ s}$$

۳ با رسم جدول، علامت سرعت را تعیین می‌کنیم.

t	$-\infty$	0	3	$+\infty$
v		-	+	
		زمان منفی نداریم.		

۴ بنابراین در بازه زمانی 1 s تا 3 s سرعت منفی است یعنی به مدت 2 s متحرک در خلاف جهت محور در حال حرکت است.

میانبر سرعت در پایان مدت t را می‌توان از رابطه زیر نیز به دست آورد.

$$\Delta x = -\frac{1}{2}at^2 + vt$$

A ۲۸۳ ۲

خط فکری اگر مشتق گیری بلد بودید و می‌دانستید که مشتق معادله مکان - زمان برابر سرعت لحظه‌ای است، مسأله را راحت حل می‌کردید، اما اکنون باید معادله مکان - زمان داده شده را با معادله حرکت کلاسیک حرکت با شتاب ثابت مقایسه کرده و معادله سرعت زمان را به دست آورد.

۱ با مقایسه معادله مکان - زمان خواهیم داشت:

$$\begin{cases} x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \\ x = 5t^2 - 3t + 1 \end{cases} \xrightarrow{x_0=1 \text{ m}, v_0=-3 \text{ m/s}, \frac{1}{2}a=5 \Rightarrow a=10 \text{ m/s}^2} \begin{cases} v = 10t - 3 \\ v = at + v_0 \end{cases}$$

۲ لحظه‌ای را که در آن سرعت 6 m/s است، به دست می‌آوریم:

$$6 = 10t - 3 \Rightarrow t = 0.9 \text{ s}$$

۳ زمان به دست آمده را در معادله مکان - زمان قرار می‌دهیم.

$$x = 5t^2 - 3t + 1 \stackrel{t=0.9 \text{ s}}{\Rightarrow} x = 5(0.9)^2 - 3(0.9) + 1 \Rightarrow x = 2/3 \text{ m}$$

A ۲۸۴ ۲

۱ در مبدأ زمان متحرک در مکان $+2 \text{ m}$ است، یعنی مکان اولیه متحرک $x_0 = +2 \text{ m}$ است.

۲ با مقایسه معادله سرعت - زمان حرکت با شتاب ثابت با معادله سرعت - زمان مسأله، شتاب و سرعت اولیه مشخص می‌شود.

$$\begin{cases} v = at + v_0 \\ v = 3t - 6 \end{cases} \Rightarrow a = 3 \text{ m/s}^2, v_0 = -6 \text{ m/s}$$

۳ اکنون به کمک معادله مکان - زمان، مکان را در $t = 3 \text{ s}$ حساب می‌کنیم:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow x = \frac{1}{2} \times 3 \times 9 + 3 \times (-6) + 2 \Rightarrow x = 13/2 - 18 + 2 \Rightarrow x = -2/5 \text{ m}$$

A ۲۸۵ ۲

بردار مکان، برداری است که از مبدأ مکان ($x=0$) به محل متحرک رسم می‌شود و هرگاه متحرک از مبدأ می‌گذرد، بردار مکان تغییر جهت می‌دهد. اکنون باید مکان را برابر صفر قرار دهیم:

$$x = 0 \Rightarrow t^2 + 3t - 4 = 0 \Rightarrow (t+4)(t-1) = 0 \Rightarrow t = 1 \text{ s}, t = -4 \text{ s}$$

یکی از ریشه‌ها مثبت ($t = 1 \text{ s}$) و یکی از آن‌ها منفی ($t = -4$) است. از این رو بردار مکان یک بار تغییر جهت می‌دهد.

A ۲۸۶ ۴

۱ ابتدا با مقایسه معادله داده شده با معادله مکان - زمان حرکت با شتاب ثابت، مقدار شتاب، سرعت اولیه و مکان اولیه را مشخص می‌کنیم.

$$\begin{cases} x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \\ x = t^2 - 6t + 10 \end{cases} \Rightarrow x_0 = +10 \text{ m}, \frac{1}{2}a = 1 \Rightarrow a = 2 \text{ m/s}^2, v_0 = -6 \text{ m/s}$$

۲ معادله سرعت - زمان خواهد شد:

۳ در حرکت با شتاب ثابت لحظه تغییر جهت حرکت لحظه صفر شدن سرعت است. بنابراین می‌توان نوشت:

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 2t - 6$$

$$v = 0 \Rightarrow 2t - 6 = 0 \Rightarrow t = 3 \text{ s}$$

۴ اکنون مکان تغییر جهت حرکت را به دست می‌آوریم

$$x = t^2 - 6t + 10 \stackrel{t=3 \text{ s}}{\Rightarrow} x = (3)^2 - 6(3) + 10 = 1 \text{ m}$$

پس متحرک در یک متری مبدأ تغییر جهت می‌دهد.

A ۲۹۰

خط فکری متحرک از مبدأ مکان ($x_0 = 0$) در جهت مثبت محور با سرعت اولیه

$+20 \text{ m/s}$ و شتاب $a = -10 \text{ m/s}^2$ می‌گذرد. بنابراین در ابتدا که بردار سرعت و شتاب خلاف جهت هم هستند حرکت کندشونده است و متحرک پس از مدتی می‌ایستد و برمی‌گردد. در لحظه تغییر جهت فاصله متحرک از مبدأ را باید به دست بیاورید. همچنین در انتهای بازه صفر تا 3 s یعنی $t = 3 \text{ s}$ مکان را حساب کرده تا مشخص شود بیشترین فاصله از مبدأ چند متر است؟

۱ در معادله $v = -10t + 20$ ، سرعت را برابر صفر قرار می‌دهیم تا لحظه تغییر جهت مشخص شود.

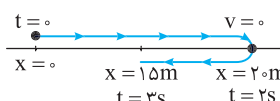
$$-10t + 20 = 0 \Rightarrow t = 2 \text{ s}$$

۲ به کمک معادله مکان - زمان، مکان متحرک در لحظه تغییر جهت و لحظه انتهای بازه را حساب می‌کنیم.

$$\Delta x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t + x_0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t = 2 \text{ s} \Rightarrow x = \frac{1}{2} \times (-10) \times (2)^2 + 20 \times 2 + 0 \Rightarrow x = -20 + 40 = 20 \text{ m} \\ t = 3 \text{ s} \Rightarrow x = \frac{1}{2} \times (-10) \times (3)^2 + 20 \times 3 + 0 \Rightarrow x = -45 + 60 = 15 \text{ m} \end{cases}$$

۳ بنابراین بیشترین فاصله از مبدأ در بازه صفر تا 3 s ، 20 m است.



بازی با سوال اگر در این تست بازه زمانی $t = 0$ تا $t = 6 \text{ s}$ بیان شده

بود، بیشترین فاصله از مبدأ چند متر می‌شد؟

۱) ۲۰ ۲) ۳۰ ۳) ۶۰ ۴) ۴۰

پایان تمام حل شبیه مسئله قبلی است. فقط در انتها باید مکان در لحظه $t = 6 \text{ s}$ را به دست بیاوریم

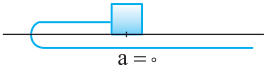
$$x = \frac{1}{2} \times (-10) \times (6)^2 + 20 \times 6 \Rightarrow x = -180 + 120 = -60 \text{ m}$$

گزینه ۳

B ۲۹۱

با توجه به معادله $v = 4t - 6$ ، سرعت اولیه متحرک $v_0 = -6 \text{ m/s}$ است. یعنی متحرک در جهت منفی محور شروع به حرکت کرده است و چون شتاب آن $+4 \text{ m/s}^2$ است و بردار شتاب و سرعت هم علامت نیستند. ابتدا حرکت کندشونده است و متحرک متوقف شده برمی‌گردد و برای آنکه تنها یک بار از مبدأ مکان بگذرد کافی است که از ابتدا مکان اولیه آن صفر یا منفی باشد.

($x_0 = a \leq 0$) و مسئله نیازی به هیچ گونه محاسبه عددی ندارد.



B ۲۹۲

یادآوری الف حرکتی که تندی متحرک در آن در حال کاهش باشد را حرکت کندشونده گویند. در این حرکت $av < 0$ است.

ب) حرکتی که تندی متحرک در آن در حال افزایش باشد را حرکت تندشونده گویند. در این حرکت $av > 0$ است.

۱ با توجه به معادله سرعت - زمان متحرک و معادله سرعت - زمان حرکت با شتاب ثابت خواهیم داشت:

$$v = 4t - 12, v = at + v_0 \Rightarrow v_0 = -12 \text{ m/s}, a = 4 \text{ m/s}^2$$

۲ در ابتدا شتاب و سرعت مختلف‌العلامت بوده و $av < 0$ است پس حرکت ابتدا کندشونده است.

۳ در لحظه $t = 3 \text{ s}$ با توجه به معادله $v = 4t - 12$ سرعت متحرک صفر می‌شود و پس از این لحظه سرعت متحرک مثبت و شتاب نیز مثبت و ثابت است پس بعد از $t = 3 \text{ s}$ ، $av > 0$ بوده و حرکت تندشونده است.

B ۲۹۳

۱ معادله $x = t - 6t + 5$ متحرک درجه دوم است پس حرکت با شتاب ثابت است. با مقایسه معادله مکان - زمان مسئله با معادله مکان - زمان حرکت با شتاب ثابت v_0 و a را مشخص می‌کنیم:

$$\begin{cases} x = t^2 - 6t + 5 \\ x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t + x_0 \end{cases} \Rightarrow a = 2 \text{ m/s}^2, v_0 = -6 \text{ m/s}$$

۲ معادله سرعت - زمان را می‌نویسیم:

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 2t - 6$$

۳ حال در لحظات $t = 2 \text{ s}$ و $t = 5 \text{ s}$ سرعت را حساب می‌کنیم.

$$t = 2 \text{ s} \Rightarrow v = 2 \times 2 - 6 = -2 \text{ m/s}, \quad t = 5 \text{ s} \Rightarrow v = 2 \times 5 - 6 = 4 \text{ m/s}$$

۴ در لحظه $t = 2 \text{ s}$ شتاب مثبت و سرعت منفی است پس در این لحظه $av < 0$ و حرکت کندشونده است.

۵ در لحظه $t = 5 \text{ s}$ شتاب مثبت و سرعت مثبت است پس در این لحظه $av > 0$ و حرکت تندشونده است.

A ۲۹۴

۱ ابتدا به کمک معادله جابه‌جایی - زمان، سرعت اولیه را به دست می‌آوریم:

$$\Delta x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t \xrightarrow{t=4 \text{ s}, x=16 \text{ m}, a=2 \text{ m/s}^2}$$

$$16 = \frac{1}{2} \times 2 \times (4)^2 + v_0 \times (4) \Rightarrow v_0 = -2 \text{ m/s}$$

۲ بنابراین در ابتدا سرعت منفی و شتاب مثبت بوده یعنی شتاب و سرعت در خلاف جهت هم هستند و حرکت کندشونده است.

۳ معادله سرعت - زمان را نوشته و لحظه تغییر جهت را به دست می‌آوریم.

$$v = 3t - 2 \xrightarrow{v=0} 3t - 2 = 0 \Rightarrow t = \frac{2}{3} \text{ s}$$

۴ بازه زمانی خواسته شده صفر تا 4 s است. بنابراین از صفر تا $\frac{2}{3} \text{ s}$ حرکت کندشونده و از $\frac{2}{3} \text{ s}$ تا 4 s حرکت تندشونده است.

B ۲۹۵

۱ معادله مکان - زمان $x = t^2 - 4t + 8$ را با معادله حرکت با شتاب ثابت $x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t + x_0$ مقایسه می‌کنیم و شتاب و سرعت اولیه را به دست آورده و معادله سرعت زمان را می‌نویسیم.

$$\begin{cases} x = t^2 - 4t + 8 \\ x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t + x_0 \end{cases} \Rightarrow a = 2 \text{ m/s}^2, v_0 = -4 \text{ m/s}, x_0 = 8 \text{ m}$$

۲ معادله سرعت - زمان خواهد شد:

$$v = 2t - 4$$

۳ لحظه تغییر جهت را یعنی لحظه‌ای که سرعت صفر می‌شود را حساب می‌کنیم.

$$2t - 4 = 0 \Rightarrow t = 2 \text{ s}$$

۴ بنابراین در ابتدا که سرعت اولیه منفی است متحرک تا لحظه $t = 2 \text{ s}$ در خلاف جهت محور در حرکت است و گزینه (۱) نادرست است.

۵ در بازه ۰ تا 2 s حرکت کندشونده است و در لحظه $t = 2 \text{ s}$ متحرک متوقف شده و برمی‌گردد و در جهت مثبت محور دارای حرکت تندشونده می‌شود و گزینه (۲) درست و گزینه‌های (۳) و (۴) نادرست هستند.

بازی با سوال معادله مکان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند

در SI به صورت $x = -5t^2 + 6t + 12$ است. در مورد جهت حرکت و نوع آن کدام مطلب درست است؟

(۱) همواره در جهت محور و کندشونده (۲) ابتدا در جهت محور و کندشونده

(۳) ابتدا در خلاف جهت محور و کندشونده (۴) همواره در خلاف جهت محور و کندشونده

۳ سرعت در لحظه $t=3s$ خواهد شد:

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 6/4 \times 3 + 0 \Rightarrow v = 19/2 \text{ m/s}$$

۱ بازی با سوال متحرکی روی خط راست با شتاب ثابت 2 m/s^2 و با سرعت اولیه 5 m/s تندشونده در حرکت است. اگر در بازه صفر تا t ثانیه

سرعت متوسط $1/5$ برابر سرعت اولیه باشد، t چند ثانیه است؟

۱/۵ (۱) ۴ (۲) ۲/۵ (۳) ۳ (۴)

۱ بازی با سوال با توجه به فرض مسأله:

$$v_{av} = 1/5 v_0 \Rightarrow \frac{1}{2} at + v_0 = 1/5 v_0 \Rightarrow \frac{1}{2} \times 2t + 5 = 1/5 \times 5 \Rightarrow t + 5 = 1/5$$

$$\Rightarrow t = 2/5 s$$

۱ گزینه

۱ ۳۰۰ A

۱ نکته در حرکت با شتاب ثابت روی خط راست سرعت متوسط در هر بازه زمانی برابر میانگین سرعت ابتدای بازه (v_1) و سرعت انتهای بازه (v_2) است.

$$(v_{av} = \frac{v_1 + v_2}{2})$$

۱ با توجه به فرض مسئله خواهیم داشت:

$$v_{av} = \frac{v_1 + v_2}{2} \xrightarrow{v_{av} = 5/5 \text{ m/s}} 5/5 = \frac{v_1 + v_2}{2} \Rightarrow v_1 + v_2 = 11 \text{ (I)}$$

۲ تغییرات سرعت برابر 9 m/s است. از این رو:

$$v_2 - v_1 = 9 \text{ (II)}$$

۳ دستگاه دو معادله دو مجهول (I) و (II) را حل می کنیم.

$$\begin{cases} v_1 + v_2 = 11 \\ v_2 - v_1 = 9 \end{cases} \xrightarrow{\text{از هم کم می کنیم}} 2v_1 = 2 \Rightarrow v_1 = 1 \text{ m/s}$$

۲ ۳۰۱ B

در لحظه $t_1 = 2s$ و $t_2 = 6s$ مکان متحرک را به دست می آوریم:

$$x(t) = 2t^2 - 8t + 15 = 3 \text{ m} \\ x(6) = 6^2 - 8(6) + 15 = 3 \text{ m}$$

بنابراین جابه جایی در این بازه صفر شده و سرعت متوسط در این بازه صفر است. در این صورت سرعت لحظه ای خواسته شده نیز باید صفر شود، یعنی شیب خط مماس بر نمودار صفر باشد. می دانیم در تابع درجه دوم در رأس سهمی ($t' = -\frac{b}{2a}$) شیب خط

$$t' = \frac{b}{2a} = 4s \text{ مماس صفر می شود.}$$

۱ میانبر در حرکت با شتاب ثابت سرعت متوسط با سرعت در وسط بازه زمانی برابر است.

۱ ۳۰۲ B

معادله مکان - زمان متحرک ($x = t^2 - 4t + 5$) تابع درجه دوم می باشد، یعنی متحرک دارای شتاب ثابت بوده، بنابراین شتاب در هر لحظه با شتاب متوسط در هر بازه برابر است.

۱ ۳۰۳ A

ابتدا به کمک معادله جابه جایی - زمان، زمان را به دست می آوریم:

$$\Delta x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t \xrightarrow{\Delta x = 24 \text{ m}, a = 4 \text{ m/s}^2, v_0 = 2 \text{ m/s}} 24 = \frac{1}{2} \times 4 \times t^2 + 2t \\ \Rightarrow 2t^2 + 2t = 24 \Rightarrow t^2 + t - 12 = 0 \Rightarrow t = \frac{-1 \pm \sqrt{1+48}}{2} = \frac{-1 \pm 7}{2} \Rightarrow t = 3s$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{24}{3} = 8 \text{ m/s} \text{ سرعت متوسط خواهد شد:}$$

۱ بازی با سوال معادله $x = -5t^2 + 6t + 12$ را با معادله حرکت با شتاب ثابت یعنی $x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t + x_0$ مقایسه می کنیم و سرعت اولیه و شتاب را مشخص می کنیم.

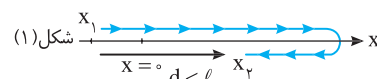
$$\frac{1}{2} a = -5 \Rightarrow a = -10 \text{ m/s}^2, v_0 = 6 \text{ m/s}, x_0 = 12 \text{ m}$$

سرعت اولیه 6 m/s است، پس متحرک ابتدا در جهت مثبت محور در حرکت است. سرعت اولیه مثبت و شتاب منفی است، بنابراین در ابتدا حرکت کندشونده است.

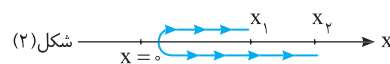
نتیجه: در حرکت با شتاب ثابت هرگاه در معادله مکان - زمان ضریب t^2 و ضریب t هم علامت باشند، حرکت همواره تندشونده است و اگر دارای علامت مخالف باشند حرکت ابتدا کندشونده و سپس تندشونده است. ۲ گزینه

۲ ۲۹۶ B

در مسیر زیر جابه جایی و مسافت هم اندازه نیستند اما جابه جایی مثبت و در نتیجه سرعت متوسط مثبت است و لزومی ندارد که سرعت متوسط منفی باشد و گزینه (۱) نادرست است.



در مسیر زیر متحرک با شتاب ثابت از نقطه x_1 گذشته، متوقف شده و برمی گردد و از مبدأ نمی گذرد بنابراین لزومی ندارد که بردار مکان تغییر جهت دهد و گزینه (۲) نادرست است.



در یک بازه زمانی معین سرعت متوسط ($v_{av} = d/t$) و تندی متوسط ($s_{av} = l/t$) با هم برابر نیستند. بنابراین جابه جایی و مسافت هم اندازه نخواهند بود. در این صورت باید متحرک روی خط راست حداقل یک بار تغییر جهت بدهد یعنی حرکت ابتدا کندشونده بوده و پس از توقف و تغییر جهت متحرک با همان شتاب ثابت برمی گردد و با حرکت تندشونده به حرکت خود ادامه می دهد و گزینه (۳) درست است. دوباره به شکل (۲) نگاه کنید دقیقاً متوجه می شوید که لزومی ندارد که متحرک ابتدا در جهت مثبت حرکت کند و گزینه (۴) نادرست است.

۲ ۲۹۷ A

در حرکت با شتاب ثابت روی خط راست، سرعت متوسط در یک بازه زمانی برابر میانگین سرعت در ابتدا و انتهای بازه زمانی ($\frac{v+v_0}{2}$) است، بنابراین:

$$v_{av} = \frac{0 + 20}{2} = 10 \text{ m/s}$$

۱ ۲۹۸ A

سرعت در لحظه $t = 3s$ را به دست می آوریم:

$$v = 2t + v_0 \xrightarrow{t=3s} v = 6 + v_0$$

سرعت متوسط در بازه 0 تا $3s$ برابر 8 m/s شده است. از طرفی در حرکت با شتاب

$$\text{ثابت سرعت متوسط از رابطه } v_{av} = \frac{v+v_0}{2} \text{ به دست می آید، بنابراین:}$$

$$8 = \frac{6 + v_0 + v_0}{2} \Rightarrow 16 = 6 + 2v_0 \Rightarrow v_0 = 5 \text{ m/s}$$

۱ ۲۹۹ A

۱ نکته در حرکت با شتاب ثابت روی خط راست در بازه زمانی 0 تا t ثانیه سرعت متوسط متحرک از رابطه زیر به دست می آید.

$$v_{av} = \frac{1}{2} at + v_0$$

۱ متحرک از حال سکون شروع به حرکت کرده و سرعت اولیه آن $v_0 = 0$ است.

۲ در بازه صفر تا $2/5 s$ سرعت متوسط برابر 8 m/s است. به کمک رابطه بالا شتاب حرکت را به دست می آوریم:

$$v_{av} = \frac{1}{2} at + v_0 \Rightarrow 8 = \frac{1}{2} a \times 2/5 + 0 \Rightarrow a = 80 \text{ m/s}^2$$

۳۰۴ A

نکته: در حرکت با شتاب ثابت روی خط راست در بازه زمانی t تا t ثانیه سرعت متوسط خواهد شد:

$$v_{av} = \frac{1}{2}at + v_0$$

۱ شتاب حرکت را به کمک معادله سرعت متوسط به دست می آوریم:

$$v_{av} = \frac{1}{2}at + v_0 \Rightarrow 6 = \frac{1}{2}a \times 5 + 2 \Rightarrow a = 1/6 \text{ m/s}^2$$

۲ مکان را در لحظه $t = 2s$ و $t = 4s$ به دست آورده و از هم کم می کنیم و جابه جایی را حساب می کنیم.

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \begin{cases} t=2s \rightarrow x = \frac{1}{2} \times 1/6 \times 4 + 2 \times 2 + x_0 = 7/2 + x_0 \\ t=4s \rightarrow x = \frac{1}{2} \times 1/6 \times 16 + 2 \times 4 + x_0 = 20/3 + x_0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \Delta x = 13/6 \text{ m}$$

۳۰۵ B

۱ سرعت متوسط در مدت Δs را حساب می کنیم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad \Delta x = 75 \text{ m} \rightarrow v_{av} = \frac{75}{5} = 15 \text{ m/s}$$

۲ در حرکت با شتاب ثابت سرعت متوسط برابر است با:

$$v_{av} = \frac{v_2 + v_1}{2} \quad v_2 = 20 \text{ m/s} \rightarrow 15 = \frac{20 + v_1}{2} \Rightarrow v_1 = 10 \text{ m/s}$$

۳ شتاب حرکت را حساب می کنیم:

$$a = \frac{v_2 - v_1}{\Delta t} \Rightarrow a = \frac{20 - 10}{5} = 2 \text{ m/s}^2$$

۴ سرعت در Δs بعدی خواهد شد:

$$v = at + v_0 \Rightarrow v_3 = 2 \times 5 + 20 \Rightarrow v_3 = 30 \text{ m/s}$$

۵ سرعت متوسط در این Δs را به دست می آوریم.

$$v_{av} = \frac{v_3 + v_2}{2} = \frac{30 + 20}{2} = 25 \text{ m/s}$$

۳۰۶ A

خط فکری: سرعت متوسط در کل مسیر بر حسب سرعت نهایی (v) در انتهای بازه داده شده است. اگر شما سرعت اولیه را بر حسب v به دست بیاورید، می توانید تشخیص دهید که حرکت کندشونده است یا تندشونده.

۱ در حرکت با شتاب ثابت روی خط راست، سرعت متوسط برابر است با:

$$v_{av} = \frac{v + v_0}{2} \Rightarrow \frac{2}{3}v = \frac{v + v_0}{2} \Rightarrow v_0 = \frac{1}{3}v$$

۲ سرعت اولیه برابر با $\frac{1}{3}v$ می باشد، بنابراین حرکت تندشونده است، زیرا سرعت از

$\frac{1}{3}v$ به v رسیده است.

۳۰۷ B

خط فکری: حرکت تندشونده است، یعنی بردار سرعت و بردار شتاب هم جهت هستند. اگر جهت حرکت را مثبت بگیریم، سرعت و شتاب نیز مثبت خواهد بود.

۱ در معادله جابه جایی - زمان، داده های مسئله را قرار می دهیم.

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \quad \Delta x = 16 \text{ m}, t = 4 \text{ s} \rightarrow 16 = \frac{1}{2}a(4)^2 + 4v_0 \Rightarrow 4 = 2a + v_0$$

$$\Rightarrow v_0 = 4 - 2a$$

۲ دقت کنید سرعت و شتاب هر دو مثبت (یا هر دو منفی) اند، البته با توجه به اینکه ما جهت حرکت را مثبت گرفته ایم v_0 و a هر دو مثبت هستند. بنابراین

$$v_0 > 0 \Rightarrow 4 - 2a > 0 \Rightarrow 4 > 2a \Rightarrow a < 2 \text{ m/s}^2$$

۳ گزینه ای که در آن شتاب کمتر از 2 m/s^2 است پاسخ تست است یعنی گزینه (۲) درست است.

۳۰۸ A

پدآوری: در حرکت با شتاب ثابت روی خط راست، سرعت متوسط در t ثانیه آغازین حرکت از رابطه روبه رو به دست می آید

$$v_{av} = \frac{1}{2}at + v_0$$

۱ ابتدا در معادله داده شده در مسئله $v_{av} = \alpha t + 5$ ، زمان را $t = 5s$ و سرعت متوسط را 11 m/s قرار می دهیم.

$$11 = 5\alpha + 5 \Rightarrow \alpha = 1/2 \text{ m/s}^2$$

۲ α را در معادله سرعت متوسط زمان قرار داده و حساب می کنیم.

$$v_{av} = \frac{1}{2}at + v_0 \Rightarrow \alpha = \frac{1}{2}a \Rightarrow 1/2 = \frac{1}{2}a \Rightarrow a = 2/4 \text{ m/s}^2$$

۳۰۹ A

مسئله ساده ای است و به کمک معادله مستقل از زمان که ما به آن فرمول طلایی می گوئیم قابل حل است.

$$\Delta x = \frac{v + v_0}{2} t \Rightarrow 0/1 = \frac{30 + 50}{2} t \Rightarrow t = \frac{1}{400} \text{ s}$$

بازی با سؤال: سرعت متحرکی که با شتاب ثابت در حرکت است، در مدت ۱۵ دقیقه از 40 km/h به 60 km/h می رسد. در این مدت متحرک چند متر جابه جا شده است؟

$$15000 \quad (4) \quad 15 \quad (3) \quad 12/5 \quad (2) \quad 12500 \quad (1)$$

پاسخ: نیازی به تبدیل یکای km/h به m/s نیست، بلکه دقیقه را به ساعت تبدیل می کنیم، سپس مسأله را حل می کنیم:

$$\Delta x = \frac{v + v_0}{2} \Delta t = \frac{60 + 40}{2} \times \frac{15}{60} = \frac{100}{2} \times \frac{15}{60} = 1250 \text{ km} = 12500 \text{ m}$$

گزینه ۱:

۳۱۰ A

۱ ابتدا سرعت را بر حسب m/s به دست می آوریم

$$v = 54 \frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{54}{3/6} = 108 \text{ m/s}$$

۲ سپس به کمک معادله مستقل از شتاب خواهیم داشت:

$$\Delta x = \frac{v + v_0}{2} \Delta t \Rightarrow 240 = \frac{0 + 108}{2} \Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{480}{108} = \frac{16}{9} \Rightarrow \Delta t = 32 \text{ s}$$

۳۱۱ A

با یک جای گذاری ساده در فرمول طلایی $x = \frac{v + v_0}{2}t + x_0$ مسئله حل می شود.

$$(x = -122/5 \text{ m}, t = 5 \text{ s}, v_0 = 0, x_0 = 0) \Rightarrow -122/5 = \frac{v + 0}{2} \times 5 + 0$$

$$\Rightarrow v = -49 \text{ m/s}$$

بنابراین بزرگی سرعت $|v| = 49 \text{ m/s}$ است.

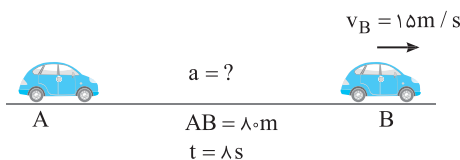
۳۱۲ A

۱ ابتدا به کمک معادله مستقل از شتاب، سرعت در هنگام گذر از نقطه A را به دست می آوریم:

$$\Delta x = \frac{v_B + v_A}{2} \Delta t \Rightarrow 80 = \frac{15 + v_A}{2} \times 8 \Rightarrow v_A = 5 \text{ m/s}$$

۲ اکنون می توان شتاب را به دست آورد:

$$a = \frac{v_B - v_A}{\Delta t} \Rightarrow a = \frac{15 - 5}{8} = \frac{5}{4} \text{ m/s}^2$$



$$v^2 - v_1^2 = 2a\Delta x \xrightarrow{\Delta x = 300\text{m}} v^2 - 25 = 2 \times 1 \times 300 \Rightarrow v^2 = 625$$

$$\Rightarrow v = 25\text{m/s}$$

$$v_p = 25\text{m/s} \times \frac{3600\text{s}}{1\text{h}} \times \frac{1\text{km}}{1000\text{m}} = 25 \times 3.6\text{km/h} = 90\text{km/h}$$

۱ ۳۱۸ A

۱ میزان کاهش سرعت در هر ثانیه یعنی آهنگ تغییر سرعت برابر $1/6\text{m/s}$ در هر ثانیه است، بنابراین شتاب حرکت $(-1/6\text{m/s}^2)$ است (جهت حرکت را مثبت فرض کرده‌ایم).

۲ به کمک معادله سرعت - مکان (مستقل از زمان) خواهیم داشت:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - 400 = 2(-1/6)\Delta x \Rightarrow \Delta x = \frac{400}{16} = 25\text{m}$$

۳ ۳۱۹ A

به کمک معادله مستقل از زمان (معادله سرعت - مکان) به راحتی این پرسش قابل حل است.

$$v_p^2 - v_1^2 = 2a(x_p - x_1) \xrightarrow{a = 2\text{m/s}^2, v_1 = 5\text{m/s}, x_1 = 3\text{m/s}, v_p = 7\text{m/s}}$$

$$49 - 25 = 2 \times 2 \times (x_p - 3) \Rightarrow x_p = 9\text{m}$$

۲ ۳۲۰ A

۱ متحرک از حال سکون شروع به حرکت کرده یعنی سرعت اولیه صفر است. به کمک معادله سرعت - مکان (مستقل از زمان) شتاب را به دست می‌آوریم.

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \xrightarrow{\Delta x = 9\text{m}} 81 - 0 = 2a \times 9 \Rightarrow a = 4.5\text{m/s}^2$$

۲ سرعت متوسط در 4s آغازین حرکت خواهد شد:

$$v_{av} = \frac{1}{2}at + v_0 \Rightarrow v_{av} = \frac{1}{2} \times 4.5 \times 4 + 0 \Rightarrow v_{av} = 9\text{m/s}$$

۱ ۳۲۱ A

۱ با توجه به معادله سرعت - مکان (مستقل از زمان) برای حرکت با شتاب ثابت

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - v_0^2 = 2(-a)\Delta x \Rightarrow \Delta x_{\text{توقف}} = \frac{v_0^2}{2a}$$

۲ شتاب در دو حالت یکسان است در دو حالت رابطه بالا را نوشته و بر هم تقسیم می‌کنیم سپس داده‌های مسئله $v_1 = 40\text{km/h}$ و $v_2 = 80\text{km/h}$ را در رابطه قرار

$$\frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} = \frac{v_2^2}{v_1^2} = \frac{80^2}{40^2} \Rightarrow \frac{\Delta x_2}{50} = 4 \Rightarrow \Delta x_2 = 200\text{m}$$

می‌دهیم.

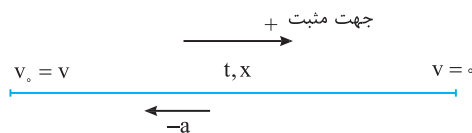
۳ ۳۲۲ A

نکته وقتی متحرک، ترمز می‌کند و می‌ایستد، زمان توقف و جابه‌جایی تا توقف

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = -at + v \Rightarrow t = \frac{v}{a}$$

برابر خواهد شد با:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - v^2 = 2(-a)x \Rightarrow x = \frac{v^2}{2a}$$



سرعت اولیه از v به $2v$ و شتاب از a به $2a$ تغییر کرده است. از طرفی متحرک روی خط راست با شتاب ثابت ترمز کرده و می‌ایستد، بنابراین مسافت طی شده همان جابه‌جایی خودرو است. در روابط بالا داده‌ها را قرار داده و مسئله را حل می‌کنیم.

$$t' = \frac{2v}{2a} \Rightarrow t' = \frac{v}{a} \Rightarrow t' = t$$

۱ زمان توقف:

۲ جابه‌جایی توقف:

$$\Delta x' = \frac{(2v)^2}{2(2a)} \Rightarrow \Delta x' = \frac{4v^2}{4a} \Rightarrow \Delta x' = \frac{v^2}{a} \Rightarrow \Delta x' = 2x$$

۳ ۳۱۳ A

داده‌های مسئله را در معادله مستقل از شتاب (فرمول طلایی) قرار می‌دهیم و مقدار v را حساب می‌کنیم.

$$\Delta x = \frac{v+v_0}{2} \Delta t \Rightarrow 24 = \frac{v+0}{2} \times 4 \Rightarrow 24 = \frac{v}{2} \times 4 \Rightarrow 24 = 2v \Rightarrow v = 12\text{m/s}$$

باز، با سؤال متحرکی با شتاب ثابت و سرعت اولیه v_0 روی خط راست به راه می‌افتد و در مدت 4s ، جابه‌جایی متحرک 20m متر بوده و در پایان این مدت سرعت آن 3m/s می‌شود. v چند m/s است؟

$$20 = \frac{3+v}{2} \times 4 \Rightarrow 20 = (3+v) \times 2 \Rightarrow 20 = 6 + 2v \Rightarrow 14 = 2v \Rightarrow v = 7\text{m/s}$$

با جای‌گذاری در معادله مستقل از شتاب:

$$\Delta x = \frac{v+v_0}{2} t \Rightarrow 20 = \frac{3+v_0}{2} \times 4 \Rightarrow v_0 = 2\text{m/s}$$

گزینه ۴

۳ ۳۱۴ A

۱ با توجه به تعریف شتاب ثابت:

$$a = \frac{v-v_0}{t} \Rightarrow 2 = \frac{v-0}{8} \Rightarrow 16 = v \Rightarrow v = 16\text{m/s}$$

۲ اکنون جابه‌جایی را به کمک معادله مستقل از شتاب (رابطه طلایی) به دست

$$\Delta x = \frac{v+v_0}{2} \Delta t \Rightarrow \Delta x = \frac{-8+(-24)}{2} \times 8 \Rightarrow \Delta x = -128\text{m}$$

می‌آوریم:

بنابراین اندازه جابه‌جایی 128m متر است. در حل این تست شتاب را 2m/s^2 در نظر گرفتیم و چون اندازه سرعت در حال کاهش بوده، v منفی به دست آمد. شما می‌توانید شتاب را -2m/s^2 قرار دهید که در جواب نهایی یعنی اندازه جابه‌جایی تغییری حاصل نخواهد شد.

۱ ۳۱۵ A

۱ معادله سرعت - زمان، تابع درجه اول از زمان است، بنابراین حرکت دارای شتاب

$$v = at + v_0 \Rightarrow a = 2\text{m/s}^2, v_0 = -4\text{m/s}$$

ثابت است:

$$v = 2t - 4$$

۲ برای حرکت با شتاب ثابت روی خط راست، سرعت متوسط

است. سرعت در لحظه $t=1\text{s}$ و $t=2\text{s}$ را حساب می‌کنیم

$$t_1 = 1\text{s} \Rightarrow v_1 = -2\text{m/s} \Rightarrow v_{av} = \frac{-2+0}{2} \Rightarrow v_{av} = -1\text{m/s}$$

۳ جابه‌جایی در این بازه زمانی با توجه به سرعت متوسط خواهد شد.

$$\Delta x = v_{av} \Delta t \Rightarrow \Delta x = -1 \times (2-1) = -1\text{m}$$

۱ ۳۱۶ A

سرعت متحرک در $x_1 = 10\text{m}$ برابر $v_1 = 4\text{m/s}$ و در مکان $x_2 = 19\text{m}$

$$v_2 = \frac{18}{3/6} = 36\text{m/s}$$

سرعت - مکان) هدایت می‌کند.

$$v_2^2 - v_1^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 36^2 - 4^2 = 2a \times (19-10) \Rightarrow a = 60\text{m/s}^2$$

۴ ۳۱۷ A

شتاب حرکت یعنی آهنگ تغییر سرعت در صورت مسئله بیان شده تندی با شتاب

1m/s افزایش می‌یابد، بنابراین $a = +1\text{m/s}^2$ است و به کمک معادله مستقل از

زمان مسئله قابل حل است. البته ابتدا یکای سرعت را به m/s تبدیل می‌کنیم.

$$v = 18\text{km/h} \times \frac{1000\text{m}}{1\text{km}} \times \frac{1\text{h}}{3600\text{s}} \Rightarrow v = \frac{18}{3.6} = 5\text{m/s}$$

A ۲ ۳۲۳

برای درک بهتر مسئله یک شکل ساده رسم می‌کنیم.

$$v \quad x \quad \Delta v \quad x \quad v' = ?$$

با توجه به شکل و معادله مستقل از زمان برای حرکت با شتاب ثابت عدد جابه‌جایی حالت اول و جابه‌جایی حالت دوم می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} v^2 - v_0^2 &= 2a\Delta x \\ (5v)^2 - v^2 &= 2ax \\ (v')^2 - (5v)^2 &= 2ax \end{aligned} \Rightarrow \begin{cases} 24v^2 = v'^2 - 25v^2 \\ 24v^2 = v'^2 - 25v^2 \end{cases} \Rightarrow v'^2 = 49v^2 \Rightarrow v' = 7v$$

A ۳ ۳۲۴

۱ به کمک معادله سرعت - مکان (مستقل از زمان) شتاب حرکت را به دست

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - 400 = 2a \times 40 \Rightarrow a = -5 \text{ m/s}^2$$

۲ اکنون سرعت را در جابه‌جایی $\Delta x = 30 \text{ m}$ به دست می‌آوریم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow v^2 - 400 = 2 \times (-5) \times 30 \Rightarrow v^2 = 100 \Rightarrow v = 10 \text{ m/s}$$

A ۱ ۳۲۵

جهت حرکت را مثبت می‌گیریم. در این صورت شتاب -4 m/s^2 است به کمک معادله

$$v_1 = 36 \text{ km/h} \times \frac{10}{36} = 10 \text{ m/s}$$

$$v_1^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 10^2 - 10^2 = 2 \times (-4) \times \Delta x \Rightarrow \Delta x = 12.5 \text{ m}$$

گوزن در فاصله ۱۵ متری اتومبیل بوده و اتومبیل پس از 12.5 m می‌ایستد. بنابراین فاصله گوزن تا اتومبیل در هنگام توقف $15 - 12.5 = 2.5 \text{ m}$ می‌باشد.

B ۱ ۳۲۶

۱ نکته: زمان واکنش یعنی بازه زمانی از لحظه‌ای که راننده مانع را می‌بیند تا لحظه‌ای که ترمز می‌کند.

۲ خط‌نکری: در مدت زمان واکنش، حرکت متحرک تقریباً حرکت با سرعت ثابت روی خط راست است. بنابراین شما باید در مدت 0.4 s ، جابه‌جایی خودرو را به کمک رابطه سرعت ثابت به دست آورده سپس جابه‌جایی آن را پس از ترمز تا توقف کامل به کمک روابط شتاب ثابت حساب کنید.

۱ سرعت را بر حسب m/s به دست می‌آوریم.

$$v = 90 \text{ km/h} = \frac{90}{3.6} = 25 \text{ m/s}$$

۲ جابه‌جایی در مدت زمان واکنش برابر است با:

$$\Delta x = vt \Rightarrow \Delta x_1 = 25 \times 0.4 \Rightarrow \Delta x_1 = 10 \text{ m}$$

۳ از لحظه ترمز تا توقف کامل، جابه‌جایی اتومبیل برابر خواهد شد با:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - 25^2 = 2(-5)\Delta x_2 \Rightarrow \Delta x_2 = 62.5 \text{ m}$$

۴ بنابراین اتومبیل از لحظه مشاهده مانع تا توقف، جابه‌جایی $\Delta x_1 + \Delta x_2$ را می‌پیماید:

در نتیجه اتومبیل در فاصله $10 + 62.5 = 72.5 \text{ m}$ از مانع می‌ایستد.

B ۲ ۳۲۷

ابتدا سرعت خودرو را بر حسب متر بر ثانیه به دست می‌آوریم:

$$v = 108 \frac{\text{km}}{\text{h}} \times \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} \times \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} = \frac{108}{3.6} = 30 \text{ m/s}$$

۱ جابه‌جایی متحرک در مدت t خودرو با سرعت ثابت 30 m/s برابر است با:

$$\Delta x = vt \Rightarrow \Delta x_1 = 30t$$

۲ جابه‌جایی متحرک در بازه زمانی که حرکت کندشونده است به کمک معادله مستقل از زمان (معادله سرعت - مکان) حساب می‌کنیم.

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x_2 \Rightarrow 0 - 30^2 = 2 \times (-3) \times \Delta x_2 \Rightarrow \Delta x_2 = 150 \text{ m}$$

۳ برای آنکه خودرو به مانع برخورد نکند، باید در مدت زمان واکنش جابه‌جایی آن

$$\Delta x_1 \leq 50 \Rightarrow 30t \leq 50 \Rightarrow t \leq \frac{5}{3}$$

کمتر $50 - 150 = 50 \text{ m}$ باشد. بنابراین

B ۴ ۳۲۸

۱ ابتدا به کمک معادله سرعت - مکان (مستقل از زمان) شتاب حرکت را به دست می‌آوریم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a(x - x_0) \Rightarrow \frac{x=18/\Delta t, x_0=15 \text{ m}}{v_0=18 \text{ m/s}, v=6 \text{ m/s}} \Rightarrow 36 - 64 = 2a(18/5 - 15)$$

$$\Rightarrow a = -4 \text{ m/s}^2$$

۲ بنابراین معادله مکان - زمان آن خواهد شد:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}(-4)t^2 + 18t + 15 \Rightarrow x = -2t^2 + 18t + 15$$

A ۲ ۳۲۹

۱ ابتدا شتاب را به کمک معادله سرعت - مکان (مستقل از زمان) به دست می‌آوریم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 17^2 - 9^2 = 2a(31 - 5) \Rightarrow (17+9)(17-9) = 2 \times a \times 26$$

$$\Rightarrow a = 4 \text{ m/s}^2$$

۲ سرعت اولیه را به کمک معادله سرعت - زمان حساب می‌کنیم:

$$v = at + v_0 \Rightarrow 9 = 4 \times 1 + v_0 \Rightarrow v_0 = 5 \text{ m/s}$$

۳ اکنون مکان اولیه متحرک را حساب می‌کنیم:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow 5 = \frac{1}{2} \times 4 \times 1 + 5 \times 1 + x_0 \Rightarrow x_0 = -2 \text{ m}$$

$$x = \frac{1}{2} \times 4t^2 + 5t - 2 \Rightarrow x = 2t^2 + 5t - 2$$

۴ معادله حرکت برابر است با:

B ۲ ۳۳۰

۱ خط‌نکری: در این پرسش خاص معادله سرعت - مکان داده شده را با معادله مستقل از زمان حرکت با شتاب ثابت مقایسه می‌کنیم و ضریب x را برابر $2a$ قرار می‌دهیم و شتاب را به دست می‌آوریم.

معادله $v = 5\sqrt{x}$ را به توان ۲ رسانده تا شبیه معادله مستقل از زمان شود.

$$v^2 = 25x$$

با توجه به معادله $v^2 - v_0^2 = 2ax$ ، ضریب x در دو معادله را برابر قرار می‌دهیم و شتاب را به دست می‌آوریم.

$$2a = 25 \Rightarrow a = 12.5 \text{ m/s}^2$$

A ۱ ۳۳۱

۱ خط‌نکری: معادله سرعت - مکان داده شده را به توان ۲ برسانید و آن را به صورت معادله مستقل از زمان حرکت با شتاب ثابت $v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x$ مرتب کنید و با مقایسه، مقدار v_0 و a را به دست بیاورید. حرکت کندشونده است و باید علامت a و v_0 یکسان نباشد. پس به سراغ حل مسئله برویم.

$$v = \pm \sqrt{v_0^2 + 2ax} \Rightarrow v^2 - 49 = 2ax \Rightarrow \frac{v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x}{v_0^2 = 49 \Rightarrow v_0 = \pm 7 \text{ m/s}, 2a = 7 \Rightarrow a = \mp 3.5 \text{ m/s}^2}$$

۲ حرکت کندشونده است از این‌رو اگر شتاب را مثبت $a = +3.5 \text{ m/s}^2$ فرض کنیم، سرعت اولیه آن منفی ($v_0 = -7 \text{ m/s}$) است. اکنون به کمک معادله جابه‌جایی زمان مسئله را حل می‌کنیم.

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \Rightarrow \Delta x = \frac{1}{2}(3.5)t^2 + (-7) \times t \Rightarrow \Delta x = 28 - 28 = 0$$

C ۱ ۳۳۲

۱ خط‌نکری: مهم‌ترین قسمت حل مسئله این است که در لحظه $t = 0$ مکان اولیه

$$x_0 = \frac{-27}{8} \text{ m}$$

اولیه متحرک را به دست می‌آوریم سپس با مرتب کردن معادله و با مقایسه آن با معادله مستقل از زمان شتاب را حساب کرده سپس به کمک معادله مکان - زمان لحظه تغییر جهت بردار مکان یعنی لحظه گذر از $x = 0$ را حساب می‌کنیم.

۱ سرعت اولیه را حساب می‌کنیم.

$$\frac{v^2}{36} - \frac{2x}{9} = 1 \Rightarrow \frac{v_0^2}{36} - \frac{2(-27/8)}{9} = 1 \Rightarrow \frac{v_0^2}{36} + \frac{3}{4} = 1 \Rightarrow \frac{v_0^2 + 27}{36} = 1$$

$$\Rightarrow v_0^2 + 27 = 36 \Rightarrow v_0^2 = 9 \Rightarrow v_0 = 3 \text{ m/s}$$

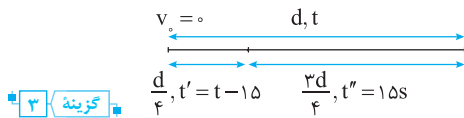
پایسج همان گونه که بیان شد، باید $d - \frac{3d}{4} = \frac{d}{4}$ اول مسیر را با کل مسیر

مقایسه کنیم. اگر زمان کل حرکت t باشد، زمان حرکت $\frac{d}{4}$ اول مسیر

$t' = t - 15$ ثانیه است. معادله‌ها را نوشته و مسئله را حل می‌کنیم:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow \begin{cases} \frac{d}{4} = \frac{1}{2}a(t-15)^2 \\ d = \frac{1}{2}at^2 \end{cases} \xrightarrow[\text{تقسیم می‌کنیم}]{\text{دو رابطه را بر هم}} \frac{1}{4} = \frac{(t-15)^2}{t^2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{t-15}{t} \Rightarrow t = 30s$$



گزینه ۳

B ۱ ۳۳۵

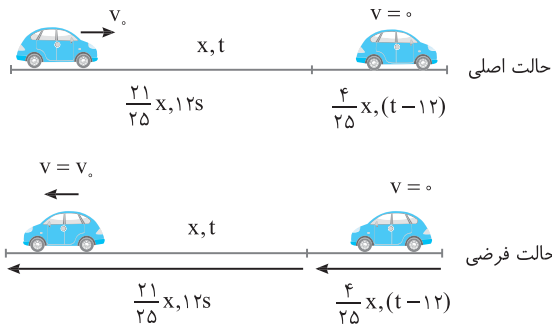
نگش در حرکت کندشونده با شتاب ثابت روی خط راست که متوقف می‌شود، می‌توان حرکت را از مکان توقف یک حرکت تندشونده با همان شتاب فرض کرد.

خط فکری با توجه به نکته بیان شده، شما زمان کل توقف را t و مسافت طی شده را X

فرض کنید. در این صورت، متحرک مسافت طی شده اول حالت فرضی $(\frac{4}{25}X)$ را در $t - 12s$

طی می‌کند. بنابراین معادله مکان - زمان را برای X و $\frac{4}{25}X$ نوشته و بر هم تقسیم کنید.

$$\begin{cases} x = \frac{1}{2}at^2 \\ \frac{4x}{25} = \frac{1}{2}a(t-12)^2 \end{cases} \Rightarrow \frac{25}{4} = \frac{t^2}{(t-12)^2} \Rightarrow \frac{5}{2} = \frac{t}{t-12} \Rightarrow 5t - 60 = 2t \Rightarrow t = 20s$$



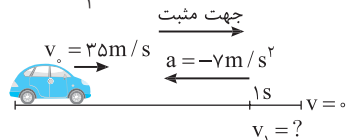
A ۴ ۳۳۶

روش اول: سرعت خودرو با شتاب $\gamma m/s^2$ از $35m/s$ به صفر رسیده است از این‌رو سرعت آن یک ثانیه قبل از توقف کامل خواهد شد:

$$v = at + v_1 \Rightarrow 0 = -\gamma \times 1 + v_1 \Rightarrow v_1 = \gamma m/s$$

جابه‌جایی در یک ثانیه آخر را به کمک معادله مستقل از شتاب حساب می‌کنیم:

$$\Delta x = \frac{v+v_1}{2}t \Rightarrow \Delta x = \frac{0+\gamma}{2} \times 1 = 3/5m$$



روش راحت‌تر: کافی است فرض کنیم متحرک از حال سکون با شتاب $\gamma m/s^2$ به راه می‌افتد و جابه‌جایی آن را در $t = 1s$ از شروع حرکتش به دست آوریم.

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2} \times \gamma \times 1 = 3/5m$$



۲ متحرک در حال حرکت با شتاب ثابت است بنابراین معادله سرعت - مکان $v^2 - v_0^2 = 2ax$ می‌باشد. حال معادله داده شده را مرتب می‌کنیم

$$\frac{v^2}{36} - \frac{2x}{9} = 1 \Rightarrow \frac{v^2}{36} - \frac{8x}{36} = 1 \xrightarrow{\times 36} v^2 - 8x = 36 \Rightarrow v^2 = 8x + 36$$

۳ شتاب را حساب می‌کنیم:

$$\begin{cases} v^2 = 2a(x-x_0) + v_0^2 \\ v^2 = 8x + 36 \end{cases} \Rightarrow 2a = 8 \Rightarrow a = 4m/s^2$$

۴ معادله مکان - زمان متحرک به صورت $x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$ می‌باشد.

$$x = \frac{1}{2} \times 4 \times t^2 + 3t - \frac{27}{8} \Rightarrow x = 2t^2 + 3t - \frac{27}{8}$$

بنابراین:

۵ هنگامی که متحرک از $X = 0$ عبور می‌کند بردار مکان متحرک تغییر جهت خواهد داد:

$$2t^2 + 3t - \frac{27}{8} = 0 \Rightarrow t = \frac{3}{4}s, t = -\frac{9}{4}s$$

بنابراین در لحظه $t = \frac{3}{4}s = 0.75s$ بردار مکان تغییر جهت می‌دهد.

B ۴ ۳۳۳

۱ برای آن که معادله $v = \frac{-\sqrt{-2x}}{4}$ پاسخ داده باید زیر رادیکال مثبت باشد. از

این‌رو مقادیرهای X باید منفی بوده یعنی متحرک در مکان‌های منفی است.

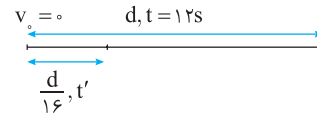
۲ در $X = 0$ ، $v_0 = 0$ است یعنی متحرک از مبدأ مکان از حال سکون در جهت منفی

محور حرکت کرده است و با افزایش مقدار X ، تندی نیز در حال افزایش و حرکت تندشونده است.

A ۳ ۳۳۴

خط فکری در حل این نوع مسائل یک شکل ساده از مسئله بکشید و طول تمام

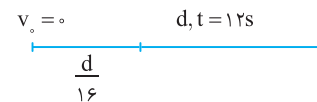
مسیر مستقیم را d بنامید و معادله مکان - زمان را برای آن بنویسید همچنین معادله مکان - زمان را برای قسمت اول مسیر (دقت کنید حتماً قسمت اول که در آن سرعت اولیه صفر است) بنویسید و دو معادله را بر هم تقسیم کنید.



با توجه به معادله مکان - زمان حرکت با شتاب ثابت و سرعت اولیه صفر، برای کل

مسیر (d) و $\frac{d}{16}$ اول مسیر معادله‌ها را می‌نویسیم:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow \begin{cases} d = \frac{1}{2}at^2 \\ \frac{d}{16} = \frac{1}{2}at'^2 \end{cases} \Rightarrow 16 = \frac{t^2}{t'^2} \Rightarrow t' = \frac{t}{4} = \frac{12}{4} \Rightarrow t' = 3s$$



میانبر وقتی متحرک از حال سکون با شتاب ثابت روی خط راست شروع به

حرکت کرده و در مدت t جابه‌جایی d را انجام می‌دهد، $\frac{d}{n}$ اول مسیر را در مدت

$$t' = \frac{t}{\sqrt{n}}$$

بازی با سؤال متحرکی روی خط راست از حال سکون با شتاب ثابت

جابه‌جایی d را در مدت t طی می‌کند. این متحرک $\frac{3d}{4}$ آخر مسیر را در مدت

$15s$ طی می‌کند. t چند ثانیه است؟

- ۴۰ (۴) ۳۰ (۳) ۲۵ (۲) ۲۰ (۱)

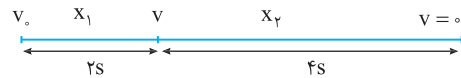
B ۳۳۷ ۲

خط فکری

ابتدا شتاب حرکت را بر حسب سرعت اولیه v_0 به دست بیاورید. زمان طی مسیر ۶s است که به دو بازه ۲s اول و ۴s بعدی تقسیم شده سرعت را در $t=2s$ حساب کنید و به کمک معادله مستقل از شتاب (فرمول طلایی) جابه‌جایی در هر قسمت را به دست آورده بر هم تقسیم می‌کنیم.

۱ شتاب حرکت برابر است با:

$$a = \frac{v - v_0}{t} \Rightarrow a = \frac{0 - v_0}{6} \Rightarrow a = \frac{-v_0}{6}$$



۲ سرعت را در لحظه $t=2s$ به دست می‌آوریم:

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = \frac{-v_0}{6} \times 2 + v_0 \Rightarrow v = \frac{2}{3}v_0$$

۳ اکنون به کمک معادله مستقل از شتاب، جابه‌جایی‌های x_1 و x_2 را به دست

می‌آوریم و بر هم تقسیم می‌کنیم:

$$\Delta x = \frac{v + v_0}{2} \Delta t \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{\frac{2}{3}v_0 + v_0}{2} \times 2 \Rightarrow x_1 = \frac{5}{3}v_0 \Rightarrow \frac{x_2}{x_1} = \frac{4}{5} \\ x_2 = \frac{\frac{2}{3}v_0 + 0}{2} \times 4 \Rightarrow x_2 = \frac{4}{3}v_0 \end{cases}$$

A ۳۳۸ ۲

مسئله ساده‌ای است. در صورت مسئله حرفی از زمان (t) زده نشده بنابراین فرمول مستقل از زمان اولین انتخاب برای حل مسئله است.

رابطه مستقل از زمان را برای کل مسیر (x) و برای ۱۵۰ متر اول که تندی نصف می‌شود را می‌نویسیم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \begin{cases} v=0 \Rightarrow 0 - v_0^2 = 2a(x) \\ v = \frac{v_0}{2} \Rightarrow \left(\frac{v_0}{2}\right)^2 - v_0^2 = 2a(150) \Rightarrow -\frac{3v_0^2}{4} = 2a(150) \end{cases}$$

دو رابطه را بر هم تقسیم می‌کنیم.

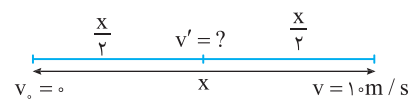
$$\frac{v_0^2}{\frac{3}{4}v_0^2} = \frac{x}{150} \Rightarrow \frac{4}{3} = \frac{x}{150} \Rightarrow x = 200 \text{ m}$$

۱ بازی با سؤال متحرکی با شتاب ثابت از حال سکون به راه می‌افتد و در جابه‌جایی x سرعتش به 10 m/s می‌رسد، سرعت این متحرک در گذر از وسط مسیر چند متر بر ثانیه است؟

$$5\sqrt{3} \quad (4) \quad 5\sqrt{2} \quad (3) \quad 5\sqrt{2} \quad (2) \quad 5 \quad (1)$$

۱ پاسخ معادله مستقل از زمان را در دو حالت نوشته و بر هم تقسیم می‌کنیم.

$$\begin{cases} v'^2 - v_0^2 = 2a\left(\frac{x}{2}\right) \\ v^2 - v_0^2 = 2ax \end{cases} \xrightarrow{v_0=0} \frac{v'^2}{v^2} = \frac{1}{2} \Rightarrow v' = \frac{\sqrt{2}}{2} \times 10 \Rightarrow v' = 5\sqrt{2} \text{ m/s}$$



۱ میانبر اگر متحرک از حال سکون با شتاب ثابت a شروع به حرکت

کرده و پس از جابه‌جایی x سرعتش v شود سرعت آن پس از جابه‌جایی $\frac{x}{n}$

خواهد شد $v' = \frac{v}{\sqrt{n}}$.

A ۳۳۹ ۳

به کمک معادله مستقل از زمان، شتاب حرکت را در مدتی که متحرک از مکان $x_1 = 10 \text{ m}$ به مکان $x_2 = 16 \text{ m}$ می‌رود به دست می‌آوریم:

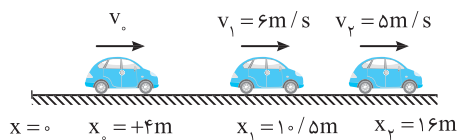
$$v_2^2 - v_1^2 = 2a(x_2 - x_1) \Rightarrow 25 - 36 = 2a(16 - 10) \Rightarrow a = -1 \text{ m/s}^2$$

اکنون بزرگی سرعت اولیه را در مدتی که متحرک از مکان اولیه $x_0 = +4 \text{ m}$ به مکان $x_2 = +16 \text{ m}$ می‌رود را حساب می‌کنیم.

$$v^2 - v_0^2 = 2a(x - x_0) \Rightarrow 25 - v_0^2 = 2(-1)(16 - 4) \Rightarrow v_0^2 = 25 + 24$$

$$\Rightarrow v_0 = +7 \text{ m/s}$$

مسیر حرکت در واقع به شکل زیر است:

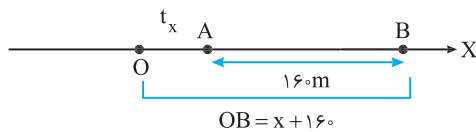


B ۳۴۰ ۲

خط فکری

سرعت متحرک در نقطه O صفر است، بنابراین می‌توانید فرض کنید که متحرک از نقطه O با شتاب 2 m/s^2 از حال سکون روی محور x شروع به حرکت کرده و ابتدا فاصله OA را در مدت t ثانیه و فاصله OB را در مدت $(t+8)$ ثانیه طی کرده است. فاصله OA را با حرف x نشان دهید. در این صورت فاصله OB برابر $(x+160)$ متر است.

۱ با توجه به شکل زیر، به کمک معادله مکان - زمان برای حرکت با شتاب ثابت می‌توان نوشت:

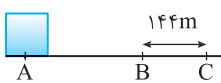


$$\begin{cases} x = \frac{1}{2}at^2 = t^2 \\ x + 160 = \frac{1}{2}a(t+8)^2 = (t+8)^2 \end{cases} \xrightarrow{\text{دو معادله را از هم کم کنیم}}$$

$$160 = (t+8)^2 - t^2 \Rightarrow 160 = 16t + 64 \Rightarrow t = 6 \text{ s}$$

۲ با داشتن $t = 6 \text{ s}$ مقدار OA را حساب می‌کنیم:

$$x = t^2 \xrightarrow{t=6 \text{ s}} OA = 36 \text{ m}$$



۱ بازی با سؤال متحرکی از حال

سکون با شتاب ثابت از نقطه A حرکت می‌کند و فاصله B تا C را در مدت ۴ ثانیه

طی می‌کند. اگر سرعت متحرک هنگام عبور از B برابر 16 m/s ، فاصله A و B چند متر است؟

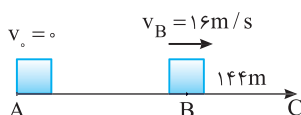
$$12/8 \quad (1) \quad 144 \quad (2) \quad 128 \quad (3) \quad 25/6 \quad (4)$$

۱ پاسخ به کمک معادله جابه‌جایی - زمان در بازه زمانی حرکت متحرک از B تا C شتاب را به دست می‌آوریم:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \Rightarrow 144 = \frac{1}{2}a \times (4)^2 + 16 \times 4 \Rightarrow 80 = 8a \Rightarrow a = 10 \text{ m/s}^2$$

اکنون به کمک معادله مستقل از زمان فاصله AB را حساب می‌کنیم:

$$v_B^2 - v_A^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 16^2 - 0 = 2 \times 10 \times (AB) \Rightarrow AB = 128 \text{ m}$$



۱ گزینه

۲ گزینه

۲ ۳۴۳ B

خط فکری با مسئله راحتی سروکار داریم. در صورت مسئله صحبتی از زمان نیست بنابراین باید به سراغ معادله مستقل از زمان برویم و به کمک آن شتاب را در بازه مکانی $25m$ تا $10m$ حساب کنیم سپس با همان معادله v_1 را به دست می آوریم.

x(m)	$x_1 = -22$	$x_2 = -25$	$x_3 = -10$
v(m/s)	v_1	$v_2 = 2$	$v_3 = 8$

۱ شتاب حرکت خواهد شد:

$$v_3^2 - v_2^2 = 2a(x_3 - x_2) \Rightarrow 8^2 - 2^2 = 2a[-10 - (-25)]$$

$$\Rightarrow 60 = 2a(15) \Rightarrow a = 2m/s^2$$

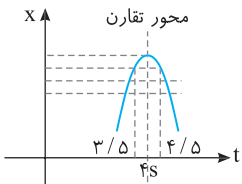
۲ سرعت v_1 را حساب می کنیم:

$$v_2^2 - v_1^2 = 2a(x_2 - x_1) \Rightarrow 2^2 - v_1^2 = 2 \times 2[-25 - (-22)]$$

$$4^2 - v_1^2 = -12 \Rightarrow v_1^2 = 16 \Rightarrow v_1 = \pm 4m/s$$

دقت کنید مکان متحرک ابتدا $x_1 = -22m$ سپس $x_2 = -25m$ است یعنی متحرک در جهت منفی محور در حال حرکت بوده است از این رو $v_1 = -4m/s$ خواهد بود.

۳ ۳۴۴ B

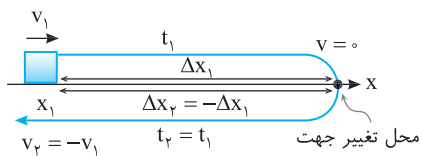


متحرک دارای شتاب ثابت است و نمودار مکان-زمان آن سهمی است. از طرفی در لحظه $t=4/5$ متحرک در بیشترین فاصله مثبت از مبدأ مکان است. یعنی متحرک در این لحظه تغییر جهت داده است. به عبارت

بتر متحرک ابتدا در جهت محور X ها در حرکت بوده و در لحظه $t=4/5$ سرعتش در مکان مثبت صفر شده و متحرک تغییر جهت داده و در خلاف جهت محور X ها حرکت کرده است. لحظه $t=4/5$ رأس سهمی مکان-زمان است و نمودار مکان-زمان آن می تواند به شکل زیر باشد. در یک سهمی نقاط واقع بر سهمی نسبت به محور قائم گذرنده از رأس تقارن دارد و در نقاطی که فاصله زمانی یکسانی از محور دارند مکان متحرک یکسان است و در بازه زمانی بین این لحظه ها جابه جایی صفر است و تنها در گزینه (۳) فاصله زمانی $3/5$ و $4/5$ از $4/5$ برابر است و جابه جایی صفر است.

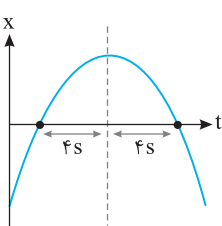
۱ ۳۴۵ B

خط فکری در حل این نوع مسائل مطلب بسیار مهم تقارن حرکت متحرک در دو طرف مکان و لحظه ای است که متحرک با شتاب ثابت متوقف شده و برمی گردد یعنی در هر بازه زمانی و مکانی از یک نقطه به سوی محل تغییر جهت برود در همان بازه زمانی از محل تغییر جهت به محل اولیه بازمی گردد و در آن محل سرعتش نیز قرینه می شود.



روش اول: نیازی به نوشتن هیچ رابطه و فرمولی نداریم. در مدت $4s$ متحرک به پیشینه مکان می رسد. مدت زمان $8s$ را در ذهن خود به دو

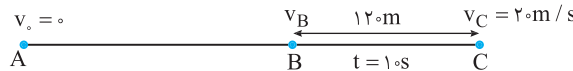
بازه زمانی $4s$ تقسیم کنید در $4s$ اول متحرک از مکان $+4m$ با سرعت $+3m/s$ به پیشینه مکان مثبت رفته، متوقف شده و بعد $4s$ بعد این مسیر را برگشته و به مکان $X = +4m$ برمی گردد.



روش دوم: معادله مکان-زمان حرکت با شتاب ثابت یک تابع درجه ۲ $(x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0)$ بوده و نمودار آن سهمی است و خطی که از رأس سهمی می گذرد محور تقارن سهمی است و مفهوم آن این است که در فاصله زمانی یکسان از این محور مکان مقدار یکسانی است.

۲ ۳۴۱ B

حرکت دارای شتاب ثابت است.



۱ سرعت در نقطه B را به کمک رابطه مستقل از شتاب به دست می آوریم:

$$\Delta x = \frac{v_C + v_B}{2} \Delta t \Rightarrow 120 = \frac{20 + v_B}{2} \times 10 \Rightarrow v_B = 4m/s$$

۲ شتاب را حساب می کنیم:

$$a = \frac{v_C - v_B}{\Delta t} \Rightarrow a = \frac{20 - 4}{10} \Rightarrow a = 1.6m/s^2$$

۳ اکنون به کمک معادله مستقل از زمان. فاصله A تا B را به دست می آوریم:

$$v_B^2 - v_A^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 16 - 0 = 2 \times 1.6 \times \Delta x \Rightarrow \Delta x = 5m$$

۳ ۳۴۲ C

نکته در یک حرکت با شتاب ثابت سرعت متوسط در یک بازه زمانی برابر سرعت لحظه ای در وسط بازه است.

خط فکری در بازه زمانی $2s$ تا $4s$ سرعت متوسط را به دست بیاورید. با این کار سرعت در لحظه $t=3s$ حساب کرده اید همین کار را برای بازه $4s$ تا $6s$ انجام دهید تا سرعت در لحظه $t=5s$ را به دست بیاورید از آنجا شتاب حرکت و ... را به دست آورید.

t(s)	۲	۴	۶
x(m)	۲۰	۳۶	۴۴

۱ سرعت متوسط در بازه $2s$ تا $4s$ برابر است با:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v_{av} = \frac{36 - 20}{4 - 2} \Rightarrow v_{av} = 4m/s \Rightarrow v_{t=3s} = 4m/s$$

۲ سرعت متوسط در بازه $4s$ تا $6s$ حساب می کنیم:

$$v_{av} = \frac{44 - 36}{6 - 4} = 4m/s \Rightarrow v_{t=5s} = 4m/s$$

۳ شتاب حرکت را حساب می کنیم.

$$a = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{4 - 4}{5 - 3} = 0m/s^2$$

۴ سرعت اولیه را به دست می آوریم:

$$v = at + v_0 \xrightarrow{t=2s, v=4m/s} 4 = -2 \times 2 + v_0 \Rightarrow v_0 = 14m/s$$

۵ معادله سرعت - زمان را می نویسیم:

$$v = -2t + 14$$

۶ در حرکت با شتاب ثابت نوع حرکت در لحظه ای تغییر می کند که سرعت صفر شود بنابراین

$$v = 0 \Rightarrow -2t + 14 = 0 \Rightarrow t = 7s$$

بازی با سؤال متحرکی با شتاب ثابت روی خط راست حرکت می کند.

اگر در زمان های $t=2s$, $t=6s$ و $t=8s$ به ترتیب از $x=50m$ و $x=90m$ عبور کند. شتاب حرکت چند متر بر مجذور ثانیه است؟

$$\frac{3}{10} \quad (4) \quad \frac{1}{3} \quad (3) \quad 4 \quad (2) \quad 2/5 \quad (1)$$

پاسخ سرعت متوسط در بازه $2s$ تا $6s$ با سرعت در لحظه $t=4s$ برابر

است از این رو می توان نوشت:

$$v_{av} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} \Rightarrow v_{av} = \frac{90 - 50}{6 - 2} \Rightarrow v_{av} = 10m/s \Rightarrow v_{t=4s} = 10m/s$$

سرعت در لحظه $t=7s$ با سرعت متوسط در بازه $6s$ تا $8s$ برابر است از این رو:

$$v_{av} = \frac{90 - 50}{8 - 6} \Rightarrow v_{av} = 20m/s \Rightarrow v_{t=7s} = 20m/s$$

شتاب حرکت خواهد شد:

$$a = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} \Rightarrow a = \frac{20 - 10}{7 - 4} = \frac{10}{3}m/s^2$$

گزینه ۳

۴ معادله سرعت را نوشته، $t=16s$ را در آن قرار می‌دهیم.

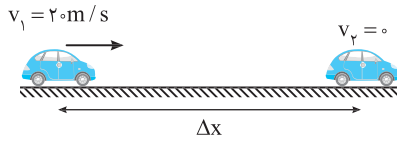
$$v = -2t + 8 \Rightarrow v = -2 \times 16 + 8 \Rightarrow v = -24 \text{ m/s}$$

۳ ۳۴۸ A

سرعت اولیه برابر $v_1 = 72 \text{ km/h} = \frac{72}{3.6} = 20 \text{ m/s}$ است. به کمک رابطه مستقل از

شتاب مسئله به راحتی قابل حل است.

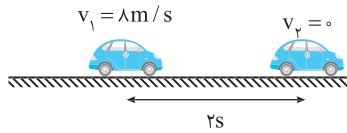
$$\Delta x = \frac{v_1 + v_2}{2} \Delta t \Rightarrow \Delta x = \frac{20 + 0}{2} \times 5 \Rightarrow \Delta x = 50 \text{ m}$$



۲ ۳۴۹ A

متحرک ترمز کرده و در انتهای مسیر متوقف خواهد شد بنابراین در بازه 0 تا $2s$ سرعت متحرک از 8 m/s با شتاب ثابت به صفر می‌رسد از این رو به کمک معادله مستقل از شتاب مسئله قابل حل است.

$$\Delta x = \frac{v_1 + v_2}{2} \Delta t \Rightarrow \Delta x = \frac{8 + 0}{2} \times 2 \Rightarrow \Delta x = 8 \text{ m}$$



۳ ۳۵۰ B

راه حل اول: ۱ مطابق شکل در مدت $2s$ آخر حرکت سرعت از v_1 به صفر می‌رسد. به کمک رابطه مستقل از شتاب سرعت v_1 را حساب می‌کنیم.

$$\Delta x = \frac{v + v_1}{2} \Delta t \Rightarrow 6 = \frac{0 + v_1}{2} \times 2 \Rightarrow v_1 = 6 \text{ m/s}$$

$$a = \frac{v - v_1}{t} \Rightarrow a = \frac{0 - 6}{2} = -3 \text{ m/s}^2$$

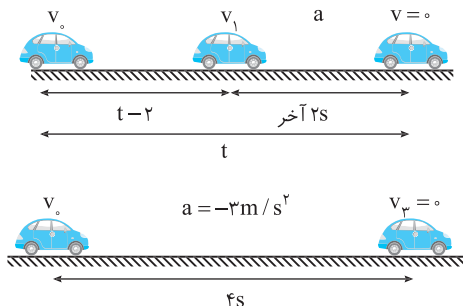
۵ شتاب حرکت خواهد شد:

۶ سرعت لحظه ترمز را به دست می‌آوریم:

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = -3 \times 4 + v_0 \Rightarrow v_0 = 12 \text{ m/s}$$

۷ مسافت طی شده از لحظه ترمز تا توقف برابر است با:

$$\Delta x = \frac{v + v_0}{2} t \Rightarrow \Delta x = \frac{0 + 12}{2} \times 4 \Rightarrow \Delta x = 24 \text{ m}$$



راه حل دوم: می‌توان فرض کرد که متحرک از حال سکون با همان شتاب به راه افتاده است و شتاب حرکت را به دست می‌آوریم.

$$\Delta x = \frac{1}{2} at^2 \Rightarrow 6 = \frac{1}{2} a(2)^2 \Rightarrow a = 3 \text{ m/s}^2$$

جابه‌جایی در مدت $4s$ با شتاب 3 m/s^2 را حساب می‌کنیم:

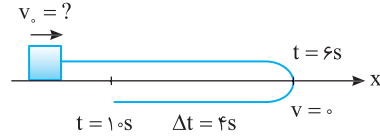
$$\Delta x = \frac{1}{2} at^2 = \frac{1}{2} \times 3 \times 4^2 \Rightarrow \Delta x = 24 \text{ m}$$

بازی با سؤال: متحرکی روی محور x ها با شتاب ثابت در حرکت است و

در لحظه $t_1 = 6s$ در جهت مثبت در بیشترین فاصله خود از مبدأ مکان است.

اگر در لحظه $t_2 = 10s$ از مبدأ مکان با سرعت 8 m/s خلاف جهت محور x

عبور کند، سرعت اولیه متحرک چند متر بر ثانیه است؟



۱ پاسخ: متحرک در لحظه $t = 6s$ در محل تغییر جهت حرکت خود

است و در لحظه $t = 10s$ از مبدأ مکان $x = 0$ با سرعت 8 m/s در خلاف

جهت محور $(v = -8 \text{ m/s})$ می‌گذرد. شتاب حرکت را با توجه به این مطالب

حساب می‌کنیم. در بازه $4s$ سرعت متحرک از صفر به -8 m/s رسیده از

این رو،

۲ سرعت متحرک در مدت 0 تا $6s$ از سرعت اولیه (v_0) با شتاب

(-2 m/s^2) به صفر رسیده است بنابراین خواهیم داشت:

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = -2 \times 6 + v_0 \Rightarrow v_0 = 12 \text{ m/s}$$

B ۳۴۶

۱ متحرک دارای حرکت با شتاب ثابت است و در لحظه‌های $t = 2s$ و $t = 3s$ از

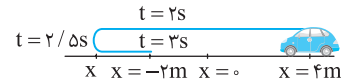
مکان -2 m می‌گذرد، بنابراین در این بازه متحرک تغییر جهت داده است. اما در چه

لحظه‌ای تغییر جهت می‌دهد. در واقع متحرک از $t = 2s$ ، نیم ثانیه رفته در لحظه $2/5s$

متوقف شده و نیم ثانیه برمی‌گردد و در لحظه $t = 3s$ از مکان -2 m مجدداً می‌گذرد.

(البته لحظه تغییر جهت، لحظه رأس سهمی است و در دو طرف محور قائم گذرنده از رأس

سهمی تقارن دارد با این استدلال نیز مشخص است که $t = \frac{2+3}{2} = 2.5s$ رأس t .



۲ با توجه به معادله سرعت - زمان می‌توان نوشت:

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = a(2/5) + v_0 \Rightarrow v_0 = -2/5a \quad (I)$$

۳ مکان اولیه متحرک $x = 4 \text{ m}$ است. با توجه به معادله مکان - زمان حرکت با

شتاب ثابت خواهیم داشت

$$x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t + x_0 \xrightarrow{t=2.5s, x=-2m} -2 = \frac{1}{2} a(4) + 2v_0 + 4$$

$$\Rightarrow -2 = 2a + 2v_0 + 4 \Rightarrow 2a + 2v_0 = -6 \Rightarrow a + v_0 = -3 \quad (II)$$

۴ از رابطه (I) در رابطه (II) جای گذاری کرده شتاب را به دست می‌آوریم:

$$a - 2/5a = -3 \Rightarrow -1/5a = -3 \Rightarrow a = 15 \text{ m/s}^2$$

B ۳۴۷

خط فکری: در مسئله گفته شده در بازه 0 تا $10s$ ، $6s$ حرکت تندشونده است یعنی

باید از 0 تا $4s$ حرکت کندشونده باشد و در لحظه $t = 4s$ متحرک متوقف شده و تغییر

جهت داده و $6s$ حرکت آن تندشونده است.

۱ معادله سرعت - زمان را نوشته در $t = 4s$ ، سرعت را برابر صفر قرار می‌دهیم.

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = 4a + v_0 \Rightarrow v_0 = -4a \quad (I)$$

۲ در لحظه $t = 0$ مکان اولیه $x_0 = -10 \text{ m}$ بوده و در لحظه $t = 10s$ مکان آن

$x = -30 \text{ m}$ است. معادله مکان زمان را نوشته یک رابطه دیگر بین v_0 و a به دست می‌آوریم:

$$x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t + x_0 \Rightarrow -30 = \frac{1}{2} a(10)^2 + v_0(10) + (-10)$$

$$\Rightarrow -30 = 50a + 10v_0 - 10 \Rightarrow -20 = 50a + 10v_0$$

۳ از رابطه (I) جای گذاری می‌کنیم:

$$\Rightarrow -20 = 50a + 10(-4a) \Rightarrow -20 = 10a \Rightarrow a = -2 \text{ m/s}^2$$

$$v_0 = -4(-2) \Rightarrow v_0 = 8 \text{ m/s}$$

معادله سرعت - زمان خواهد شد: $v = at + v_0 \Rightarrow v = 4t - 4$

لحظه تغییر جهت، لحظه‌ای است که سرعت صفر شده و تغییر علامت می‌دهد. معادله سرعت - زمان $v = 4t - 4$ تابع درجه یک است و در دو طرف ریشه‌اش تغییر علامت می‌دهد. $v = 0 \Rightarrow 4t - 4 = 0 \Rightarrow t = 1s$

روش دوم: نکته، در حرکت با شتاب ثابت سرعت متوسط در یک بازه زمانی برابر سرعت لحظه‌ای در وسط بازه است.

۱. سرعت متوسط را در بازه زمانی ۱s تا ۳s که متحرک از مکان $x_1 = 3m$ تا $x_2 = 11m$ را طی می‌کند، به دست می‌آوریم که برابر سرعت لحظه‌ای در لحظه $t = 2s$ است.

$$v_{av} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} \Rightarrow v_{av} = \frac{11 - 3}{3 - 1} \Rightarrow v_{av} = 4m/s \Rightarrow v_{t=2s} = 4m/s$$

۲. سرعت متوسط در بازه زمانی ۳s تا ۵s که متحرک از مکان $x_1 = 11m$ و $x_2 = 35m$ را طی می‌کند برابر سرعت لحظه‌ای در لحظه $t = 4s$ است.

$$v_{av} = \frac{35 - 11}{5 - 3} \Rightarrow v_{av} = \frac{24}{2} = 12m/s \Rightarrow v_{t=4s} = 12m/s$$

۱. شتاب حرکت خواهد شد: $a = \frac{v - v_0}{\Delta t} \Rightarrow a = \frac{12 - 4}{4 - 2} \Rightarrow a = 4m/s^2$

۲. به کمک معادله سرعت - زمان، سرعت اولیه را حساب می‌کنیم. $v = at + v_0 \xrightarrow{t=2s, v=4m/s} 4 = 2 \times 4 + v_0 \Rightarrow v_0 = -4m/s$

۳. لحظه تغییر جهت یعنی لحظه‌ای که سرعت صفر می‌شود $v = at + v_0 \Rightarrow 0 = 4t - 4 \Rightarrow t = 1s$

۳ ۳۵۴ B

۱. سرعت انومبیل پس از ترمز در طی x متر، از v به $\frac{v}{4}$ رسیده، بنابراین طبق معادله

مستقل از زمان داریم: $(1) \quad v^2 - v_0^2 = 2ax \Rightarrow \left(\frac{v}{4}\right)^2 - v^2 = 2ax \Rightarrow \frac{v^2}{16} - v^2 = 2ax$

۲. در کل مسیر ترمز گرفتن سرعت متحرک از v به صفر خواهد رسید بنابراین خواهیم داشت: $(2) \quad v^2 - v_0^2 = 2ax' \Rightarrow 0 - v^2 = 2ax' \Rightarrow -v^2 = 2ax'$

۳. با تقسیم رابطه (۱) و (۲) دو برهم داریم: $\frac{(1)}{(2)} \Rightarrow \frac{\frac{v^2}{16} - v^2}{-v^2} = \frac{x}{x'} \Rightarrow x' = \frac{4}{3}x$

۳ ۳۵۵ B

خط فکری در صورت مسئله، حرفی از زمان نیست بنابراین معادله مستقل از زمان اولین انتخاب است. برای AB و AC و DB معادله مستقل از زمان را بر حسب l و بنویسید و مسئله را حل کنید.

۱. سرعت متحرک پس از طی مسافت l با شتاب ثابت از $5m/s$ به $15m/s$ می‌رسد، بنابراین: $v_B^2 - v_A^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 225 - 25 = 2al \Rightarrow 100 = al \quad (I)$

۲. حال از A تا C متحرک با همان شتاب و با سرعت $v_A = 5m/s$ پس از مسافت $\frac{l}{4}$ به نقطه C رسیده بنابراین:

$$v_C^2 - v_A^2 = 2a\Delta x \Rightarrow v_C^2 - 25 = 2a \frac{l}{4} \Rightarrow v_C^2 - 25 = \frac{al}{2} \quad (II)$$

۳. رابطه (I) و (II) را بر هم تقسیم کنیم تا v_C را به دست بیاوریم. $\frac{100}{v_C^2 - 25} = \frac{al}{\frac{al}{2}} \Rightarrow v_C^2 = 75 \Rightarrow v_C = 5\sqrt{3}m/s$

۴. متحرک از D تا B مسافت $\frac{l}{4}$ را با همان شتاب طی کرده و در نقطه B سرعتش به $15m/s$ می‌رسد:

$$v_B^2 - v_D^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 225 - v_D^2 = 2a \frac{l}{4} \xrightarrow{al=100} 225 - v_D^2 = 50 \Rightarrow v_D^2 = 175 \Rightarrow v_D = 5\sqrt{7}m/s$$

۲ ۳۵۱ B

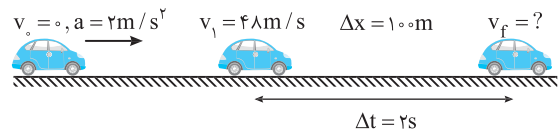
خط فکری $100m$ آخر مسیر را که متحرک در $2s$ طی می‌کند یک مسیر مستقل فرض کنید که در ابتدای آن سرعت اولیه متحرک v_1 است. سپس سرعت را در انتهای 100 متر یعنی سرعت نهایی در (v_f) را به دست بیاورید و سرعت متوسط از $v_0 = 0$ تا v_f را حساب کنید.

۱. $100m$ آخر با سرعت اولیه v_1 و در مدت $2s$ با شتاب $2m/s^2$ طی می‌شود. بنابراین:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_1t \Rightarrow 100 = \frac{1}{2} \times 2 \times 2^2 + 2v_1 \Rightarrow 100 = (2)^2 + 2v_1 \Rightarrow v_1 = 48m/s$$

۲. سرعت نهایی را از رابطه مستقل از شتاب حساب می‌کنیم: $\Delta x = \frac{v_1 + v_f}{2} \Delta t \Rightarrow 100 = \frac{48 + v_f}{2} \times 2 \Rightarrow v_f = 52m/s$

۳. متحرک از حال سکون شروع به حرکت کرده پس $v_i = 0$ و سرعت نهایی $v_f = 52m/s$ می‌باشد: $v_{av} = \frac{v_i + v_f}{2} = \frac{0 + 52}{2} = 26m/s$

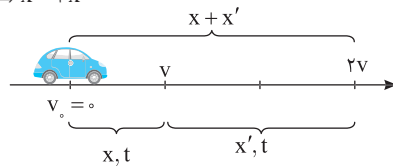


۲ ۳۵۲ A

۱. حرکت دارای شتاب ثابت است بنابراین در بازه زمانی یکسان، تغییر سرعت یکسان است یعنی در مدت t سرعت از صفر به v رسیده است. بنابراین مدتی که سرعت از v به $2v$ می‌رسد نیز برابر $t' = t$ است.

۲. رابطه مستقل از زمان را برای v تا $2v$ را نوشته بر هم تقسیم کرده نسبت $\frac{x'}{x}$ را حساب می‌کنیم

دو رابطه را بر هم تقسیم می‌کنیم $\begin{cases} v^2 - 0 = 2ax & (1) \\ (2v)^2 - 0 = 2a(x+x') & (2) \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{x}{x+x'} \Rightarrow x' = 3x$



۱ ۳۵۳ B

روش اول: با توجه به معادله مکان - زمان $x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$ و داده‌های سؤال می‌توان نوشت:

$$x_1 = \frac{1}{2}at_1^2 + v_0t_1 + x_0 \xrightarrow{t_1=1s, x_1=3m} 3 = \frac{1}{2}a + v_0 + x_0 \quad (I)$$

$$x_2 = \frac{1}{2}at_2^2 + v_0t_2 + x_0 \xrightarrow{t_2=3s, x_2=11m} 11 = \frac{9}{2}a + 3v_0 + x_0 \quad (II)$$

$$x_3 = \frac{1}{2}at_3^2 + v_0t_3 + x_0 \xrightarrow{t_3=5s, x_3=35m} 35 = \frac{25}{2}a + 5v_0 + x_0 \quad (III)$$

تفاضل دو معادله (I), (II) $\rightarrow 8 = 4a + 2v_0$

تفاضل دو معادله (II), (III) $\rightarrow 24 = 8a + 2v_0$

حال با توجه به دو معادله $\begin{cases} 8 = 4a + 2v_0 \\ 24 = 8a + 2v_0 \end{cases}$ مقدار a و v_0 را به دست می‌آوریم:

$$-16 = -4a \Rightarrow a = 4m/s^2, v_0 = -4m/s$$

B ۳۵۶ ۲

۱ بعد از این همه تست یاد گرفته‌ایم که در معادله حرکت با شتاب ثابت ضرب t^2 نصف شتاب $(\frac{1}{2}a)$ و ضرب t ، سرعت اولیه است از این رو:

$$x = 2t^2 - 16t + 5 \Rightarrow a = 4 \text{ m/s}^2, v_0 = -16 \text{ m/s}$$

۲ بنابراین معادله سرعت - زمان و لحظه تغییر جهت خواهد شد:

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 4t - 16 \xrightarrow{v=0} 0 = 4t - 16 \Rightarrow t = 4 \text{ s}$$

۳ حال مکان متحرک را در لحظه تغییر جهت به دست می‌آوریم:

$$x' = 2(4)^2 - 16(4) + 5 = -27 \text{ m}$$

۴ بنابراین فاصله متحرک از $x = -2 \text{ m}$ برابر است با:

$$|x' - x| = |-27 - (-2)| = 25 \text{ m}$$

B ۳۵۷ ۲

خط فکری دو ثانیه اول یعنی بازه زمانی بین صفر تا ۲s و ثانیه سوم یعنی بازه زمانی

در $t = 2 \text{ s}$ تا $t = 3 \text{ s}$ ، سرعت در لحظه‌های صفر، ۲s و ۳s را به دست بیاورید سپس به

کمک رابطه سرعت متوسط در حرکت با شتاب ثابت $(v_{av} = \frac{v_2 + v_1}{2})$ ، سرعت

متوسط در دو ثانیه اول و ثانیه سوم را حساب کنید و تفاضل آن‌ها را برابر 6 m/s قرار دهید و مسئله را حل کنید.

۱ سرعت‌ها را حساب می‌کنیم.

$$v = at + v_0 \Rightarrow \begin{cases} t=0 \rightarrow v_1 = v_0 \\ t=2s \rightarrow v_2 = 2a + v_0 \\ t=3s \rightarrow v_3 = 3a + v_0 \end{cases}$$

۲ سرعت متوسط در ۲ ثانیه اول خواهد شد:

$$v_{av} = \frac{v_1 + v_2}{2} = \frac{v_0 + 2a + v_0}{2} \Rightarrow v_{av} = v_0 + a$$

۳ سرعت متوسط در ثانیه سوم را به دست می‌آوریم.

$$v'_{av} = \frac{v_2 + v_3}{2} = \frac{2a + v_0 + 3a + v_0}{2} \Rightarrow v'_{av} = \frac{5}{2}a + v_0$$

۴ تفاضل دو سرعت متوسط را با توجه به فرض مسئله برابر 6 m/s قرار می‌دهیم.

$$v_{av} - v'_{av} = 6 \Rightarrow v_0 + a - (\frac{5}{2}a + v_0) = 6 \Rightarrow -\frac{3}{2}a = 6 \Rightarrow a = -4 \text{ m/s}^2$$

B ۳۵۸ ۳

۱ حرکت دارای شتاب ثابت است و معادله داده شده در واقع رابطه‌ای بین سرعت

و مکان، یعنی رابطه مستقل از زمان است. دو طرف آن را به توان ۲ رسانده و با رابطه مستقل از زمان حرکت با شتاب ثابت مقایسه کنیم:

$$|v_x|^2 = \sqrt{4\Delta x + 36} \Rightarrow v_x^2 - 36 = 4\Delta x \xrightarrow{v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x}$$

$$v_0^2 = 36 \Rightarrow v_0 = 6 \text{ m/s}, 2a = 4 \Rightarrow a = 2 \text{ m/s}^2$$

۲ اکنون با داشتن سرعت اولیه و شتاب، جابه‌جایی در ۲ ثانیه اول خواهد شد:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \Rightarrow \Delta x = \frac{1}{2} \times 2 \times (2)^2 + 6 \times 2 \Rightarrow \Delta x = 16 \text{ m}$$

A ۳۵۹ ۳

یادآوری معادله مکان - زمان حرکت با شتاب ثابت $(x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0)$ یک

تابع درجه ۲ است و نمودار آن سهمی است. اگر ضرب t^2 مثبت باشد یعنی شتاب مثبت باشد، دهانه نمودار رو به بالا و اگر منفی باشد دهانه نمودار رو به پایین است.

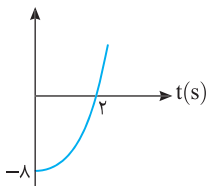
با توجه به معادله $x = t^2 + 3t + 4$ خواهیم داشت:

$$\frac{1}{2}a = 1 \Rightarrow a = 2 \text{ m/s}^2, v_0 = 3 \text{ m/s}, x_0 = 4 \text{ m}$$

شتاب مثبت است $a = 2 \text{ m/s}^2$ ، بنابراین دهانه نمودار باید رو به بالا باشد، سرعت اولیه $+3 \text{ m/s}$ است یعنی شیب خط مماس بر نمودار در $t = 0$ باید مثبت باشد و مکان اولیه $x = 4 \text{ m}$ است، بنابراین گزینه (۳) درست است.

A ۳۶۰ ۴

x(m)



خط فکری به نمودار نگاه کنید با توجه به

فرض مسئله $v_0 = 0$ بوده و در مدت ۲s متحرک

جابه‌جایی $+8 \text{ m}$ را طی کرده است بنابراین به

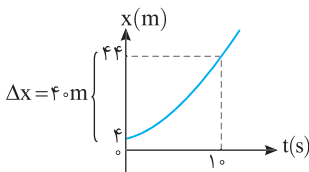
کمک معادله مستقل از شتاب، سرعت در لحظه

$t = 2 \text{ s}$ به راحتی به دست می‌آید.

داده‌های روی نمودار را در معادله مستقل از شتاب جای گذاری می‌کنیم.

$$\Delta x = \frac{v + v_0}{2} \Delta t \Rightarrow 8 = \frac{v + 0}{2} \times 2 \Rightarrow v = 8 \text{ m/s}$$

B ۳۶۱ ۱



۱ نمودار سهمی است، بنابراین

حرکت دارای شتاب ثابت است از

طرفی شیب خط مماس در $t = 0$

برابر ۲ است یعنی سرعت اولیه

جسم برابر $v_0 = 2 \text{ m/s}$ است به

کمک معادله طلایی مستقل از شتاب، سرعت در لحظه $t = 1 \text{ s}$ را به دست می‌آوریم.

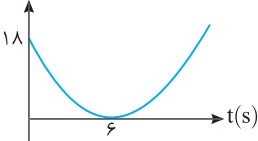
$$\Delta x = \frac{v + v_0}{2} t \Rightarrow 4 = \frac{v + 2}{2} \times 1 \Rightarrow v = 6 \text{ m/s}$$

۲ حرکت دارای شتاب ثابت است و شتاب متوسط در تمام بازه‌های زمانی یکسان

$$a_{av} = a = \frac{v - v_0}{t} = \frac{6 - 2}{1} = 4 \text{ m/s}^2 \text{ است.}$$

A ۳۶۲ ۲

x(m)



۱ در لحظه $t = 6 \text{ s}$ نمودار بر محور

زمان مماس شده است یعنی در این

لحظه شیب خط مماس بر نمودار صفر

بوده و سرعت در این لحظه صفر است.

۲ به کمک معادله مستقل از شتاب (فرمول طلایی) سرعت اولیه را حساب می‌کنیم.

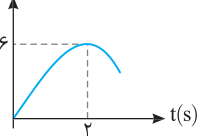
$$\Delta x = \frac{v + v_0}{2} t \Rightarrow -18 = \frac{0 + v_0}{2} \times 6 \Rightarrow v_0 = -6 \text{ m/s}$$

۳ شتاب حرکت را به دست می‌آوریم.

$$a = \frac{v - v_0}{t} \Rightarrow a = \frac{0 - (-6)}{6} \Rightarrow a = 1 \text{ m/s}^2$$

A ۳۶۳ ۳

x(m)



یادآوری در نقاط کمینه و بیشینه نمودار مکان

- زمان سرعت لحظه‌ای صفر است.

۱ سرعت در لحظه $t = 2 \text{ s}$ برابر صفر است.

به کمک معادله طلایی مستقل از شتاب، سرعت

اولیه را به دست می‌آوریم.

$$\Delta x = \frac{v + v_0}{2} \Delta t \Rightarrow 6 = \frac{0 + v_0}{2} \times 2 \Rightarrow v_0 = 6 \text{ m/s}$$

$$a = \frac{v - v_0}{t} \Rightarrow a = \frac{0 - 6}{2} = -3 \text{ m/s}^2 \text{ شتاب حرکت را حساب می‌کنیم.}$$

یازدهم با سؤال شکل زیر که قسمتی از یک سهمی است، نمودار مکان-

زمان یک متحرک را نشان می‌دهد. اگر نقطه A ماکزیمم نمودار باشد، معادله

سرعت - زمان متحرک کدام است؟

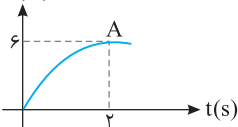
$$v = 3 - 6t \quad (1)$$

$$v = 6 + 3t \quad (2)$$

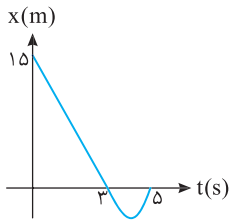
$$v = 3 + 6t \quad (3)$$

$$v = 6 - 3t \quad (4)$$

x(m)



۳ ۳۶۷ A



خط فکری محل تقاطع نمودار مکان - زمان با محور قائم برابر مکان اولیه است. از طرفی مختصات هر نقطه روی نمودار باید در معادله مکان - زمان صدق کند بنابراین معادله نمودار را در آن قرار داده و مسئله را حل کنید.

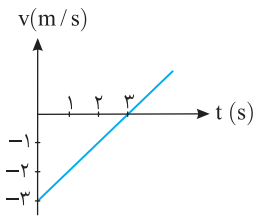
با توجه به نمودار مکان اولیه $x_0 = 15\text{m}$ و در لحظه‌های $t = 3\text{s}$ و $t = 5\text{s}$ متحرک از مبدأ مکان ($x = 0$) گذشته است و مختصات این نقاط باید در معادله صدق کند از این رو:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow \begin{cases} t = 3\text{s} \Rightarrow 0 = \frac{9}{2}a + 3v_0 + 15 \\ t = 5\text{s} \Rightarrow 0 = \frac{25}{2}a + 5v_0 + 15 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a = 2\text{m/s}^2, v_0 = -8\text{m/s}$$

اکنون می‌توانیم معادله حرکت را بنویسیم: $x = t^2 - 8t + 15 \Rightarrow x = t^2 - 8t + 15$

۳ ۳۶۸ B

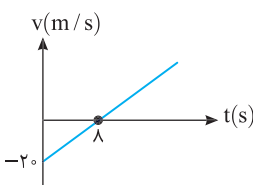


شیب نمودار سرعت - زمان برابر شتاب است.
 $a = \frac{v - v_0}{t} \Rightarrow a = \frac{0 - (-3)}{3 - 0} = 1\text{m/s}^2$
 سرعت اولیه متحرک $v_0 = -3\text{m/s}$ می‌باشد.
 بنابراین معادله حرکت آن در SI به صورت زیر است:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}t^2 - 3t + x_0$$

که در همه گزینه‌ها مکان اولیه $x_0 = 0$ است و معادله به صورت $x = \frac{1}{2}t^2 - 3t$ خواهد بود.

۳ ۳۶۹ B



۱ داده‌های روی نمودار را در رابطه شتاب قرار می‌دهیم و شتاب حرکت را به دست می‌آوریم.
 $a = \frac{v - v_0}{t} \Rightarrow a = \frac{0 - (-2)}{8} = \frac{1}{4}\text{m/s}^2$
 $\Rightarrow a = 2/8\text{m/s}^2$

۲ با توجه به فرض مسئله در لحظه $t = 0$ مکان متحرک $x_0 = 0$ و با توجه به نمودار $v_0 = -2\text{m/s}$ است بنابراین به کمک معادله مکان - زمان، مکان متحرک در لحظه $t = 20\text{s}$ را حساب می‌کنیم.

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow x = \frac{1}{2} \times \frac{2}{8} \times 20^2 + (-2) \times 20 + 0 \Rightarrow x = 100\text{m}$$

۲ ۳۷۰ B

۱ شتاب حرکت جسم را به دست می‌آوریم.

$$a = \frac{v - v_0}{t} \Rightarrow a = \frac{-9 - 12}{21} \Rightarrow a = -1\text{m/s}^2$$

۲ سرعت در لحظه $t = 6\text{s}$ و $t = 12\text{s}$ را حساب می‌کنیم.

$$v = at + v_0 \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 6\text{s} \rightarrow v = -1 \times 6 + 12 \Rightarrow v_1 = +6\text{m/s} \\ t_2 = 12\text{s} \rightarrow v = -1 \times 12 + 12 \Rightarrow v_2 = 0 \end{cases}$$

۳ جابه‌جایی را به کمک معادله مستقل از شتاب به دست می‌آوریم.

$$\Delta x = \frac{v_1 + v_2}{2} t \Rightarrow \Delta x = \frac{6 + 0}{2} \times (12 - 6) \Rightarrow \Delta x = 18\text{m}$$

پایان نمودار مکان - زمان بخشی از یک سهمی است، بنابراین حرکت دارای شتاب ثابت است و به کمک رابطه‌های حرکت با شتاب ثابت پرسش را حل می‌کنیم. در نقطه بیشینه نمودار مکان - زمان، سرعت صفر است.

$$\Delta x = \frac{v + v_0}{2} \Delta t \Rightarrow 6 = \frac{0 + v_0}{2} \times 2 \Rightarrow v_0 = 6\text{m/s}$$

$$a = \frac{v - v_0}{t} \Rightarrow a = \frac{0 - 6}{2} = -3\text{m/s}^2$$

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = -3t + 6$$

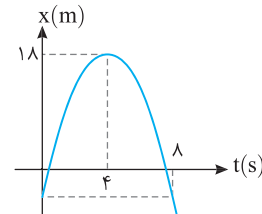
معادله سرعت - زمان خواهد شد:

۴ گزینه

۳ ۳۶۴ B

خط فکری شیب خط مماس بر نمودار $x-t$ برابر سرعت است و می‌دانیم نمودار سهمی نسبت به رأس آن متقارن می‌باشد و در فاصله‌های زمانی یکسان نسبت به رأس اندازه شیب‌ها یکسان است بنابراین شما باید به دنبال نقطه‌ای که با $t = 0$ متقارن است بگردید.

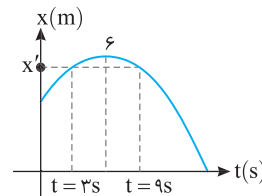
به نمودار نگاه کنید رأس سهمی در $t = 4\text{s}$ اتفاق افتاده و بنابراین لحظه متقارن با صفر $(t = 0)$ لحظه $t = 8\text{s}$ است و در این لحظه شیب خط مماس بر نمودار قرینه شیب خط مماس در لحظه $t = 0$ بوده یعنی بزرگی سرعت در $t = 8\text{s}$ با بزرگی سرعت در $t = 0$ برابر است.



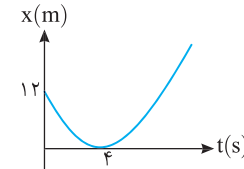
۱ ۳۶۵ B

نمودار سهمی نسبت به خط قائم گذرنده از رأس متقارن است. به نمودار نگاه کنید لحظه رأس سهمی $t = 6\text{s}$ است و لحظه‌های $t = 3\text{s}$ و $t = 9\text{s}$ در دو طرف آن متقارن هستند از این رو مکان متحرک در $t = 3\text{s}$ و $t = 9\text{s}$ که فاصله یکسانی از رأس سهمی $t = 6\text{s}$ دارند با هم برابر است بنابراین جابه‌جایی در این بازه زمانی صفر است.

$$\Delta x = x_{(9)} - x_{(3)} = x' - x' = 0$$



۳ ۳۶۶ A



۱ در لحظه $t = 4\text{s}$ که نمودار مماس بر محور زمان است، سرعت لحظه‌ای متحرک صفر است از این رو به کمک معادله مستقل از شتاب (فرمول طلایی)، سرعت اولیه به راحتی به دست می‌آید.

$$x = \frac{v + v_0}{2} t + x_0 \Rightarrow 0 = \frac{0 + v_0}{2} \times 4 + 12 \Rightarrow -2v_0 = 12 \Rightarrow v_0 = -6\text{m/s}$$

نکته هرگاه نمودار مکان - زمان سهمی باشد در لحظه‌هایی که در فاصله یکسان از رأس سهمی هستند، سرعت‌ها قرینه هم است.

۲ لحظه $t = 8\text{s}$ و لحظه $t = 0$ در فاصله یکسان از رأس سهمی قرار دارند و تندی لحظه‌ای در آن‌ها یکسان است بنابراین بدون استفاده از فرمول دیگری، می‌توان گفت سرعت در لحظه $t = 8\text{s}$ برابر $+6\text{m/s}$ است.

روش دیگر:

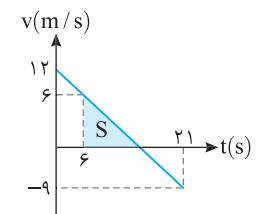
یادآوری: سطح محصور بین نمودار

سرعت - زمان و محور زمان به ما جابه‌جایی و مسافت متحرک را می‌دهد.

$$d = S_1 + S_2 + \dots$$

$$\ell = |S_1| + |S_2| + \dots$$

سرعت در لحظه $t = 6s$ و $t = 12s$ را به کمک شیب نمودار حساب می‌کنیم.



$$\frac{-9-12}{21-0} = \frac{v_1-12}{6-0}$$

$$\Rightarrow -1 = \frac{v_1-12}{6} \Rightarrow v_1 = 6 \text{ m/s}$$

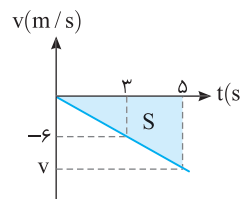
$$\frac{-9-12}{21-0} = \frac{v_2-12}{12-0}$$

$$\Rightarrow -1 = \frac{v_2-12}{12} \Rightarrow v_2 = 0$$

سطح زیر نمودار از $t = 6s$ تا $t = 12s$ را حساب می‌کنیم. $\Delta x = S = \frac{6 \times 6}{2} = 18 \text{ m}$

B 371

۱ به کمک شیب خط، سرعت در لحظه $t = 5s$ را به دست می‌آوریم.



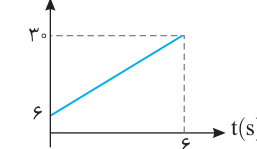
$$\frac{v-0}{5-0} = \frac{-6-0}{3-0} \Rightarrow v = -10 \text{ m/s}$$

۲ مسافت طی شده را به کمک سطح محصور بین نمودار سرعت - زمان و محور زمان به دست می‌آوریم.

$$\ell = |S| = \left| \frac{-10 \times 5}{2} \right| = 25 \text{ m}$$

پاسخ یا سؤال: نمودار سرعت - زمان متحرکی که روی خط راست در

حرکت است، مطابق شکل زیر است جابه‌جایی متحرک در ۲ ثانیه سوم حرکت چند متر با جابه‌جایی در ۴s آغازین حرکت اختلاف دارد؟



- (۱) ۲ متر، بیشتر
- (۲) ۲ متر، کمتر
- (۳) ۴ متر، بیشتر
- (۴) ۴ متر، کمتر

۱ ابتدا شتاب را حساب می‌کنیم.

$$a = \frac{v-v_0}{t} \Rightarrow a = \frac{30-6}{6} = 4 \text{ m/s}^2$$

۲ ۲ ثانیه سوم یعنی بازه زمانی بین $t = 4s$ تا $t = 6s$. بنابراین سرعت در $t = 4s$ را به دست می‌آوریم.

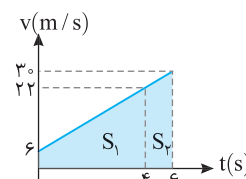
سرعت در $t = 4s$ خواهد شد:

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 4 \times 4 + 6 = 22 \text{ m/s}$$

اکنون سطح زیر نمودار در بازه صفر تا ۴s و بازه ۴s تا ۶s را به دست می‌آوریم:

$$\Delta x_1 = S_1 = \frac{6+22}{2} \times 4 = 56 \text{ m}, \Delta x_2 = S_2 = \frac{22+6}{2} \times 2 = 52 \text{ m}$$

جابه‌جایی در ۲s ثانیه سوم آغازین حرکت ۴ متر کمتر است. $56 - 52 = 4 \text{ m}$

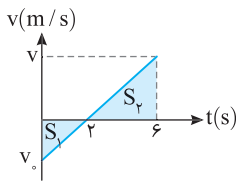


گزینه ۴

B 372

خط فکری:

هرگاه تندی در حال افزایش باشد حرکت تندشونده و هرگاه تندی در حال کاهش باشد حرکت کندشونده است. از طرفی به کمک سطح زیر نمودار $v-t$ می‌توان مسافت را حساب کرد. البته شما باید بین v_0



و v سرعت در هر لحظه صفر و $6s$ رابطه‌ای به دست بیاورید.

۱ در بازه ۰ تا ۲s حرکت کندشونده و در بازه ۲s تا ۶s حرکت تندشونده است.

۲ با توجه به شیب نمودار یک رابطه ریاضی بین سرعت اولیه و سرعت در لحظه

$$\frac{v_0-0}{0-2} = \frac{v-0}{6-2} \Rightarrow v = -2v_0$$

به دست می‌آوریم.

۳ سطح S_1 و S_2 را بر حسب v_0 و v به دست آورده بر هم تقسیم می‌کنیم.

$$\ell_2 = |S_2| = \left| \frac{v \times (6-2)}{2} \right| = 2v$$

تندشونده

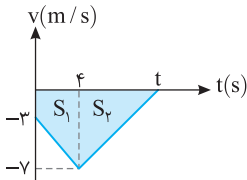
$$\Rightarrow \frac{\ell_2}{\ell_1} = \left| \frac{2v}{v_0} \right| = \frac{2 \times 2v_0}{v_0} = 4$$

$$\ell_1 = |S_1| = \left| \frac{v_0 \times 2}{2} \right| = v_0$$

کندشونده

A 373

سطح بین نمودار سرعت زمان و محور زمان برابر جابه‌جایی است، سطح S_1 و S_2 را به دست آورده با هم جمع کرده و برابر ۲۷m قرار می‌دهیم.



$$|d| = |S| = |S_1| + |S_2| = \left| \frac{-3+(-7)}{2} \times 4 \right| + \left| \frac{-7 \times (7-4)}{2} \right| = 20 + 10.5 = 30.5$$

$$\Rightarrow t = 6s$$

دقت کنید که جابه‌جایی منفی (-۲۷m) است.

A 374

خط فکری:

شتاب برابر شیب نمودار سرعت - زمان است و در بازه صفر تا ۱۲s شیب خط نمودار مثبت بنابراین شتاب مثبت است و باید مسافت طی شده در بازه ۰ تا ۱۲s را به کمک سطح زیر نمودار حساب کنید.

۱ لحظه t را به کمک شیب خط به دست می‌آوریم.

$$\frac{0-(-5)}{t-0} = \frac{15-0}{12-t} \Rightarrow 3t = 12-t \Rightarrow t = 3s$$

۲ اکنون سطح‌ها را با هم جمع می‌کنیم:

$$\ell = |S_1| + |S_2| \Rightarrow \ell = \frac{5 \times 3}{2} + \frac{15 \times 9}{2}$$

$$\Rightarrow \ell = 7.5 + 67.5 = 75 \text{ m}$$

B 375

خط فکری:

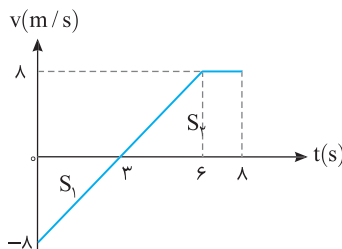
بنا به تعریف، سرعت متوسط برابر جابه‌جایی تقسیم بر زمان جابه‌جایی است $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$. از طرفی جابه‌جایی برابر سطح محصور بین نمودار سرعت - زمان و محور زمان است. شما باید به کمک سطح زیر نمودار جابه‌جایی را پیدا کنید و سرعت متوسط را بیابید.

$$\Delta x = S = \frac{-8 \times 3}{2} + \frac{5+2}{2} \times 8 = -12 + 28 = 16 \text{ m}$$

جابه‌جایی خواهد شد:

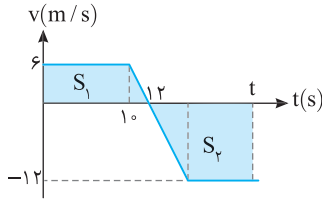
$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{16}{8} = 2 \text{ m/s}$$

سرعت متوسط برابر است با:



۲ ۳۷۹ B

خط فکری هنگامی که متحرک مجدداً از مبدأ حرکتش می‌گذرد، جابه‌جایی آن صفر است. از این رو باید لحظه‌ای را به دست آورد که سطح زیر نمودار برابر صفر شود در واقع باید در لحظه فرضی t ، سطح زیر نمودار S_1 و S_2 برابر و قرینه هم باشند



قرار است سطح S_1 و S_2 هم‌اندازه باشد از این رو مسافت طی شده برابر است با:

$$\ell = |S_1| + |S_2| \Rightarrow |S_1| = |S_2| \Rightarrow \ell = 2|S_1|$$

بنابراین کافی است سطح S_1 را به دست بیاورید و مقدار آن را دو برابر کنید. یعنی نیازی

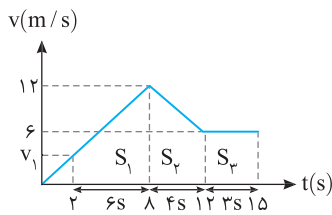
$$\ell = 2S_1 = 2 \times \frac{10+12}{2} \times 6 = 122 \text{ m}$$

به یافتن لحظه t نداریم.

۳ ۳۸۰ B

۱ به کمک شیب خط سرعت در لحظه $t=2s$ را حساب می‌کنیم.

$$\frac{12-0}{8-0} = \frac{v_1-0}{2-0} \Rightarrow v_1 = 3 \text{ m/s}$$



۲ جابه‌جایی متحرک را در بازه $t=2s$ تا $t=15s$ به کمک سطح زیر نمودار به دست می‌آوریم.

$$\Delta x = S_1 + S_2 + S_3 \Rightarrow \Delta x = \frac{3+12}{2} \times 6 + \left(\frac{12+6}{2}\right) \times 6 + 6 \times 3$$

$$\Rightarrow \Delta x = 45 + 36 + 18 \Rightarrow \Delta x = 99 \text{ m}$$

۳ اکنون می‌توان مکان متحرک در لحظه $t=15s$ را حساب کرد:

$$\Delta \bar{x} = \bar{x}_2 - \bar{x}_1 \Rightarrow 99 \text{ i} = \bar{x}_2 - 6 \text{ i} \Rightarrow x_2 = 105 \text{ i}$$

۱ ۳۸۱ B

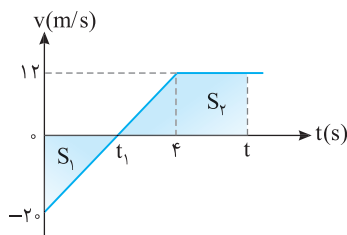
۱ به کمک شیب خط لحظه t_1 که سرعت صفر می‌شود را حساب می‌کنیم.

$$\frac{0 - (-20)}{t_1 - 0} = \frac{12 - 0}{4 - t_1} \Rightarrow \frac{20}{t_1} = \frac{12}{4 - t_1} \Rightarrow 3t_1 = 20 - 5t_1 \Rightarrow 8t_1 = 20 \Rightarrow t_1 = 2.5 \text{ s}$$

۲ قرار است متحرک به مکان شروع حرکتش برگردد یعنی جابه‌جایی متحرک صفر شود ($\Delta x = 0$). در واقع سطح زیر نمودار باید تا لحظه مورد نظر صفر شود، بنابراین مساحت S_1 و S_2 باید هم‌اندازه باشد.

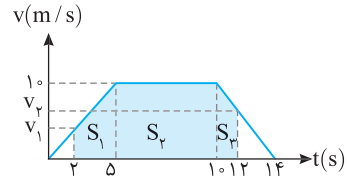
$$|S_1| = |S_2| \Rightarrow \left| \frac{-20 \times t_1}{2} \right| = \left| \frac{(t - 2.5) + (t - 4)}{2} \times 12 \right|$$

$$25 = 12t - 39 \Rightarrow 12t = 64 \Rightarrow t = \frac{16}{3}$$



۳ ۳۷۶ B

خط فکری باید به کمک شیب خط، سرعت در لحظه‌های $t=2s$ و $t=12s$ را به دست بیاورید سپس به کمک سطح زیر نمودار، جابه‌جایی را حساب کرده و در آخر سرعت متوسط را حساب کنید.



۱ سرعت در لحظه $t=2s$: $\frac{10-0}{5-0} = \frac{v_1-0}{2-0} \Rightarrow v_1 = 4 \text{ m/s}$

۲ سرعت در لحظه $t=12s$: $\frac{0-10}{14-10} = \frac{v_2-10}{12-10} \Rightarrow v_2 = 5 \text{ m/s}$

۳ جابه‌جایی در بازه $t=2s$ تا $t=12s$:

$$\Delta x = S_1 + S_2 + S_3 \Rightarrow \Delta x = \frac{10+4}{2} \times 3 + 10 \times 5 + \frac{10+5}{2} \times 2$$

$$\Delta x = 21 + 50 + 15 \Rightarrow \Delta x = 86 \text{ m}$$

۴ سرعت متوسط خواهد شد: $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{86}{12-2} \Rightarrow v_{av} = 8.6 \text{ m/s}$

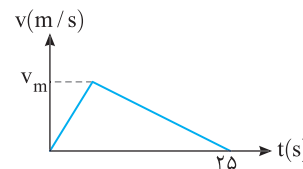
۱ ۳۷۷ A

۱ سطح زیر نمودار برابر جابه‌جایی است از این رو:

$$\Delta x = S = \frac{v \times 25}{2}$$

۲ سرعت متوسط 10 m/s است به کمک تعریف سرعت متوسط، v را حساب می‌کنیم.

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow 10 = \frac{v \times 25}{2 \times 25} \Rightarrow v = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



میانبر در نمودارهای سرعت - زمان که به شکل مثلث از مبدأ زمان شروع می‌شوند، همواره بیشینه سرعت دو برابر سرعت متوسط است. $v_m = 2v_{av}$

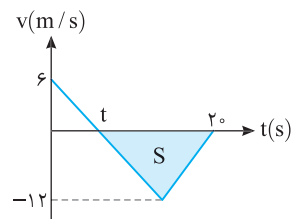
۲ ۳۷۸ B

خط فکری مدتی که متحرک در خلاف جهت محور x در حرکت است یعنی مدت زمانی که سرعت متحرک منفی است با توجه به شکل در بازه t تا $20s$ سرعت منفی است.

شما باید سطح S را به دست بیاورید تا بتوانید سرعت متوسط را حساب کنید. نیازی به محاسبه t وجود ندارد و مسئله بسیار ساده است دقت کنید.

سطح S را حساب می‌کنیم: $\ell = |S| = \frac{12 \times (20-t)}{2} \Rightarrow \ell = 6(20-t)$

تندی متوسط را به دست می‌آوریم: $S_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{6 \times (20-t)}{20-t} \Rightarrow S_{av} = 6 \text{ m/s}$

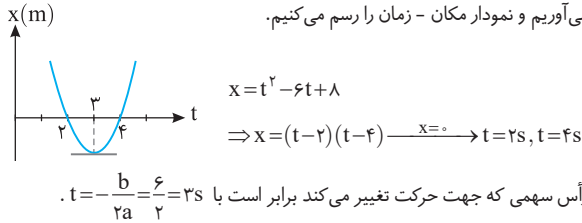


۳ مسافت طی شده در بازه زمانی تغییر سرعت از -4 m/s تا -8 m/s برابر سطح $|S_F|$ است.

بنابراین مسافت طی شده در گزینه (۲) از بقیه حالت‌ها بیشتر است.

۳ ۳۸۵

معادله $x = t^2 - 6t + 8$ تابع درجه ۲ است، ریشه‌ها و مختصات رأس سهمی را به دست می‌آوریم و نمودار مکان - زمان را رسم می‌کنیم.



قبل از لحظه $t=3\text{s}$ متحرک در جهت منفی محور در حرکت است و در $t > 3\text{s}$ متحرک در جهت مثبت محور در حرکت است یعنی در تمام بازه‌های زمانی قبل از 3s و تمام بازه‌های زمانی بعد از 3s که تغییر جهت وجود ندارد تندی متوسط و اندازه سرعت متوسط یکی است.

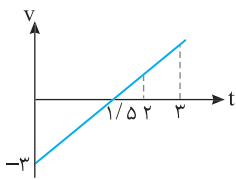
۴ **یازدهم سوال** معادله مکان- زمان متحرکی در SI که روی خط راست

حرکت می‌کند به صورت $x = t^2 - 3t$ است. مسافت طی شده در ثانیه سوم چند برابر جابه‌جایی در ثانیه سوم است؟

مشابه خارج ریاضی - ۹۸
 $1 \quad 1 \quad 1 \quad 1$
 $1 \quad 2 \quad 3 \quad 4$
 $1/5 \quad 1/5 \quad 1/5 \quad 1/5$
 $-1/5 \quad 1/5 \quad 1/5 \quad 1/5$
 ابتدا لحظه تغییر جهت یعنی لحظه‌ای که سرعت صفر می‌شود و علامت سرعت تغییر می‌کند را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} x = t^2 - 3t \\ v = \frac{dx}{dt} = 2t - 3 \end{cases} \Rightarrow a = 2\text{ m/s}^2, v_0 = -3\text{ m/s}$$

$$v = at + v_0 \Rightarrow 2t - 3 = 0 \Rightarrow t = 1.5\text{ s}$$



لحظه تغییر جهت $t = 1.5\text{ s}$ است. اما ثانیه سوم یعنی $t = 2\text{ s}$ تا $t = 3\text{ s}$ و در این بازه متحرک تغییر جهت نمی‌دهد بنابراین جابه‌جایی و مسافت در ثانیه سوم با هم برابر است.

۲ ۳۸۶

راه حل اول: با توجه به معادله مکان- زمان جابه‌جایی در ثانیه سوم یعنی جابه‌جایی در بازه $t = 2\text{ s}$ تا $t = 3\text{ s}$ برابر است با:

$$\Delta x = x_{t=3\text{s}} - x_{t=2\text{s}} = (3)^2 - 3(3) - (2^2 - 3(2)) = 9 - 9 - 4 + 6 = 2\text{ m}$$

با مقایسه معادله حرکت با شتاب ثابت و معادله داده شده در مسأله، سرعت اولیه و شتاب را مشخص می‌کنیم.

$$\begin{cases} x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \\ x = t^2 - 3t \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{2}a = 1 \Rightarrow a = 2\text{ m/s}^2, v_0 = -3\text{ m/s}$$

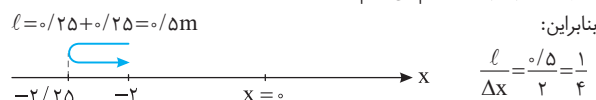
ثانیه دوم یعنی بازه $t = 1\text{ s}$ تا $t = 2\text{ s}$ مکان در این دو لحظه را به دست می‌آوریم:
 $t = 1\text{ s} \Rightarrow x = 1 - 3 = -2\text{ m}$, $t = 2\text{ s} \Rightarrow x = 4 - 6 = -2\text{ m}$

بررسی می‌کنیم که آیا متحرک در این بازه تغییر جهت داده است؟ از این رو معادله سرعت - زمان را می‌نویسیم و برابر صفر قرار می‌دهیم:

$$v = 2t - 3 \xrightarrow{v=0} 2t - 3 = 0 \Rightarrow t = 1.5\text{ s}$$

$$x = t^2 - 3t \Rightarrow x = (1.5)^2 - 3(1.5) = 2.25 - 4.5 = -2.25\text{ m}$$

اکنون مسیر حرکت را رسم می‌کنیم.



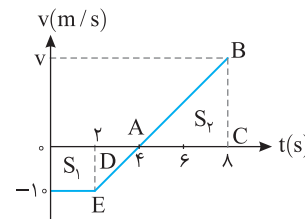
۲ ۳۸۲

۱ به کمک شیب خط EB

سرعت در لحظه $t = 8\text{ s}$ را به دست می‌آوریم.

$$\frac{0 - (-1)}{4 - 2} = \frac{v - 0}{8 - 4}$$

$$\Rightarrow v = 2.0\text{ m/s}$$



۲ متحرک در مبدأ زمان از مبدأ مکان $x = 0$ با سرعت منفی شروع به حرکت کرده و به مدت 4 s در حال دور شدن از مبدأ است. جابه‌جایی متحرک در این 4 s را به کمک

$$S_1 = \Delta x_1 = \left(\frac{4+2}{2}\right)(-1) = -3\text{ m}$$

۳ در لحظه $t = 4\text{ s}$ سرعت صفر شده و متحرک تغییر جهت می‌دهد و به سوی مبدأ بازمی‌گردد و در بازه 4 s تا 8 s به اندازه مقدار زیر در جهت مثبت محور حرکت

$$\Delta x_2 = S_2 = \frac{4 \times 2}{2} = 4\text{ m}$$

۴ پس متحرک در بازگشت از مبدأ گذشته و در $t = 8\text{ s}$ در مکان $x = -3 + 4 = 1\text{ m}$ مبدأ است، پس در $t = 4\text{ s}$ فاصله متحرک از مبدأ از بقیه لحظه‌ها بیشتر است.

۴ ۳۸۳

در هر سه گزینه $v_0^2 = (\pm 4)^2 = 16$ و $v^2 = (\pm 8)^2 = 64$ بوده و با توجه به معادله سرعت - مکان (مستقل از زمان) $v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x$ ، جابه‌جایی در هر سه حالت برابر

$$\Delta x = \frac{64 - 16}{2a} = \frac{24}{a}$$

روش استفاده از نمودار:
 ابتدا دقت کنید که حرکت با شتاب ثابت است و در بازه زمانی یکسان تغییرات سرعت یکسان است یعنی بازه زمانی تغییر سرعت از -8 m/s تا -4 m/s و از -4 m/s تا صفر و ... یکسان و برابر t است.

بزرگی جابه‌جایی برابر سطح محصور بین نمودار سرعت - زمان است. سطح S_1 و سطح S_2 با هم برابر است زیرا دو دوزنقه با قاعده‌های برابر و ارتفاع t

$$|S_1| = |S_2| = \frac{\lambda + \mu}{2} t = \frac{-8 + (-4)}{2} t = -6t$$

در تغییر سرعت از -4 m/s تا 8 m/s سطح زیر نمودار خواهد شد.

$$(S_1 + S_2) + S_3 = \frac{-8 + (-4)}{2} t + \frac{-4 + 8}{2} t + \frac{8 + 4}{2} t = 6t$$

بنابراین در سه حالت جابه‌جایی یکسان است. البته روش اول بسار منطقی و کوتاه‌تر است.

۲ ۳۸۴

متحرک دارای شتاب ثابت است و در گزینه (۱) و (۳) تغییر جهت نداده است اما در گزینه (۲) سرعت ابتدا از -4 m/s به صفر رسیده و سپس از صفر به 8 m/s می‌رسد، بنابراین مسافت طی شده در گزینه (۱) و (۳) برابر و در گزینه (۲) بیشتر از گزینه‌های (۱) و (۳) است. البته با رسم نمودار سرعت - زمان مسئله را واضح‌تر توضیح می‌دهیم.

۱ مسافت طی شده در بازه زمانی تغییر سرعت از 4 m/s تا 8 m/s برابر سطح $|S_1|$ است.

۲ مسافت طی شده در بازه زمانی تغییر سرعت از -4 m/s تا 8 m/s برابر مجموع سطح‌ها $|S_1| + |S_2| + |S_3|$ است.

۳ مسافت طی شده در بازه زمانی تغییر سرعت از -4 m/s تا 8 m/s برابر مجموع سطح‌ها $|S_1| + |S_2| + |S_3|$ است.

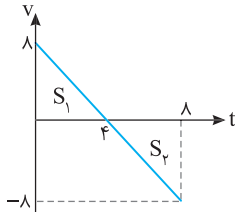
روش بهتر رسم نمودار سرعت - زمان:

سرعت در لحظه صفر و ۸s و لحظه‌ای که سرعت صفر می‌شود را حساب کرده و نمودار v-t را رسم می‌کنیم و به کمک سطح زیر نمودار تندی را به دست می‌آوریم.

$$v = -2t + 8 \begin{cases} \xrightarrow{t=0} v = +8 \text{ m/s} \\ \xrightarrow{v=0} 0 = -2t + 8 \Rightarrow t = 4 \text{ s} \\ \xrightarrow{t=8 \text{ s}} v = -2 \times 8 + 8 = -8 \text{ m/s} \end{cases}$$

مسافت طی شده برابر است با: $\ell = |S_1| + |S_2| = \frac{\lambda \times f}{2} + \frac{\lambda \times f}{2} = 32 \text{ m}$

تندی متوسط خواهد شد: $s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{32}{8} = 4 \text{ m/s}$



۳ ۳۸۸

خط فکری مسافت طی شده متحرک با شتاب ثابت $a = 4 \text{ m/s}^2$ در یک بازه زمانی ۳۸۸m است. سرعت اولیه که در خلاف جهت محور است برابر -20 m/s بوده و متحرک در این لحظه از مبدأ مکان ($x_0 = 0$) می‌گذرد. بنابراین به نظر می‌رسد با نوشتن معادله سرعت - زمان و رسم نمودار سرعت - زمان به کمک سطح زیر نمودار می‌تواند لحظه‌ای که مسافت طی شده به ۳۸۸m می‌رسد را به دست آورد.

۱. معادله سرعت - زمان را می‌نویسیم: $v = at + v_0 \Rightarrow v = 4t - 20$

۲. نمودار را رسم می‌کنیم. $v = 0 \Rightarrow 4t - 20 = 0 \Rightarrow t = 5 \text{ s}$

۳. با توجه به فرض مسئله، مسافت طی شده برابر است با:

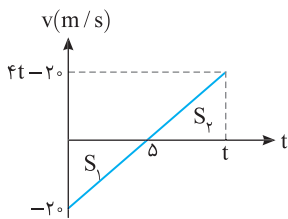
$$\ell = |S_1| + |S_2| \Rightarrow 388 = \left| \frac{-20 \times 5}{2} \right| + \left| \frac{(4t - 20)(t - 5)}{2} \right|$$

$$388 = (2t - 10)(t - 5) \Rightarrow 388 = 2(t - 5)(t - 5)$$

$$169 = (t - 5)^2 \Rightarrow t - 5 = 13 \Rightarrow t = 18 \text{ s}$$

۴. تندی در لحظه $t = 18 \text{ s}$ خواهد شد:

$$v = 4t - 20 \Rightarrow v = 4 \times 18 - 20 = 52 \text{ m/s}$$



۴ ۳۸۹

۱. ابتدا به کمک معادله مکان - زمان سرعت اولیه را به دست می‌آوریم.

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow 2 = \frac{1}{2} \times 4 \times (2)^2 + 2v_0 \Rightarrow v_0 = -3 \text{ m/s}$$

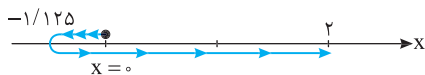
۲. اکنون لحظه و مکان تغییر جهت متحرک را حساب می‌کنیم.

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 4t - 3 \xrightarrow{v=0} t = \frac{3}{4} \text{ s}$$

$$x = \frac{1}{2} \times 4 \times \left(\frac{3}{4}\right)^2 - 3 \times \left(\frac{3}{4}\right) \Rightarrow x = \frac{9}{8} - \frac{9}{4} = -\frac{9}{8} \text{ m} = -1.125 \text{ m}$$

۳. با توجه به شکل مسافت طی شده خواهد شد.

$$\ell = 1.125 + 1.125 + 2 = 4.25 \text{ m}$$

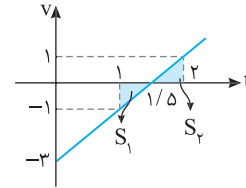


راه حل دوم: بهترین روش برای حل مسائل مربوط به مسافت طی شده رسم نمودار سرعت - زمان است. مسافت طی شده برابر مجموع مساحت‌های زیر نمودار $v-t$ است. بنابراین ابتدا نمودار معادله $v = 2t - 3$ را رسم می‌کنیم.

در ثانیه دوم یعنی بازه $t = 1 \text{ s}$ تا $t = 2 \text{ s}$ ، سرعت این دو لحظه را روی نمودار مشخص کرده و مساحت مثلث‌های S_1 و S_2 را به دست می‌آوریم و با هم جمع می‌کنیم.

$$v = 2t - 3 \begin{cases} \xrightarrow{t=1 \text{ s}} v_1 = -1 \text{ m/s} \\ \xrightarrow{t=2 \text{ s}} v_2 = 1 \text{ m/s} \end{cases}$$

$$\ell = |S_1| + |S_2| \Rightarrow \ell = \frac{1 \times 0.5}{2} + \frac{1 \times 0.5}{2} = 0.5 \text{ m}$$



باز با سوال - معادله مکان - زمان متحرکی در SI به صورت

$x = t^2 - 8t + 15$ است. مسافت طی شده در مدت صفر تا ۵s چند متر است؟
 ۱) صفر ۲) ۱۵ ۳) ۱۷ ۴) ۱۶

پاسخ ابتدا معادله سرعت زمان را به دست می‌آوریم.

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0, x = t^2 - 8t + 15$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}a = 1 \Rightarrow a = 2 \text{ m/s}^2, v_0 = -8 \text{ m/s} \Rightarrow v = 2t - 8$$

نمودار سرعت زمان را رسم می‌کنیم.

$$v = 2t - 8 \xrightarrow{v=0} t = 4 \text{ s}$$

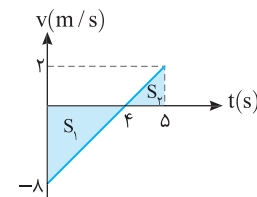
سرعت در $t = 5 \text{ s}$ برابر است با:

$$v = 2 \times 5 - 8 = 2 \text{ m/s}$$

اکنون قدر مطلق سطح‌ها را با هم جمع می‌کنیم.

$$\ell = S_1 + S_2 = \frac{\lambda \times f}{2} + \frac{\lambda \times f}{2} = 16 + 1 = 17 \text{ m}$$

گزینه ۳



۳ ۳۸۷

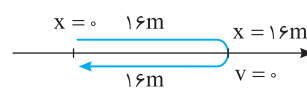
۱. ابتدا لحظه تغییر جهت را حساب می‌کنیم. $v = 0 \Rightarrow -2t + 8 = 0 \Rightarrow t = 4 \text{ s}$

۲. مکان اولیه را به دلخواه مبدأ می‌گیریم و مکان تغییر جهت را به دست می‌آوریم.

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \Rightarrow x = \frac{1}{2}(-2)(4)^2 + 8 \times 4 = 16 \text{ m}$$

۳. در لحظه $t = 8 \text{ s}$ نیز مکان را به دست می‌آوریم:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \Rightarrow x = \frac{1}{2}(-2)(8)^2 + 8 \times 8 = 0$$



۴. با توجه به نمودار روبه‌رو

مسافت طی شده برابر است با:

$$\ell = 16 + 16 = 32 \text{ m}$$

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{32}{8} = 4 \text{ m/s}$$

۵. تندی متوسط خواهد شد:

روش رسم نمودار:

نمودار سرعت - زمان را رسم می کنیم.

مسافت طی شده برابر است با:

$$v = 4t - 3 \xrightarrow{t=2s} v = 5 \text{ m/s}$$

$$\ell = |S_1| + |S_2| \Rightarrow \ell = \left| -\frac{3 \times 2}{2} \right| + \left| \frac{5 \times (5-2)}{2} \right|$$

$$\Rightarrow \ell = \frac{9}{2} + \frac{15}{2} \Rightarrow \ell = \frac{24}{2} \Rightarrow \ell = 12 \text{ m}$$

نکته: در حرکت شتاب ثابت که مسافت یا تندی خواسته می شود باید نمودار

$v-t$ را رسم کرده و از روی سطح زیر نمودار مسافت را حساب کنید.

تندی متحرک در $t = 2/5s$ صفر شده و شتاب حرکت $a = -4 \text{ m/s}^2$ است. برای رسم نمودار $v-t$ و محاسبه مسافت در بازه $t_1 = 2s$ تا $t_2 = 4s$ باید تندی در

$t = 2s$ و $t = 4s$ حساب شود:

$$\begin{cases} t_1 = 2/5s, v_1 = 0 \\ a = -4 \text{ m/s}^2 \Rightarrow v_2 = a\Delta t + v_1 \xrightarrow{\Delta t = t_2 - t_1} \\ t_2 = 4s \end{cases}$$

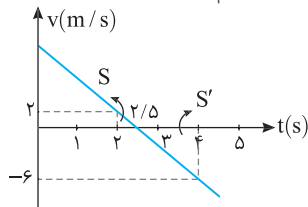
$$v_2 = -4 \times 1/5 + 0 \Rightarrow v_2 = -0.8 \text{ m/s}$$

$$\begin{cases} t_1 = 2s, v_1 = ? \\ a = -4 \text{ m/s}^2 \Rightarrow v_2 = a\Delta t + v_1 \xrightarrow{\Delta t = t_2 - t_1} \\ t_2 = 2/5s, v_2 = 0 \end{cases}$$

$$0 = -4 \times 0/5 + v_1 \Rightarrow v_1 = 0.8 \text{ m/s}$$

نمودار $v-t$ را رسم کرده و سطح زیر نمودار بین ثانیه های $2s$ تا $2/5s$ و $2/5s$ تا $4s$ را

حساب کرده $|S'| = \frac{1/5 \times 6}{2} = 1.5 \text{ m}$ ، $S = \frac{0/5 \times 2}{2} = 0.5 \text{ m}$



مجموع قدر مطلق سطح زیر نمودار $v-t$ برابر مسافت طی شده است:

$$\ell = S + |S'| \Rightarrow \ell = 0.5 + 1.5 = 2 \text{ m}$$

میانبر: در حرکت با شتاب ثابت اگر جابه جایی یا سرعت متوسط در بازه t_1 تا t_2

صفر شود، آن گاه در لحظه $t = \frac{t_1 + t_2}{2}$ متحرک تغییر جهت داده و تندی آن صفر می شود.

بازی با سوال: متحرکی با شتاب ثابت در مبدأ زمان با سرعت 18 m/s

روی خط راست، در حرکت بوده و سرعت متوسط متحرک در ثانیه پنجم حرکت برابر با صفر است. تندی متوسط متحرک در بازه $t = 0$ تا $t = 10s$ چند متر بر ثانیه است؟

۱۰/۱ (۱) ۱۰/۱ (۲) ۲۰ (۳) ۲۰/۱ (۴)

پایسج: هرگاه در حرکت با شتاب ثابت در یک بازه زمانی

جابه جایی و یا سرعت متوسط صفر شود، در لحظه وسط بازه زمانی سرعت

متحرک صفر شده و متحرک تغییر جهت می دهد.

۱: در ثانیه پنجم بین بازه زمانی $t = 4s$ تا $t = 5s$ سرعت متوسط صفر شده

است. بنابراین در لحظه $t = 4/5s$ سرعت متحرک صفر شده و تغییر جهت

می دهد. سرعت اولیه $v_0 = 18 \text{ m/s}$ و شتاب ثابت است. شتاب حرکت را

حساب می کنیم.

۲: معادله سرعت - زمان را نوشته، سرعت در لحظه $t = 10s$ را حساب کرده

نمودار سرعت - زمان را رسم می کنیم:

$$v = -4t + 18 \xrightarrow{t=10s} v = -40 + 18 \Rightarrow v = -22 \text{ m/s}$$

۳: مسافت طی شده را به دست می آوریم:

$$\ell = |S_1| + |S_2| = \left| \frac{18 \times 4}{2} \right| + \left| \frac{-22 \times 5}{2} \right|$$

$$\ell = 36 + 55 = 91 \text{ m}$$

$$\Rightarrow \ell = 40/5 + 60/5 \Rightarrow \ell = 10 \text{ m}$$

۴: تندی متوسط خواهد شد:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{10}{10} = 1 \text{ m/s}$$

نکته:

خط فکری:

متحرک، وضعیت حرکت را بررسی

می کنیم. برای این منظور با توجه به

منفی بودن شتاب، شیب نمودار منفی

خواهد بود. از طرفی چون جابه جایی در

ثانیه سوم (۲s تا ۳s) حرکت صفر است،

یعنی در آن جابه جایی مثبت و در

نیمی از آن جابه جایی منفی است بنابراین مطابق شکل مقابل باید در لحظه

$t = \frac{2+3}{2} = 2.5s$ متحرک تغییر جهت داده باشد تا سطح زیر نمودار در ثانیه های ۲s

تا ۲/۵s و ۲/۵s تا ۳s برابر باشد، زیرا مجموع جابه جایی در ثانیه سوم صفر است.

یادداشت ریاضی:

در نمودارهای سهمی مانند

نمودار $x-t$ در حرکت با شتاب ثابت، رأس نمودار

محور تقارن است بنابراین:

$$t_s = \frac{t_1 + t_2}{2}$$

۲: با توجه به یادداشت ریاضی بالا لحظه t در

نمودار $x-t$ برابر است با:

$$t = \frac{3+5}{2} = 4s$$

۳: با توجه به نمودار در $t = 4s$ سرعت

متحرک صفر شده و در بازه $t = 4s$ تا $t = 5s$

متحرک به اندازه $\Delta x = 0 - (-1) = 1 \text{ m}$ جابه جا

می شود. شتاب متحرک را با توجه به این اطلاعات حساب می کنیم:

$$\Delta x = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t \xrightarrow{v_0=0} 1 = \frac{1}{2} a \Rightarrow a = 2 \text{ m/s}^2$$

۴: شتاب متحرک 2 m/s^2 و در $t = 4s$ سرعت متحرک صفر شده است، با توجه

به این اطلاعات سرعت اولیه و سرعت در $t = 5s$ را حساب می کنیم:

$$t_2 = 5s, t_1 = 0: v_2 = at + v_1 \xrightarrow{v_1=0} \Delta t = 5s$$

$$0 = 2 \times 4 + v_1 \Rightarrow v_1 = -8 \text{ m/s}$$

$$t_2 = 5s, t_1 = 4s: v_2 = at + v_1 \xrightarrow{v_1=0} \Delta t = 1s$$

$$v_2 = 2 \times 1 + 0 \Rightarrow v_2 = 2 \text{ m/s}$$

۵: برای به دست آوردن تندی متوسط نمودار

$v-t$ را رسم می کنیم تا با استفاده از سطح زیر

نمودار مسافت به دست آید:

$$\ell = |S_1| + |S_2|$$

$$\Rightarrow \ell = \frac{4 \times 8}{2} + \frac{1 \times 2}{2} = 16 + 1 = 17 \text{ m}$$

۶: تندی متوسط برابر است با:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{17}{5} \text{ m/s}$$

متحرک، وضعیت حرکت را بررسی

می کنیم. برای این منظور با توجه به

منفی بودن شتاب، شیب نمودار منفی

خواهد بود. از طرفی چون جابه جایی در

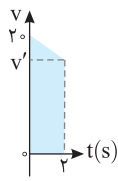
ثانیه سوم (۲s تا ۳s) حرکت صفر است،

یعنی در آن جابه جایی مثبت و در

نیمی از آن جابه جایی منفی است بنابراین مطابق شکل مقابل باید در لحظه

$t = \frac{2+3}{2} = 2.5s$ متحرک تغییر جهت داده باشد تا سطح زیر نمودار در ثانیه های ۲s

تا ۲/۵s و ۲/۵s تا ۳s برابر باشد، زیرا مجموع جابه جایی در ثانیه سوم صفر است.



برای به دست آوردن سطح زیر نمودار در ۲ ثانیه اول نیاز به داشتن سرعت در ثانیه دوم داریم. به این منظور ابتدا شتاب حرکت را با توجه به شیب نمودار $v-t$ به دست می آوریم:

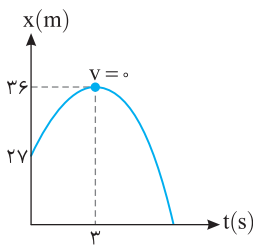
$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-20}{8} = -2.5 \text{ m/s}^2$$

حال مسافت ۲s اول را حساب می کنیم:

$$v' = at + v_0 \Rightarrow v' = -5 + 20 \Rightarrow v' = 15 \text{ m/s}$$

$$\ell = \frac{(20+15) \cdot 2}{2} = 35 \text{ m}$$

۳ ۳۹۴ A



خط فکری حرکت متحرک شتاب ثابت است و با توجه به اطلاعات داده شده در بازه زمانی $t=0$ تا $t=3s$ شتاب متحرک و سرعت اولیه آن را به دست می آوریم. دقت کنید در لحظه $t=3s$ شیب خط مماس بر نمودار افقی شده و سرعت متحرک صفر است (رأس سهمی). همچنین مسافت طی شده خواسته شده و برای حل از سطح زیر نمودار $v-t$ کمک می گیریم.

۱ با توجه به رابطه $\Delta x = \frac{v+v_0}{2} \Delta t$ ، سرعت اولیه را حساب می کنیم:

$$\Delta x = 36 - 27 = 9 \text{ m}, \Delta t = 3 \text{ s}, v_0 = ?, v = 0$$

$$\Delta x = \frac{v+v_0}{2} \times \Delta t \Rightarrow 9 = \frac{0+v_0}{2} \times 3 \Rightarrow v_0 = 6 \text{ m/s}$$

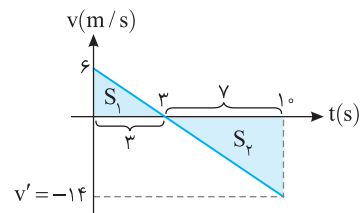
۲ با توجه به معادله سرعت - زمان، شتاب را به دست می آوریم:

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = 3a + 6 \Rightarrow a = -2 \text{ m/s}^2$$

۳ سرعت اولیه $v_0 = 6 \text{ m/s}$ و شتاب $a = -2 \text{ m/s}^2$ است، سرعت در لحظه $t=10s$ را نیز به دست می آوریم:

$$t=10s \Rightarrow v' = at + v_0 \Rightarrow v' = -2 \times 10 + 6 = -14 \text{ m/s}$$

۴ با توجه به اطلاعات به دست آمده نمودار $v-t$ متحرک را رسم و از سطح زیر نمودار مسافت را حساب می کنیم:

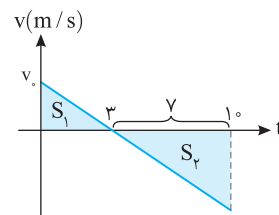


$$S_1 = \frac{6 \times 3}{2} = 9 \text{ m}$$

$$|S_2| = \frac{7 \times 14}{2} = 49 \text{ m}$$

$$\Rightarrow \ell = S_1 + |S_2| = 58 \text{ m}$$

میانبر از ابتدا با دانستن اینکه سرعت اولیه متحرک مثبت است نمودار سرعت - زمان را رسم می کنیم:



با توجه به اینکه سطح زیر نمودار نشان دهنده جابه جایی متحرک است، S_1 برابر خواهد بود با:

$$\Delta x_1 = S_1 = 36 - 27 = 9 \text{ m}$$

حال با استفاده از تشابه دو مثلث شکل گرفته در نمودار، اندازه جابه جایی ۳ ثانیه

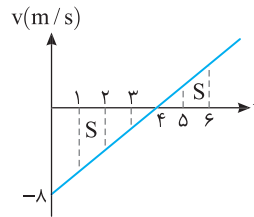
$$\frac{S_1}{S_2} = \left(\frac{3}{7}\right)^2 \Rightarrow \frac{9}{S_2} = \frac{9}{49} \Rightarrow S_2 = 49 \text{ m}$$

تا ۱۰ ثانیه را حساب می کنیم: در نتیجه مسافت طی شده از شروع حرکت تا ثانیه ۱۰ ام برابر مجموع جابه جایی ها یعنی $49 + 9 = 58 \text{ m}$ است.

۲ ۳۹۲ C

نکته هرگاه در یک حرکت با شتاب ثابت مسافت طی شده در دو بازه زمانی با هم برابر شود، آن گاه دقیقاً در وسط بازه زمانی از ابتدای بازه اول تا انتهای بازه دوم سرعت متحرک صفر شده و تغییر جهت می دهد.

خط فکری ثانیه سوم یعنی از $t=2s$ تا $t=3s$ و ثانیه ششم یعنی از $t=5s$ تا $t=6s$ مسافتها یکسان است. بنابراین در لحظه $t = \frac{6+2}{2} = 4s$ سرعت متحرک صفر می شود و متحرک تغییر جهت می دهد. با توجه به صورت مسئله سرعت اولیه -8 m/s است. بنابراین شما باید نمودار سرعت - زمان را رسم کنید و تا لحظه $t=4s$ سطح زیر نمودار را حساب کنید.



۱ سطح زیر نمودار خواهد شد:

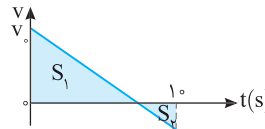
$$\Delta x = S = \frac{-8 \times 4}{2} = -16 \text{ m}$$

۲ مکان اولیه متحرک $x_0 = 20 \text{ m}$ است، بنابراین می توان نوشت:

$$\Delta x = x - x_0 \Rightarrow -16 = x - 20 \Rightarrow x = 4 \text{ m}$$

۴ ۳۹۳ A

خط فکری هرگاه تندی متوسط بزرگتر از سرعت متوسط باشد، مسافت طی شده بزرگتر از جابه جایی بوده و به این معنی است که متحرک در حین حرکت تغییر جهت داده است. برای محاسبه مسافت و تندی بهتر است نمودار $v-t$ کشیده شود که چون سرعت اولیه با توجه به سؤال در جهت محور x ها بوده (در جهت مثبت) و تغییر جهت داشته ایم، نمودار $v-t$ به صورت روبه رو می شود:



واضح است که چون سرعت اولیه مثبت است و متحرک تغییر جهت داده، شیب نمودار منفی می شود. حال با توجه به تعریف سرعت متوسط و تندی متوسط خواهیم داشت:

۱ در بازه صفر تا $10s$ سرعت متوسط $7/5$ متر بر ثانیه است:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \Delta x = 75 \text{ m}$$

۲ در بازه صفر تا $10s$ تندی متوسط $8/5$ متر بر ثانیه است:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \Rightarrow \ell = 85 \text{ m}$$

نکته در نمودار $v-t$ مسافت و جابه جایی متحرک با استفاده از سطح محصور بین نمودار و محور افقی به دست می آید:

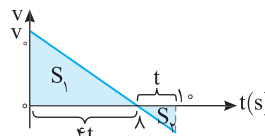
$$\Delta x = S_1 + S_2, \ell = |S_1| + |S_2|$$

۳ مسافت و جابه جایی را می توان به کمک سطح زیر نمودار به دست آورد:

$$\begin{cases} \ell = S_1 + S_2 \Rightarrow 85 = S_1 + S_2 \\ \Delta x = S_1 - S_2 \Rightarrow 75 = S_1 - S_2 \end{cases} \Rightarrow S_1 = 80 \text{ m}, S_2 = 5 \text{ m}$$

یادداشت ریاضی یکی از ابزارهای ریاضی مفید در محاسبات سطح زیر نمودار استفاده از تشابه مثلثها است که در آن، مجذور نسبت ضلعها برابر با نسبت مساحتهاست.

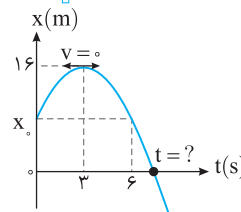
۴ نسبت مساحت سطح زیر نمودار در این دو بخش به صورت $\frac{S_1}{S_2} = 16$ است. پس نسبت ضلعهای این دو مثلث متشابه ۴ است.



$$\frac{t}{(10-t)} = \frac{1}{4} \Rightarrow 4t = 10 - t \Rightarrow t = 2$$

$$S_1 = 80 \text{ m} \Rightarrow \frac{v_0 \times 8}{2} = 80 \Rightarrow v_0 = 20 \text{ m/s}$$

۳ ۳۹۵ A



۱ حرکت با شتاب ثابت و نمودار آن سهمی است. در نمودار سهمی، خط قائم گذرنده از رأس سهمی، محور تقارن آن است. بنابراین مطابق شکل در لحظه‌های $t=0$ و $t=6s$ مکان متحرک یکسان است.

۲ در بازه صفر تا $6s$ ، تندی متوسط متحرک $3m/s$ است. در این صورت مسافت طی شده در این مدت خواهد شد: $\ell = vt \Rightarrow \ell = 3 \times 6 = 18m$

۳ متحرک در مدت صفر تا $6s$ ، $18m$ مسافت طی کرده و مطابق نمودار ابتدا در مدت $3s$ اول $9m$ رفته و سپس از $3s$ تا $6s$ ، $9m$ برگشته است.

۴ از صفر تا $3s$ ، $9m$ رفته بنابراین مکان اولیه آن خواهد شد:

$$16 - x_0 = 9 \Rightarrow x_0 = 7m$$

۵ با توجه به معادله مستقل از شتاب در بازه صفر تا $3s$ سرعت اولیه را حساب می‌کنیم.

$$\Delta x = \frac{v + v_0}{2} \Delta t \Rightarrow 9 = \frac{0 + v_0}{2} \times 3 \Rightarrow v_0 = \frac{18}{3} = 6m/s$$

۶ شتاب حرکت را به دست می‌آوریم. $a = \frac{v - v_0}{t} \Rightarrow a = \frac{0 - 6}{3} = -2m/s^2$

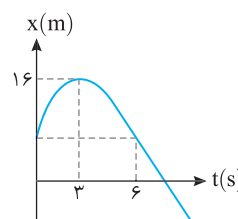
۷ در مدت زمانی که نمودار $x-t$ بالای محور زمان است و x مثبت است. بردار مکان مثبت خواهد بود.

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow 0 = \frac{1}{2}(-2)t^2 + 6t + 7$$

$$\Rightarrow t^2 - 6t - 7 = 0 \Rightarrow t = -1 \text{ ق.غ.ق}, t = 7s$$

بازر با سوال نمودار مکان - زمان متحرکی که روی محور x با شتاب ثابت حرکت می‌کند، مطابق شکل روبرو است. اگر در بازه زمانی 0 تا $6s$ تندی متوسط $3m/s$ باشد، در چه لحظه‌ای بردار مکان تغییر جهت می‌دهد؟

$(\sqrt{25} = 1/4)$



- ۷ (۱)
- ۶ (۲)
- ۸ (۳)
- ۹ (۴)

۱ متحرک با تندی متوسط $3m/s$ در مدت $6s$ مسافت زیر را طی می‌کند. $\ell = s_{av}t \Rightarrow \ell = 6 \times 3 = 18m$

۲ نمودار سهمی نسبت به خط قائم گذرنده از رأس تقارن دارد بنابراین در $t=0$ و $t=6s$ مکان متحرک برابر بوده و در این مدت مسافت طی شده $18m$ است.

از این‌رو در 0 تا $3s$ متحرک $9m$ طی کرده و به مکان $16m$ می‌رسد. بنابراین مکان اولیه آن $x_0 = 16 - 9 = 7m$ است.

۳ به کمک معادله مستقل از شتاب سرعت اولیه را به دست می‌آوریم.

$$\Delta x = \frac{v + v_0}{2} t \Rightarrow 9 = \frac{0 + v_0}{2} \times 3 \Rightarrow v_0 = 6m/s$$

۴ شتاب حرکت خواهد شد: $a = \frac{v - v_0}{t} \Rightarrow a = \frac{0 - 6}{3} = -2m/s^2$

۵ معادله حرکت را بنویسید زمان تغییر جهت بردار مکان ($x=0$) را به دست می‌آوریم.

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}(-2)t^2 + 6t + 7 = 0$$

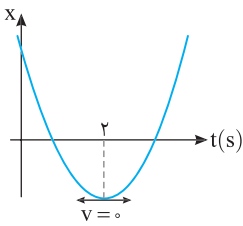
$$\Rightarrow -t^2 + 6t + 7 = 0 \Rightarrow t^2 - 6t - 7 = 0$$

$$t = \frac{+6 \pm \sqrt{36 + 28}}{2} \Rightarrow t = +3 \pm 4 \Rightarrow t = 3 - 4 < 0$$

$$t = 3 + 4 \Rightarrow t = 7 \Rightarrow t = 7s$$

گزینه ۱

۳ ۳۹۶ B



باید از نمودار به این اطلاعات دست پیدا کنید.

۱ در لحظه $t=2s$ متحرک تغییر جهت داده و سرعت آن صفر شده است.

۲ در نمودار مکان - زمان اگر جهت تعقل رو به بالا شد شتاب مثبت است که در این نمودار جهت تعقل منحنی رو به بالاست و شتاب مثبت است.

۳ در لحظه $t=2s$ سرعت صفر شده است. با توجه به معادله سرعت زمان در حرکت با شتاب ثابت، سرعت اولیه و سرعت در لحظه $t=1s$ و $t=6s$ را بر حسب شتاب حساب می‌کنیم.

$$v = at + v_0 \xrightarrow{t=2s} 0 = 2a + v_0 \Rightarrow v_0 = -2a$$

$$t_1 = 1s \Rightarrow v_1 = a \times 1 + (-2a) \Rightarrow v_1 = -a$$

$$t_2 = 6s \Rightarrow v_2 = a \times 6 - 2a \Rightarrow v_2 = 4a$$

۴ سرعت متوسط در بازه $t=1s$ تا $t=6s$ برابر $3m/s$ است بنابراین جابه‌جایی در این مدت خواهد شد:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow 3 = \frac{\Delta x}{6-1} \Rightarrow \Delta x = 15m$$

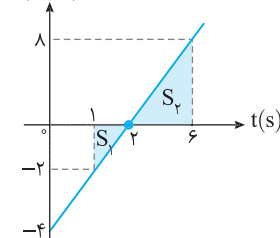
۵ در حرکت با شتاب ثابت، سرعت متوسط بین دو لحظه t_1 و t_2 برابر میانگین سرعت‌هاست از این‌رو می‌توان نوشت:

$$v_{av} = \frac{v_1 + v_2}{2} \xrightarrow{v_1 = -a, v_2 = 4a} 3 = \frac{-a + 4a}{2} \Rightarrow a = 2m/s^2$$

۶ در این صورت v_1 و v_2 را می‌توان به دست آورد.

$$v_1 = -a \Rightarrow v_1 = -2m/s, v_2 = 4a \Rightarrow v_2 = 4 \times 2 = 8m/s$$

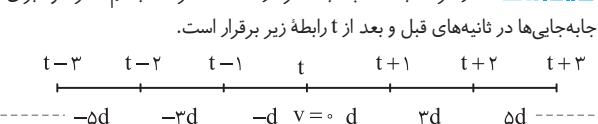
۷ نمودار $v-t$ را رسم می‌کنیم.



۸ برای یافتن مسافت کافی است $S_1 + S_2$ را حساب کنیم.

$$\ell = |S_1| + |S_2| = \frac{2 \times 1}{2} + \left(\frac{8 \times 4}{2}\right) \Rightarrow \ell = 17m$$

میانبر در حرکت با شتاب ثابت اگر در لحظه t سرعت جسم صفر شود برای جابه‌جایی‌ها در ثانیه‌های قبل و بعد از t رابطه زیر برقرار است.



با توجه به نمودار مسئله در لحظه $t=2s$ سرعت صفر شده است بنابراین در بازه $1s$ تا $6s$ که سرعت متوسط $3m/s$ و جابه‌جایی $15m$ است می‌توان نوشت:

$$t = 1s \quad t = 2s \quad t = 3s \quad t = 4s \quad t = 5s \quad t = 6s$$

$$\Delta x = -d + d + 3d + 5d + 7d = 15d \Rightarrow 15d = 15 \Rightarrow d = 1m$$

$$\ell = |-d| + d + 3d + 5d + 7d = 17d \Rightarrow \ell = 17m \text{ مسافت طی شده خواهد شد.}$$

۳ ۳۹۷ B

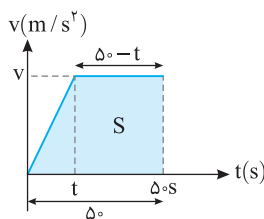
راه حل اول: نمودار سرعت - زمان را با توجه به داده‌های مسئله رسم می‌کنیم.

مساحت زیر نمودار $v-t$ برابر جابه‌جایی می‌باشد بنابراین:

$$\Delta x_{کل} = 6 \times 0 + 2 \times 0 = 800m$$

$$\Rightarrow \Delta x_{کل} = S = \frac{v(\delta_0 + (\delta_0 - t))}{2} = 800m$$

$$\Delta x_{کل} = S = \frac{10 \times v - vt}{2} = 800 \quad (1)$$



سطح زیر نمودار سرعت- زمان برابر با جابه‌جایی جسم است.

$$\Delta x = S \Rightarrow \Delta x = 160 \text{ m} \Rightarrow \frac{v \times 16}{2} \Rightarrow v = 20 \text{ m/s}$$

C ۳۴۰۰

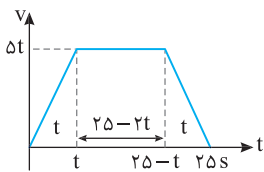
خط فکری

بهتر بود طراح می‌گفت متحرک از حال سکون ($v_0 = 0$) شروع به حرکت کرده است. اما حل مسئله اگر مدت زمان حرکت تندشونده با شتاب 5 m/s^2 را بنامیم، سرعت متحرک در لحظه t برابر $v = at + v_0 = 5t$ خواهد شد. از طرفی وقتی متحرک با شتاب -5 m/s^2 حرکت را کند کرده تا می‌ایستد زمان آن نیز t خواهد بود. کل مدت حرکت 25 s است، بنابراین زمان حرکت یکنواخت $25 - 2t$ می‌شود. اکنون با این داشته‌ها می‌توانید نمودار سرعت- زمان را به شکل روبه‌رو رسم و به کمک سطح زیر نمودار مسئله را حل کنید.

با توجه به فرض مسئله سرعت متوسط در مدت 25 s است بنابراین

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \Delta x = 20 \times 25 \Rightarrow \Delta x = 500 \text{ m}$$

جابه‌جایی متحرک خواهد شد: $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \Delta x = 20 \times 25 \Rightarrow \Delta x = 500 \text{ m}$



یادآور ریاضی مساحت دوزنقه برابر مجموع دو قاعده ضربدر نصف ارتفاع

$$S = \frac{(25-2t)+25}{2} \times 5t = 500 \Rightarrow \frac{50-2t}{2} \times 5t = 1000 \Rightarrow (25-t)t = 100$$

$$t^2 - 25t + 100 = 0 \Rightarrow (t-5)(t-20) = 0 \Rightarrow t = 5 \text{ s}, t = 20 \text{ s}$$

کل مدت حرکت 25 s است، بنابراین $t = 20 \text{ s}$ نمی‌تواند جواب مسئله باشد. زیرا مدت زمان حرکت یکنواخت خواهد شد:

$$25 - 2t = 25 - 2 \times 20 = -15 \text{ s}$$

که غیر قابل قبول است بنابراین $t = 5 \text{ s}$ جواب بوده و مدت زمان حرکت یکنواخت برابر $25 - 2 \times 5 = 15 \text{ s}$ است با:

باز با سوال متحرکی در یک مسیر مستقیم از حال سکون حرکت می‌کند و پس از 15 s ثانیه می‌ایستد. اگر متحرک t_1 ثانیه اول مسیر را با شتاب 2 m/s^2 و مابقی زمان را با شتاب -1 m/s^2 طی کند تا متوقف شود، سرعت

متوسط متحرک در کل مسیر چند متر بر ثانیه است؟

- (۱) $2/5$ (۲) 5 (۳) 3 (۴) 6

پاسخ متحرک از حال سکون $v_1 = 0$ حرکت کرده و پس از t_1 ثانیه به

$$v_1 = at + v_1 \Rightarrow v = 2t_1 \quad \text{سرعت } v_1 = v \text{ می‌رسد:}$$

سپس متحرک پس از t_2 ثانیه با شتاب $a = -1 \text{ m/s}^2$ از سرعت $v_2 = v$ به

$$v_2 = at + v_2 \Rightarrow -v = -t_2 \Rightarrow v = t_2 \quad \text{سرعت } v_2 = 0 \text{ می‌رسد:}$$

$$\begin{cases} v = 2t_1 \\ v = t_2 \end{cases} \Rightarrow t_2 = 2t_1 \quad \text{با توجه به معادله‌های (۱) و (۲) داریم:}$$

زمان کل حرکت $t_1 + t_2 = 3t_1 = 15 \text{ s}$ است، بنابراین $t_1 = 5 \text{ s}$ و $t_2 = 10 \text{ s}$

جابه‌جایی در هر بازه را حساب می‌کنیم:

$$\begin{cases} \Delta x_1 = \frac{v_1 + v_2}{2} t_1 \Rightarrow \Delta x_1 = \frac{0 + 10}{2} \times 5 = 25 \text{ m} \\ \Delta x_2 = \frac{v_2 + v_3}{2} t_2 \Rightarrow \Delta x_2 = \frac{10 + 0}{2} \times 10 = 50 \text{ m} \end{cases} \Rightarrow \Delta x_{\text{کل}} = \Delta x_1 + \Delta x_2 = 75 \text{ m}$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x_{\text{کل}}}{\Delta t} = \frac{75}{15} = 5 \text{ m/s} \quad \text{سرعت متوسط برابر است با:}$$

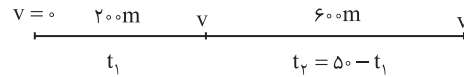
بنا به فرض مسئله سطح زیر نمودار از صفر تا t باید برابر 200 m باشد از این‌رو:

$$S_1 = \frac{vt}{2} = 200 \Rightarrow vt = 400 \text{ m} \quad (2)$$

اکنون در رابطه (۱) از رابطه (۲) جای‌گذاری می‌کنیم:

$$\frac{100v - 400}{2} = 800 \Rightarrow 100v - 400 = 1600 \Rightarrow v = 20 \text{ m/s}$$

راه حل دوم: با توجه به صورت سؤال، می‌توان برای سادگی در فهم آن، شکل زیر را رسم کرد. برای قسمت اول از فرمول مستقل از زمان می‌نویسیم:



$$\Delta x_1 = \frac{v + v_0}{2} \Delta t_1 \Rightarrow 200 = \frac{v + 0}{2} t_1 \Rightarrow vt_1 = 400 \quad (1)$$

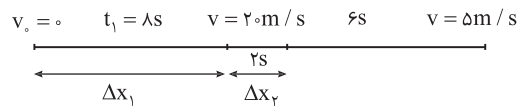
اگر مدت حرکت در ابتدا را t_1 فرض کنیم در مدت $t_2 = 50 - t_1$ متحرک دارای حرکت یکنواخت بوده از این‌رو:

$$\Delta x_2 = v \Delta t_2 \Rightarrow 600 = v(50 - t_1) \Rightarrow 600 = 50v - vt_1 \quad (2)$$

از رابطه (۱) در رابطه (۲) جای‌گذاری می‌کنیم: $600 = 50v - (400) \Rightarrow v = 20 \text{ m/s}$

B ۳۹۸

جابه‌جایی در قسمت اول مسیر برابر است با:



$$\Delta x_1 = \frac{v + v_0}{2} \Delta t_1 \Rightarrow \Delta x_1 = \frac{20 + 0}{2} \times 8 \Rightarrow \Delta x_1 = 80 \text{ m}$$

در قسمت دوم مسیر که حرکت کندشونده است، ابتدا شتاب حرکت را به دست

$$a = \frac{v - v_0}{t} \Rightarrow a = \frac{0 - 20}{6} \Rightarrow a = -\frac{10}{3} \text{ m/s}^2 \quad \text{می‌آوریم:}$$

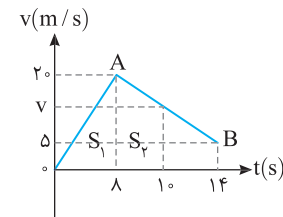
جابه‌جایی در مدت 2 s از لحظه $t = 8 \text{ s}$ تا $t = 10 \text{ s}$ را حساب می‌کنیم:

$$\Delta x_2 = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t \Rightarrow \Delta x_2 = \frac{1}{2} \times \left(-\frac{10}{3}\right) \times 4 + (20 \times 2) \Rightarrow \Delta x_2 = 32 \text{ m}$$

سرعت متوسط برابر جابه‌جایی در یکای زمان است:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v_{av} = \frac{80 + 32}{10} = 11.2 \text{ m/s}$$

روش رسم نمودار سرعت - زمان:



متحرک از حال سکون $v_0 = 0$ شروع به

حرکت کرده و در مدت 8 s سرعتش به

20 m/s رسید. سپس در مدت 6 s

یعنی بازه زمانی بین $(8 \text{ s}$ تا 14 s) سرعت

به 5 m/s رسیده است بنابراین نمودار

$v-t$ به صورت روبه‌روست.

سرعت در لحظه $t = 10 \text{ s}$ را به کمک شیب خط AB حساب می‌کنیم.

$$\frac{5 - 20}{14 - 8} = \frac{v - 20}{10 - 8} \Rightarrow \frac{-15}{6} = \frac{v - 20}{2} \Rightarrow v = 15 \text{ m/s}$$

به کمک سطح زیر نمودار از جابه‌جایی در 10 s را حساب می‌کنیم.

$$\Delta x = S_1 + S_2 \Rightarrow \Delta x = \frac{20 \times 8}{2} + \frac{20 + 15}{2} \times 2 \Rightarrow \Delta x = 80 + 35 \Rightarrow \Delta x = 115 \text{ m}$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{115}{10} \Rightarrow v_{av} = 11.5 \text{ m/s} \quad \text{سرعت متوسط خواهد شد:}$$

B ۳۹۹

متحرک از حال سکون ($v_0 = 0$)

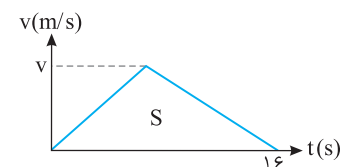
شروع به حرکت کرده و سرعتش

به v رسیده سپس مجدداً

سرعت آن به صفر رسیده است.

از این‌رو نمودار سرعت- زمان

خودرو مطابق شکل روبه‌رو است.



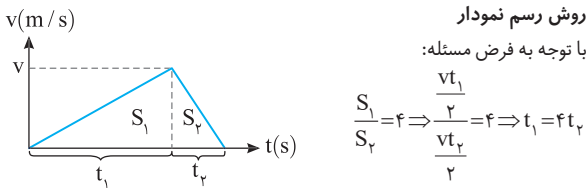
B ۲ ۴۰۲

با توجه به فرض‌های پرسش، شکل زیر را رسم کرده و سپس به کمک معادله مستقل از زمان پرسش را حل می‌کنیم.



$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow \begin{cases} v^2 - 0 = 2a_1\Delta x_1 & \text{برای قسمت اول حرکت} \\ 0 - v^2 = 2(-a_p)\Delta x_p & \text{برای قسمت دوم حرکت} \end{cases}$$

$$1 = \frac{2a_1(4\Delta x_p)}{2a_p(\Delta x_p)} \Rightarrow a_p = 4a_1 \quad \text{دو رابطه را بر هم تقسیم می‌کنیم:}$$



روش رسم نمودار

با توجه به فرض مسئله:

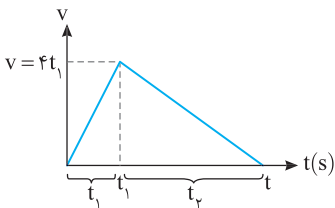
$$\frac{S_1}{S_2} = 4 \Rightarrow \frac{\frac{vt_1}{2}}{\frac{vt_2}{2}} = 4 \Rightarrow t_1 = 4t_2$$

به کمک معادله سرعت - زمان خواهیم داشت:

$$v = at + v_0 \Rightarrow \begin{cases} v = a_1 t_1 + 0 \\ 0 = a_p t_2 + v \end{cases} \Rightarrow \frac{a_1}{a_p} = \frac{t_2}{t_1} = \frac{1}{4}$$

B ۳ ۴۰۳

خط فکری



اول 4 m/s^2 و شتاب مرحله دوم -1 m/s^2 بوده و متحرک از حال سکون شروع به حرکت کرده و سپس متوقف شده است. شتاب حرکت در قسمت اول چهار برابر شتاب دوم است. بنابراین شیب نمودار در قسمت اول چهار برابر شیب در قسمت دوم است.

سرعت v بر حسب t_1 خواهد شد:

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 4t_1$$

$$t = t_1 + t_2 \Rightarrow t = t_1 + 4t_1 = 5t_1$$

و کل مدت حرکت برابر است با:

سطح زیر نمودار بردار جابه‌جایی ($1 \text{ km} = 1000 \text{ m}$) است، بنابراین:

$$S = \Delta x \Rightarrow \frac{4t_1 \times t}{2} = 1000 \Rightarrow \frac{4t_1 \times 5t_1}{2} = 1000$$

$$t_1^2 = 100 \Rightarrow t_1 = 10 \text{ s} \Rightarrow t = 50 \text{ s} = \frac{5}{6} \text{ min}$$

A ۴ ۴۰۴

خط فکری

در سؤالات مشابه این تست که حرکت متحرک چندمرحله‌ای است یعنی ابتدا با شتاب تندشونده 3 m/s^2 در حال حرکت بوده و سپس با شتاب 1 m/s^2 حرکت کندشونده دارد بهتر است. سؤال را با استفاده نمودار $v-t$ حل کنیم.

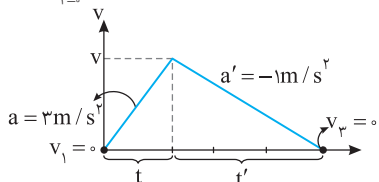
با توجه به نمودار سرعت در لحظه t در هر دو قسمت شیب‌دار مشترک است،

بنابراین از آن‌جا که شتاب در قسمت کندشونده $\frac{1}{3}$ شتاب در قسمت تندشونده است

بنابراین زمان و مسافت توقف در قسمت کندشونده ۳ برابر زمان و مسافت طی شده در قسمت تندشونده است.

$$v_p = at + v_1 \xrightarrow{v_p=v, v_1=0} v = 3t$$

$$v_p = a't' + v_p \xrightarrow{v_p=v, v_p=v} v = t'$$



روش حل به کمک نمودار سرعت - زمان

با توجه به اینکه $t_1 = 5 \text{ s}$

$t_2 = 10 \text{ s}$ و سرعت در لحظه t_1

برابر $10 \text{ m/s} = 2 \times 5$ است نمودار

سرعت - زمان را رسم کرده و

مسئله را حل می‌کنیم.

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{S}{\Delta t} = \frac{10 \times 15}{15} = 10 \text{ m/s}$$

میانبر هرگاه نمودار

به صورت مثلث شکل روبه‌رو باشد،

سرعت متوسط، نصف سرعت

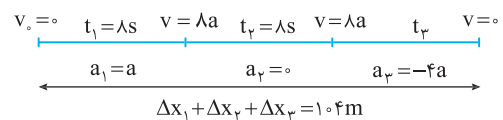
بیشینه است:

گزینۀ ۲

B ۱ ۴۰۱

با توجه به نمودار رسم شده در قسمت اول حرکت:

$$v = at_1 \Rightarrow v = \lambda a$$



در قسمت سوم (آخر) حرکت:

$$v = a_p t_3 + v_0 \Rightarrow 0 = -4a t_3 + \lambda a \Rightarrow t_3 = \frac{\lambda}{4} \text{ s}$$

اکنون مسأله به راحتی قابل حل است.

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2} at^2 \Rightarrow \Delta x_1 = \frac{1}{2} a \times 64 = 32a$$

$$\Delta x_2 = vt_2 \Rightarrow \Delta x_2 = (\lambda a) \times \lambda = 64a$$

$$\Delta x_3 = \frac{1}{2} (-4a) \left(\frac{\lambda}{4}\right)^2 + (\lambda a) \times \frac{\lambda}{4} = \lambda a$$

جمع جابه‌جایی‌ها برابر 104 متر است.

$$\Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3 = 104 \Rightarrow 32a + 64a + \lambda a = 104 \Rightarrow a = 1 \text{ m/s}^2$$

روش رسم نمودار:

هرگاه متحرکی از حال سکون با شتاب ثابت a_1 شروع به حرکت کند و در

مدت t_1 سرعتش به v برسد، سپس با شتاب ثابت a_p سرعتش از v به صفر برسد

آن‌گاه:

$$\frac{a_p}{a_1} = \frac{t_1}{t_2} = \frac{\Delta x_1}{\Delta x_2}$$

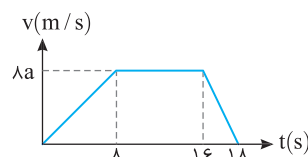
در صورت مسئله بیان شده که در مدت $\lambda \text{ s}$ با شتاب a سرعت به $v = \lambda a$ رسیده و

سپس با شتاب $-4a$ متوقف شده است. بنابراین زمان توقف آن خواهد شد:

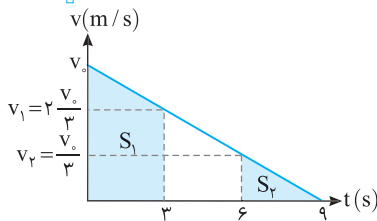
$$t_3 = \frac{\lambda}{4} = \frac{\lambda}{4} \text{ s}$$

نمودار سرعت - زمان را رسم می‌کنیم. سطح زیر نمودار برابر جابه‌جایی است. از این‌رو خواهیم داشت:

$$S = \Delta x \Rightarrow \frac{1\lambda + \lambda}{2} \times \lambda a = 104 \Rightarrow a = 1 \text{ m/s}^2$$



B ۴۰۶



نمودار سرعت - زمان را به شکل روبه‌رو رسم می‌کنیم. به کمک شیب نمودار سرعت - زمان، سرعت در لحظه $t=6s$ و $t=3s$ را حساب می‌کنیم. سرعت در $t=3s$:

$$\frac{0 - v_0}{9 - 0} = \frac{v_1 - v_0}{3 - 0} \Rightarrow \frac{-v_0}{9} = \frac{v_1 - v_0}{3} \Rightarrow v_1 = \frac{2v_0}{3}$$

سرعت در $t=6s$:

$$\frac{0 - v_0}{9 - 0} = \frac{v_2 - v_0}{6 - 0} \Rightarrow \frac{-v_0}{9} = \frac{v_2 - v_0}{6} \Rightarrow \frac{-2v_0}{3} = v_2 - v_0 \Rightarrow v_2 = \frac{v_0}{3}$$

سطح زیر نمودار S_1 و S_2 را به دست آورده بر هم تقسیم می‌کنیم.

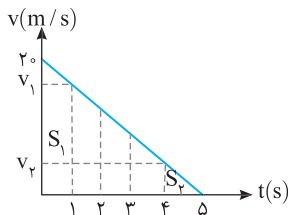
$$\begin{cases} 3s \rightarrow \Delta x_1 = S_1 = \frac{v_0 + \frac{2v_0}{3}}{2} \times 3 = \frac{5v_0}{2} \Rightarrow \frac{\Delta x_1}{\Delta x_2} = \frac{\frac{5v_0}{2}}{\frac{v_0}{2}} = 5 \\ 6s \rightarrow \Delta x_2 = S_2 = \frac{\frac{2v_0}{3} + \frac{v_0}{3}}{2} \times 3 = \frac{v_0}{2} \end{cases}$$

A ۴۰۷

زمان کل حرکت را به کمک معادله مستقل از شتاب به دست می‌آوریم:

$$\Delta x = \frac{v + v_0}{2} t \xrightarrow{\Delta x = 50m, v = 0, v_0 = 20m/s} 50 = \frac{20}{2} t \Rightarrow t = 5s$$

سرعت در ثانیه اول و ثانیه $t=4s$ را به کمک شیب نمودار حساب کرده سپس سطح S_1 و S_2 را به دست می‌آوریم:



$$\frac{0 - 20}{5 - 0} = \frac{v_1 - 20}{1 - 0} \Rightarrow v_1 = 16m/s$$

$$\frac{0 - 20}{5 - 0} = \frac{v_2 - 20}{4 - 0} \Rightarrow v_2 = 4m/s$$

$$S_1 = \frac{20 + 16}{2} \times 1 = 18m \quad \text{سطح } S_1$$

$$S_2 = \frac{16 + 4}{2} \times 3 = 30m \quad \text{سطح } S_2$$

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{18}{30} = \frac{3}{5} \quad \text{بنابراین خواهیم داشت:}$$

B ۴۰۸

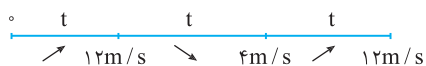
می‌توان با رابطه $v = \frac{v + v_0}{2}$ تست را حل کرد. ابتدا سرعت را در ابتدا و انتهای هر بازه مشخص می‌کنیم.

$$v_{av} = \frac{v_1 + v_0}{2} \Rightarrow 6 = \frac{v_1 + 0}{2} \Rightarrow v_1 = 12m/s \quad \text{سرعت در انتهای بازه اول}$$

$$v_{av} = \frac{v_2 + v_1}{2} \Rightarrow 8 = \frac{v_2 + 12}{2} \Rightarrow v_2 = 4m/s \quad \text{سرعت در انتهای بازه دوم}$$

$$v_{av} = \frac{v_3 + v_2}{2} \Rightarrow 8 = \frac{v_3 + 4}{2} \Rightarrow v_3 = 12m/s \quad \text{سرعت در انتهای بازه سوم}$$

دقت کنید، سرعت انتهای هر قسمت، سرعت اولیه قسمت بعدی است. ابتدا سرعت از $12m/s$ رسیده است. پس حرکت تندشونده است. سپس از $12m/s$ به $4m/s$ می‌رسد. یعنی حرکت کندشونده است و سرانجام از $4m/s$ به $12m/s$ می‌رسد. یعنی سرانجام حرکت تندشونده است.



۲

مسافت طی شده خواهد شد:

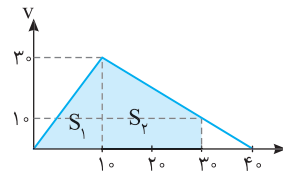
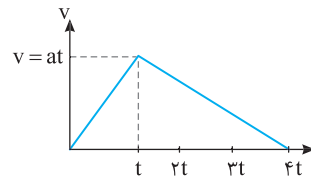
$$S = \frac{v \times 4t}{2} = \frac{at \times 4t}{2}$$

$$\frac{a = 3m/s^2}{2} \times \frac{4t}{2} = 600 \Rightarrow t = 10s$$

$$v = at = 3 \times 10 = 30m/s$$

۳

اکنون سطح زیر نمودار را از صفر تا $3s$ حساب می‌کنیم. ابتدا سرعت را در لحظه $t=3s$ حساب می‌کنیم:



$$v = at + v_0 \Rightarrow v = -1 \times 20 + 30 \Rightarrow v = 10m/s$$

$$\ell = S_1 + S_2 = \frac{30 \times 10}{2} + \frac{30 + 10}{2} \times 20 \Rightarrow \ell = 150 + 400 = 550m$$

میانبر

سرعت در لحظه $t=3s$ را می‌توان با توجه به شیب نمودار از قسمت انتهایی محاسبه کرد:

$$v = at_0 + v_0 \Rightarrow v = 1 \times 10 + 0 = 10m/s$$

سپس مساحت زیر نمودار بین ثانیه‌های $t=3s$ تا $t=4s$ را حساب می‌کنیم:

$$S' = \frac{10 \times 10}{2} = 50m$$

با کاستن این مسافت از کل مسافت طی شده می‌توان مسافت طی شده تا ثانیه $3s$ را به دست آورد:

B ۴۰۵

ابتدا جابه‌جایی خودرو را در مدتی که با شتاب $3m/s^2$ و سرعت اولیه $108km/h$ حرکت کندشونده می‌ایستد، به دست می‌آوریم.

$$v_0 = 108km/h = 108 \times \frac{1000m}{3600s} = 30m/s$$

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - 900 = 2(-3)\Delta x \Rightarrow \Delta x = 150m$$

در بازه‌ای که راننده مانع را می‌بیند تا لحظه‌ای که ترمز می‌کند، جابه‌جایی خودرو برابر $\Delta x_1 = 165 - 150 = 15m$ است با:

اکنون زمان‌های t_1 و t_2 را حساب می‌کنیم:

$$\Delta x_1 = v_1 \Delta t \Rightarrow 15 = 30 t_1 \Rightarrow t_1 = 0.5s$$

$$\Delta x_2 = \frac{1}{2} at^2 + v_1 t \Rightarrow 150 = \frac{1}{2}(-3)(t_2^2) + 30 t_2$$

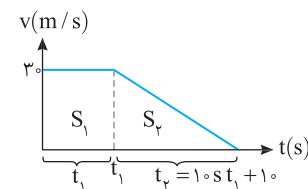
$$\Rightarrow 50 = -\frac{1}{2} t_2^2 + 10 t_2 \Rightarrow t_2^2 - 20 t_2 + 100 = 0 \Rightarrow (t_2 - 10)^2 = 0 \Rightarrow t_2 = 10s$$

البته برای محاسبه t_2 می‌توانستیم حرکت اتومبیل را از حال سکون و تندشونده با شتاب

$$\Delta x_2 = \frac{1}{2} at_2^2 \Rightarrow 150 = \frac{1}{2} \times 3 t_2^2 \Rightarrow t_2 = 10s \quad \text{در نظر بگیرید:}$$

$$\frac{t_2}{t_1} = \frac{10}{0.5} = 20$$

روش رسم نمودار:



سرعت متحرک در مدت t_1 از

$30m/s$ با شتاب $3m/s^2$ به

صفر می‌رسد بنابراین:

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = -3 \times t_2 + 30 \Rightarrow t_2 = 10s$$

با توجه به فرض مسئله اتومبیل دقیقاً جلو مانع می‌ایستد یعنی $165m$ جابه‌جا شده است. بنابراین سطح زیر نمودار $v-t$ باید 165 متر باشد.

$$S_1 + S_2 = 165 \Rightarrow 30 t_1 + \frac{30 \times 10}{2} = 165 \Rightarrow 30 t_1 + 150 = 165 \Rightarrow t_1 = 0.5s$$

$$\frac{t_2}{t_1} = \frac{10}{0.5} = 20$$

بنابراین نسبت t_2/t_1 خواهد شد:

B ۱ ۴۰۹

خط فکری

مبدأ و مقصد دو متحرک (۱) و (۲) یکسان است و هر دو هم زمان از حال سکون شروع به حرکت کرده‌اند. شتاب متحرک (۱) برابر $a_1 = 2m/s^2$ و شتاب متحرک (۲) را $a_2 = 8m/s^2$ بوده بنابراین متحرک (۲) زودتر به مقصد می‌رسد. اگر زمان رسیدن متحرک (۱) به مقصد را t_1 فرض کنیم، زمان رسیدن متحرک (۲) به مقصد برابر $t_2 = t_1 - 3$ خواهد بود. از این رو شما باید معادله جابه‌جایی - زمان هر دو متحرک را نوشته و با هم مساوی قرار دهید تا زمان رسیدن هر متحرک به مقصد را به دست بیاورید و سرانجام طول مسیر AB را حساب کنید.

۱ جابه‌جایی دو متحرک با هم برابر است.

$$\Delta x_1 = \Delta x_2 \Rightarrow \frac{1}{2} a_1 t_1^2 = \frac{1}{2} a_2 t_2^2 \xrightarrow{t_1 = t_2 + 3} \frac{1}{2} \times 2 (t_2 + 3)^2 = \frac{1}{2} \times 8 t_2^2$$

$$\Rightarrow |t_2 + 3| = |2t_2| \Rightarrow t_2 = 3s$$

۲ اکنون مقدار جابه‌جایی را به دست می‌آوریم: $\Delta x = \frac{1}{2} \times 2 \times (3)^2 \Rightarrow x = 9m$

B ۲ ۴۱۰

خط فکری

یک تست ساده روبه‌روی شماست. دو متحرک از یک نقطه شروع به حرکت کرده‌اند و به سوی یک مقصد می‌روند. پس شما باید جابه‌جایی آن‌ها را برابر قرار دهید. البته متحرکی که شتابش بیشتر است، سریع‌تر (زودتر) به مقصد می‌رسد. یعنی اگر شما زمان حرکت متحرک تندرو را t_1 بگیرید زمان حرکت متحرک کندرو $t_2 = t_1 + 2$ می‌شود و شما می‌توانید مسئله را حل کنید.

۱ جابه‌جایی‌ها یکسان است.

۲ معادله مکان - زمان حرکت با شتاب ثابت را برای دو متحرک می‌نویسیم.

$$\Delta x = \frac{1}{2} a t^2 \Rightarrow \frac{1}{2} a t_1^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{9}{16} a\right) (t_1 + 2)^2 \Rightarrow t_1 = \frac{3}{4} (t_1 + 2)$$

$$\Rightarrow t_1 = \frac{3}{4} t_1 + \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{1}{4} t_1 = \frac{3}{2} \Rightarrow t_1 = 6s$$

پاسخ با سؤال ۱ دو متحرک هم‌زمان از یک نقطه روی خط راست با شتاب

حرکت می‌کنند و با فاصله زمانی ۴s به مقصد می‌رسند. سرعت متحرکی که دیرتر به مقصد می‌رسد هنگام رسیدن به مقصد چند متر بر ثانیه است؟

۸ (۱) ۱۶ (۲) ۱۲ (۳) ۲۴ (۴)

۱ پاسخ جابه‌جایی دو متحرک با هم برابر است. از این رو:

$$\Delta x = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t, \quad \Delta x_1 = \Delta x_2 \Rightarrow \frac{1}{2} (2) t_1^2 = \frac{1}{2} (8) (t_1 - 4)^2$$

$$\Rightarrow t_1 = 2(t_1 - 4) \Rightarrow t_1 = 8s$$

زمان حرکت متحرک با شتاب کمتر برابر ۸s است بنابراین سرعت آن هنگام رسیدن به مقصد برابر است با:

۲ گزینه ۲

A ۲ ۴۱۱

خط فکری

سرعت دو متحرک در لحظه t داده شده است. اگر شما معادله سرعت زمان را برای هر یک از دو متحرک بنویسید و مقدار سرعت در لحظه t را در معادله قرار دهید. در این صورت دو معادله دو مجهول به دست می‌آید که با حل آن می‌توانید t را حساب کنید. البته بهتر بود که طراح در صورت مسئله بیان می‌کرد که متحرک از حال سکون شروع به حرکت می‌کند. یعنی سرعت اولیه صفر است. ($v_0 = 0$)

با توجه به معادله سرعت - زمان برای حرکت با شتاب ثابت می‌توان نوشت:

$$v = at + v_0 \Rightarrow \begin{cases} 10 = at + v_0 \\ 22 = (a + 1/5)t + v_0 \end{cases} \xrightarrow{v_0 = 0} \begin{cases} 10 = at \\ 22 = at + 1/5t \end{cases}$$

$$\Rightarrow 22 = 10 + 1/5t \Rightarrow t = \frac{12}{1/5} = 60s$$

B ۲ ۴۱۲

خط فکری

۱ سرعت متحرک در هر لحظه را با استفاده از معادله سرعت - زمان به دست می‌آوریم:

$$v_1 = a_1 t_1 + v_0 \xrightarrow{\text{از حال سکون}} v_1 = a_1 t_1$$

$$v_2 = a_2 t_2 + v_0 \xrightarrow{\text{از حال سکون}} v_2 = a_2 t_2$$

۲ در یک لحظه سرعت متحرک اول دو برابر سرعت متحرک دوم است. بنابراین

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{a_1 t_1}{a_2 t_2} = 2 \xrightarrow{\text{در یک لحظه}} \frac{v_1}{v_2} = \frac{a_1}{a_2} = 2 \Rightarrow a_1 = 2a_2$$

می‌توان نوشت:

۳ هر دو متحرک تا انتهای مسیر جابه‌جایی یکسانی را انجام می‌دهند. معادله مستقل از زمان را برای دو متحرک می‌نویسیم.

$$\begin{cases} v_{f1}^2 - v_0^2 = 2a_1 x \\ v_{f2}^2 - v_0^2 = 2a_2 x \end{cases} \xrightarrow{v_0 = 0} \begin{cases} v_{f1}^2 = 2a_1 x \Rightarrow v_{f1}^2 = 4a_2 x \\ v_{f2}^2 = 2a_2 x \end{cases} \quad (1) \quad (2)$$

$$\Rightarrow \frac{(1)}{(2)} \Rightarrow \left(\frac{v_{f1}}{v_{f2}}\right)^2 = 2 \Rightarrow \frac{v_{f1}}{v_{f2}} = \sqrt{2} \Rightarrow v_{f1} = \sqrt{2} v_{f2} \Rightarrow v_{f1} = 10\sqrt{2} m/s$$

B ۲ ۴۱۳

خط فکری

دو متحرک A و B بدون سرعت اولیه ($v_0 = 0$) شروع به حرکت کرده‌اند. شتاب متحرک A، چهار برابر شتاب متحرک B است ($a_A = 4a_B$). معادله مکان - زمان را برای دو متحرک A و B بنویسید و جابه‌جایی‌های آن‌ها را برابر قرار دهید تا بتوانید رابطه‌ای بین زمان حرکت دو متحرک به دست بیاورید و از آنجا سرعت متوسط را حساب کنید.

۱ جابه‌جایی دو متحرک را برابر قرار می‌دهیم:

$$\Delta x = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t \xrightarrow{\Delta x_A = \Delta x_B} \frac{1}{2} a_A t_A^2 = \frac{1}{2} a_B t_B^2$$

$$\xrightarrow{a_A = 4a_B} \text{فرض مسأله} \quad 4t_A^2 = t_B^2 \Rightarrow t_B = 2t_A$$

۲ اکنون نسبت سرعت متوسط A به سرعت متوسط B را به دست می‌آوریم.

$$\frac{v_{avA}}{v_{avB}} = \frac{\frac{\Delta x_A}{t_A}}{\frac{\Delta x_B}{t_B}} = \frac{t_B}{t_A} = 2$$

A ۲ ۴۱۴

خط فکری

معادله حرکت دو متحرک را در اختیار دارید. بنابراین کافی است که با مقایسه معادله‌های حرکت با معادله مکان - زمان حرکت با شتاب ثابت، شتاب و سرعت اولیه هر متحرک را به دست آورده و معادله سرعت - زمان هر متحرک را بنویسید و تفاضل سرعت‌ها را مطابق فرض مسئله برابر $8m/s$ قرار دهید. با مقایسه معادله مکان - زمان حرکت با شتاب ثابت با معادله حرکت دو متحرک داده شده، معادله سرعت زمان را می‌نویسیم:

$$\begin{cases} x = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t + x_0 \\ x_1 = 2t^2 - 3t + 17 \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{2} a_1 = 2 \Rightarrow a_1 = 4m/s^2, v_0 = -3m/s$$

متحرک (۱):

معادله سرعت - زمان متحرک (۱):

$$v_1 = 4t - 3$$

$$\begin{cases} x = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t + x_0 \\ x_2 = t^2 - \alpha t \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{2} a_2 = 1 \Rightarrow a_2 = 2m/s^2, v_0 = -\alpha$$

متحرک (۲):

معادله سرعت - زمان متحرک (۲):

با توجه به فرض مسأله:

$$v_1 - v_2 = 8 \Rightarrow 4t - 3 - (t - \alpha) = 8 \Rightarrow 3t - 3 + \alpha = 8$$

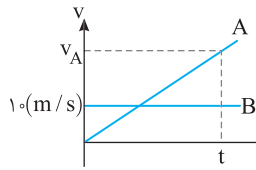
$$\xrightarrow{t=3s} 3 + \alpha = 8 \Rightarrow \alpha = 5$$

۱ ۴۱۸ A

خط فکری مسئله جالبی است، ابتدا به این فکر می‌افزیم که معادله مکان - زمان دو متحرک را نوشته با هم برابر قرار می‌دهیم و مسئله حل می‌شود، اما شتاب حرکت متحرک A را نداریم، بنابراین برای متحرک A از معادله مستقل از شتاب استفاده می‌کنیم و سرعت متحرک A هنگام رسیدن به متحرک B را حساب می‌کنیم. با توجه به صورت پرسش می‌توان نوشت:

$$x_A = \frac{v+v_0}{2}t \Rightarrow x_A = \frac{v_A}{2}t, \quad x_B = v_B t \Rightarrow x_B = 10t$$

$$\xrightarrow{x_A=x_B} \frac{v_A}{2}t = 10t \Rightarrow v_A = 20 \text{ m/s}$$



روش دوم: استفاده از نمودار سرعت - زمان نمودار سرعت - زمان دو متحرک A و B را رسم می‌کنیم. اگر در لحظه t دو متحرک از کنار هم بگذرند، باید سطح زیر نمودار A و B تا لحظه t با هم برابر باشند. از این رو:

$$S_A = S_B \Rightarrow \frac{v_A t}{2} = 10t \Rightarrow v_A = 20 \text{ m/s}$$

۴ ۴۱۹ B

خط فکری متحرک A از نقطه O شروع به حرکت کرده و ۵s بعد متحرک B در همان جهت از نقطه O می‌گذرد. وقتی دو متحرک به هم می‌رسند، متحرک A، ۵s بیشتر در حرکت بوده است (t_A > t_B) بنابراین زمان حرکت B، ۵s از زمان حرکت A کمتر است (t_B = t_A - ۵). معادله حرکت دو متحرک را نوشته با هم برابر قرار می‌دهیم. معادله حرکت دو متحرک را نوشته و با هم برابر قرار می‌دهیم. (نقطه O را مبدأ در نظر می‌گیریم.)

$$x_A = \frac{1}{2}a_A t^2 + v_{0A} t \Rightarrow x_A = t_A^2 : A \text{ معادله حرکت}$$

$$x_B = v t_B \Rightarrow x_B = 3(t_A - 5) : B \text{ معادله حرکت}$$

$$x_A = x_B \Rightarrow t_A^2 = 3(t_A - 5) \Rightarrow t_A^2 - 3t_A + 15 = 0$$

$$\Rightarrow t_A = \frac{3 \pm \sqrt{9 - 60}}{2} \Rightarrow t_A = \frac{3 \pm \sqrt{51}}{2} = 1.5 \pm \sqrt{12.75} = 1.5 \pm \sqrt{5}$$

با توجه به فرض پرسش $\sqrt{3} = 1/7$: $t_A = 1.5 \pm 8/5 \Rightarrow t_A = 6/5, 23/5$

۱ ۴۲۰ C

خط فکری هرگاه معادله مکان - زمان دو متحرک را نوشته و برابر قرار دهیم می‌توان لحظه گذر دو متحرک از کنار یکدیگر را به دست آورد. وقتی یکی از متحرک‌ها دارای حرکت با شتاب ثابت باشد، معادله به دست آمده یک تابع درجه ۲ است. اگر معادله دارای دو جواب (Δ > ۰) باشد و هر دو جواب مثبت باشد (t > ۰)، متحرک‌ها دو بار از کنار هم می‌گذرند و اگر معادله دارای یک جواب مثبت (Δ = ۰) باشد، دو متحرک یک بار در کنار هم قرار می‌گیرند و اگر (Δ < ۰) باشد دو متحرک از کنار هم نمی‌گذرند.

۱ معادله حرکت کامیون را می‌نویسیم:

$$x_C = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \xrightarrow{a=2 \text{ m/s}^2, v_0=0} x_C = \frac{1}{2} \times 2t^2 + 0 \Rightarrow x_C = t^2$$

۲ اگر مدت حرکت کامیون t باشد مدت حرکت اتومبیل t-۱ است. بنابراین معادله حرکت اتومبیل خواهد شد:

$$x_{\text{اتو}} = vt_{\text{اتو}} \Rightarrow x_{\text{اتو}} = v(t-1)$$

۳ معادله‌ها را برابر قرار می‌دهیم.

$$t^2 = vt - v \Rightarrow t^2 - vt + v = 0$$

۴ باید Δ = ۰ شود تا اتومبیل یک بار در کنار کامیون باشد.

$$v^2 - 4v = 0 \Rightarrow v = 4 \text{ m/s}$$

۲ ۴۱۵ A

خط فکری هرگاه از شما مدت زمان رسیدن دو متحرک به هم خواسته شود، کافی است معادله مکان - زمان دو متحرک را نوشته و مکان‌ها را برابر قرار دهید. خودرو دارای شتاب ثابت بوده و معادله مکان - زمان آن خواهد شد:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \Rightarrow x_{\text{خودرو}} = t^2$$

کامیون دارای سرعت ثابت بوده و معادله حرکت آن خواهد شد:

ابتدا سرعت را برحسب m/s به دست می‌آوریم:

$$36 \frac{\text{km}}{\text{h}} \times \frac{10}{36} = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow x = vt \Rightarrow x_{\text{کامیون}} = 10t$$

هنگامی که دو متحرک به هم می‌رسند کامیون = x خودرو می‌شود پس:

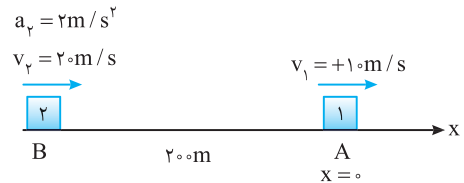
$$t^2 = 10t \Rightarrow t^2 - 10t = 0 \Rightarrow t(t-10) = 0 \Rightarrow t = 10 \text{ s}$$

جابه‌جایی کامیون و خودرو در t = 10 s برابر است با:

$$\Delta x_{\text{خودرو}} = \Delta x_{\text{کامیون}} = 100 \text{ m}$$

۲ ۴۱۶ B

خط فکری در صورت مسئله بیان نشده که متحرک (۱) با سرعت ثابت 10 m/s به دنبال متحرک (۲) در حرکت است یا برعکس؟ اگر متحرک (۱) از نقطه A به دنبال متحرک (۲) حرکت کند هرگز به متحرک (۲) نمی‌رسد زیرا سرعت متحرک (۱) 10 m/s و سرعت اولیه متحرک (۲) 20 m/s و حرکت آن شتابدار است. بنابراین شما باید معادله حرکت هر دو متحرک را در حالتی که متحرک (۲) به دنبال متحرک (۱) است بنویسید و مکان‌ها را برابر قرار دهید.



$$\begin{cases} x_1 = vt + x_0 \Rightarrow x_1 = 10t + 200 \\ x_2 = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0 \Rightarrow x_2 = \frac{1}{2} \times 2t^2 + 20t \end{cases} \Rightarrow 10t + 200 = t^2 + 20t$$

$$\Rightarrow t^2 + 10t - 200 = 0 \Rightarrow (t-10)(t+20) = 0 \Rightarrow t = 10 \text{ s}$$

۳ ۴۱۷ B

۱ جهت حرکت را مثبت و محل شروع حرکت را مبدأ مکان (x_0 = ۰) می‌گیریم، سرعت توپ با آهنگ 1 m/s کم می‌شود، یعنی شتاب حرکت -1 m/s^2 است و سرعت اولیه توپ 15 m/s است. معادله حرکت توپ را می‌نویسیم:

$$a = -1 \text{ m/s}^2, \quad x_{\text{توپ}} = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \Rightarrow x_{\text{توپ}} = -\frac{1}{2}t^2 + 15t$$

۲ موتور نیز از همان مکان با شتاب a = 2 m/s^2 از حال سکون شروع به حرکت می‌کند، بنابراین معادله حرکت موتور خواهد شد:

$$x_{\text{موتور}} = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \Rightarrow x_{\text{موتور}} = t^2$$

۳ هنگامی که توپ و موتور به هم می‌رسند مکان آن‌ها یکسان است، از این رو معادله‌های حرکت را برابر قرار می‌دهیم:

$$x_{\text{موتور}} = x_{\text{توپ}} \Rightarrow t^2 = -\frac{1}{2}t^2 + 15t \Rightarrow \frac{3}{2}t^2 - 15t = 0 \Rightarrow t^2 - 10t = 0$$

$$\Rightarrow t(t-10) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 10 \text{ s} \end{cases}$$

بنابراین پس از 10 s موتورسوار و توپ به هم می‌رسند. در این مدت موتورسوار جابه‌جایی x موتور = t^2 = 10^2 = 100 m شده است.

A ۲ ۴۲۱

زمان حرکت کامیون را وقتی $9/9m$ جابه‌جا شده است به دست می‌آوریم:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \xrightarrow{a=2m/s^2} 9/9 = \frac{1}{2}(2/t)t^2 \Rightarrow t=3s$$

در این لحظه ($t=3s$) اتومبیل به کامیون می‌رسد و سرعت آن برابر خواهد شد با:

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 3/5 \times 3 \Rightarrow v = 10/5 m/s$$

B ۱ ۴۲۲

با توجه به شکل رسم شده، معادله حرکت هر متحرک را می‌نویسیم. به دلخواه خود، مکان متحرک (۱) را مبدأ مختصات گرفته و جهت متحرک اول را جهت مثبت اختیار کرده‌ایم. در هر دو حرکت باید بردار سرعت و بردار شتاب هم جهت باشند زیرا هر دو حرکت تندشونده هستند.

$$\begin{array}{ccc} v_1 = 10 m/s & \xrightarrow{+} & v_2 = -20 m/s \\ \xrightarrow{+} & & \xleftarrow{-} \\ a_1 = 2 m/s^2 & & a_2 = -4 m/s^2 \\ \xrightarrow{+} & & \xleftarrow{-} \end{array}$$

۱۱۲۵m

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{1}{2} \times 2t^2 + 10t \\ x_2 = \frac{1}{2}(-4)t^2 - 20t + 1125 \end{cases} \xrightarrow{x_1=x_2}$$

$$t^2 + 10t = -2t^2 - 20t + 1125 \Rightarrow 3t^2 + 30t - 1125 = 0 \Rightarrow t^2 + 10t - 375 = 0$$

$$t = -5 \pm \sqrt{25 + 375} = -5 \pm 20 \Rightarrow t = 15s, \quad t = -25s$$

یادآوری ریاضی: در معادله درجه دو $y = ax^2 + bx + c$ ، هرگاه b عدد زوج باشد ($b=2b'$)، می‌توان از رابطه زیر استفاده کرد که محاسبات عددی ساده‌تر شود

$$x = \frac{-b' \pm \sqrt{b'^2 - ac}}{a}$$

زیرا اعداد کوچک‌تر هستند.

میانبر: استفاده از سرعت نسبی و شتاب نسبی.

چون سرعت‌های اولیه خلاف جهت هم هستند: $v_{نسبی} = v_1 + v_2 = 10 + 20 = 30 m/s$

چون شتاب‌های دو متحرک خلاف جهت هم هستند:

$$a_{نسبی} = a_1 + a_2 = 2 + 4 = 6 m/s^2$$

$$\Delta x = \frac{1}{2}a_{نسبی} t^2 + v_{نسبی} t \Rightarrow 1125 = \frac{1}{2}(6)t^2 + 30t \Rightarrow 3t^2 + 30t - 1125 = 0$$

$$\Rightarrow t^2 + 10t - 375 = 0 \Rightarrow t = 15s$$

B ۴ ۴۲۳

نقطه A را مبدأ مختصات و جهت راست را جهت مثبت فرض می‌کنیم. سپس داده‌های مسئله را با توجه به علامت آن‌ها روی شکل می‌نویسیم تا حل مسئله راحت‌تر شود.

۱ ابتدا معادله حرکت دو متحرک را می‌نویسیم:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0 \Rightarrow x_A = \frac{t^2}{2}, \quad x_B = -2t^2 + 250$$

$$\begin{array}{ccc} a = 1 m/s^2 & \xrightarrow{+} & a_2 = -4 m/s^2 \\ \xrightarrow{+} & & \xleftarrow{-} \\ v_A = 0 & & v_B = 0 \\ \xrightarrow{+} & & \xleftarrow{-} \end{array}$$

A $x=0$ 250m B $v_B=0$

۲ هنگام رسیدن دو متحرک به هم $x_A = x_B$ است، بنابراین:

$$x_A = x_B \Rightarrow \frac{t^2}{2} = -2t^2 + 250 \Rightarrow \frac{5t^2}{2} = 250 \Rightarrow t^2 = 100s \Rightarrow t = 10s$$

۳ دو متحرک پس از $10s$ به هم می‌رسند. حال مدت زمانی که طول می‌کشد

متحرک (۱) از A به B برسد را به دست می‌آوریم:

$$250 = \frac{t^2}{2} \Rightarrow t^2 = 500 \Rightarrow t' = 10\sqrt{5} = 10 \times 2/2 = 22.5s$$

۴ متحرک (۱) $t' - t = 22.5 - 10 = 12.5s$ پس از به هم رسیدن متحرک (۱) و (۲) به

مکان B می‌رسد.

B ۱ ۴۲۴

دقت کنید سرعت متحرک اول پس از $3s$ با شتاب $2m/s^2$ خواهد شد:

$$v = at + v_0 \Rightarrow v_1 = 2 \times 3 + 0 \Rightarrow v_1 = 6m/s$$

در لحظه‌ای که سرعت متحرک اول $6m/s$ است، سرعت متحرک دوم $15m/s$ و شتاب هر دو متحرک یکسان است. چون سرعت متحرک (۲) بیشتر است، به متحرک

(۱) نزدیک شده از آن سبقت می‌گیرد و سپس از متحرک اول دور می‌شود.

$$\begin{array}{ccc} v_0 = 0 & a_1 = 2 m/s^2 & t = 3s \\ \xrightarrow{+} & \xrightarrow{+} & \xrightarrow{+} v = 6 m/s \\ A \quad 1 & & B \\ v_2 = 15 m/s & & \\ \xrightarrow{+} & & \\ a_2 = 2 m/s^2 & & \\ 2 & & \end{array}$$

B ۲ ۴۲۵

خط فکری: پس از جدا شدن واگن، قطار با سرعت ثابت به حرکت خود ادامه می‌دهد و واگن با حرکت کندشونده متوقف می‌شود. شتاب حرکت واگن را نداریم بنابراین شما باید برای واگن از معادله مستقل از شتاب (فرمول طلایی) استفاده کنید.

$$\Delta x_{واگن} = \frac{v+v_0}{2} \Delta t = \frac{v_0}{2} \Delta t \quad \text{برای واگن می‌نویسیم:}$$

$$\Delta x_{قطار} = v_0 \Delta t = v_0 \Delta t \quad \text{قطار با سرعت ثابت به حرکت خود ادامه داده است از این رو:}$$

$$\frac{\Delta x_{واگن}}{\Delta x_{قطار}} = \frac{\frac{v_0}{2} \Delta t}{v_0 \Delta t} = \frac{1}{2} \quad \text{۳ اکنون خواهیم داشت:}$$

B ۲ ۴۲۶

خط فکری: از شما خواسته شده فاصله دو متحرک را پس از توقف متحرک دوم برحسب v و a به دست بیاورید. بنابراین شما ابتدا باید زمان توقف و جابه‌جایی متحرک (۲) را حساب کرده سپس مقدار جابه‌جایی متحرک (۱) را در این مدت به دست آورده و جابه‌جایی‌ها را از هم کم کنید.

۱ ابتدا زمان توقف و جابه‌جایی متحرک (۲) از محل گذر دو متحرک تا محل توقف

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = -at_2 + v \Rightarrow t_2 = \frac{v}{a}$$

را به دست می‌آوریم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - v^2 = -2a\Delta x_2 \Rightarrow \Delta x_2 = \frac{v^2}{2a}$$

۲ اکنون جابه‌جایی متحرک (۱) را با شتاب a در مدت t_2 حساب می‌کنیم:

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \Rightarrow \Delta x_1 = \frac{1}{2}a\left(\frac{v}{a}\right)^2 + v\left(\frac{v}{a}\right) = \frac{3}{2} \frac{v^2}{a}$$

$$\Delta x_1 - \Delta x_2 = \frac{3}{2} \frac{v^2}{a} - \frac{v^2}{2a} = \frac{v^2}{a} \quad \text{۳ فاصله دو متحرک از هم خواهد شد:}$$

$$\begin{array}{ccc} v & a & \\ \xrightarrow{+} & \xrightarrow{+} & \\ 1 & & \\ \xrightarrow{+} & & \\ v & -a & \\ \xrightarrow{+} & \xleftarrow{-} & \\ v=0 & & \\ \xrightarrow{+} & & \\ \Delta x_1 & & \\ \xrightarrow{+} & & \\ \Delta x_2 & & \end{array}$$

B ۲ ۴۲۷

خط فکری: ابتدا باید دقت کنید که این دو قطار وقتی به طور کامل از کنار هم می‌گذرند که انتهای قطار A به انتهای قطار B برسد. یعنی نقاط A' و B' از کنار هم بگذرند.

بنابراین شما باید یک نقطه مثلاً محل ابتدایی A' را مبدأ و جهت مثبت فرض کنید. در این صورت مکان اولیه B' خواهد شد ($x_{B'} = 100 + 60 + 80 = 240m$)

معادله حرکت نقاط A' و B' را نوشته و مسئله را حل کنید.

معادله حرکت دو متحرک را نسبت به محل ابتدایی خودروی A می‌نویسیم:

$$\begin{cases} x_A = vt + x_0 \Rightarrow x_A = vt \\ x_B = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow x_B = t^2 + 25 \end{cases} \xrightarrow{x_A = x_B} vt = t^2 + 25$$

$$\Rightarrow t^2 - vt + 25 = 0$$

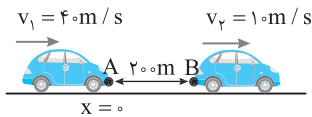
اگر معادله به دست آمده دارای جواب باشد، دو متحرک به هم می‌رسند. معادله درجه ۲ وقتی جواب دارد که $\Delta \geq 0$ باشد از این‌رو:

$$\Delta \geq 0 \Rightarrow v^2 - 4 \times 25 \geq 0 \Rightarrow v^2 \geq 100 \Rightarrow v \geq 10 \text{ m/s}$$

بنابراین حداقل سرعت v باید ۱۰ m/s باشد.

C ۴۳۱

خط فکری



وقتی خودروی عقبی به خودروی جلویی برخورد می‌کند که نقطه A به نقطه B برسد (مطابق شکل). در این صورت اگر معادله حرکت دو خودرو را بنویسیم در آخر به یک معادله درجه ۲ می‌رسیم. با حل این معادله زمان رسیدن A به B به دست می‌آید. اما مسئله می‌خواهد که خودروی عقبی به خودروی جلویی نرسد. یعنی از نظر ریاضی باید معادله به دست آمده بدون جواب باشد ($\Delta < 0$) معادله‌های حرکت را بنویسید، با هم برابر قرار داده و Δ آن را کوچک‌تر از صفر قرار دهید.

معادله حرکت هر دو متحرک را نوشته و برابر قرار می‌دهیم.

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{1}{2}at^2 + 40t \\ x_2 = v_2t = 10t + 200 \end{cases}$$

$$x_1 = x_2 \Rightarrow \frac{1}{2}at^2 + 40t = 10t + 200 \Rightarrow \frac{1}{2}at^2 + 30t - 200 = 0$$

اگر این معادله جواب نداشته باشد برخوردی صورت نمی‌گیرد. برای این منظور باید $\Delta < 0$ باشد.

بنابراین کمینه (حداقل) مقدار a باید برابر $\frac{9}{4} \text{ m/s}^2$ باشد تا متحرک عقبی به متحرک جلویی برخورد نکند.

B ۴۳۲

خط فکری

شکل مسئله را کامل کنید. یعنی تمام داده‌های مسئله را روی آن بنویسید. نقطه ۲ را مبدأ مکان و جهت راست را جهت مثبت می‌گیریم. در این صورت شتاب متحرک A که حرکتش تندشونده است $a_A = +4 \text{ m/s}^2$ و شتاب متحرک B که حرکتش کندشونده بوده $a_B = -4 \text{ m/s}^2$ می‌شود. معادله‌های حرکت را بنویسید و با هم برابر قرار دهید. یک معادله درجه ۲ به دست می‌آورد که ریشه‌های آن، لحظه‌هایی است که دو متحرک به هم می‌رسند اما برای آنکه معادله دارای جواب باشد باید $\Delta \geq 0$ باشد. حل مسئله را شروع کنید.

۱. معادله متحرک‌های A و B را می‌نویسیم. حرکت متحرک A تندشونده است پس شتاب در جهت حرکت می‌باشد اما حرکت متحرک B کندشونده است پس شتاب خلاف جهت حرکت می‌باشد.

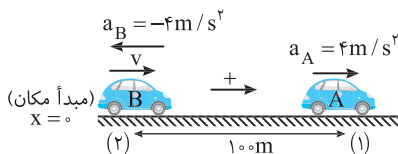
$$\begin{cases} x_A = \frac{1}{2}a_A t^2 + v_{A0}t + x_{A0} \Rightarrow x_A = 2t^2 + 100 \\ x_B = \frac{1}{2}a_B t^2 + v_{B0}t + x_{B0} \Rightarrow x_B = -2t^2 + vt \end{cases} \xrightarrow{x_A = x_B}$$

$$2t^2 + 100 = -2t^2 + vt \Rightarrow 4t^2 - vt + 100 = 0$$

۲. معادله بالا به ازای $\Delta \geq 0$ جواب خواهد داشت:

$$(-v)^2 - 4(4 \times 100) \geq 0 \Rightarrow v^2 \geq 1600 \Rightarrow v \geq 40 \text{ m/s}$$

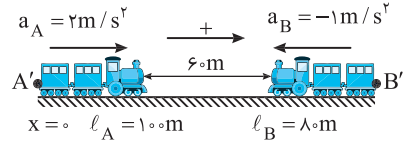
بنابراین کمینه سرعت متحرک B در لحظه نشان داده شده $v = 40 \text{ m/s}$ می‌باشد.



معادله مکان زمان نقطه A' و B' را می‌نویسیم و برابر قرار می‌دهیم.

$$x_{A'} = \frac{1}{2}a_A t^2 \Rightarrow x_{A'} = t^2, \quad x_{B'} = \frac{1}{2}a_B t^2 + d \Rightarrow x_{B'} = -\frac{t^2}{2} + 24$$

$$x_{A'} = x_{B'} \Rightarrow t^2 = -\frac{t^2}{2} + 24 \Rightarrow \frac{3t^2}{2} = 24 \Rightarrow t^2 = 16 \Rightarrow t = 4\sqrt{10} \text{ s}$$



B ۴۲۸

هنگامی قطار B به طور کامل از قطار A سبقت می‌گیرد که انتهای قطار B به ابتدای قطار A برسد. یعنی نقطه B' (انتهای قطار B) به نقطه A' (ابتدای قطار A) برسد. مکان ابتدایی B' را مبدأ مکان و جهت راست را مطابق شکل جهت مثبت در نظر می‌گیریم و برای نقاط A' و B' معادله حرکت می‌نویسیم:

$$x_{A'} = vt + x_0 \xrightarrow{x_0 = 250 \text{ m}} x_{A'} = 37/5t + 250$$

معادله حرکت A:

$$x_{A'} = 37/5t + 250$$

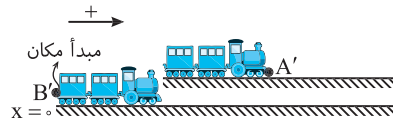
معادله حرکت B:

$$x_{B'} = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \Rightarrow x_{B'} = 2/5t^2$$

مکان A' و B' را برابر قرار می‌دهیم:

$$x_{A'} = x_{B'} \Rightarrow 37/5t + 250 = 2/5t^2 \Rightarrow 2/5t^2 - 37/5t - 250 = 0$$

$$\Rightarrow t^2 - 15t - 100 = 0 \Rightarrow (t - 20)(t + 5) = 0 \Rightarrow t = 20 \text{ s}$$



B ۴۲۹

۱. نقطه A را مبدأ مکان می‌گیریم و جهت حرکت قطار و موتور را جهت مثبت فرض می‌کنیم.
۲. معادله حرکت موتور که با شتاب 4 m/s^2 از حال سکون ($v_0 = 0$) به راه می‌افتد را می‌نویسیم.

$$x_m = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow x_m = \frac{1}{2} \times 4t^2 + 0 \Rightarrow x_m = 2t^2$$

۳. موتور قرار است که از جلوی قطار بگذرد بنابراین معادله نقطه جلوی قطار را که در فاصله ۱۰۰ متری نقطه A قرار دارد می‌نویسیم. جلوی قطار $x = vt + x_0 \Rightarrow x = 10t + 100$

۴. معادله‌های حرکت را برابر قرار می‌دهیم.

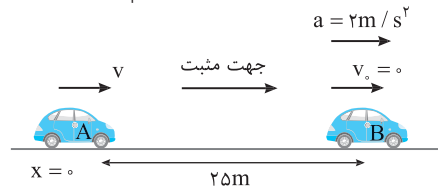
$$x_m = x \Rightarrow 2t^2 = 10t + 100 \Rightarrow t^2 - 5t - 50 = 0 \Rightarrow (t + 5)(t - 10) = 0 \Rightarrow t = 10 \text{ s}$$

B ۴۳۰

خط فکری

هرگاه قرار باشد که دو متحرک به هم برسند، معادله مکان - زمان دو متحرک را می‌نویسیم و برابر قرار می‌دهیم. اگر یکی از متحرک‌ها (و یا هر دو) دارای حرکت شتابدار باشد با برابر قرار دادن معادله‌های حرکت، یک معادله درجه ۲ به دست می‌آید و برای آنکه دو متحرک از کنار هم بگذرند باید $\Delta \geq 0$ شود یعنی معادله دارای جواب باشد. از این روش معادله حرکت‌های دو متحرک را نوشته برابر قرار دهید و Δ را بزرگ‌تر و مساوی صفر بگذارید.

محل ابتدایی خودروی A در لحظه‌ای که خودروی B شروع به حرکت می‌کند را مبدأ مکان و مطابق شکل جهت راست را جهت مثبت می‌گیریم.

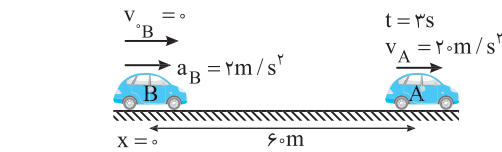


C ۴۳۳

خط فکری

سؤال جالبی است. اتومبیل A با سرعت ثابت از کنار اتومبیل ساکن B می‌گذرد، سه ثانیه بعد اتومبیل B با شتاب 2 m/s^2 به دنبال A به راه می‌افتد. در این لحظه اتومبیل A به اندازه $(\Delta x = 20 \times 3 = 60 \text{ m})$ جلوتر از اتومبیل B است. اما مهم‌ترین نکته این است که تا لحظه‌ای که سرعت اتومبیل A (20 m/s) از سرعت اتومبیل B بیشتر باشد، فاصله دو اتومبیل زیاد می‌شود و لحظه‌ای که $v_B \geq v_A$ شود فاصله دو اتومبیل شروع به کم شدن می‌کند. بنابراین در لحظه‌ای که $v_B = 20 \text{ m/s}$ می‌شود، فاصله دو متحرک از هم بیشترین مقدار است. با توجه به این مطلب مسئله را حل می‌کنیم.

۱. مدت زمانی که طول می‌کشد سرعت متحرک B به سرعت 20 m/s برسد برابر است با:



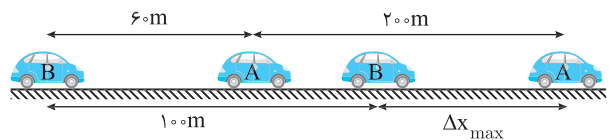
۲. در این مدت جابه‌جایی A و B را به دست می‌آوریم:

$$x_B = \frac{1}{2} a_B t^2 + v_{B0} t \Rightarrow x_B = \frac{1}{2} \times 2 \times 10^2 = 100 \text{ m}$$

$$x_A = v_A t \Rightarrow x_A = 20 \times 10 = 200 \text{ m}$$

۳. بنابراین جابه‌جایی متحرک A از لحظه عبور از متحرک B برابر است با

$$200 + 60 = 260 \text{ m}$$



۴. بیشینه فاصله A و B خواهد شد:

$$d = x_A - x_B \Rightarrow d_{\max} = 260 - 100 = 160 \text{ m}$$

A ۴۳۴

تا لحظه $t = 3T$ سرعت متحرک ثابت است. با توجه به رابطه $\Delta x = v \Delta t$ و با توجه به شکل‌ها، در $t = 0$ تا $t = T$ متحرک A بیشتر از متحرک B جابه‌جا می‌شود:

$$\Delta x_A = v_{A0} T \quad \Delta x_A > \Delta x_B \rightarrow v_{A0} > v_{B0}$$

$$\Delta x_B = v_{B0} T$$

از لحظه $t = 3T$ به بعد حرکت‌ها با شتاب ثابت است و با ادامه حرکت از این لحظه به بعد جابه‌جایی‌های متحرک B بیشتر از جابه‌جایی‌های متحرک A شده است بنابراین شتاب متحرک B بیشتر از شتاب متحرک A است. در ثانیه $t = 3T$ آخر حرکت چون جابه‌جایی B بیشتر از جابه‌جایی A بوده پس سرعت انتهایی متحرک B بزرگ‌تر از سرعت انتهایی متحرک A است.

B ۴۳۵

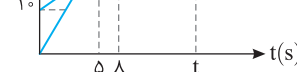
خط فکری

در مسافتی که نوع حرکت متحرک تغییر می‌کند بهتر است که مسئله را به کمک رسم نمودار سرعت - زمان حل کنیم. در لحظه‌ای که دو متحرک به هم می‌رسند باید سطح زیر نمودار سرعت - زمان دو متحرک با هم برابر باشد. از این رو با توجه به داده‌های مسئله، نمودارها را رسم کنید.

۱. زمان رسیدن دو متحرک به سرعت ثابت را به دست می‌آوریم:

$$a = \frac{v - v_0}{t} \Rightarrow 4 = \frac{32 - 0}{t} \Rightarrow t_A = 8 \text{ s}, \quad 2 = \frac{20 - 0}{t} \Rightarrow t_B = 10 \text{ s}$$

۲. نمودار سرعت - زمان هر دو متحرک را رسم می‌کنیم. لحظه‌ای که دو متحرک به هم می‌رسند (t) سطح زیر نمودار سرعت - زمان آن‌ها یکی است.

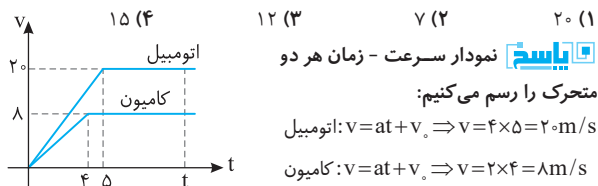


یادآوری ریاضی: مساحت دوزنقه برابر مجموع دو قاعده ضربدر نصف ارتفاع است.

$$\Delta x_A = \Delta x_B \Rightarrow S_A = S_B \Rightarrow \frac{t + t - 8}{2} \times 32 = \frac{20 + 0}{2} \times (t - 5) \Rightarrow$$

$$(2t - 8) \times 16 = 75 + 20t - 100 \Rightarrow 32t - 128 = 20t - 25 \Rightarrow 12t = 103 \Rightarrow t = \frac{103}{12} \text{ s}$$

بازی با سؤال: یک اتومبیل و یک کامیون به طور همزمان از حال سکون و در یک جهت شروع به حرکت می‌کنند. در لحظه شروع حرکت اتومبیل 20 m/s عقب‌تر از کامیون است. ابتدا اتومبیل 5 s با شتاب ثابت 4 m/s^2 و کامیون 4 s با شتاب ثابت 2 m/s^2 حرکت می‌کنند. سپس هر یک از آن‌ها با سرعت ثابت به حرکت خود ادامه می‌دهند. چند ثانیه پس از شروع حرکت، اتومبیل به کامیون می‌رسد؟



یابش نمودار سرعت - زمان هر دو

متحرک را رسم می‌کنیم:

$$\text{اتومبیل: } v = at + v_0 \Rightarrow v = 4 \times 5 = 20 \text{ m/s}$$

$$\text{کامیون: } v = at + v_0 \Rightarrow v = 2 \times 4 = 8 \text{ m/s}$$

دقت کنید برای آنکه دو متحرک به هم برسند باید سطح زیر نمودار اتومبیل از سطح زیر نمودار کامیون 20 m متر بیشتر باشد. زیرا اتومبیل 20 m عقب بودن خود را باید جبران کند.

$$S_{\text{اتومبیل}} = S_{\text{کامیون}} + 20 \Rightarrow \frac{t + (t - 5)}{2} \times 20 = \frac{t + (t - 4)}{2} \times 8 + 20 \Rightarrow$$

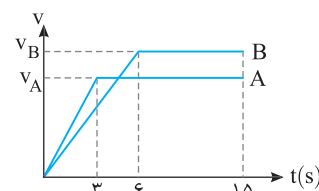
$$20t - 50 = 8t - 16 + 20 \Rightarrow 12t = 24 \Rightarrow t = 2 \text{ s}$$

گزینه ۱

B ۴۳۶

۱. باید نمودار سرعت - زمان

دو متحرک A و B را مطابق شکل روبه‌رو رسم کنید. دقت کنید که در 3 s اول نمودار متحرک A خط راست مایل و پس از آن نمودار خط راست افقی



است و برای متحرک B نمودار تا لحظه $t = 6 \text{ s}$ ، حرکت با شتاب ثابت و سرعت در حال افزایش تا مقدار v_B است و از آن به بعد سرعت متحرک B ثابت است.

۲. دو متحرک پس از 15 s با هم از مبدأ به مقصد می‌رسند بنابراین سطح زیر نمودار دو متحرک در بازه صفر تا 15 s باید برابر باشد.

$$S_A = S_B \Rightarrow (15 + 12) \times \frac{v_A}{2} = (15 + 9) \times \frac{v_B}{2} \Rightarrow 27v_A = 24v_B$$

$$\Rightarrow \frac{v_A}{v_B} = \frac{24}{27} \Rightarrow \frac{v_A}{v_B} = \frac{8}{9}$$

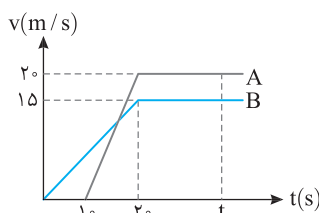
۳. اکنون نسبت شتاب دو متحرک را حساب می‌کنیم.

$$\frac{a_A}{a_B} = \frac{\frac{v_A - 0}{3}}{\frac{v_B - 0}{6}} \Rightarrow \frac{a_A}{a_B} = \frac{v_A}{v_B} \times 2 \Rightarrow \frac{a_A}{a_B} = \frac{8}{9} \times 2 = \frac{16}{9}$$

C ۴۳۷

خط فکری

نمودار متحرک A، 10 s پس از حرکت متحرک B به راه می‌افتد. بنابراین باید مشخص کنیم در این مدت متحرک B چند متر از متحرک A جلو می‌افتد. سپس



سطح زیر نمودار را برای هر دو متحرک A و B در لحظه t که به هم می‌رسند حساب کنیم. البته سطح زیر نمودار A باید به مقداری که از متحرک B عقب است از سطح زیر نمودار B بیشتر باشد.

روش دوم: جابه‌جایی یک متحرک که دارای حرکت با شتاب ثابت روی خط راست است، در ثانیه t ام حرکتش از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\Delta x_{(t)} = \frac{1}{2} a (2t-1) + v_0 \Rightarrow \Delta x_{(1)} = \frac{1}{2} a (2 \times 1 - 1) + 0 \Rightarrow 2/5 = \frac{1}{2} a \Rightarrow a = 5 \text{ m/s}^2$$

بنابراین جابه‌جایی آن در ثانیه دوم حرکتش برابر است با:

$$\Delta x_{(2)} = \frac{1}{2} \times 5 \times (2 \times 2 - 1) + 0 \Rightarrow \Delta x_{(2)} = 7/5 \text{ m}$$

تذکره: رابطه جابه‌جایی در ثانیه t ام در کتاب بیان نشده است اما در حل این گونه مسائل، کاربرد مفیدی دارد.

B ۴۴۱

راه‌حل اول:

نکته: در حرکت با شتاب ثابت روی خط راست جابه‌جایی‌ها در ثانیه‌های متوالی تشکیل تصاعد حسابی می‌دهند که قدرنسبت آن شتاب است. $|\Delta x_{(t)} - \Delta x_{(t-1)}| = a$

۱ جابه‌جایی متحرک در حرکت کندشوندش در ثانیه چهارم، یک متر از جابه‌جایی آن در ثانیه ششم بیشتر بوده است و با توجه به نکته بیان شده جابه‌جایی در ثانیه چهارم به اندازه $2a$ از جابه‌جایی در ثانیه ششم بیشتر است. بنابراین شتاب حرکت خواهد شد:

$$|2a| = 1 \Rightarrow |a| = \frac{1}{2} \text{ m/s}^2$$

۲ سرعت اولیه را حساب می‌کنیم:

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = -0.5 \times 6 + v_0 \Rightarrow v_0 = 3 \text{ m/s}$$

راه‌حل دوم: به کمک رابطه جابه‌جایی در ثانیه t ام در حرکت با شتاب ثابت روی خط راست می‌توان نوشت:

$$\Delta x_{(t)} = \frac{1}{2} a (2t-1) + v_0 \Rightarrow \begin{cases} \Delta x_{(4)} = \frac{1}{2} a (2 \times 4 - 1) + v_0 = \frac{7}{2} a + v_0 \\ \Delta x_{(6)} = \frac{1}{2} a (2 \times 6 - 1) + v_0 = \frac{11}{2} a + v_0 \end{cases}$$

دو رابطه را از هم کم می‌کنیم:

$$\Delta x_{(6)} - \Delta x_{(4)} = \frac{7}{2} a - \frac{11}{2} a \Rightarrow 1 = -\frac{4}{2} a \Rightarrow a = -0.5 \text{ m/s}^2$$

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = -0.5 \times 6 + v_0 \Rightarrow v_0 = 3 \text{ m/s}$$

B ۴۴۲

جابه‌جایی در ثانیه سوم برابر ۲۸ متر است. سرعت اولیه را به کمک جابه‌جایی در ثانیه t ام به دست می‌آوریم:

$$\Delta x_{(t)} = \frac{1}{2} a (2t-1) + v_0 \Rightarrow 28 = \frac{1}{2} \times 6 \times (2 \times 3 - 1) + v_0 \Rightarrow v_0 = 13 \text{ m/s}$$

اکنون به کمک معادله مکان - زمان در حرکت با شتاب ثابت، مکان متحرک در ثانیه $t = 5$ را حساب می‌کنیم البته در لحظه $t = 0$ مکان اولیه متحرک $x_0 = 4 \text{ m}$ بوده است.

$$x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t + x_0 \Rightarrow x = \frac{1}{2} \times 6 \times 25 + 13 \times 5 + 4 = 75 + 65 + 4 \Rightarrow x = 144 \text{ m}$$

B ۴۴۳

نکته: ۲ ثانیه سوم یعنی بازه‌های زمانی بین $t = 4 \text{ s}$ تا $t = 6 \text{ s}$.

یادآوری: برای به دست آوردن جابه‌جایی در مدت n ثانیه حرکت از معادله زیر استفاده می‌کنیم:

$$\Delta x_{(n)} = \frac{n}{2} a (2t-n) + nv_0$$

که در آن t کل مدت زمان و n تعداد ثانیه‌های آخر مدت t است اما این به چه معنی است؟ یعنی اگر گفته شود جابه‌جایی در سه ثانیه پنجم شما باید به جای t مقدار $5 \times 3 = 15$ و جای n ، ۳ را قرار دهید.

۱ جابه‌جایی در ۲۵ اول برابر 13 m شده است از این‌رو:

$$\Delta x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t \Rightarrow 13 = \frac{1}{2} a (2)^2 + 2v_0 \Rightarrow 13 = 2a + 2v_0 \quad (I)$$

۱ شتاب متحرک B را حساب می‌کنیم. $a = \frac{v-v_0}{t} \Rightarrow a = \frac{15-0}{2} \Rightarrow a = \frac{3}{4} \text{ m/s}^2$

۲ جابه‌جایی متحرک B را در مدت ۱۰ s به دست می‌آوریم.

$$\Delta x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t \Rightarrow \Delta x_B = \frac{1}{2} \times \frac{3}{4} \times (10)^2 + 0 \Rightarrow \Delta x_B = 37/5 \text{ m}$$

۳ سطح زیر نمودار دو متحرک را حساب می‌کنیم.

$$S_A = (t-1+0) \times \frac{v_0}{2} \Rightarrow S_A = 2 \times 0 - 3 \times 0 = 0$$

$$S_B = (t+t-20) \times \frac{15}{2} \Rightarrow S_B = 15t - 150$$

۴ با توجه به آنچه در خط فکری بیان کردیم، می‌نویسیم:

$$S_A = S_B + 37/5 \Rightarrow 20t - 300 = 15t - 150 + 37/5 \Rightarrow 5t = 187/5 \Rightarrow t = 37/5 \text{ s}$$

A ۴۳۸

خط فکری: ثانیه t ام یعنی بازه زمانی بین $t-1$ تا t بنابراین جابه‌جایی در ثانیه چهارم یعنی جابه‌جایی در بازه $t=3 \text{ s}$ تا $t=4 \text{ s}$. دقت کنید متحرک از حال سکون با شتاب ثابت حرکت کرده است از این رو مسافت طی شده و جابه‌جایی متحرک یکی است. شما باید مکان جسم در لحظه‌های $t=3 \text{ s}$ و $t=4 \text{ s}$ را به دست آورده و آن‌ها را از هم کم کنید.

راه‌حل اول: به کمک معادله مکان - زمان، مکان جسم در لحظه $t=3 \text{ s}$ و $t=4 \text{ s}$ را به دست آورده و از هم کم می‌کنیم.

$$x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t + x_0 \begin{cases} \xrightarrow{t=3 \text{ s}} x = \frac{1}{2} \times 1 \times 9 = 4.5 \text{ m} \\ \xrightarrow{t=4 \text{ s}} x = \frac{1}{2} \times 1 \times 16 = 8 \text{ m} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \Delta x_{(4)} = 8 - 4.5 = 3.5 \text{ m}$$

میانبر: در حرکت با شتاب ثابت روی خط راست، جابه‌جایی در ثانیه t ام حرکت از رابطه روبرو به دست می‌آید:

$$\Delta x_{(t)} = \frac{1}{2} a (2t-1) + v_0$$

راه‌حل دوم: استفاده از رابطه جابه‌جایی در ثانیه t ام:

$$\Delta x_{(4)} = \frac{1}{2} \times 1 \times (2 \times 4 - 1) = 3.5 \text{ m}$$

A ۴۳۹

یادآوری: سرعت متوسط متحرکی که با شتاب ثابت در حرکت است در بازه زمانی صفر تا t از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$v_{av} = \frac{1}{2} at + v_0$$

۱ شتاب حرکت متحرک را به کمک سرعت متوسط آن به دست می‌آوریم:

$$v_{av} = \frac{1}{2} at + v_0 \xrightarrow{t=2 \text{ s}, v_{av}=1 \text{ m/s}, v_0=0} 1 = \frac{1}{2} \times a \times 2 + 0 \Rightarrow a = 1 \text{ m/s}^2$$

۲ جابه‌جایی در ثانیه سوم خواهد شد:

$$\Delta x_{(t)} = \frac{1}{2} a (2t-1) + v_0 \Rightarrow \frac{1}{2} \times 1 \times (2 \times 3 - 1) + 0 = 2 \text{ m}$$

A ۴۴۰

روش اول: متحرک از حال سکون ($v_0 = 0$) شروع به حرکت کرده است محل شروع حرکت را مبدأ اختیار می‌کنیم. جابه‌جایی متحرک در مدت ۱ s برابر $2/5 \text{ m}$ شده است یعنی مکان در لحظه $t = 1 \text{ s}$ برابر $x = 2/5 \text{ m}$ است. به کمک معادله حرکت، شتاب را حساب می‌کنیم.

$$\Delta x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t \Rightarrow 2/5 = \frac{1}{2} (a) (1) \Rightarrow a = 5 \text{ m/s}^2$$

مکان متحرک در مدت ۲ s را به دست می‌آوریم. $\Delta x' = 10 \text{ m}$

جابه‌جایی در ثانیه دوم یعنی جابه‌جایی در بازه $t = 1 \text{ s}$ تا $t = 2 \text{ s}$ بنابراین مکان در این دو لحظه را از هم کم می‌کنیم.

$$\Delta x_{(2)} = x' - x = 10 - 2/5 = 7/5 \text{ m}$$



۲ ثانیه سوم حرکت یعنی بازه زمانی بین $t=4s$ و $t=6s$ بنابراین مکان در این دو لحظه را به دست آورده از هم کم می کنیم تا جابه جایی به دست آید:

$$\left. \begin{aligned} t_1=4s \Rightarrow x_1 &= -16+16+x_0 \Rightarrow x_1=x_0 \\ t_2=6s \Rightarrow x_2 &= -36+24+x_0 \Rightarrow x_2=-12+x_0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow |\Delta x|=12m$$

راه حل دوم: استفاده از رابطه روبه رو:

$$\Delta x_{(n)} = \frac{n}{2} a (2t-n) + nv_0$$

در این رابطه ۲ ثانیه سوم یعنی $n=2$ و $t=6s$ است.

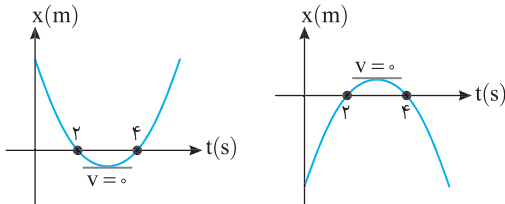
$$\Delta x_{(n)} = \frac{2}{2} \times (-2) (2 \times 6 - 2) + 2 \times 4 = -2 \times 10 + 8 = -12m$$

پس بزرگی جابه جایی برابر ۱۲m است.

B ۴۴۷ ۴

خط فکری معادله مکان - زمان حرکت با شتاب ثابت ($x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$)

یک تابع درجه ۲ است که نمودار آن سهمی است. از طرفی لحظه ای بردار مکان متحرک تغییر جهت (علامت) می دهد که از مبدأ ($x=0$) بگذرد، در این صورت لحظه های $t=2s$ و $t=4s$ ریشه های معادله مکان زمان هستند و در این لحظه ها نمودار مکان - زمان محور زمان را قطع خواهد کرد. بنابراین اگر شما بخواهید نمودار مکان - زمان که یک سهمی است را رسم کنید باید یکی از دو نمودار زیر را رسم کنید.



۱ به نمودارهای رسم شده دقت کنید. لحظه تغییر جهت متحرک یعنی لحظه ای که سرعت متحرک صفر می شود و این لحظه در لحظه های کمینه و بیشینه نمودار (رأس سهمی) اتفاق می افتد.

۲ همچنین سهمی نسبت به خط قائم عبوری از رأس سهمی متقارن است بنابراین لحظه تغییر جهت $t = \frac{2+4}{2} = 3s$ تغییر جهت خواهد شد.

B ۴۴۸ ۲

الف) جابه جایی بین دو لحظه $t=0$ تا $t=4s$ را به دست می آوریم. برای این کار مکان در لحظه $t=0$ و $t=4s$ را به کمک معادله حرکت $x = t^2 + 4t + 5$ به دست آورده از هم کم می کنیم.

$$t=0 \Rightarrow x=0+4(0)+5 \Rightarrow x_1=5m, t=4s \Rightarrow x=4^2+4(4)+5 \Rightarrow x_2=37$$

جابه جایی $37-5=32m$ است. بنابراین سرعت متوسط در این بازه خواهد شد:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{32}{4} = 8m/s$$

این گزاره نادرست است.

ب) معادله مکان - زمان مسئله را با معادله مکان - زمان حرکت با شتاب ثابت مقایسه کرده و شتاب و سرعت اولیه را مشخص می کنیم.

$$x = t^2 + 4t + 5, x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow a = 2m/s^2, v_0 = 4m/s$$

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 2t + 4$$

معادله سرعت - زمان را می نویسیم:

بعد از $t=0$ همواره یک مقدار مثبت به ۴ اضافه می شود پس کمترین سرعت در $t=0$ و $4m/s$ است و این گزاره درست است.

ب) با توجه به معادله سرعت که در بالا به دست آمده همواره سرعت مثبت است و شتاب نیز ثابت و مثبت می باشد پس حرکت تند شونده است و این گزاره درست است. ت) زمانی بردار مکان متحرک تغییر جهت می دهد که متحرک از مبدأ مکان $x=0$ عبور می کند. Δ را تشکیل می دهیم

$$x = t^2 + 4t + 5 \Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = 16 - 4 \times 5 = -4 < 0$$

بنابراین معادله جواب ندارد. یعنی متحرک هیچ گاه از مبدأ مکان نمی گذرد و گزاره (ت) نادرست است.

۲ در دو ثانیه سوم یعنی در رابطه بیان شده در یادآوری به جای t مقدار $2 \times 3 = 6s$ و به جای n مقدار $2s$ را قرار دهید.

$$25 = \frac{2}{2} a (2 \times 6 - 2) + 2v_0 \Rightarrow 25 = 10a + 2v_0 \quad (II)$$

۳ به کمک معادله های (I) و (II)، a را به دست می آوریم:

$$\left\{ \begin{aligned} 13 &= 2a + 2v_0 \\ 25 &= 10a + 2v_0 \end{aligned} \right. \xrightarrow{\text{دو رابطه را از هم کم می کنیم}} 12 = 8a \Rightarrow a = 1.5m/s^2$$

B ۴۴۴ ۴

یادآوری در حرکت با شتاب ثابت روی خط راست، جابه جایی در بازه زمانی n ثانیه

از کل مدت حرکت t ثانیه برابر است با:

$$\Delta x_{(n)} = \frac{n}{2} a (2t-n) + nv_0$$

۱ جابه جایی در دو ثانیه اول یعنی در رابطه $n=2s$ و $t=2s$ را قرار دهیم:

$$54 = \frac{2}{2} a (2 \times 2 - 2) + 2v_0 \Rightarrow 54 = 2a + 2v_0 \quad (1)$$

۲ جابه جایی در دو ثانیه سوم یعنی در رابطه $n=2s$ و $t=6s$ را قرار دهیم:

$$38 = \frac{2}{2} a (2 \times 6 - 2) + 2v_0 \Rightarrow 38 = 10a + 2v_0 \quad (2)$$

۳ رابطه های (۱) و (۲) را از هم کم کرده و شتاب را حساب می کنیم:

$$54 - 38 = 2a + 2v_0 - 10a - 2v_0 \Rightarrow 16 = -8a \Rightarrow a = -2m/s^2$$

۴ اکنون v_0 را از رابطه (۱) به دست می آوریم:

$$54 = 2a + 2v_0 \Rightarrow 54 = 2 \times (-2) + 2v_0 \Rightarrow v_0 = 29m/s$$

۵ مسافت طی شده تا توقف به کمک رابطه مستقل از زمان خواهد شد:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - (29)^2 = 2 \times (-2) \Delta x \Rightarrow \Delta x = 210.25m$$

B ۴۴۵ ۲

نکته در حرکت با شتاب ثابت روی خط راست می توان ثابت کرد که جابه جایی ها

در بازه های زمانی متوالی یکسان t تشکیل دنباله حسابی با قدرنسبت at^2 می دهند.

در صورت مسئله بیان شده که در هر $2s$ متحرک $8m$ کمتر جابه جا می شود یعنی در بازه زمانی یکسان $t=2s$ ، قدرنسبت دنباله حسابی برابر 8 است از این رو می توان نوشت:

$$at^2 = 8 \Rightarrow a(2)^2 = 8 \Rightarrow a = 2m/s^2$$

متحرک بعد از $400m$ متوقف شده است. به کمک معادله مستقل از زمان سرعت اولیه را حساب می کنیم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - v_0^2 = 2 \times (-2) \times 400 \Rightarrow v_0^2 = 1600 \Rightarrow v_0 = 40m/s$$

پایه سوال متحرکی روی خط راست با شتاب ثابت در حرکت است و

در هر ثانیه، $2/5$ متر بیشتر از ثانیه قبل جابه جا می شود. شتاب متحرک چند متر بر مجذور ثانیه است؟

$$2/5 \quad (1)$$

$$1/25 \quad (3)$$

(۴) قابل محاسبه نیست.

پایه سوال در حرکت با شتاب ثابت روی خط راست، جابه جایی ها در ثانیه های

متوالی تشکیل دنباله حسابی می دهند که قدرنسبت آن شتاب است.

$$\Delta x_{(t)} - \Delta x_{(t-1)} = a$$

در این پرسش، جابه جایی در هر ثانیه، $2/5$ متر بیشتر از ثانیه قبل است یعنی قدرنسبت این دنباله که همان شتاب است برابر $2/5m/s^2$ است. **گزینه ۱**

B ۴۴۶ ۲

راه حل اول: معادله سرعت - زمان $v = -2t + 4$ را با معادله سرعت - زمان

حرکت با شتاب ثابت $v = at + v_0$ مقایسه می کنیم، مشخص می شود که حرکت دارای

شتاب ثابت $a = -2m/s^2$ و سرعت اولیه $v_0 = 4m/s$ است و معادله مکان - زمان

آن به صورت روبه رو است:

$$x = \frac{1}{2}(-2)t^2 + 4t + x_0 \Rightarrow x = -t^2 + 4t + x_0$$

۱ به کمک معادله سرعت - زمان خواهیم داشت

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = (2a)t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{v}{2a}$$

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow v^2 = 2(2a)\Delta x_1 \Rightarrow \Delta x_1 = \frac{v^2}{4a}$$

$$v = at + v_0 \xrightarrow{v=0} 0 = (-2a)t_p + v \Rightarrow t_p = \frac{v}{2a}$$

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - v^2 = 2(-2a)\Delta x_p \Rightarrow \Delta x_p = \frac{v^2}{4a}$$

۲ نتیجه اینکه در این حرکت $t_1 = t_p$ و $\Delta x_1 = \Delta x_p$ بوده و اگر زمان کل حرکت t و کل جابه‌جایی x باشد آنگاه:

$$t_1 - t_p = t \Rightarrow t_1 + t_1 = t \Rightarrow t_1 = \frac{t}{2} \quad (I)$$

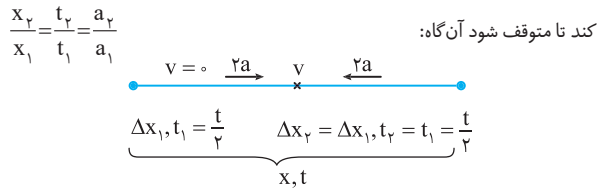
$$\Delta x_1 + \Delta x_p = x \Rightarrow \Delta x_1 + \Delta x_1 = x \Rightarrow \Delta x_1 = \frac{x}{2} \quad (II)$$

۳ با توجه به معادله مکان - زمان می‌توان نوشت:

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow \Delta x_1 = \frac{1}{2}(2a)t_1^2 \xrightarrow{t_1 = \frac{t}{2}} \Delta x_1 = a\left(\frac{t}{2}\right)^2 = \frac{at^2}{4}$$

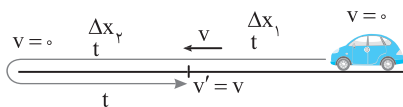
$$\Delta x_1 = \frac{x}{2} \Rightarrow \frac{at^2}{4} = \frac{x}{2} \Rightarrow x = \frac{at^2}{2} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2x}{a}}$$

با توجه به رابطه II خواهیم داشت: $t = \sqrt{\frac{2x}{a}}$ هرگاه متحرک با شتاب a_1 از حال سکون شروع به حرکت کرده و در مدت t_1 جابه‌جایی x_1 را طی کند، سپس با شتاب a_2 ترمز کرده و در مدت t_2 جابه‌جایی x_2 را طی کند تا متوقف شود آن‌گاه:



۳ ۴۵۲ B

در قسمت اول حرکت در مدت t سرعت از صفر به v رسیده سپس مطابق شکل در مدت $2t$ سرعت به $-v$ می‌رسد یعنی ابتدا سرعت صفر شده و متحرک تغییر جهت داده تا سرعش از صفر به $-v$ می‌رسد، از این‌رو:

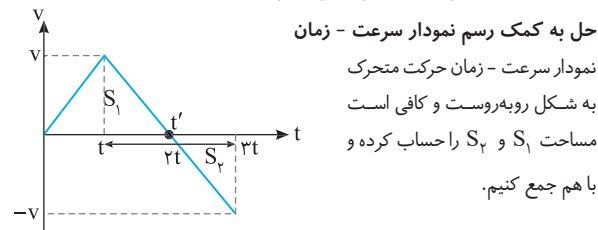


$$\Delta x_1 = \frac{v_1 + v_2}{2} \Delta t_1 \Rightarrow \Delta x_1 = \frac{v}{2}t, \quad \Delta x_2 = \frac{v_2 + v_3}{2} \Delta t_2 \Rightarrow \Delta x_2 = \frac{v}{2}t$$

$$\Delta x_3 = \frac{v_3 + v_4}{2} \Delta t_3 \Rightarrow \Delta x_3 = \frac{-v}{2}t$$

مسافت برابر است با مجموع بزرگی جابه‌جایی‌ها:

$$\ell = |\Delta x_1| + |\Delta x_2| + |\Delta x_3| \Rightarrow \ell = \frac{v}{2}t + \frac{v}{2}t + \frac{v}{2}t \Rightarrow \ell = \frac{3v}{2}t$$



ابتدا t' محل تقاطع نمودار با محور زمان را به کمک شیب خط به دست می‌آوریم.

$$\frac{-v - v}{3t - t} = \frac{0 - v}{t' - t} \Rightarrow \frac{2}{3t - t} = \frac{1}{t' - t} \Rightarrow 2t' - 2t = 2t \Rightarrow t' = 2t$$

$$\ell = |S_1| + |S_2| \Rightarrow \ell = \frac{v \times 2t}{2} + \left| \frac{-v \times t}{2} \right| \Rightarrow \ell = vt + \frac{vt}{2} = \frac{3}{2}vt$$

۴ ۴۴۹ B

خط فکری طرح بیان کرده که در لحظه $t = 2s$ متحرک در یک متری مبدأ است بنابراین مکان آن می‌تواند $x = +1m$ یا $x = -1m$ باشد. شما باید در دو حالت مسئله را حل کنید.

حالت اول: اگر متحرک در $t = 2s$ در $x = +1m$ باشد، آن‌گاه:

$$\begin{cases} t = 2s \Rightarrow 1 = \frac{1}{2}a(2)^2 + 0 + x_0 \\ t = 4s \Rightarrow 13 = \frac{1}{2}a(4)^2 + 0 + x_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2a + x_0 = 1 \\ 8a + x_0 = 13 \end{cases} \Rightarrow 6a = 12$$

$$\Rightarrow a = 2m/s^2 \Rightarrow x_0 = -3m$$

حالت دوم: اگر متحرک در $t = 2s$ در $x = -1m$ باشد، آن‌گاه:

$$\begin{cases} t = 2s \Rightarrow -1 = \frac{1}{2}a(2)^2 + 0 + x_0 \\ t = 4s \Rightarrow 13 = \frac{1}{2}a(4)^2 + 0 + x_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2a + x_0 = -1 \\ 8a + x_0 = 13 \end{cases} \Rightarrow 6a = 14 \Rightarrow a = \frac{7}{3}m/s^2, x_0 = -\frac{17}{3}m$$

۴ ۴۵۰ B

خط فکری در صورت مسئله اندازه شتاب و اندازه جابه‌جایی در مدت $2s$ داده شده است. بنابراین ممکن است شتاب مثبت و جابه‌جایی نیز مثبت باشد یا شتاب و جابه‌جایی هر دو منفی باشند و یا شتاب مثبت و جابه‌جایی منفی و بالعکس باشد. در نتیجه چهار حالت را باید یک به یک بررسی کنیم و با به دست آوردن سرعت اولیه و مقایسه آن با شتاب، نوع حرکت را تعیین کنیم.

اگر بردار شتاب و بردار جابه‌جایی هم جهت باشند یعنی اگر شتاب و بردار جابه‌جایی هر دو مثبت و یا هر دو منفی باشند آن‌گاه:

۱ هر دو مثبت باشند.

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \Rightarrow +6 = \frac{1}{2} \times (+2) \times (2)^2 + v_0 \times (2) \Rightarrow v_0 = +1m/s$$

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 2t + 1$$

معادله سرعت - زمان خواهد شد:

در معادله $v = 2t + 1$ شتاب $2m/s^2$ و سرعت اولیه $v_0 = 1m/s$ است و حرکت همواره تندشونده است.

۲ هر دو منفی باشند.

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \xrightarrow{\text{هر دو منفی}} -6 = \frac{1}{2}(-2) \times (2)^2 + v_0 \times (2) \Rightarrow v_0 = -1m/s$$

معادله سرعت زمان خواهد شد $v = -2t - 1$ و چون سرعت اولیه و شتاب هر دو منفی هستند حرکت همواره تندشونده است و گزینه (۱) درست است.

اکنون حالتی را بررسی می‌کنیم که بردار شتاب و بردار جابه‌جایی در این دو ثانیه هم جهت نباشد.

۳ شتاب $2m/s^2$ و جابه‌جایی $-6m$ باشد.

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \xrightarrow[\Delta x < 0]{a > 0} -6 = \frac{1}{2} \times 2 \times (2)^2 + v_0 \times 2 \Rightarrow v_0 = -5m/s$$

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 2t - 5$$

در این صورت معادله سرعت زمان خواهد شد:

بنابراین ابتدا سرعت و شتاب هم علامت نبوده حرکت کندشونده است اما پس از توقف جسم در $t = 2/5s$ ، حرکت تندشونده می‌شود.

۴ شتاب منفی $-2m/s^2$ و جابه‌جایی مثبت $+6m$ باشد:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \xrightarrow[\Delta x > 0]{a < 0} 6 = \frac{1}{2} \times (-2) \times (2)^2 + v_0 \times 2 \Rightarrow v_0 = +5m/s$$

در این حالت نیز $v = -2t + 5$ بوده و حرکت ابتدا کندشونده و سپس تندشونده خواهد بود. گزینه (۲) درست است.

۲ ۴۵۱ B

خط فکری متحرک از حال سکون با شتاب ثابت $+2a$ شروع به حرکت کرده و سرعش به v می‌رسد. سپس با همان شتاب $(-2a)$ ترمز می‌کند و می‌ایستد، بنابراین اگر در قسمت اول زمان t_1 و جابه‌جایی Δx_1 و در قسمت دوم زمان t_2 و جابه‌جایی Δx_2 باشد، باید رابطه‌ای بین زمان‌ها و جابه‌جایی‌ها به دست بیاوریم.

B ۳ ۴۵۳

پدآوری ریاضی: در معادله درجه ۲ ($y = ax^2 + bx + c$) برای حاصل ضرب

دو ریشه حاصل جمع دو ریشه و تفاضل دو ریشه داریم:

$$x_1 x_2 = \frac{c}{a}, \quad x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}, \quad |x_2 - x_1| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$$

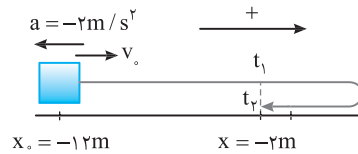
خط فکری: دقت کنید در مدت ۳s متحرک از یک مکان ($x = -2m$) می‌گذرد

و چنانچه لحظه‌های گذر از این مکان را حساب کنیم اختلاف آن‌ها $t_2 - t_1 = 3s$ است.

معادله حرکت را می‌نویسیم و به جای x مقدار $-2m$ را قرار می‌دهیم. اما به جای به دست آوردن ریشه‌ها تفاضل آن‌ها $\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$ را حساب می‌کنیم.

با توجه به شکل، اختلاف زمانی دو بار گذر از مکان $x = -2m$ برابر ۳s است.

$$(t_2 - t_1 = 3s)$$



معادله مکان - زمان را نوشته، داده‌های مسأله را در آن قرار می‌دهیم.

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0 \Rightarrow -2 = \frac{1}{2}(-2)t^2 + v_0 t - 2 \Rightarrow t^2 - v_0 t + 1 = 0$$

تفاضل دو ریشه این معادله برابر ۳ است.

$$\Delta t = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} \Rightarrow \Delta t = \frac{\sqrt{v_0^2 - 4}}{1} \Rightarrow 3 = \sqrt{v_0^2 - 4} \Rightarrow v_0^2 = 49 \Rightarrow v_0 = 7m/s$$

B ۴ ۴۵۴

۱ معادله را به صورت معادله مکان - زمان حرکت با شتاب ثابت ($x - t$) در می‌آوریم:

$$t = 1 + \frac{\sqrt{65 - 10x}}{5} \Rightarrow \frac{\sqrt{65 - 10x}}{5} = t - 1 \Rightarrow \sqrt{65 - 10x} = 5(t - 1)$$

$$\Rightarrow 65 - 10x = 25(t - 1)^2 \Rightarrow 65 - 10x = 25t^2 - 50t + 25$$

$$\Rightarrow 10x = -25t^2 + 50t + 40 \Rightarrow x = -2/5 t^2 + 5t + 4$$

۲ معادله را با معادله مکان - زمان حرکت با شتاب ثابت مقایسه کرده a و v_0 را

مشخص می‌کنیم.

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0 \Rightarrow x = -2/5 t^2 + 5t + 4 \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{2}a = -2/5 \Rightarrow a = -2m/s^2 \\ v_0 = 5m/s \\ x_0 = 4m \end{cases}$$

۳ معادله سرعت - زمان خواهد شد.

t	0	1
v		+ / -
$a = -2m/s^2$		- / -
av		- / +

تندشونده کندشونده

بنابراین حرکت ابتدا کندشونده و سپس تندشونده است.

میانبر: هرگاه ضریب t^2 (شتاب) و ضریب t (سرعت اولیه) در معادله مکان

- زمان حرکت با شتاب ثابت مختلف علامت باشند حرکت ابتدا کندشونده و سپس تندشونده است.

C ۴ ۴۵۵

نکته: در حرکت با شتاب ثابت روی خط راست، جابه‌جایی‌ها در بازه‌های زمانی

یکسان و متوالی t تشکیل دنباله حسابی به قدر نسبت at^2 می‌دهند.

با توجه به فرض مسئله در بازه‌های متوالی t یکسان t متحرک به ترتیب مسافت ۴۵ متر،

۲۷ متر و ۹ متر طی می‌کند بنابراین تفاضل هر دو مسافت متوالی باید برابر at^2 باشد.

اگر جهت حرکت را مثبت فرض کنیم چون حرکت کندشونده است شتاب حرکت در خلاف جهت حرکت بوده و منفی است. بنابراین شتاب حرکت $-2m/s^2$ است:

$$45 - 27 = at^2 \Rightarrow 18 = 2t^2 \Rightarrow t = 3s$$

اکنون به کمک معادله سرعت - زمان، سرعت اولیه را حساب می‌کنیم.

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = (-2)(3) + v_0 \Rightarrow v_0 = 6m/s$$

B ۳ ۴۵۶

وقتی متحرکی با شتاب ثابت می‌ایستد یعنی شتاب $-a$ و حرکت کندشونده است. می‌توان فرض کرد در همان مدت با شتاب $+a$ از حال سکون شروع به حرکت کرده است. یعنی می‌توان حرکت در ثانیه آخر را از سکون بررسی کرد. بدین ترتیب می‌توان نوشت:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow 3 = \frac{1}{2}a \times 1 \Rightarrow a = 6m/s^2$$

حال برای ۳s اول مسیر کندشونده می‌نویسیم:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \Rightarrow 33 = \frac{1}{2}(-6)(3)^2 + 3v_0 \Rightarrow v_0 = 20m/s$$

روش حل به کمک رسم نمودار سرعت - زمان

نمودار سرعت - زمان را رسم کنید. دقت کنید سطح زیر نمودار در ۱s آخر برابر ۳m است و در ثانیه آخر سرعت از v به صفر می‌رسد. حساب می‌کنیم و در هر ثانیه سرعت به اندازه شتاب a کم می‌شود بنابراین ابتدای ثانیه آخر سرعت برابر a است. از این رو:

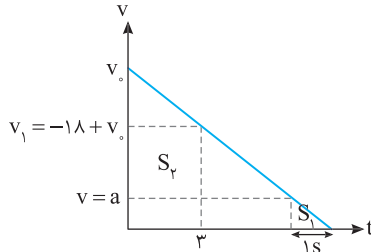
$$S_1 = \frac{a \times 1}{2} \Rightarrow 3 = \frac{a \times 1}{2} \Rightarrow a = 6m/s^2$$

سرعت در لحظه $t = 3s$ برابر است با: $v_1 = -6 \times 3 + v_0 = -18 + v_0$

اکنون سطح ذوزنقه S_2 را برابر ۳۳ متر قرار می‌دهیم.

$$(-18 + v_0 + v_0) \times \frac{3}{2} = 33 \Rightarrow -18 + 2v_0 = 22 \Rightarrow v_0 = 20m/s$$

روش اول بسیار سریع‌تر و کوتاه‌تر اما تکنیکی‌تر است.



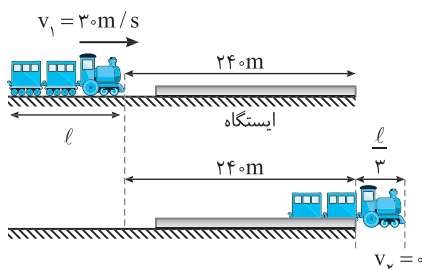
B ۱ ۴۵۷

خط فکری: فاصله ابتدای قطار تا انتهای ایستگاه ۲۴۰m است و هنگام توقف

قطار، $\frac{1}{3}$ آن از ایستگاه عبور کرده یعنی کل مسافت طی شده توسط قطار $240 + \frac{\ell}{3}$

است. بنابراین شما ابتدا باید مشخص کنید که این قطار با شتاب $-1/5 m/s^2$ و سرعت اولیه $30m/s$ پس از طی مسافت چند متر می‌ایستد و این مقدار به دست آمده

را با $240 + \frac{\ell}{3}$ برابر قرار بدهید و طول قطار را به دست بیاورید.



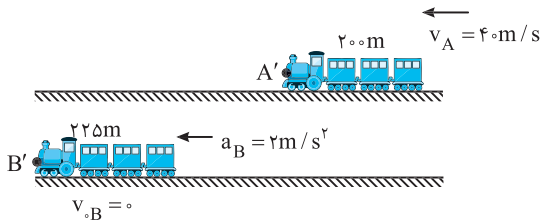
۱ به کمک رابطه مستقل از زمان، مسافت طی شده توسط قطار در مدت توقف را

به دست می‌آوریم:

$$v_2^2 - v_1^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - 900 = 2 \times (-1/5) \Delta x \Rightarrow \Delta x = 300m$$

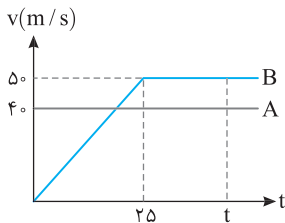
۴ ۴۵۹ B

۱ شکل ساده زیر را برای خود رسم کنید. تا متوجه شوید برای سبقت گرفتن از A باید قطار B. $۲۲۵+۲۰۰=۴۲۵$ متر بیشتر از قطار A حرکت کند. چرا؟ برای آنکه سبقت از A یعنی انتهای قطار B (نقطه B') باید از ابتدای قطار A (نقطه A') بگذرد.



۲ لحظه‌ای را که سرعت قطار B با شتاب ۲m/s^2 به ۵۰m/s می‌رسد حساب کنید. $v = at + v_0 \Rightarrow ۵۰ = 2t + 0 \Rightarrow t = ۲۵\text{s}$

۳ نمودار سرعت - زمان دو متحرک را مطابق شکل روبه‌رو رسم کنید.



۴ سطح زیر نمودار B باید ۴۲۵m از سطح زیر نمودار A بیشتر باشد.

$$S_B = S_A + 425 \Rightarrow (t + t - 25) \times \frac{50}{2} = 40t + 425 \Rightarrow 50t - 625 = 40t + 425$$

$$\Rightarrow 10t = 1050 \Rightarrow t = 105\text{s}$$

۲ ۴۶۰ C

خط فکری زمان واکنش یعنی بازه زمانی که راننده مانع را می‌بیند تا لحظه‌ای که پدال ترمز را می‌فشارد. در این بازه زمانی می‌توان حرکت را یکنواخت فرض کرد. مسافتی که خودروی A طی می‌کند ۱۱۰ متر است. شما باید جابه‌جایی در مدت ترمز را حساب کرده از ۱۱۰ متر کم کنید و جابه‌جایی در زمان واکنش را به دست بیاورید تا بتوانید زمان واکنش A را حساب کرده به سراغ خودروی B بروید.

۱ جابه‌جایی خودروی A با شتاب -۲m/s^2 و سرعت اولیه ۲۰m/s تا لحظه توقف خواهد شد: $v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - 20^2 = 2(-2)\Delta x \Rightarrow \Delta x = 100\text{m}$

۲ بنابراین راننده پس از طی مسافت $110 - 100 = 10\text{m}$ ترمز می‌گیرد و این 10 متر را با تندی ۲۰m/s می‌رود. زمان واکنش A را حساب می‌کنیم.

$$\Delta x = vt \Rightarrow 10 = 20t \Rightarrow t_A = 0.5\text{s}$$

۳ زمان واکنش A نصف زمان واکنش B است. از این رو زمان واکنش B خواهد شد: $t_A = 0.5 / 2 \Rightarrow t_B = 1\text{s}$

۴ در این مدت خودروی B با تندی ۱۸m/s مسافت زیر را طی می‌کند.

$$\Delta x_B = v_B t \Rightarrow \Delta x_{B_1} = 18 \times 1 \Rightarrow \Delta x_{B_1} = 18\text{m}$$

۵ جابه‌جایی B حین ترمز گرفتن خواهد شد:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - (18)^2 = 2(-2)\Delta x \Rightarrow \Delta x_{B_2} = 81\text{m} \Rightarrow \Delta x = 181\text{m}$$

۶ بنابراین خودروی B پس از طی مسافت $81 + 18 = 99\text{m}$ در فاصله $110 - 99 = 11$ متری مانع می‌ایستد.

۲ ۴۶۱ C

حل با رسم نمودار سرعت - زمان

نمودار سرعت - زمان را رسم می‌کنیم اما چگونه؟

۱ در مدت ۲۰s سرعت متحرک با شتاب ثابت a از صفر به مقدار v می‌رسد سپس شتاب آن -a می‌شود. بنابراین در همان مدت ۲۰s سرعت متحرک صفر می‌شود، یعنی در لحظه $t = ۴۰\text{s}$ متوقف شده سرعش منفی می‌شود.

۲ متحرک می‌خواهد به مبدأ حرکت برگردد یعنی جابه‌جایی آن صفر شود. $\Delta x = 0$

۲ بنابراین قطار بعد از ۳۰m متوقف می‌شود. در این صورت طول قطار را حساب می‌کنیم: $\Delta x = 240 + \frac{l}{3} \Rightarrow 300 = 240 + \frac{l}{3} \Rightarrow l = 180\text{m}$

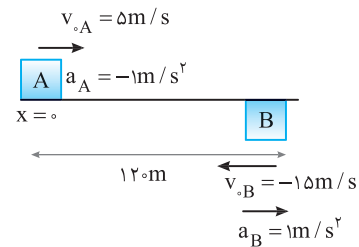
۳ برای آنکه طولی از قطار از انتهای ایستگاه عبور نکند باید سرعت قطار در مسافت ۲۴۰ متر از ۳۰m/s به صفر برسد. از این رو:

$$v_f^2 - v_i^2 = 2a\Delta x \xrightarrow{v_i = 30\text{m/s}, v_f = 0, \Delta x = 240\text{m}} 0 - 30^2 = 2a \times 240$$

$$\Rightarrow a = -\frac{15}{8}\text{m/s}^2$$

۱ ۴۵۸ C

۱ محل ابتدایی اتومبیل A را مبدأ مکان و جهت مثبت را مطابق شکل به سوی راست می‌گیریم. با توجه به جهت مثبت برای اتومبیل A $v_{0A} = +5\text{m/s}$ و شتاب $a_A = -1\text{m/s}^2$ می‌شود و سرعت اولیه B. $v_{0B} = -15\text{m/s}$ و شتاب حرکت B که خلاف جهت v_{0B} و در جهت مثبت محور است برابر $a_B = +1\text{m/s}^2$ می‌شود.



۲ معادله حرکت دو اتومبیل را می‌نویسیم.

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow \begin{cases} x_A = \frac{1}{2}(-1)t^2 + 5t \\ x_B = \frac{1}{2}(1)t^2 - 15t + 120/5 \end{cases}$$

۳ معادله‌های حرکت را مساوی قرار می‌دهیم.

$$x_A = x_B = -\frac{1}{2}t^2 + 5t = \frac{1}{2}t^2 - 15t + 120/5 \Rightarrow t^2 - 20t + 120/5 = 0$$

$$\Rightarrow \Delta' = 100 - 120/5 < 0$$

چرا مسئله جواب ندارد؟ مگر دو متحرک به سوی هم نمی‌روند. در واقع در این حل هر متحرک متوقف شده و برمی‌گردد. در حالی که اتومبیل‌ها وقتی که متوقف می‌شوند برنمی‌گردند. از این رو باید مشخص کنیم که اتومبیل A پس از چند ثانیه می‌ایستد و در این مدت چند متر جلو می‌آید.

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = (-1)t + 5 \Rightarrow t = 5\text{s}$$

$$\Delta x_A = \frac{1}{2}a_A t^2 + v_{0A} t \Rightarrow \Delta x_A = \frac{1}{2}(-1)(5)^2 + 5 \times 5 \Rightarrow \Delta x_A = 12.5\text{m}$$

بنابراین اتومبیل A پس از 5s با طی مسافت 12.5m می‌ایستد و برای آنکه اتومبیل B به A برسد باید $120/5 - 12.5 = 107.5\text{m}$ مسافت طی کند. اکنون بررسی کنیم B در چه مدتی 107.5m را طی می‌کند.

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \Rightarrow -107.5 = \frac{1}{2}(1)t^2 + (-15)t \Rightarrow t^2 - 30t + 215 = 0$$

حال با توجه به معادله درجه دوم، ریشه‌ها را به دست می‌آوریم:

$$t_{1,2} = \frac{30 \pm \sqrt{900 - 864}}{2} \Rightarrow t_{1,2} = \frac{30 \pm \sqrt{36}}{2} \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 12\text{s} \\ t_2 = 18\text{s} \end{cases}$$

اکنون باید مشخص کنیم اتومبیل B پس از چه مدتی می‌ایستد؟

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = -1 \times t + 15 \Rightarrow t_B = 15\text{s}$$

در نتیجه $t_1 = 12\text{s}$ قابل قبول است و $t_2 = 18\text{s}$ جواب مسئله نیست. زیرا از 15s بیشتر است.



در صورت مسئله بیان شده که متحرک A از حال سکون شروع به حرکت کرده و با شتاب ثابت بر سرعت خود می‌افزاید. اتوبوس B، سرعتش ثابت و برابر 15 m/s است. تا لحظه‌ای که سرعت اتوبوس B از 15 m/s کمتر است، B به آن نزدیک می‌شود و وقتی سرعت A از 15 m/s بیشتر شد، فاصله دو اتوبوس از هم زیاد می‌شود. بنابراین در مدت 5 s با شتاب a نباید سرعت A به 15 m/s رسیده باشد. از این رو می‌توان نوشت:

$$v = at < 15 \Rightarrow 5a < 15 \Rightarrow a < 3\text{ m/s}^2$$

توجه کنید اگر شتاب حرکت بزرگ‌تر از 3 m/s^2 باشد پس از 5 s تندی متحرک A بزرگ‌تر از 15 m/s بوده فاصله آن از متحرک B دائماً افزایش می‌یابد.

۳ ۴۶۳ B

خط فکری دقت کنید در $v_0 = 0$ و $a = 1\text{ m/s}^2$ لحظه‌ای که اتوبوس با شتاب 1 m/s^2 شروع به حرکت می‌کند، سرعت شخص 2 m/s است و شخص به اتوبوس نزدیک می‌شود اما پس از 2 s ، سرعت اتوبوس $v = at = 1 \times 2 = 2\text{ m/s}$ شده و از آن به بعد فاصله اتوبوس از شخص شروع به افزایش می‌کند. در نتیجه کمینه فاصله بین شخص و اتوبوس در $t = 2\text{ s}$ اتفاق می‌افتد. بنابراین شما جابه‌جایی شخص و اتوبوس را در مدت 2 s پیدا کرده و مسئله را حل کنید.

راه‌حل اول: ۱. جابه‌جایی شخص در مدت 2 s خواهد شد:

$$\Delta x_{\text{ش}} = vt = 2 \times 2 = 4\text{ m}$$

۲. جابه‌جایی اتوبوس در مدت 2 s را حساب می‌کنیم.

$$\Delta x_{\text{اتو}} = \frac{1}{2} at^2 \Rightarrow \Delta x_{\text{اتو}} = \frac{1}{2} \times 1 \times (2)^2 \Rightarrow \Delta x_{\text{اتو}} = 2\text{ m}$$

۳. فاصله ابتدایی اتوبوس و شخص 4 m متر بوده است. شخص 4 m جلو آمده و در این مدت اتوبوس نیز دو متر جلو می‌رود و فاصله شخص تا اتوبوس $4 - 2 = 2\text{ m}$ می‌شود. **راه‌حل دوم:** چون شخص با سرعت ثابت 2 m/s در حال دویدن است، در نتیجه از معادله حرکت با سرعت ثابت استفاده می‌کنیم. اگر مبدأ مختصات را مکان شخص، وقتی که در فاصله 4 m متری از انتهای اتوبوس قرار دارد در نظر بگیریم، داریم:

$$x_{\text{ش}} = vt + x_0 \quad \frac{v = 2\text{ m/s}}{x_0 = 0} \Rightarrow x_{\text{ش}} = 2t$$

اتوبوس هم با شتاب ثابت حرکت خود را آغاز می‌کند، بنابراین:

$$x_{\text{اتو}} = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t + x_0 \quad \frac{a = 1\text{ m/s}^2, v_0 = 0}{x_0 = 4\text{ m}} \Rightarrow x_{\text{اتو}} = \frac{1}{2} \times 1 \times t^2 + 0 \times t + 4$$

$$\Rightarrow x_{\text{اتو}} = \frac{t^2}{2} + 4$$

برای به دست آوردن حداقل فاصله شخص از اتوبوس، باید از معادله تفاضل مکان اتوبوس و شخص بهره ببریم:

$$\Delta x = \frac{t^2}{2} - 2t + 4$$

با توجه به این که معادله به دست آمده تابع درجه ۲ است مقدار کمینه تابع (یعنی رأس سهمی) خواهد شد:

$$t = -\frac{b}{2a} \Rightarrow t = -\frac{(-2)}{2 \times \frac{1}{2}} \Rightarrow t = 2\text{ s}, \quad \Delta x_{\text{min}} = 2 - 4 + 4 = 2\text{ m}$$

۲ ۴۶۴ B

بردار مکان وقتی تغییر جهت می‌دهد که متحرک از مبدأ بگذرد، یعنی $x = 0$ شود. البته باید در این لحظه بردار مکان تغییر علامت دهد. معادله حرکت را مساوی صفر ($x = 0$) قرار می‌دهیم.

$$x = 0 \Rightarrow t^2 - 6t + 9 = 0 \Rightarrow (t - 3)^2 = 0 \Rightarrow t = 3\text{ s}$$

مقدار $(t - 3)^2$ همواره مثبت است یعنی مکان همواره مثبت است و با آنکه در $t = 3\text{ s}$ مکان صفر می‌شود اما بردار مکان تغییر علامت نمی‌دهد. متحرک در تمام مسیرش در قسمت مثبت محور در حرکت است و در لحظه $t = 3\text{ s}$ به مبدأ رسیده از آن عبور نکرده و برمی‌گردد. متحرک تغییر جهت می‌دهد، اما بردار مکان آن همواره مثبت است. پس، بردار مکان تغییر جهت نمی‌دهد.

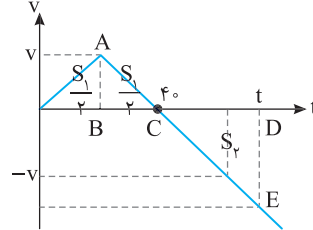
۳. جابه‌جایی برابر سطح زیر نمودار $v-t$ است، بنابراین سطح زیر نمودار در بازه صفر تا 4 s (S_1) باید با سطح زیر نمودار در بازه 4 s تا t (S_2) برابر شود.

۴. سطح S_1 به دو قسمت مساوی تقسیم شده است. یعنی S_1 دو برابر سطح مثلث ABC است و برابر با سطح مثلث CDE است ($S_2 = S_1$). $S_{CDE} = 2S_{ABC}$

۵. دو مثلث ABC و CDE متشابه‌اند و در مثلث‌های متشابه نسبت مساحت‌ها برابر توان ۲ نسبت تشابه است.

$$\frac{S_{CDE}}{S_{ABC}} = \left(\frac{CD}{BC}\right)^2 \Rightarrow 2 = \left(\frac{t-4}{4}\right)^2 \Rightarrow t-4 = 4\sqrt{2} \Rightarrow t = 4 + 4\sqrt{2}$$

$$\sqrt{2} = \sqrt{4} \Rightarrow t = 6\sqrt{2}\text{ s}$$



روش تحلیلی با معادلات حرکت با شتاب ثابت

۱. ابتدا متحرک با شتاب ثابت a از حال سکون شروع به حرکت کرده و بعد از 2 s سرعت آن خواهد شد:

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = a \times 2 + 0 \Rightarrow v = 2a$$

برای آن که مجدداً به مکانی برسیم که در ابتدا سرعت $2a$ بوده باید متحرک مسیر رفت را بازگردد و به همان مکان برسد. چون شتاب حرکت ثابت است بنابراین در لحظه بازگشت به مکان x_1 تندی برابر $2a$ اما جهت آن قرینه خواهد بود، بنابراین حرکت بازگشت قرینه حرکت رفت است.

۲. در لحظه $t = 2\text{ s}$ ، شتاب قرینه می‌شود ($a_p = -a$) زمان توقف را حساب می‌کنیم.

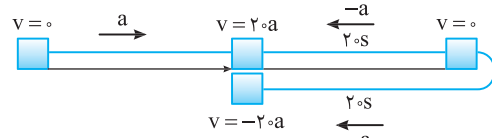
$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = -a \times t + 2a \Rightarrow t = 2\text{ s}$$

۳. بنابراین متحرک در لحظه $t = 4\text{ s}$ سرعتش صفر شده و برمی‌گردد.

۴. لحظه‌ای که سرعتش برابر $-2a$ می‌شود را حساب می‌کنیم.

$$v = at + v_0 \Rightarrow -2a = (-a)t + 0 \Rightarrow t = 2\text{ s}$$

بنابراین در لحظه $t = 4\text{ s} + 2\text{ s} = 6\text{ s}$ سرعت متحرک $-2a$ می‌شود و مسیر حرکت تا این لحظه مطابق شکل زیر است.



۵. از این لحظه ($t = 6\text{ s}$) متحرک باید جابه‌جایی x را طی کند تا به مبدأ حرکتش برگردد. ابتدا x را حساب می‌کنیم. $x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t \Rightarrow x = \frac{1}{2} a (2)^2 + 0 \Rightarrow x = 2a$

۶. اکنون زمان طی x را در مسیر برگشت حساب می‌کنیم.

$$x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t \quad \frac{x = -2a, a_p = -a, v_0 = -2a}{a_p = -a, v_0 = -2a} \Rightarrow -2a = \frac{1}{2} (-a)t^2 + (-2a)t$$

$$2a = \frac{1}{2} t^2 + 2t \Rightarrow t^2 + 4t - 4 = 0 \Rightarrow t = -2 \pm \sqrt{4 + 4} = -2 \pm 2\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow t = -2 \pm 2\sqrt{2} \quad \sqrt{2} = \sqrt{4} \Rightarrow \begin{cases} t = -2 - 2\sqrt{2} = -4\sqrt{2} \\ t = -2 + 2\sqrt{2} = 2\sqrt{2} \end{cases}$$

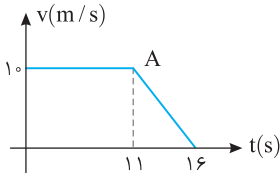
۷. بنابراین متحرک در مدت $6\text{ s} + 2\sqrt{2} = 6 + 2\sqrt{2} \approx 8.8\text{ s}$ به مبدأ حرکتش برمی‌گردد.

۱ ۴۶۲ B

خط فکری از زندگی روزمره می‌توانید درک کنید که اگر اتوبوس B به دنبال اتوبوس A در حرکت باشد تا لحظه‌ای که سرعت اتوبوس B از سرعت اتوبوس A بیشتر باشد، اتوبوس B به اتوبوس A نزدیک می‌شود. اگر $v_B = v_A$ باشد، فاصله دو اتوبوس تغییر نمی‌کند و اگر سرعت اتوبوس B از اتوبوس A کمتر شود، فاصله دو اتوبوس افزایش می‌یابد.

$$v_1 = 10 \text{ m/s}, v_p = 0, \Delta t = (t' - 11), a = -2 \text{ m/s}^2$$

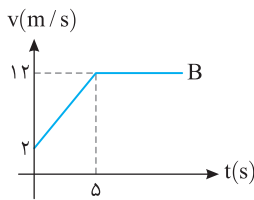
$$v_p = a(t' - 11) + v_1 \Rightarrow 0 = -2(t' - 11) + 10 \Rightarrow t' - 11 = 5 \Rightarrow t' = 16 \text{ s}$$



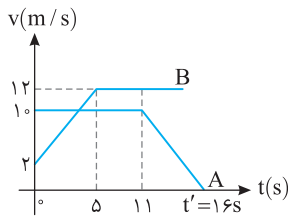
۲ متحرک B از تندی ۲ m/s شروع به حرکت کرده و مدت ۵ s به طور شتابدار حرکت می کند و سپس با تندی ثابت به حرکت خود ادامه می دهد و چون دو متحرک به هم می رسند، پس باید علامت تندی هر دو متحرک یکسان باشد:

$$v'_p = ?, v'_1 = 2 \text{ m/s}, t = 5 \text{ s}, a' = 2 \text{ m/s}^2$$

$$v'_p = a't + v'_1 \Rightarrow v'_p = 2 \times 5 + 2 \Rightarrow v'_p = 12 \text{ m/s}$$



۳ نمودار v-t دو متحرک به صورت زیر است:



۴ هر دو متحرک از یک نقطه (مبدأ مختصات) شروع به حرکت کرده اند، پس برای آنکه دو متحرک به هم برسند باید جابه جایی هر دو متحرک یکسان باشد. ابتدا جابه جایی دو متحرک تا لحظه $t = 5 \text{ s}$ را از سطح زیر نمودار v-t به دست می آوریم:

$$\Delta x_A = S_A = 10 \times 5 = 50 \text{ m}, \Delta x_B = S_B = \frac{\Delta v \times (t + t_0)}{2} = \frac{5 \times (2 + 12)}{2} = 35 \text{ m}$$

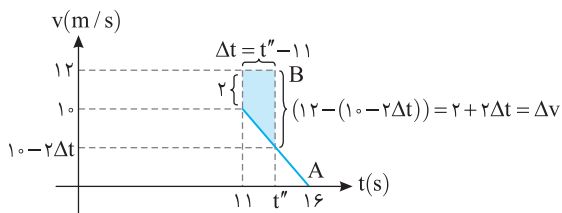
۵ تندی اولیه متحرک A بیشتر از تندی اولیه متحرک B است و در ابتدا A از متحرک B جلو زده و همانطور که در حساب کردن جابه جایی مشخص است متحرک A در ۵ s اولیه بیشتر از متحرک B جابه جا شده است و این دو در این مدت به هم نمی رسند. حال جابه جایی در بازه صفر تا ۱۱ s را حساب می کنیم. $\Delta x_A = 11 \times 10 = 110 \text{ m}, \Delta x_B = 35 + (12 \times 6) = 107 \text{ m}$.

۶ بنابراین تا لحظه $t = 11 \text{ s}$ متحرک A به اندازه 3 m از متحرک B جلوتر است و متحرک B است و اگر در لحظه t'' این دو متحرک به هم برسند باید جابه جایی متحرک B از $t = 11 \text{ s}$ تا t'' به اندازه ۳ m بیشتر از جابه جایی متحرک A در این بازه باشد و با توجه به نمودار، سرعت متحرک در لحظه t'' را به دست می آوریم.

$$\Delta x_B - \Delta x_A = 3 \text{ m} \quad \text{با توجه به شکل این اختلاف جابه جایی برابر سطح رنگی دوزنقه شکل زیر نمودار است}$$

$$\frac{(\Delta t) \times ((2\Delta t + 2) + 2)}{2} = 3 \Rightarrow (\Delta t)(2\Delta t + 4) = 6$$

$$\Delta t(\Delta t + 2) = 3 \Rightarrow \Delta t = 1 \text{ s}, t'' = 11 + 1 = 12 \text{ s}$$



۷ بنابراین دو متحرک در لحظه $t'' = 12 \text{ s}$ به یکدیگر می رسند و اختلاف سرعت متحرک یعنی Δv برابر است با: $\Delta v = 2 + 2 \times 1 = 4 \text{ m/s}$

C ۴۶۵ ۲

خط فکری موتورسوار با تندی ثابت 16 m/s در حرکت است و حرکت آن یکنواخت است. خودرو دارای سرعت 25 m/s است و با شتاب 4 m/s^2 از سرعت خود می کاهد و تا لحظه ای که سرعت آن به 16 m/s برسد، در حال نزدیک شدن به موتورسوار است. یعنی کمترین فاصله بین موتورسوار و خودرو لحظه ای است که سرعت خودرو 16 m/s شود.

۱ در مدت Δt جابه جایی خودرو و موتورسوار را حساب می کنیم.

$$\begin{cases} \Delta x_{\text{خودرو}} = v_{\text{خودرو}} t \Rightarrow \Delta x_{\text{خودرو}} = 24 \times \Delta t = 12 \text{ m} \\ \Delta x_{\text{موتورسوار}} = v_{\text{موتورسوار}} t \Rightarrow \Delta x_{\text{موتورسوار}} = 16 \times \Delta t = 8 \text{ m} \end{cases} \Rightarrow 12 - 8 = 4 \text{ m}$$

۲ بنابراین در لحظه ای که خودرو ترمز می کند، فاصله آن از موتورسوار برابر است با: $50 - 4 = 46 \text{ m}$

۳ مدت زمانی که طول می کشد تا سرعت خودرو 16 m/s شود را به دست می آوریم. $v = at + v_0 \Rightarrow 16 = -4t + 24 \Rightarrow t = 2 \text{ s}$

۴ جابه جایی موتورسوار و خودرو را در مدت ۲ s حساب می کنیم.

$$\Delta x_{\text{موتورسوار}} = v_{\text{موتورسوار}} t = 16 \times 2 \Rightarrow \Delta x_{\text{موتورسوار}} = 32 \text{ m}$$

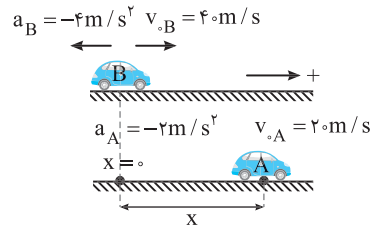
$$\Delta x_{\text{خودرو}} = \frac{v + v_0}{2} t \Rightarrow \frac{16 + 24}{2} \times 2 \Rightarrow \Delta x_{\text{خودرو}} = 40 \text{ m}$$

۵ یعنی در این دو ثانیه خودرو $40 - 32 = 8 \text{ m}$ به موتورسوار نزدیک می شود.

بنابراین کمینه فاصله آن ها از هم برابر است با: $\Delta x_{\text{min}} = 46 - 8 = 38 \text{ m}$

B ۴۶۶ ۳

۱ با توجه به صورت مسئله شکل زیر را رسم می کنیم، مکان اولیه متحرک B را مبدأ مکان و سمت راست را جهت مثبت اختیار می کنیم.



۲ معادله حرکت متحرک A را می نویسیم.

$$x_A = \frac{1}{2} a_A t^2 + v_{A0} t + x_0 \Rightarrow x_A = \frac{1}{2} (-2) t^2 + 20t + x \Rightarrow x_A = -t^2 + 20t + x$$

۳ مکان متحرک A را در مدت ۴ s به دست می آوریم.

$$t = 4 \text{ s} \Rightarrow x_A = -16 + 20 \times 4 + x \Rightarrow x_A = 64 + x$$

۴ متحرک B به مدت ۱ s با همان سرعت 40 m/s به حرکت خود ادامه می دهد سپس با شتاب -4 m/s^2 ترمز می گیرد. بنابراین در مدت ۴ s متحرک B، ۱ s دارای حرکت یکنواخت و ۳ s دارای حرکت با شتاب ثابت است. مکان آن در $t = 4 \text{ s}$ را حساب می کنیم.

$$x_B = vt_{\text{تایم}} + \left(\frac{1}{2} at^2 + v_0 t\right) \Rightarrow x_B = 40 \times 1 + \left(\frac{1}{2} \times (-4) \times 3^2 + 40 \times 3\right)$$

$$\Rightarrow x_B = 40 - 18 + 120 \Rightarrow x_B = 142 \text{ m}$$

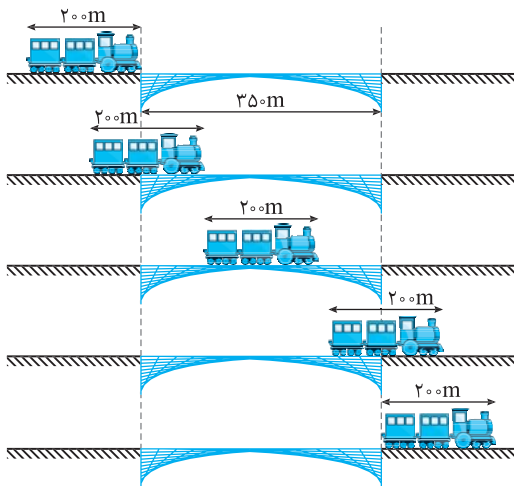
۵ در $t = 4 \text{ s}$ مکان دو متحرک یکی است بنابراین:

$$x_A = x_B \Rightarrow 64 + x = 142 \Rightarrow x = 78 \text{ m}$$

B ۴۶۷ ۳

خط فکری به دلیل اینکه دو متحرک از یک نقطه در مبدأ زمان عبور کرده اند، پس زمانی به هم می رسند که جابه جایی یکسانی داشته باشد، پس نمودار v-t دو متحرک را رسم می کنیم و با توجه به سطح زیر نمودار می توان جابه جایی را به دست آورد:

۱ متحرک A در ابتدا تا لحظه $t = 11 \text{ s}$ با تندی ثابت 10 m/s حرکت می کند و بعد از آن با شتاب $a = -2 \text{ m/s}^2$ از تندی خود کاسته تا متوقف شود:



نمای ۱۲

۴ ۴۶۹ B

در ابتدا بردار سرعت و بردار شتاب مطلق شکل در خلاف جهت هم بوده و حرکت کندشونده است. اما دو حالت ممکن است اتفاق بیفتد. حالت اول اینکه متحرک پس از مدتی می ایستد و دیگر به حرکت خود ادامه نمی دهد. مانند تویی که روی سطح زمین پرتاب شده و بعد از مدتی می ایستد و گزینه (۱) درست است.

حالت دوم اینکه متحرک پس از توقف در خلاف جهت شروع به حرکت کند. در این حالت ابتدا کندشونده و سپس تندشونده است. مانند تویی که رو به بالا پرتاب می شود در ابتدا حرکتش کندشونده است، متوقف می شود و برمی گردد. بنابراین گزینه (۳) نیز می تواند درست باشد. اما گزینه (۲) قطعاً نادرست است.

نمای ۱۷

۳ ۴۶۹ B

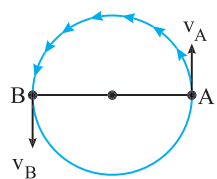
در هر نقطه از مسیر بردار سرعت بر مسیر حرکت مماس است. محیط دایره ۱۲م است. شعاع آن را حساب می کنیم.

$$2\pi R = 12 \Rightarrow \pi = 3 \Rightarrow R = 2m$$

متحرک در مدت $\frac{3}{4}$ s، محیط دایره را طی می کند. با یک تناسب ساده، مسافتی

$$\frac{6s}{\frac{3}{4}} = \frac{\frac{3}{4} \times (\text{محیط})}{\frac{1}{2}} \Rightarrow \text{محیط} = \frac{1}{2} \times \frac{8}{3} = \frac{4}{3} \text{ m}$$

که در ۴s طی می کند را به دست می آوریم.



بنابراین اگر متحرک در نقطه A باشد پس از $\frac{3}{4}$ s نصف دایره را دور می زند و به نقطه B می رود و جابه جایی آن برابر قطر AB است.

$$\Delta x = AB = 2R \Rightarrow \Delta x = 2 \times 2 = 4m$$

سرعت متوسط خواهد شد:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{4}{4} = 1 \text{ m/s}$$

تندی حرکت را به دست می آوریم. در هر $\frac{3}{4}$ s، متحرک $\frac{3}{4}$ محیط را طی می کند.

$$v = \frac{1}{\Delta t} \Rightarrow v = \frac{1}{\frac{3}{4}} \Rightarrow v = 1/3 \text{ m/s}$$

بنابراین:

اگر سرعت در نقطه A را $+1/3 \text{ m/s}$ در نظر بگیریم، سرعت در نقطه B، $-1/3 \text{ m/s}$ است و اندازه تغییر سرعت خواهد شد:

$$|\Delta v| = |-1/3 - 1/3| = 2/3 \text{ m/s}$$

شتاب متوسط حرکت را حساب می کنیم.

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{2/3}{4} = 1/6 \text{ m/s}^2$$

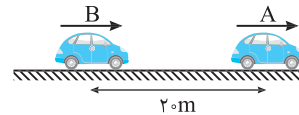
نمای ۱۵

۳ ۴۶۸ B

خط فکری

سه متحرک همزمان شروع به حرکت کرده اند و در یک لحظه از کنار هم می گذرند. بنابراین شما باید ابتدا زمان رسیدن متحرک B به متحرک A را به دست بیاورید. سپس معادله متحرک C و متحرک A را نوشته برابر قرار دهید.

متحرک B با سرعت ثابت حرکت می کند و در هر ثانیه ۲ متر به متحرک A نزدیک می شود، بنابراین بعد از $10s$ فاصله $20m$ بین A و B را جبران خواهد کرد و در این لحظه متحرک C کنار آن ها است.

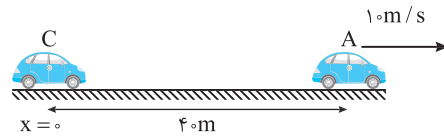


معادله حرکت A و C را نوشته برابر قرار می دهیم.

$$x_C = \frac{1}{2} a t^2 \xrightarrow{t=10s} x_{C'} = 50a$$

$$x_A = v_A t + x_0 \Rightarrow x_A = 10t + 40 \xrightarrow{t=10s} x_A = 140m$$

$$t = 10s \text{ در لحظه } x_C = x_A \Rightarrow 50a = 140 \Rightarrow a = 2.8 \text{ m/s}^2$$



۲ ۴۶۹ C

می توان ثابت کرد که هرگاه دو متحرک خلاف جهت هم با سرعت های v_1 و v_2 حرکت کنند چنانچه یکی از آن ها را ساکن فرض کنیم، سرعت دیگری نسبت به آن از جمع اندازه سرعت ها به دست می آید.

می توان ثابت کرد که هرگاه شتاب دو متحرک در خلاف جهت هم باشد می توان یکی از آن ها را ساکن فرض کرده و شتاب دیگری را نسبت به آن از جمع اندازه شتاب ها به دست آورد.

با توجه به شکل می توان فرض کرد یکی از آن ها ساکن است و دیگری پس از طی مسیر $40m$ به اولی می رسد.

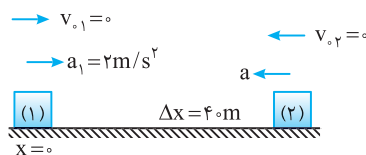
چون شتابها در خلاف جهت هم هستند:

$$a_{نسبی} = a_1 + a_2 = 2 + a$$

حال می توان روابط نسبی را به کار برد.

$$v_{نسبی}^2 - v_1^2 = 2a_{نسبی} \Delta x$$

$$\Rightarrow 20^2 - 0 = 2(2+a) \times 40 \Rightarrow 400 = 80(2+a) \Rightarrow a = 3 \text{ m/s}^2$$



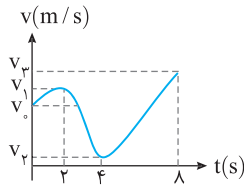
پنجره ۲ روبه روی ۳

۴ ۴۶۹ B

در تمام شکل های زیر به غیر از شکل ابتدایی و نهایی قطار یا قسمتی از قطار روی پل قرار دارد بنابراین باید مدت زمانی که طول می کشد تا قطار به طور کامل از پل بگذرد را به دست آوریم:

$$\Delta x = 200 + 350 = 550m$$

$$\Delta x = vt \Rightarrow 550 = 20t \Rightarrow t = 27.5s$$



نمای ۱۸

۳ ۴۶۹ B

خط فکری

زمان واکنش راننده $\Delta t = 0.5$ s است. یعنی از لحظه‌ای که راننده مانع را می‌بیند تا لحظه‌ای که پدال ترمز را می‌فشارد 0.5 s طول می‌کشد و در این مدت خودرو با تندی ثابت به حرکت خود ادامه می‌دهد شما باید جابه‌جایی در این 0.5 s را حساب کنید. سپس، جابه‌جایی خودرو را در قسمت کندشونده به دست بیاورید اگر جمع این دو جابه‌جایی از فاصله خودرو تا مانع کمتر بود برخوردی صورت نمی‌گیرد اما اگر جمع جابه‌جایی تا توقف از فاصله خودرو تا مانع بیشتر باشد، خودرو قبل از توقف به مانع برخورد می‌کند. حال به سراغ حل مسئله بروید.

در مدت زمان واکنش راننده، خودرو با تندی ثابت $v = 72 \text{ km/h} = 20 \text{ m/s}$ به حرکت ادامه می‌دهد و مسافتی برابر مقدار زیر را طی می‌کند.

$$\Delta x_1 = vt = 20 \times 0.5 = 10 \text{ m}$$

پس از ترمز، خودرو با تندی اولیه 20 m/s و شتاب -4 m/s^2 با حرکت کندشونده می‌ایستد.

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - 400 = 2(-4)\Delta x \Rightarrow \Delta x_2 = 50 \text{ m}$$

بنابراین اگر مانعی در کار نبود، خودرو پس از $10 + 50 = 60 \text{ m}$ متوقف می‌شد اما فاصله خودرو از مانع 52 m است یعنی خودرو پس از $52 - 10 = 42 \text{ m}$ جابه‌جایی در قسمت کندشونده حرکت به مانع برخورد می‌کند بنابراین سرعت برخورد آن به مانع خواهد شد.

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow v^2 - 400 = 2(-4) \times 42 \Rightarrow v^2 = 64 \Rightarrow v = 8 \text{ m/s}$$

یعنی خودرو با تندی 8 m/s به مانع برخورد می‌کند.

نمای ۲۷

۳ ۴۶۹ B

خط فکری

دو متحرک در یک لحظه از یک مبدأ به سوی یک مقصد به راه افتاده‌اند. یعنی جابه‌جایی دو متحرک از ابتدا تا انتهای مسیر یکسان است $(\Delta x_1 = \Delta x_2)$ اما متحرک دوم که دارای شتاب بزرگ‌تری است 4 s زودتر به مقصد می‌رسد. یعنی اگر زمان متحرک اول t_1 باشد زمان متحرک دوم $t_2 = t_1 - 4$ است. بنابراین شما معادله حرکت دو متحرک را نسبت به مبدأ حرکت بنویسید و آن‌ها را با هم برابر قرار دهید.

معادله حرکت دو متحرک خواهد شد:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \xrightarrow{\substack{x_0=0 \\ v_0=0}} \begin{cases} \text{متحرک اول} \rightarrow x_1 = \frac{1}{2}a_1t_1^2 + 0 \\ \text{متحرک دوم} \rightarrow x_2 = \frac{1}{2}a_2(t_1 - 4)^2 + 0 \end{cases}$$

دو معادله را برابر قرار می‌دهیم.

$$x_1 = x_2 \Rightarrow \frac{1}{2}a_1t_1^2 = \frac{1}{2}a_2(t_1 - 4)^2 \Rightarrow \frac{1}{2}a_1t_1^2 = \frac{1}{2}(9a_1)(t_1 - 4)^2$$

$$\Rightarrow t_1 = \frac{3}{2}(t_1 - 4) \Rightarrow 2t_1 = 3t_1 - 12 \Rightarrow t_1 = 12 \text{ s}$$

بنابراین زمان حرکت متحرکی که زودتر به مقصد می‌رسد خواهد شد.

$$t_2 = t_1 - 4 \Rightarrow t_2 = 12 - 4 = 8 \text{ s}$$

نمای ۳۴

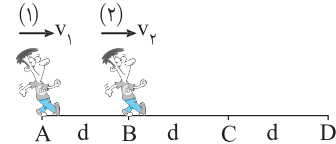
۲ ۴۶۹ B

خط فکری

دو نفر در نقطه C به هم می‌رسند. نقطه A را مبدأ و سمت راست را جهت مثبت بگیرید. معادله‌های حرکت را بنویسید و در نقطه C با هم برابر قرار دهید تا رابطه‌ای بین v_1 و v_2 به دست بیاورید.

۱ شخص (۲)، 20 s پس از شخص (۱) راه افتاده است. بنابراین اگر شخص (۱) مدت t در حرکت باشد، شخص (۲) مدت $t - 20$ در حرکت خواهد بود. با دانستن این مطلب معادله حرکت هر شخص خواهد شد.

$$x = vt + x_0 \Rightarrow \begin{cases} \text{شخص (۱)} \quad x_1 = v_1t + 0 & \text{(I)} \\ \text{شخص (۲)} \quad x_2 = v_2(t - 20) + d & \text{(II)} \end{cases}$$



وقتی دو متحرک به C می‌رسند مکان‌های آن‌ها با هم برابر می‌شود. بنابراین

$$x_1 = v_1t \Rightarrow 2d = v_1t \Rightarrow t = \frac{2d}{v_1}$$

$$x_2 = v_2(t - 20) + d \Rightarrow 2d = v_2(t - 20) + d \Rightarrow d = v_2\left(\frac{2d}{v_1} - 20\right)$$

$$\Rightarrow \frac{d}{v_2} = \frac{2d}{v_1} - 20$$

شخص (۱) فاصله C تا D را در $t_1 = \frac{d}{v_1}$ و شخص (۲) فاصله O تا B را در $t_2 = \frac{d}{v_2}$ طی می‌کند، بنابراین اختلاف زمانی رسیدن دو شخص به D خواهد شد:

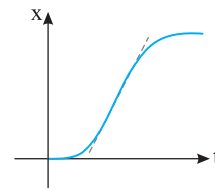
$$\Delta t = \left| \frac{d}{v_2} - \frac{d}{v_1} \right| = \frac{2d}{v_1} - 20 - \frac{d}{v_1} = \frac{d}{v_1} - 20$$

نمای ۱۱

۱ ۴۶۹ B

نکته

شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان برابر سرعت لحظه‌ای است و هرگاه متحرک بدون سرعت اولیه باشد، باید نمودار مکان - زمان در مبدأ زمان بر محور t مماس باشد. متحرک از حال سکون حرکت کرده بنابراین نمودار مکان زمان در $t = 0$ باید بر محور زمان مماس باشد، سپس سرعت ثابت مانده و باید نمودار مکان زمان خط راست مایلی باشد که بر نمودار سهمی قسمت اول مماس باشد هم‌چنین بر نمودار سهمی قسمت کندشونده حرکت نیز باید مماس باشد تا سرعت در این لحظات با هم برابر شود، بنابراین گزینه (۱) درست و گزینه (۲) نادرست است.



نمای ۲۱

به شکل روبه‌رو دقت کنید، شیب خط راست و شیب خط مماس بر دو منحنی یکسان است.

۲ ۴۶۹ B

خط فکری

در حل این مسئله باید به فاصله سرعت‌ها کاملاً دقت کنید. یعنی باید بدانید که با توجه به نمودار $|v_2 - v_1| > |v_1 - v_0|$ است بازه زمانی‌ها یکسان بوده پس

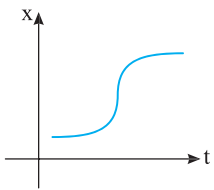
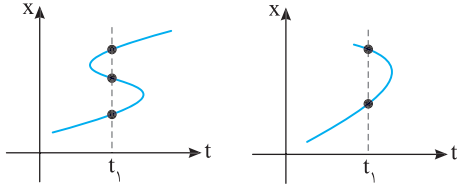
با توجه به اینکه $a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ است پس شتاب متوسط در بازه 2 s تا 4 s بزرگ‌تر از صفر

تا 2 s است. در بازه 4 s تا 8 s بازه زمانی دو برابر بازه زمانی 2 s تا 4 s است. تغییرات سرعت در بازه 4 s تا 8 s بیشتر از 2 s تا 4 s بوده اما دو برابر این بازه نیست و تغییرات سرعت در بازه 4 s تا 8 s کمتر از دو برابر بازه 2 s تا 4 s است و شتاب متوسط در بازه 2 s تا 4 s بیشتر از 4 s تا 8 s است. بازه 4 s تا 8 s هم بازه زمانی بیشتری از 2 s تا 4 s داشته و هم تغییرات سرعت آن کوچک‌تر است. پس شتاب متوسط در بازه 2 s تا 4 s از شتاب متوسط در بازه 2 s تا 8 s بیشتر است.

پنجره ۴

۳ ۴۷۰ B

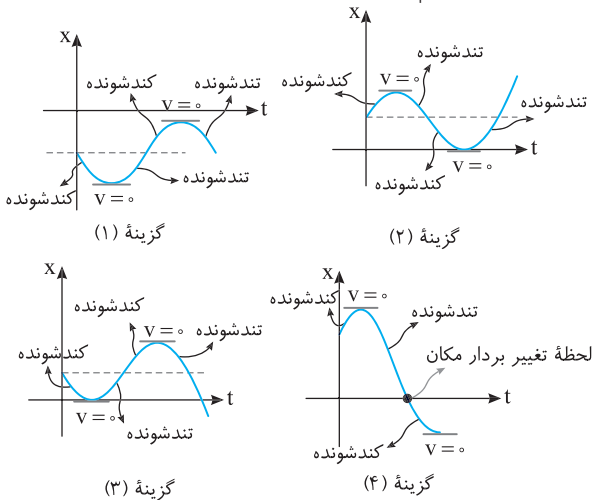
خط فکری دقت کنید که نمودار مکان - زمان به ما در هر لحظه مکان متحرک را نشان می‌دهد و یک متحرک در یک لحظه نمی‌تواند در دو مکان مختلف باشد از این رو یک خط عمود بر محور زمان (t) رسم کنید اگر نمودار را در دو یا چند نقطه قطع کند این نمودار نمی‌تواند نمودار مکان - زمان باشد. از طرفی در هیچ نقطه‌ای خط مماس بر نمودار نباید بر محور زمان عمود شود زیرا در این صورت شیب خط مماس که برابر سرعت لحظه‌ای است بی‌نهایت می‌شود حال با توجه به این نکات گزینه (۱) و (۴) نادرست است. متحرک نمی‌تواند در یک لحظه در دو مکان باشد، پس گزینه (۱) و (۴) نادرست است.



شیب خط مماس بر نمودار $x-t$ برابر سرعت متحرک است، در لحظه نشان داده شده خط مماس در نمودار گزینه (۲) خط قائم است که شیب آن ∞ می‌باشد، بنابراین گزینه (۲) نادرست است. در نتیجه گزینه (۳) درست است.

۴ ۴۷۱ B

نکته هرگاه متحرک تغییر جهت بدهد، سرعت آن صفر می‌شود و برای ادامه حرکت باید نوع حرکت آن تغییر کند. یعنی قبل از صفر شدن سرعت، باید حرکت کندشونده و بعد از آن تندشونده باشد. گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:



در گزینه (۱) مطابق شکل، متحرک دو بار تغییر جهت می‌دهد و نوع حرکت ۳ بار تغییر کرده و نمودار محور - زمان را قطع نمی‌کند یعنی برادر مکان تغییر جهت نمی‌دهد و گزینه (۱) نادرست است.

در گزینه (۲) متحرک دو بار تغییر جهت می‌دهد و نوع حرکت ۳ بار تغییر کرده و یک بار مکان آن صفر می‌شود ($x=0$) اما برادر مکان تغییر جهت نمی‌دهد و گزینه (۲) نادرست است.

در گزینه (۳) نیز متحرک دو بار تغییر جهت می‌دهد و نوع حرکت ۳ بار تغییر کرده اما از مبدأ مکان ($x=0$) نمی‌گذرد و برادر مکان تغییر جهت نمی‌دهند و گزینه (۳) نادرست است.

در گزینه (۴) نوع حرکت دو بار تغییر کرده و نمودار یک بار محور زمان را قطع می‌کند، یعنی برادر مکان یک بار تغییر جهت می‌دهد و گزینه (۴) درست است.

۲ ۴۶۹ B

به روش حل دقت کنید. شتاب ثابت است. بنابراین اگر شتاب را a در نظر بگیریم و سرعت در نقطه N را v فرض کنیم با توجه به تعریف شتاب که برابر تغییر سرعت در هر ثانیه است، سرعت $4s$ قبل از N خواهد شد: ($v_M = v - 4a$) و سرعت $4s$ بعد از N خواهد شد. ($v_P = v + 4a$)



۱ اکثون به سراغ فرمول مستقل از شتاب می‌رویم:

$$\Delta x = \frac{v_2 + v_1}{2} t \Rightarrow 20 + 28 = \frac{v_P + v_M}{2} \times 4 \Rightarrow 48 = (v - 4a + v + 4a) \times 4 \Rightarrow v = 6 \text{ m/s}$$

۲ مجدداً فرمول مستقل از شتاب را برای جابه‌جایی می‌نویسیم.

$$MN = \frac{v_M + v_N}{2} t_{MN} \Rightarrow 20 = \frac{6 - 4a + 6}{2} \times 4 \Rightarrow 10 = 12 - 4a \Rightarrow a = \frac{1}{2} \text{ m/s}^2$$

۳ سرعت در مکان M خواهد شد:

$$v_M = v - 4a = 6 - 4 \times \frac{1}{2} = 4 \text{ m/s}$$

به کمک معادله مستقل از زمان فاصله OM را حساب می‌کنیم.

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow v_M^2 - 0 = 2a(OM) \Rightarrow 4^2 = 2 \times \frac{1}{2} OM \Rightarrow OM = 16 \text{ m}$$

میانبر برای به دست آوردن شتاب می‌توانستید از نکته زیر استفاده کنید.

نکته در حرکت با شتاب ثابت روی خط راست در بازه‌های زمانی یکسان t جابه‌جایی‌ها دنباله‌حسابی با قدرنسبت at^2 تشکیل می‌دهند.

$$d_2 - d_1 = at^2 \quad \frac{d_1 = 20 \text{ m}, d_2 = 28 \text{ m}}{t = 4 \text{ s}} \Rightarrow a = \frac{1}{2} \text{ m/s}^2$$

نمای ۲۸

۳ ۴۶۹ B

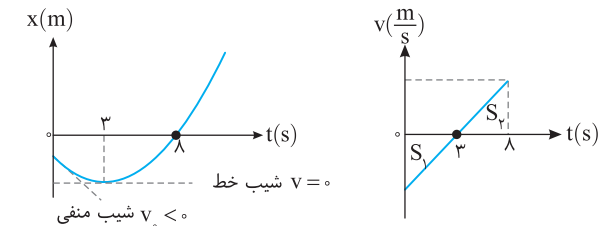
نکته در نمودار $v-t$ سطح زیر نمودار مسافت و جابه‌جایی متحرک را مشخص می‌کند:

$$\Delta x = S_1 + S_2; \quad S_1 > 0, S_2 < 0$$

$$l = S_1 + |S_2|$$

خط فکری برای به دست آوردن مسافت و تندی متوسط بهتر است نمودار $v-t$ رسم شود. در گام اول از روی نمودار $x-t$ باید نمودار $v-t$ رسم شود.

با توجه به اینکه شیب خط مماس بر منحنی $x-t$ نشان‌دهنده سرعت لحظه‌ای است، سرعت اولیه متحرک منفی و سرعت در لحظه $t=3s$ برابر صفر است. از طرفی چون دهانه منحنی $x-t$ رو به بالاست، شتاب حرکت مثبت است و شیب نمودار $v-t$ مثبت خواهد بود پس:



یادآوری ریاضی نسبت مساحت‌های دو مثلث متشابه، برابر با مجذور نسبت تشابه آن‌ها است.

با توجه به نمودار $v-t$ و با استفاده از تشابه مثلث‌ها نسبت مساحت‌های S_1 و S_2 محاسبه می‌شود.

$$\frac{S_2}{S_1} = \frac{(8-3)^2}{3^2} = \frac{25}{9} \Rightarrow S_2 = \frac{25}{9} S_1$$

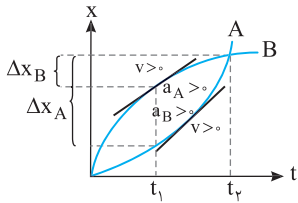
با توجه به نکته ابتدایی سؤال از روی S_1 و S_2 جابه‌جایی و مسافت مشخص می‌شود.

دقت کنید که S_1 زیر محور افقی بوده و در جابه‌جایی علامت منفی باید لحاظ شود.

$$\left. \begin{aligned} \Delta x &= S_1 + S_2 = S_1 + \frac{25}{9} S_1 = \frac{34}{9} S_1 \\ l &= S_1 + |S_2| = S_1 + \frac{25}{9} S_1 = \frac{34}{9} S_1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{\Delta x}{l} = \frac{\frac{16}{9} S_1}{\frac{34}{9} S_1} = \frac{8}{17}$$

نمای ۲۹

۳ ۴۷۶ B



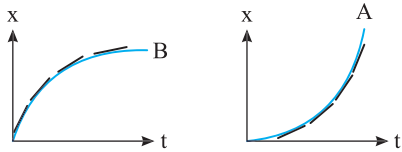
برای بررسی و مقایسه سرعت متوسط دو متحرک در بازه t_1 تا t_2 باید جابه‌جایی دو متحرک را بررسی کنید. در بازه t_1 تا t_2 جابه‌جایی B از A بیشتر بوده و سرعت متوسط A از سرعت متوسط B بزرگ‌تر است و گزینه (۱) و (۴) نادرست است.

برای بررسی نوع حرکت دو راه وجود دارد.

۱. علامت شتاب و سرعت را در بازه زمانی داده شده مشخص کنید. اگر هم علامت باشند حرکت تندشونده و اگر مختلف‌العلامت باشند حرکت کندشونده است.

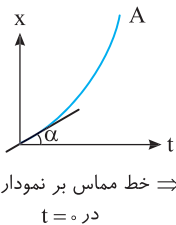
جهت تقعر نمودار A رو به بالا بوده پس شتاب آن مثبت است و اگر در بازه t_1 تا t_2 بر منحنی A مماس رسم شود، شیب خط مماس مثبت بوده در نتیجه سرعت نیز مثبت است، بنابراین حرکت تندشونده ($av > 0$) است. اما جهت تقعر نمودار B رو به پایین بوده پس شتاب آن منفی است و شیب خط مماس بر نمودار B در بازه t_1 تا t_2 مثبت بوده در نتیجه سرعت مثبت است، بنابراین حرکت B کندشونده ($av < 0$) است و گزینه (۲) نادرست و گزینه (۳) درست است.

۲. روش دوم این است که تعدادی خط مماس بر نمودار رسم کنید اگر خط مماس به سمت افقی شدن برود حرکت کندشونده و اگر به سمت قائم شدن برود حرکت تندشونده است.



حرکت A تندشونده است حرکت B کندشونده است

۳ ۴۷۷ A



$v_0 \neq 0 \Rightarrow$ خط مماس بر نمودار در $t=0$

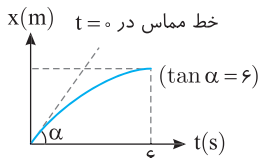
راه‌حل اول: چون نمودار مکان-زمان بخشی از سهمی است، پس حرکت با شتاب ثابت است. در لحظه $t=0$ منحنی بر محور t مماس نبوده، پس سرعت اولیه صفر نیست بلکه $v_0 > 0$ است. جهت تقعر منحنی رو به بالا است، پس شتاب مثبت است و چون سرعت اولیه مثبت است حرکت تندشونده است.

راه‌حل دوم: اگر بر منحنی چند مماس در لحظه‌های مختلف رسم کنید، مشاهده می‌کنید که با گذشت زمان، شیب این خط‌های مماس در حال افزایش است، پس سرعت در حال زیاد شدن بوده و حرکت تندشونده است.

۱ ۴۷۸ A

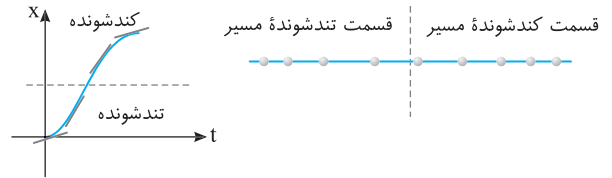
نکته: شیب خط مماس بر نمودار مکان-زمان برابر سرعت لحظه‌ای است. با توجه به نمودار شیب خط مماس بر نمودار در $t=0$ ($\tan \alpha = 6$) سرعت اولیه متحرک 6 m/s و در لحظه $t=6 \text{ s}$ که خط مماس بر نمودار موازی محور زمان است سرعت صفر است، بنابراین به کمک معادله مستقل از شتاب (فرمول طلایی) مسئله قابل حل است.

$$\Delta x = \frac{v_0 + v_t}{2} \Delta t \Rightarrow \Delta x = \frac{0 + 6}{2} \times 6 \Rightarrow \Delta x = 18 \text{ m}$$



۳ ۴۷۲ B

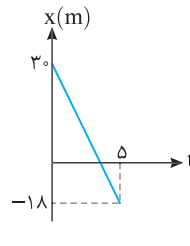
با توجه به نمودار $x-t$ ابتدا حرکت تندشونده و سپس کندشونده است، بنابراین در قسمت اول حرکت در فاصله‌های زمانی یکسان متحرک مسافت بیشتری طی می‌کند و در قسمت دوم حرکت در فاصله‌های زمانی یکسان متحرک مسافت کمتری را طی می‌کند.



۴ ۴۷۳ A

نمودار مکان-زمان خط راست و متحرک دارای سرعت ثابت است. از این رو سرعت متحرک برابر شیب نمودار است.

۱. به کمک داده‌های روی نمودار سرعت را به دست می‌آوریم.



$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v = \frac{-18 - 3}{\delta - 0} = \frac{-21}{\delta} \Rightarrow v = -9/6 \text{ m/s}$$

۲. معادله حرکت خواهد شد: $x = vt + x_0 \Rightarrow x = -9/6t + 3$

۳. در $t=3 \text{ s}$ مکان را حساب نمی‌کنیم:

$$x = -9/6 \times 3 + 3 = -28/8 + 3 \Rightarrow x = +1/2 \text{ m}$$

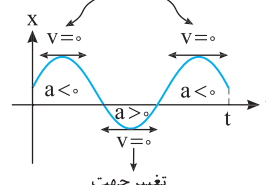
۴. جابه‌جایی در مدت ۳s خواهد شد:

$$\Delta x = v \Delta t \Rightarrow \Delta x = -9/6 \times 3 = -28/8 \text{ m}$$

۴ ۴۷۴ A

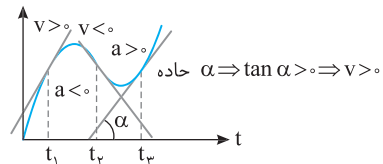
۱. یادآوری: در نقاط کمینه و بیشینه نمودار مکان-زمان، سرعت صفر بوده و متحرک تغییر جهت می‌دهد (به شرط تغییر علامت شیب خط مماس بر نمودار).

۲. هرگاه دهانه (تقعر) نمودار مکان-زمان رو به بالا باشد، شتاب مثبت و اگر رو به پایین باشد شتاب منفی است. نمودار دارای سه نقطه بیشینه و کمینه است و سه بار متحرک تغییر جهت می‌دهد و گزینه (۱) درست و گزینه (۳) نادرست است. ابتدا شتاب منفی سپس شتاب مثبت و سرانجام شتاب منفی شده است. بنابراین شتاب دو بار تغییر علامت داده است و گزینه (۲) درست است.



۳ ۴۷۵ A

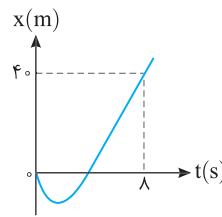
در لحظه t_1 ، شیب خط مماس بر نمودار مثبت است، پس سرعت مثبت است. اما جهت تقعر نمودار رو به پایین است، پس شتاب منفی است و در لحظه t_1 ، $av < 0$ است و حرکت کندشونده و گزینه (۱) نادرست است.



در لحظه t_2 ، سرعت منفی است زیرا شیب خط مماس بر نمودار منفی است (خط مماس در لحظه t_2 با محور زمان زاویه منفی می‌سازد) اما در مورد علامت شتاب نمی‌توان اظهار نظر کرد یعنی جایی که جهت تقعر منحنی و در نتیجه علامت شتاب عوض می‌شود، مشخص نیست پس نوع حرکت در لحظه t_2 مشخص نیست و گزینه (۲) نادرست است. در لحظه t_3 جهت تقعر رو به بالا است، پس شتاب مثبت و شیب خط مماس بر نمودار نیز مثبت است و حرکت تندشونده است و گزینه (۳) درست است. $v_3 > 0$ ، $a_3 > 0 \Rightarrow$ حرکت تندشونده

۲ ۴۷۹ A

شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان در هر لحظه برابر سرعت در آن لحظه‌ای است در صورت مسئله بیان شده که در لحظه $t = 8s$ ، شیب خط مماس 20 واحد SI است یعنی سرعت $v = 20 \text{ m/s}$ است. در بازه صفر تا $8s$ جابه‌جایی 40 m بوده و به کمک معادله مستقل از شتاب، سرعت اولیه را می‌توان حساب کرد.



$$\Delta x = \frac{v+v_0}{2} \Delta t \Rightarrow 40 = \frac{20+v_0}{2} \times 8 \Rightarrow v_0 = -10 \text{ m/s}$$

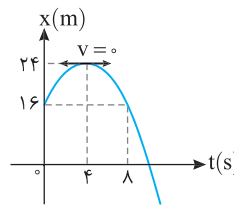
$$a = \frac{v-v_0}{t} \Rightarrow a = \frac{20-(-10)}{8} = 3.75 \text{ m/s}^2$$

شتاب را به دست می‌آوریم.

۱ ۴۸۰ B

خط فکری

نمودار مکان - زمان سهمی است و سهمی نسبت به خط قائم گذرنده از رأس متقارن است. به نمودار دقت کنید در لحظه $t=0$ و $t=8s$ مکان $x=16 \text{ m}$ است. بنابراین لحظه رأس سهمی $t=4s$ خواهد بود و در این لحظه سرعت صفر است. اکنون می‌توانید با این اطلاعات مسئله را حل کنید.



نمودار مکان - زمان سهمی است و حرکت شتابدار با شتاب ثابت است. در لحظه $t=4s$ سرعت صفر می‌شود بنابراین سرعت اولیه خواهد شد:

$$\Delta x = \frac{v+v_0}{2} \Delta t \Rightarrow (24-16) = \frac{0+v_0}{2} \times 4 \Rightarrow v_0 = 4 \text{ m/s}$$

سرعت در لحظه $t=8s$ به دلیل تقارن سهمی برابر -4 m/s است. از این‌رو:

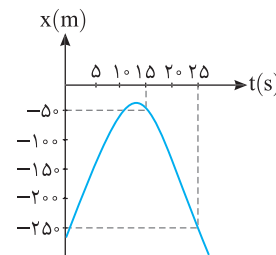
$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow |a_{av}| = \left| \frac{-4-4}{8} \right| = 1 \text{ m/s}^2$$

متحرک در بازه صفر تا $8s$ از مکان $+16 \text{ m}$ به همان مکان برگشته است از این‌رو سرعت متوسط صفر است.

۲ ۴۸۱ C

خط فکری

نمودار مکان - زمان بخشی از یک سهمی است بنابراین حرکت با شتاب ثابت روی خط راست بوده و معادله مکان - زمان این نمودار به صورت $x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$ می‌دانیم که مختصات هر نقطه روی نمودار باید در



معادله صدق کند. سرعت اولیه $(v_0 = 40 \text{ m/s})$ داده شده است، بنابراین شما باید به کمک مختصات دو نقطه دیگر روی نمودار دو معادله به دست بیاورید تا به کمک آن بتواند شتاب و مکان اولیه را حساب کنید البته مسئله از شما فقط شتاب را خواسته است. با توجه به نمودار مکان متحرک در لحظه $t_1 = 15s$ برابر $x_1 = -50 \text{ m}$ و در لحظه $t_2 = 25s$ برابر $x_2 = -250 \text{ m}$ است. این مختصات را در معادله مکان - زمان قرار می‌دهیم.

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow -250 = \frac{1}{2}a(25^2) + 40 \times 25 + x_0$$

$$\Rightarrow 312.5a + x_0 = -1250 \quad (1)$$

$$-50 = \frac{1}{2}a(15^2) + 40 \times 15 + x_0 \Rightarrow 112.5a + x_0 = -650 \quad (2)$$

رابطه (۱) و (۲) را از هم کم می‌کنیم و شتاب را به دست می‌آوریم:

$$200a = -600 \Rightarrow a = -3 \text{ m/s}^2$$

۱ ۴۸۲ B

۱ $t = 2s$ رأس سهمی است و سرعت در این لحظه صفر است از این‌رو:

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = a \times 2 + v_0$$

$$\Rightarrow v_0 = -2a$$

۲ نمودار مکان - زمان است و حرکت

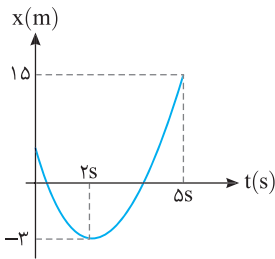
دارای شتاب ثابت است مختصات هر

نقطه از نمودار باید در معادله مکان زمان

صدق کند از این‌رو در لحظه $t = 2s$

مکان $x = -3 \text{ m}$ و در لحظه $t = 5s$

مکان $x = +15 \text{ m}$ است.



$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow \begin{cases} t = 2s \Rightarrow -3 = \frac{1}{2}a \times 4 + (-2a) \times 2 + x_0 \\ \Rightarrow -3 = -2a + x_0 \quad (1) \\ t = 5s \Rightarrow 15 = \frac{1}{2}a \times 25 + (-2a) \times 5 + x_0 \\ \Rightarrow 15 = 2.5a + x_0 \quad (2) \end{cases}$$

دو معادله را از هم کم می‌کنیم $\rightarrow 18 = 4.5a \Rightarrow a = 4 \text{ m/s}^2$

۳ شتاب را در معادله (۱) جای گذاری می‌کنیم:

$$-3 = -2 \times 4 + x_0 \Rightarrow x_0 = 5 \text{ m}$$

راه حل پیشنهادی یک دانش‌آموز: در بازه $2s$ تا $5s$ خواهیم داشت:

$$x = \frac{v+v_0}{2} t + x_0 \Rightarrow 15 = \frac{v+0}{2} \times 3 - 3 \Rightarrow v = 12 \text{ m/s}$$

$$a = \frac{v-v_0}{t} \Rightarrow a = \frac{12-0}{5-2} = 4 \text{ m/s}^2$$

به دلیل تقارن سهمی مکان در $t=0$ و $t=4s$ یکی است از این‌رو برای یافتن x_0 از لحظه $t=2s$ که سرعت صفر و مکان -3 m است تا لحظه $t=4s$ می‌توانیم بنویسیم:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + x_0 \Rightarrow x = \frac{1}{2} \times 4 \times (4-2)^2 - 3 \Rightarrow x = 5 \text{ m} \Rightarrow x_0 = 5 \text{ m}$$

۱ ۴۸۳ C

۱ نمودار $x-t$ حرکت با شتاب

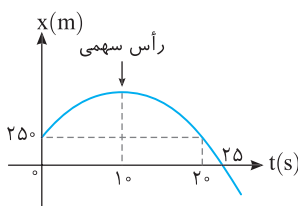
ثابت به صورت سهمی می‌باشد و

می‌دانیم که سهمی نسبت به خط

قائم گذر از رأس آن متقارن دارد.

بنابراین لحظه رأس سهمی خواهد

شد: $t_{\text{رأس}} = \frac{0+20}{2} = 10 \text{ s}$



۲ در رأس سهمی یعنی در نقطه بیشینه نمودار مکان - زمان سرعت صفر است. به

کمک معادله سرعت - زمان سرعت اولیه را بر حسب a به دست می‌آوریم.

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = a \times 10 + v_0 \Rightarrow v_0 = -10a \quad (1)$$

۳ در لحظه $t = 25s$ مکان متحرک $x = 0$ است که باید در معادله مکان - زمان

حرکت با شتاب ثابت صدق کند.

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \xrightarrow{(1)} 0 = \frac{1}{2}a(25^2) + (-10a) \times (25) + 250$$

$$\Rightarrow a = -4 \text{ m/s}^2 \Rightarrow v_0 = -10a = 40 \text{ m/s}$$

۴ در $t = 10 \text{ s}$ سرعت صفر شده و متحرک تغییر جهت می‌دهد مکان تغییر جهت را

به کمک معادله مکان - زمان به دست می‌آوریم:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow x = \frac{1}{2} \times (-4) \times (10)^2 + 40 \times 10 + 250 \Rightarrow x = 450 \text{ m}$$

۱. جابه‌جایی متحرک A در مدت t، 75m و شتاب آن ثابت و برابر $1/\Delta\text{m/s}^2$ است. بنابراین می‌توان نوشت:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \xrightarrow{x_0=0, v_0=0} 75 = \frac{1}{2}(1/\Delta)t^2 \Rightarrow t=10\text{s}$$

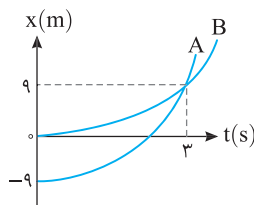
۲. متحرک B در مدت 10s از مکان $x_0 = -75\text{m}$ به مکان $x = 75\text{m}$ رفته است از این‌رو خواهیم داشت:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \xrightarrow{v_0=0} 75 = \frac{1}{2}a(10)^2 + 0 - 75 \Rightarrow a = 3\text{m/s}^2$$

زمان سبقت دو متحرک $t=10\text{s}$ است. در این لحظه به کمک معادله سرعت زمان سرعت هر یک را حساب می‌کنیم:

$$v_A = a_A t + v_{0A} \Rightarrow v_A = (1/\Delta)(10) \Rightarrow v_A = 10\text{m/s} \Rightarrow \frac{v_B}{v_A} = \frac{3}{10} = \frac{3}{10}$$

$$v_B = a_B t + v_{0B} \Rightarrow v_B = (3)(10) \Rightarrow v_B = 30\text{m/s}$$

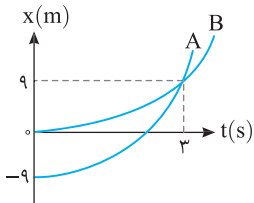


باز، با سؤال - نمودار مکان

- زمان دو متحرک که از حال سکون و با شتاب ثابت شروع به حرکت می‌کنند، مطابق شکل روبه‌رو است. در لحظه $t=10\text{s}$ متحرک A چند متر جلوتر از B قرار دارد؟

- (۱) ۹۱ (۲) ۱۰۰ (۳) ۱۰۹ (۴) ۲۰۰

۱. پاسخ حرکت با شتاب ثابت است. به کمک رابطه مستقل از شتاب مسئله را حل می‌کنیم:



$$\Delta x = \frac{v+v_0}{2} \Delta t, B: 9 = \frac{v_B+0}{2} \times 3 \Rightarrow v_B = 6\text{m/s}$$

$$A: 9 - (-9) = \frac{v_A+0}{2} \times 3 \Rightarrow v_A = 12\text{m/s}$$

شتاب را برای هر متحرک به‌دست می‌آوریم:

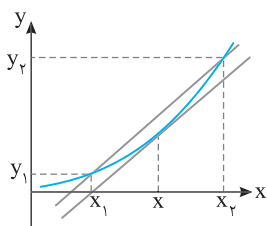
$$a = \frac{v-v_0}{t} \Rightarrow a_A = \frac{12-0}{3} = 4\text{m/s}^2, a_B = \frac{6-0}{3} = 2\text{m/s}^2$$

مکان هر متحرک را در $t=10\text{s}$ به‌دست می‌آوریم.

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow \begin{cases} x_A = \frac{1}{2} \times 4 \times 10^2 + 0 + (-9) = 191\text{m} \\ x_B = \frac{1}{2} \times 2 \times 10^2 + 0 + 0 = 100\text{m} \end{cases}$$

$$\Rightarrow x_A - x_B = 91\text{m}$$

گزینه ۱



روش اول: با توجه به آنچه در کتاب حسابان برای شکل شبیه نمودار مقابل بیان می‌شود، شیب خط قاطع بین دو نقطه (x_1, y_1) و (x_2, y_2) با شیب خط مماس گذرنده از نقطه $x = \frac{x_1+x_2}{2}$

$$x = \frac{x_1+x_2}{2}$$

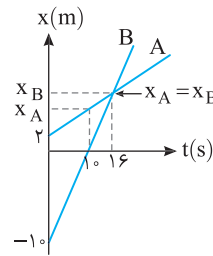
برابر است از این‌رو در نمودارهای A و B

نیز شیب خط مماس بر نمودار سهمی (B) در لحظه $t = \frac{t_1+t_2}{2}$ با شیب خط قاطع A

$$\text{برابر می‌شود. بنابراین } t = \frac{4+12}{2} = 8\text{s}$$

۱ ۴۸۴ B

به نمودار نگاه کنید. متحرک B در لحظه $t=10\text{s}$ از مبدأ مکان می‌گذرد و در لحظه $t=16\text{s}$ مکان هر دو متحرک یکسان است ($x_A = x_B$).



۱. به کمک شیب خط B، مکان متحرک B را در لحظه $t=16\text{s}$ به‌دست می‌آوریم.

$$\frac{x_B - (-10)}{16 - 0} = \frac{0 - (-10)}{10 - 0} \Rightarrow \frac{x_B + 10}{16} = 1 \Rightarrow x_B + 10 = 16 \Rightarrow x_B = 6\text{m}$$

بنابراین در لحظه $t=16\text{s}$ مکان متحرک A نیز $x_A = +6\text{m}$ است.

۲. به کمک شیب خط A، مکان متحرک A را در لحظه $t=10\text{s}$ یعنی لحظه عبور متحرک B از مبدأ مکان را به‌دست می‌آوریم.

$$\frac{6 - 2}{16 - 0} = \frac{x_A - 2}{10 - 0} \Rightarrow \frac{4}{16} = \frac{x_A - 2}{10} \Rightarrow 20 = 8x_A - 16 \Rightarrow 36 = 8x_A \Rightarrow x_A = 4.5\text{m}$$

۳ ۴۸۵ A

۱. سرعت حرکت هر متحرک را از روی نمودار به کمک شیب خط به‌دست می‌آوریم:

$$v_A = \frac{0 - (-5)}{2/5 - 0} \Rightarrow v_A = 2\text{m/s}, v_B = \frac{0 - 3}{6 - 0} \Rightarrow v_B = -0.5\text{m/s}$$

۲. معادله حرکت هر متحرک را می‌نویسیم:

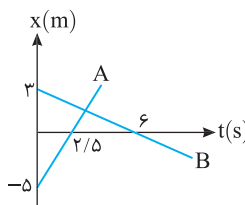
$$x = vt + x_0 \Rightarrow x_A = 2t - 5, x_B = -0.5t + 3$$

۳. با توجه به صورت مسئله قرار است فاصله دو متحرک از هم 5m باشد از این‌رو خواهیم داشت:

$$|x_A - x_B| = 5 \Rightarrow |2t - 5 + 0.5t - 3| = 5$$

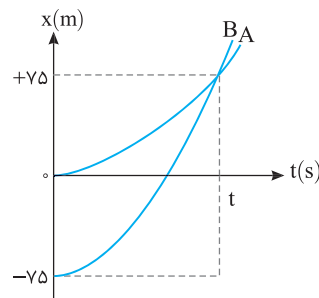
$$\Rightarrow \begin{cases} 2/5t - 8 = 5 \Rightarrow t = \frac{13}{25} \Rightarrow t = 5/25\text{s} \\ 2/5t - 8 = -5 \Rightarrow t = \frac{3}{2/5} \Rightarrow t = 15/2\text{s} \end{cases}$$

دقت کنید فاصله دو متحرک از هم ابتدا $(3+5=8\text{m})$ بوده و دو متحرک در حال نزدیک شدن به هم هستند و برای اولین بار هنگام نزدیک شدن یعنی در لحظه $t=15/2\text{s}$ فاصله آن‌ها از هم 5m می‌شود سپس دو متحرک از کنار هم می‌گذرند و از هم دور می‌شوند و دوباره در لحظه $t=5/25\text{s}$ فاصله آن‌ها از هم 5m می‌شود.



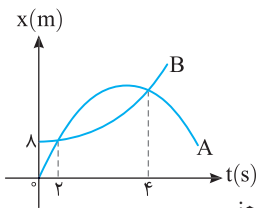
۲ ۴۸۶ A

خط فکری نمودار داده شده نمودار مکان - زمان است و جابه‌جایی در مدت t برای هر دو متحرک A و B مشخص است از طرفی سرعت اولیه هر دو متحرک صفر است. شتاب متحرک A را در اختیار داریم می‌توانیم به کمک آن زمان t یعنی زمانی که دو متحرک به هم می‌رسند (زمان سبقت) را حساب کرده و سرانجام به کمک معادله سرعت - زمان، سرعت هر دو متحرک را هنگام سبقت حساب کرد.





۱ شتاب دو متحرک هم اندازه است اما دهانه نمودار متحرک B رو به بالاست پس حرکت این متحرک دارای شتاب مثبت است.



دهانه نمودار متحرک A رو به پایین است پس حرکت این متحرک دارای شتاب منفی است.

بنابراین اگر شتاب B برابر a باشد شتاب A برابر -a خواهد بود.

۲ معادله مکان - زمان دو متحرک را می نویسیم:

$$x_B = \frac{1}{2}at^2 + v_{\cdot B}t + \lambda, \quad x_A = -\frac{1}{2}at^2 + v_{\cdot A}t$$

۳ در دو لحظه $t=2s$ و $t=4s$ مکان دو متحرک یکسان است. بنابراین در این دو

لحظه مکان متحرک A و B را به دست می آوریم و برابر قرار می دهیم.

$$x_B = x_A \Rightarrow \begin{cases} t=2s \Rightarrow 2a + 2v_{\cdot B} + \lambda = -2a + 2v_{\cdot A} \\ \Rightarrow 4a + \lambda = 2(v_{\cdot A} - v_{\cdot B}) \Rightarrow 2a + 4 = v_{\cdot A} - v_{\cdot B} \quad (1) \\ t=4s \Rightarrow \lambda a + 4v_{\cdot B} + \lambda = -\lambda a + 4v_{\cdot A} \\ \Rightarrow 16a + \lambda = 4(v_{\cdot A} - v_{\cdot B}) \quad (2) \end{cases}$$

۴ در رابطه (۲) به جای $v_{\cdot A} - v_{\cdot B}$ از رابطه (۱) جای گذاری می کنیم:

$$16a + \lambda = \lambda a + 16 \Rightarrow \lambda a = \lambda \Rightarrow a = 1 \text{ m/s}^2$$

۵ با جای گذاری $a = 1 \text{ m/s}^2$ در معادله (۱)، اختلاف سرعت اولیه دو متحرک را

$$2a + 4 = v_{\cdot A} - v_{\cdot B} \xrightarrow{a=1 \text{ m/s}^2} v_{\cdot A} - v_{\cdot B} = 6 \text{ m/s} \quad \text{به دست می آوریم.}$$

۴۹۰ B

خط نگرانی حرکت خودروی A شتابدار و با شتاب ثابت و بدون سرعت اولیه است بنابراین نمودار A سهمی بوده که در $t=0$ بر نمودار t مماس است که ۴۲ متر عقبتر از A است. برای آنکه نمودار درست را تشخیص بدهید باید ابتدا لحظه ای که دو متحرک از کنار هم می گذرند را حساب کنید و اگر محل حرکت خودروی A را مبدأ مکان بگیرید باید مکان اولیه B $(x_{\cdot B} = -42 \text{ m})$ شود.

زمان رسیدن دو خودرو به هم را به دست می آوریم. برای این منظور، معادله مکان - زمان هر دو را نوشته و برابر قرار می دهیم:

$$x_A = x_B \Rightarrow \frac{1}{2}a_A t^2 + v_{\cdot A} t + x_{\cdot A} = v_{\cdot B} t + x_{\cdot B}$$

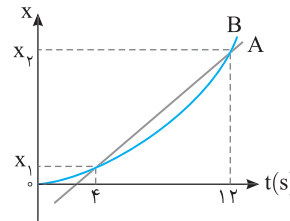
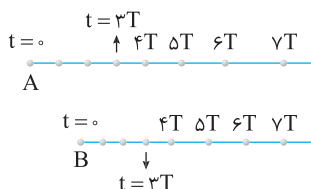
$$\frac{1}{2} \times 2 \times t^2 + 0 + 0 = 17t - 42 \Rightarrow t^2 - 17t + 42 = 0$$

$$\Rightarrow (t-3)(t-14) = 0 \Rightarrow t=3s, t=14s$$

با توجه به این که متحرک A از حال سکون شروع به حرکت کرده و این که مکان اولیه B منفی است، گزینه (۱) درست است.

۴۹۱ A

با توجه به شکل مسیر، متحرک A از مکان عقب تر از B شروع به حرکت کرده و سرعت ابتدایی A بیشتر از سرعت B است $(v_{\cdot A} > v_{\cdot B})$ ، زیرا در مدت $3T$ مسیر طولانی تری را طی کرده است. جابه جایی هر دو در مدت $3T$ با تندی ثابت انجام شده زیرا مسافت طی شده در بازه های T یکسان است. در ادامه مسیر شتاب B بیشتر از A است و بر تندی B مقدار بیشتری اضافه می شود زیرا جابه جایی ها در بازه های $3T$ و $7T$ برای B بزرگ تر از A بوده و در $7T$ دو متحرک کنار یکدیگر می آیند. در این صورت در بازه صفر تا $3T$ نمودار A و B خط راست مایل بوده که شیب خط A بیشتر از شیب خط B است و در ادامه نمودار هر دو متحرک خمیده است.



روش دوم: جابه جایی متحرک A و B در بازه $t=12s$ و $t=4s$ یکسان است.

متحرک A حرکت سرعت ثابت داشته و سرعت لحظه ای و متوسط آن همواره با هم برابر است:

$$v_{avA} = v_A \xrightarrow{v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}} \frac{\Delta x_A}{\Delta t} = v_A \xrightarrow{\Delta x_A = \Delta x_B = \frac{1}{2}a(\Delta t)^2 + v\Delta t} v_{avA} = \frac{\frac{1}{2}a\Delta t^2 + v\Delta t}{\Delta t} = \frac{1}{2}a\Delta t + v \Rightarrow v_A = a\frac{\Delta t}{2} + v$$

برای متحرک B معادله سرعت به صورت $v_B = a\Delta t' + v$ است و چون سرعت A با هم برابر است.

$$a\frac{\Delta t}{2} + v = a\Delta t' + v \Rightarrow \Delta t' = \frac{\Delta t}{2} \Rightarrow \Delta t' = \frac{12-4}{2} = 4s$$

$$4+4=8s$$

بنابراین لحظه مورد نظر خواهد شد:

روش سوم:

نکته در نمودار $x-t$ شیب خط قاطع بین دو لحظه برابر سرعت متوسط متحرک است.

شیب نمودار A از طرفی برابر سرعت این متحرک است و از طرف دیگر چون خط قاطع بین دو لحظه $t_1=4s$ تا $t_2=12s$ متحرک B بوده برابر سرعت متوسط متحرک B در این بازه خواهد بود:

$$v_{avB} (4s \text{ تا } 12s) = v_A \quad (I)$$

نکته در حرکت شتاب ثابت، سرعت متوسط در بازه t_1 تا t_2 با سرعت در

$$v_{av} (t_1 \text{ تا } t_2) = v \left(\frac{t_1 + t_2}{2} \right)$$

وسط بازه برابر است:

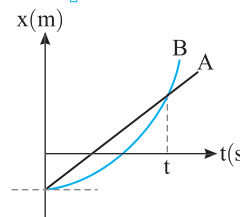
سرعت متوسط متحرک B که دارای حرکت شتاب ثابت است (چون نمودار $x-t$ آن به صورت سهمی بوده) برابر سرعت در وسط آن بازه خواهد بود:

$$v_{avB} (4s \text{ تا } 12s) = v_B \left(\frac{4+12}{2} \right) \Rightarrow v_{avB} (4s \text{ تا } 12s) = v_B (8s) \quad (II)$$

با توجه به روابط (I) و (II) داریم:

$$\begin{cases} v_{avB} (4s \text{ تا } 12s) = v_A \\ v_{avB} (4s \text{ تا } 12s) = v_B (8s) \end{cases} \Rightarrow v_A = v_B (8s)$$

۴۸۸ B



سرعت اولیه متحرک B، صفر است $(v_{\cdot B} = 0)$.

نکته در نمودارهایی شبیه نمودار سؤال، شیب خط A (سرعت متحرک A) با شیب خط مماس بر سهمی در لحظه وسط بازه زمانی تقاطع دو نمودار برابر است.

نکته در حرکت با شتاب ثابت در هر بازه زمانی، سرعت در وسط بازه برابر

$$v = v_{av} = \frac{v_1 + v_2}{2}$$

میانگین سرعتها در لحظات ابتدایی و انتهایی بازه است.

با توجه به نکات بیان شده باید سرعت متحرک A با سرعت B در لحظه $\frac{t_1 + t_2}{2}$

$$v_A = \frac{v_{Bt} + v_{\cdot B}}{2} \Rightarrow v_A = \frac{v_{Bt}}{2} \Rightarrow v_{Bt} = 2v_A$$

۴۸۹ C

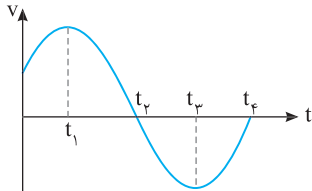
خط نگرانی دقت کنید در اصل در این مسئله نمی توانید سرعت اولیه A $(v_{\cdot A})$

و سرعت اولیه $(v_{\cdot B})$ را جداگانه حساب کرده و سپس اختلاف آنها را به دست بیاورید به همین دلیل باید به کمک معادله مکان - زمان و مختصات نقاط روی نمودار مسئله را حل کنید.

۱ ۴۹۶ B

خط فکری در نمودار $v-t$ مطابق شکل زیر به نکات زیر دقت کنید:

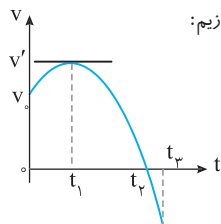
(الف) در بازه t_1 تا t_2 سرعت متحرک مثبت بوده و متحرک در جهت مثبت محور x ها در حال حرکت است و در مدت t_2 تا t_3 سرعت منفی شده و جهت حرکت متحرک تغییر کرده و متحرک در خلاف جهت محور x ها در حال حرکت است.



نکته جهت حرکت با جهت سرعت مشخص می‌شود و اگر سرعت مثبت باشد، متحرک در جهت محور x ها حرکت می‌کند و بالعکس.

(ب) شیب خط مماس بر نمودار $v-t$ در هر لحظه برابر شتاب حرکت است. در بازه صفر تا t_1 و t_2 تا t_3 نمودار صعودی با شیب مثبت بوده و شتاب مثبت است و در بازه t_1 تا t_2 نمودار نزولی بوده و شتاب منفی است.

(پ) در بازه t_1 تا t_2 و t_3 تا t_4 نمودار از محور زمان در حال دور شدن بوده و تندی در حال افزایش و حرکت تندشونده است و از طرف دیگر در بازه t_2 تا t_3 نمودار به محور زمان در حال نزدیک شدن بوده و تندی در حال کاهش و حرکت کندشونده است. (ت) در لحظه t_2 سرعت صفر شده و پس از آن تغییر علامت می‌دهد، پس در این لحظه متحرک تغییر جهت می‌دهد و در بیشینه و کمینه نمودار یعنی لحظه‌های t_1 و t_3 شیب خط مماس صفر بوده و در نتیجه شتاب صفر می‌شود و علامت شتاب تغییر می‌کند.



با توجه به این نکات به بررسی تک‌تک گزاره‌ها می‌پردازیم:
 (الف) در لحظه t_1 شیب خط نمودار افقی و صفر شده پس در این لحظه تنها شتاب صفر شده و تغییر علامت می‌دهد اما سرعت v' بوده و تغییر علامت نمی‌دهد، بنابراین گزاره (الف) نادرست است.

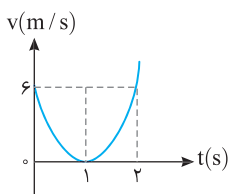
(ب) در بازه t_1 تا t_2 سرعت مثبت بوده پس متحرک در جهت مثبت محور x ها در حال حرکت است و گزاره (ب) درست است.

(پ) در بازه t_1 تا t_2 نمودار از محور افقی زمان در حال دور شدن است، پس حرکت متحرک تندشونده بوده و تندی آن از v_1 به v_2 افزایش می‌یابد و گزاره (پ) نادرست است.

(ت) در بازه t_1 تا t_2 نمودار صعودی با شیب مثبت بوده و شتاب آن مثبت است (شتاب در جهت محور x است) و در بازه t_2 تا t_3 نمودار نزولی با شیب منفی بوده و شتاب آن منفی است (شتاب خلاف جهت محور x است) بنابراین گزاره (ت) نادرست است و تنها گزاره (ب) درست است.

نکته البته می‌توانیم کمی حرفه‌ای‌تر باشیم، با توجه به گزینه‌ها گزاره (ب) و (ت) دو بار در گزینه‌ها تکرار شده‌اند، پس تنها همین دو گزاره را بررسی کنیم و چون گزاره (ب) درست و گزاره (ت) نادرست است، پس پاسخ گزینه (۱) می‌شود.

۲ ۴۹۷ B

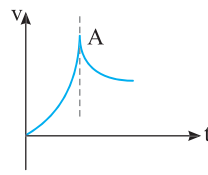


نمودار سهمی است و سهمی نسبت به خط قائم‌گذرنده از رأس دارای تقارن است. لحظه $t=1$ س رأس سهمی است بنابراین سرعت متحرک در لحظه $t=2$ س و $t=3$ س یکسان و برابر 6m/s است. از طرفی در لحظه $t=1$ س سرعت صفر است بنابراین شتاب متوسط در ثانیه دوم یعنی در بازه $t=1$ س تا $t=2$ س خواهد شد:

$$a_{av} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} \Rightarrow a_{av} = \frac{6 - 0}{2 - 1} \Rightarrow a = 6\text{m/s}^2$$

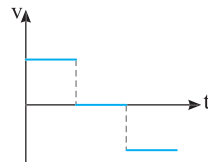
۱ ۴۹۲ A

در شکل (الف) اگر در نقطه A خط مماس بر نمودار را رسم کنید این خط بر محور افقی عمود است بنابراین شتاب که برابر شیب خط مماس بر نمودار سرعت - زمان است بی‌نهایت (∞) خواهد شد که ممکن نیست و شکل (الف) نادرست است.



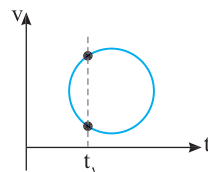
شکل (الف)

نمودار $v-t$ یک نمودار پیوسته است یعنی نمی‌توان در یک لحظه از سرعت $+v$ به صفر رسید، پس نمودار (ب) نیز نادرست است.



شکل (ب)

در شکل (پ) نمودار یک دایره است در این صورت در یک لحظه مانند t_1 متحرک دو سرعت مختلف دارد که این ممکن نیست و شکل (پ) نادرست است.



شکل (پ)

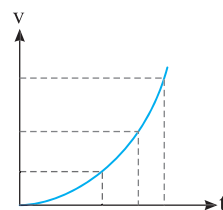
بنابراین شکل (ت) تنها شکل درست است.

۱ ۴۹۳ B

حرکت تندشونده یعنی حرکتی که در آن بزرگی سرعت (تندی) در حال افزایش است. در نمودار گزینه (۱) در بازه t_1 تا t_2 بزرگی سرعت در حال افزایش است و حرکت تندشونده است و گزینه (۲) و (۴) بزرگی سرعت در حال کاهش است پس در بازه t_1 تا t_2 حرکت کندشونده است و گزینه‌های (۲) و (۴) نادرست هستند. در نمودار گزینه (۳) ابتدا تندی (اندازه سرعت) در حال کاهش بوده و صفر می‌شود و سپس افزایش می‌یابد، بنابراین حرکت ابتدا کندشونده و سپس تندشونده است و گزینه (۳) نادرست است.

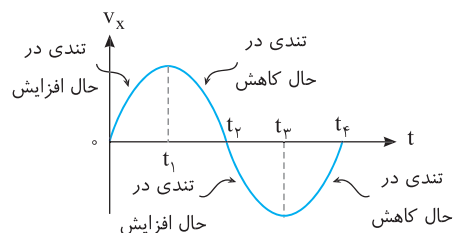
۴ ۴۹۴ A

نمودار سرعت - زمان است و در $t=0$ سرعت صفر است. با گذشت زمان، سرعت در حال افزایش است. پس حرکت تندشونده است. نمودار سهمی بوده و اما شتاب متغیر است زیرا اگر شتاب ثابت بود بنا به معادله سرعت - زمان حرکت با شتاب ثابت ($v=at+v_0$) باید نمودار سرعت - زمان خط راست می‌شد که چنین نیست و گزینه (۴) درست است.



۱ ۴۹۵ B

هرگاه تندی متحرک (اندازه سرعت) کاهش یابد حرکت کندشونده است، با توجه به شکل در بازه t_1 تا t_2 تندی کاهش یافته و در لحظه t_2 صفر می‌شود، بنابراین در این بازه حرکت کندشونده است. از طرفی در بازه t_2 تا t_3 نمودار بالای محور زمان است. بنابراین سرعت مثبت و حرکت متحرک در جهت محور x ها است.



B ۴۹۸ ۲

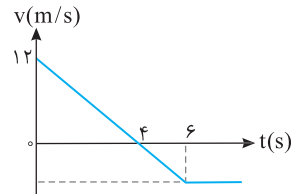
یادآوری شیب نمودار سرعت - زمان برابر شتاب متحرک است وقتی نمودار سرعت

زمان خط راست مایل باشد. شیب نمودار ثابت یعنی شتاب حرکت ثابت است.

در بازه صفر تا ۶s حرکت دارای شتاب ثابت است یعنی در تمام بازه‌های زمانی بین صفر تا ۶s شتاب متحرک یکسان و برابر شیب خط است از این رو کافی است شیب نمودار را

در بازه صفر تا ۴s از روی نمودار حساب کنیم.

$$a = \frac{v-v_0}{t-t_0} = \frac{0-12}{4-0} = -3 \text{ m/s}^2 \Rightarrow |a| = 3 \text{ m/s}^2$$



B ۴۹۹ ۴

۱ در نمودار $v-t$ شیب خط

مماس در هر لحظه برابر شتاب لحظه‌ای

است بنابراین شتاب متحرک در لحظه

$t=3\text{s}$ را به کمک شیب خط مماس

بر نمودار به دست می‌آوریم

$$a_{t=3\text{s}} = \frac{0-v}{t-3\text{s}} = \frac{-v}{1\text{s}} \quad (1)$$

۲ شتاب متوسط در مدت 3s اول یعنی در بازه $t=0$ تا $t=3\text{s}$ خواهد شد:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow a_{av} = \frac{v_{t=3\text{s}} - v_0}{\Delta t} = \frac{v-1\text{s}}{3\text{s}} \quad (2)$$

۳ در صورت مسئله بیان شده شتاب در لحظه $t=3\text{s}$ با شتاب متوسط در 3s

اول برابر است بنابراین رابطه (۱) و (۲) را برابر قرار می‌دهیم:

$$a_{av} = a_{t=3\text{s}} \Rightarrow \frac{v-1\text{s}}{3\text{s}} = \frac{-v}{1\text{s}} \Rightarrow v-1\text{s} = -3v \Rightarrow 4v=1\text{s} \Rightarrow v=2/4 \text{ m/s}$$

B ۵۰۰ ۲

۱ شتاب حرکت در قسمت اول برابر

است با:

$$a = \frac{v-v_0}{t} \Rightarrow a_1 = \frac{3-1}{1} = 2 \text{ m/s}^2$$

۲ سرعت در لحظه $t=5\text{s}$ خواهد

شد:

$$v = at + v_0 \Rightarrow v' = 2 \times 5 + 1 = 11 \text{ m/s}$$

۳ شتاب حرکت در قسمت دوم (1s تا 15s) برابر است با:

$$a = \frac{v-v_0}{t} \Rightarrow a_2 = \frac{0-3}{15-1} \Rightarrow a_2 = -6 \text{ m/s}^2$$

۴ سرعت در لحظه $t=12\text{s}$ این قسمت برابر خواهد شد با:

$$v = at + v_0 \Rightarrow v'' = -6 \times (12-1) + 3 \Rightarrow v'' = 11 \text{ m/s}$$

۵ مساحت سطح رنگی را به دست می‌آوریم:

$$\Delta x = S = S_1 + S_2 = \frac{2+3}{2} \times 5 + \frac{11+3}{2} \times 2 \Rightarrow \Delta x = 12.5 + 14.8 = 27.3 \text{ m}$$

روش استفاده از شیب نمودار برای یافتن سرعت در لحظه $t=12\text{s}$ و $t=15\text{s}$:

$$\frac{3-1}{1-0} = \frac{v'-1}{5-0} \Rightarrow v' = 7 \text{ m/s} \quad \text{سرعت در لحظه } t=5\text{s}$$

$$\frac{0-3}{15-1} = \frac{v''-3}{12-1} \Rightarrow v'' = 11 \text{ m/s} \quad \text{سرعت در لحظه } t=12\text{s}$$

بقیه حل مسئله همان محاسبه سطح S_1 و S_2 است.

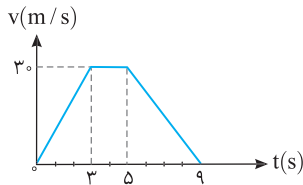
A ۵۰۱ ۱

۱ سطح زیر نمودار را در بازه صفر تا ۹s برابر 165m قرار می‌دهیم.

$$\Delta x = S \Rightarrow 165 = \frac{9+2}{2} \times v \Rightarrow v = 30 \text{ m/s}$$

۲ اندازه شتاب در قسمت کندشونده حرکت خواهد بود:

$$a = \frac{v-v_0}{t} \Rightarrow |a| = \left| \frac{0-30}{9-5} \right| = 7.5 \text{ m/s}^2$$



A ۵۰۲ ۴

خط فکری قرار است مسافت طی شده در بازه زمانی که حرکت تندشونده است

را حساب کنیم در این بازه زمانی باید تندی متحرک (اندازه سرعت آن) در حال افزایش

باشد. بنابراین شما ابتدا باید این بازه‌های زمانی را شناسایی کرده سپس اندازه سطح زیر

نمودار را در این بازه‌ها با هم جمع کنید.

۱ تندی متحرک در بازه ۲s تا

۴s و بازه t' تا $t=16\text{s}$ در حال

افزایش بوده و حرکت متحرک

تندشونده است.

۲ سرعت متحرک در $t=4\text{s}$

را به کمک شیب خط AB به دست می‌آوریم:

$$\frac{v'-6}{4-0} = \frac{0-6}{2-0} \Rightarrow v' = -6 \text{ m/s}$$

۳ لحظه t' را به کمک شیب خط BC حساب می‌کنیم.

$$\frac{6-(-6)}{16-4} = \frac{6-0}{16-t'} \Rightarrow 16-t' = 6 \Rightarrow t' = 10\text{s}$$

۴ حال مساحت زیر نمودار را در این دو بازه که حرکت تندشونده است، به دست

آورده و با هم جمع می‌کنیم.

$$\begin{cases} t=2\text{s} \text{ تا } t=4\text{s} : |l_1| = \frac{2 \times 6}{2} = 6\text{m} \\ t=10\text{s} \text{ تا } t=16\text{s} : |l_2| = \frac{6 \times 6}{2} = 18\text{m} \end{cases} \Rightarrow l = 6 + 18 = 24\text{m}$$

A ۵۰۳ ۳

در بازه صفر تا ۴s شیب نمودار

مثبت بنابراین شتاب حرکت مثبت

($a_1 = +2 \text{ m/s}^2$) و در بازه

زمانی ۴s تا ۶s شیب نمودار

منفی و شتاب حرکت نیز منفی

است. ($a_2 = -7 \text{ m/s}^2$)

۱ ابتدا به کمک بازه $t=4\text{s}$ تا $t=6\text{s}$ ، سرعت را در لحظه $t=4\text{s}$ به دست

$$a = \frac{v-v_0}{t} \Rightarrow -7/2 = \frac{v-3}{6-4} \Rightarrow v = 15 \text{ m/s} \quad \text{می‌آوریم:}$$

۲ سرعت اولیه متحرک را از قسمت اول حساب می‌کنیم:

$$a = \frac{v-v_0}{t} \Rightarrow 2/5 = \frac{15-v_0}{4-0} \Rightarrow v_0 = 5 \text{ m/s}$$

۳ جابه‌جایی برابر سطح زیر نمودار است از این رو خواهیم داشت:

$$\Delta x = S_1 + S_2 = \frac{5+15}{2} \times 4 + \frac{15 \times 2}{2} \Rightarrow \Delta x = 55 \text{ m}$$

۱ ۵۰۶ B

۱ با توجه به شیب خط AB، سرعت اولیه حرکت را به دست می آوریم.

$$\frac{36 - v_0}{5 - 4} = \frac{36 - v_0}{5 - 2} \Rightarrow 3 \times 36 = 36 - v_0 \Rightarrow v_0 = -12 \text{ m/s}$$

۲ با توجه به صورت مسئله مساحت قسمت هاشورخورده برابر ۳۰ واحد SI است

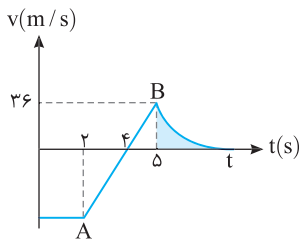
یعنی متحرک در بازه ۵s تا t جابه جایی ۳۰m را در جهت مثبت محور xها می پیماید.

۳ جابه جایی کل متحرک برابر سطح زیر نمودار سرعت - زمان است بنابراین:

$$\Delta x = S = (4+2) \times \frac{-12}{2} + \frac{36 \times 1}{2} + 30 \Rightarrow \Delta x = -216 + 18 + 30 \Rightarrow \Delta x = -168 \text{ m}$$

۴ مکان اولیه بنا به فرض مسئله $x_0 = +150 \text{ m}$ است بنابراین مکان نهایی خواهد شد:

$$\Delta x = x - x_0 \Rightarrow -168 = x - (150) \Rightarrow x = -18 \text{ m}$$



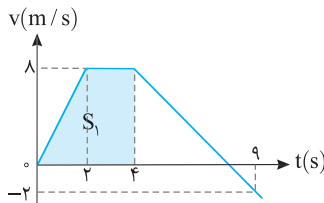
۲ ۵۰۷ C

خط فکری متحرک از مکان $x_0 = -36 \text{ m}$ شروع به حرکت کرده است و برای

اینکه متحرک از مبدأ مکان بگذرد باید جابه جایی برابر $+36 \text{ m}$ انجام دهد. سطح

محصور بین نمودار سرعت - زمان و محور زمان برابر با جابه جایی متحرک است، بنابراین

باید شما لحظه ای را به دست بیاورید که سطح زیر نمودار برابر ۳۶ واحد SI شود.



۱ ابتدا سطح زیر نمودار را در مدت ۴s به دست می آوریم:

$$0 \rightarrow 4s \Rightarrow S_1 = \Delta x \Rightarrow \Delta x = \frac{4+2}{2} \times 8 = 24 \text{ m}$$

۲ در مدت ۴s متحرک ۲۴m حرکت کرده و به مکان $-36 + 24 = -12 \text{ m}$

می رسد و هنوز از مبدأ مکان عبور نکرده بنابراین لحظه ای که متحرک از مبدأ مکان

($x=0$) می گذرد. بعد از $t=4s$ رخ می دهد و از لحظه $t=4s$ باید متحرک ۱۲m

جابه جا شود تا به مبدأ برسد.

۳ شتاب را در بازه ۴s تا ۹s به دست می آوریم:

$$a = \frac{v - v_0}{\Delta t} \Rightarrow a = \frac{-2 - 8}{9 - 4} = -2 \text{ m/s}^2$$

۴ مدت زمانی که طول می کشد متحرک با شتاب -2 m/s^2 و سرعت اولیه

8 m/s به اندازه ۱۲m جابه جا شود را به دست می آوریم.

$$\Delta x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t \Rightarrow 12 = \frac{1}{2} (-2) t^2 + 8t \Rightarrow t^2 - 8t + 12 = 0$$

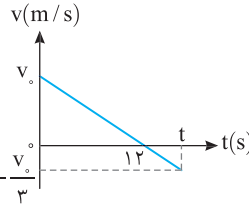
$$\Rightarrow (t-2)(t-6) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t=2s \\ t=6s \end{cases}$$

۵ لحظه گذر از مبدأ برای اولین بار $2+4=6s$ است. لحظه $6+4=10s$ مربوط به

لحظه ای است که متحرک متوقف شده و در برگشت برای دومین بار از مبدأ مکان می گذرد.

۴ ۵۰۴ B

۱ نمودار $v-t$ خط راست است. پس حرکت با شتاب ثابت بوده و در حرکت با



شتاب ثابت سرعت متوسط در یک بازه

زمانی برابر $v_{av} = \frac{v_1 + v_2}{2}$ است، با

توجه به فرض مسئله سرعت متوسط

قرار است $\frac{1}{3} v_0$ باشد از این رو:

$$v_{av} = \frac{v_0 + v}{2} = \frac{1}{3} v_0 \Rightarrow v_0 + v = \frac{2}{3} v_0 \Rightarrow v = -\frac{1}{3} v_0$$

۲ سرعت متحرک از $t=0$ تا $t=12s$ به v_0 به صفر می رسد. شتاب حرکت

$$v = at + v_0 \Rightarrow -v_0 = 12a \Rightarrow a = \frac{-v_0}{12}$$

۳ اکنون لحظه ای که سرعت متحرک به $-\frac{1}{3} v_0$ می رسد را حساب می کنیم (نگران

v_0 نباشید از رابطه حذف می شود)

$$v = at + v_0 \Rightarrow -\frac{1}{3} v_0 = \frac{-v_0}{12} t + v_0 \Rightarrow \frac{-4}{3} v_0 = \frac{-v_0}{12} t \Rightarrow t = 16s$$

روش دیگر استفاده از شیب نمودار $v-t$ که در آن نیازی نیست که شتاب را حساب

$$\frac{v_0 - v}{t - 12} = \frac{-v_0 - v_0}{0 - 12} \Rightarrow \frac{v_0 - v}{t - 12} = \frac{2v_0}{12} \Rightarrow t - 12 = 4 \Rightarrow t = 16s$$

کنیم.

۱ ۵۰۵ C

خط فکری متحرک در مبدأ زمان از مبدأ مکان ($x_0 = 0$) گذشته تا لحظه

$t = 3s$ با سرعت منفی در جهت منفی به حرکت ادامه می دهد تا سرعتش صفر شده

و با همان شتاب مسیر را برمی گردد و از لحظه $t = 3s$ تا $t = 6s$ در جهت مثبت

محور در حال حرکت است و به مبدأ نزدیک

می شود. اگر به نمودار دقت کنید. با توجه به

اینکه قاعده دو مثلث در بازه صفر تا $3s$ برابر

قاعده مثلث در بازه $3s$ تا $6s$ است (طول

هر دو قاعده $3s$ بنابراین این دو مثلث

هم نهشت بوده و دارای مساحت های یکسانی اند:

بنابراین جمع جابه جایی های متحرک در این بازه ها برابر $S + S'$ بوده که با هم برابرند اما جابه جایی

در بازه صفر تا $3s$ منفی است و جابه جایی کل برابر صفر می شود. یعنی متحرک در $t = 6s$

مجدداً به مبدأ مکان می رسد پس نتیجه می گیریم بیشترین فاصله از مبدأ در لحظه تغییر جهت

$t = 3s$ اتفاق می افتد و در این مدت شما باید مساحت مثلث OAB را به دست بیاورید.



یادداشت ریاضی در تشابه دو مثلث نسبت مساحت ها با مربع نسبت تشابه اضلاع

برابر است.

در بازه صفر تا $15s$ مکان متحرک از

$x=0$ به $x = -150 \text{ m}$ رسیده است

یعنی جابه جایی متحرک -150 m

است. بنابراین اندازه سطح زیر نمودار

در بازه صفر تا $15s$ برابر 150 m

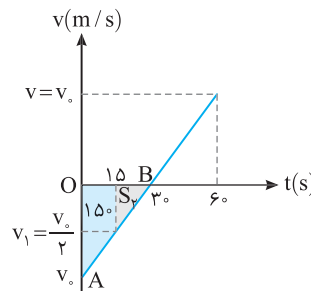
است. نسبت مساحت ها را می نویسیم.

$$\frac{S_{ABO}}{S_p} = \left(\frac{30}{15}\right)^2 \Rightarrow \frac{150 + S_p}{S_p} = (2)^2$$

$$\Rightarrow 150 + S_p = 4S_p \Rightarrow S_p = 50$$

$$\Rightarrow S_{ABC} = 150 + 50 = 200 \text{ m}$$

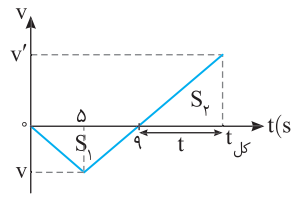
بنابراین بیشترین فاصله متحرک از مبدأ 200 m متر است.



۱ ۵۰۸ B

خط فکری

به جای اول بازگردد باید جابه‌جایی آن صفر شود، یعنی جمع جبری سطح‌های محصور بین نمودار $v-t$ با محور زمان صفر می‌شود. از این‌رو باید $|S_1| = |S_p|$ باشد.



دو مثلث هاشورخورده در شکل مقابل با هم متشابه‌اند، بنابراین:

$$\frac{v'}{v} = \frac{t}{f} \Rightarrow v' = v \frac{t}{f}$$

با توجه به خط فکری باید سطح زیر نمودار قسمت اول نمودار (S_1) سطح زیر نمودار قسمت دوم (S_p) برابر باشد.

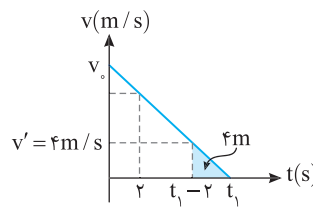
$$S_1 = S_p \Rightarrow \frac{9 \times v}{2} = \frac{v' \times t}{2} \Rightarrow \frac{9 \times v}{2} = \frac{vt}{4} \Rightarrow t^2 = 36 \Rightarrow t = 6s$$

$$t_{\text{کل}} = 6 + 9 = 15s$$

۲ ۵۰۹ B

۱

نمودار $v-t$ به صورت خط راست است پس حرکت با شتاب ثابت است. در $2s$ آخر متحرک با شتاب ثابت جابه‌جایی $4m$ را طی می‌کند و سرعتش از v' به صفر می‌رسد. مقدار v' را به کمک معادله مستقل از شتاب (فرمول طلایی) به دست می‌آوریم.



$$\Delta x = \frac{v_0 + v_1}{2} t \Rightarrow \Delta x_p = \frac{v'}{2} \times 2 \Rightarrow v' = 4m/s$$

در $2s$ آخر سرعت از $4m/s$ به صفر رسیده است بنابراین شتاب خواهد شد:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0 - 4}{2} = -2m/s^2$$

متحرک در مدت $2s$ آغازین با سرعت اولیه v_0 و شتاب $-2m/s^2$ جابه‌جایی

36 متر را طی می‌کند بنابراین می‌توان به کمک معادله جابه‌جایی - زمان، سرعت اولیه را حساب کرد. $\Delta x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t \Rightarrow 36 = \frac{1}{2} (-2) \times (2)^2 + v_0 \times 2 \Rightarrow v_0 = 20m/s$

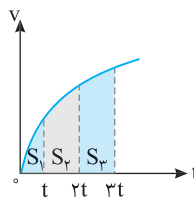
اکنون با معادله سرعت - زمان، t_1 را حساب می‌کنیم.

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = -2t + 20 \Rightarrow t = 10s$$

۳ ۵۱۰ B

سرعت متوسط برابر $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ است از طرفی

سطح زیر نمودار سرعت - زمان برابر با جابه‌جایی است. بازه‌های زمانی در گزینه‌ها یکسان است از این‌رو باید جابه‌جایی یعنی سطح زیر نمودارها را در این بازه‌های زمانی با هم مقایسه کرد.



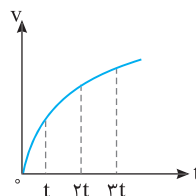
$$S_3 > S_2 > S_1 \Rightarrow v_{av_3} > v_{av_2} > v_{av_1}$$

بنابراین در بازه $2t$ تا $3t$ ، سرعت متوسط از بقیه گزینه‌ها بزرگ‌تر است.

بازی با سوال

متحرکی که روی خط راست در حرکت است مطابق شکل روبه‌رو است، در کدام بازه زمانی سرعت متوسط متحرک بزرگ‌تر است؟

- (۱) صفر تا $3t$ (۲) صفر تا $2t$
(۳) $2t$ تا $3t$ (۴) $2t$ تا t

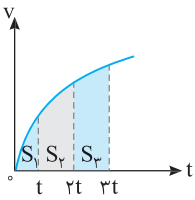


پایسج

سرعت متوسط در بازه صفر تا $3s$:
$$v_{av_1} = \frac{S_1 + S_2 + S_3}{3t}$$

سرعت متوسط در بازه صفر تا $2s$:

$$v_{av_2} = \frac{S_1 + S_2}{2t}$$



سرعت متوسط در بازه $2t$ تا $3t$:
$$v_{av_3} = \frac{S_3}{t}$$

سرعت متوسط در بازه t تا $2t$:
$$v_{av_4} = \frac{S_2}{t}$$

با توجه به اینکه $S_3 > S_2 > S_1$ است، داریم:

$$3t \Rightarrow v_{av} = \frac{S_1 + S_2 + S_3}{3t} \rightarrow v_{av_1} < \frac{3S_3}{3t} \Rightarrow v_{av_1} < \frac{S_3}{t} \Rightarrow v_{av_1} < v_{av_3}$$

$$\Rightarrow v_{av_1} < \frac{S_3}{t} \Rightarrow v_{av_1} < v_{av_3}$$

$$2t \Rightarrow v_{av} = \frac{S_1 + S_2}{2t} \Rightarrow S_1 + S_2 < 2S_3 \Rightarrow v_{av_2} < v_{av_3}$$

$$2t \Rightarrow v_{av_4} = \frac{S_2}{t} \rightarrow \frac{S_2}{t} < S_3 \rightarrow v_{av_4} < v_{av_3}$$

گزینه ۳

۳ ۵۱۱ B

ابتدا سرعت را در لحظه‌های $t_1 = 4s$ و

$t_2 = 12s$ به دست می‌آوریم:

$$v_1 = at_1 + v_0 \Rightarrow v_1 = 5 \times 4 + 5 = 25m/s$$

$$v_2 = at_2 + v_0 \Rightarrow v_2 = 5 \times 12 + 5 = 65m/s$$

در حرکت با شتاب ثابت روی خط راست، سرعت متوسط در یک بازه زمانی میانگین سرعت

ابتدا و انتهای بازه است از این‌رو خواهیم داشت: $v_{av} = \frac{v_1 + v_2}{2} = \frac{25 + 65}{2} = 45m/s$

۳ ۵۱۲ A

خط فکری

جهت حرکت و

جهت سرعت یکی است بنابراین

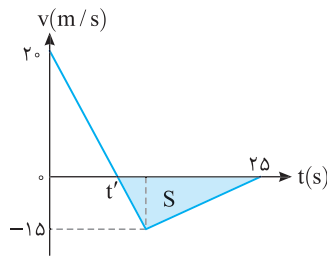
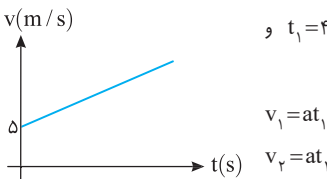
وقتی متحرک در خلاف جهت

محور در حرکت است یعنی سرعت

آن منفی است. در بازه t' تا $25s$

سرعت متحرک منفی است در این

بازه سطح زیر نمودار (S) را



برحسب t' حساب کنید نگران مقدار t' نباشید زیرا در محاسبه سرعت متوسط

حذف خواهد شد. $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$

جابه‌جایی یا سطح زیر نمودار را حساب می‌کنیم. $|\Delta x| = S = \frac{|-15 \times (25 - t')|}{2}$

اندازه سرعت متوسط خواهد شد: $v_{av} = \frac{15(25 - t')}{2} = 7.5m/s$

۳ ۵۱۳ B

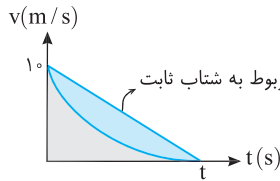
شیب نمودار سرعت - زمان برابر شتاب متحرک است، هرگاه شیب منفی

باشد شتاب منفی و اگر شیب مثبت باشد شتاب مثبت است.

در بازه $t = 10s$ تا $t = 25s$ شیب خط نمودار $v-t$ منفی بنابراین در این بازه

شتاب منفی است. به کمک شیب خط AB ، لحظه t را به دست می‌آوریم.

$$\frac{10 - 0}{10 - t} = \frac{0 - (-15)}{t - 25} \Rightarrow 2t - 50 = 30 - 3t \Rightarrow t = 16s$$

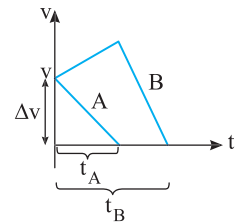


سطح زیر نمودار سرعت - زمان برای شتاب ثابت از سطح زیر نمودار سرعت شتاب ثابت به شتاب ثابت مربوط به شتاب ثابت است. - زمان برای شتاب متغیر بیشتر است.

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \text{شتاب ثابت} < \Delta x_{\text{منحنی}} < \Delta x_{\text{مربعی}} \Rightarrow v_{av} < v_{av} < v_{av}$$

$$\Rightarrow v_{av} < \frac{0+10}{2} \Rightarrow v_{av} < 5 \text{ m/s}$$

B ۵۱۶ ۱

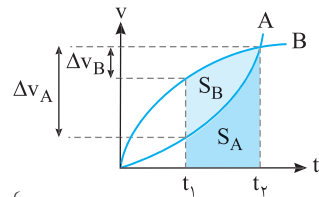


شتاب متوسط برابر $a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ است. به نمودار نگاه کنید، تغییر سرعت دو متحرک A و B در بازه صفر تا لحظه توقف آن‌ها یکسان است متحرک A از متحرک B کمتر در نتیجه شتاب متوسط A از شتاب متوسط B بیشتر است.

$$a_{avA} = \frac{\Delta v}{\Delta t_A} \xrightarrow{\Delta t_A < \Delta t_B} a_{avA} > a_{avB}$$

$$a_{avB} = \frac{\Delta v}{\Delta t_B}$$

B ۵۱۷ ۲



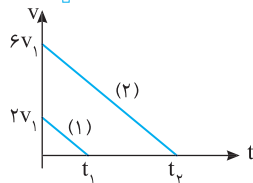
به نمودار دقت کنید. در بازه t_1 تا t_2 تغییرات سرعت متحرک A از تغییرات سرعت متحرک B بیشتر است بنابراین شتاب متوسط A از شتاب متوسط B بزرگتر است.

$$\begin{cases} a_{avA} = \frac{\Delta v_A}{t_2 - t_1} \\ a_{avB} = \frac{\Delta v_B}{t_2 - t_1} \end{cases} \xrightarrow{\Delta v_A > \Delta v_B} a_{avA} > a_{avB}$$

اکنون به سراغ بررسی و مقایسه سرعت متوسط دو متحرک می‌رویم. در بازه زمانی t_1 تا t_2 سطح محصور بین نمودار سرعت - زمان و محور زمان برای متحرک A کمتر از متحرک B است، بنابراین سرعت متوسط A کمتر از سرعت متوسط B است.

$$\begin{cases} v_{avA} = \frac{\Delta x_A}{t_2 - t_1} = \frac{S_A}{t_2 - t_1} \\ v_{avB} = \frac{\Delta x_B}{t_2 - t_1} = \frac{S_B}{t_2 - t_1} \end{cases} \xrightarrow{S_A < S_B} v_{avA} < v_{avB}$$

B ۵۱۸ ۳



۱ شیب نمودار سرعت - زمان برابر شتاب متحرک است در صورت مسئله بیان شده که شتاب دو متحرک یکسان است بنابراین شیب این دو نمودار باید با هم برابر باشد. شیب دو نمودار را با هم برابر قرار می‌دهیم و یک رابطه

$$\frac{0 - 2v_1}{t_1 - 0} = \frac{0 - 6v_1}{t_2 - 0} \Rightarrow t_2 = 3t_1 \quad (1)$$

۲ سطح زیر نمودار سرعت - زمان برابر جابه‌جایی متحرک است سطح زیر نمودار متحرک اول را به دست می‌آوریم.

$$\Delta x_1 = S_1 \Rightarrow \Delta x_1 = \frac{2v_1 \times t_1}{2} \Rightarrow \Delta x_1 = v_1 t_1 \Rightarrow v_1 t_1 = 10 \quad (2)$$

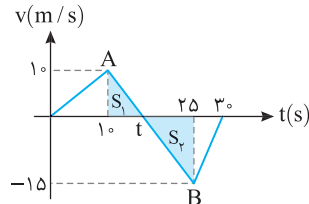
۳ اکنون سطح زیر نمودار دوم را به دست آورده و از رابطه (۱) و (۲) در آن جایگذاری

$$S_2 = \Delta x_2 = \frac{6v_1 \times t_2}{2} = \frac{6v_1 \times 3t_1}{2} = 9v_1 t_1 \Rightarrow \Delta x_2 = 90 \text{ m}$$

می‌کنیم:

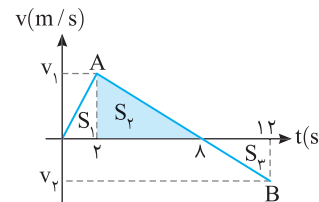
۲ مجموع سطح‌های S_1 و S_2 برابر مساحت طی شده است از این رو تندی متوسط خواهد شد:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{|S_1| + |S_2|}{\Delta t} = \frac{10 \times 6 + 9 \times 15}{25 - 10} \Rightarrow s_{av} = \frac{30 + 67.5}{15} \Rightarrow s_{av} = \frac{97.5}{15} \Rightarrow s_{av} = 6.5 \text{ m/s}$$



B ۵۱۴ ۴

در بازه ۲۵ تا ۸۵ تندی جسم در حال کاهش و حرکت کندشونده است و برای به دست آوردن شتاب در این بازه شما باید سرعت در لحظه $t = 25$ را حساب کنید.



۱ سرعت در لحظه $t = 25$ را v_1 و سرعت در لحظه $t = 125$ را v_2 می‌نامیم. حال به کمک شیب خط AB یک رابطه ریاضی بین v_1 و v_2 به دست می‌آوریم.

$$\frac{v_1 - 0}{2 - 8} = \frac{v_2}{12 - 8} \Rightarrow v_1 = -\frac{3}{4} v_2 \Rightarrow v_1 = \frac{3}{4} (v_2)$$

۲ تندی متوسط در بازه صفر تا ۱۲۵، $\frac{1}{3} \text{ m/s}$ بنابراین مسافت طی شده خواهد شد.

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \Rightarrow \frac{10}{3} = \frac{\ell}{12} \Rightarrow \ell = 40 \text{ m}$$

۳ با توجه به مسافت طی شده که برابر قدرمطلق مساحت زیر نمودار است داریم:

$$\ell = |S_1| + |S_2| = \frac{2 \times v_1}{2} + \frac{6 \times v_1}{2} + \frac{4 \times |v_2|}{2} = 4v_1 + 2|v_2|$$

$$\Rightarrow 40 = 4v_1 + 2|v_2| \xrightarrow{v_1 = \frac{3}{4} v_2} \Rightarrow 40 = 4v_1 + 2|v_2| \Rightarrow |v_2| = 4 \text{ m/s}$$

۴ مقدار v_1 خواهد شد:

$$v_1 = \frac{3}{4} |v_2| = \frac{3}{4} \times 4 \Rightarrow v_1 = 3 \text{ m/s}$$

۵ شتاب در قسمت کندشونده خواهد شد:

$$|a_{av}| = \left| \frac{0 - 7/5}{8 - 2} \right| = 1/25 \text{ m/s}^2$$

B ۵۱۵ ۴

خط فکری - سرعت متوسط برابر $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ است و جابه‌جایی (Δx) برابر

سطح زیر نمودار سرعت - زمان است. اما نمودار $v-t$ داده شده منحنی (خمیده) است و یافتن سطح زیر آن ممکن نیست بنابراین چگونه باید به مسئله پاسخ داده شود. به گزینه‌ها نگاه کنید برای سرعت متوسط محدوده ارائه شده است شما بهتر است در بازه صفر تا t یک خط راست رسم کنید این خط مربوط به حرکت با شتاب ثابت است و مقدار

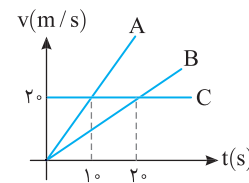
سرعت متوسط این حرکت برابر $\frac{10+0}{2} = 5 \text{ m/s}$ است. با مقایسه سطح زیر نمودار

منحنی با سطح زیر نمودار خط راست (مربوط به حرکت با شتاب ثابت) می‌تواند در مورد سرعت متوسط اظهار نظر کرد.

۳ ۵۱۹ A

با توجه به نمودار متحرک A و B دارای حرکت با شتاب ثابت و متحرک C دارای حرکت با سرعت ثابت 20 m/s است. شتاب متحرک A را به دست می آوریم.

$$a = \frac{v - v_0}{t} \Rightarrow a_A = \frac{20 - 0}{10} = 2 \text{ m/s}^2$$



به کمک رابطه مستقل از زمان، سرعت متحرک A را پس از جابه جایی 400 m حساب می کنیم.

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow v_A^2 - 0 = 2 \times 2 \times 400 \Rightarrow v_A = 40 \text{ m/s}$$

$$a = \frac{v - v_0}{t} \Rightarrow a_B = \frac{20 - 0}{20} = 1 \text{ m/s}^2$$

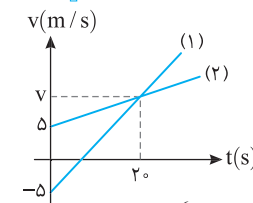
شتاب متحرک B خواهد شد:

سرعت متحرک B را حساب می کنیم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow v_B^2 - 0 = 2 \times 1 \times 400 \Rightarrow v_B = 20\sqrt{2} \text{ m/s}$$

۲ ۵۲۰ B

هر دو متحرک از مبدأ مکان شروع به حرکت کرده اند. با توجه به نمودار، سرعت ابتدایی و انتهایی هر دو حرکت را داریم در این مسئله بهترین روش استفاده از معادله مستقل از زمان (فرمول طلایی) است.



$$x = \frac{v + v_0}{2} t + x_0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{-5 + v}{2} \times 20 = 10(-5 + v) \\ x_2 = \frac{5 + v}{2} \times 20 = 10(5 + v) \end{cases}$$

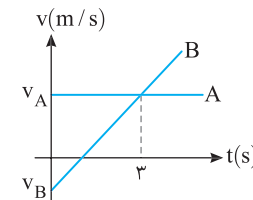
فاصله دو متحرک برابر است با:

$$|x_1 - x_2| = 10(5 + v) - 10(-5 + v) = 50 + 10v + 50 - 10v = 100 \text{ m} \Rightarrow \Delta x_1 - \Delta x_2 = 100 \text{ m}$$

۲ ۵۲۱ A

۱. سرعت متحرک A ثابت و متحرک B دارای شتاب ثابت است، می دانیم شیب خط نمودار $v-t$ برابر شتاب ثابت است پس شتاب متحرک A خواهد شد:

$$a_B = \frac{v_A - v_B}{3}$$



۲. هر دو هم زمان از یک نقطه که آن را مبدأ مکان می گیریم شروع به حرکت کرده اند. $(x_{A0} = x_{B0})$

۳. معادله حرکت هر دو را می نویسیم:

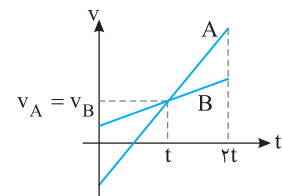
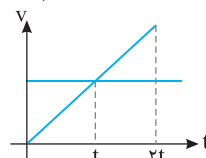
$$A \text{ معادله حرکت: } x = vt + x_0 \Rightarrow x_A = v_A t$$

$$B \text{ معادله حرکت: } x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t + x_0 \Rightarrow x_B = \frac{1}{2} \left(\frac{v_A - v_B}{3} \right) t^2 + v_B t$$

۴. اگر در لحظه t_1 از کنار هم بگذرند، مکان آنها در این لحظه برابر است.

$$x_A = x_B \Rightarrow \frac{1}{2} \left(\frac{v_A - v_B}{3} \right) t_1^2 + v_B t_1 = v_A t_1 \\ \Rightarrow \frac{1}{2} \left(\frac{v_A - v_B}{3} \right) t_1^2 = (v_A - v_B) t_1 \Rightarrow t_1 = 6 \text{ s}$$

میانبر: اثر پروانه ای: هرگاه دو متحرک که از یک نقطه شروع به حرکت کنند و در لحظه t دارای سرعت یکسان باشند، دو متحرک در لحظه $2t$ از کنار هم می گذرند.

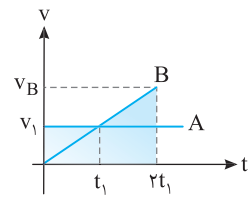


۳ ۵۲۲ B

۱. دو متحرک هم زمان از یک نقطه شروع به حرکت کرده اند $(x_{A0} = x_{B0})$.

۲. سرعت متحرک B را در لحظه $2t_1$ به کمک شیب نمودار B به دست می آوریم.

$$\frac{v_B - 0}{2t_1 - 0} = \frac{v_1 - 0}{t_1 - 0} \Rightarrow v_B = 2v_1$$



۳. برای مقایسه سرعت متوسط دو متحرک $(v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t})$ چون برای هر دو

یکسان است باید جابه جایی دو متحرک را در بازه صفر تا $2t_1$ مقایسه کنیم.

$$\Delta x_A = S = v_1(2t_1) = 2v_1 t_1, \quad \Delta x_B = S = \frac{(2v_1)(2t_1)}{2} = 2v_1 t_1$$

۴. بنابراین جابه جایی ها در بازه های زمانی یکسان برابر بوده و سرعت متوسط آنها یکی است.

۲ ۵۲۳ B

نکته: هرگاه متحرک B به دنبال متحرک A در حرکت باشد تا لحظه ای که $v_B < v_A$ است، فاصله دو متحرک در حال افزایش است و اگر $v_B = v_A$ شود فاصله دو متحرک ثابت می ماند اما اگر $v_B > v_A$ شود فاصله متحرک B از A شروع به کاهش می کند.

دو متحرک A و B، با سرعت مثبت و با سرعت منفی هم زمان به راه می افتند و از هم دور می شوند. در لحظه t_1 متحرک B سرعتش صفر شده و تغییر جهت می دهد و به دنبال متحرک A می رود، اما از لحظه t_1 تا t_2 هم چنان سرعت A بیشتر از سرعت B است و تا لحظه ای که سرعت دو متحرک برابر شود یعنی تا لحظه t_2 فاصله دو متحرک، در حال افزایش است از این لحظه به بعد $t > t_2$ سرعت B از سرعت A بیشتر شده و متحرک B فاصله اش از متحرک A شروع به کم شدن می کند بنابراین بیشترین فاصله دو متحرک از هم در لحظه t_2 رخ می دهد.

۴ ۵۲۴ C

خط فکری: سرعت اولیه متحرک A،

15 m/s و سرعت اولیه متحرک B،

10 m/s است از این رو متحرک A از متحرک

B جلو می افتد و تا لحظه ای که سرعت متحرک

B از A کمتر است فاصله A و B در حال

افزایش است تا لحظه ای که $v_A = v_B$ می شود بنابراین بیشترین فاصله دو متحرک از هم در 10 s نخست حرکت لحظه ای است که سرعتها برابر می شوند، یعنی لحظه t_1 . بنابراین شما باید لحظه t_1 را از روی نمودار به دست بیاورید. سپس جابه جایی A و B را حساب کنید.

۱. شتاب حرکت هر متحرک را به دست می آوریم.

$$a = \frac{v - v_0}{t} \Rightarrow \begin{cases} a_A = \frac{-5 - 15}{10} = -2 \text{ m/s}^2 \\ a_B = \frac{0 - 10}{10} = -1 \text{ m/s}^2 \end{cases}$$

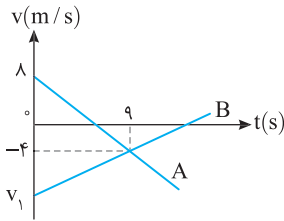
۲. در لحظه t_1 سرعت دو متحرک را برابر قرار می دهیم.

$$v_A = v_B \xrightarrow{v = at + v_0} -2t_1 + 15 = -t_1 + 10 \Rightarrow t_1 = 5 \text{ s}$$

۳. مکان دو متحرک را در این لحظه به دست آورده از هم کم می کنیم

$$x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t \Rightarrow \begin{cases} x_A = \frac{1}{2} (-2) (5)^2 + 15 \times 5 = 50 \text{ m} \\ x_B = \frac{1}{2} (-1) (5)^2 + 10 \times 5 = 37.5 \text{ m} \end{cases} \Rightarrow x_A - x_B = 12.5 \text{ m}$$

بازی با سوال

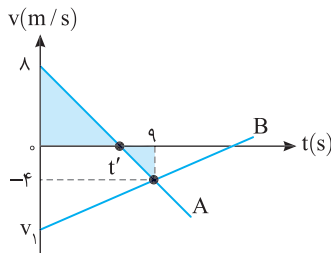


نمودار سرعت - زمان دو متحرک A و B که روی محور x حرکت می کنند مطابق شکل روبه رو است. در مدتی که حرکت متحرک A کندشونده است متحرک B به اندازه ۹۶m مسافت طی می کند.

مشابه ریاضی - ۹۵

بزرگی v_1 برابر چند متر بر ثانیه است؟

پایاسخ هنگامی که نمودار $v-t$ متحرکی به محور زمانها نزدیک می شود حرکت آن کندشونده است. مطابق نمودار از $t=0$ تا $t=t'$ حرکت متحرک A کندشونده است. با استفاده از تشابه مثلث داریم: $\frac{9-t'}{4} = \frac{t'}{8} \Rightarrow 18-2t'=t' \Rightarrow t'=6s$



بنابراین در بازه $t=0$ تا $t'=6$ حرکت متحرک A کندشونده است و در این بازه مسافت طی شده توسط متحرک B برابر ۹۶m است. شتاب متحرک B را به دست می آوریم:

معادله مکان زمان را برای متحرک B می نویسیم. دقت کنید جابه جایی متحرک B در بازه صفر تا ۶s که سرعت منفی است برابر ۹۶m- است.

$$\Delta x_B = \frac{1}{2} a_B t'^2 + v_1 t' \Rightarrow -96 = \frac{1}{2} \left(\frac{-4-v_1}{9} \right) \times 36 + 6v_1$$

$$\Rightarrow -96 = -8 - 2v_1 + 6v_1 \Rightarrow -88 = 4v_1 \Rightarrow v_1 = -22 \text{ m/s} \Rightarrow |v_1| = 22 \text{ m/s}$$

گزینه ۱

۲ ۵۲۷

با یک مسئله ریاضی در مبحث تشابه مثلثها سروکار داریم.

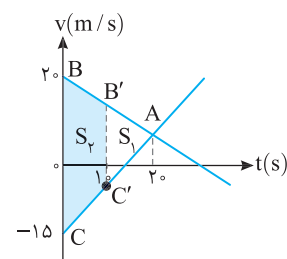
یادداشت ریاضی در مثلث روبه رو نسبت مساحت ABC به مساحت A'B'C' با مجذور نسبت ارتفاع Ah/Ah' برابر است.

$$\frac{S_{A'B'C'}}{S_{ABC}} = \left(\frac{Ah'}{Ah} \right)^2$$

مسئله در واقع مساحت S_p را می خواهد. بنابراین با توجه به یادداشت ریاضی می توان نوشت:

$$\frac{S_{A'B'C'}}{S_{ABC}} = \left(\frac{1}{2} \right)^2 \Rightarrow \frac{S_1}{S_p} = \frac{1}{4}$$

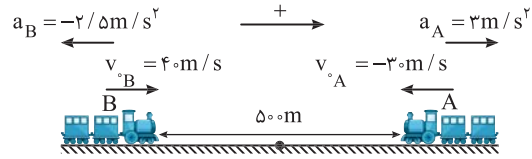
$$S_1 = \frac{1}{4} S_{ABC} \xrightarrow{S_{ABC} = S_1 + S_p} S_p = \frac{3}{4} S_{ABC}$$



برای به دست آوردن مساحت مثلث ABC دقت کنید که ارتفاع آن ۲۰ و قاعده آن $20+15=35$ است. از این رو خواهیم داشت:

$$S_p = \frac{3}{4} \left(\frac{35 \times 20}{2} \right) \Rightarrow S_p = 262.5 \text{ m}$$

۲ ۵۲۵



نمودار $v-t$ هر دو قطار خط راست و حرکت هر دو با شتاب ثابت می باشد. شتاب هر یک را حساب می کنیم:

$$a = \frac{v-v_0}{t} \Rightarrow \begin{cases} a_A = \frac{0-(-30)}{10} = 3 \text{ m/s}^2 \\ a_B = \frac{0-40}{16} = -2.5 \text{ m/s}^2 \end{cases}$$

محل قطار A را در $t=0$ مبدأ اختیار کرده و معادله حرکت آن را می نویسیم و در لحظه $t=10s$ مکان A را حساب می کنیم.

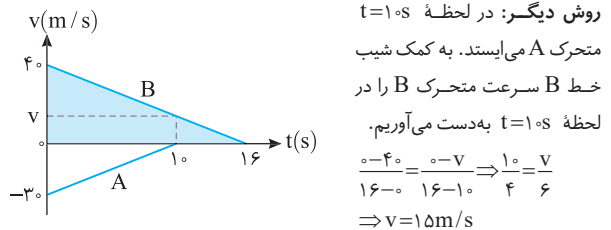
$$x_A = \frac{1}{2} \times 3 \times t^2 - 30t \xrightarrow{t=10s} x_A = 150 - 300 = -150 \text{ m}$$

معادله حرکت قطار B را می نویسیم و مکان آن را در $t=10s$ به دست می آوریم:

$$x_B = \frac{1}{2} \times (-2.5) t^2 + 40t - 500 \xrightarrow{t=10s} x_B = -125 + 400 - 500 = -225 \text{ m}$$

فاصله دو متحرک از هم خواهد شد:

$$\Delta x = |x_A - x_B| = 75 \text{ m}$$



روش دیگر: در لحظه $t=10s$

متحرک A می ایستد. به کمک شیب خط B سرعت متحرک B را در لحظه $t=10s$ به دست می آوریم.

$$\frac{0-40}{16-0} = \frac{0-v}{16-10} \Rightarrow \frac{10}{4} = \frac{v}{6} \Rightarrow v = 15 \text{ m/s}$$

اکنون سطح زیر دو نمودار را در بازه صفر تا ۱۰s به دست می آوریم.

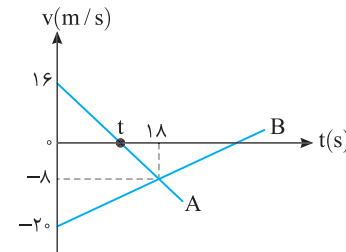
$$\Delta x_A = \frac{-30 \times 10}{2} = -150 \text{ m}, \quad \Delta x_B = \frac{40 \times 10}{2} = 200 \text{ m}$$

متحرک A، ۱۵۰m و متحرک B، ۲۰۰ متر به سمت هم حرکت کرده اند و در ابتدا فاصله آنها از هم ۵۰۰m بوده بنابراین در این لحظه فاصله آنها از هم خواهد شد.

$$500 - (150 + 200) = 150 \text{ m}$$

۲ ۵۲۶

جهت حرکت همان جهت سرعت متحرک است. بنابراین در مدتی که متحرک A در جهت محور x حرکت می کند، سرعت A مثبت است و این بازه زمانی از لحظه صفر تا t (محل برخورد نمودار با محور زمان) است.



لحظه t را به کمک شیب نمودار A به دست می آوریم.

$$\frac{16-(-8)}{0-18} = \frac{16-0}{0-t} \Rightarrow \frac{4}{3} = \frac{16}{t} \Rightarrow t = 12 \text{ s}$$

شتاب حرکت B را حساب می کنیم:

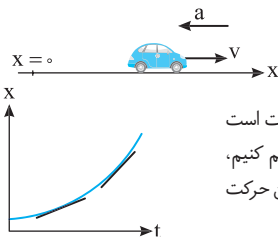
$$a = \frac{v-v_0}{t} \Rightarrow a_B = \frac{-8-(-20)}{18} = \frac{12}{18} = \frac{2}{3} \text{ m/s}^2$$

جابه جایی B در مدت $t=12s$ خواهد شد:

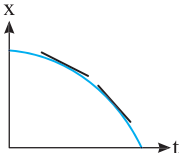
$$\Delta x = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t \Rightarrow \Delta x_B = \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times (12)^2 + (-20) \times 12 \Rightarrow \Delta x_B = 48 - 240 = -192 \text{ m}$$

بنابراین بزرگی جابه جایی B برابر ۱۹۲ متر است.

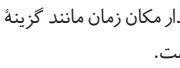
۴ ۵۳۱ A



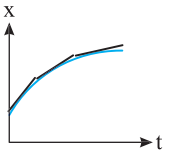
به شکل نگاه کنید، بردار سرعت و بردار شتاب در خلاف جهت هم هستند، بنابراین حرکت کندشونده است. در گزینه (۱)، شتاب مثبت است و سرعت مثبت است و اگر در نمودار مکان - زمان چند مماس رسم کنیم، شیب خط مماس در حال افزایش است بنابراین حرکت تندشونده و این گزینه نادرست است.



گزینه (۲): نمودار مکان - زمان مربوط به حرکت تندشونده است. زیرا با رسم چند مماس مشخص است که خط مماس به حالت قائم نزدیک می‌شود و تندی در حال افزایش است. از طرفی سرعت و شتاب هر دو منفی هستند بنابراین گزینه (۲) نادرست است.



گزینه (۳): با اینکه سرعت مثبت و شتاب منفی است اما نمودار مکان زمان مانند گزینه (۲) مربوط به حرکت کندشونده است و این گزینه نادرست است.



گزینه (۴): در نمودار مکان - زمان اگر چند مماس رسم کنیم خط مماس به حالت افقی نزدیک می‌شود یعنی شیب خط مماس به سمت صفر می‌رود و حرکت کندشونده است. از طرفی سرعت مثبت و شتاب منفی است و این گزینه درست است.

۳ ۵۳۲ A

تکنه هرگاه متحرک از حال سکون روی خط راست شروع به حرکت کند، جسم در جهت شتاب حرکت کرده و تا لحظه‌ای که شتاب تغییر جهت ندهد حرکت آن تندشونده است.

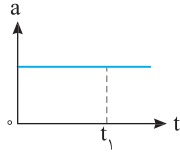
در گزینه (۱) شتاب تغییر علامت و تغییر جهت داده است یعنی ابتدا شتاب منفی و سپس شتاب مثبت می‌شود. بنابراین ابتدا حرکت کندشونده و با تغییر جهت بردار شتاب، حرکت کندشونده می‌شود.

در گزینه (۲) نیز ابتدا شتاب مثبت و سپس منفی است. بنابراین حرکت متحرک که از حال سکون شروع به حرکت کرده ابتدا تندشونده و سپس کندشونده است و گزینه (۲) نادرست است.

متحرک در جهت مثبت از حال سکون شروع به حرکت کرده بنابراین شتاب حرکت آن مثبت است و حرکت همواره تندشونده است یعنی جهت شتاب تغییر نکرده از این رو گزینه (۳) درست است و گزینه (۴) نادرست است. زیرا در گزینه (۴) شتاب منفی است.

۴ ۵۳۳ B

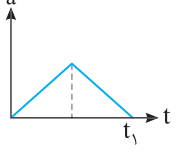
تکنه هرگاه سرعت اولیه متحرک مشخص نباشد و تنها نمودار شتاب زمان را در اختیار داشته باشیم، در مورد چگونگی حرکت نمی‌توانیم اظهارنظر کنیم.



فرض کنید متحرک از حال سکون شروع به حرکت کرده باشد در این صورت چون شتاب ثابت بوده و تغییر جهت نمی‌دهد حرکت همواره تندشونده است و گزینه (۱) می‌تواند درست باشد. اگر از ابتدا سرعت اولیه متحرک منفی باشد چون شتاب مثبت است می‌تواند حرکت کندشونده باشد و متحرک در لحظه t1 متوقف شود و گزینه (۲) می‌تواند درست باشد. البته ممکن است ابتدا حرکت کندشونده باشد و قبل از t1 متحرک متوقف شده و برگردد و سپس حرکت کندشونده باشد بنابراین گزینه (۳) نیز می‌تواند درست باشد.

حرکت کندشونده باشد و متحرک در لحظه t1 متوقف شود و گزینه (۲) می‌تواند درست باشد. البته ممکن است ابتدا حرکت کندشونده باشد و قبل از t1 متحرک متوقف شده و برگردد و سپس حرکت کندشونده باشد بنابراین گزینه (۳) نیز می‌تواند درست باشد.

حرکت کندشونده باشد و متحرک در لحظه t1 متوقف شود و گزینه (۲) می‌تواند درست باشد. البته ممکن است ابتدا حرکت کندشونده باشد و قبل از t1 متحرک متوقف شده و برگردد و سپس حرکت کندشونده باشد بنابراین گزینه (۳) نیز می‌تواند درست باشد.



بازی با سؤال نمودار شتاب - زمان متحرکی که روی محور Xها با سرعت اولیه v شروع به حرکت کرده است، مطابق شکل روبه‌رو است. حرکت متحرک در بازه زمانی صفر تا t1 چگونه است؟

- (۱) تندشونده
- (۲) کندشونده
- (۳) ابتدا تندشونده و سپس کندشونده (۴) بستگی به v دارد.

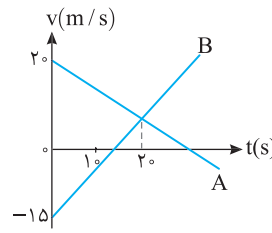
پاسخ نمودار شتاب - زمان نوع حرکت را مشخص نمی‌کند مگر آن که سرعت اولیه مشخص باشد.

گزینه ۴

بازی با سؤال - نمودار سرعت

- زمان دو متحرک A و B که در مبدأ زمان از مبدأ مکان روی محور Xها می‌گذرند به صورت شکل روبه‌رو است، فاصله دو متحرک در لحظه t=10s چند متر است؟

- (۱) ۲۵۰
- (۲) ۲۶۲/۵
- (۳) ۳۵۰
- (۴) ۱۲۵/۵

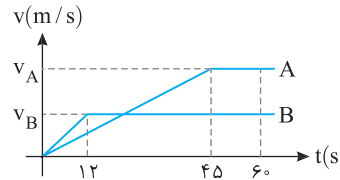


پاسخ حل این مسئله دقیقاً شبیه مسئله اصلی است.

۳ ۵۲۸ B

دو متحرک A و B با سرعت مثبت در یک جهت از یک نقطه می‌گذرند. در تمام مدت ۲۸s، سرعت متحرک B از سرعت متحرک A بیشتر است بنابراین فاصله دو متحرک در تمام مدت ۲۸s در حال افزایش است.

۳ ۵۲۹ B



۱ شتاب حرکت A و B

را در اختیار داریم بنابراین سرعت ثابت هر دو متحرک را می‌توانیم به‌دست بیاوریم.

$$v = at + v_0 \begin{cases} a_A = 1 \text{ m/s}^2 \rightarrow v_A = 1 \times 45 = 45 \text{ m/s} \\ a_B = 3 \text{ m/s}^2 \rightarrow v_B = 3 \times 12 = 36 \text{ m/s} \end{cases}$$

۲ سطح زیر نمودار A از لحظه صفر تا ۶۰s را حساب می‌کنیم.

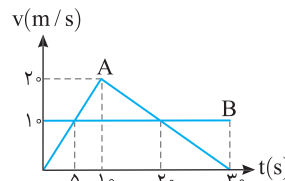
$$\Delta x_A = S_A \Rightarrow \Delta x_A = (60 + 15) \times \frac{45}{2} = 1687.5 \text{ m}$$

۳ سطح زیر نمودار B از لحظه صفر تا ۶۰s را به‌دست می‌آوریم.

$$\Delta x_B = S_B \Rightarrow \Delta x_B = (60 + 48) \times \frac{36}{2} = 1944 \text{ m}$$

۴ فاصله دو متحرک در t=۶۰s خواهد شد: ۱۹۴۴ - ۱۶۸۷/۵ = ۲۵۶/۵m

۳ ۵۳۰ B



برای حل این پرسش در لحظه‌های بیان شده در گزینه‌ها، سطح زیر نمودارها را با هم مقایسه می‌کنیم. در هر لحظه‌ای که سطح زیر نمودارها یکی شود، دو متحرک از کنار هم می‌گذرند.

$$t = 5s \Rightarrow \begin{cases} x_A = S_A = \frac{5 \times 10}{2} = 25 \text{ m} \\ x_B = S_B = 5 \times 10 = 50 \text{ m} \end{cases} \Rightarrow x_A \neq x_B$$

$$t = 10s \Rightarrow \begin{cases} x_A = S_A = \frac{10 \times 20}{2} = 100 \text{ m} \\ x_B = S_B = 10 \times 10 = 100 \text{ m} \end{cases} \Rightarrow x_A = x_B$$

$$t = 20s \Rightarrow \begin{cases} x_A = S_A = 100 + \frac{20+10}{2} \times 10 = 250 \text{ m} \\ x_B = S_B = 10 \times 20 = 200 \text{ m} \end{cases} \Rightarrow x_A \neq x_B$$

$$t = 30s \Rightarrow \begin{cases} x_A = S_A = \frac{30 \times 20}{2} = 300 \text{ m} \\ x_B = S_B = 10 \times 30 = 300 \text{ m} \end{cases} \Rightarrow x_A = x_B$$

بنابراین گزینه (۳) درست است.

۲ ۵۳۸ B

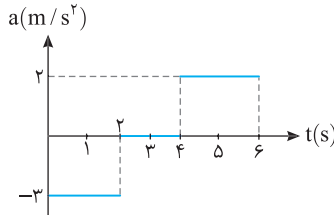
خط فکری برای آنکه بتوان تشخیص داد در یک لحظه حرکت تندشونده و یا کندشونده است، باید علامت سرعت و علامت شتاب را در آن لحظه تعیین کرد. در لحظه $t=4/s$ و $t=4/5s$ علامت سرعت را به دست بیاورید و نوع حرکت در این لحظه‌ها مشخص کنید.

۱ سرعت در لحظه $t=1s$ خواهد شد:

$$v = at + v_0 \xrightarrow{t=1s} v = -3 \times 1 + 4 \Rightarrow v = +1 \text{ m/s}$$

۲ در لحظه $t=1s$ سرعت مثبت $(+1 \text{ m/s})$ و شتاب منفی $(a = -3 \text{ m/s}^2)$

بوده و حرکت کندشونده $(a < 0)$ می‌باشد.



۳ سرعت در لحظه $t=2s$ را به دست می‌آوریم:

$$v = at + v_0 = -3 \times 2 + 4 = -2 \text{ m/s}$$

۴ از لحظه $t=2s$ تا $t=4s$ ، شتاب صفر است و حرکت دارای سرعت ثابت بوده از این رو در لحظه $t=4s$ سرعت همچنان برابر -2 m/s است.

۵ اکنون سرعت در لحظه $t=4/5s$ را به دست می‌آوریم.

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 2 \times (4/5 - 4) + (-2) \Rightarrow v = -1 \text{ m/s}$$

۶ در لحظه $t=4/5s$ سرعت منفی (-1 m/s) و شتاب مثبت $(a = 2 \text{ m/s}^2)$

است بنابراین حرکت کندشونده $(a < 0)$ است.

۱ ۵۳۹ B

یادآوری شتاب متوسط برابر $a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ بوده، از طرفی مساحت سطح زیر نمودار شتاب - زمان برابر تغییرات سرعت است.

۱ ابتدا سطح زیر نمودار در بازه صفر تا $8s$ را به دست می‌آوریم.

$$\Delta v = S = 3t \quad a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow 1/2 = \frac{3t}{8} \Rightarrow t = 8/3 \text{ s}$$

۳ ۵۴۰ B

شتاب متوسط برابر تغییر سرعت در یکای زمان است و تغییر سرعت برابر سطح زیر نمودار شتاب - زمان است.

$$S = \Delta v = 2 \times 4 + 2 \times 2 = 12 \text{ m/s}$$

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{12}{10} \Rightarrow a_{av} = 1.2 \text{ m/s}^2$$

۳ ۵۴۱ A

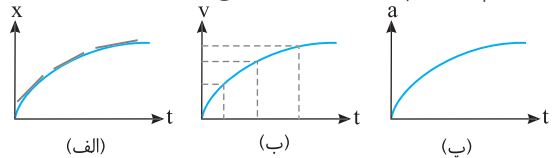
مساحت زیر نمودار $a-t$ برابر تغییر سرعت است. با توجه به نمودار، مساحت زیر نمودار $a-t$ متحرک B بزرگتر از مساحت زیر نمودار $a-t$ متحرک A است بنابراین تغییرات سرعت B بیشتر از A است و در یک مدت زمان یکسان شتاب متوسط B بزرگتر از شتاب متوسط A می‌باشد.

$$\Delta v_B > \Delta v_A \Rightarrow \frac{\Delta v_B}{\Delta t} > \frac{\Delta v_A}{\Delta t} \Rightarrow a_{avB} > a_{avA}$$

۳ ۵۳۴ B

به کلمه می‌تواند در صورت مسئله دقت کنید. از طرفی قرار است که حرکت تندشونده باشد. نمودار الف نمودار مکان - زمان فرض شده. اگر شما چند خط مماس بر نمودار رسم کنید شیب خط مماس به حالت افقی نزدیک شده یعنی تندی در حال کاهش است و حرکت کندشونده است. بنابراین محور b نمی‌تواند محور زمان باشد و گزینه (۱) نادرست است.

اگر محور b محور سرعت باشد، حرکت قطعاً تندشونده است. (نمودار ب) اگر محور b محور شتاب باشد و سرعت اولیه صفر یا مثبت باشد، حرکت تندشونده است و اگر سرعت اولیه منفی باشد، حرکت ابتدا کندشونده است. (نمودار پ) بنابراین محور b می‌تواند سرعت یا شتاب باشد. اما اگر در صورت مسئله بیان می‌کرد که محور قائم الزاماً کدام کمیت می‌تواند باشد، پاسخ فقط کمیت سرعت بود.



۳ ۵۳۵ B

سرعت اولیه $+5 \text{ m/s}$ و شتاب مثبت است یعنی بردار سرعت و بردار شتاب همواره هم جهت بوده و حرکت همواره تندشونده است.

۳ ۵۳۶ B

نکته سطح زیر نمودار شتاب - زمان برابر تغییر سرعت متحرک است.

خط فکری سرعت اولیه متحرک $+14 \text{ m/s}$ به شما داده شده همچنین نمودار شتاب - زمان را در اختیار دارید بنابراین به کمک سطح زیر نمودار شتاب - زمان، تغییر سرعت را به دست آورید و به کمک این تغییر سرعت و سرعت اولیه درباره نوع حرکت اظهار نظر کنید.

۱ ابتدا سطح محصور بین نمودار شتاب - زمان و محور زمان که بیانگر تغییر سرعت متحرک است را به دست می‌آوریم:

$$\Delta v = S \Rightarrow \Delta v = \frac{-4 \times 5}{2} \Rightarrow \Delta v = -10 \text{ m/s}$$

۲ اکنون سرعت نهایی متحرک را به دست می‌آوریم:

$$\Delta v = v - v_0 \Rightarrow -10 = v - 14 \Rightarrow v = 4 \text{ m/s}$$

۳ بنابراین در بازه زمانی صفر تا $5s$ ، سرعت متحرک از $+14 \text{ m/s}$ به $+4 \text{ m/s}$ کاهش یافته است و حرکت کندشونده است.

۴ ۵۳۷ B

خط فکری نکته‌ای که شما باید به آن دقت کنید این است که اگر سرعت جسم مثلاً از -5 m/s به $+8 \text{ m/s}$ برسد یعنی تندی متحرک از -5 m/s ابتدا به صفر رسیده و حرکت کندشونده و سپس تندی از صفر به 8 m/s رسیده و حرکت تندشونده است. بنابراین شما باید در به دست آوردن سرعت نهایی به این نکته دقت کنید سپس درباره نوع حرکت اظهار نظر کنید.

۱ ابتدا سطح زیر نمودار شتاب - زمان را که بیانگر تغییر سرعت است به دست می‌آوریم:

$$\Delta v = S \Rightarrow \Delta v = \frac{7 \times (-3)}{2} = -10.5 \text{ m/s}$$

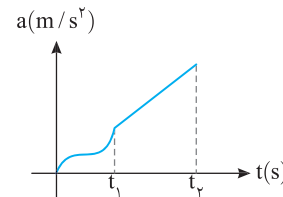
۲ بنابراین سرعت نهایی در لحظه $t=7s$ برابر است با:

$$\Delta v = v - v_0 \Rightarrow -10.5 = v - 4 \Rightarrow v = -6.5 \text{ m/s}$$

۳ در نتیجه ابتدا تندی از $+4 \text{ m/s}$ به صفر کاهش یافته و حرکت کندشونده بوده سپس تندی از صفر به -6.5 m/s در جهت منفی محور افزایش یافته است و حرکت تندشونده است.

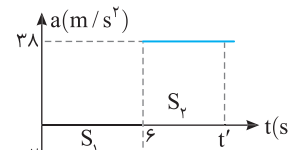
۲ ۵۴۲ B

بررسی این مسئله به کمک سطح زیر نمودار راه به جایی نمی‌برد اما می‌توان این‌گونه استدلال کرد که در بازه t_1 تا t_2 شتاب در تمام لحظات از شتاب در لحظات مختلف بازه صفر تا t_1 بیشتر بوده بنابراین شتاب متوسط در بازه t_1 تا t_2 بزرگ‌تر از شتاب متوسط در بازه صفر تا t_1 است.



۳ ۵۴۳ B

نکته: هرگاه در مسئله خواسته شود که بزرگی سرعت به بزرگی سرعت اولیه برسد یعنی تغییر سرعت صفر شود. سطح زیر نمودار شتاب - زمان برابر تغییر سرعت متحرک است از این رو سطح زیر نمودار را در مدت t' برابر صفر قرار می‌دهیم.

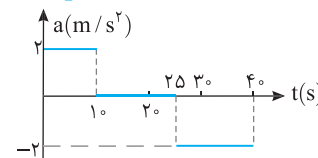


$$\Delta v = S \Rightarrow S_1 + S_2 = 0$$

$$\Rightarrow -2 \times 6 + 3 \times (t' - 6) = 0 \Rightarrow -30 = -3t' \Rightarrow t' = 10 \text{ s}$$

۱ ۵۴۴ B

در حل این پرسش کافی است از معادله سرعت - زمان در هر مرحله استفاده کنیم:



$$0 \rightarrow 10 \text{ s} : v = 2 \times 10 + 0 \Rightarrow v = 24 \text{ m/s}$$

$$10 \text{ s} \rightarrow 25 \text{ s} : a = 0 \Rightarrow v = 24 \text{ m/s}$$

$$25 \text{ s} \rightarrow 30 \text{ s} : v = -2 \times (30 - 25) + 24 \Rightarrow v = 14 \text{ m/s}$$

حل به کمک سطح زیر نمودار شتاب - زمان

سطح زیر نمودار را حساب می‌کنیم:

$$\Delta v = S = 2 \times 10 + (-2) \times (30 - 25) \Rightarrow \Delta v = +10 \text{ m/s}$$

سرعت اولیه $v_0 = +4 \text{ m/s}$ است. از این رو خواهیم داشت:

$$\Delta v = v - v_0 \Rightarrow 10 = v - 4 \Rightarrow v = 14 \text{ m/s}$$

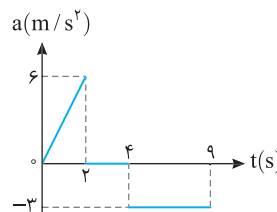
دقت کنید که سرعت در لحظه $t = 30 \text{ s}$ از شما خواسته شده نه لحظه $t = 40 \text{ s}$.

بازی با سوال - سرعت اولیه

متحرکی که روی خط راست حرکت می‌کند برابر 3 m/s و نمودار شتاب - زمان آن به شکل روبه‌رو است. در چه لحظه‌ای سرعت این متحرک برابر $v = -3 \text{ m/s}$ می‌شود؟

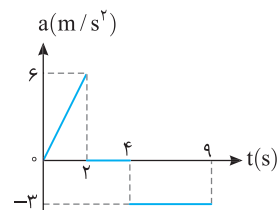
برابر $v = -3 \text{ m/s}$ می‌شود؟

(۱) $t = 3 \text{ s}$ (۲) $t = 6 \text{ s}$
 (۳) $t = 8 \text{ s}$ (۴) $t = 12 \text{ s}$



پایسج - مساحت زیر نمودار

$a = t$ برابر تغییرات سرعت می‌باشد. بنابراین:



$$\Delta v_{t=0 \text{ to } t=25} = \frac{6 \times 2}{2} = 6 \text{ m/s}$$

$$\Rightarrow \Delta v = v - v_0$$

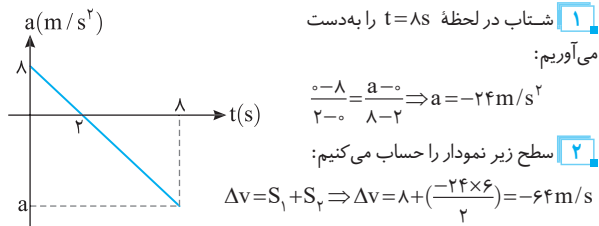
$$\Rightarrow 6 = v - 3 \Rightarrow v_{t=25} = 9 \text{ m/s}$$

در بازه $t = 25 \text{ s}$ تا $t = 45 \text{ s}$ شتاب صفر است پس سرعت تغییر نمی‌کند. از بازه 45 s تا t' که سرعت در t' برابر -3 m/s می‌شود، حرکت با شتاب ثابت -3 m/s^2 است از این رو:

گزینه ۳

۲ ۵۴۵ B

خط فکری: در لحظه $t = 8 \text{ s}$ جهت حرکت عوض شده بنابراین در این لحظه قطعاً سرعت صفر شده است. به کمک شیب نمودار شتاب در لحظه 8 s را به دست آورده سطح زیر نمودار را حساب کنید تا تغییر سرعت را به دست آورده باشید سپس به سراغ سرعت اولیه بروید.



شتاب در لحظه $t = 8 \text{ s}$ را به دست می‌آوریم:

$$\frac{0 - 4}{8 - 2} = \frac{a - 0}{\lambda - 2} \Rightarrow a = -24 \text{ m/s}^2$$

سطح زیر نمودار را حساب می‌کنیم:

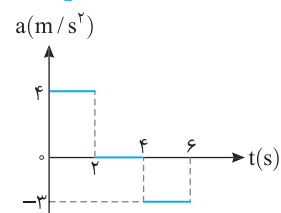
$$\Delta v = S_1 + S_2 + S_3 \Rightarrow \Delta v = 4 + (-24 \times 6) = -64 \text{ m/s}$$

در $t = 8 \text{ s}$ جهت حرکت تغییر کرده بنابراین $v_{t=8} = 0$ است:

$$\Delta v = v_{t=8} - v_{t=0} = -64 \Rightarrow 0 - v_{t=0} = -64 \text{ m/s} \Rightarrow v_{t=0} = 64 \text{ m/s}$$

۳ ۵۴۶ B

خط فکری: سرعت در لحظه‌های $t = 2 \text{ s}$, $t = 4 \text{ s}$ و $t = 6 \text{ s}$ را به دست بیاورید. حرکت در بازه 0 تا 2 s با شتاب ثابت مثبت، در بازه 2 s تا 4 s با سرعت ثابت و در بازه 4 s تا 6 s با شتاب ثابت منفی بوده است. در نمودار سرعت - زمان در هر نقطه‌ای که نمودار محور زمان را قطع کند، متحرک تغییر داده است.



سرعت در لحظه $t = 2 \text{ s}$ خواهد شد:

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 4 \times 2 + 0 \Rightarrow v = +8 \text{ m/s}$$

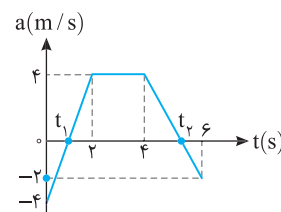
در لحظه $t = 4 \text{ s}$ همچنان سرعت 4 m/s است.

سرعت در لحظه $t = 6 \text{ s}$ را حساب می‌کنیم.

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = -4 \times 2 + 4 \Rightarrow v = -4 \text{ m/s}$$

۴ ۵۴۷ A

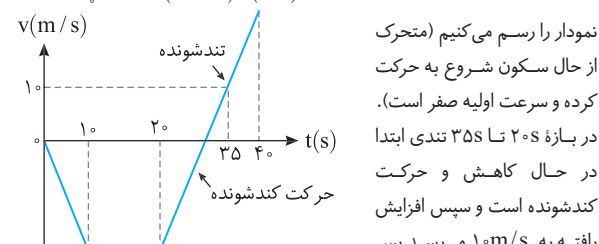
نمودار را رسم می‌کنیم. در دو لحظه t_1 و t_2 متحرک تغییر جهت داده است.



باید نمودار سرعت - زمان را رسم کنیم. در هر قسمت که تندی در حال کاهش باشد حرکت کندشونده و در هر قسمت که تندی در حال افزایش باشد حرکت تندشونده است. ابتدا سرعت جسم را در لحظه $t_1 = 20 \text{ s}$ و $t_2 = 35 \text{ s}$ حساب می‌کنیم. با توجه به نمودار سؤال در بازه صفر تا 10 s حرکت دارای شتاب ثابت 2 m/s^2 است از این رو:

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = -2 \times 10 + 0 \Rightarrow v = -20 \text{ m/s}$$

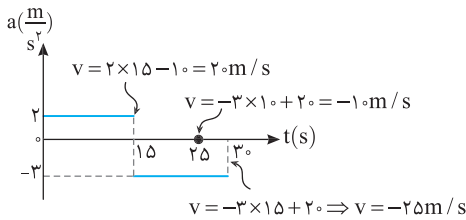
در بازه 10 s تا 20 s شتاب صفر و حرکت یکنواخت بوده و سرعت همچنان -20 m/s است. در بازه 20 s تا 35 s حرکت دارای شتاب ثابت 2 m/s^2 است. در نتیجه:

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 2(35 - 20) + (-20) \Rightarrow v = 10 \text{ m/s}$$


نمودار را رسم می‌کنیم (متحرک از حال سکون شروع به حرکت کرده و سرعت اولیه صفر است). در بازه 20 s تا 35 s تندی ابتدا در حال کاهش و حرکت کندشونده است و سپس افزایش یافته به 10 m/s می‌رسد پس گزینه‌های (۱) و (۲) نادرست هستند. نمودار سرعت - زمان در این بازه محور زمان را قطع کرده و سرعت صفر شده و تغییر علامت داده بنابراین یک بار متحرک تغییر جهت می‌دهد و گزینه (۳) درست است. در ابتدا سرعت منفی بوده یعنی متحرک در ابتدا در جهت منفی محور در حرکت است و گزینه (۴) نادرست است.

۱ ۵۵۰ B

خط فکری نمودار شتاب - زمان به شما اطلاعات زیادی نمی دهد. در نمودار شتاب - زمان مسئله، متحرک در بازه صفر تا ۱۵s دارای شتاب ثابت 2 m/s^2 و در بازه زمانی ۱۵s تا ۳۰s دارای شتاب ثابت -3 m/s^2 است از این رو شما می توانید از روابط حرکت با شتاب ثابت استفاده کنید. ابتدا به کمک معادله مکان - زمان حرکت با شتاب ثابت جابه جایی در ۵s اول را حساب کنید. سپس سرعت متحرک را در لحظه $t=15\text{s}$ به کمک معادله سرعت زمان ($v=at+v_0$) به دست بیاورید و فراموش نکنید سرعت در این لحظه، سرعت اولیه قسمت بعدی حرکت است. اما ۵ ثانیه ششم یعنی چه؟ یعنی بازه زمانی بین $t=25\text{s}$ تا $t=30\text{s}$ به کمک معادله سرعت - زمان، سرعت متحرک را در این لحظه ها حساب کنید و سپس به کمک فرمول مستقل از شتاب ($\Delta x = \frac{v+v_0}{2}t$) جابه جایی در این بازه را به دست بیاورید. اکنون به سراغ حل مسئله بروید.



ابتدا در ۵ ثانیه اول جابه جایی را حساب می کنیم. حرکت دارای شتاب ثابت 2 m/s^2 و سرعت اولیه -10 m/s است. از این رو در پنج ثانیه اول جابه جایی خواهد شد:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \Rightarrow \Delta x_1 = \frac{1}{2} \times 2 \times 25 - 10 \times 5 \Rightarrow |\Delta x_1| = 25 \text{ m}$$

برای به دست آوردن جابه جایی در پنج ثانیه ششم (یعنی بازه ۲۵s تا ۳۰s) مراحل زیر را باید طی کنیم.

۱. سرعت در لحظه $t=15\text{s}$ را حساب می کنیم.
 $v = at + v_0 \Rightarrow v = 2 \times 15 - 10 = 20 \text{ m/s}$
۲. سرعت در لحظه $t=25\text{s}$ و $t=30\text{s}$ را حساب می کنیم.
 $t=25\text{s}$, $v_1 = -3(25-15) + 20 \Rightarrow v_1 = -10 \text{ m/s}$
 $t=30\text{s}$, $v_2 = -3(30-15) + 20 \Rightarrow v_2 = -25 \text{ m/s}$
۳. اندازه جابه جایی در بازه ۵ ثانیه ششم خواهد شد:

$|\Delta x_2| = \frac{v_1 + v_2}{2} |\Delta t| \Rightarrow |\Delta x_2| = \frac{-10 + (-25)}{2} \times 5 = 87.5 \text{ m}$

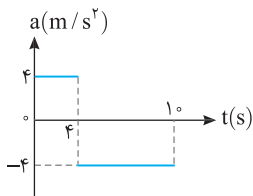
اکنون نسبت اندازه جابه جایی ها را به دست می آوریم.

$$\frac{|\Delta x_2|}{|\Delta x_1|} = \frac{87.5}{25} = 3.5$$

البته شما می توانید این مسئله را به کمک رسم نمودار سرعت زمان نیز حل کنید اما فراموش نکنید برای رسم نمودار $v-t$ نیز باید تمام محاسبات بالا را انجام دهید.

۳ ۵۵۱ B

حرکت از دو مرحله با شتاب ثابت تشکیل شده است.



$v_1 = at + v_0 \Rightarrow v_1 = 4 \times 4 + v_0 = 16 + v_0$

۱. جابه جایی متحرک در قسمت اول مسیر را بر حسب v_0 به دست می آوریم:
 $\Delta x_1 = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \Rightarrow \Delta x_1 = \frac{1}{2} \times 4 \times 16 + 4v_0 \Rightarrow \Delta x_1 = 32 + 4v_0$

۳ ۵۴۸ B

حرکت دارای شتاب ثابت است و معادله حرکت به صورت زیر است:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow x = t^2 - 4t + 3$$

معادله سرعت - زمان را می نویسیم تا مشخص کنیم در بازه صفر تا ۳s متحرک تغییر جهت می دهد یا نه:

$$v = 2t - 4 \xrightarrow{v=0} t = 2\text{s}$$

متحرک در $t=2\text{s}$ تغییر جهت می دهد. حال مکان را در لحظه $t=2\text{s}$ و $t=3\text{s}$ مشخص می کنیم.

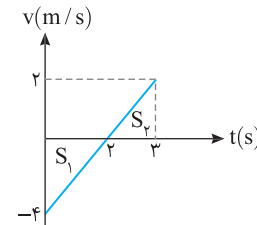
$$t=2\text{s} \Rightarrow x = 4 - 8 + 3 \Rightarrow x = -1\text{m}$$

$$t=3\text{s} \Rightarrow x = 9 - 12 + 3 \Rightarrow x = 0$$

مسافت طی شده برابر است با:

$$d = 3 + 1 + 1 = 5\text{m}$$

حل با استفاده از رسم نمودار سرعت - زمان
 متحرک از مکان اولیه $x_0 = +3\text{m}$ با سرعت اولیه $v_0 = -4\text{m/s}$ با شتاب 2 m/s^2 می گذرد. معادله سرعت - زمان آن را می نویسیم:

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 2t - 4$$


نمودار سرعت - زمان آن را رسم می کنیم.

$$v = 0 \Rightarrow 2t - 4 = 0 \Rightarrow t = 2\text{s}$$

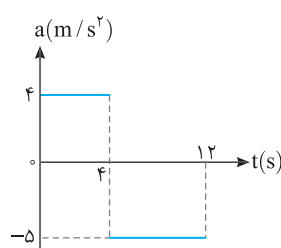
$$t = 3\text{s} \Rightarrow v = 2 \times 3 - 4 = 2\text{m/s}$$

حال به کمک مجموع مساحت های S_1 و S_2

$$S_p = |S_1| + |S_2| = \frac{4 \times 2}{2} + \frac{1 \times 2}{2} = 5\text{m}$$

۳ ۵۴۹ B

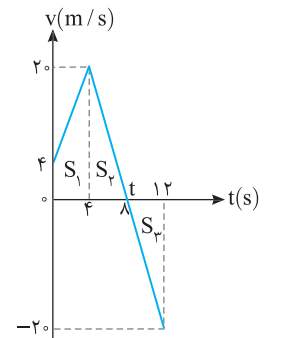
خط فکری سرعت در $t=0$ برابر $v_0 = 4 \text{ m/s}$ است. سرعت را در $t=4\text{s}$ و $t=12\text{s}$ را به دست می آوریم. نمودار سرعت - زمان را رسم کرده و به کمک سطح محصور بین نمودار سرعت - زمان و محور زمان مسافت طی شده را حساب می کنیم.



در بازه صفر تا ۴s شتاب حرکت 4 m/s^2 است و سرعت در $t=4\text{s}$ خواهد شد:

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 4 \times 4 + 4 \Rightarrow v = 20 \text{ m/s}$$

در بازه ۴s تا ۱۲s شتاب حرکت -4 m/s^2 بوده و سرعت اولیه این قسمت همان سرعت انتهای بازه قبلی یعنی 20 m/s است.

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = -4(12-4) + 20 \Rightarrow v = -8 \times 4 + 20 \Rightarrow v = -12 \text{ m/s}$$


اکنون می توانیم نمودار را رسم کنیم.

۴. با محاسبه مساحت های S_1 ، S_2 و S_3
۵. مسافت در بازه صفر تا ۱۲s را حساب می کنیم:

$$d = |S_1| + |S_2| + |S_3|$$

$$d = \frac{4+20}{2} \times 4 + \frac{20+4}{2} \times 4 + \frac{20 \times 4}{2}$$

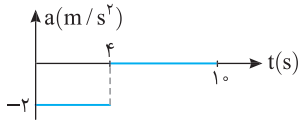
$$d = 48 + 40 + 40 = 128\text{m}$$

۳ بعد از $t=4s$ شتاب صفر و حرکت با سرعت ثابت $-4m/s$ است، جابه‌جایی در مدت $4s$ تا $10s$ را حساب می‌کنیم.

$$\Delta x_p = vt \Rightarrow \Delta x_p = -4 \times 6 \Rightarrow \Delta x_p = -24m$$

۴ سرعت متوسط خواهد شد:

$$v_{av} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_p}{\Delta t} \Rightarrow v_{av} = \frac{0 + (-24)}{10} \Rightarrow v_{av} = -2.4m/s$$



حل مسئله به کمک رسم نمودار سرعت - زمان سرعت در لحظه $t=4s$ برابر است با:

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = -2 \times 4 + 4 = -4m/s$$

لحظه صفر شدن سرعت را حساب می‌کنیم:

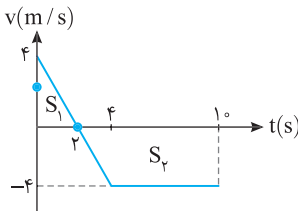
$$0 = -2t + 4 \Rightarrow t = 2s$$

از لحظه $t=4s$ به بعد حرکت با سرعت ثابت $-4m/s$ است. نمودار را رسم کرده، سطح زیر نمودار را حساب می‌کنیم.

$$\Delta x = S = S_1 + S_p \Rightarrow \Delta x = \frac{4 \times 2}{2} + (4 + (-4)) \times (4 - 2) = 4 + (-2 \times 2) = 0 \Rightarrow \Delta x = -24m$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-24}{10} \Rightarrow v_{av} = -2.4m/s$$

سرعت متوسط خواهد شد:



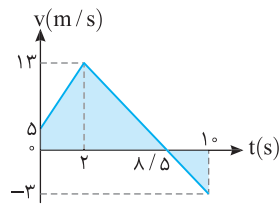
گزینۀ ۲

۱ برای رسم نمودار سرعت - زمان، سرعت را در لحظه‌های نشان داده شده روی نمودار شتاب - زمان و لحظه‌ای که سرعت صفر می‌شود به دست می‌آوریم.

$$v = at + v_0 \xrightarrow{t=2s} v_1 = 4 \times 2 + 5 = 13m/s$$

$$v = a(t-2) + v_1 \xrightarrow{v=0} 0 = -2(t-2) + 13 \Rightarrow t-2 = 6/2 \Rightarrow t = 8/2 = 4s$$

$$v = at + v_0 \xrightarrow{t=8s} v_p = -2 \times 8 + 13 \Rightarrow v_p = -3m/s$$



۲ در بازه صفر تا ۲s نمودار سرعت

زمان خط راست مایل با شیب مثبت

و در بازه ۲s تا ۴s نمودار سرعت -

زمان خط راست مایل با شیب منفی

است. نمودار را رسم می‌کنیم.

۳ اکنون با استفاده از سطح زیر

نمودار $v-t$ مسافت طی شده را به

دست می‌آوریم.

$$\ell = \left| \frac{5+13}{2} \times 2 \right| + \left| \frac{13+0}{2} \times 2 \right| + \left| \frac{0+(-3)}{2} \times 4 \right| = 18 + \frac{26}{2} + \frac{6}{2} = 18 + 13 + 3 = 34m$$

$$\ell = 18 + 13 + 3 = 34m$$

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{34}{10} = 3.4m/s$$

۴ تندی متوسط خواهد شد.

۳ ۵۵۴ B

خط فکری نمودار شتاب - زمان اطلاعات زیادی در مورد حرکت به ما نمی‌دهد اما می‌توانیم از روی آن، سرعت در هر لحظه را البته با داشتن سرعت اولیه به دست بیاوریم. برای به دست آوردن سرعت متوسط در بازه ۱۰s تا ۳۰s باید جابه‌جایی متحرک را حساب کنید. برای این کار می‌توانید نمودار سرعت زمان را رسم کرده و سطح زیر نمودار را حساب کنید و یا از معادلات حرکت با شتاب ثابت و حرکت با سرعت ثابت استفاده کنید. هر دو روش را برای شما به کار می‌بریم.

۲ سرعت انتهایی مرحله اول برابر سرعت اولیه مرحله دوم حرکت است و جابه‌جایی متحرک در این قسمت را حساب می‌کنیم و به جای سرعت اولیه از روی شکل مقدار $16+v_0$ را قرار می‌دهیم.

$$\Delta x_p = \frac{1}{2}at^2 + v_1t \Rightarrow \Delta x_p = \frac{1}{2}(-4) \times 36 + 6v_1 \Rightarrow \Delta x_p = -72 + 6(16+v_0) \Rightarrow \Delta x_p = 24 + 6v_0$$

۳ بنا به فرض مسئله باید جمع Δx_1 و Δx_p را برابر $156m$ قرار داده و v_0 را حساب کنیم:

جابه‌جایی کل برابر 156 متر است از این رو:

$$\Delta x_t = \Delta x_1 + \Delta x_p \Rightarrow 156 = 32 + 4v_0 + 24 + 6v_0 \Rightarrow v_0 = 10m/s$$

۴ ۵۵۲ B

۱ جابه‌جایی را در بازه‌ها زمانی صفر تا 10 ثانیه برابر است با:

$$0 \rightarrow 10s: \Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t$$

$$\Rightarrow \Delta x_1 = \frac{1}{2} \times 4 \times 10^2 + 5 \times 10 = 250m$$

۲ سرعت در لحظه $t=10s$ را حساب می‌کنیم:

$$v_1 = at + v_0 \Rightarrow v_1 = 4 \times 10 + 5 = 45m/s$$

این سرعت، سرعت اولیه قسمت بعدی است، از این رو جابه‌جایی در بازه $t=10s$ تا $t=12s$ برابر است با:

$$10s \rightarrow 12s: \Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_1t \Rightarrow \Delta x_p = \frac{1}{2} \times (-2) \times 4 + 45 \times 2 = 86m$$

۳ سرعت متوسط برابر خواهد شد با:

$$v_{av} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_p}{\Delta t_1 + \Delta t_p} = \frac{250 + 86}{12 + 12} = \frac{336}{24} = 14m/s$$

حل به کمک رسم نمودار سرعت - زمان:

۱ سرعت در لحظه $t=10s$ را به دست می‌آوریم.

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 4 \times 10 + 5 = 45m/s$$

۲ سرعت در لحظه $t=12s$ را حساب می‌کنیم.

$$v = -2(12-10) + 45 \Rightarrow v = 41m/s$$

۳ نمودار سرعت - زمان را رسم می‌کنیم و

سطح زیر نمودار را به دست می‌آوریم.

$$\Delta x = S_1 + S_p$$

$$\Rightarrow \Delta x = (45+5) \times \frac{10}{2} + (45+41) \times \frac{2}{2}$$

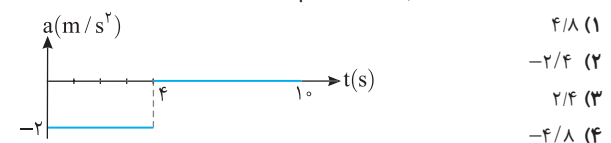
$$\Rightarrow \Delta x = 250 + 86 \Rightarrow \Delta x = 336m$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{336}{24} = 14m/s$$

۴ سرعت متوسط خواهد شد:

پاسخ به سوال ۱ نمودار شتاب - زمان ذره‌ای که با سرعت اولیه $4m/s$

در جهت مثبت محور x شروع به حرکت می‌کند، مطابق شکل روبه‌رو است. سرعت متوسط متحرک تا پایان ثانیه دهم چند متر بر ثانیه است؟



۱ پاسخ جابه‌جایی متحرک در بازه صفر تا $4s$ برابر است با:

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \Rightarrow \Delta x_1 = \frac{1}{2} \times (-2) \times (4)^2 + 4 \times 4 \Rightarrow \Delta x_1 = 0$$

۲ در انتهای این بازه سرعت متحرک را به دست می‌آوریم:

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = -2 \times 4 + 4 \Rightarrow v = -4m/s$$

۲ حرکت این متحرک از دو قسمت با دو شتاب مختلف تشکیل شده است و جابه‌جایی متحرک در مدت ۵ ثانیه برابر مجموع جابه‌جایی در بازه صفر تا ۲s با شتاب 2m/s^2 و جابه‌جایی در بازه ۲s تا ۵s با شتاب -2m/s^2 است. جابه‌جایی در بازه صفر تا ۲s را برحسب v_0 می‌نویسیم.

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2} a_1 t^2 + v_0 t \Rightarrow \Delta x_1 = \frac{1}{2} (2) (2)^2 + 2v_0 \Rightarrow \Delta x_1 = 4 + 2v_0$$

۳ سرعت در لحظه $t=2\text{s}$ را برحسب v_0 به دست می‌آوریم:

$$v_1 = a_1 t_1 + v_0 \Rightarrow v_1 = 4 + v_0$$

۴ جابه‌جایی در بازه ۲s تا ۵s را حساب می‌کنیم.

$$\Delta x_2 = \frac{1}{2} a_2 t^2 + v_1 t_2 \Rightarrow \Delta x_2 = \frac{1}{2} (-2) (3)^2 + (4 + v_0) \times 3$$

$$\Rightarrow \Delta x_2 = -9 + 12 + 3v_0 \Rightarrow \Delta x_2 = 3 + 3v_0$$

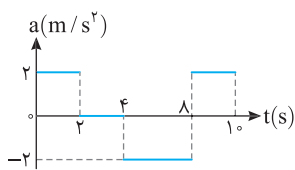
۵ جابه‌جایی متحرک در مدت ۵s برابر ۳۲m است. بنابراین مجموع Δx_1 و Δx_2 را برابر ۳۲ قرار داده مسئله را حل می‌کنیم:

$$\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2 \Rightarrow 32 = 4 + 2v_0 + 3 + 3v_0 \Rightarrow 25 = 5v_0 \Rightarrow v_0 = 5\text{m/s}$$

دنبال راه‌حل ساده‌تری نگردید، وجود ندارد!

۴ ۵۵۷ B

خط‌فکری متحرک از حال سکون با شتاب 2m/s^2 در جهت مثبت محور Xها از مبدأ ($x_0=0$) شروع به حرکت کرده به کمک نمودار شتاب - زمان، نمودار سرعت - زمان را رسم کنید. تا لحظه‌ای که مجموع سطح‌های زیر نمودار $v-t$ مثبت است، مکان متحرک مثبت بوده یعنی جهت بردار مکان در جهت مثبت محور Xها است.



سرعت را در لحظه‌های روی نمودار به دست آورده سپس به کمک آنها نمودار سرعت زمان را رسم می‌کنیم:

$$v = at + v_0$$

$$t = 2\text{s} \Rightarrow v_1 = 2 \times 2 = 4\text{m/s}$$

$$t = 4\text{s} \Rightarrow v_1 = 4\text{m/s}$$

$$t = 6\text{s} \Rightarrow v_2 = -2 \times 4 + 4 = -4\text{m/s} \text{ و } t = 1\text{s} \Rightarrow v_2 = 2 \times 1 + (-4) = -2\text{m/s}$$

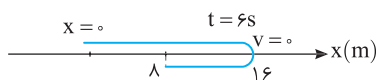
در بازه صفر تا ۶s سطح زیر نمودار مثبت و برابر است با:

$$\Delta x_1 = S_1 = (4+2) \times \left(\frac{4}{2}\right) = 16\text{m}$$

در بازه ۶s تا ۱۰s سطح زیر نمودار منفی و برابر است با:

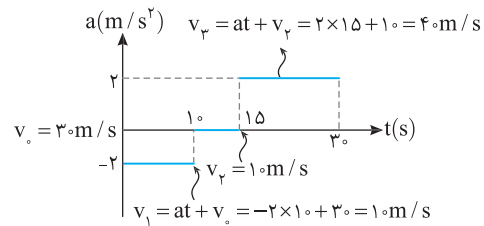
$$\Delta x_2 = S_2 = \frac{-4 \times (10-6)}{2} = -8\text{m}$$

بنابراین در مدت ۰ تا ۶s متحرک از مبدأ به مکان 16m رفته و در بازه ۶s تا ۱۰s به اندازه 8m برگشته و به مکان 8m رسیده یعنی در تمام مدت ۱۰s بردار مکان متحرک مثبت ($x > 0$) بوده است.



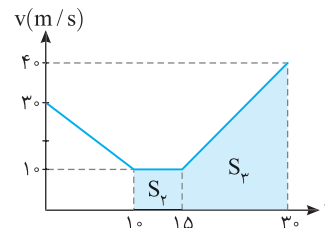
البته با نگاه کردن به نمودار سرعت - زمان می‌توان بدون محاسبه این‌گونه استدلال کرد که در بازه صفر تا ۶s سطح زیر نمودار مثبت بوده و مکان متحرک که از مبدأ شروع به حرکت کرده مثبت است. با مقایسه سطح زیر نمودار از صفر تا ۶s تا ۶s تا ۱۰s کاملاً مشخص است که متحرک در بازه ۶s تا ۱۰s در خلاف جهت محور جابه‌جا شده است اما هم‌چنان مکان مثبت است و متحرک به مبدأ برنمی‌گردد پس در مدت ۱۰s مکان متحرک مثبت است.

روش اول: سرعت در هر لحظه را روی نمودار شتاب زمان به کمک رابطه $v = at + v_0$ نوشته، سپس نمودار $v-t$ را رسم می‌کنیم.



۲ جابه‌جایی متحرک در بازه ۱۰s تا ۳۰s برابر مجموع S_p و S_q است.

$$\Delta x = S_p + S_q = 10 \times 5 + \frac{4+10}{2} \times 15 \Rightarrow \Delta x = 425\text{m}$$



۳ سرعت متوسط خواهد شد: $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v_{av} = \frac{425}{30-10} = 21.25\text{m/s}$

روش دوم: نیازی به رسم شکل $v-t$ نیست.

۱ در بازه ۰s تا ۱۵s حرکت با سرعت ثابت 10m/s بوده و جابه‌جایی برابر است با: $\Delta x_1 = vt = 10 \times 5 = 50\text{m}$

۲ در بازه ۱۵s تا ۳۰s حرکت با شتاب ثابت، 2m/s^2 و سرعت اولیه 10m/s است بنابراین جابه‌جایی خواهد شد:

$$\Delta x_2 = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t \Rightarrow \Delta x_2 = \frac{1}{2} \times 2 \times (15)^2 + 10 \times 15 = 225 + 150 \Rightarrow \Delta x_2 = 375\text{m}$$

۳ جابه‌جایی کل و سرعت متوسط خواهد شد: $v_{av} = \frac{375 + 50}{30-10} = 21.25\text{m/s}$

۳ ۵۵۵ B

در بازه $t > 6\text{s}$ حرکت یکنواخت است ($a=0$) پس سرعت در لحظه $t=6\text{s}$ برابر سرعت در لحظه $t=8\text{s}$ یعنی برابر 12m/s است. به کمک معادله سرعت - زمان، سرعت در لحظه $t=4\text{s}$ را به دست می‌آوریم: $v = at + v_1 \Rightarrow 12 = -2 \times 2 + v_1 \Rightarrow v_1 = 16\text{m/s}$

در بازه ۰ تا ۴s حرکت دارای شتاب ثابت a_1 بوده و سرعت متوسط در ۴s نخست برابر 8m/s است برای سرعت متوسط در حرکت با شتاب ثابت می‌توان نوشت:

$$v_{av} = \frac{v_1 + v_0}{2} \Rightarrow 8 = \frac{16 + v_0}{2} \Rightarrow v_0 = 0$$

و شتاب a_1 برابر خواهد شد با: $a_1 = \frac{v_1 - v_0}{t} = \frac{16 - 0}{4} = 4\text{m/s}^2$

۲ ۵۵۶ B

یادآوری سرعت متوسط برابر جابه‌جایی در یکای زمان است ($v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$)

۱ جابه‌جایی در مدت ۵s را حساب می‌کنیم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \frac{v_{av} = 6\text{m/s}}{\Delta t = 5} \Rightarrow \frac{6}{5} = \frac{\Delta x}{5} \Rightarrow \Delta x = 32\text{m}$$

B ۵۵۸ ۲

خط فکری

لحظه تغییر جهت بردار مکان یعنی لحظه‌ای که متحرک از مبدأ مکان ($x=0$) می‌گذرد. متحرک در مبدأ زمان از مکان $+2m$ شروع به حرکت کرده باید در مرحله اول مشخص کنید مکان متحرک کجاست. سپس در بازه‌ای که شتاب منفی شده است تعیین کنید در چه لحظه‌ای مکان متحرک صفر می‌شود.

۱ مکان متحرک در لحظه $t=2s$ را به دست می‌آوریم.

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$$

$$\Rightarrow x_1 = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 + 0 + 2 \Rightarrow x = 10m$$

۲ سرعت در لحظه $t=2s$ برابر است با: $v = at + v_0 \Rightarrow v = 4 \times 2 = 8m/s$ در قسمت دوم سرعت اولیه $8m/s$ است و لحظه تغییر بردار مکان هنگامی است که $x=0$ می‌شود.

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow 0 = \frac{1}{2}(-2)t^2 + 8t + 10 \Rightarrow t^2 - 8t - 10 = 0$$

$$\Rightarrow t = 4 \pm \sqrt{16+10} \Rightarrow t = 4 \pm \sqrt{26} \Rightarrow t \approx 4 + 5 \approx 9s$$

B ۵۵۹ ۴

خط فکری

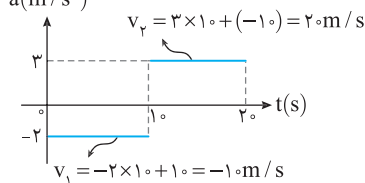
روش اول: در لحظه $t=0$ متحرک برای اولین بار در جهت مثبت محور با سرعت $10m/s$ از مبدأ می‌گذرد.

شما باید در لحظه $t=10s$ و $t=20s$ سرعت جسم را به کمک رابطه سرعت - زمان حرکت با شتاب ثابت ($v = at + v_0$) به دست بیاورید. سرعت در لحظه $t=10s$ که جهت شتاب عوض می‌شود برابر سرعت اولیه قسمت دوم است. لحظه‌هایی که سرعت متحرک صفر می‌شود و تغییر جهت می‌دهد را نیز باید حساب کنید.

۱ سرعت در لحظه $t=10s$ و $t=20s$ خواهد شد:

$$v = at + v_0 \Rightarrow v_1 = -2 \times 10 + 10 \Rightarrow v_1 = -10m/s$$

$$\Rightarrow v_2 = 3 \times 10 + (-10) \Rightarrow v_2 = 20m/s$$

a(m/s²)

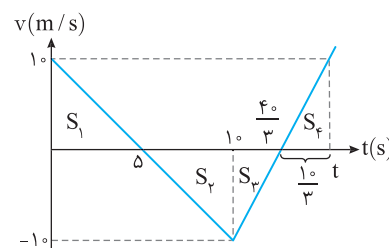
۲ لحظه‌هایی که سرعت صفر می‌شود و متحرک تغییر جهت می‌دهد یک بار در بازه صفر تا $10s$ و بار دیگر در بازه $10s$ تا $20s$ رخ می‌دهد از این رو:

$$v = at + v_0 \xrightarrow{v=0, v_0=10m/s} 0 = -2t + 10 \Rightarrow t_1 = 5s$$

$$v = at + v_1 \xrightarrow{v=0, v_1=-10m/s} 0 = 3t + (-10) \Rightarrow t = \frac{10}{3}s$$

دقت کنید این $\frac{10}{3}s$ بعد از $10s$ رخ داده یعنی لحظه‌ای که سرعت برای بار دوم صفر می‌شود $10 + \frac{10}{3} = \frac{40}{3}s$ است.

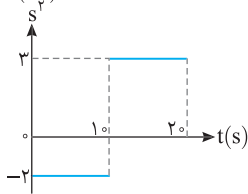
۳ نمودار سرعت - زمان را رسم می‌کنیم.



نکته: هرگاه متحرک به جای اولیه‌اش باز گردد یعنی جابه‌جایی آن صفر باشد، باید سطح زیر نمودار سرعت زمان صفر شود.

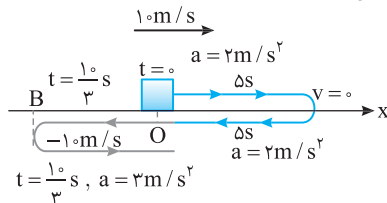
۴ در بازه 0 تا $10s$ سطح S_1 و S_2 هم‌اندازه و قرینه هستند و جابه‌جایی صفر است یعنی در لحظه $t=10s$ برای بار دوم متحرک از مبدأ مکان می‌گذرد. (بار اول در $t=0$ از مبدأ مکان گذشته است.)

۵ برای آنکه برای بار سوم از مبدأ بگذرد باید سطح S_3 و S_4 هم‌اندازه و قرینه هم باشند. برای همنهشتی این دو مثلث که شیب وتر آن‌ها یکی است باید ارتفاع هر دو $10m/s$ و قاعده هر دو $\frac{10}{3}s$ باشد. در این صورت t خواهد شد: $t = \frac{40}{3} + \frac{10}{3} = \frac{50}{3}s$

a(m/s²)

روش دوم: سؤال سختی برای جلسه کنکور است. اما با توجه به رفتار متحرک در حرکت با شتاب ثابت می‌توان آن را حل کرد. متحرک در لحظه $t=0$ برای اولین بار با سرعت $10m/s$ از مبدأ می‌گذرد سپس با شتاب $-2m/s^2$ بعد از $5s$ متوقف

می‌شود و در لحظه $t=10s$ یعنی $5s$ بعد از توقف در نقطه A از نقطه O مبدأ می‌گذرد و در این لحظه سرعتش $-10m/s$ است و با شتاب $3m/s^2$ بعد از مدت $t = \frac{v}{a} = \frac{10}{3}s$ در نقطه B متوقف می‌شود و پس از $\frac{10}{3}s$ برای بار سوم به مبدأ می‌رسد و برای همیشه از آن دور می‌شود. بنابراین در لحظه $t = 5 + 5 + \frac{10}{3} = \frac{50}{3}s$ برای سومین بار از مبدأ می‌گذرد.



B ۵۶۰ ۴

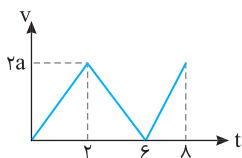
خط فکری

متحرک از حال سکون در جهت مثبت محور شروع به حرکت کرده و تا لحظه‌ای که سرعت آن مثبت است متحرک در حال دور شدن از مبدأ بوده و بیشترین فاصله از مبدأ لحظه‌ای که سرعت متحرک صفر شده و علامت سرعت منفی شده و متحرک به سوی مبدأ بازمی‌گردد، بنابراین تکلیف شتاب مشخص است. شما باید لحظه‌ای را بیابید که متحرک بازمی‌گردد.

در لحظه $t=2s$ سرعت خواهد شد: $v = at + v_0 \xrightarrow{t=2s} v_1 = 2a$

در لحظه $t=6s$ سرعت را حساب می‌کنیم. $v_2 = -\frac{a}{2}(4) + 2a = 0$

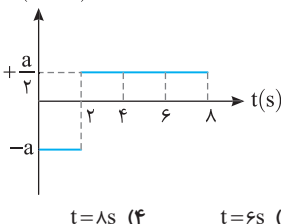
در لحظه $t=8s$ سرعت برابر است با: $v_3 = a(2) + 0 = 2a$



بنابراین در تمام لحظات سرعت مثبت است و متحرک هرگز بازمی‌گردد. در نتیجه بیشترین فاصله از مبدأ در لحظه $t=8s$ اتفاق می‌افتد.

بازی با سؤال

مبدأ زمان از مبدأ مکان روی محور xها از حال سکون شروع به حرکت می‌کند. نمودار شتاب - زمان این متحرک مطابق شکل روبه‌رو است. در کدام لحظه فاصله متحرک از مبدأ از بقیه لحظه‌ها بیشتر است؟

a(m/s²)

B ۵۶۳

خط فکری نمودار شتاب - مکان بوده بنابراین باید به سراغ معادله مستقل از زمان برویم. در صورت مسئله بیان شده که متحرک تا چند متری مبدأ در جهت مثبت محور x ها می‌رود، بنابراین مکانی را باید به دست بیاورید که متحرک متوقف شده و برمی‌گردد. **۱** سرعت در مکان $x = +4m$ را به کمک رابطه مستقل از زمان به دست می‌آوریم.

$a(m/s^2)$

$v_1^2 - v_0^2 = 2a(x_1 - x_0)$
 $\Rightarrow v_1^2 - 0 = 2 \times 2 \times 4$
 $\Rightarrow v_1 = 2\sqrt{2}m/s$

۲ سرعت در مکان $+8m$ را حساب می‌کنیم البته سرعت انتهایی هر مرحله سرعت اولیه مرحله بعدی است.

$v_2^2 - v_1^2 = 2a \Delta x_2 \Rightarrow v_2^2 - (2\sqrt{2})^2 = 2 \times 2 \times (8 - 4) \Rightarrow v_2^2 = 24$
 $\Rightarrow v_2 = 2\sqrt{6}m/s$

۳ اکنون متحرک در مکان $x = +8m$ دارای سرعت $2\sqrt{6}m/s$ است و باید بررسی کنیم در چه مکانی با شتاب $-2m/s^2$ ، سرعت صفر می‌شود.

$v_3^2 - v_2^2 = 2a(x_3 - x_2) \Rightarrow 0 - 24 = 2(-2)(x_3 - 8) \Rightarrow x_3 = 14m$

در مکان $x = 14m$ متحرک تغییر جهت می‌دهد و در خلاف جهت شروع به حرکت می‌کند.

B ۵۶۴

$a(m/s^2)$

۱ با استفاده از معادله مستقل از زمان سرعت در مکان $x = 20m$ را به دست می‌آوریم:

$v_1^2 - v_0^2 = 2a_1(x_1 - x_0)$
 $\xrightarrow{v_0 = 3m/s} v_1^2 - 9 = 40$
 $\Rightarrow v_1^2 = 49 \Rightarrow v_1 = 7m/s$

۲ سرعت در مکان $+28m$ را حساب می‌کنیم. سرعت اولیه این قسمت همان سرعت انتهایی در مکان $+20m$ یعنی $v_1 = 7m/s$ است. بنابراین:

$v_2^2 - 49 = 2a_2 \Delta x_2 \xrightarrow{\Delta x = (x_2 - x_1)} v_2^2 - 49 = 2 \times 2 \times (28 - 20)$
 $\Rightarrow v_2^2 = 81 \Rightarrow v_2 = 9m/s$

۳ در قسمت آخر حرکت شتاب $-5m/s^2$ و سرعت ابتدایی آن همان سرعت نهایی قسمت قبل است. در این بازه متحرک تا زمان تغییر جهت $v = 0$ به حرکت خود ادامه می‌دهد.

$0 - 81 = 2 \times (-5)(x - 28) \Rightarrow 81/10 = x - 28 \Rightarrow x = 36/10m$

B ۵۶۵

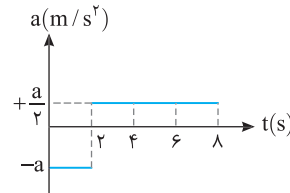
v

۱ شیب نمودار سرعت - زمان برابر شتاب متحرک است شیب این نمودار مثبت است. بنابراین شتاب حرکت مثبت است. اگر جهت تقعر (دهانه) نمودار مکان - زمان رو به بالا باشد، شتاب مثبت است. بنابراین دهانه (تقعر) نمودار مکان - زمان این متحرک باید رو به بالا باشد. در نتیجه گزینه (۱) درست است.

B ۵۶۶

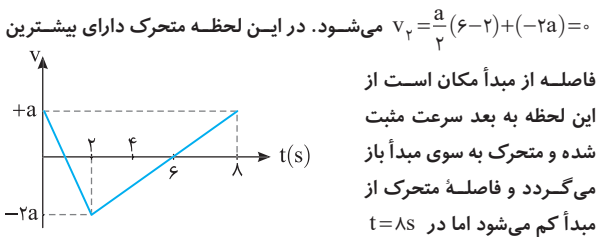
$x(m)$

اتوبوس از ایستگاهی شروع به حرکت کرده و در ایستگاه بعد متوقف می‌شود پس در $t = 0$ و $t = t_1$ سرعت صفر است. هم‌چنین شیب خط مماس بر نمودار $x-t$ در بازه t_A تا t_B مثبت و در حال افزایش و در بازه t_B تا t_1 نیز مثبت اما در حال کاهش است. یعنی در این دو بازه سرعت مثبت است و نمودار باید بالای محور زمان باشد. بنابراین گزینه (۳) درست است.



پایسج متحرک از حال سکون ($v_0 = 0$) از مبدأ مکان ($x = 0$) در مبدأ زمان ($t = 0$) شروع به حرکت کرده و شتاب ابتدایی حرکت منفی است، بنابراین متحرک در جهت منفی محور حرکت می‌کند تا سرعتش به $v_1 = -2a$ می‌رسد. در $t = 2s$ شتاب مثبت می‌شود اما سرعت همچنان منفی بوده و متحرک در حال دور شدن از مبدأ است در لحظه $t = 6s$ سرعت متحرک $v_2 = \frac{a}{2}(6-2) + (-2a) = 0$ می‌شود. در این لحظه متحرک دارای بیشترین فاصله از مبدأ مکان است از این لحظه به بعد سرعت مثبت شده و متحرک به سوی مبدأ باز می‌گردد و فاصله متحرک از مبدأ کم می‌شود اما در $t = 8s$ به مبدأ نمی‌رسد. بنابراین گزینه (۳) درست است.

سرعت اولیه متحرک $v_0 = -10m/s$ و در ابتدا شتاب مثبت و متحرک در حال حرکت در جهت منفی محور است. تا لحظه‌ای که سرعت آن صفر می‌شود و تغییر جهت می‌دهد. نمودار سرعت - زمان را رسم می‌کنیم برای این منظور سرعت در لحظه‌های $t = 10s$ و $t = 15s$ و $t = 35s$ را به دست می‌آوریم:



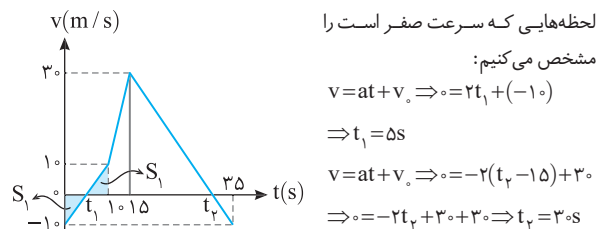
سرعت اولیه متحرک $v_0 = -10m/s$ ، $v_1 = at + v_0 = 2 \times 10 + (-10) = 10m/s$
 $v_2 = a_p \Delta t_p + v_1 = 4 \times 5 + 10 = 30m/s$
 $v_3 = a_p \Delta t_p + v_2 = -2 \times 20 + 30 = -10m/s$

C ۵۶۱

لحظه‌هایی که سرعت صفر است را مشخص می‌کنیم:

$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = 2t_1 + (-10) \Rightarrow t_1 = 5s$
 $v = at + v_0 \Rightarrow 0 = -2(t_2 - 15) + 30 \Rightarrow 0 = -2t_2 + 30 + 30 \Rightarrow t_2 = 30s$

با توجه به نمودار سرعت - زمان، در لحظه $t = 10s$ متحرک به مکان اولیه باز می‌گردد یعنی در مبدأ است و از این لحظه ($t = 10s$) تا لحظه $t_2 = 30s$ متحرک در حال دور شدن از مبدأ است و باید این جابه‌جایی را حساب کرد:



A ۵۶۲

خط فکری نمودار داده شده نمودار شتاب - مکان است و از زمان خبری نیست، بنابراین استفاده از معادله مستقل از زمان در حل مسئله اولین راهی است که باید به ذهن شما برسد.

سرعت متحرک را به کمک معادله مستقل از زمان در مکان $x = 25m$ به دست می‌آوریم:

$a(m/s^2)$

$x = 25m: v_1^2 - v_0^2 = 2a(x_1 - x_0) \xrightarrow{x_0 = 0} v_1^2 - 0 = 2(-2)(25)$
 $\Rightarrow v_1^2 = 0 \Rightarrow v_1 = 0$

اکنون سرعت را در مکان $x = 61m$ را به دست می‌آوریم:

$x = 61m: v_2^2 - v_1^2 = 2a(x_2 - x_1) \Rightarrow v_2^2 - 0 = 2(2)(61 - 25)$
 $\Rightarrow v_2^2 = 4 \times 36 \Rightarrow v_2 = 2 \times 6 = 12m/s$

B ۱ ۵۶۷

خط فکری

باید این نکات را یادآوری کنید.

- شیب خط مماس بر نمودار سرعت - زمان برابر شتاب است و جهت تقعر نمودار مکان - زمان علامت شتاب را مشخص می‌کند.
- هرگاه سرعت متحرک منفی باشد شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان باید منفی باشد.
- لحظه‌ای که سرعت صفر می‌شود یعنی در نمودار مکان - زمان، در نقاط بیشینه و کمینه نمودار هستیم.

ابتدا سرعت منفی است، بنابراین شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان باید منفی باشد در نتیجه گزینه (۴) نادرست است.

- از لحظه صفر تا t_p شیب خط مماس بر نمودار سرعت - زمان داده شده مثبت و پس از آن منفی است، بنابراین دهانه (تقعر) نمودار مکان - زمان باید ابتدا رو به بالا و سپس رو به پایین باشد. گزینه‌های (۲) و (۴) نادرست هستند.

در دو لحظه t_1 و t_p سرعت صفر شده یعنی نمودار مکان - زمان باید دارای دو نقطه بیشینه و کمینه باشد. گزینه (۱) دارای تمام شرایط بیان شده بوده و درست است.

B ۳ ۵۶۸

۱

در بازه صفر تا t_1 دهانه (تقعر)

نمودار مکان - زمان رو به پایین است، بنابراین شتاب منفی و در بازه t_1 تا t_p که جهت تقعر رو به بالاست شتاب مثبت است.

- شیب نمودار سرعت - زمان برابر شتاب است. در نمودار گزینه‌های (۱) و (۲) شیب ثابت بوده یعنی این نمودارها مربوط به حرکت با شتاب ثابت است اما در نمودار داده شده شتاب تغییر می‌کند و گزینه‌های (۱) و (۲) نادرست هستند.

- شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان برابر سرعت متحرک است. در تمام بازه صفر تا t_p شیب خط مماس مثبت است، بنابراین در تمام بازه صفر تا t_p سرعت مثبت است. از این رو گزینه (۳) درست و گزینه (۴) نادرست است.

A ۲ ۵۶۹

خط فکری

نمودار ارائه شده نمودار

سرعت - زمان است و هر گاه نمودار سرعت - زمان خط راست مایل باشد حرکت دارای

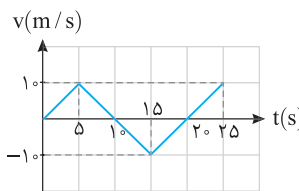
شتاب ثابت است و نمودار آن قسمتی از یک سهمی است. از طرفی هر گاه شتاب مثبت باشد جهت تقعر (دهانه) نمودار مکان زمان رو به بالا و هر گاه شتاب منفی باشد تقعر (دهانه) نمودار مکان - زمان رو به پایین است. اکنون شما گزینه‌ها را بررسی کنید تا مشخص شود کدام گزینه دارای شرایط بیان شده است.

در بازه صفر تا $2t$ نمودار سرعت زمان خط راست بوده و شیب آن یعنی شتاب حرکت منفی است بنابراین نمودار مکان زمان سهمی است که دهانه آن باید رو به پایین باشد در بازه $2t$ تا $4t$ شیب نمودار سرعت - زمان مثبت است بنابراین دهانه (تقعر) نمودار مکان زمان نیز باید رو به بالا باشد. در نتیجه گزینه (۲) جواب مسئله است.

A ۲ ۵۷۰

در بازه ۰ تا $5s$ شتاب حرکت

خواهد شد:



$$a = \frac{v - v_0}{t}$$

$$\Rightarrow a_1 = \frac{10 - 0}{5} = 2 \text{ m/s}^2$$

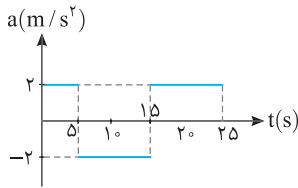
شتاب در بازه ۰ تا $5s$ تا $15s$ ثابت و برابر است با:

$$a_p = \frac{-10 - 10}{15 - 5} = -2 \text{ m/s}^2$$

شتاب در بازه ۰ تا $15s$ تا $25s$ ثابت را به دست می‌آوریم:

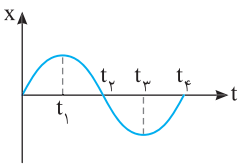
$$a_p = \frac{10 - (-10)}{25 - 15} = 2 \text{ m/s}^2$$

اکنون می‌توان نمودار شتاب - زمان را رسم کرد.



B ۲ ۵۷۱

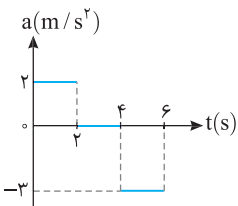
لحظه‌های t_1 و t_p نقاط بیشینه و کمینه نمودار است و در نقاط بیشینه و کمینه نمودار مکان - زمان، سرعت لحظه‌ای صفر است. در حالی که در گزینه‌های (۳) و (۴) در این لحظات سرعت صفر نیست و این دو نمودار



نادرست هستند. شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان در بازه صفر تا t_1 مثبت است یعنی در این بازه سرعت مثبت است، بنابراین گزینه (۱) نادرست و گزینه (۲) درست است.

A ۳ ۵۷۲

در بازه صفر تا $2s$ متحرک با شتاب ثابت از حال سکون شروع به حرکت کرده و سرعتش به $v = 2 \times 2 + 0 = 4 \text{ m/s}$ می‌رسد در بازه $2s$ تا $4s$ شتاب صفر و حرکت یکنواخت با سرعت ثابت 4 m/s است. پس از آن شتاب -3 m/s^2 است و سرعت متحرک در $t = 6s$ خواهد شد:

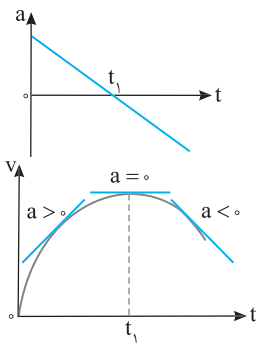


$$v = at + v_0 \Rightarrow -3 \times (6 - 4) + 4 = -2 \text{ m/s}$$

بنابراین نمودار گزینه (۳) درست است.

A ۲ ۵۷۳

ابتدا شتاب مثبت بوده و شیب خط مماس بر نمودار سرعت - زمان باید مثبت باشد، سپس شتاب صفر می‌شود و سرانجام شتاب منفی بوده و شیب خط مماس بر نمودار سرعت - زمان باید منفی شود، بنابراین نمودار سرعت - زمان مطابق شکل روبه‌رو یعنی گزینه (۲) است.



A ۲ ۵۷۴

متحرک از حال سکون شروع به حرکت کرده است، بنابراین نمودار مکان - زمان در مبدأ زمان باید به محور زمان مماس شود، بنابراین گزینه‌های (۱) و (۳) نادرست هستند. باید بین گزینه‌های (۲) و (۴) یکی را انتخاب کنیم. سرعت در لحظه‌های $t = 10s$ ، $t = 20s$ و $t = 30s$ را به دست می‌آوریم.

$$v = at + v_0 \begin{cases} t = 10s \rightarrow v_1 = -1 \times 10 + 0 = -10 \text{ m/s} \\ t = 20s \rightarrow v_2 = 1 \times (20 - 10) + (-10) = 0 \\ t = 30s \rightarrow v_3 = 1 \times (30 - 20) + 0 = 10 \text{ m/s} \end{cases}$$

بنابراین ابتدا سرعت به -10 m/s می‌رسد سپس در $t = 20s$ سرعت صفر شده و تغییر علامت می‌دهد در نتیجه گزینه (۲) پاسخ درست است.

در گزینه (۴) نمودار پس از $v = 0$ ادامه پیدا نکرده و این گزینه نادرست است.

با توجه به نمودار در بازه صفر تا ۳s سرعت از ۱۵m/s تا صفر در حال کاهش و حرکت کندشونده است. همچنین در بازه ۴s تا ۵s به مدت ۱s تندی متحرک از ۱m/s به صفر کاهش می‌یابد و حرکت کندشونده است، بنابراین جمعاً ۴s حرکت کندشونده است.

۲ ۵۷۸ B

یادآوری شتاب متوسط برابر $a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ و سطح زیر نمودار شتاب - زمان برابر تغییر سرعت متحرک است.

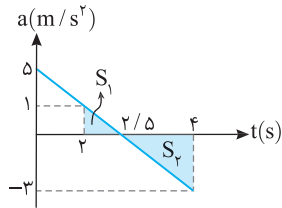
خط فکری باید نمودار شتاب - زمان معادله $a = -2t + 5$ را رسم کنید و در بازه $t = 2s$ تا $t = 4s$ سطح زیر نمودار را به دست بیاورید سپس شتاب متوسط را حساب کنید.

۱ شتاب را در لحظه $t = 2s$ و $t = 4s$ حساب می‌کنیم.

$$a = -2t + 5 \Rightarrow \begin{cases} t = 2s \rightarrow a = -2 \times 2 + 5 = 1 \text{ m/s}^2 \\ t = 4s \rightarrow a = -2 \times 4 + 5 = -3 \text{ m/s}^2 \end{cases}$$

۲ لحظه صفر شدن شتاب را به دست می‌آوریم. $a = 0 \Rightarrow -2t + 5 = 0 \Rightarrow t = 2.5s$

۳ نمودار را رسم می‌کنیم.



۴ تغییرات سرعت برابر مجموع مساحت‌های S_1 و S_2 است بنابراین:

$$\Delta v = S_1 + S_2 \Rightarrow \Delta v = \frac{5 \times 2.5}{2} + \frac{-3 \times 1.5}{2} = 6.25 - 2.25 = 4 \text{ m/s}$$

۵ شتاب متوسط برابر است با:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{4}{2} = 2 \text{ m/s}^2$$

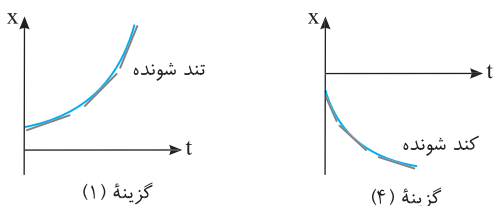
۱ ۵۷۹ B

نکته هرگاه حاصلضرب سرعت در مکان متحرک مثبت ($vx > 0$) باشد، متحرک در حال دور شدن از مبدأ و هرگاه منفی ($vx < 0$) باشد، متحرک در حال نزدیک شدن به مبدأ است.

نکته هرگاه $av > 0$ باشد، حرکت تندشونده است و تندی یعنی شیب خط مماس بر نمودار مکان زمان در حال افزایش و هرگاه $av < 0$ باشد حرکت کندشونده است و تندی یعنی خط مماس بر نمودار مکان - زمان در حال کاهش است.

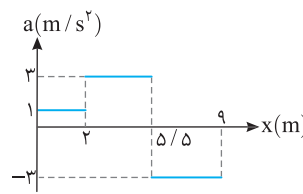
با توجه به فرض مسئله نموداری که در آن متحرک در حال دور شدن از مبدأ بوده و دارای حرکت تندشونده است را باید پیدا کنیم. در گزینه (۲) و گزینه (۳) در ابتدا متحرک در حال نزدیک شدن به مبدأ ($x = 0$) است و این نمودارها نادرست هستند.

در گزینه (۱) و (۴)، متحرک‌ها در حال دور شدن از مبدأ هستند اما مطابق شکل در گزینه (۴) حرکت کند شونده بوده و نمودار گزینه (۴) نادرست است. اما در نمودار گزینه (۱) متحرک دارای حرکت تند شونده است و این گزینه درست است.



۲ ۵۷۵ B

خط فکری می‌خواهیم از روی نمودار شتاب - مکان، نمودار شتاب - زمان را رسم کنیم. بنابراین برای هر بازه مکانی روی نمودار باید بازه زمانی آن را مشخص کرد.



۱ متحرک از حال سکون ($v_0 = 0$) شروع به حرکت کرده است. سرعت در مکان $x = +2m$ را به دست آوریم.

$$v_1^2 - v_0^2 = 2ax \Rightarrow v_1^2 = 4 \Rightarrow v_1 = 2 \text{ m/s}$$

۲ بازه زمانی که در آن متحرک ۲m را طی کرده سرعت متحرک به ۲m/s رسیده است را به کمک معادله مستقل از شتاب حساب می‌کنیم.

$$\Delta x = \frac{v_0 + v_1}{2} \Delta t_1 \Rightarrow 2 = \frac{0 + 2}{2} \Delta t_1 \Rightarrow \Delta t_1 = 2s$$

۳ از ۲m تا ۵/۵m متحرک با شتاب 3 m/s^2 از سرعت $v_1 = 2 \text{ m/s}$ به

سرعت v_2 خواهد رسید بنابراین: $v_2^2 - v_1^2 = 2ax \Rightarrow v_2^2 - 4 = 21 \Rightarrow v_2 = 5 \text{ m/s}$

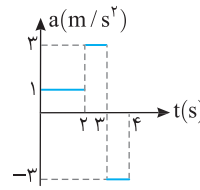
$$\Delta x = \frac{v_1 + v_2}{2} \Delta t_2 \Rightarrow \Delta t_2 = 1s$$

۴ از ۵/۵m تا ۹m متحرک با شتاب -3 m/s^2 از سرعت v_2 به سرعت v_3 خواهد رسید بنابراین:

$$v_3^2 - v_2^2 = 2ax \Rightarrow v_3^2 - 25 = -21 \Rightarrow v_3 = 2 \text{ m/s}$$

$$\Delta x = \frac{v_2 + v_3}{2} \Delta t_3 \Rightarrow 3.5 = \frac{5 + 2}{2} \times \Delta t_3 \Rightarrow \Delta t_3 = 1s$$

۵ اکنون نمودار شتاب - زمان را می‌توان رسم کرد.



۳ ۵۷۶ B

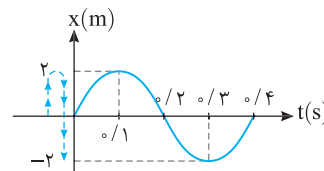
خط فکری تنها راه حل این مسئله رسم نمودار $x-t$ است.

یادآوری ریاضی در تابع‌های $y = A \cos ax$ و $y = A \sin ax$ در دوره تناوب برابر $T = \frac{2\pi}{|a|}$ است و مقدار بیشینه تابع همان ضریب \sin (و یا \cos) یعنی A است.

۱ دوره تابع $y = 2 \sin 5\pi t$ را به دست می‌آوریم.

$$T = \frac{2\pi}{5\pi} \Rightarrow T = 0.4s$$

۲ نمودار مکان - زمان را رسم می‌کنیم.



۳ در بازه $t = 0$ تا $t = 0.3s$ مسافت طی شده را از روی نمودار به دست می‌آوریم.

$$\ell = 2 + 2 + 2 = 6m$$

۴ تندی متوسط را حساب می‌کنیم.

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{6}{0.3} \Rightarrow s_{av} = 20 \text{ m/s}$$

۲ ۵۷۷ C

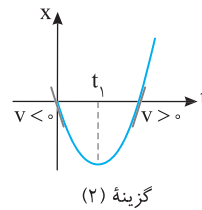
کافی است نمودار سرعت - زمان را رسم کنیم. برای این منظور باید مختصات رأس سهمی و همچنین محل تلاقی نمودار با محور زمان را به دست بیاوریم:

$$t = -\frac{b}{2a} \Rightarrow t = 4s \Rightarrow v = 16 - 32 + 15 \Rightarrow v = -1 \text{ m/s}$$

$$v = 0 \Rightarrow t^2 - 8t + 15 = 0 \Rightarrow (t-3)(t-5) = 0 \Rightarrow t = 3s, t = 5s$$

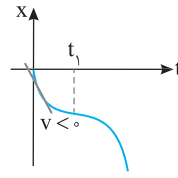
۳ ۵۸۰ B

۱ متحرک در ابتدا دارای سرعت اولیه مثبت است. بنابراین شیب خط مماس بر نمودار باید در لحظه $t=0$ مثبت باشد. (یعنی خط مماس با جهت مثبت محور زمان زاویه حاده بسازد. از این رو مطابق شکل گزینه (۲) و (۴) نادرست هستند.

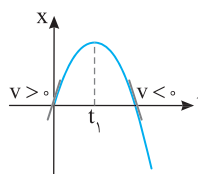


گزینه (۲)

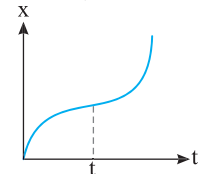
۲ متحرک در t_1 متوقف شده بنابراین سرعت در این لحظه صفر است و شیب خط مماس در نمودار $x-t$ در لحظه t_1 باید افقی باشد. متحرک با اینکه در t_1 متوقف شده اما تغییر جهت نداده یعنی علامت سرعت قبل و بعد از t_1 تغییر نمی کند و متحرک در جهت مثبت محور به حرکت خود ادامه می دهد. بنابراین گزینه (۳) درست است و گزینه (۱) نادرست است.



گزینه (۴)



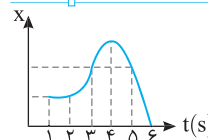
گزینه (۱)



گزینه (۳)

۲ ۵۸۱ B

دقت کنید نمودار از لحظه $t=1s$ شروع شده است. در بازه $1s$ تا $2s$ متحرک ساکن است. پس سرعت صفر است.

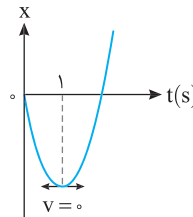


در بازه $2s$ تا $3s$ حرکت با شتاب ثابت و مثبت است. پس نمودار سرعت-زمان خط راستی است که شیب آن مثبت است و با محور زمان زاویه حاده می سازد.

در بازه $3s$ تا $5s$ چون منحنی یک سهمی است و جهت تقعر آن رو به پایین است، شتاب ثابت و منفی است و چون شیب نمودار سرعت-زمان، علامت شتاب را نشان می دهد، در این بازه باید شیب نمودار سرعت-زمان منفی باشد و با محور زمان زاویه منفرجه بسازد. با توجه به فرض مسئله در بازه $5s$ تا $6s$ نمودار خط راست بوده حرکت دارای سرعت ثابت است.

۱ ۵۸۲ B

۱ شتاب حرکت ثابت و برابر $2m/s^2$ است و در لحظه $t=1s$ سرعت صفر شده است. از این رو می توان سرعت اولیه را به دست آورد.



$$a = \frac{v-v_0}{t} \Rightarrow 2 = \frac{0-v_0}{1} \Rightarrow v_0 = -2m/s$$

یادآوری هر جابه جایی در ثانیه t ام در حرکت با شتاب ثابت a و سرعت اولیه v_0 از

$$\Delta x_{(t)} = \frac{1}{2} a (2t-1) + v_0$$

رابطه مقابل به دست می آید.

۲ در رابطه بالا جای گذاری می کنیم.

$$\Delta x_{(2)} = \frac{1}{2} \times 2 \times (2 \times 2 - 1) + (-2) \Rightarrow \Delta x_{(2)} = 3m$$

۱ ۵۸۳ B

خط فکری اولاً شما باید متوجه باشید که اندازه شتاب دو متحرک یکی است اما چون جهت تقعر نمودار مکان زمان A رو به بالاست، شتاب آن مثبت ($a_A = +a$) و شتاب متحرک B که جهت تقعر نمودار رو به پایین است منفی ($a_B = -a$) است. ثانیاً در $t=2s$ دو مکان دو متحرک برابر $+4m$ بوده و در این نقطه دو نمودار بر هم مماس هستند. یعنی شیب خط مماس در این لحظه یکسان بوده پس سرعت لحظه ای این دو متحرک با هم برابر است. اکنون سرعت در لحظه $t=2s$ و مکان در این لحظه را برای دو متحرک برابر قرار دهید.

۱ سرعت دو متحرک در $t=2s$ برابر است. از این رو:

$$v_A = v_B \xrightarrow{v=at+v_0} a \times 2 + v_{0A} = (-a) \times 2 + v_{0B} \Rightarrow v_{0B} - v_{0A} = 4a \quad (I)$$

۲ مکان متحرک در $t=2s$ را برابر قرار می دهیم.

$$x_A = x_B \xrightarrow{x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t + x_0} \frac{1}{2} a \times 4 + 2v_{0A} + \lambda = \frac{1}{2} (-a) \times 4 + 2v_{0B}$$

$$\Rightarrow 4a + 2(v_{0A} - v_{0B}) + \lambda = 0 \quad (II)$$

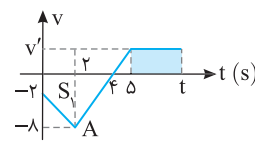
۳ از رابطه (I) در رابطه (II) جایگذاری می کنیم.

$$4a - 2(4a) + \lambda = 0 \Rightarrow -4a = -\lambda \Rightarrow a = 2m/s^2$$

۳ ۵۸۴ B

خط فکری

متحرک از مکان $-5m$ با سرعت $-2m/s$ عبور کرده است، یعنی اولین بار که فاصله آن از مبدأ 5 متر است لحظه $t=0$ است. متحرک ابتدا در جهت



منفی محور حرکت می کند. در لحظه $t=4s$ با توجه به نمودار سرعت صفر شده و متحرک تغییر جهت می دهد. باید بررسی کنیم در چه لحظه ای مجدداً از مکان $-5m$ می گذرد و در چه لحظه ای به مکان $+5m$ می رسد.

۱ مساحت زیر نمودار را در بازه 0 تا $4s$ حساب می کنیم. یعنی جابه جایی متحرک را در این بازه مشخص می کنیم.

$$\Delta x_1 = S_1 = \frac{-2 + (-1)}{2} \times 2 + \frac{(-1) \times 2}{2} = -1 + (-1) = -2m$$

۲ مکان متحرک در $t=4s$ برابر است با:

$$\Delta x = x_1 - x_0 \Rightarrow -2 = x_1 - (-5) \Rightarrow x_1 = -7m$$

۳ اگر متحرک به مکان $x = +5m$ برسد، برای سومین بار فاصله متحرک از مبدأ 5 متر می شود. بنابراین متحرک باید از مکان $-2m$ به مکان $+5m$ برود. یعنی جابه جایی متحرک در بازه 4 تا t ثانیه باید $+7m$ باشد.

۴ به کمک شیب خط AB سرعت در لحظه $t=5s$ را به دست می آوریم.

$$\frac{0 - (-1)}{4 - 2} = \frac{v' - 0}{5 - 4} \Rightarrow v' = 4m/s$$

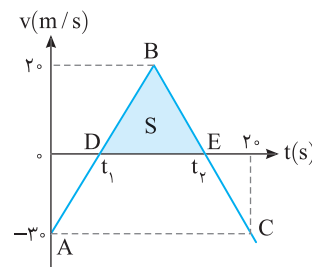
۵ اکنون سطح زیر نمودار را از $t=4s$ تا لحظه t حساب کرده و برابر $+7m$ قرار داده و t را به دست آورید.

$$\Delta x = S \Rightarrow (t-4+t-5) \times \frac{4}{2} = 7 \Rightarrow 4t-18 = 7 \Rightarrow 4t = 25 \Rightarrow t = 6.25s$$

۳ ۵۸۵ B

خط فکری

مسئله مسافت طی شده در بازه t_1 تا t_2 را از شما خواسته است. یعنی باید سطح S را به دست بیاورید. ارتفاع مثلث معلوم و برابر 20 واحد است، اما قاعده آن یعنی $t_2 - t_1$ را باید حساب کنید. چگونه؟



توسط تشابه مثلث های ABC و DBE. پس حل را شروع کنید.

با توجه به شکل و تشابه دو مثلث رنگی بازه t_1 تا t_2 را به دست می آوریم.

$$\frac{20}{t_2 - t_1} = \frac{30 + 20}{20} \Rightarrow t_2 - t_1 = \frac{400}{50} = 8s$$

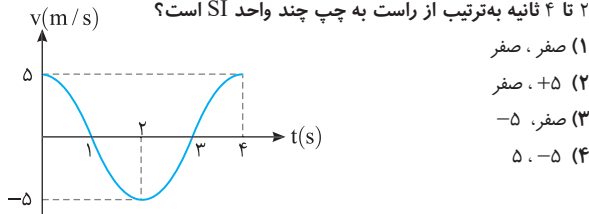
مسافت طی شده در بازه t_1 تا t_2 برابر مساحت زیر نمودار در این بازه است و آن را

$$\Delta x = \frac{20 \times 8}{2} = 80m$$

حساب می کنیم.

مساحت سطح زیر نمودار در بازه ۱s تا ۳s مجموع S_1 و S_2 است که S_1 و S_2 هم اندازه و قرینه هم بوده، بنابراین مجموع آنها یعنی جابه‌جایی متحرک صفر است. $(\Delta x = 0)$ بنابراین سرعت متوسط $(v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t})$ صفر است.

بازر با سوال نمودار سرعت - زمان متحرکی که بر روی خط راست حرکت می‌کند، مطابق شکل است. شتاب متوسط و سرعت متوسط در بازه زمانی ۲ تا ۴ ثانیه به ترتیب از راست به چپ چند واحد SI است؟



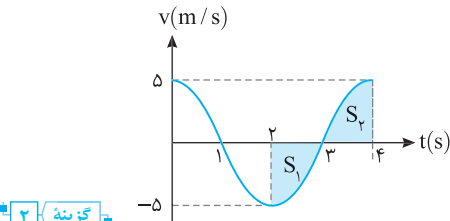
- (۱) صفر، صفر
- (۲) +۵، صفر
- (۳) صفر، -۵
- (۴) -۵، -۵

پایان شتاب متوسط خواهد شد:

$$a_{av} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} \Rightarrow a_{av} = \frac{5 - (-5)}{4 - 2} \Rightarrow a_{av} = 5 \text{ m/s}^2$$

سطح زیر نمودار سرعت - زمان در بازه ۲s تا ۴s برابر مجموع S_1 و S_2 است.

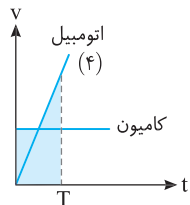
$$\Delta x = S = S_1 + S_2 \xrightarrow{S_1 = S_2} \Delta x = 0 \Rightarrow v_{av} = 0$$



گزینه ۲

B ۵۸۹ ۴

برای آن که اتومبیل بتواند به کامیون برسد باید سرعتش از کامیون بیشتر شود. در مدت T در نمودار (۱) و (۲) سرعت اتومبیل از کامیون کمتر است. بنابراین اتومبیل و کامیون به هم نمی‌رسد و این نمودارها نادرست هستند.



از طرفی باید جابه‌جایی اتومبیل و کامیون یکسان شود تا اتومبیل به کامیون برسد. یعنی مساحت سطح زیر نمودار دو متحرک باید یکی شود. سطح زیر نمودار (۳) از سطح زیر نمودار کامیون کمتر است. بنابراین این نمودار نیز درست نیست و مطابق شکل نمودار (۴) جواب مسئله است.

B ۵۹۰ ۳

نمودار داده شده، نمودار سرعت مکان نمودار است. آن را با نمودار سرعت زمان اشتباه نگیرید.

(۱) در مکان $x_1 = 2 \text{ m}$ سرعت متحرک $v_1 = 2 \text{ m/s}$ و در مکان $x_2 = \frac{1}{3} \text{ m}$ سرعت متحرک صفر $(v_2 = 0)$ است.

به کمک معادله مستقل از زمان شتاب حرکت را به دست می‌آوریم:

$$v_1^2 - v_2^2 = 2a(x_2 - x_1) \Rightarrow 0 - 4 = 2(a)(\frac{1}{3} - 2) \Rightarrow$$

$$-2 = a(\frac{1}{3}) \Rightarrow a = -3 \text{ m/s}^2$$

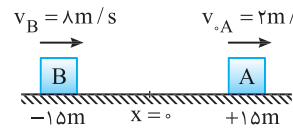
(۲) مجدداً معادله مستقل از زمان را نوشته و سرعت اولیه را حساب می‌کنیم.

$$v_1^2 - v_0^2 = 2a(x_1 - x_0) \xrightarrow{x_0 = 0} 2^2 - v_0^2 = 2(-3)(2 - 0)$$

$$4 - v_0^2 = -12 \Rightarrow v_0^2 = 16 \Rightarrow v_0 = 4 \text{ m/s}$$

B ۵۸۶ ۳

خط فکری متحرک A از مکان $+15 \text{ m}$ و متحرک B از مکان -15 m در جهت مثبت محور در حرکت هستند. یعنی در $t = 0$ فاصله آنها از هم 30 m است. سرعت متحرک B ثابت و برابر 8 m/s و سرعت متحرک A، $v_{A0} = 2 \text{ m/s}$ است. بنابراین متحرک B در حال نزدیک شدن به متحرک A است. اما تا کی؟ تا لحظه‌ای که سرعت B از سرعت A بیشتر است و لحظه‌ای که سرعت A از 8 m/s بیشتر می‌شود، فاصله دو متحرک از هم افزایش می‌یابد. بنابراین باید لحظه‌ای را که متحرک A سرعتش به 8 m/s می‌رسد حساب کنید و در این لحظه مکان دو متحرک A و B را حساب کرده فاصله دو متحرک را به دست آورید.



(۱) شتاب متحرک A برابر است با: $a_A = \frac{v - v_0}{t} \Rightarrow a_A = \frac{8 - 2}{3} = 2 \text{ m/s}^2$

(۲) معادله حرکت B را نوشته و مکان آن را در $t = 3 \text{ s}$ به دست می‌آوریم.

$$x = vt + x_0 \Rightarrow x_B = 8t - 15 \xrightarrow{t=3 \text{ s}} x_B = 24 - 15 \Rightarrow x_B = 9 \text{ m}$$

(۳) معادله حرکت A را نوشته و مکان آن را در $t = 3 \text{ s}$ به دست می‌آوریم.

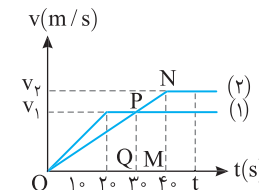
$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$$

$$\Rightarrow x_A = \frac{1}{2} \times 2 \times 3^2 + 2 \times 3 + 15 \xrightarrow{t=3 \text{ s}} x_A = 9 + 6 + 15 = 30 \text{ m}$$

(۴) کمترین فاصله دو متحرک خواهد شد. $x_A - x_B = 30 - 9 = 21 \text{ m}$

B ۵۸۷ ۴

خط فکری دو متحرک از مبدأ شروع به حرکت کرده‌اند. متحرک (۱) جلو می‌افتد. چرا؟ چون زودتر سرعتش افزایش می‌یابد و در لحظه $t = 20 \text{ s}$ سرعتش ثابت و برابر v_1 می‌شود متحرک (۲) شتاب کمتری دارد اما در لحظه $t = 30 \text{ s}$ سرعتش از v_1 بیشتر می‌شود. بنابراین می‌تواند عقب‌افتادگی خود را جبران کند. وقتی متحرک (۲) به متحرک (۱) می‌رسد که جابه‌جایی دو متحرک یکسان بوده و از این رو تا لحظه t که دو متحرک به هم می‌رسند باید سطح زیر نمودار دو متحرک برابر باشد. سطح زیر نمودارها را برابر قرار دهید. البته باید ابتدا یک رابطه ریاضی بین v_2 و v_1 پیدا کنید. مقدار 600 m در حل مسئله نقشی ندارد.



با توجه به تشابه مثلث‌های OPQ و ONM می‌توان نوشت:

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{40}{30} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{4}{3}$$

در لحظه t که دو متحرک به هم می‌رسند، باید سطح زیر نمودارها برابر شود.

$$S_1 = S_2 \Rightarrow \frac{t + t - 20}{2} v_1 = \frac{t + t - 40}{2} v_2$$

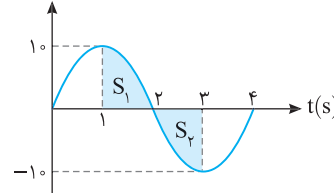
$$\Rightarrow (2t - 20)v_1 = (2t - 40) \times \frac{4}{3} v_1 \Rightarrow 2t - 20 = \frac{4}{3}(2t - 40) \Rightarrow t = 50 \text{ s}$$

B ۵۸۸ ۲

(۱) به نمودار نگاه کنید. در لحظه $t_1 = 1 \text{ s}$ ، سرعت متحرک $v_1 = 10 \text{ m/s}$ و در لحظه $t_2 = 3 \text{ s}$ سرعت متحرک $v_2 = -10 \text{ m/s}$ است. از این رو شتاب متوسط خواهد شد:

$$a_{av} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} \Rightarrow a_{av} = \frac{-10 - 10}{3 - 1} \Rightarrow a_{av} = -10 \text{ m/s}^2$$

(۲) برای به دست آوردن سرعت متوسط باید جابه‌جایی در بازه ۱s تا ۳s را حساب کرد.



البته برای جابه‌جایی باید به سراغ سطح زیر نمودار $v-t$ برویم. دوباره به نمودار نگاه کنید.

B ۵۹۱ ۲

۳ مکان دو متحرک در $t=11s$ را حساب می‌کنیم.

$$t=11s \Rightarrow \begin{cases} x_A = \frac{2+12}{2} \times 5 + 12 \times (11-5) = 107m \\ x_B = 10 \times 11 = 110m \end{cases}$$

۴ در لحظه $t=11s$ همچنان متحرک B، ۳ متر از متحرک A جلوتر است و با توجه به سرعت متحرک A در این لحظه ($v_A=12m/s$) متحرک A پس از زمان $t=11s$ می‌تواند به متحرک B برسد.

۵ معادله حرکت دو متحرک را پس از $t=11s$ برابر قرار می‌دهیم:

$$x_A = 12(t-11) + 107$$

$$x_B = \frac{1}{2} a_B t^2 + v_0 t + x_0 = \frac{1}{2} \left(\frac{-10}{16-11} \right) (t-11)^2 + 10(t-11) + 110$$

۶ معادله‌های مکان A و B را برابر قرار می‌دهیم.

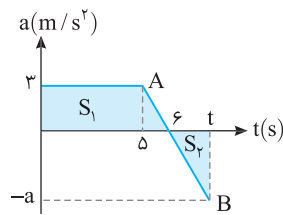
$$12(t-11) + 107 = -\frac{1}{2}(t-11)^2 + 10(t-11) + 110 \Rightarrow (t-11)^2 + 2(t-11) - 3 = 0$$

$$\Rightarrow [(t-11)+3][(t-11)-1] = 0 \Rightarrow (t-9)(t-12) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \text{غ ق ق} & t=9s \\ \text{جواب} & t=12s \end{cases}$$

B ۵۹۳ ۳

هر دو متحرک از حال سکون شروع به حرکت کرده‌اند. بنابراین حرکت هر دو تندشونده بوده و متحرک A که دارای شتاب مثبت است در جهت مثبت محور شروع به حرکت کرده و متحرک B که دارای شتاب منفی است، در جهت منفی محور شروع به حرکت کرده است. **تکنیک** هرگاه متحرکی از حال سکون روی خط راست شروع به حرکت کند، جهت حرکت آن در جهت شتاب بوده و تا لحظه‌ای که شتاب تغییر جهت ندهد، متحرک دارای حرکت تندشونده است.

B ۵۹۴ ۲



سطح محصور بین نمودار شتاب-زمان و محور زمان برابر تغییر سرعت است. متحرک از حال سکون شروع به حرکت کرده، پس سرعت اولیه $v_0=0$ است. لحظه‌ای که مجدداً متحرک متوقف می‌شود را با حرف t نمایش می‌دهیم.

۱ شتاب حرکت در لحظه t را به کمک شیب خط AB به دست می‌آوریم.

$$\frac{0-3}{6-5} = \frac{-a-0}{t-6} \Rightarrow a = 3(t-6) \quad (I)$$

۲ برای آن که سرعت متحرک مجدداً صفر شود، باید تغییرات سرعت در بازه صفر تا t صفر شود. یعنی در این بازه باید سطح زیر نمودار شتاب-زمان صفر شود. بنابراین خواهیم داشت.

$$\Delta v = 0 \Rightarrow S_1 + S_2 = 0 \Rightarrow \frac{3 \times 6}{2} + \frac{a \times (t-6)}{2} = 0 \Rightarrow a(t-6) = -9 \Rightarrow a(t-6) = -3 \times 3 \quad (II)$$

۳ در رابطه (II)، شتاب را از رابطه (I) قرار می‌دهیم.

$$3(t-6)(t-6) = -9 \Rightarrow (t-6)^2 = 11 \Rightarrow t-6 = \sqrt{11} \Rightarrow t = 6 + \sqrt{11}s$$

B ۵۹۵ ۱

در ابتدا با توجه به فرض پرسش، سرعت منفی و برابر $v_0 = -8m/s$ است. از طرفی سطح زیر نمودار شتاب-زمان برابر تغییر سرعت متحرک است.

بنابراین به کمک سطح زیر نمودار اندازه سرعت در لحظه‌های $t=2s$ ، $t=4s$ و $t=5s$ را به دست می‌آوریم و با هم مقایسه می‌کنیم.

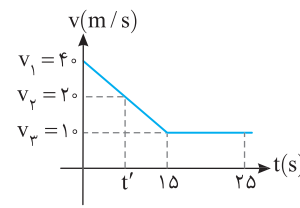
$$0 \rightarrow 2s \Rightarrow \Delta v = S = \frac{2+1}{2} \times 2 = 2m/s \xrightarrow{\Delta v = v' - v} 3 = v' - (-8) \Rightarrow v' = -5m/s$$

$$2s \rightarrow 4s \Rightarrow \Delta v = S = \frac{2+1}{2} \times 2 = 2m/s \xrightarrow{\Delta v = v' - v} 3 = v' - (-5) \Rightarrow v' = -3m/s$$

$$\Rightarrow v' = -2m/s$$

$$4s \rightarrow 5s \Rightarrow \Delta v = S = (-2 \times 1) \times \frac{1}{2} = -1m/s \xrightarrow{\Delta v = v'' - v'} -1 = v'' - (-2) \Rightarrow v'' = -3m/s$$

بنابراین اندازه سرعت اولیه از بقیه لحظه‌های بیان شده بیشتر است.



سرعت متحرک A ثابت و برابر $20m/s$ است و سرعت اولیه متحرک B برابر $40m/s$ است. بنابراین B از A جلو می‌افتد و تا لحظه‌ای که سرعت از B $20m/s$ بیشتر است، متحرک B در حال دور شدن از A می‌باشد و پس از این لحظه سرعت متحرک A از سرعت متحرک B بیشتر می‌شود و شروع به کم کردن فاصله خود از متحرک B می‌کند و ممکن است از متحرک B سبقت بگیرد.

۱ لحظه‌ای که سرعت متحرک B، $20m/s$ می‌شود را حساب می‌کنیم.

از $t=0$ تا $t=15s$ شیب خط حرکت ثابت می‌ماند:

$$\frac{v-v_3}{15s} = \frac{v-v_2}{t'} \Rightarrow \frac{40-10}{15-0} = \frac{40-20}{t'-0} \Rightarrow t' = 10s$$

۲ سرعت متحرک A ثابت بوده و جابه‌جایی آن برابر $\Delta x_A = v_A t$ و در این مدت متحرک A به اندازه $\Delta x_A = v_A t = 20 \times 10 = 200m$ و متحرک B به اندازه

$$\Delta x_B = \frac{v_1+v_2}{2} \Delta t = \frac{40+20}{2} \times 10 = 300m$$

متحرک B، $100m$ جلو می‌افتد.

۳ از $t=10s$ متحرک A به B نزدیک می‌شود

و از آن جلو می‌افتد. اکنون جابه‌جایی دو متحرک از $t=0$ تا $25s$ را حساب می‌کنیم:

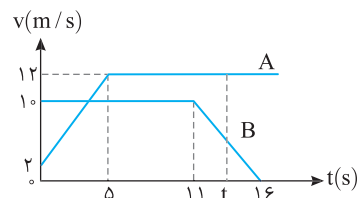
$$\begin{cases} \Delta x_A = 20 \times 25 = 500m \\ \Delta x_B = \frac{40+10}{2} \times 15 + \frac{10 \times 10}{2} = 475m \\ \Rightarrow 500 - 475 = 25m \end{cases}$$

۴ یعنی در انتهای زمان، A تنها ۲۵ متر بیشتر از B جابه‌جا شده و در $t=25s$

فاصله دو متحرک از هم $25m$ است پس بیشترین فاصله آن‌ها در همان $t=10s$ رخ داده که متحرک B، $100m$ جلوتر از متحرک A است.

B ۵۹۲ ۳

خط فکری این مسئله با روش‌هایی که می‌شناسیم و به آن‌ها عادت کردیم حل نمی‌شود. شما باید مرحله به مرحله جابه‌جایی دو متحرک (یعنی سطح زیر نمودار دو متحرک) را با هم مقایسه کنید تا مشخص شود دو متحرک در چه لحظه‌ای به هم می‌رسند.



۱ ابتدا بررسی می‌کنیم که در لحظه‌های کلیدی مانند $t=5s$ و $t=11s$ دو

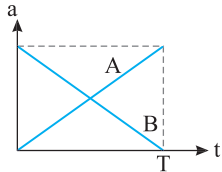
متحرک در کنار یکدیگر هستند یا خیر؟ سطح زیر نمودار سرعت-زمان برابر با جابه‌جایی است و هر دو متحرک از مکان $x=0$ به حرکت درآمده‌اند. بنابراین سطح زیر نمودار در این حالت بیانگر مکان هر متحرک نیز هست.

$$t=5s \Rightarrow \begin{cases} x_A = \frac{2+12}{2} \times 5 = 35m \\ x_B = 10 \times 5 = 50m \end{cases}$$

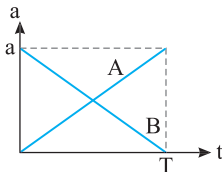
۲ با توجه به عددی که به دست آمده متحرک B، در لحظه $t=5s$ ، 15 متر جلوتر از متحرک A است.

۳ ۵۹۸ B

۱ دو متحرک از حال سکون ($v_0 = 0$) شروع به حرکت کرده‌اند و در مدت صفر تا T شتاب آن‌ها تغییر علامت نداده. بنابراین تغییرات سرعت برای هر دو متحرک مثبت است و چون $v_0 = 0$ بوده پس تندى در حال افزایش بوده و حرکت آن‌ها در کل مدت T تند شونده است. البته چون در هر لحظه شتاب A در حال افزایش و شتاب B در حال کاهش است، چنانچه نمودار سرعت زمان این دو متحرک را رسم کنیم در هر لحظه شیب خط مماس بر نمودار $v-t$ که معرف شتاب متحرک است برای متحرک A رفته رفته افزایش می‌یابد اما برای متحرک B رفته رفته شیب کاهش یافته و کندتر می‌شود.



۲ سطح زیر نمودار شتاب زمان برابر تغییرات سرعت متحرک است. در این جا هر دو متحرک از حال سکون شروع به حرکت کرده‌اند و تغییرات سرعت برابر سرعت نهایی متحرک است و گزینه (۴) نادرست است.

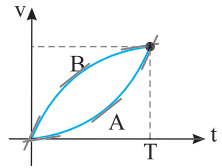


۳ سطح زیر نمودار A و سطح زیر نمودار B برابر است. از این رو:

$$\Delta v = S \Rightarrow S_A = \frac{aT}{2}, S_B = \frac{aT}{2}$$

$$\Rightarrow \Delta v_A = \Delta v_B \Rightarrow v_A = v_B$$

۴ اگر نمودار سرعت زمان A را رسم کنیم چون شتاب A در حال افزایش است، باید نمودار به گونه‌ای باشد که شیب خط مماس بر آن در حال افزایش باشد. اما در مورد نمودار سرعت زمان B برعکس است. بنابراین نمودار سرعت زمان این دو متحرک باید شبیه شکل روبه‌رو باشد.



۵ سطح زیر نمودار سرعت زمان برابر جابه‌جایی متحرک است و سطح زیر نمودار B از سطح زیر نمودار A بزرگ‌تر است و گزینه (۱) نادرست است.

۶ جابه‌جایی متحرک B از جابه‌جایی متحرک A در مدت T بیشتر است. بنابراین سرعت متوسط B از سرعت متوسط A بزرگ‌تر بوده و گزینه (۳) درست است.

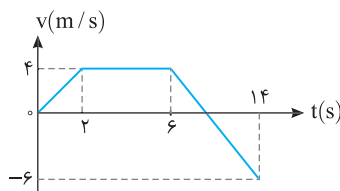
پنجره ۳ روبه‌روی ۴

۲ ۵۹۸ B

۱ خط فکری جهت حرکت همان جهت سرعت است. بنابراین وقتی که متحرک در خلاف جهت محور در حرکت است یعنی سرعت منفی است، بنابراین از لحظه t_1 تا $14s$ متحرک در خلاف جهت محور در حرکت بوده است. باید t_1 را به دست بیاوریم. به کمک شیب خط AB ، t_1 را حساب می‌کنیم.

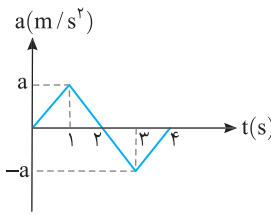
$$\frac{-6-4}{14-t_1} = \frac{-6-0}{14-0} \Rightarrow \frac{-10}{14-t_1} = \frac{-6}{14} \Rightarrow -70 + 5t_1 = -24$$

$$\Rightarrow 5t_1 = 46 \Rightarrow t_1 = 9.2s$$



بنابراین متحرک به مدت $14-9.2=4.8s$ در خلاف جهت محور در حال حرکت بوده است. نمای ۴۰

۱ ۵۹۶ B



متحرک از حال سکون با شتاب مثبت شروع به حرکت کرده، پس ابتدا در جهت مثبت محور در حال حرکت بوده است. در مدت ۲ ثانیه اول بر سرعتش افزوده می‌شود زیرا در این مدت شتاب و سرعت هر دو مثبت بوده و حرکت

تندشونده است. سپس در بازه ۲ تا ۴ ثانیه شتاب منفی، اما سرعت همچنان مثبت بوده و حرکت در جهت مثبت محور کندشونده است تا لحظه $t=4s$ که متحرک متوقف می‌شود. برای درک بهتر موضوع سرعت‌ها را در لحظه ۱s، ۲s، ۳s و ۴s به دست می‌آوریم.

$$t=1s \Rightarrow \Delta v = S = \frac{a \times 1}{2} \Rightarrow \Delta v = v - v_0 \Rightarrow v_1 = \frac{a}{2}$$

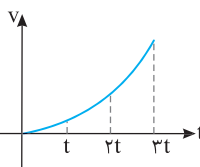
$$t=2s \Rightarrow \Delta v = S = \frac{a \times 1}{2} = \frac{a}{2} \Rightarrow v_2 - v_1 = \frac{a}{2} \Rightarrow v_2 = a$$

$$t=3s \Rightarrow \Delta v = S = \frac{-a \times 1}{2} = -\frac{a}{2} \Rightarrow v_3 - v_2 = -\frac{a}{2} \Rightarrow v_3 = \frac{a}{2}$$

$$t=4s \Rightarrow \Delta v = S = \frac{-a \times 1}{2} = -\frac{a}{2} \Rightarrow v_4 - v_3 = -\frac{a}{2} \Rightarrow v_4 = 0$$

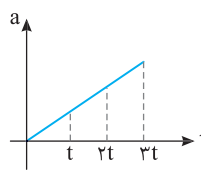
کاملاً مشخص است که در هر لحظه در بازه صفر تا ۴s سرعت مثبت است. یعنی در تمام این مدت متحرک در جهت مثبت محور در حال حرکت بوده بنابراین گزینه (۱) درست است.

۳ ۵۹۷ B



اندازه شتاب مثبت و در حال افزایش است، پس شیب خط مماس بر نمودار $v-t$ باید مثبت و در حال افزایش باشد. همچنین متحرک از حال سکون ($v_0 = 0$) شروع به حرکت می‌کند بنابراین نمودار

سرعت - زمان آن به شکل روبه‌رو است. یا توجه به نمودار، سرعت در تمام لحظات $2t$ تا $3t$ ، از سرعت در تمام لحظات دو بازه دیگر بیشتر است و سرعت متوسط از $2t$ تا $3t$ از بقیه بازه‌ها بزرگ‌تر است.



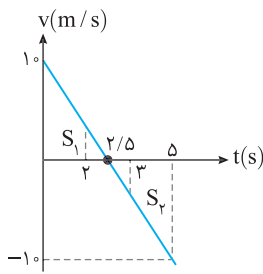
بازی با سوال نمودار شتاب - زمان متحرکی که از حال سکون روی خط راست شروع به حرکت کرده است، مطابق شکل روبه‌رو است. سرعت متوسط در کدام بازه زمانی از بقیه بزرگ‌تر است؟

- (۱) صفر تا t
- (۲) t تا $2t$
- (۳) $2t$ تا $3t$
- (۴) اظهار نظر قطعی ممکن نیست.

پاسخ متحرک از حال سکون روی خط راست شروع به حرکت کرده بنابراین حرکت آن تندشونده است. در تمام مدت شتاب در حال افزایش است و علامت آن مثبت است. بنابراین سرعت متحرک در حال افزایش است. در حرکت تندشونده هرچه زمان می‌گذرد، سرعت بیشتر شده و در بازه‌های زمانی یکسان متحرک جابه‌جایی‌های بزرگ‌تری را طی می‌کند و از این رو در بازه $2t$ تا $3t$ چون جابه‌جایی بیشتر است، سرعت متوسط ($v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$) بزرگ‌تر است.

$$v_{av_1} = \frac{\Delta x_1}{t} \quad v_{av_2} = \frac{\Delta x_2}{t} \quad v_{av_3} = \frac{\Delta x_3}{t}$$

گزینه ۳



مسافت طی شده در مدت صفر تا ۵s خواهد شد: $\ell = 12/5 + 12/5 = 24\text{m}$
روش حل به کمک نمودار $v-t$:
 $\ell = |S_1| + |S_2|$
 $\Rightarrow \ell = \frac{1 \times 2/5}{2} + \frac{1 \times 2/5}{2} = 24\text{m}$
نمای ۳۲

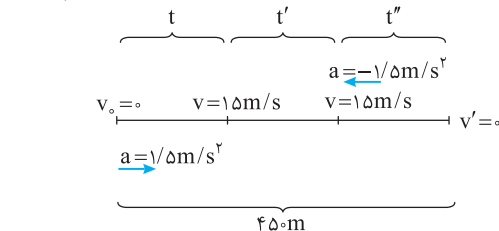
B ۵۹۸ ۴

۱ ابتدا باید سرعت خودرو به 15m/s برسد. بنابراین زمان و جابه‌جایی متحرک را تا رسیدن به سرعت 15m/s را حساب می‌کنیم.

$$v = at + v_0 \Rightarrow 15 = 1/\Delta t \Rightarrow t = 10\text{s}, \Delta x = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2} \times 1/5 \times 100 = 100\text{m}$$

۲ سپس با سرعت 15m/s با حرکت یکنواخت پیش می‌رود و سرانجام با شتاب $-1/5\text{m/s}^2$ می‌ایستد. مدت زمان حرکت کندشونده و جابه‌جایی در این مدت را حساب می‌کنیم.

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = -1/5t + 15 \Rightarrow t = 75\text{s}$$



۳ در قسمت تندشونده و کندشونده جمعاً $75 + 75 = 150\text{m}$ جابه‌جایی صورت گرفته است. در حالی که تمام مسیر 450m متر است. پس این متحرک 300m متر را با سرعت 15m/s پیموده است. حال زمان حرکت با سرعت ثابت را به دست می‌آوریم: $\Delta x' = vt' \Rightarrow 300 = 15t' \Rightarrow t' = 20\text{s}$

۴ حداقل زمان حرکت $t_{\text{کل}} = 10 + 20 + 10 = 40\text{s}$ است. نمای ۳۳

بازی با سوال ۱ قطاری از یک ایستگاه روی مسیر مستقیمی به سوی ایستگاه دیگری در فاصله 3km از حال سکون به راه می‌افتد. ابتدا در $\frac{1}{3}t$ با شتاب ثابت 3m/s^2 بر سرعت خود می‌افزاید و سپس t ثانیه با سرعت ثابت به حرکت خود ادامه می‌دهد و در نهایت با شتاب ثابت 2m/s^2 ترمز می‌کند و در ایستگاه مقصد متوقف می‌شود. t به کدام گزینه بر حسب ثانیه نزدیک‌تر است؟

۸ (۱) ۲۸ (۲) ۱۸ (۳) ۳۲ (۴)

بازی با سوال ۲ با توجه به شکل زیر، برای هر قسمت سرعت در انتهای هر قست و جابه‌جایی در آن قسمت را بر حسب پارامتر t حساب می‌کنیم.

$$\text{قسمت اول: } v = at + v_0 \Rightarrow v = 3 \times \frac{t}{3} \Rightarrow v = 2t$$

$$\Delta x_1 = \frac{v + v_0}{2} t_1 \Rightarrow \Delta x_1 = \frac{2t + 0}{2} \times \frac{t}{3} \Rightarrow \Delta x_1 = \frac{2t^2}{3}$$

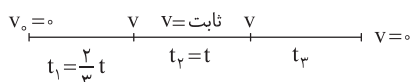
$$\text{قسمت دوم: } \Delta x_2 = vt_2 \Rightarrow \Delta x_2 = 2t(t) = 2t^2$$

$$\text{قسمت سوم: } v = at + v_0 \Rightarrow 0 = -2t_3 + v$$

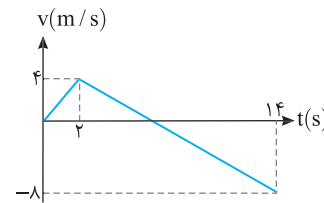
$$\Rightarrow t_3 = \frac{v}{2} \xrightarrow{(1)} t_3 = \frac{2t}{2} = t$$

$$\Delta x_3 = \frac{v + v_0}{2} t_3 \Rightarrow \Delta x_3 = \frac{0 + v}{2} t \Rightarrow \Delta x_3 = \frac{0 + 2t}{2} t = t^2$$

$$a = 3\text{m/s}^2 \quad a = -2\text{m/s}^2$$



بازی با سوال ۱ متحرکی روی محور x حرکت می‌کند و نمودار سرعت - زمان آن مطابق شکل روبه‌رو است. متحرک در 14 ثانیه اول، چند ثانیه در سوی مخالف محور x حرکت کرده است؟



ریاضی - ۸۹

۴ (۱)

۶ (۲)

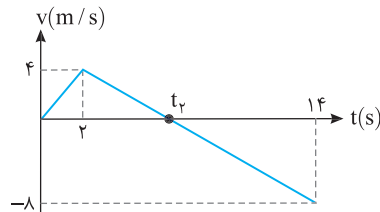
۸ (۳)

۱۲ (۴)

بازی با سوال ۲ در بازه زمانی که سرعت منفی است، متحرک در خلاف جهت محور x ها در حرکت بوده است. ابتدا در بازه $t = 2\text{s}$ تا $t = 14\text{s}$ شتاب حرکت

$$a = \frac{v - v_0}{t} \Rightarrow a = \frac{-8 - 4}{14 - 2} = -1\text{m/s}^2$$

را به دست می‌آوریم:



اکنون لحظه صفر شدن سرعت را حساب می‌کنیم:

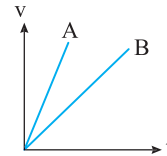
$$v_p = a(t_p - t_1) + v_0 \Rightarrow 0 = -1(t_p - 2) + 4 \Rightarrow t_p = 6\text{s}$$

بنابراین در بازه بین 6s تا 14s یعنی به مدت 8s ، متحرک در خلاف جهت محور x ها در حرکت است.

مسئله را می‌توانید به کمک شیب خط نیز حل کنید.

گزینه ۳

A ۵۹۸ ۳



۲ به نمودار $v-t$ دقت کنید. هر دو متحرک از حال سکون شروع به حرکت کرده‌اند، بنابراین در لحظه $t = 0$ باید هر دو نمودار $x-t$ متحرک A و B بر محور زمان مماس باشند، بنابراین گزینه (۱) و (۲) نادرست هستند.

سرعت متحرک A در هر لحظه از سرعت متحرک B بیشتر است، بنابراین در هر لحظه A از B جلوتر است ($x_A > x_B$). در نتیجه گزینه (۳) درست و گزینه (۴) نادرست است.

نمای ۴۳

A ۵۹۸ ۱



۳ مسئله ساده‌ای است. قطار در مدت 10s به اندازه l با شتاب 1m/s^2 و سرعت اولیه 20m/s

جابه‌جا شده است بنابراین از معادله حرکت با شتاب ثابت l را حساب می‌کنیم.

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \Rightarrow l = \frac{1}{2} \times 1 \times 10^2 + 20 \times 10 \Rightarrow l = 250\text{m}$$

نمای ۲۲

C ۵۹۸ ۲

۴ خط‌نگین حرکت دارای شتاب ثابت است و در ثانیه سوم حرکت یعنی در بازه $t = 2\text{s}$ تا $t = 3\text{s}$ جابه‌جایی متحرک صفر است. در این بازه سرعت صفر شده و متحرک تغییر جهت داده است. به دلیل تقارن حرکت با شتاب ثابت در دو طرف لحظه تغییر جهت، باید لحظه تغییر جهت $t = 2/5\text{s}$ باشد و در مدت $2/5\text{s}$ سرعت متحرک از 10m/s به صفر رسیده است. با این دانسته‌ها اکنون شما می‌توانید برای یافتن مسافت طی شده در 5s ، ابتدا جابه‌جایی در بازه 0 تا $2/5\text{s}$ را حساب کرده سپس آن را دو برابر کنید.

جابه‌جایی متحرک در بازه صفر تا $2/5\text{s}$ را از معادله مستقل از شتاب حساب می‌کنیم.

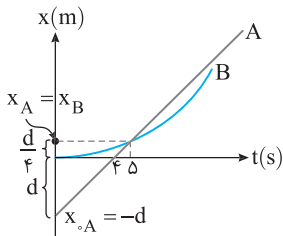
$$\Delta x = \frac{v + v_0}{2} \Delta t \Rightarrow \Delta x = \frac{0 + 10}{2} \times 2/5 = 12/5\text{m}$$

گزینه (۳): $t = 2s$ رأس سهمی است و نمودار نسبت به محور گذرنده از $t = 2s$ دارای تقارن است یعنی اگر متحرک در $t = 0$ در مکان x_0 باشد در $t = 4s$ نیز در مکان x_0 است و جابه‌جایی و سرعت متوسط در بازه 0 تا $4s$ صفر است. در حالی که جابه‌جایی در بازه $t = 1s$ تا $t = 5s$ برابر $x_4 - x_1$ است و مخالف صفر است و گزینه (۳) نادرست است. گزینه (۴): به نموداری که رسم کرده‌ایم به دقت نگاه کنید جابه‌جایی متحرک در $3s$ اول یعنی در بازه $t = 0$ تا $t = 3s$ برابر $3d$ است همچنین در بازه $t = 1s$ تا $t = 4s$ جابه‌جایی $3d$ است بنابراین در هر دو حالت سرعت متوسط $v_{av} = \frac{rd}{3}$ خواهد شد و سرعت متوسط در این دو بازه با هم برابر است و گزینه (۴) درست است. **نمای ۲۹**

۲ ۵۹۸

خط فکری در حل این مسئله دقت کنید که ما پارامتری به نام d را معرفی می‌کنیم و به کمک آن مسئله را حل می‌کنیم. مکان اولیه متحرک A ، $x_0 = -d$ است و با توجه به شیب خط، مکان متحرک A در $t = 5s$ را به دست می‌آوریم و بقیه ماجرا را دنبال کنید.

۱ محل ملاقات A و B در لحظه $t = 5s$ را به کمک شیب نمودار A به دست می‌آوریم.



۲ متحرک B در بازه صفر تا $5s$ با شتاب ثابت جابه‌جایی $\frac{d}{4}$ را طی کرده است، شتاب حرکت B را بر حسب d به دست می‌آوریم:

$$x = \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow \frac{d}{4} = \frac{1}{2}a_B \times 5^2 \Rightarrow a_B = \frac{d}{50} \quad (I)$$

۳ متحرک A دارای سرعت ثابت است، مقدار آن را بر حسب d حساب می‌کنیم.

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \xrightarrow{\Delta x = \frac{d}{4}} v = \frac{\frac{d}{4}}{5-0} \Rightarrow v_A = \frac{d}{4}$$

۴ معادله سرعت زمان B را می‌نویسیم:

$$v_B = a_B t + v_0 \xrightarrow{(I)} v_B = \frac{d}{50} t$$

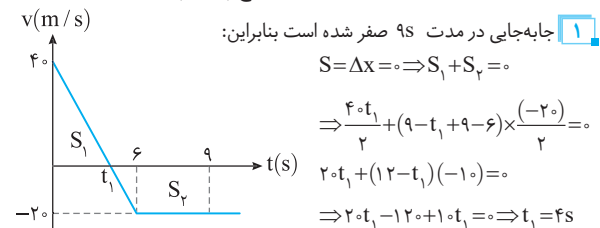
۵ اکنون لحظه‌ای که سرعت A و B برابر است را می‌توان حساب کرد.

$$v_A = v_B \Rightarrow \frac{d}{4} = \frac{d}{50} t \Rightarrow t = 12/5s$$

نمای ۳۹

۳ ۵۹۸

خط فکری وقتی به شما نمودار سرعت زمان متحرکی را می‌دهند و به شما می‌گویند متحرک در مدت t به مکان اولیه خود باز می‌گردد یعنی سطح زیر نمودار $v-t$ در این مدت باید صفر شود. با توجه به این مطالب باید جمع S_1 و S_2 صفر شود.



۲ اکنون با توجه به نمودار در بازه صفر تا $t_1 = 4s$ تبدی متحرک در حال کاهش و حرکت کندشونده است.

نمای ۴۰

با توجه به صورت سؤال فاصله دو ایستگاه از هم 3 کیلومتر است، از این رو باید جمع جابه‌جایی‌ها برابر $3000m$ شود.

$$\Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3 = 3000m$$

$$\frac{2t^2}{3} + 2t^2 + t^2 = 3000 \Rightarrow \frac{2t^2 + 6t^2 + 3t^2}{3} = 3000 \Rightarrow t^2 = \frac{9000}{11} \Rightarrow t \approx 28s$$

۲ گزینه

۲ ۵۹۸

نکته در حرکت با شتاب ثابت روی خط راست، جابه‌جایی‌ها در بازه‌های زمانی یکسان و متوالی T دنباله حسابی تشکیل می‌دهند.

در دنباله حسابی، جمله وسط میانگین دو جمله دیگر است. از چهار گزینه، گزینه‌های (۳) و (۴)، دنباله حسابی نبوده و نادرست هستند. اما بین گزینه‌های (۱) و (۲) کدام را باید انتخاب کرد؟ با توجه به صورت مسئله حرکت تندشونده است. در این صورت با گذشت زمان متحرک جابه‌جایی بزرگتری طی می‌کند. بنابراین گزینه (۲) $(2, 10m, 30m)$ و $(50m)$ درست است.

باز با سؤال خودرویی با شتاب ثابت روی خط راست حرکت می‌کند. این خودرو در ثانیه پنجم حرکت خود $56m$ و در ثانیه ششم حرکت خود $59m$ را می‌پیماید. در این صورت شتاب و سرعت اولیه خودرو به ترتیب از راست به چپ چند واحد SI می‌باشند؟

$$-29.6, 42/5, -3, 29.6, 42/5, 3, 1$$

پاسخ در حرکت با شتاب ثابت روی خط راست، جابه‌جایی در ثانیه t ام از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\Delta x(t) = \frac{1}{2}a(2t-1) + v_0 \Rightarrow \begin{cases} t=5s \Rightarrow 56 = \frac{1}{2}a(9) + v_0 \\ t=6s \Rightarrow 59 = \frac{1}{2}a(11) + v_0 \end{cases}$$

$$\text{دو رابطه را از هم کم می‌کنیم} \rightarrow 59 - 56 = \frac{1}{2}a(11-9) \Rightarrow a = 3m/s^2$$

اکنون با قرار دادن شتاب در یکی از معادله‌ها، سرعت اولیه را حساب می‌کنیم:

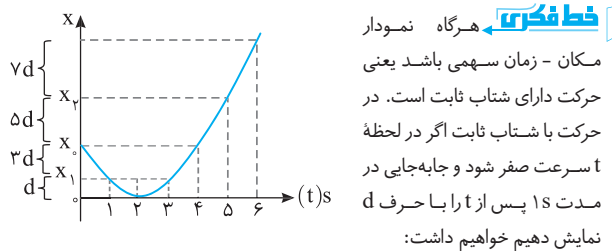
$$56 = \frac{1}{2} \times 3 \times 9 + v_0 \Rightarrow v_0 = 42/5m/s$$

روش دیگر: در حرکت با شتاب ثابت جابه‌جایی‌ها در ثانیه‌های متوالی به اندازه شتاب باهم فرق دارند، یعنی اگر در ثانیه t و $t+1$ جابه‌جایی‌ها را از هم کم کنیم شتاب به دست می‌آید. از این رو کافی است جابه‌جایی در ثانیه پنجم و ششم را از هم کم کرده و شتاب را به دست آورد:

$$a = 59 - 56 = 3m/s^2$$

۱ گزینه

۴ ۵۹۸



خط فکری هرگاه نمودار مکان - زمان سهمی باشد یعنی حرکت دارای شتاب ثابت است. در حرکت با شتاب ثابت اگر در لحظه t سرعت صفر شود و جابه‌جایی در مدت $1s$ پس از t را با حرف d نمایش دهیم خواهیم داشت:

شما باید در بازه‌هایی که مسئله بیان می‌کند، مسافت‌ها را حساب کنید.

گزینه (۱): مسافت طی شده در $3s$ اول یعنی از صفر تا $3s$ برابر است با:

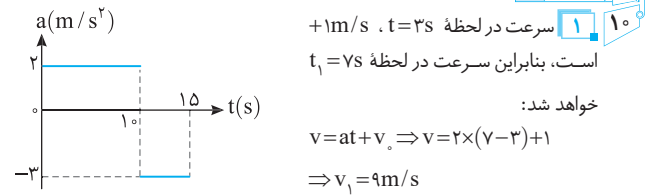
$$\ell = 3d + d + d = 5d$$

مسافت طی شده در $3s$ دوم یعنی از $3s$ تا $6s$ برابر است با: $\ell' = 3d + 5d + 7d = 15d$ بنابراین گزینه (۱) نادرست است.

نکته هر گاه متحرک در یک بازه زمان سرعتش صفر شده و تغییر جهت دهد همواره مسافت طی شده از جابه‌جایی بزرگ‌تر است.

گزینه (۲): در بازه صفر تا $3s$ سرعت در لحظه $t = 2s$ صفر می‌شود یعنی متحرک می‌ایستد و برمی‌گردد. بنابراین مسافت طی شده در $3s$ اول از جابه‌جایی متحرک در $3s$ اول بیشتر است و گزینه (۲) نادرست است.

۳ ۵۹۸ A



۲ سرعت در لحظه $t = 10s$ را حساب می‌کنیم

$$v = at + v_0 \Rightarrow v_2 = 2 \times (10 - 0) + 1 \Rightarrow v_2 = 21m/s$$

۳ جابه‌جایی را در بازه $3s$ تا $10s$ به دست می‌آوریم.

$$\Delta x_1 = \frac{v_1 + v_2}{2} \times \Delta t_1 = \frac{9 + 21}{2} \times (10 - 3) = 36m$$

۴ سرعت متوسط برابر است با: $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v_{av} = \frac{36}{10 - 3} \Rightarrow v_{av} = 12m/s$

نمای ۴۲

پنجره ۵

۳ ۵۹۹ A

نکته: هنگام سقوط جسم در خلأ به دلیل نبود مقاومت هوا تنها نیروی وزن به جسم رو به پایین وارد می‌شود، با توجه به قانون دوم نیوتون $F_{net} = ma$ خواهیم داشت:

$$F_{net} = ma \Rightarrow mg = ma \Rightarrow a = g$$

بنابراین شتاب سقوط اجسام در خلأ به جرم آن‌ها بستگی ندارد و تمام اجسام در خلأ با شتاب یکسان g سقوط می‌کنند.

هر دو جسم از یک ارتفاع ($h_1 = h_2$) رها شده‌اند ($v_{01} = v_{02} = 0$) و شتاب سقوط با توجه به نکته بالا برابر است:

۱ مدت زمان سقوط: $h = \frac{1}{2}gt^2 \xrightarrow{h_1 = h_2, a_1 = a_2} t_1 = t_2$

۲ سرعت برخورد به زمین: $v^2 = 2g\Delta y \xrightarrow{\Delta y_1 = \Delta y_2 = h, a_1 = a_2 = g} v_1 = v_2$

بنابراین سرعت برخورد آن‌ها به سطح زمین و زمان سقوط آن‌ها برابر است.

۳ ۶۰۰ A

راه اول: جهت مثبت را رو به بالا اختیار می‌کنیم و معادله مکان - زمان را می‌نویسیم. دقت کنید که گلوله از ارتفاع $78/4m$ رها شده و به زمین $h = 0$ رسیده. پس جابه‌جایی گلوله برابر $y_2 - y_1 = 0 - 78/4m$ است:

$$\Delta y = -\frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow -78/4 = -\frac{1}{2} \times 9.8t^2 \Rightarrow t = 4s$$

راه دوم: اگر جهت مثبت را رو به پایین بگیریم، حل کمی ساده‌تر می‌شود چون جابه‌جایی $78/4m$ متر رو به پایین بوده و مثبت است و شتاب گرانش نیز رو به پایین و مثبت می‌گیریم:

$$\Delta y = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow 78/4 = \frac{1}{2} \times 9.8t^2 \Rightarrow t = 4s$$

جهت مثبت اختیاری است و می‌توان جهت مثبت را رو به بالا و یا رو به پایین گرفت.

۳ ۶۰۱ A

راه اول: سرعت ابتدایی ($v_0 = 0$) و انتهایی ($v = 20m/s$) و شتاب حرکت ($g = 10m/s^2$) را داریم، پس از معادله مستقل از زمان استفاده کرده و ارتفاع را به دست می‌آوریم. جهت مثبت را برای سادگی رو به پایین در نظر می‌گیریم.

$$v^2 - v_0^2 = 2gh \Rightarrow 400 = 20h \Rightarrow h = 20m$$

راه دوم: اگر جهت مثبت را رو به بالا اختیار کنیم شتاب گرانش که رو به پایین است منفی بوده و در روابط $-g$ قرار می‌دهیم از طرفی چون جسم به اندازه h پایین می‌آید جابه‌جایی نیز منفی خواهد بود از این رو:

$$v^2 - v_0^2 = -2g\Delta y \Rightarrow 20^2 - 0 = -20 \times (0 - h) \Rightarrow h = 20m$$

۱ ۶۰۲ A

جهت مثبت را رو به پایین اختیار می‌کنیم. گلوله رها شده ($v_0 = 0$)، گلوله با تندی $24m/s$ به حسگر برخورد می‌کند و سرعت نهایی $v = 24m/s$ بوده و ارتفاع $30cm$ است. پس به کمک معادله مستقل از زمان، پرسش را حل می‌کنیم:

$$v^2 - v_0^2 = 2g\Delta y \xrightarrow{\Delta y = 30cm = \frac{30}{100}m} (24)^2 - 0 = 2 \times g \times \frac{30}{100}$$

$$\Rightarrow g = \frac{2 \times 4 \times 2 \times 4}{2 \times \frac{30}{100}} \Rightarrow g = 9.6m/s^2$$

۲ ۶۰۳ A

مطابق شکل روبه‌رو اگر زمان سقوط را t در نظر بگیریم، لحظه‌ای که تندی به $24m/s$ رسیده $t - 1$ خواهد بود. اطلاعات سؤال را در شکل مشخص می‌کنیم، همان‌طور که مشخص است در مورد ارتفاع اطلاعاتی نداده و مقدار h خواسته سؤال نیست پس سؤال را به کمک معادله $v = gt$ (جهت مثبت را رو به پایین گرفتیم) به دست می‌آوریم:

$$v = g(t - 1) \Rightarrow 24 = 10(t - 1) \Rightarrow 24/4 = t - 1 \Rightarrow t = 3/4s$$

بنابراین زمان سقوط کامل یعنی t برابر $3/4s$ است.

۱ ۶۰۴ A

مطابق شکل گلوله پس از طی مسافت $h - 25$ سرعت گلوله از صفر به $10m/s$ رسیده است و برای حل باید از معادله مستقل از زمان کمک گرفت. جهت مثبت را برای سادگی رو به پایین در نظر می‌گیریم، بنابراین:

$$v^2 - v_0^2 = 2g\Delta y \xrightarrow{v_0 = 0, v = 10m/s, \Delta y = h - 25}$$

$$10^2 = 2g(h - 25) \Rightarrow 100 = 20(h - 25) \Rightarrow h = 30m$$

۲ ۶۰۵ B

شکلی ساده از سقوط جسم می‌کشیم. سرعت اولیه $v_0 = 0$ ، سرعت پس از اینکه جسم به اندازه h_1 پایین آمده برابر $15m/s$ و شتاب برابر $g = 10m/s^2$ است.

۱ ابتدا h_1 را به کمک معادله مستقل از زمان

حساب می‌کنیم. h_1 را با $50m$ جمع کرده و ارتفاع جسم در لحظه رها شدن از سطح زمین را به دست می‌آوریم:

$$v^2 - v_0^2 = 2gh_1 \Rightarrow 225 = 20h_1 \Rightarrow h_1 = 11/25m$$

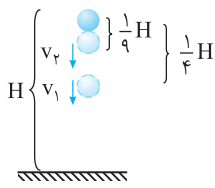
۲ h_1 برابر $11/25m$ بوده و ارتفاع گلوله در وضعیت (۲) تا سطح زمین $50m$ است پس:

$$h = 50 + 11/25 = 61/25m$$

۳ اکنون با داشتن ارتفاع محل رها شدن جسم، زمان رسیدن جسم به زمین را به دست می‌آوریم.

$$h = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow 61/25 = 5t^2 \Rightarrow t^2 = 12/25 \Rightarrow t = 3/5s$$

میانبر: به دست آوردن جذر $12/25$ کار دشواری است، پس باید از گزینه‌ها کمک بگیرید. گزینه (۱) جذر عدد ۴، گزینه (۳) جذر عدد ۲۵ است و گزینه (۴) نیز نمی‌تواند جذر عدد $12/25$ باشد. زیرا $6 \times 6 = 36$ بوده که از $12/25$ بزرگ‌تر است. پس $6/5 \times 6/5 = 36/25$ مطمئناً از $12/25$ بیشتر می‌شود.

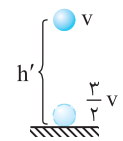


میانبر ← محل رها شدن را مبدأ مختصات و جهت رو به پایین را مثبت می‌گیریم.

$$v^2 - v_2^2 = 2g\Delta y \Rightarrow v = \sqrt{2g\Delta y}$$

دقت کنید که در رابطه $v = \sqrt{2g\Delta y}$ ، Δy مقدار جابه‌جایی جسم است یعنی وقتی جسم از ارتفاع H رها می‌شود و به ارتفاع $\frac{1}{9}H$ می‌رسد،

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\sqrt{2g\frac{H}{4}}}{\sqrt{2g\frac{H}{9}}} = \frac{3}{2} \quad \Delta y \text{ برابر } \frac{H}{9} \text{ است.}$$



جابه‌جایی $9m$ آخر مسیر با سرعت اولیه v و سرعت نهایی $\frac{3}{2}v$ انجام می‌شود.

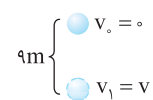
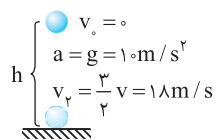
$$v_2^2 - v_1^2 = 2gh' \Rightarrow \frac{9}{4}v^2 - v^2 = 2 \times 10 \times 9$$

$$\Rightarrow \frac{5}{4}v^2 = 180 \Rightarrow v^2 = 144 \Rightarrow v = 12 \text{ m/s}$$

گلوله از ارتفاع h رها شده پس تندی آن در ارتفاع h برابر $v_0 = 0$ بوده و تندی گلوله هنگام رسیدن به زمین $\frac{3}{2}v = 18 \text{ m/s}$ است.

$$v_2^2 - v_0^2 = 2gh \Rightarrow (18)^2 - 0^2 = 2 \times 10 \times h$$

$$\Rightarrow 324 = 2 \times 10 \times h \Rightarrow h = 16.2 \text{ m}$$



خط فکری ← در سؤال اطلاعاتی در مورد زمان داده شده و خواسته سؤال نیز مدت زمان سقوط نیست پس سؤال را به کمک معادله مستقل از زمان حل می‌کنیم:

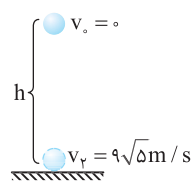
۱) با جابه‌جایی $9m$ تندی گلوله از صفر به v می‌رسد:

$$v_1^2 - v_0^2 = 2g\Delta y \Rightarrow v^2 = 2 \times 10 \times 9 \Rightarrow v^2 = 180$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{180} = 6\sqrt{5} \text{ m/s}$$

۲) تندی گلوله هنگام رسیدن به زمین $\frac{3}{2}v = 9\sqrt{5} \text{ m/s}$ است. بنابراین خواهیم داشت:

$$v_2^2 - v_1^2 = 2g\Delta y \Rightarrow 40.5 = 20h \Rightarrow h = 2.025 \text{ m}$$

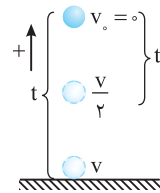


یادآوری ← ثانیه اول سقوط بازه زمانی $t=0$ تا $t=1s$ بوده یعنی $\Delta t_1 = 1s$ و ثانیه چهارم سقوط بازه زمانی $t=3s$ تا $t=4s$ یعنی بازه زمانی $\Delta t = 1s$ است. تغییر سرعت خواهد شد:

$$\Delta v = g\Delta t \begin{cases} \text{ثانیه اول} \rightarrow \Delta v_1 = g \times 1 \\ \text{ثانیه چهارم} \rightarrow \Delta v_4 = g \times 1 \end{cases} \Rightarrow \frac{\Delta v_4}{\Delta v_1} = 1$$

میانبر ← شتاب یعنی تغییر سرعت در مدت $1s$ ، سقوط آزاد یک حرکت با شتاب ثابت g است، بنابراین با هم برابر است.

A ۱ ۶۰۶



۱) جهت مثبت را رو به بالا فرض کرده‌ایم. مطابق شکل سرعت اولیه صفر بوده ($v_0 = 0$) و شتاب حرکت در کل مسیر یکسان و برابر g است. با استفاده از معادله سرعت - زمان داریم:

$$v = -gt + v_0 \Rightarrow v = -gt$$

$$\frac{v}{2} = -gt' + v_0 \Rightarrow \frac{v}{2} = -gt'$$

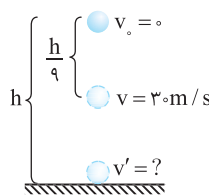
$$\frac{v}{2} = \frac{-gt}{2} \Rightarrow \frac{t}{2} = t' \Rightarrow t' = \frac{t}{2}$$

۲) دو معادله را بر هم تقسیم می‌کنیم:

میانبر ← البته می‌توان استدلال کرد که چون حرکت با شتاب ثابت است و پس از t سرعت به v رسیده بنابراین بعد از $\frac{t}{2}$ سرعت به $\frac{v}{2}$ می‌رسد زیرا تغییرات سرعت در یک ثانیه مقدار ثابتی است.

A ۲ ۶۰۷

خط فکری ← اطلاعاتی در مورد زمان سقوط داده نشده و خواسته سؤال هم نیست پس سؤال را به کمک معادله مستقل از زمان حل می‌کنیم:



۱) سرعت اولیه $v_0 = 0$ بوده و پس از سقوط به تندی 30 m/s می‌رسد:

$$v^2 - v_0^2 = 2g\Delta y \Rightarrow 900 - 0 = 20 \times \frac{h}{9}$$

$$\Rightarrow h = 40.5 \text{ m}$$

۲) حال سرعت رسیدن به زمین را به دست می‌آوریم:

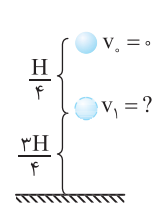
$$v_2^2 - v_0^2 = 2g\Delta y' \Rightarrow v_2^2 = 20 \times 40.5 \Rightarrow v_2^2 = 810 \Rightarrow v_2 = 28.46 \text{ m/s}$$

روش دوم: با توجه به معادله مستقل از زمان مسأله به راحتی قابل حل است. جهت مثبت را رو به پایین فرض کنید و دو بار از معادله مستقل از زمان یک‌بار برای h و بار دیگر برای $\frac{h}{9}$ استفاده کنید.

$$\begin{cases} v_2^2 = 2g\Delta y_2 \Rightarrow \frac{v_2^2}{v_1^2} = \frac{\Delta y_2}{\Delta y_1} \Rightarrow \frac{v_2^2}{30^2} = \frac{h}{\frac{h}{9}} \Rightarrow v_2^2 = 30^2 \times 9 \\ v_1^2 = 2g\Delta y_1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow v_2 = 30 \times 3 = 90 \text{ m/s}$$

B ۱ ۶۰۸



۱) دقت کنید در لحظه‌ای که ارتفاع سنگ از زمین $\frac{3H}{4}$ بوده، سنگ به اندازه $\frac{H}{4}$ سقوط کرده و چون در مورد زمان صحبتی نشده برای حل از معادله مستقل از زمان استفاده می‌کنیم:

$$v_1^2 - v_0^2 = 2g\Delta y_1 \Rightarrow v_1^2 = 2g\left(\frac{H}{4}\right) \quad (I)$$

۲) اگر ارتفاع سنگ از سطح زمین $\frac{1}{9}H$ شود یعنی سنگ $\frac{H}{9}$ سقوط کرده پس:

$$v_2^2 - v_1^2 = 2g\Delta y_2 \Rightarrow v_2^2 = 2g\left(\frac{H}{9}\right) \quad (II)$$

۳) حال دو معادله را بر هم تقسیم می‌کنیم:

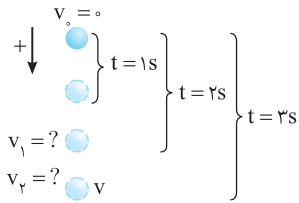
$$\frac{v_1^2}{v_2^2} = \frac{2g\left(\frac{H}{4}\right)}{2g\left(\frac{H}{9}\right)} \Rightarrow \frac{v_1^2}{v_2^2} = \frac{9}{4} \xrightarrow{\text{از دو طرف جذر می‌گیریم}} \frac{v_1}{v_2} = \frac{3}{2}$$

A ۶۱۲ ۲

بازی با سوال اگر جسمی در شرایط خلأ از ارتفاعی بدون سرعت اولیه رها شود و d_1 مسافت طی شده در ثانیه اول حرکت و d_2 مسافت طی شده در

ثانیه سوم حرکت باشد، $d_2 - d_1$ کدام است؟ **مشابه کنکور دهه‌های گذشته**

$$(1) \quad g \quad (2) \quad 2g \quad (3) \quad \frac{g}{2} \quad (4) \quad \frac{5}{2}g$$



پاسخ جهت مثبت را

برای سادگی رو به پایین در نظر می‌گیریم. مسافت طی شده در ثانیه اول یعنی از $t=0$ تا $t=1$ s با توجه به معادله مکان - زمان برابر است با:

$$\Delta y = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow d_1 = \frac{1}{2}g$$

مسافت طی شده در ثانیه سوم یعنی مسافت طی شده در بازه $t=2$ s تا $t=3$ s از این روی یک بار $t=2$ s و بار دیگر $t=3$ s مکان جسم را به دست می‌آوریم:

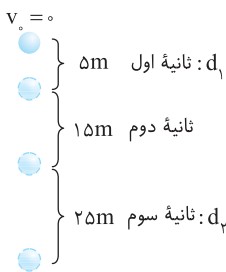
$$\begin{cases} \Delta y_2 = \frac{1}{2}g(2)^2 = 2g \\ \Delta y_3 = \frac{1}{2}g(3)^2 = \frac{9}{2}g \end{cases} \Rightarrow d_2 = \frac{9}{2}g - 2g = \frac{5}{2}g$$

$$d_2 - d_1 = \frac{5}{2}g - \frac{1}{2}g = 2g \quad \text{بنابراین } d_2 - d_1 \text{ برابر است با:}$$

روش دیگر: با توجه به رابطه جابه‌جایی در ثانیه t ام می‌توان نوشت:

$$\Delta x_{(t)} = \frac{1}{2}a(2t-1) + v_0 \Rightarrow \Delta y_{(t)} = \frac{1}{2}g(2t-1) \Rightarrow d_1 = \frac{1}{2}g(2 \times 1 - 1) = \frac{1}{2}g$$

$$d_2 = \frac{1}{2}g(2 \times 3 - 1) = \frac{5}{2}g \Rightarrow d_2 - d_1 = 2g$$



میانبر جابه‌جایی جسم در سقوط

در ثانیه‌های متوالی برابر است با:

$$d_2 - d_1 = 25 - 5 = 20 = 2g$$

گزینۀ ۲

B ۶۱۴ ۲

خط فکری شکل ساده‌ای از سقوط گلوله را رسم می‌کنیم و با توجه به اینکه تنها

سرعت $v_0 = 0$ داده شده یک بار با استفاده از رابطه $\Delta y = \frac{1}{2}gt^2$ مسافت سقوط در

مدت t ثانیه اول و بار دیگر با استفاده از همین فرمول مسافت سقوط در مدت کل $2t$ ثانیه را به دست می‌آوریم:

۱ در مدت t ثانیه گلوله به اندازه h_1 متر

سقوط کرده:

$$h_1 = \frac{1}{2}gt_1^2 \Rightarrow h_1 = \frac{1}{2}g\left(\frac{t}{2}\right)^2 \Rightarrow h_1 = \frac{1}{4}\left(\frac{1}{2}gt^2\right)$$

۲ در مدت $2t$ ثانیه گلوله به اندازه $h_1 + h_2$

$$h_1 + h_2 = \frac{1}{2}g(2t)^2$$

سقوط می‌کند:

$$h_1 + h_2 = \frac{1}{2}g(2t)^2$$

۳ حال دو معادله را بر هم تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{h_1 + h_2}{h_1} = \frac{\frac{1}{2}g(2t)^2}{\frac{1}{4}\left(\frac{1}{2}gt^2\right)} \Rightarrow \frac{h_1 + h_2}{h_1} = 4 \Rightarrow h_1 + h_2 = 4h_1 \Rightarrow h_2 = 3h_1 \Rightarrow \frac{h_2}{h_1} = 3$$

راه حل اول: با توجه به رابطه مکان-زمان $\Delta y = \frac{1}{2}gt^2$ جابه‌جایی در ثانیه اول را

$$x = \frac{1}{2}gt^2 \xrightarrow{t=1s} \Delta x_1 = 5m \quad \text{به دست می‌آوریم:}$$

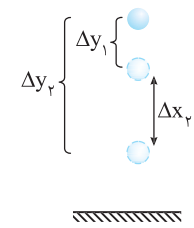
با توجه به اینکه سرعت اولیه برابر صفر است و در رابطه $\Delta y = \frac{1}{2}gt^2$ سرعت اولیه یعنی

$t=0$ را صفر قرار دادیم پس برای به دست آوردن جابه‌جایی در ثانیه دوم $t=1$ s تا

$t=2$ s جابه‌جایی Δy_1 و Δy_2 را حساب کرده و تفاضل این دو Δx_2 را می‌دهد:

$$\begin{cases} \Delta y_1 = \frac{1}{2}gt_1^2 \xrightarrow{t_1=1s} \Delta y_1 = 5m \\ \Delta y_2 = \frac{1}{2}gt_2^2 \xrightarrow{t_2=2s} \Delta y_2 = 20m \end{cases} \Rightarrow \Delta x_{(2)} = 20 - 5 = 15m$$

بنابراین نسبت خواسته شده برابر است با:



$$\frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} = \frac{15}{5} = 3$$

راه حل دوم: در حرکت با شتاب ثابت، جابه‌جایی متحرک در ثانیه t ام از رابطه زیر به دست می‌آید:

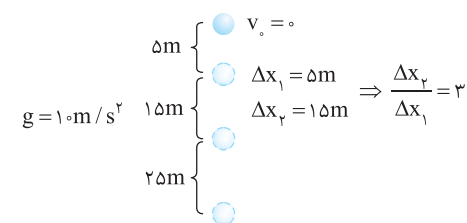
$$\Delta x_{(t)} = \frac{1}{2}a(2t-1) + v_0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t=1s \Rightarrow \Delta x_{(1)} = 5m \\ t=2s \Rightarrow \Delta x_{(2)} = 15m \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} = \frac{15}{5} = 3$$

میانبر مسافت‌های طی شده در ۱ ثانیه‌های متوالی تشکیل تصاعد حسابی با

قدرنسبت g می‌دهد:



A ۶۱۳ ۲

۱ ابتدا مسافت طی شده در $\frac{3}{4}$ ثانیه اول را به دست می‌آوریم:

$$\Delta y_{\left(\frac{3}{4}\right)} = \frac{1}{2}gt^2 = 5 \times \frac{9}{16} \Rightarrow \Delta y_{\left(\frac{3}{4}\right)} = \frac{45}{16}m$$

۲ ثانیه سوم سقوط یعنی $t=2$ s تا $t=3$ s و چون با توجه به اینکه شتاب آهنگ

تغییر سرعت بوده و سرعت در هر ثانیه $10m/s$ افزایش می‌یابد پس در لحظه $t=2$ s

سرعت $v_1 = gt = 20m/s$ و در لحظه $t=3$ s سرعت برابر $v_2 = gt = 30m/s$

است و جابه‌جایی در ثانیه سوم سقوط خواهد شد:

$$\Delta y_{(t)} = \frac{v_1 + v_2}{2} \Delta t \Rightarrow \Delta y_{(2s \text{ تا } 3s)} = \frac{20 + 30}{2} \times 1 \Rightarrow \Delta y_{(2s \text{ تا } 3s)} = 25m$$

حال نسبت مسافت‌های خواسته شده را به دست می‌آوریم:

$$\frac{\Delta y_{\left(\frac{3}{4}\right)}}{\Delta y_{(2s \text{ تا } 3s)}} = \frac{\frac{45}{16}}{25} = \frac{9}{80}$$

میانبر مسافت طی شده در ثانیه سوم سقوط برابر است با:

$$\Delta y_{(t)} = \frac{1}{2}g(2t-1) + v_0 \Rightarrow \Delta y_{(3)} = 5 \times 5 + 0 = 25m$$

A ۶۱۸ ۲

نکته: حرکت دارای شتاب $g=10\text{m/s}^2$ است یعنی تغییرات سرعت در هر ثانیه برابر 10m/s است.

گلوله با سرعت 32m/s به زمین رسیده است. اگر یک ثانیه قبل از آن سرعت گلوله را v فرض کنیم سرعت برخورد به زمین $v+10$ خواهد شد. بنابراین:

$$v+10=32 \Rightarrow v=22\text{m/s}$$

روش دیگر: یک ثانیه آخر را یک حرکت مستقل فرض می‌کنیم. برای سادگی جهت مثبت رو به پایین اختیار شده است.

$$v_f = gt + v_i \Rightarrow 32 = 10 \times 1 + v_i \Rightarrow v_i = 22\text{m/s}$$

B ۶۱۹ ۳

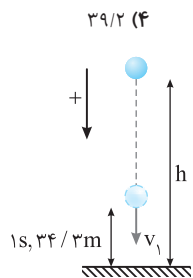
جهت رو به پایین را مثبت می‌گیریم:
 $v = gt + v_0 \Rightarrow 36 = 10(1/2) + v_0$
 $\Rightarrow v_0 = 24\text{m/s}$
 اکنون به کمک فرمول طلایی (رابطه مستقل از شتاب)، می‌توان نوشت:

$$\Delta y = \frac{v+v_0}{2} \Delta t \Rightarrow \Delta y = \frac{36+24}{2} \times 1/2 = 36\text{m}$$

می‌توان سؤالاتی که سرعت انتهایی بازه زمانی داده شده و سرعت ابتدایی را نداریم از رابطه t : انتهایی $v + \Delta y = \frac{1}{2}gt^2$ حل کنیم:

$$\Delta y = -\frac{1}{2} \times 10 \times (1/2)^2 + 36(1/2) \Rightarrow \Delta y = -\frac{10}{8} + 18 = 36\text{m}$$

باز به سوال: گلوله‌ای بدون سرعت اولیه در شرایط خلأ سقوط می‌کند و در آخرین ثانیه سقوط، $34/3$ متر را طی می‌کند. این گلوله با سرعت چند متر بر ثانیه به زمین رسیده است؟ ($g=9/8\text{m/s}^2$)



پایسج: راه حل اول: به کمک معادله مکان - زمان سرعت را در یک ثانیه قبل از برخورد به زمین (v_1) را به دست می‌آوریم:

$$\Delta y = \frac{1}{2}gt^2 + v_1 t \Rightarrow 34/3 = \frac{1}{2} \times 9/8 \times 1 + v_1 \times 1$$

$$\Rightarrow v_1 = 29/4\text{m/s}$$

حال به کمک معادله مستقل از شتاب، سرعت برخورد به زمین را به دست می‌آوریم:

$$\Delta y = \frac{v_f + v_i}{2} \Delta t \Rightarrow 34/3 = \frac{v_f + 29/4}{2} \times 1 \Rightarrow v_f = 39/2\text{m/s}$$

راه حل دوم: استفاده از فرمول جابه‌جایی در ثانیه t ام:

$$\Delta y = \frac{1}{2}g(2t-1) \Rightarrow 34/3 = \frac{1}{2} \times 9/8(2t-1) \Rightarrow t = 4\text{s}$$

$$v = gt + v_0 \Rightarrow v = 9/8 \times 4 + 0 = 39/2\text{m/s}$$

گزینه ۴

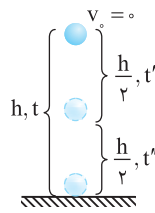
B ۶۲۰ ۴

۱ بازه $3/5$ آخر یعنی مدت زمان بین $t=2/5$ تا $t=6/5$. از این رو سرعت در لحظه $t=2/5$ و $t=6/5$ را به دست می‌آوریم.
 $v = gt + v_0 \Rightarrow t_1 = 2/5 \Rightarrow v_1 = 25\text{m/s}$
 $\Rightarrow t_2 = 6/5 \Rightarrow v_2 = 60\text{m/s}$

۲ جابه‌جایی در مدت $3/5$ آخر برابر خواهد شد با:

$$\Delta y = \frac{v_f + v_i}{2} \Delta t \Rightarrow \Delta y = \frac{60 + 25}{2} \times 3/5 \Rightarrow \Delta y = 148/10\text{m}$$

B ۶۱۵ ۱



۱ با توجه به معادله مکان - زمان در دو بازه مشخص شده سرعت اولیه صفر بوده و در بازه زمانی t' گلوله به اندازه $h/2$ و در مدت t گلوله به اندازه h سقوط می‌کند:

$$(I): h = -\frac{1}{2}gt'^2$$

$$(II): \frac{h}{2} = -\frac{1}{2}gt''^2$$

۲ دو معادله (I) و (II) را بر هم تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{h}{2} = \frac{1}{2}gt'^2 \Rightarrow \left(\frac{t'}{t}\right)^2 = 2 \Rightarrow t' = \frac{\sqrt{2}}{2}t$$

۳ بنابراین زمان سپری شده در نیمه دوم مسیر برابر است با:

$$t'' = t - t' = t - \frac{\sqrt{2}}{2}t = \frac{2 - \sqrt{2}}{2}t$$

$$\frac{t'}{t''} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}t}{\frac{2 - \sqrt{2}}{2}t} = \frac{\sqrt{2}}{2 - \sqrt{2}}$$

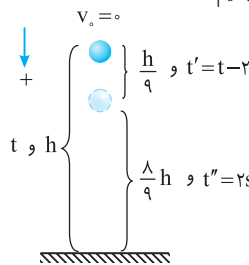
۴ در نتیجه نسبت $\frac{t'}{t''}$ برابر است با:

باید معادله را گویا کرد و در مخرج رادیکال نداشته باشیم. بنابراین صورت و مخرج را در $2 + \sqrt{2}$ ضرب می‌کنیم:

$$\frac{t'}{t''} = \frac{\sqrt{2}}{2 - \sqrt{2}} \times \frac{2 + \sqrt{2}}{2 + \sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2} + 2}{4 - 2} = \frac{2\sqrt{2} + 2}{2} = \sqrt{2} + 1$$

B ۶۱۶ ۲

خط فکری: همواره در حل این مسائل، قسمت اول مسیر را با کل مسیر مقایسه می‌کنیم. چون سرعت اولیه در هر دو حالت $v_0 = 0$ است. با توجه به خط فکری بالا، شکل ساده‌ای از مسیر سقوط گلوله رسم می‌کنیم و معادله مکان - زمان را برای قسمت اول و کل مسیر می‌نویسیم:



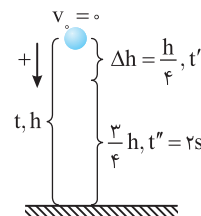
$$(I): h = \frac{1}{2}gt'^2$$

$$(II): \frac{h}{9} = \frac{1}{2}g(t-t')^2$$

حال دو معادله (I) و (II) را بر هم تقسیم کرده و g از صورت و مخرج ساده می‌شود:

$$\frac{h}{9} = \frac{t^2}{(t-t')^2} \Rightarrow 9 = \frac{t^2}{(t-t')^2} \Rightarrow 3 = \frac{t}{t-t'} \Rightarrow 3t - 6 = t \Rightarrow t = 3\text{s}$$

A ۶۱۷ ۱



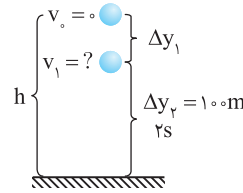
با توجه به فرض مسأله اگر ارتفاع سقوط h باشد گلوله $h/4$ اول مسیر را در مدت t' و $3/4$ بقیه مسیر را در مدت $t''=2\text{s}$ طی می‌کند. در حل این نوع مسائل همواره شما باید به کمک معادله مکان - زمان، زمان کل مسیر را با زمان قسمت ابتدایی مسیر مقایسه کنید.

$$\Delta y = \frac{1}{2}gt'^2 \Rightarrow \begin{cases} h = \frac{1}{2}gt'^2 \\ \frac{h}{4} = \frac{1}{2}gt''^2 \end{cases} \Rightarrow t' = \frac{t}{2}, t'' = t - t' \Rightarrow t'' = t - \frac{t}{2} \Rightarrow 2 = \frac{t}{2} \Rightarrow t = 4\text{s}$$

اکنون h را به دست می‌آوریم.

در حل مسأله برای سادگی جهت رو به پایین مثبت اختیار شده است.

۱ ۶۲۱ B



در مسیر حرکت در مدت ۲s متحرک با شتاب ثابت $g = 10 \text{ m/s}^2$ جابه‌جایی ۱۰۰ متر را طی کرده است به همین دلیل می‌توان نوشت:

$$\Delta y = \frac{1}{2}gt^2 + v_1 t \Rightarrow 100 = 5 \times 4 + v_1 \times 2$$

$$\Rightarrow v_1 = 40 \text{ m/s}$$

فاصله محل رها شدن تا رسیدن به سرعت 40 m/s را حساب می‌کنیم:

$$v_1^2 = 2g\Delta y_1 \Rightarrow 1600 = 20\Delta y_1 \Rightarrow \Delta y_1 = 80 \text{ m}$$

ارتفاع کل سقوط h برابر مجموع Δy_1 و Δy_2 است:

$$h = \Delta y_1 + \Delta y_2 \Rightarrow h = 80 + 10 = 90 \text{ m}$$

میانبر در حرکت سقوط آزاد متحرک در ثانیه اول ۵ متر و در ثانیه دوم ۱۵ متر و ثانیه سوم ۲۵ متر و ... را طی می‌کند.

۵m	۱۵m	۲۵m	۳۵m	۴۵m	۵۵m
ششم	پنجم	چهارم	سوم	دوم	ثانیه اول

بنابراین h برابر است با: $h = 5 + 15 + 25 + 35 + 45 + 55 = 180 \text{ m}$
دقت کنید که از این میانبر تنها برای سؤالاتی می‌توان استفاده کرد که زمان سقوط گلوله عدد صحیح باشد نه عدد اعشاری.

بازی با سوال گلوله کوچکی از ارتفاع h بالای سطح زمین بدون سرعت اولیه رها می‌شود و ۷۰ متر آخر سقوط را در مدت ۲s می‌پیماید. ارتفاع h چند متر است؟ (مقاومت هوا ناچیز و $g = 10 \text{ m/s}^2$ است.) **مشابه کنکور دهه‌های گذشته**

$$125 (1) \quad 101/25 (2) \quad 160 (3) \quad 150 (4)$$

پایان جهت مثبت را رو به پایین اختیار می‌کنیم. با توجه به شکل، v_1 را به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta y = \frac{1}{2}gt^2 + v_1 t \Rightarrow 70 = \frac{1}{2} \times 10 \times 4 + v_1 \times 2$$

$$\Rightarrow v_1 = 25 \text{ m/s}$$

حال Δy_1 را حساب می‌کنیم:

$$v_1^2 - v_0^2 = 2g\Delta y_1 \Rightarrow 625 - 0 = 20\Delta y_1 \Rightarrow \Delta y_1 = 31/25 \text{ m}$$

$$h = 70 + 31/25 = 101/25 \text{ m}$$

تذکر: آیا این تست از روش اول تست قبلی حل می‌شود؟ قطعاً خیر. بنابراین روش‌های اصلی حل کردن را فرا بگیرید.

۱ ۶۲۲ A

حالت اول: گلوله در شرایط خلأ از ارتفاع h رها شده است.

(الف) با توجه به معادله مکان - زمان، t را به‌دست می‌آوریم:

$$y = \frac{1}{2}gt^2 + v_0 t \Rightarrow h = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

(ب) با توجه به معادله مستقل از زمان سرعت رسیدن به زمین را حساب می‌کنیم:

$$v^2 - v_0^2 = 2gy \Rightarrow v^2 = 2gh \Rightarrow v = \sqrt{2gh}$$

حالت دوم: حال اگر جسم از ارتفاع $4h$ رها شده باشد:

(الف) با توجه به معادله مکان - زمان داریم:

$$4h = \frac{1}{2}gt'^2 \Rightarrow t'^2 = \frac{4h}{g} \Rightarrow t' = \sqrt{\frac{4h}{g}} = 2\sqrt{\frac{2h}{g}}$$

(ب) با توجه به معادله مستقل از زمان داریم:

$$v'^2 = 2g(4h) \Rightarrow v'^2 = 8gh \Rightarrow v' = \sqrt{8gh} = 2\sqrt{2gh}$$

بنابراین t' ، دو برابر t و v' دو برابر v است.

با توجه به رابطه زمان سقوط ($t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$) زمان سقوط h با جذر ارتفاع نسبت مستقیم

دارد. همچنین سرعت رسیدن به زمین با جذر ارتفاع ($v = \sqrt{2gh}$) رابطه مستقیم دارد:

$$t \propto \sqrt{h} \quad \text{رسیدن به زمین} \quad v \propto \sqrt{h} \quad \text{رسیدن به زمین}$$

۲ ۶۲۳ A

جهت رو به پایین را برای سادگی مثبت در نظر می‌گیریم. زمان سقوط را به‌دست می‌آوریم.

$$\Delta y = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow 122/5 = \frac{1}{2} \times 9/8 t^2 \Rightarrow 122/5 = 4/9 t^2 \Rightarrow t^2 = 25 \Rightarrow t = 5 \text{ s}$$

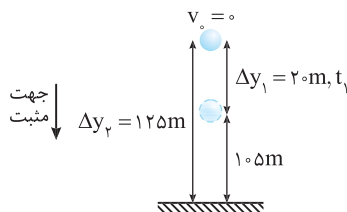
یادآوری سرعت متوسط برابر $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ است.

$$v_{av} = \frac{\Delta y}{\Delta t} \Rightarrow v_{av} = \frac{122/5}{5} = 24/5 \text{ m/s} \quad \text{سرعت متوسط خواهد شد:}$$

۳ ۶۲۴ B

زمان حرکت در 10.5 m آخر را به‌دست می‌آوریم. برای این کار چون سرعت v_0 داده شده باید زمان سقوط Δy_1 و زمان کل سقوط را ابتدا به‌دست آوریم:

$$\Delta y_1 = \frac{1}{2}gt_1^2 \Rightarrow 20 = 5t_1^2 \Rightarrow t_1 = 2 \text{ s}, \quad \Delta y_2 = \frac{1}{2}gt_2^2 \Rightarrow 125 = 5t_2^2 \Rightarrow t_2 = 5 \text{ s}$$



بنابراین مدت زمان طی مسافت 10.5 m آخر مسیر برابر $3 \text{ s} = 5 - 2$ است.

$$v_{av} = \frac{\Delta y}{\Delta t} = \frac{10.5}{3} = 3.5 \text{ m/s} \quad \text{سرعت متوسط برابر است با:}$$

میانبر با توجه به روش دنباله حسابی جسم در ثانیه اول حرکت 5 m و در ثانیه دوم آن 15 m سقوط می‌کند بنابراین از ارتفاع 125 m در مدت دو ثانیه اول 20 m و مابقی زمان یعنی $2 - 1$ ثانیه ارتفاع $10.5 \text{ m} = 125 - 20$ را طی می‌کند:

$$\Delta y = -\frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow -125 = -5t^2 \Rightarrow t = 5 \text{ s}$$

10.5 متر آخر مسیر را در مدت $t' = t - 2 = 3 \text{ s}$ طی کرده، بنابراین:

$$v_{av} = \frac{10.5}{3} = 3.5 \text{ m/s}$$

۳ ۶۲۵ B

راه حل اول: زمان سقوط گلوله را به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta y = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow 44/1 = \frac{1}{2} \times 9/8 t^2 \Rightarrow t^2 = 9 \Rightarrow t = 3 \text{ s}$$

بنابراین ثانیه آخر، بازه زمانی بین $t_1 = 2 \text{ s}$ تا $t_2 = 3 \text{ s}$ است. سرعت را در لحظه‌های $t_1 = 2 \text{ s}$ و $t_2 = 3 \text{ s}$ به‌دست می‌آوریم:

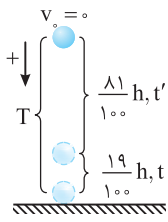
$$v = gt \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 2 \text{ s} \Rightarrow v_1 = 9/8 \times 2 = 19/6 \text{ m/s} \\ t_2 = 3 \text{ s} \Rightarrow v_2 = 9/8 \times 3 = 27/4 \text{ m/s} \end{cases}$$

سرعت متوسط در حرکت با شتاب ثابت برابر است با:

$$v_{av} = \frac{v_1 + v_2}{2} = \frac{19/6 + 27/4}{2} \Rightarrow v_{av} = 24/5 \text{ m/s}$$

(در حل این پرسش جهت رو به پایین مثبت اختیار شده است.)

۱ ۶۲۷ B



خط فکری جهت مثبت را برای سادگی محاسبات رو به پایین در نظر می‌گیریم. ارتفاع کل را h در نظر می‌گیریم و با توجه به سؤال متحرک در مدت t ، جابه‌جایی $\frac{19}{100}h$ آخر مسیر را طی کرده است. حال زمان کل مسیر را با قسمت اول مسیر مقایسه می‌کنیم.

۱ اگر کل زمان سقوط T باشد، زمان لازم برای اینکه گلوله $\frac{19}{100}h$ سقوط کند

$t' = T - t$ است، حال به کمک معادله مکان - زمان برای قسمت اول و کل مسیر داریم:

$$\frac{19}{100}h = \frac{1}{2}gt'^2 \quad (I)$$

$$h = \frac{1}{2}gT^2 \quad (II)$$

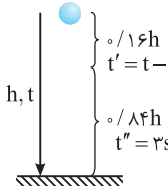
۲ دو معادله را بر هم تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{\frac{1}{2}gt'^2}{\frac{1}{2}gT^2} = \frac{\frac{19}{100}h}{h} \Rightarrow \left(\frac{t'}{T}\right)^2 = \frac{19}{100} \Rightarrow \frac{t'}{T} = \frac{1}{10} \Rightarrow \frac{T-t}{T} = \frac{1}{10} \Rightarrow 10(T-t) = T \Rightarrow 9T = 10t \Rightarrow T = \frac{10}{9}t$$

$$\Rightarrow T = 10t \Rightarrow t = 0.1T$$

۳ بنابراین t ، $\frac{1}{10}$ کل زمان (T) است و 10% کل زمان می‌شود.

۳ ۶۲۸ B



جهت مثبت را رو به پایین در نظر می‌گیریم. با توجه به سؤال اگر ارتفاع رها شدن گلوله از سطح زمین را h در نظر بگیریم، 84% درصد پایانی مسیر را در $3s$ طی کرده است، زمان قسمت اول مسیر $0.16h$ را با زمان کل مسیر مقایسه می‌کنیم.

$$0.16h = \frac{1}{2}g(t-3)^2 \Rightarrow 0.16 = \frac{(t-3)^2}{t^2}$$

$$h = \frac{1}{2}gt^2$$

$$\Rightarrow 0.4 = \frac{t-3}{t} \Rightarrow 0.4t = t-3 \Rightarrow t = 5s$$

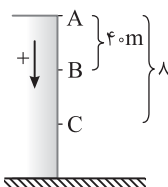
بنابراین زمان کل سقوط $5s$ است، اکنون h را به دست می‌آوریم:

$$h = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow h = 5 \times 25 = 125m$$

$$v_{av} = \frac{125}{5} = 25m/s$$

سرعت متوسط خواهد شد:

۲ ۶۲۹ A



خط فکری جهت رو به پایین را برای سادگی در عددگذاری در روابط، مثبت می‌گیریم، چون در سؤال جابه‌جایی‌ها داده و سرعت خواسته شده برای حل از معادله مستقل از زمان کمک می‌گیریم. ۱ از A تا B گلوله 40 متر جابه‌جا شده و سرعت اولیه آن در A صفر است:

$$v_B^2 = 2g\Delta y_{AB} \Rightarrow v_B^2 = 2 \times 10 \times 40 \Rightarrow v_B = 20\sqrt{2}m/s$$

۲ از A تا C گلوله 80 متر جابه‌جا شده و سرعت اولیه آن در A صفر است:

$$v_C^2 = 2g\Delta y_{AC} \Rightarrow v_C^2 = 2 \times 10 \times 80 \Rightarrow v_C = 40m/s$$

۳ نسبت سرعت در مکان B و C را به دست می‌آوریم:

$$\frac{v_B}{v_C} = \frac{20\sqrt{2}}{40} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

راه حل دوم: سرعت هنگام رسیدن به زمین را حساب می‌کنیم:

$$v^2 - 0^2 = 2gh \Rightarrow v^2 = 2 \times 9.8 \times 44.1 \Rightarrow \sqrt{44.1} = 9.8 \times 4.5 \Rightarrow v = 29.4m/s$$

$$v^2 = 2 \times 9.8 \times 9.8 \times 4.5 \Rightarrow v^2 = (9.8)^2 (3)^2 \Rightarrow v = 29.4m/s$$

در سقوط آزاد در هر ثانیه به سرعت جسم به اندازه g اضافه می‌شود. بنابراین $1s$ قبل از برخورد گلوله به زمین سرعت گلوله خواهد شد:

$$v = 29.4 - 9.8 = 19.6m/s$$

$$v_{av} = \frac{v+v'}{2} = \frac{19.6}{2} = 9.8m/s$$

سرعت متوسط را حساب می‌کنیم:

یازنی با سؤال گلوله‌ای در شرایط خلأ از ارتفاع h رها می‌شود و پس از t ثانیه به زمین می‌رسد. اگر تندی متوسط آن در نیم ثانیه آخر سقوطش برابر

$22/5$ متر بر ثانیه باشد، t چند ثانیه است؟ ($g=10m/s^2$)

- ۲ (۱) ۲ (۲) ۲/۵ (۳) ۳ (۴) ۲/۲۵

پایسج برای سادگی جهت مثبت را رو به پایین اختیار می‌کنیم. تندی متوسط در نیم ثانیه آخر سقوط $22/5m$ است. بنابراین جابه‌جایی در نیم ثانیه آخر حرکت برابر است با:

$$v_1 \left\{ \begin{array}{l} 0/\Delta s \\ \Delta y = 11/25m \end{array} \right. \quad v_{av} = \frac{\Delta y}{\Delta t} \Rightarrow \Delta y = 22/5 \times 0.5 \Rightarrow \Delta y = 11/25m$$

سرعت گلوله در ابتدای این قسمت مسیر (v_1) را از معادله جابه‌جایی - زمان به دست می‌آوریم.

$$\Delta y = \frac{1}{2}gt^2 + v_1t \Rightarrow 11/25 = 5 \times 0.25 + v_1 \times 0.5 \Rightarrow v_1 = 2m/s$$

زمان رسیدن گلوله به سرعت $2m/s$ را حساب می‌کنیم.

$$v = gt \Rightarrow 2 = 10t_1 \Rightarrow t_1 = 2s$$

$$t = 2 + 0.5 = 2.5s$$

زمان کل سقوط برابر است با:

گزینه ۲

۳ ۶۲۶ A

متحرک از حال سکون رها شده و حرکت شتابدار با شتاب ثابت $g=9.8m/s^2$ است. سرعت متوسط در جابه‌جایی $\frac{H}{9}$ برابر $4/9m/s$ است. سرعت متوسط در حرکت شتاب ثابت برابر میانگین سرعت اولیه و نهایی است:

$$v_{av} = \frac{v_1+v_2}{2} \Rightarrow 4/9 = \frac{0+v_2}{2} \Rightarrow v_2 = 8/9m/s$$

$$\Delta y = \frac{H}{9}, g = 9.8m/s^2, v_1 = 0, v_2 = 8/9m/s$$

$$v_2^2 - v_1^2 = 2g\Delta y \Rightarrow (8/9)^2 = 2 \times 9.8 \times \frac{H}{9} \Rightarrow H = 4/9 \times 9$$

خواسته مسئله تندی هنگام رسیدن به زمین است یعنی در مدتی که متحرک به اندازه H جابه‌جا شده است:

$$v_2^2 - v_1^2 = 2gH \Rightarrow v_2^2 - 0 = 2 \times 9.8 \times 4/9 \times 9$$

$$v_2^2 = 2 \times 2 \times 4 \times 9 \times 9/9 \Rightarrow v_2 = 2 \times 4 \times 9 \times 3 \Rightarrow v_2 = 216m/s$$

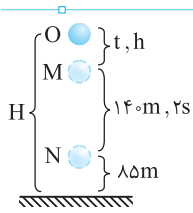
روش دوم: هر دو معادله مستقل از زمان بالا را با هم می‌نویسیم:

$$\left\{ \begin{array}{l} v_2^2 - v_1^2 = 2g \frac{H}{9} \Rightarrow v_2^2 = 2g \frac{H}{9} \\ v_2^2 - v_1^2 = 2gH \Rightarrow v_2^2 = 2gH \end{array} \right. \Rightarrow \frac{v_2^2}{v_2^2} = \frac{1}{9} \Rightarrow v_2 = 3v_1$$

حال با توجه به اینکه v_2 برابر $9/8m/s$ است. v_1 را حساب می‌کنیم.

۶ با جای گذاری $t_1 = 5s$ در معادله (۱) داریم:

$$t_1 = \sqrt{\frac{h}{v_0}} \Rightarrow \Delta = \sqrt{\frac{h}{v_0}} \Rightarrow 2\Delta = \frac{h}{v_0} \Rightarrow h = 5.0 \text{ m}$$



جهت مثبت را برای سادگی رو به پایین

اختیار می کنیم.

۱ به کمک معادله مکان زمان. مدت

سقوط از O تا M را به دست می آوریم:

$$\Delta y = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow h = \frac{1}{2}gt^2$$

۲ از O تا N، ۲ ثانیه بیشتر از t طول می کشد و گلوله به اندازه $h + 14.0$ متر

سقوط می کند.

$$h + 14.0 = \frac{1}{2}g(t+2)^2$$

۳ اگر دو معادله را از هم کم کنیم داریم:

$$14.0 = \frac{1}{2}g((t+2)^2 - t^2) \Rightarrow 14.0 = \Delta((t+2-t)(t+2+t))$$

$$\Rightarrow 14.0 = \Delta(2t+2)(2t+2) \Rightarrow 2t+2 = 14 \Rightarrow t = 6s$$

۴ با جای گذاری $t = 6s$ در یکی از معادلات h را به دست می آوریم:

$$h = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow h = 5 \times 36 \Rightarrow h = 18.0 \text{ m}$$

۵ با توجه به اطلاعات روی شکل $H = 18.0 + 14.0 + 8.5 = 40.5 \text{ m}$ است. با توجه به

H زمان کل سقوط را حساب می کنیم.

$$H = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow 40.5 = \Delta t^2 \Rightarrow t^2 = 81 \Rightarrow t = 9s$$

۶ سرعت متوسط خواهد شد:

$$v_{av} = \frac{\Delta y}{\Delta t} = \frac{40.5}{9} \Rightarrow v_{av} = 4.5 \text{ m/s}$$

جهت مثبت را برای سادگی رو به پایین اختیار می کنیم.

یادآوری حرکت سقوط آزاد یک حرکت با شتاب ثابت است و سرعت متوسط در هر

$$v_{av} = \frac{v_1 + v_2}{2} \quad \text{بازه برابر است با:}$$

از طرفی اگر مدت حرکت از A تا B و از B تا C برابر t باشد خواهیم داشت.

$$v = at + v_0 \Rightarrow \begin{cases} v_B = 1.0t + v_A \\ v_C = 1.0 \times (2t) + v_A \Rightarrow v_C = 2.0t + v_A \end{cases}$$

حال با توجه به رابطه سرعت متوسط خواهیم داشت:

$$\left\{ \begin{aligned} v_{avAB} &= \frac{v_A + v_B}{2} \Rightarrow 1.6 = \frac{v_A + v_B}{2} \Rightarrow v_A + v_A + 1.0t = 3.2 \\ v_{avBC} &= \frac{v_B + v_C}{2} \Rightarrow 2.4 = \frac{v_A + 1.0t + v_A + 2.0t}{2} \end{aligned} \right.$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2v_A + 1.0t = 3.2 & (1) \\ 2v_A + 3.0t = 4.8 & (2) \end{cases}$$

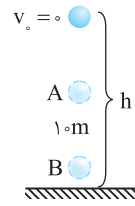
برای حل دو معادله (۱) و (۲) دستگاه می نویسیم:

$$\begin{cases} 2v_A + 1.0t = 3.2 \\ 2v_A + 3.0t = 4.8 \end{cases} \Rightarrow 2.0t = 1.6 \Rightarrow t = 0.8s$$

برای حل دو معادله (۱) و (۲) دستگاه می نویسیم:

$$2v_A + 1.0 \times 0.8 = 3.2 \Rightarrow v_A = 1.2 \text{ m/s}$$

۳ ۶۳۰ B



جهت مثبت را برای سادگی رو به پایین اختیار می کنیم. گلوله

پس از ۳s به A رسیده است. بنابراین سرعت آن در نقطه A

برابر است با: $v = gt \Rightarrow v_A = 1.0 \times 3 \Rightarrow v_A = 3.0 \text{ m/s}$

مدت زمان طی مسیر A تا B خواسته شده و چون تنها سرعت

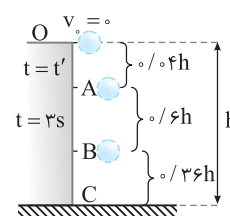
A داده شده پس استفاده از معادله اولیه $\Delta y_{AB} = \frac{1}{2}gt^2 + v_0t$

سؤال را حل می کنیم، دقت کنید که سرعت اولیه در بازه حرکت A تا B، سرعت در نقطه A یعنی 3.0 m/s است:

$$\Delta y = \frac{1}{2}gt^2 + v_0t \Rightarrow 1.0 = \Delta t^2 + 3.0t \Rightarrow t^2 + 6t - 2 = 0 \Rightarrow t = \frac{-6 \pm \sqrt{36+8}}{2}$$

$$\Rightarrow t = \frac{-6 + \sqrt{44}}{2} \approx \frac{-6 + 6.6}{2} = 0.3 \text{ s}$$

۱ ۶۳۱ B



۱ برای سادگی جهت مثبت را رو به پایین

در نظر می گیریم:

با توجه به شکل معادله مکان - زمان را برای

از O تا A و از O تا B می نویسیم:

$$\Delta y = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow h/4 = \Delta t'^2$$

$$\Delta y = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow h/3 = \Delta (t'+3)^2$$

۲ دو معادله را بر هم تقسیم می کنیم: $\frac{4}{3} = \frac{t'^2}{(t'+3)^2} \Rightarrow \frac{t'}{t'+3} = \frac{2}{3} \Rightarrow t' = 1s$

۳ با جای گذاری $t' = 1s$ h را به دست می آوریم:

$$OA = \frac{1}{2}gt'^2 \Rightarrow h/4 = \Delta (1)^2 \Rightarrow h = 1.2 \text{ m}$$

۴ ارتفاع سقوط جسم از O تا C برابر 1.2 m و سرعت اولیه آن در O صفر است.

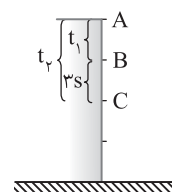
پس زمان کل حرکت را به دست می آوریم: $\Delta y = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow 1.2 = \Delta t^2 \Rightarrow t = 0.5s$

۵ زمان رسیدن از O تا B برابر $t' + 3 = 4s$ است. زمان کل سقوط O

تا C نیز برابر $5s$ است. پس: $t_{BC} = t_{OC} - t_{OB} \Rightarrow t_{BC} = 5 - 4 = 1s$

۳ ۶۳۲ B

خط فکری چون تنها سرعت در نقطه A داشته که برابر صفر بوده پس بهتر است معادله مکان - زمان برای مسیر AB و AC نوشته شود.



۱ مدت زمانی که گلوله از A به B می رسد برابر

است با:

$$\Delta y = -\frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow -\frac{h}{4} = -\frac{1}{2}gt_1^2 \Rightarrow \frac{h}{4} = \frac{1}{2}gt_1^2$$

$$\Rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{h}{2g}} \quad (1)$$

۲ مدت زمانی که گلوله از A به C می رسد برابر است با:

$$\Delta y = -\frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow -\frac{h}{3} = -\frac{1}{2}gt_2^2 \Rightarrow \frac{h}{3} = \frac{1}{2}gt_2^2 \Rightarrow t_2 = \sqrt{\frac{2h}{3g}} \quad (2)$$

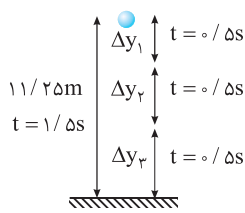
۳ دو معادله را بر هم تقسیم می کنیم:

$$\frac{t_2}{t_1} = \frac{\sqrt{\frac{2h}{3g}}}{\sqrt{\frac{h}{2g}}} \Rightarrow \frac{t_2}{t_1} = \sqrt{\frac{4}{3}} \Rightarrow t_2 = \frac{2}{\sqrt{3}}t_1$$

۴ مدت زمانی که گلوله از B به C می رسد برابر $t_{BC} = t_2 - t_1 = 0.4t_1 = 3s \Rightarrow t_1 = 7.5s$ است.

۵ با توجه به فرض مسأله:

$$t_{AB} - t_{BC} = 3s \Rightarrow t_1 - 0.4t_1 = 3s \Rightarrow 0.6t_1 = 3s \Rightarrow t_1 = 5s$$



پاسخ ابتدا زمان کل حرکت را به دست می آوریم:

$$\Delta y = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow 11/25 = \frac{1}{2} \times 10 \times t^2$$

$$\Rightarrow t^2 = 2/25 \Rightarrow t = 1/5s$$

که بازه زمانی $1/5 = 0/5s$ را باید

بررسی کنیم:

$$\Delta y = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow \Delta y_1 = \frac{1}{2} \times 10 \times (0/5)^2 = 1/25m$$

برای $0/5s$ دوم باید مکان را در لحظه های $0/5s$ و $1s$ به دست آورد و از هم کم کرد.

$$\Delta y_2 = \frac{1}{2} \times 10 \times (1)^2 - \frac{1}{2} \times 10 \times (0/5)^2 = 3/75m$$

برای $0/5s$ سوم باید مکان را در لحظه $1/5s$ و $1s$ به دست آورد و از هم کم کرد.

$$\Delta y_3 = \frac{1}{2} \times 10 \times (1/5)^2 - \frac{1}{2} \times 10 \times (0)^2 = 6/25m$$

گزینه ۲

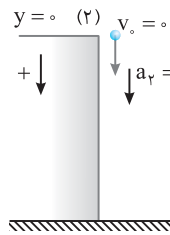
۶۳۷

راه حل اول: معادله مکان- زمان دو گلوله را نوشته از هم کم می کنیم. گلوله دوم t ثانیه بعد از گلوله اول رها شده است.

$$y_1 - y_2 = \frac{1}{2}gt_1^2 - \frac{1}{2}gt_2^2 \Rightarrow y_1 - y_2 = \frac{1}{2}g[t_1^2 - (t_1 - t)^2]$$

$$\Rightarrow \Delta y = y_1 - y_2 = \frac{1}{2}g(t_1^2 - t_1^2 + 2t_1t - t^2) = \frac{1}{2}g(2t_1t - t^2)$$

در رابطه بالا t اختلاف زمانی رها شدن دو گلوله، مقدار ثابتی است. با گذشت زمان و زیاد شدن t_1 ، فاصله دو گلوله در حال افزایش می باشد.



راه حل دوم: گلوله اول رها شده بعد از مدتی گلوله دوم رها می شود. بنابراین سرعت گلوله اول در هر لحظه از سرعت گلوله دوم بیشتر است و با گذشت زمان فاصله هر دو گلوله افزایش می یابد.

۶۳۸

۱ مدت زمانی که طول می کشد گلوله A به زمین برسد را با استفاده از معادله

$$\Delta y_A = -\frac{1}{2}gt_A^2 \Rightarrow -125 = -5t_A^2 \Rightarrow t_A = 5s$$

مکان - زمان به دست می آوریم:

$$\Delta y_B = -\frac{1}{2}gt_B^2 \Rightarrow -45 = -5t_B^2 \Rightarrow t_B = 3s$$

۳ گلوله B، 3s زمان نیاز دارد تا به زمین برسد در حالی که گلوله A، 5s زمان نیاز دارد. بنابراین اگر گلوله B با اختلاف زمانی بیشتر از $5 - 3 = 2s$ رها شود A

زودتر به زمین می رسد.

۶۳۹

۱ جهت مثبت را برای راحتی رو به پایین در نظر می گیریم. با توجه به معادله مکان - زمان برای دو گلوله داریم:

$$\Delta y_A = \frac{1}{2}gt_A^2 = 5t_A^2, \Delta y_B = \frac{1}{2}gt_B^2 = 5t_B^2$$

۲ با توجه به فرض مسأله $t_B = t_A - 3$ و $\Delta y_A - \Delta y_B = 75m$ بنابراین دو

معادله بالا را از هم کم می کنیم:

$$\begin{cases} \Delta y_A = 5t_A^2 \\ \Delta y_B = 5(t_A - 3)^2 \end{cases} \xrightarrow{\Delta y_A - \Delta y_B = 75m} \Delta y_A - \Delta y_B = 5t_A^2 - 5(t_A - 3)^2 = 75$$

$$\Rightarrow 5t_A^2 - 5(t_A - 3)^2 = 75 \Rightarrow 5t_A^2 - 5(t_A^2 - 6t_A + 9) = 75$$

$$\Rightarrow 5t_A^2 - 5t_A^2 + 30t_A - 45 = 75 \Rightarrow 30t_A - 45 = 75 \Rightarrow t_A = 4s$$

۳ اکنون h را به دست می آوریم.

$$h = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow h = 5 \times 4^2 \Rightarrow h = 80m$$

۶۳۵

ابتدا زمان کل سقوط را به دست می آوریم:

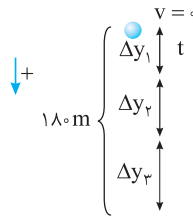
$$\Delta y = -\frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow -180 = -\frac{1}{2} \times 10 \times t^2 \Rightarrow t = 6s$$

بنا به فرض مسئله 6s به سه بازه زمانی یکسان

تقسیم شده، بنابراین هر بازه زمانی $t = 2s$

می باشد. در لحظه های $t = 2s, t = 4s, t = 6s$

مکان گلوله را به دست می آوریم:



$$y = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow \begin{cases} t = 2s \Rightarrow y_1 = 5 \times 4 = 20m \Rightarrow \Delta y_1 = 20m \\ t = 4s \Rightarrow y_2 = 5 \times 16 = 80m \Rightarrow \Delta y_2 = 80 - 20 = 60m \\ t = 6s \Rightarrow y_3 = 5 \times 36 = 180m \Rightarrow \Delta y_3 = 180 - 80 = 100m \end{cases}$$

۶۳۶

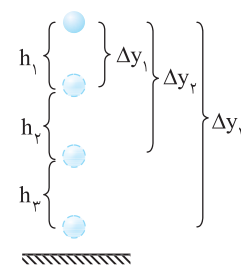
۱ ابتدا زمان کل سقوط گلوله را به دست می آوریم (برای سادگی جهت مثبت را رو به پایین در نظر می گیریم.)

$$\Delta y = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow 360 = 5t^2 \Rightarrow t^2 = 72 \Rightarrow t = 6\sqrt{2}s$$

۲ این زمان به سه بازه $2\sqrt{2}s$ تقسیم شده است.

$$\Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3 = t \xrightarrow{\frac{\Delta t_1 = \Delta t_2 = \Delta t_3}{t = 6\sqrt{2}s}} 3\Delta t_1 = 6\sqrt{2}s \Rightarrow \Delta t_1 = 2\sqrt{2}s$$

بنابراین بازه های زمانی برابر است با: $2\sqrt{2}, 2\sqrt{2}, 2\sqrt{2}$ تا $4\sqrt{2}$ تا $6\sqrt{2}$.



۳ جابه جایی از صفر تا $2\sqrt{2}$ را به دست می آوریم:

$$\Delta y_1 = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow \Delta y_1 = 40m$$

با همین بازه مشخص است که پاسخ گزینه (۳) می شود زیرا تنها گزینه ای که Δy_1 در آن $40m$ گزینه (۳) است.

جابه جایی از صفر تا $4\sqrt{2}$ را حساب می کنیم:

$$\Delta y_2 = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow \Delta y_2 = 160m$$

جابه جایی از صفر تا $6\sqrt{2}$ را حساب می کنیم:

$$\Delta y_3 = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow \Delta y_3 = 360m$$

جابه جایی در بازه زمانی دوم (h_2) برابر است با:

$$h_2 = \Delta y_3 - \Delta y_1 \Rightarrow h_2 = 360 - 40 = 320m$$

جابه جایی در بازه زمانی دوم (h_2) برابر است با:

$$h_3 = \Delta y_3 - \Delta y_2 \Rightarrow h_3 = 360 - 160 = 200m$$

میانبر

در حرکت با شتاب ثابت در بازه های زمانی یکسان جابه جایی در بازه وسط الزاماً واسطه حسابی بین دو بازه دیگر است. به طور مثال اگر در بازه های زمانی t_1, t_2

جابه جایی ها X_1, X_2, X_3 باشد:

$$X_2 = \frac{X_1 + X_3}{2}$$

که گزینه های (۱) و (۲) اینگونه حذف می شوند و از طرفی جابه جایی در T ثانیه دوم به اندازه aT^2 بیشتر از T ثانیه قبل است. در این سؤال T برابر $2\sqrt{2}s$ و شتاب برابر 10 است. پس aT^2 برابر $80m$ است که این اختلاف بین جابه جایی های گزینه (۳) برقرار است.

بازی با سؤال

گلوله ای از ارتفاع $11/25$ متری زمین در شرایط خلأ رها می شود. اگر مدت حرکت را به 3 بازه زمانی یکسان تقسیم کنیم، مسافت های طی شده در این بازه های زمانی چند متر است؟ ($g = 10m/s^2$)

(۱) $2/25, 3/25, 5/25$ (۲) $1/25, 3/25, 6/25$

(۳) $1, 4, 6/25$ (۴) $1/5, 3/5, 6/25$

۲ محل رهاشدن گلوله (۱) را مبدأ فرض می‌کنیم و معادله حرکت دو گلوله را نسبت به این مبدأ می‌نویسیم.

$$y_1 = \frac{1}{2}gt_1^2 \Rightarrow y_1 = \Delta t_1^2$$

معادله حرکت گلوله اول:

معادله حرکت گلوله دوم: مکان اولیه گلوله دوم $y_p = +8.0m$ است. بنابراین:

$$y_p = \frac{1}{2}gt_p^2 + 8.0 \Rightarrow y_p = \Delta t_p^2 + 8.0$$

۳ گلوله دوم ۳s دیرتر رها شده است یعنی زمان حرکت گلوله دوم ۳s از زمان حرکت گلوله اول کمتر است ($t_p = t_1 - 3$) بنابراین معادله حرکت گلوله دوم خواهد شد:

$$y_p = \Delta(t_1 - 3)^2 + 8.0$$

۴ مکان‌ها را برابر قرار می‌دهیم:

$$y_1 = y_p \Rightarrow \Delta t_1^2 = \Delta(t_1 - 3)^2 + 8.0 \Rightarrow \Delta t_1^2 = \Delta t_1^2 - 3.0t_1 + 4.5 + 8.0 \Rightarrow t_1 = \frac{12.5}{3.0} s$$

۵ باید زمان کل سقوط گلوله اول را حساب کنیم. اگر این زمان کوتاه‌تر از $\frac{12.5}{3.0} s$ باشد دو گلوله در مسیر سقوط به هم نمی‌رسند.

$$\Delta y = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow 12.5 = \frac{1}{2} \times 10 \times t_{کل}^2 \Rightarrow t_{کل} = \Delta s > t_1$$

بنابراین $t_1 = \frac{12.5}{3.0} s$ صحیح است.

۳ ۶۴۴ **B**

۱ ابتدا مدت زمانی که متحرک به محل سقوط گلوله می‌رسد را حساب می‌کنیم:

$v_0 = 0$
 $d = 10.0 m$

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \quad v_0 = 0 \quad \Delta x = 10.0 m, a = 2 m/s^2 \Rightarrow 10.0 = t^2 \Rightarrow t = 1.0 s$$

۲ باید زمان سقوط گلوله ۱.۰s باشد تا به خودرو برخورد کند از این رو ارتفاع h خواهد شد:

$$h = \frac{1}{2}gt^2 \quad g = 10 m/s^2$$

$$h = 5 \times 1.0^2 = 5.0 m$$

میانبر \leftarrow شتاب حرکت گلوله $10 m/s^2$ و شتاب حرکت خودرو $2 m/s^2$ است.

با توجه به رابطه $\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t$ چون سرعت اولیه هر دو متحرک صفر بوده

($v_0 = 0$) و هر دو هم‌زمان به یک محل می‌رسند و زمان یکسانی خواهند داشت پس جابه‌جایی آن‌ها با شتاب رابطه مستقیم دارد و چون شتاب گلوله ۵ برابر شتاب خودرو بوده پس جابه‌جایی آن نیز ۵ برابر خودرو می‌شود.

۳ ۶۴۵ **B**

تکنه \leftarrow برای دو گلوله که با فاصله زمانی از یک ارتفاع رها می‌شوند همواره بیشترین فاصله دو گلوله وقتی است که گلوله اول به زمین رسیده باشد.

۱ بنابراین ابتدا زمان سقوط گلوله اول را به دست می‌آوریم. جهت مثبت را رو به پایین اختیار کرده‌ایم. $\Delta y = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow 24/2 = \frac{1}{2} \times 10 \times t^2 \Rightarrow t^2 = 4/84 \Rightarrow t = 2/21 s$

۲ گلوله دوم $0/7 s$ دیرتر رها شده است و در لحظه‌ای که گلوله اول به زمین رسیده است، گلوله دوم به مقدار زیر سقوط کرده است.

$$\Delta y = \frac{1}{2}gt^2 \quad t = 2/21 - 0/7 = 1/21 s \Rightarrow \Delta y_p = \frac{1}{2} \times 10 \times (1/21)^2 \Rightarrow \Delta y_p = \frac{22/5}{2} = 11/21 m$$

در این صورت بیشترین فاصله دو گلوله از هم خواهد شد: $24/2 - 11/21 = 12/95 m$

۱ ۶۴۶ **B**

یادآوری \leftarrow دو گلوله با فاصله زمانی و از یک نقطه رها شده‌اند بنابراین بیشترین فاصله بین دو گلوله زمانی اتفاق می‌افتد که گلوله اول به زمین برسد.

۱ زمان رسیدن گلوله اول به زمین را به دست می‌آوریم.

$$\Delta y = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow 8.0 = \frac{1}{2} \times 10 \times t^2 \Rightarrow t = 4 s$$

۲ ۶۴۰ **B**

با توجه به شکل، گلوله دوم پس از $BC = 2.0 m$ سقوط به زمین می‌رسد. جهت مثبت را رو به پایین اختیار می‌کنیم. زمان سقوط گلوله دوم

$$y_B = \frac{1}{2}gt_B^2 \Rightarrow 2.0 = \frac{1}{2} \times 10 \times t_B^2 \Rightarrow t_B = 2 s$$

زمان سقوط گلوله A، ۱s بیشتر بوده پس زمان سقوط A برابر است با: $t_A = t_B + 1 = 3 s$ با توجه به اینکه t_A برابر ۳s است، جابه‌جایی Δy_A را به دست می‌آوریم:

$$y = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow y_A = \frac{1}{2} \times 10 \times 3^2 = 45 m$$

y_B برابر $2.0 m$ و y_A برابر 45 متر است:

$$AB = y_A - y_B \Rightarrow AB = 45 - 2.0 = 43 m$$

۳ ۶۴۱ **A**

خط فکری \leftarrow برای به دست آوردن فاصله دو گلوله باید معادله مکان هر گلوله را جداگانه بنویسیم. فاصله دو گلوله برابر تفاضل مکان دو گلوله است.

۱ زمین را به عنوان مبدأ حرکت در نظر گرفته و معادله حرکت هر دو گلوله را می‌نویسیم:

$$y_B = -\frac{1}{2}gt^2 + 7.5 \quad y_A = -\frac{1}{2}gt^2 + 4.0$$

۲ در $t = 2 s$ ، فاصله گلوله‌ها از سطح زمین را به دست می‌آوریم:

$$y_B = -5(2)^2 + 7.5 = -55 m \quad y_A = -5(2)^2 + 4.0 = -20 m$$

۳ بنابراین فاصله دو گلوله از هم $55 - 20 = 35 m$ است.

میانبر \leftarrow البته سؤال نیاز به حل عددی نداشته و از همان ابتدا مشخص می‌باشد که فاصله دو گلوله از هم $35 m$ است زیرا هر دو گلوله با هم رها شده و شتاب حرکت هر دو $a = g$ می‌باشد پس سرعت این دو گلوله در زمان‌های مختلف با هم برابر است و فاصله آن‌ها نسبت به فاصله اولیه نه کم می‌شود و نه زیاد.

۴ ۶۴۲ **A**

خط فکری \leftarrow گلوله A، $1/5 s$ زودتر رها شده پس بعد از گذشت ۲ ثانیه از سقوط B، گلوله A، $3/5 s$ سقوط کرده است. پس جابه‌جایی گلوله A و B را در این مدت زمان‌ها به دست می‌آوریم.

۱ جابه‌جایی گلوله A در مدت $3/5 s$ را حساب می‌کنیم:

$$\Delta y_A = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow \Delta y_A = 5 \times (3/5)^2 \Rightarrow \Delta y_A = 61/25 m$$

۲ جابه‌جایی گلوله B در مدت ۲s را حساب می‌کنیم:

$$\Delta y_B = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow \Delta y_B = 5(2)^2 = 20 m$$

۳ بنابراین در این مدت متحرک A، $61/25 m$ و متحرک B، $20 m$ سقوط کرده‌اند، بنابراین فاصله دو متحرک برابر است با:

$$d = \Delta y_A - \Delta y_B \Rightarrow d = 61/25 - 20 = 41/25 m$$

۲ ۶۴۳ **B**

خط فکری \leftarrow هرگاه از ما خواسته شود زمان رسیدن دو متحرک را به دست بیاوریم، معادله حرکت هر متحرک را نوشته با هم برابر قرار می‌دهیم.

۱ گلوله اول از ارتفاع $125 m$ به $8.0 m$ رسیده است یعنی 45 متر سقوط می‌کند. مدت این سقوط را حساب می‌کنیم. برای سادگی جهت مثبت را رو به پایین فرض می‌کنیم.

$$\Delta y = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow 45 = 5t^2 \Rightarrow t = 3 s$$

۲ ۶۴۹ ابتدا زمان رسیدن گلوله اول به زمین را به دست می آوریم:

$$\Delta y = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow 20 = \frac{1}{2} \times 10 \times t^2 \Rightarrow t = 2s$$

گلوله‌ها در بازه‌های زمانی یکسان رها شده‌اند و گلوله سوم تازه رها شده پس گلوله سوم ۲s بعد از گلوله اول و گلوله دوم ۱s پس از گلوله اول رها شده‌اند. جابه‌جایی گلوله دوم در مدت ۱s را به دست می آوریم:

$$\Delta y = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow \Delta y = \frac{1}{2} \times 10 \times 1 \Rightarrow \Delta y = 5m$$

در نتیجه فاصله گلوله دوم از سطح زمین $20 - 5 = 15m$ است.

۴ ۶۵۰ جسم از حال سکون رها شده است، بنابراین شیب خط مماس بر نمودار $y-t$ که معرف سرعت است در $t=0$ باید افقی باشد. همچنین نمودار $y-t$ سهمی شکل است زیرا سقوط آزاد حرکت با شتاب ثابت است، بنابراین گزینه (۴) می‌تواند نمودار $y-t$ آن باشد.

۱ ۶۵۱ هر سه گلوله از یک ارتفاع رها شده پس شتاب حرکت هر سه برابر $-g$ است و در نمودار $v-t$ شیب خط برابر شتاب می‌باشد از این رو شیب خط نمودار $v-t$ هر سه گلوله با هم برابر می‌باشد و نمودار $v-t$ هر سه موازی هم است. بنابراین گزینه (۱) درست است.

۳ ۶۵۲ با توجه به نمودار در مدت ۳s گلوله به اندازه $h-84$ متر و در مدت ۵s به اندازه h متر سقوط می‌کند. با توجه به معادله مکان - زمان $\Delta y = \frac{1}{2}gt^2$ داریم: (الف) در بازه ۰ تا ۳s:

$$h-84 = \frac{1}{2}g(3)^2 \Rightarrow h-84 = 4.5g \quad (I)$$

(ب) در بازه ۰ تا ۵s:

$$h = \frac{1}{2}g(5)^2 \Rightarrow h = 12.5g \quad (II)$$

دو معادله (I) و (II) را از هم کم می‌کنیم:

$$h - (h-84) = 12.5g - 4.5g \Rightarrow 84 = 8g \Rightarrow g = 10.5 \text{ m/s}^2$$

این شتاب گرانش برای زحل است.

۱ ۶۵۳ **یادآوری** شیب خط مماس بر نمودار $y-t$ سرعت گلوله را مشخص می‌کند.

۱ گلوله از ارتفاع h رها شده و سرعت اولیه صفر است. با توجه به معادله سرعت - زمان، سرعت در لحظه‌های t_1 و t_2 خواهد شد:

$$v = at + v_0 \begin{cases} v_0 = 0 \\ a = g \end{cases} \rightarrow v_1 = gt_1$$

$$v_0 = 0 \\ a = g \end{cases} \rightarrow v_2 = gt_2$$

۲ با توجه به فرض مسئله سرعت گلوله در لحظه t_2 ، دو برابر لحظه t_1 است:

$$v_2 = 2v_1 \Rightarrow gt_2 = 2gt_1 \Rightarrow t_2 = 2t_1$$

۳ از لحظه $t=0$ تا t_1 گلوله به اندازه $h-150$ متر سقوط کرده و سرعت اولیه در این بازه صفر است:

$$\Delta y = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow h-150 = \frac{1}{2}gt_1^2 \quad (I)$$

۴ از لحظه $t=0$ تا $t_2=2t_1$ به اندازه $h-120$ متر سقوط کرده و سرعت اولیه در این بازه صفر است:

$$h-120 = \frac{1}{2}g(2t_1)^2 \Rightarrow h-120 = 4\left(\frac{1}{2}gt_1^2\right) \quad (II)$$

دو معادله بالا را بر هم تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{h-150}{h-120} = \frac{\frac{1}{2}gt_1^2}{4\left(\frac{1}{2}gt_1^2\right)} \Rightarrow 4h-600 = h-120 \Rightarrow 3h = 480 \Rightarrow h = 160m$$

۲ در این لحظه فاصله دو گلوله از هم ۳۵ متر است یعنی گلوله دوم $80-35=45m$ سقوط کرده است.

۳ زمان سقوط متحرک (۲) را حساب می‌کنیم.

$$\Delta y = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow 45 = \frac{1}{2} \times 10 \times t^2 \Rightarrow t = 3s$$

۴ بنابراین گلوله دوم $t=4-3=1s$ بعد رها شده است.

بازی با سوال دو گلوله به فاصله زمانی یک ثانیه از نقطه‌ای به ارتفاع h در شرایط خلأ رها می‌شوند. اگر بیشترین فاصله بین آن‌ها در طول حرکت به ۴۵ متر برسد، ارتفاع h چند متر است؟ ($g=10 \text{ m/s}^2$) **مشابه کنکور دهه‌های گذشته**

(۱) ۸۰ (۲) ۱۱۰ (۳) ۱۲۵ (۴) ۱۴۵

پاسخ محل رها شدن را مبدأ می‌گیریم و جهت رو به پایین را مثبت اختیار می‌کنیم. معادله حرکت دو گلوله را نوشته از هم کم می‌کنیم و برابر ۴۵m قرار می‌دهیم. اگر زمان حرکت گلوله اول t باشد زمان حرکت گلوله دوم $(t-1)$ است. بنابراین:

$$y_1 - y_2 = 45 \Rightarrow \frac{1}{2}gt^2 - \frac{1}{2}g(t-1)^2 = 45 \Rightarrow t = 5s$$

بنابراین:

$$y = \frac{1}{2}gt^2 = \frac{1}{2} \times 10 \times (5)^2 = 125m$$

گزینه ۳

۳ ۶۴۷ **خط فکری** گلوله A از ارتفاع کمتر و زودتر رها شده است، بنابراین گلوله A زودتر به زمین می‌رسد و بیشترین فاصله بین دو گلوله وقتی است که A به زمین رسیده است.

۱ زمان سقوط گلوله A را حساب می‌کنیم.

$$\Delta y = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow 45 = \frac{1}{2} \times 10 \times t^2 \Rightarrow t = 3s$$

۲ در مدت ۳s سقوط A، گلوله B یک ثانیه کمتر سقوط کرده و در $3-1=2s$ در حال سقوط است. مقدار سقوط B را حساب می‌کنیم.

$$\Delta y = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow \Delta y_B = \frac{1}{2} \times 10 \times 4 = 20m$$

۳ بنابراین وقتی A به زمین رسیده است، گلوله B $20m$ سقوط کرده و در ارتفاع $60-20=40m$ سطح زمین است و بیشترین فاصله بین A و B، $40m$ است.

۱ ۶۴۸ **خط فکری** بعد از ۲s گلوله A با سرعت $v=gt=20 \text{ m/s}$ به روبه‌روی گلوله B می‌رسد. بعد از رها کردن گلوله B، در ارتفاع‌های یکسان سرعت گلوله A از سرعت گلوله B بیشتر است ($v=gt, t_A > t_B$) پس در طول زمان فاصله دو گلوله از هم بیشتر خواهد شد و بیشترین فاصله دو گلوله از هم بعد از رها شدن گلوله B زمانی است که گلوله A به زمین برسد.

۱ فاصله بین گلوله A تا B برابر $80-60=20m$ است. ابتدا حساب می‌کنیم که گلوله A بعد از چند ثانیه به روبه‌روی گلوله B رسیده و ۲۰ متر سقوط می‌کند:

$$\Delta y = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow 20 = \frac{1}{2} \times 10 \times t^2 \Rightarrow t = 2s$$

۲ با معادله مکان - زمان، زمان رسیدن گلوله A به زمین را به دست می‌آوریم:

$$\Delta y = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow 80 = \frac{1}{2} \times 10 \times t^2 \Rightarrow t = 4s$$

۳ گلوله A بعد از ۴s از رها شدن خود به زمین می‌رسد، در این مدت گلوله B که ۲ ثانیه دیرتر رها شده به اندازه $4-2=2s$ در حال سقوط بوده و مقدار سقوط B در مدت این ۲s را حساب می‌کنیم.

$$\Delta y_B = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow \Delta y_B = \frac{1}{2}(2)^2 = 20m$$

۴ هنگامی که گلوله A به زمین رسیده گلوله B، $20m$ جابه‌جا شده و در فاصله $40m$ از زمین است پس بیشترین فاصله دو گلوله از هم $40m$ می‌باشد.

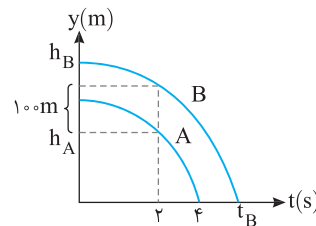
۲ ۶۵۴ B

۱ هر دو گلوله رها شده و $v_0 = 0$ است. معادله مکان -

زمان گلوله A و B را می نویسیم:

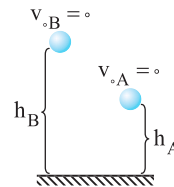
$$y_A = \frac{1}{2}gt^2 + h_A$$

$$y_B = \frac{1}{2}gt^2 + h_B$$



۲ در $t = 2s$ فاصله دو گلوله از هم ۱۰۰ است:

$$\begin{cases} y_A = \frac{1}{2}gt^2 + h_A \\ y_B = \frac{1}{2}gt^2 + h_B \end{cases} \xrightarrow{\text{معادله پایین را از معادله بالا کم می کنیم}} \begin{cases} y_A = \frac{1}{2}gt^2 + h_A \\ y_B - y_A = \frac{1}{2}g(t^2) + h_B - (\frac{1}{2}g(t^2) + h_A) \end{cases}$$



$$\Rightarrow y_B - y_A = h_B - h_A \xrightarrow{y_B - y_A = 100m} h_B - h_A = 100m$$

۳ تا رسیدن به زمین گلوله A، h_A و گلوله B، h_B را طی می کند. با توجه به نمودار مدت زمان طی این مسافت به ترتیب t_A و t_B است:

$$\begin{cases} h_A = \frac{1}{2}gt_A^2 \Rightarrow h_A = \Delta t_A^2 \\ h_B = \frac{1}{2}gt_B^2 \Rightarrow h_B = \Delta t_B^2 \end{cases} \xrightarrow{\text{معادله پایین را از معادله بالا کم می کنیم}} h_B - h_A = \Delta(t_B^2 - t_A^2)$$

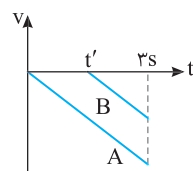
$$100 = \Delta(t_B^2 - 16) \Rightarrow t_B^2 = 36 \Rightarrow t_B = 6s$$

میانبر دو گلوله همزمان رها می شوند و در هر لحظه سرعت آن یکسان بوده و مقدار سقوط هر دو گلوله در هر ثانیه برابر است در نتیجه فاصله آن‌ها از هم تغییر نمی کند و در تمام لحظه‌ها فاصله آن‌ها از هم یکسان است. بنابراین اگر در $t = 2s$ فاصله آن‌ها از هم ۱۰۰m است در $t = 0$ نیز فاصله آن‌ها از هم ۱۰۰ متر بوده است.

۱ ۶۵۵ A

خط فکری با توجه به نمودار، گلوله A را اول

رها کرده ایم و هر لحظه فاصله آن از متحرک B بیشتر می شود. وقتی فاصله بین A و B بیشینه است که گلوله A به زمین رسیده باشد و از آن لحظه به بعد گلوله B به آن نزدیک می شود.



۱ در $t = 3s$ فاصله بین دو گلوله بیشینه است. ارتفاع h را که در مدت 3s گلوله A طی کرده است به دست می آوریم.

$$\Delta y = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow h = 5 \times 9 = 45m$$

۲ تا این لحظه گلوله B، 25 متر کمتر سقوط کرده پس $45 - 25 = 20m$ سقوط کرده است، با توجه به این جابه جایی مدت زمان سقوط B را حساب می کنیم:

$$\Delta y_B = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow 20 = \frac{1}{2} \times 10 \times t_B^2 \Rightarrow t_B = 2s$$

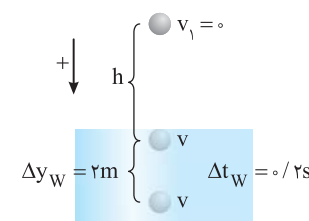
۳ گلوله A، 3s و گلوله B، 2s سقوط کرده پس اختلاف زمانی رها شدن دو گلوله خواهد شد:

$$t' = t_A - t_B = 3 - 2 = 1s$$

۲ ۶۵۶ B

خط فکری گلوله دو مرحله حرکت دارد یکی حرکت گلوله در قسمت اول سقوط آزاد و

دومی هنگامی است که گلوله وارد آب شده و حرکت گلوله در آب دارای سرعت ثابت است.



۱ در مدت سقوط آزاد، سرعت گلوله از $v_1 = 0$ به v رسیده و

گلوله به اندازه h سقوط کرده، چون زمانی در این حرکت نداریم پس معادله مستقل از زمان می نویسیم:

$$v^2 = 2gh \quad (1)$$

۲ درون آب، گلوله به مدت 0.2s با سرعت ثابت حرکت کرده و 2m جابه جا می شود:

$$\Delta y_W = vt \Rightarrow 2 = v \times 0.2 \Rightarrow v = 10m/s \quad (2)$$

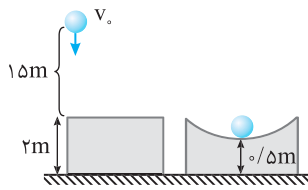
۳ با توجه به دو معادله (1) و (2)، h را حساب می کنیم:

$$v^2 = 2gh \xrightarrow{v=10m/s} 100 = 20h \Rightarrow h = 5m$$

۴ ۶۵۷ B

۱ جهت رو به پایین را مثبت می گیریم، سرعت برخورد شخص به بالش را حساب می کنیم

$$\begin{aligned} v^2 - v_0^2 &= 2gy \\ \Rightarrow v^2 - 0 &= 2g(15) \\ \Rightarrow v^2 &= 30g \Rightarrow v = \sqrt{30g} m/s \end{aligned}$$



۲ بعد از برخورد به بالش جسم دارای حرکت کندشونده می شود تا می ایستد، شتاب در این قسمت خواسته شده و سرعت گلوله از v به صفر رسیده بنابراین مجدداً معادله مستقل از زمان را نوشته و شتاب توقف شخص را حساب می کنیم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta y \Rightarrow 0 - 30g = 2a(1/5) \Rightarrow a = -10g$$

۳ ۶۵۸ B

خط فکری در این سؤال دو مرحله حرکت را بررسی می کنیم. (۱) سقوط آزاد گلوله از ارتفاع 28/8m با شتاب g و (۲) حرکت سرعت ثابت موج صوتی از هنگام برخورد گلوله به سطح آب تا رسیدن به گوش شخص.

۱ ابتدا مدت زمانی که طول می کشد تا سنگ به سطح آب برسد را حساب می کنیم:

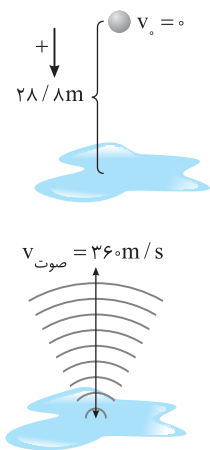
$$\Delta y = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow 28/8 = \Delta t^2 \Rightarrow t = 2/4s$$

۲ صوت نیز بعد از برخورد باید مسافت 28/8m را با سرعت ثابت 360m/s طی کند تا به گوش شخص برسد.

$$\Delta y = vt' \Rightarrow t' = \frac{\Delta y}{v} = \frac{28/8}{360} = 0.08s$$

۳ بنابراین مدت زمان بین رها کردن سنگ تا شنیدن صدا برابر است با:

$$t + t' = 2/4 + 0.08 = 2/48s$$



۱ ۶۵۹ B

با توجه به معادله مستقل از زمان، برای دو حالت سرعت رسیدن به زمین را حساب می کنیم:

۱ گلوله از ارتفاع h رها شده و با سرعت v به زمین می رسد:

$$v^2 - 0^2 = 2gh \Rightarrow v^2 = 2gh \Rightarrow v = \sqrt{2gh}$$

۲ گلوله از ارتفاع nh رها شده و با سرعت v' به سطح سیاره ای با شتاب گرانشی g' رسیده:

$$v'^2 - 0^2 = 2g'nh \Rightarrow v'^2 = 2ng'h \Rightarrow v' = \sqrt{2ng'h}$$

۳ حال نسبت $\frac{v'}{v}$ را حساب می کنیم.

$$\frac{v'}{v} = \frac{\sqrt{2ng'h}}{\sqrt{2gh}} \xrightarrow{g'=(n-1)g} \frac{v'}{v} = \sqrt{\frac{(n-1)g(nh)}{gh}} \Rightarrow \frac{v'}{v} = \sqrt{n-1}$$

۴ ۶۶۰ B

خط فکری گلوله از نقطه A رها شده است. ($v_0 = 0$). برای حل یک بار مسیر AB و بار دیگر مسیر AC را در نظر می گیریم. در هر دو مسیر سرعت اولیه صفر بوده و چون تنها سرعت A را داریم، برای حل از معادله $\Delta y = \frac{1}{2}gt^2$ کمک می گیریم:

۴ سرعت متوسط از لحظه رها شدن تا نقطه B برابر است با:

$$v_{av} = \frac{v_B + v_0}{2} = \frac{gt - g + 0}{2} \Rightarrow v_{av} = \frac{gt - g}{2}$$

۵ با توجه به فرض مسئله $v_{av} = 6v'_{av}$ است.

$$v_{av} = 6v'_{av} \Rightarrow \frac{2gt - g}{2} = 6 \frac{gt - g}{2} \Rightarrow 2gt - g = 6gt - 6g \Rightarrow 4gt = 5g \Rightarrow t = 1/2 \text{ s}$$

$$v_C = gt = 10 \times (1/2) = 5 \text{ m/s}$$

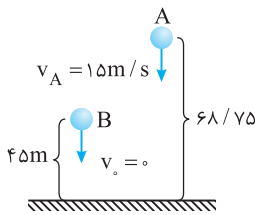
۴ ۶۶۳ C

حالت ۱: اگر هنگام رها شدن B، گلوله A هم چنان بالاتر از B باشد، ابتدا دو گلوله به هم نزدیک می‌شوند و اگر گلوله A قبل از رسیدن B به زمین از B جلو نزند در طول مسیر همواره فاصله دو گلوله از هم کم می‌شود.

حالت ۲: گلوله B قبل از رسیدن گلوله A به ارتفاع آن رها شود و گلوله A از B قبل از رسیدن به زمین جلو زده باشد. بعد از جلو زدن چون سرعت A بیشتر از B است (v = -gt) فاصله آن‌ها از هم زیاد می‌شود (یعنی ابتدا فاصله آن‌ها کم و سپس زیاد می‌شود)

حالت ۳: اگر پس از گذر گلوله A از گلوله B، گلوله B رها شود یعنی گلوله A پایین‌تر از B قرار داشته باشد با توجه به اینکه سرعت A در تمام لحظات از B بیشتر است پیوسته فاصله این دو گلوله از هم زیاد می‌شود، پس هر سه گزینه ممکن است.

۳ ۶۶۴ C



۱ جهت رو به پایین را برای سادگی محاسبات مثبت می‌گیریم. ابتدا زمان سقوط دو گلوله از لحظه رها شدن تا رسیدن به زمین را به دست می‌آوریم.

$$\Delta y = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow 0 = \frac{1}{2} \times 10^2 t_A^2 \Rightarrow t_A = 4 \text{ s}$$

$$45 = \frac{1}{2} \times 10^2 t_B^2 \Rightarrow t_B = 3 \text{ s}$$

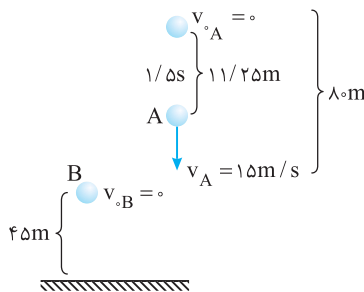
۲ گلوله A، ۱/۵ ثانیه زودتر رها شده و در این مدت سرعتش به

$$\Delta y = \frac{1}{2}gt^2 = 5(1/5)^2 = 1/2 \text{ m}$$

سقوط کرده است بنابراین در لحظه رها شدن B، A دارای سرعت بوده و در حال نزدیک شدن به B است.

۳ زمان کل سقوط B، ۳ s است. B ۱/۵ s بعد از A رها شده یعنی در لحظه t = ۳ + ۱/۵ = ۴/۵ s به زمین برخورد می‌کند.

در حالی که مدت زمان سقوط A، ۴ s است، یعنی در لحظه t = ۴ s به زمین برخورد می‌کند.

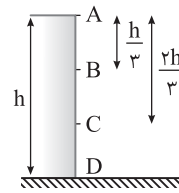


۴ زمان رسیدن دو گلوله به هم را به دست می‌آوریم.

$$y_A = y_B \Rightarrow \frac{1}{2}gt_A^2 = \frac{1}{2}g(t_A - 1/5)^2 + 35 \Rightarrow t_A^2 = (t_A - 1/5)^2 + 70$$

$$\Rightarrow t_A^2 = t_A^2 - 2t_A + 2/25 + 70 \Rightarrow 9/25 = 2t_A \Rightarrow t_A = 3/10 \text{ s} < 4 \text{ s}$$

یعنی گلوله A قبل از رسیدن به زمین از گلوله B جلو می‌زند بنابراین ابتدا A به B نزدیک و سپس از آن دور می‌شود.



۱ در سقوط از A تا B گلوله به اندازه h/3 جابه‌جا می‌شود:

$$\Delta y_{AB} = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow AB = \frac{h}{3} = \frac{1}{2}gt^2$$

۲ در سقوط از A تا C گلوله به اندازه 2h/3 جابه‌جا می‌شود:

$$AC = \frac{2h}{3} = \frac{1}{2}g(t+1)^2$$

۳ دو معادله را بر هم تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{h/3}{2h/3} = \frac{\frac{1}{2}gt^2}{\frac{1}{2}g(t+1)^2} \Rightarrow \frac{1}{2} = \left(\frac{t}{t+1}\right)^2 \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{t}{t+1} \Rightarrow \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}} = \frac{t}{t+1}$$

$$\frac{1}{1/\sqrt{2}} = \frac{t}{t+1} \Rightarrow t+1 = 1/\sqrt{2}t \Rightarrow 0 = 1/\sqrt{2}t - t - 1 \Rightarrow t = 2/\sqrt{2} \text{ s}$$

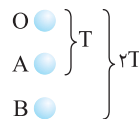
۴ در معادله مسیر AB، t را برابر 2/√2 قرار می‌دهیم:

$$h/3 = \frac{1}{2}g(2/\sqrt{2})^2 \Rightarrow h = 9\sqrt{2}/5 \text{ m}$$

۵ به کمک معادله مستقل از زمان، سرعت گلوله هنگام برخورد به زمین را به دست می‌آوریم:

$$v^2 = 2g\Delta y \Rightarrow v^2 = 2 \times 10 \times 9\sqrt{2}/5 = 18\sqrt{2} \Rightarrow v = 3\sqrt{2} \approx 4.24 \text{ m/s}$$

۲ ۶۶۱ C



جهت مثبت را رو به پایین در نظر می‌گیریم.
۱ برای مسیر OA، تندی اولیه صفر بوده و مدت زمان سقوط T است:

$$\Delta y = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow OA = \frac{1}{2}gT^2$$

۲ برای مسیر OB، تندی اولیه صفر بوده و مدت زمان سقوط 2T است:

$$OB = \frac{1}{2}g(2T)^2 = 2gT^2$$



۳ فاصله A تا B داده شده در سؤال برابر AB = OB - OA است، بنابراین:

$$AB = OB - OA \Rightarrow 5/4 = 2gT^2 - \frac{1}{2}gT^2$$

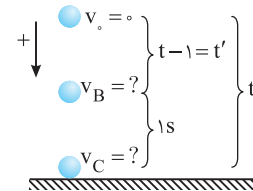
$$\Rightarrow \frac{3}{2}gT^2 = 5/4 \text{ m} \xrightarrow{g=10 \text{ m/s}^2} 15T^2 = 5/4 \text{ m} \Rightarrow T^2 = \frac{5/4}{15} = \frac{1}{6} \Rightarrow T = \frac{1}{\sqrt{6}} \text{ s} = 0.408 \text{ s}$$

$$\Rightarrow T = \frac{1}{\sqrt{6}} \text{ s} = 0.408 \text{ s}$$

۴ از لحظه رها شدن ۴ بازه زمانی T اولیه‌ای در مسیرهای OA، AB، BC، CD طی می‌شود پس زمان سقوط 4T است.

$$\Delta y = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow h = \frac{1}{2} \times 10 \times (4 \times 0.408)^2 \Rightarrow h = 5 \times (2/3)^2 \times (2/3)^2 = 28/9 \text{ m}$$

۴ ۶۶۲ C



۱ اگر زمان سقوط را t در نظر بگیریم سرعت در نقطه C هنگام رسیدن به زمین برابر است با:

$$v_C = gt + v_0 \Rightarrow v_C = gt$$

۲ نقطه B، ۱ s قبل از رسیدن به زمین بوده پس زمان رسیدن به نقطه B برابر t-1 است:

$$v_B = gt' + v_0 \Rightarrow v_B = g(t-1)$$

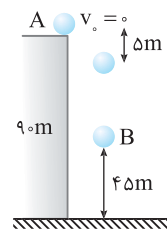
یادآوری: در حرکت با شتاب ثابت مانند سقوط آزاد سرعت متوسط برابر است با:

$$v_{av} = \frac{v_1 + v_2}{2}$$

۳ بنابراین سرعت متوسط در ثانیه آخر حرکت برابر است با:

$$v_{av} = \frac{v_B + v_C}{2} = \frac{gt - g + gt}{2} = \frac{2gt - g}{2}$$

۱ ۶۶۵ B



۱ گلوله A از ارتفاع ۹۰ متری رها شده و پس از ۱ s سرعت آن خواهد شد:

$$v = gt \Rightarrow v_B = 10 \times 1 = 10 \text{ m/s}$$

۲ در لحظه‌ای که B رها می‌شود سرعت A، ۱۰ m/s است. در طول مسیر سرعت A از B بیشتر است و A به B نزدیک می‌شود و فاصله آن‌ها از هم کم می‌شود. البته تا زمانی که A از B جلو بزند. بنابراین ما باید زمان سقوط دو گلوله را حساب کنیم:

$$\Delta y = \frac{1}{2}gt^2 \begin{cases} \text{A: } 9.0 = \frac{1}{2} \times 10 \times t_A^2 \Rightarrow t_A = 3\sqrt{2} - 3 \times 1/4 = 4/2s \\ \text{B: } 4.5 = \frac{1}{2} \times 10 \times t_B^2 \Rightarrow t_B = 3s \end{cases}$$

۳ گلوله B، در مدت ۳ s به زمین می‌رسد و چون ۱ s دیرتر رها شده بنابراین در لحظه $t = 3 + 1 = 4s$ به زمین برخورد می‌کند.

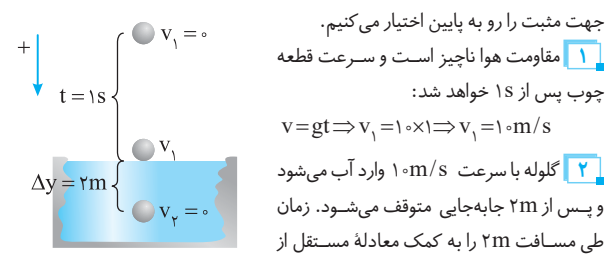
۴ لحظه برخورد A به زمین $t = 4/2s$ است. بنابراین قبل از رسیدن A به B، گلوله B به زمین می‌رسد. در نتیجه در تمام مدت A در حال نزدیک شدن به B است.

۵ بیشینه فاصله A از B در طول این مسیر همان فاصله اولیه یعنی $9.0 - 4.5 = 4.5m$ است.

۴ ۶۶۶ B

خط فکری

ابتدا سرعت قطعه چوب هنگام رسیدن به سطح آب را حساب می‌کنیم. قطعه چوب پس از مسافت ۲ m متوقف شده است ($v = 0$) به کمک رابطه مستقل از شتاب، زمان توقف را به دست می‌آوریم تا مشخص شود که در یک ثانیه آخر حرکت، تمام مدت قطعه چوب در آب بوده و یا بخشی از این ۱ s را در حال سقوط بوده است.



جهت مثبت را رو به پایین اختیار می‌کنیم.
۱ مقاومت هوا ناچیز است و سرعت قطعه چوب پس از ۱ s خواهد شد:

$$v = gt \Rightarrow v_1 = 10 \times 1 \Rightarrow v_1 = 10 \text{ m/s}$$

۲ گلوله با سرعت ۱۰ m/s وارد آب می‌شود و پس از ۲ m جابه‌جایی متوقف می‌شود. زمان طی مسافت ۲ m را به کمک معادله مستقل از

$$\Delta y = \frac{v_2 + v_1}{2} t \Rightarrow 2 = \frac{0 + 10}{2} t \Rightarrow t = 0.4s$$

۳ بنابراین از ۱ s آخر حرکت، $0.4s$ تکه چوب در آب در حال حرکت و $0.6s = 1 - 0.4$ بیرون آب در حرکت و سقوط بوده است.

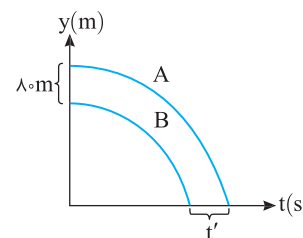
۴ باید مسافت طی شده در مدت $0.6s$ قبل از برخورد به سطح آب را حساب کنیم. از رابطه جابه‌جایی برحسب سرعت نهایی استفاده می‌کنیم.

$$\Delta y = \frac{-1}{2}gt^2 + vt \Rightarrow \Delta y = -5(0.36) + 10 \times 0.6 \Rightarrow \Delta y = -1/8 + 6 \Rightarrow \Delta y = 4/2m$$

۵ در این صورت در ۱ s ثانیه، $4/2m$ بیرون آب و $2m$ داخل آب طی می‌کند تا متوقف شود. یعنی جمعاً $6/2m$.

۱ ۶۶۷ B

خط فکری

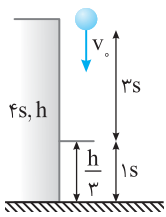


هر دو همزمان رها شده‌اند. محل رهاشدن گلوله A، $8.0m$ بالاتر از محل رهاشدن گلوله B است و تأخیر زمانی رسیدن دو گلوله به زمین به دلیل همین اختلاف فاصله است. بنابراین شما کافی است مدت زمانی که A سپری می‌کند تا $8.0m$ سقوط کند را حساب کنید.

$$\Delta y = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow 8.0 = 5t^2 \Rightarrow t = 4s$$

مقدار t' برابر خواهد شد با:

۴ ۶۶۸ B



به کمک معادله حرکت مسأله را حل می‌کنیم:

$$\Delta y = \frac{1}{2}gt^2 + v_0t$$

$$\begin{cases} h = \frac{1}{2} \times 10 \times 1.6 + 4v_0 & (1) \\ \frac{2h}{3} = \frac{1}{2} \times 10 \times 9 + 3v_0 & (2) \end{cases}$$

با تقسیم رابطه (۱) بر (۲)

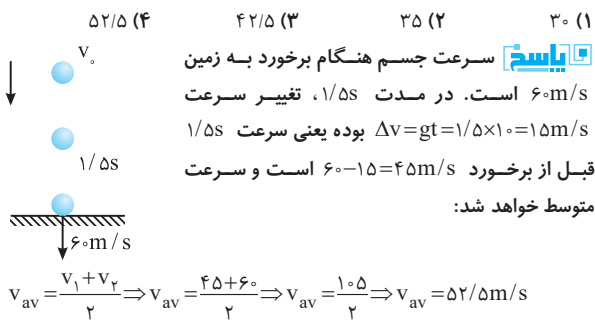
$$\frac{3}{2} = \frac{8.0 + 4v_0}{45 + 3v_0} \Rightarrow 135 + 9v_0 = 160 + 8v_0 \Rightarrow v_0 = 25 \text{ m/s}$$

در این صورت می‌توان h را به دست آورد: $h = \frac{1}{2} \times 10 \times 1.6 + 4 \times 25 \Rightarrow h = 180m$

پد حل سؤالات سقوط آزاد با سرعت اولیه مشابه حل سؤالات شتاب ثابت از رابطه $\Delta y = \frac{1}{2}at^2 + v_0t$ قابل حل می‌باشد و نیاز به اطلاعات اضافی نیست. در کتاب

درسی نمونه‌ای از این نوع تست وجود ندارد. به همین علت تنها یک تست را برای شما انتخاب کرده‌ایم.

بازی با سوال جسمی از ارتفاع ۱۰۰ متری بالای سطح زمین با سرعت اولیه v_0 در راستای قائم و در شرایط خلأ به سمت پایین پرتاب شده است. اگر سرعت جسم در لحظه برخورد به زمین 60 m/s باشد، سرعت متوسط آن در $1/5$ ثانیه آخر حرکت چند متر بر ثانیه است؟ ($g = 10 \text{ m/s}^2$) **خارج ریاضی - ۹۶**



پایسج سرعت جسم هنگام برخورد به زمین 60 m/s است. در مدت $1/5s$ تغییر سرعت $1/5s$ بوده یعنی سرعت 10 m/s قبل از برخورد $60 - 10 = 50 \text{ m/s}$ است و سرعت متوسط خواهد شد:

$$v_{av} = \frac{v_1 + v_2}{2} \Rightarrow v_{av} = \frac{60 + 50}{2} \Rightarrow v_{av} = \frac{110}{2} \Rightarrow v_{av} = 55 \text{ m/s}$$

دقت کنید که در حل این تست و ارتفاع ۱۰۰ متری و سرعت اولیه کاربردی ندارد یعنی می‌توانید فرض کنید جسم از ارتفاع بالاتری بدون سرعت اولیه رها شده است.

پنجره ۴ روبه‌روی ۵

۲ ۶۶۸ B

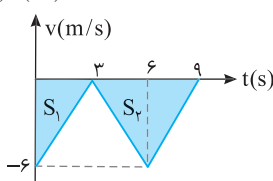
۱ تندی در لحظه‌های $t = 0$ ، $t = 3s$ ، $t = 6s$ و $t = 9s$ را به دست آورده و نمودار سرعت-زمان را رسم می‌کنیم:

$$t = 0 \Rightarrow v_0 = -6 \text{ m/s}$$

$$t = 3s \Rightarrow v = a_1 t_1 + v_0 \Rightarrow v = 2 \times 3 + (-6) = 0$$

$$t = 6s \Rightarrow v = (-2 \times 3) + 0 = -6 \text{ m/s}$$

$$t = 9s \Rightarrow v = (2 \times 3) + (-6) = 0$$



مسافت طی شده برابر است با:

$$d = |S_1| + |S_2| \Rightarrow d = \frac{(-6) \times 3}{2} + \left| \frac{6 \times (-6)}{2} \right| \Rightarrow d = 9 + 18 = 27 \text{ m}$$

نمودار سهمی است و حرکت دارای شتاب ثابت است و سرعت متوسط برابر

$$v_{av} = \frac{v_1 + v_2}{2}$$

بوده و در واقع سرعت متوسط میانگین سرعت ابتدایی و انتهایی

برابر است با: $v = 1 \text{ m/s}$

گزینه ۱

۴ ۶۶۸ B

جهت مثبت را برای سادگی رو به پایین اختیار می کنیم.

اگر سرعت گلوله هنگام رسیدن به زمین را v بگیریم و

سرعت $2s$ قبل از آن را v' خواهیم داشت:

$$v_2 = at + v_1 \Rightarrow v = gt + v' \Rightarrow v = 20 + v' \Rightarrow v' = v - 20$$

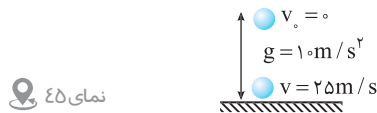
سرعت متوسط برابر میانگین سرعت در ابتدا و انتهای یک بازه زمانی است پس سرعت متوسط در $2s$ آخر سقوط برابر میانگین سرعت v و v' است:

$$v_{av} = \frac{v + v'}{2} \Rightarrow v_{av} = \frac{v + v - 20}{2} \Rightarrow 15 = v - 10 \Rightarrow v = 25 \text{ m/s}$$

گلوله رها شده و $v_0 = 0$ بوده و سرعت هنگام رسیدن به زمین $v = 25 \text{ m/s}$ است. به

کمک معادله مستقل از زمان h را حساب می کنیم:

$$v^2 - v_0^2 = 2g\Delta y \xrightarrow{v_0=0, g=10 \text{ m/s}^2, v=25 \text{ m/s}} (25)^2 = 20 \cdot h \Rightarrow h = \frac{625}{20} = 31.25 \text{ m}$$



نمای ۴۵

۳ ۶۶۸ B

در این سؤال تنها سرعت هنگام رها شدن یعنی $v_0 = 0$ را داریم، پس

برای مسیرهای OA و OB با سرعت اولیه صفر معادله حرکت را می نویسیم.

اگر گلوله فاصله بین O تا A را در مدت t ثانیه طی کند این گلوله فاصله O تا B را در

$t+1$ ثانیه طی خواهد کرد بنابراین:

با توجه به رابطه $\Delta y = \frac{1}{2}gt^2$ در

مسیر OA داریم:

$$h = \frac{1}{2}gt^2 \quad (1)$$

با توجه به رابطه $\Delta y = \frac{1}{2}gt^2$ در مسیر OB داریم:

$$h + 20 = \frac{1}{2}g(t+1)^2$$

حال معادله (۲) را از معادله (۱) کم می کنیم.

$$h + 20 - h = \frac{1}{2}g(t+1)^2 - \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow 20 = \frac{1}{2}g((t+1)^2 - t^2)$$

$$\Rightarrow 20 = 5((t+1+t)(t+1-t)) \Rightarrow 4 = (2t+1)(1) \Rightarrow t = 1/5s$$

با جای گذاری $t = 1/5s$ در معادله اول، $h = 11/25 \text{ m}$ می شود.

بنابراین ارتفاع برج برابر $23 + 11/25 = 23.44 \text{ m}$ است.

نمای ۴۵

۱ ۶۶۸ C

مسافتی که جسم در ثانیه آخر طی می کند برابر تمام مسافت پیموده

شده قبل از آن است. این عبارت به چه مفهوم است؟ دقت کنید یعنی اگر کل مسیر

سقوط h باشد در ثانیه آخر و تمام زمان قبل از آن جسم جابه جایی های یکسان $\frac{h}{4}$ را

می پیماید، بنابراین اگر کل ارتفاع سقوط h باشد و زمان کل سقوط t باشد، $\frac{h}{4}$ اول

مسیر را در $(t-1)$ ثانیه و $\frac{h}{4}$ آخر مسیر را در $1s$ پیموده است.

۳ ۶۶۸ B

سرعت از صفر در مدت t_1 با شتاب 2 m/s^2 به v می رسد. سپس در مدت t_2

با شتاب -3 m/s^2 ، از v به صفر می رسد. بنابراین شما می توانید به کمک معادله

سرعت زمان رابطه بین t_1 و t_2 به دست بیاورید.

$$v = at + v_0 \begin{cases} a = 2 \text{ m/s}^2 \rightarrow v = 2t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{v}{2} \\ a = -3 \text{ m/s}^2 \rightarrow 0 = -3t_2 + v \Rightarrow t_2 = \frac{v}{3} \end{cases} \Rightarrow \frac{t_1}{t_2} = \frac{3}{2} \quad (1)$$

کل مدت حرکت $10s$ است بنابراین:

$$t_1 + t_2 = 10 \xrightarrow{(1)} \frac{3}{2}t_2 + t_2 = 10 \Rightarrow t_2 = 4s, t_1 = 6s$$

سرعت در لحظه $t_1 = 6s$ خواهد شد: $v = at + v_0 \Rightarrow v = 2 \times 6 = 12 \text{ m/s}$

جابه جایی کل برابر سطح زیر نمودار

سرعت زمان شکل روبه روست:

$$\Delta x = \frac{12 \times 10}{2} \Rightarrow \Delta x = 60 \text{ m}$$

بنا به فرض مسئله جابه جایی در

$$\Delta x_1 = \frac{5}{12} \times 60 = 25 \text{ m}$$

اول مسیر برابر است با:

نسبت مساحت ها با مربع نسبت تشابه مثلث برابر است، از این رو:

$$\frac{25}{36} = \left(\frac{t}{6}\right)^2 \Rightarrow \frac{5}{6} = \frac{t}{6} \Rightarrow t = 5s$$

سرعت متوسط برابر است با:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{25}{5} \Rightarrow v_{av} = 5 \text{ m/s}$$

هر گاه متحرک با شتاب a_1 از حال سکون به راه بیافتد و در مدت t_1

جابه جایی Δx_1 را طی کند سپس ترمز کرده با شتاب a_2 در مدت t_2 و جابه جایی

Δx_2 متوقف شود خواهیم داشت:

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{t_1}{t_2} = \frac{\Delta x_1}{\Delta x_2}$$

بنابراین نسبت $\frac{t_1}{t_2} = \frac{a_2}{a_1} = \frac{3}{2}$ خواهد بود.

نمای ۳۵

۲ ۶۶۸ A

شیب خط قاطع نمودار $x-t$ برابر سرعت متوسط است

از این رو:

$$v_{av} = \tan \alpha = \tan 53^\circ \Rightarrow v_{av} = \frac{4}{3} = \frac{4}{3} \text{ m/s}$$

از طرفی نمودار مکان - زمان سهمی است. یعنی حرکت

دارای شتاب ثابت است، از این رو:

$$v_{av} = \frac{v + v_0}{2}$$

در لحظه $t = 0$ سرعت اولیه صفر است. بنابراین سرعت در لحظه t_1 خواهد شد:

$$\frac{4}{3} = \frac{v + 0}{2} \Rightarrow v = \frac{8}{3} \text{ m/s}$$

نمای ۳۸

پاسخ به سؤالات

در شکل روبه رو نمودار

مکان - زمان متحرکی که بخشی از یک سهمی

است، رسم شده است. در لحظه $t = \frac{t_1}{2}$ سرعت

متحرک چند متر بر ثانیه است؟ (مقیاس روی هر

محور معادل یکای کمیت است.)

$$1 \quad 1 \quad 2 \quad 2 \quad 3 \quad 3 \quad 4 \quad 4$$

شیب خط قاطع نمودار مکان - زمان برابر سرعت متوسط در آن

بازه زمانی است. پس سرعت متوسط در بازه صفر تا t_1 را به کمک شیب خط

قاطع به دست می آوریم.

$$v_{av} = \tan 45^\circ \Rightarrow v_{av} = 1 \text{ m/s}$$



۳ ۶۶۸ B

خط فکری گلوله‌ای که زودتر رها شده را A و گلوله دیگر که حرکت آن با تأخیر آغاز شده می‌نامیم. اگر مدت زمانی که گلوله A سقوط کرده را t بگیریم گلوله B، $2/5s$ با تأخیر رها شده و مدت زمان سقوط آن $t - 2/5s$ است. معادله مکان - زمان دو گلوله را نوشته و فاصله دو گلوله یعنی $y_A - y_B$ را مساوی $68/75m$ قرار می‌دهیم.

۱ معادله گلوله‌های A و B را می‌نویسیم. مبدأ مکان را محل رها شدن دو گلوله و جهت مثبت را رو به پایین می‌گیریم:



$$y = \frac{1}{2}gt^2 + y_0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y_A = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow y_A = 5t^2 \\ y_B = \frac{1}{2}g(t - 2/5)^2 \Rightarrow y_B = 5(t - 2/5)^2 \end{cases}$$

۲ حال $y_A - y_B = 68/75m$ است:

$$5t^2 - 5(t - 2/5)^2 = 68/75 \Rightarrow 5(t^2 - (t - 2/5)^2) = 68/75$$

$$\Rightarrow 5(t^2 - (t^2 - 4t/5 + 4/25)) = 68/75 \Rightarrow 5t - 6/25 = 13/75m$$

$$\Rightarrow 5t = 2 \Rightarrow t = 2/5s$$

نمای ۴۵

بازی با سوال دو گلوله در شرایط خلأ به فاصله زمانی $3/5s$ از یک نقطه بالای سطح زمین رها می‌شوند. چند ثانیه پس از رها شدن گلوله اول، فاصله دو گلوله از هم به $70m$ می‌رسد؟ ($g = 10m/s^2$)

(۱) $3/75$ (۲) $6/25$ (۳) $4/5$ (۴) $5/25$

پایسج محل رها شدن را مبدأ می‌گیریم و جهت رو به پایین را مثبت اختیار می‌کنیم.

$$\Delta y = y_1 - y_2 = \frac{1}{2}gt_1^2 - \frac{1}{2}gt_2^2 \Rightarrow \Delta y = 5[t_1^2 - (t_1 - 3/5)^2]$$

از اتحاد مزدوج استفاده می‌کنیم:

$$5[t_1 + t_1 - 3/5][t_1 - t_1 + 3/5] = 70$$

$$(2t_1 - 3/5)(17/5) = 70 \Rightarrow t_1 = 3/75s$$

گزینه ۱

۲ ۶۶۸ B

۱ با توجه به معادله مستقل از زمان خواهیم داشت:

$$v^2 - v_0^2 = 2g\Delta y \Rightarrow v^2 - 0 = 2g(\frac{3}{4}h)$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{3}{2}gh}$$

نمای ۴۵

پنجره تو در تو

۴ ۶۶۹ B

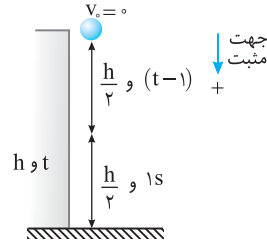
۱ مطابق شکل روبه‌رو ممکن است متحرک در مکان‌های مثبت ($x > 0$)

در حال حرکت باشد و در همان جا تغییر جهت دهد و علامت بردار مکان هم چنان مثبت باشد، بنابراین گزینه (۱) نادرست است.

در شکل روبه‌رو متحرک از نقطه A به نقطه B رفته، جابه‌جایی منفی ($\Delta x < 0$) است اما بردار مکان در نقاط A و B هر دو مثبت است و گزینه (۲) نادرست است. سرعت متوسط، برابر است با $\bar{v}_{AB} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ بنابراین بردار سرعت متوسط همواره هم جهت با بردار جابه‌جایی است.

در نتیجه گزینه (۳) نادرست و گزینه (۴) درست است.

نمای ۲



حال برای $\frac{h}{2}$ اول مسیر و کل مسیر که سرعت اولیه آن‌ها صفر است معادله مکان - زمان را می‌نویسیم:

$$\begin{cases} h = \frac{1}{2}gt^2 \\ \frac{h}{2} = \frac{1}{2}g(t-1)^2 \end{cases} \Rightarrow \frac{h}{2} = \frac{h}{2} \frac{t^2}{(t-1)^2}$$

$$\Rightarrow 2 = \frac{t^2}{(t-1)^2} \Rightarrow 2t^2 - 4t + 2 = t^2 \Rightarrow t^2 - 4t + 2 = 0$$

$$t = \frac{4 \pm \sqrt{16-8}}{2} \Rightarrow t = 2 \pm \sqrt{2} \Rightarrow \begin{cases} t = 2 + \sqrt{2} \Rightarrow t = 2 + 1/4 = 3/4s \\ t = 2 - \sqrt{2} < 1s \text{ غ ق ق} \end{cases}$$

اکنون h را به دست می‌آوریم: $h = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow h = \frac{1}{2} \times 10 \times (3/4)^2 \Rightarrow h = 57/8m$

نمای ۴۵

۲ ۶۶۸ B

راه حل اول:

خط فکری ثانیه سوم یعنی $t = 3s$ تا $t = 2s$ ، برای به دست آوردن جابه‌جایی در این بازه ابتدا ارتفاع h_1 در بازه 0 تا $2s$ و سپس ارتفاع h_2 در بازه $2s$ تا $3s$ را حساب می‌کنیم، تفاضل این دو ارتفاع برابر مسافتی است که گلوله در ثانیه سوم سقوط پیموده است:

۱ به کمک معادله $\Delta y = \frac{1}{2}gt^2$ ، h_1 را حساب می‌کنیم.

$$h_1 = \frac{1}{2}g(t)^2 \Rightarrow h_1 = \frac{1}{2} \times 9/8 \times 4 = 19/6m$$

۲ به کمک معادله $\Delta y = \frac{1}{2}gt^2$ ، h_2 را حساب می‌کنیم.

$$h_2 = \frac{1}{2}g(t)^2 \Rightarrow h_2 = \frac{1}{2} \times 9/8 \times 9 = 44/8m$$

۳ حال Δh را به دست می‌آوریم:

$$\Delta h = h_2 - h_1 \Rightarrow \Delta h = 44/8 - 19/6 \Rightarrow \Delta h = 24/8m$$

راه حل دوم: جابه‌جایی در ثانیه t ام در حرکت با شتاب ثابت روی خط راست برابر است با:

$$\Delta y_{(t)} = \frac{1}{2}g(2t-1) + v_0 \Rightarrow \Delta y_{(3)} = 4/9(2 \times 3 - 1) = 4/9 \times 5 = 24/8m$$

نمای ۴۵

۲ ۶۶۸ B

۱ جهت مثبت را رو به پایین اختیار می‌کنیم. جسم جابه‌جایی $\frac{h}{2}$ اول مسیر را در مدت $3\sqrt{2}s$ انجام داده است، بنابراین به کمک معادله جابه‌جایی زمان ارتفاع h را به دست می‌آوریم.

$$\Delta y = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow \frac{h}{2} = 5(3\sqrt{2})^2 + 0 \Rightarrow h = 180m$$

۲ در فاصله ۴۵ متری سطح زمین، جابه‌جایی گلوله برابر $\Delta y = 180 - 45 = 135m$ است. به کمک معادله مستقل از زمان، سرعت گلوله را حساب می‌کنیم.

$$v^2 - v_0^2 = 2g\Delta y$$

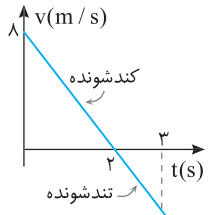
$$\Rightarrow v^2 - 0 = 2 \times 10 \times (180 - 45)$$

$$\Rightarrow v^2 = 2700 \Rightarrow v = 30\sqrt{3}m/s$$

نمای ۴۵

۱ ۶۶۹ A

۵ راه حل اول: با استفاده از معادله مکان - زمان، معادله سرعت - زمان و شتاب - زمان را به دست آورده، تعیین علامت می کنیم.



$$\begin{cases} x = -2t^2 + 8t + 10 \\ x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a = -4 \text{ m/s}^2, v_0 = 8 \text{ m/s} \Rightarrow v = at + v_0$$

$$\Rightarrow v = -4t + 8 \xrightarrow{v=0} t = 2 \text{ s}$$

سرعت در بازه زمانی صفر تا ۲s مثبت و در بازه ۲s تا ۳s منفی است، بنابراین ابتدا حرکت کندشونده ($av < 0$) و سپس حرکت تندشونده ($av > 0$) است.

۶ راه حل دوم: کافی است نمودار سرعت - زمان را رسم کنیم. مشخص است که در بازه صفر تا ۲s سرعت کاهش یافته و صفر شده سپس از ۲s تا ۳s بزرگی سرعت افزایش می یابد و گزینه (۱) درست است.

۷ میانبر: هر گاه در معادله مکان زمان حرکت با شتاب ثابت روی خط راست ضرب t^2 و ضرب t نامنمات باشند، حرکت ابتدا کندشونده و سپس تندشونده است. نمای ۲۴

۸ بازی با سوال: معادله حرکت جسمی که روی خط راست در حرکت است در SI به صورت $x = 2t^2 - 3t - 8$ می باشد. کدام یک از گزینه های زیر درست است؟

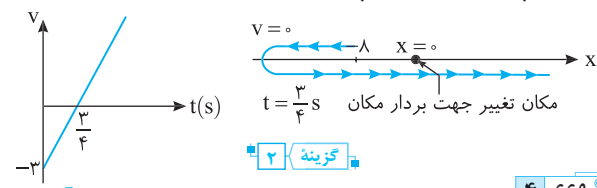
- (۱) متحرک همواره در جهت مثبت محور در حرکت است.
- (۲) بردار مکان حتماً تغییر جهت می دهد.
- (۳) متحرک در ابتدا در حال حرکت به سمت مبدأ است.
- (۴) متحرک در مکان های مثبت تغییر جهت می دهد.

۹ بازی با سوال: معادله حرکت $x = 2t^2 - 3t - 8$ را با معادله حرکت با شتاب ثابت $x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$ مقایسه کرده و شتاب a و سرعت اولیه v_0 را به دست آورده و معادله سرعت زمان را می نویسیم.

شتاب حرکت $a = +4 \text{ m/s}^2$ سرعت اولیه -3 m/s و مکان اولیه -8 m است. معادله سرعت - زمان و لحظه تغییر جهت حرکت را به دست می آوریم:

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = 4t - 3 \Rightarrow t = \frac{3}{4} \text{ s}$$

بنابراین مطابق نمودار سرعت زمان رسم شده متحرک ابتدا در جهت منفی محور در حرکت است و در لحظه $t = \frac{3}{4} \text{ s}$ متوقف شده و در جهت مثبت محور حرکت می کند سپس از مبدأ می گذرد پس بردار مکان تغییر جهت می دهد.



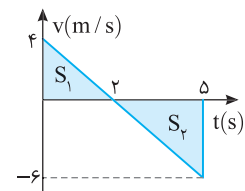
۴ ۶۶۹ B

۶ خط فکری: در حرکت با شتاب ثابت بهترین روش برای به دست آوردن مسافت طی شده از روی معادله حرکت این است که ابتدا معادله سرعت - زمان را به دست آورده سپس نمودار را رسم کرده و سرانجام در بازه زمانی بیان شده مسافت را به کمک سطح زیر نمودار $v-t$ حساب کنید.

۱ معادله حرکت $x = -t^2 + 4t + 5$ را با معادله مکان زمان حرکت با شتاب ثابت $x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$ مقایسه می کنیم.

$$\Rightarrow \frac{1}{2}a = -1 \Rightarrow a = -2 \text{ m/s}^2, v_0 = 4 \text{ m/s}, x_0 = 5 \text{ m}$$

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = -2t + 4$$



۲ معادله سرعت - زمان را می نویسیم.

۳ نمودار سرعت زمان را رسم می کنیم.

البته باید بعضی از نقاط را مشخص کرد.

$$t = 0 \Rightarrow v_0 = 4 \text{ m/s},$$

$$v = 0 \Rightarrow -2t + 4 = 0 \Rightarrow t = 2 \text{ s}$$

$$t = 5 \text{ s} \Rightarrow v = -2 \times 5 + 4 \Rightarrow v = -6 \text{ m/s}$$

بازی با سوال: با تغییر مبدأ مکان، چه تعداد از پارامترهای حرکتی زیر تغییر می کند؟

«بردار جابه جایی - سرعت - شتاب متوسط - بردار مکان - مسافت طی شده»
 ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵ (۵)

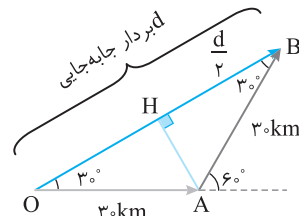
۱۰ بازی با سوال: نقطه جابه جایی، سرعت، شتاب و مسافت طی شده به محل مبدأ مکان اختیاری بستگی ندارد و تنها بردار مکان تابعی از محل مبدأ مکان است.

۲ ۶۶۹ B

۲ خط فکری: باید شکل مسیر حرکت را رسم کنیم. مطابق شکل متحرک از نقطه O به نقطه A و سپس به نقطه B می رود. جابه جایی دوچرخه سوار برداری است که از O به B رسم می شود. بنابراین باید به کمک ریاضی طول بردار جابه جایی (d) را حساب کنیم.

با توجه به شکل روبه رو خط عمود AH را رسم می کنیم. در مثلث AHB می توان نوشت:

$$\cos 30^\circ = \frac{HB}{AB} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{d}{2 \times 3} \Rightarrow d = 3\sqrt{3} \text{ m}$$



نمای ۱

۳ ۶۶۹ B

۳ با توجه به معادله مستقل از زمان سرعت در انتهای هر مرحله را به دست آورده و درباره نوع حرکت اظهار نظر می کنیم:

$$\bar{v} = \frac{v+v_0}{2} \Rightarrow 4 = \frac{v+0}{2} \Rightarrow v = 8 \text{ m/s}$$

بنابراین در t ثانیه اول، سرعت از صفر به 8 m/s رسیده و حرکت تندشونده است.

$$v_{av} = \frac{v'+v}{2} \Rightarrow 6 = \frac{v'+8}{2} \Rightarrow v' = 4 \text{ m/s}$$

در t ثانیه دوم: در این مرحله سرعت از 8 m/s به 4 m/s رسیده و حرکت کندشونده است.

$$v_{av} = \frac{v''+v'}{2} \Rightarrow 6 = \frac{v''+4}{2} \Rightarrow v'' = 8 \text{ m/s}$$

در t ثانیه سوم: در این مرحله سرعت از 4 m/s به 8 m/s رسیده و حرکت تندشونده است.

$$v_0 = 0 \quad t \quad v = 8 \text{ m/s} \quad t \quad v' = 4 \text{ m/s} \quad t \quad v'' = 8 \text{ m/s}$$

نمای ۲۵

۳ ۶۶۹ A

۴ خط فکری: جهت حرکت همان جهت سرعت متحرک است، بنابراین مدت زمانی که متحرک در جهت منفی محور در حرکت است یعنی مدت زمانی که سرعت منفی است.

بنابراین شما باید ریشه های معادله سرعت - زمان $v = t^2 - 2t - 3$ را به دست آورده، تابع را تعیین علامت کنید.

۱۱ یادآوری ریاضی: در تابع درجه دو $y = ax^2 + bx + c$ ، علامت تابع بین دو ریشه مخالف علامت a و بیرون دو ریشه موافق علامت a است.

ابتدا ریشه های معادله را به دست می آوریم.

$$t^2 - 2t - 3 = 0 \Rightarrow (t-3)(t+1) = 0 \Rightarrow t = -1, t = 3$$

t	$-\infty$	-1	0	3	$+\infty$
v	+	0	-	0	+
		غ	ق	غ	ق

تغییر جهت

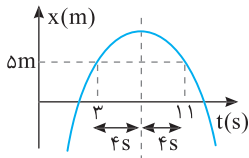
نمای ۱۶

به کمک جدول روبه رو علامت سرعت را مشخص می کنیم. بنابراین در بازه صفر تا ۳s سرعت منفی است. دقت کنید قسمت رنگی جدول به دلیل منفی بودن زمان ($t < 0$) است.



۲ ۶۶۹ A

متحرک دارای شتاب ثابت است و در حال حرکت در جهت مثبت حرکت بود و در لحظه $t=7s$ بیشترین فاصله مثبت از مبدأ را داشته یعنی در این لحظه سرعت متحرک صفر شده و جهت حرکت متحرک تغییر کرده است.



در حرکت با شتاب ثابت معادله مکان-زمان تابع درجه ۲ است $(x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0)$ و نمودار سهمی است و خط گذرنده از رأس سهمی خط تقارن سهمی است.

در $t=7s$ مکان بیشینه است یعنی $t=7s$ رأس سهمی است و در فاصله‌های زمانی یکسان از $t=7s$ مکان‌ها یکسان است، پس در $t=3s$ و $t=11s$ مکان $+5m$ است (به شکل سهمی دقت کنید).

نمای ۲۶

۳ ۶۶۹ B

در حرکت با شتاب ثابت روی خط راست در بازه زمانی t_1 تا t_2 سرعت متوسط متحرک با سرعت در لحظه وسط بازه زمانی برابر است.

$$v_{\frac{t_1+t_2}{2}} = \frac{v_1 + v_2}{2}$$

در ثانیه دوم سرعت متوسط $8m/s$ شده است. ثانیه دوم یعنی بازه زمانی بین $1s$ تا $2s$ است و لحظه وسط این بازه برابر $t=1.5s$ است و سرعت در این لحظه برابر سرعت متوسط یعنی $v_{1.5s} = 8m/s$ است.

در ثانیه چهارم یعنی بازه زمانی $t=3s$ تا $t=7s$ ، سرعت متوسط $16m/s$ شده است یعنی سرعت در لحظه $3/5s$ برابر $16m/s$ است.

شتاب حرکت را در بازه $1/5s$ تا $3/5s$ حساب می‌کنیم که شتاب کل مسیر حرکت است.

$$a = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{16 - 8}{3/5 - 1/5} = 4m/s^2$$

نمای ۲۵ و ۳۷

۲ ۶۶۹ B

در قسمت اول حرکت متحرک با شتاب ثابت $2m/s^2$ به سرعت $10m/s$ می‌رسد. مدت زمان حرکت با این شتاب و جابه‌جایی در این مدت را حساب می‌کنیم.

$$v_1 = at + v_0 \rightarrow 10 = 2t_1 \Rightarrow t_1 = 5s, \Delta x_1 = \frac{1}{2}at_1^2 + v_0t_1$$

$$\xrightarrow{t_1=5s} \Delta x_1 = \frac{1}{2} \times 2 \times (5)^2 \Rightarrow \Delta x_1 = 25m$$

در قسمت دوم متحرک $3s$ با سرعت ثابت $10m/s$ حرکت می‌کند و جابه‌جایی آن خواهد شد:

$$\Delta x_2 = vt_2 \Rightarrow \Delta x_2 = 10 \times (3) \Rightarrow \Delta x_2 = 30m$$

در قسمت سوم متحرک با شتاب $a = -2m/s^2$ سرعتش از $10m/s$ کاهش می‌یابد تا به صفر برسد

$$v = at_3 + v_0 \Rightarrow 0 = -2t_3 + 10 \Rightarrow t_3 = 5s$$

مدت زمان و جابه‌جایی در قسمت کندشونده را به دست می‌آوریم.

$$\Delta x_3 = \frac{1}{2}at_3^2 + v_0t_3 \Rightarrow \Delta x_3 = \frac{1}{2}(-2)(5)^2 + 10(5) \Rightarrow \Delta x_3 = 25m$$

اکنون می‌توان تندی متوسط را به دست آورد.

$$s_{av} = \frac{L}{\Delta t} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3}{\Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3} = \frac{25 + 30 + 25}{5 + 3 + 5} = \frac{80}{13} m/s$$

نمای ۳۵

۳ ۶۶۹ B

متحرک اول دارای حرکت با شتاب ثابت $2m/s^2$ است و بدون سرعت اولیه به راه می‌افتد.

$$x_1 = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \Rightarrow x_1 = \frac{1}{2} \times 2t_1^2 \Rightarrow x_1 = t_1^2$$

متحرک دوم $5s$ بعد از متحرک اول به راه می‌افتد. یعنی اگر مدت زمان حرکت متحرک اول t_1 باشد مدت زمان حرکت متحرک دوم $t_2 = t_1 - 5$ خواهد بود. از این رو معادله حرکت متحرک دوم خواهد شد:

$$x_2 = vt_2 \Rightarrow x_2 = 5(t_1 - 5)$$

معادله دو متحرک را با هم قرار می‌دهیم:

$$x_1 = x_2 \Rightarrow t_1^2 = 5t_1 - 25 \Rightarrow t_1^2 - 5t_1 + 25 = 0 \Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = 25 - 100 < 0$$

معادله بدون جواب است یعنی دو متحرک هرگز به هم نمی‌رسند.

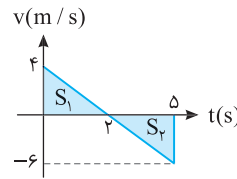
نمای ۳۴

۴ قدرمطلق سطح‌های محصور بین نمودار و محور زمان را جمع کنیم.

$$L = |S_1| + |S_2|$$

$$L = \left| \frac{4 \times 2}{2} \right| + \left| \frac{-6 \times 3}{2} \right| = 13m$$

نمای ۳۲



۱ ۶۶۹ B

به کمک شیب نمودار B مکان متحرک A و B را در لحظه $t=8s$ به دست می‌آوریم.

$$\frac{x_B - (-10)}{8 - 0} = \frac{0 - (-10)}{5 - 0}$$

$$\Rightarrow \frac{x_B + 10}{8} = 2 \Rightarrow x_B = 6m$$

در این لحظه $x_A = x_B = 6$ نیز $x_A = x_B = 6$.

لحظه گذر B از مبدأ $t=5s$ است. به کمک شیب نمودار A در این لحظه مکان متحرک A را که روی شکل با x'_A نشان داده‌ایم حساب می‌کنیم.

$$\frac{6 - 2}{8 - 0} = \frac{x'_A - 2}{5 - 0} \Rightarrow \frac{4}{8} = \frac{x'_A - 2}{5} \Rightarrow 2/5 = x'_A - 2 \Rightarrow x'_A = 4/5m$$

نمای ۱۴

۱ ۶۶۹ A

متحرک از حال سکون $4s$ با شتاب ثابت حرکت کرده و سرعتش در حال افزایش است یعنی در هر ثانیه جابه‌جایی آن از ثانیه قبلی باید بیشتر باشد. از لحظه $t=4s$ تا لحظه $t=7s$ باید جابه‌جایی یکسان باشند زیرا سرعت ثابت است بعد از $t=7s$ تا شتاب ثابت قرینه شتاب قسمت اول از سرعت خود می‌کاهد بنابراین در هر ثانیه جابه‌جایی آن کوچک‌تر از ثانیه قبل است این مشخصات با گزینه (۱) هماهنگی دارد. نمای ۳۵

۲ ۶۶۹ A

کافی است لحظه گذر از مکان $x_0 = -3m$ با تندی $v_0 = 1/5m/s$ را مبدأ زمان ($t=0$) بگیریم و سپس به کمک معادله حرکت مکان متحرک را در $t=4s$ به دست بیاوریم.

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$$

$$x = \frac{1}{2} \times 2 \times (4)^2 + 1/5 \times 4 + (-3) = 16 + 6/5 - 3 \Rightarrow x = 19m$$

نمای ۲۲

۲ ۶۶۹ B

۱۰ راه حل اول: استفاده از معادله مستقل از شتاب:

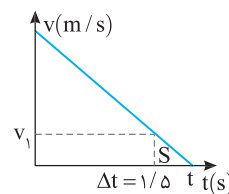
$$\Delta x = \frac{v + v_0}{2} t \Rightarrow 9 = \frac{0 + v_0}{2} \times 1/5 \Rightarrow v_0 = 12m/s$$

بنابراین شتاب خواهد شد: $a = \frac{v - v_0}{t} = \frac{0 - 12}{1/5} \Rightarrow a = -60m/s^2 \Rightarrow |a| = 60m/s^2$

راه حل دوم: کافی است متحرکی را فرض کنیم که از حال سکون با شتاب ثابت به حرکت در آمده است و در مدت $1/5s$ جابه‌جایی 9 متر را طی کرده است.

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow 9 = \frac{1}{2}a(1/5)^2 \Rightarrow a = 60m/s^2$$

راه حل سوم: نمودار سرعت زمان با توجه به صورت مسئله سطح S برابر 9 واحد است از این رو می‌توان نوشت:



$$S = \Delta x = \frac{v_1 \Delta t}{2} \Rightarrow 9 = \frac{v_1 \times 1/5}{2}$$

$$\Rightarrow v_1 = 12m/s$$

شتاب ثابت را از هر قسمت از حرکت می‌توان حساب کرد. از این رو:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow a = \frac{0 - 12}{1/5} = -60m/s^2 \Rightarrow |a| = 60m/s^2$$

نمای ۲۶

۲ ۶۶۹ B

۱۸ شتاب حرکت را به دست می آوریم:

$$a = \frac{v - v_0}{t} \Rightarrow a = \frac{-10}{4} = -2.5 \text{ m/s}^2$$

مکان را حساب می کنیم:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$$

$x = \frac{1}{2}(-2.5)(4)^2 + 10 \times 4 + 0 \Rightarrow x = -20 + 40 = 20 \text{ m}$

روش استفاده از سطح زیر نمودار:

۱ ابتدا سرعت در لحظه $t = 10 \text{ s}$ را به کمک شیب خط حساب می کنیم:

$$\frac{v - 10}{10 - 0} = \frac{-10}{4 - 0} \Rightarrow v = -10 \text{ m/s}$$

۲ سطح زیر نمودار را حساب می کنیم:

$$\Delta x = S \Rightarrow x - x_0 = \frac{10 \times 4}{2} + \frac{(-10 \times 6)}{2} \Rightarrow x_0 = 20 \text{ m}$$

$$x - 20 = 20 + (-45) \Rightarrow x = -23 \text{ m}$$

نمای ۴۰

۱ ۶۶۹ B

۱۹ راه حل اول: با استفاده از دنباله حسابی مسافت های طی شده در سقوط آزاد و با توجه به شکل روبرو جابه جایی در ۳s آخر برابر است با:

$$25 + 35 + 45 = 105 \text{ m}$$

راه حل دوم: در لحظه های $t = 2 \text{ s}$ و $t = 5 \text{ s}$ سرعت را به دست آورده و به کمک معادله مستقل از شتاب مسئله را حل می کنیم.

$$v = gt + v_0 \Rightarrow \begin{cases} t = 2 \text{ s} \Rightarrow v_1 = 10 \times 2 = 20 \text{ m/s} \\ t = 5 \text{ s} \Rightarrow v_2 = 10 \times 5 = 50 \text{ m/s} \end{cases}$$

$$\Delta y = \frac{v_2 + v_1}{2} \Delta t = \frac{50 + 20}{2} \times 3 = 105 \text{ m}$$

راه حل سوم: استفاده از معادله حرکت

$$\Delta y = \frac{1}{2}gt^2 + v_0t \Rightarrow \begin{cases} t = 2 \text{ s} \Rightarrow \Delta y = \frac{1}{2} \times 10 \times 4 = 20 \text{ m} \\ t = 5 \text{ s} \Rightarrow \Delta y = \frac{1}{2} \times 10 \times 25 = 125 \text{ m} \end{cases}$$

اکنون جابه جایی در ۳ ثانیه آخر برابر است با:

$$125 - 20 = 105 \text{ m}$$

راه حل چهارم: استفاده از جابه جایی در n ثانیه:

$$\Delta y = \frac{n}{2}g(2t - n) + nv_0 \Rightarrow \Delta y = \frac{3}{2} \times 10 \times (2 \times 5 - 3) + 3 \times 20 = 105 \text{ m}$$

۲ ۶۶۹ B

۲۰ چون نمودار منحنی است، پس حرکت با شتاب متغیر می باشد. بنابراین $v_{av} \neq \frac{v_1 + v_2}{2}$ خواهد بود. زیرا فقط در حرکت با شتاب ثابت که نمودار سرعت - زمان آن خط راست بوده سرعت متوسط برابر $v_{av} = \frac{v_1 + v_2}{2}$ است.

از طرفی سطح زیر نمودار سرعت - زمان برابر تغییر مکان متحرک است و سطح زیر نمودار (۲) در بازه t_1 تا t_2 از سطح زیر نمودار یک حرکت فرضی با شتاب ثابت مانند نمودار (۱) کمتر است، پس سرعت متوسط در نمودار (۲) از سرعت متوسط در نمودار (۱) کمتر خواهد بود.

$$S_2 < S_1 \Rightarrow \Delta x_2 < \Delta x_1 \Rightarrow v_{av,2} < v_{av,1} \Rightarrow v_{av} < \frac{v_1 + v_2}{2}$$

نمای ۴۰

بازی با سوال متحرک A با شتاب ثابت 1 m/s^2 از حال سکون شروع به حرکت می کند، هم زمان با آن متحرک B از 100 متر عقب تر در همان جهت با سرعت ثابت 54 km/h به دنبال A به راه می افتد. دو متحرک در چه لحظه ای بر حسب ثانیه از کنار هم می گذرند؟

۲۵ و ۱۵ (۴) ۳۰ و ۲۰ (۳) ۳۰ و ۱۰ (۲) ۲۰ و ۱۰ (۱)

پاسخ معادله حرکت دو متحرک را نوشته و برابر قرار می دهیم:

معادله حرکت متحرک A را می نویسیم محل شروع حرکت متحرک A مبدأ مکان فرض می کنیم.

$$x_A = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow x_A = \frac{1}{2}t^2$$

متحرک B از 100 متر عقب تر هم زمان با سرعت 54 km/h به راه می افتد. سرعت B را بر حسب m/s به دست می آوریم.

$$v_B = 54 \text{ km/h} = 54 \times \frac{1000 \text{ m}}{3600 \text{ s}} \Rightarrow v_B = 15 \text{ m/s}$$

معادله حرکت B را نوشته و با معادله حرکت A برابر قرار می دهیم.

$$x_B = vt + x_0 \Rightarrow x_B = 15t - 100, \quad x_A = x_B \Rightarrow \frac{1}{2}t^2 = 15t - 100$$

$$t^2 - 30t + 200 = 0 \Rightarrow (t - 10)(t - 20) = 0 \Rightarrow t = 10 \text{ s}, \quad t = 20 \text{ s}$$

گزینه ۱

۳ ۶۶۹ B

۱۵ **خط فکری** شتاب حرکت متحرک اول داده نشده، زمان رسیدن دو متحرک به هم از شما خواسته نشده بلکه سرعت متحرک اول در لحظه رسیدن به متحرک دوم از شما خواسته شده بنابراین برای متحرک اول از معادله مستقل از شتاب و برای متحرک دوم معادله حرکت با سرعت ثابت را بنویسید و برابر قرار دهید.

جابه جایی دو متحرک یکسان است. متحرک اول دارای حرکت با شتاب ثابت با تندی اولیه $\frac{v}{2}$ و متحرک دوم دارای حرکت با تندی ثابت v است، بنابراین:

$$\begin{cases} \Delta x_1 = \frac{v_2 + v_1}{2} \Delta t \Rightarrow \Delta x_1 = \frac{v' + v}{2} \Delta t \\ \Delta x_2 = v \Delta t \end{cases}$$

$$\Rightarrow \Delta x_1 = \Delta x_2 \Rightarrow v \Delta t = \frac{v' + v}{2} \Delta t \Rightarrow v' = \frac{3v}{2}$$

نمای ۳۴

به نمودار دقت کنید. تندی متحرک در حال افزایش است و حرکت تندشونده است. از طرفی نمودار سرعت زمان سهمی است بنابراین قطعاً حرکت دارای شتاب ثابت نیست زیرا نمودار $v-t$ حرکت با شتاب ثابت خط راست مایل است بنابراین شتاب این متحرک متغیر است.

۲ ۶۶۹ B

۱۶ باید مساحت سطح رنگی را به دست آورید. قاعده بزرگ این دوزنقه $ED = 10$ است. باید قاعده کوچک آن (BC) یعنی سرعت v را به کمک شیب خط AE به دست آورد.

$$\frac{0 - 10}{20 - 8} = \frac{0 - v}{20 - 9} \Rightarrow v = \frac{110}{12} \text{ m/s}$$

اکنون جابه جایی را حساب می کنیم:

$$\Delta x = S \Rightarrow S = \frac{10 + 11}{2} \times 1 = \frac{230}{2 \times 12} = \frac{115}{12} \text{ m}$$

نمای ۴۰

نمای ۴۰

۴ ۶۶۹ B

۲۱

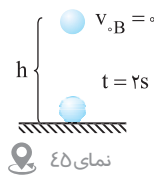
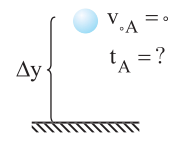
جهت مثبت را برای سادگی رو به پایین اختیار می‌کنیم. ابتدا زمان سقوط گلوله A را حساب می‌کنیم.

$$\Delta y = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow 44/1 = \frac{1}{2} \times 9/8 t_A^2$$

$$\Rightarrow t_A = 3s$$

گلوله B هم‌زمان با گلوله A به زمین می‌رسد و ۱s با تأخیر رهاشده پس مدت زمان سقوط گلوله B برابر $t_B = 3 - 1 = 2s$ است. اکنون h را به دست می‌آوریم:

$$\Delta y = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow h = \frac{1}{2} \times 9/8 \times (2)^2 \Rightarrow h = 19/6s$$

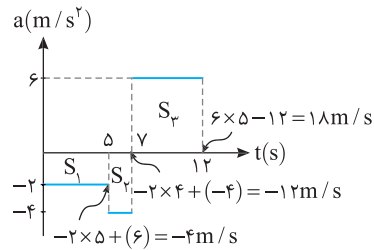


نمای ۴۵

۴ ۶۶۹ B

۲۲

یک مسئله محاسباتی ریاضی در اختیار داریم. باید نمودار سرعت - زمان را با دقت رسم کنید و جابه‌جایی و مکان متحرک را از سطح زیر نمودار حساب کرده و مشخص کنید که دورترین فاصله متحرک از مبدأ چند متر است.



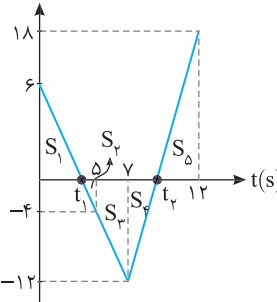
۱ سرعت در لحظه‌های $t = 5s$ ، $t = 7s$ ، $t = 12s$ را حساب می‌کنیم.

$$t = 5s: S_1 = \Delta v \Rightarrow -2 \times 5 = v_1 - (-2) \Rightarrow v_1 = -4m/s$$

$$t = 7s: S_2 = \Delta v \Rightarrow -4 \times (7 - 5) = v_2 - (-4) \Rightarrow -8 = v_2 + 4 \Rightarrow v_2 = -12m/s$$

$$t = 12s: S_3 = \Delta v \Rightarrow 6 \times (12 - 7) = v_3 - (-12) \Rightarrow 6 \times 5 = v_3 + 12 \Rightarrow v_3 = 18m/s$$

نمودار را رسم می‌کنیم.



۲ لحظه‌های t_1 و t_2 را به کمک شیب خط مشخص می‌کنیم.

$$\frac{6 - (-4)}{5 - 0} = \frac{6 - 0}{t_1 - 0} \Rightarrow t_1 = 3s$$

$$\frac{18 - (-12)}{12 - 7} = \frac{18 - 0}{12 - t_2} \Rightarrow 12 - t_2 = 3 \Rightarrow t_2 = 9s$$

۴ مکان در لحظه‌های ۰.۳s، ۱.۲s و ۹s را به دست می‌آوریم.

$$t = 3s: S_1 = \Delta x_1 \Rightarrow \frac{6 \times 3}{2} = x_1 - (-4) \Rightarrow x_1 = 13m$$

$$t = 5s: S_2 = \Delta x_2 \Rightarrow \frac{(5-3) \times (-4)}{2} = x_2 - 13 \Rightarrow x_2 = 9m$$

$$t = 7s: S_3 = \Delta x_3 \Rightarrow \frac{-4 + (-12)}{2} \times 2 = x_3 - 9 \Rightarrow x_3 = -7m$$

$$t = 9s: S_4 = \Delta x_4 \Rightarrow \frac{-12 \times (9-7)}{2} = x_4 - (-7) \Rightarrow x_4 = -19m$$

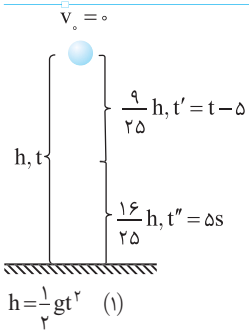
$$t = 12s: S_5 = \Delta x_5 \Rightarrow \frac{18 \times (12-9)}{2} = x_5 - (-19) \Rightarrow x_5 = 47m$$

۵ بنابراین در لحظه $t = 9s$ دورترین فاصله از مبدأ ۱۹m است. نمای ۴۲

۳ ۶۶۹ B

۲۳

گلوله از ارتفاع h رها شده و سرعت اولیه صفر است. مدت زمانی که طول می‌کشد گلوله به زمین برسد را t در نظر بگیریم می‌توان برای جابه‌جایی قسمت اول و کل مسیر شکل روبه‌رو معادله جابه‌جایی - زمان $\Delta y = \frac{1}{2}gt^2$ را نوشت:



۱ در مدت t، گلوله به اندازه h سقوط می‌کند.

$$h = \frac{1}{2}gt^2 \quad (1)$$

۲ در مدت t - 5، گلوله به اندازه $h = \frac{9}{25}h$ سقوط می‌کند:

$$\frac{9}{25}h = \frac{1}{2}g(t-5)^2 \quad (2)$$

$$\frac{9}{25}h = \frac{1}{2}g(t-5)^2 \quad (2)$$

۳ دو معادله را بر هم تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{h}{\frac{9}{25}h} = \frac{\frac{1}{2}gt^2}{\frac{1}{2}g(t-5)^2} \Rightarrow \frac{25}{9} = \left(\frac{t}{t-5}\right)^2 \Rightarrow \frac{t}{t-5} = \frac{5}{3}$$

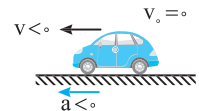
$$\Rightarrow 3t = 5t - 25 \Rightarrow 2t = 25 \Rightarrow t = 12.5s$$

نمای ۴۵

۳ ۶۶۹ C

۲۴

متحرک از حال سکون شروع به حرکت کرده است. در بازه زمانی صفر تا ۲s در جهت منفی محور، با شتاب منفی بر تندی آن افزوده می‌شود. دقت کنید



شتاب منفی به معنی حرکت کندشونده نیست. اگر مطابق شکل، متحرک از مبدأ و خلاف جهت محور، شروع به حرکت کند، با شتاب منفی دارای حرکت تندشونده است زیرا بردار سرعت و شتاب هم جهت است. در لحظه $t = 2s$ ، شتاب تغییر جهت (علامت) داده است یعنی شتاب مثبت است اما همچنان سرعت منفی است و حرکت بعد از $t = 2s$ کندشونده است، پس بیشترین سرعت در $t = 2s$ است.

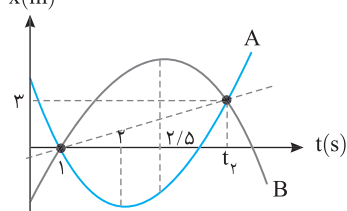
نمای ۴۲

۳ ۶۶۹ C

۲۵

هرگاه دو متحرک دارای حرکت با شتاب ثابت، یکبار در لحظه t_1 از کنار هم بگذرند و مجدداً در لحظه t_2 نیز از کنار هم بگذرند در لحظه $t = \frac{t_1 + t_2}{2}$ ، سرعت آن‌ها با هم برابر است.

به نمودار نگاه کنید در لحظه $t_1 = 1s$ و در لحظه t_2 دو متحرک از کنار هم می‌گذرند و در لحظه $t = 2/5s$ سرعت آن‌ها با هم برابر است. از این رو لحظه t_2 خواهد شد:



$$t = \frac{t_1 + t_2}{2} \Rightarrow \frac{1 + t_2}{2} = \frac{1 + t_2}{2} \Rightarrow t_2 = 4s$$

با توجه به نمودار متحرک A باید نقاط $(1, 0)$ و $(4, 3)$ در معادله حرکت صدق کند.

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \xrightarrow{t=1s} 0 = \frac{1}{2}a + v_0 + x_0 \quad (1)$$

$$\xrightarrow{t=4s} 3 = \frac{1}{2}a \times 4^2 + 4v_0 + x_0 \Rightarrow 3 = 8a + 4v_0 + x_0 \quad (2)$$

برای رأس سهمی $t = 2s$ می‌توان نوشت: $v = -2a$ (۳)

$$t = \frac{-b}{2a} \Rightarrow 2 = \frac{-v_0}{\frac{1}{2}a} \Rightarrow v_0 = -2a$$

دو رابطه (۱) و (۲) را از هم کم می‌کنیم:

$$0 = \frac{1}{2}a + v_0 + x_0$$

$$3 = 7/5a + 3v_0$$

از رابطه (۳) در رابطه بالا جای گذاری می‌کنیم:

$$3 = 7/5a + 3(-2a) \Rightarrow 3 = 1/5a \Rightarrow a = 15m/s^2$$

نمای ۳۹

فصل دوم

دینامیک و حرکت دایره‌ای





پنجره ۱

A ۴ ۶۷۰

اثر نیرو بر یک جسم به شکل‌های مختلف مانند شروع به حرکت، توقف، کم و زیاد شدن تند، تغییر جهت سرعت و تغییر شکل جسم، خود را نشان می‌دهد. به‌طور خلاصه «نیروی وارد بر جسم می‌تواند سبب تغییر سرعت جسم یا تغییر شکل آن شود» بنابراین هر سه گزینه درست است.

A ۱ ۶۷۱

پادآوری: یک جسم، حالت سکون یا حرکت با سرعت ثابت خود را حفظ می‌کند مگر آنکه نیروی خالصی (غیر صفر) به آن وارد شود. «قانون اول نیوتون» به عبارت بهتر وقتی نیروهای وارد بر جسمی متوازن باشند وقتی که جسم در حال حرکت باشد سرعت جسم تغییر نمی‌کند و ثابت می‌ماند.

بازی با سوال: هنگامی که برانید نیروهای وارد بر جسم صفر است، کدام گزاره زیر درست است؟

(۱) جسم الزاماً ساکن است.

(۲) جسم الزاماً در حال حرکت است.

(۳) جسم ممکن است ساکن یا متحرک باشد.

(۴) جسم الزاماً دارای حرکت با سرعت ثابت است.

پایان: بنابر قانون اول نیوتون، هرگاه بر جسمی نیرو وارد نشود، اگر جسم ساکن است، ساکن می‌ماند (تعادل ایستا)، اگر در حال حرکت است، به حرکت با سرعت ثابت ادامه می‌دهد (تعادل جنبشی).

A ۱ ۶۷۲

آزمایش گالیله بیانگر قانون اول نیوتون می‌باشد که هرگاه جسمی در حال حرکت با سرعت ثابت باشد و به آن نیروی خالصی وارد نشود به حرکت با همان سرعت ادامه خواهد داد.

A ۳ ۶۷۳

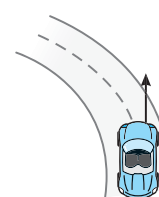
با توجه به قانون اول جسم درون واگن قطار تمایل دارد حرکت خود را حفظ کند. بنابراین می‌توان گفت هنگامی که شخص درون واگن قرار دارد همواره از تغییر حرکت لحظه‌ای قطار جا می‌ماند، یعنی هنگامی که قطار ترمز می‌کند شخص با همان سرعت قبلی در حال حرکت می‌باشد، پس به سمت جلو منحرف می‌شود و هنگامی که حرکت قطار تندشونده می‌شود و ناگهان سرعت قطار افزایش یابد، شخص با همان سرعت کم در حال حرکت است پس شخص به سمت عقب منحرف می‌شود. در پاسخ این تست‌ها همواره به زندگی روزمره خود دقت کنید. اگر در اتوبوس ایستاده باشید و اتوبوس ناگهان ترمز کند رو به جلو منحرف می‌شود و اگر از حال سکون ناگهان به راه بیفتد به سمت عقب منحرف می‌شوید.

A ۲ ۶۷۴



بناهای ساختمانی وقتی سر چکش آن‌ها مقداری شل می‌شود، دسته آن را محکم به سطح زمین می‌کوبند. زیرا آن‌ها به‌طور تجربی می‌دانند با این حرکت، دسته چکش که رو به پایین در حرکت است ناگهان متوقف می‌شود. اما سرچکش به حرکت خود رو به پایین (بنا) به قانون اول) ادامه می‌دهد. در چکش‌ها معمولاً ضخامت دسته چکش از سر تا ته آن افزایش می‌یابد. بنابراین با پایین رفتن سر چکش، درگیری سر چکش با دسته بیشتر می‌شود و دسته در سر چکش سفت می‌شود.

B ۴ ۶۷۵



تمایل اجسام به حفظ وضع موجود را لختی جسم می‌گوییم. در واقع وقتی خودرو با سرعت v روی خط راست در حرکت است، شما نیز روی خط راست با سرعت v در حرکت هستید. وقتی خودرو دور می‌زند، شما بنابر قانون اول نیوتون تمایل دارید بر مسیر مستقیم حرکت کنید و به سمت خارج پیچ متمایل می‌شوید. قانون اول نیوتون را اصل اینرسی (لختی) نیز می‌گویند.

B ۴ ۶۷۶

در پاسخ به این پرسش باید به مفهوم لختی بپردازیم. جسم بنا به قانون اول نیوتون در مقابل تغییر سرعت از خود مقاومت نشان می‌دهد، یعنی جسم تمایل دارد وضع موجود خود را حفظ کند. به این مقاومت، لختی گویند.

اگر نخ پایینی را به سرعت بکشیم، لختی وزنه مانع حرکت کردن وزنه شده و نخ از پایین وزنه پاره می‌شود. اما اگر نخ پایینی را به آرامی بکشیم، نیروی F و وزن وزنه با هم جمع شده و نخ از قسمت بین وزنه و سقف یعنی از قسمت بالایی پاره می‌شود.

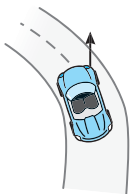
A ۲ ۶۷۷

اتومبیل B ساکن است و می‌خواهد حالت خود را حفظ کند هنگامی که A ناگهان شروع به حرکت کند مقاومت اتومبیل B در مقابل تغییر حالت (لختی B) سبب پاره شدن سیم بکسل می‌شود.

به‌طور مثال: اگر یک نایلکس را پر از سیب‌زمینی کرده و شما دسته نایلکس را بگیرد و بخواهید ناگهان آن را از سطح زمین بلند کنید، به دلیل لختی، امکان دارد دسته نایلکس پاره شود.

A ۲ ۶۷۸

نکته: اگر در خودرو نشسته باشید و خودرو با تندی ثابت دور میدانی به سمت چپ بچرخد شما به سمت خارج پیچ (به سمت راست) منحرف می‌شوید که این پدیده شاهدهی بر قانون اول نیوتون است.

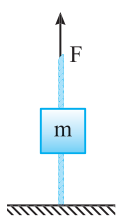


عروسکی که از نخ آویزان است اگر اتومبیل ترمز کند، عروسک به حرکت خودرو به جلو ادامه می‌دهد و گزینه (۱) نادرست است.

اگر اتومبیل به سمت چپ در حال پیچیدن باشد از دید شخص درون اتومبیل عروسک به سمت راست منحرف می‌شود. زیرا می‌خواهد مطابق شکل بنا به قانون اول نیوتون به حرکت خود ادامه دهد و گزینه (۲) درست و گزینه (۳) نادرست است.

وقتی تندی اتومبیل (بزرگی سرعت آن) ثابت باشد، ممکن است جهت سرعت آن تغییر کند و گزینه (۴) نادرست است.

B ۲ ۶۷۹



نکته مهم در حل این مسئله این است که آیا وزن وزنه m در کشیدگی و پاره شدن ریسمان پایینی مؤثر است؟ فرض کنید که وزنه m روی سطح زمین قرار دارد و ریسمان پایینی به آن متصل است اگر نیروی F را به تدریج و یا ناگهانی به ریسمان وارد کنیم در هر دو حالت نیرو ریسمان بالایی را می‌کشد و می‌تواند آن را پاره کند.

اگر مطابق شکل نیروی F وزنه را از سطح زمین بلند کند و ریسمان پایینی را بکشد همواره کشیدگی ریسمان پایینی از کشیدگی ریسمان بالایی کمتر بوده و احتمال پاره شدن ریسمان بالایی بیشتر است.

A ۴ ۶۸۰

پادآوری: قانون دوم نیوتون: هرگاه بر جسمی نیرو وارد شود، جسم در جهت نیرو، شتابی می‌گیرد که با نیرو متناسب و با جرم جسم نسبت وارون دارد.

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$$

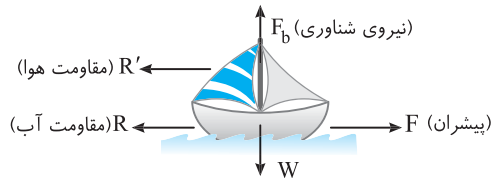
ممکن است نیروی خالص وارد بر جسم در خلاف جهت حرکت جسم باشد و باعث توقف جسم شود بنابراین گزینه (۱) و (۳) نادرست است.

اگر نیروی خالص وارد بر جسم ثابت باشد، شتاب جسم نیز ثابت است و گزینه (۲) نادرست است.

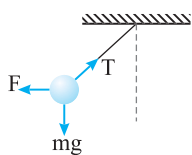
وقتی بر جسم نیروی خارجی خالصی وارد شود، بنابه قانون دوم نیوتون $(\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m})$ ، جسم

شتاب می‌گیرد و گزینه (۴) درست است.

- ۱ نیروی شناوری
۲ نیروی وزن
۳ نیروی پیشران (F)
۴ نیروی مقاومت آب R (و هوا R')



۳ ۶۸۶ A



برای آن که یک گلوله متصل به نخ را از راستای قائم منحرف کرده و ثابت نگه دارید قطعاً باید بر آن نیرویی مانند F وارد کنید. بنابراین حداقل تعداد نیروهای وارد بر گلوله که باعث می‌شود گلوله در این وضعیت ساکن بماند، سه نیروی نشان داده شده در شکل است.

۱ ۶۸۷ B



گلوله در حال سقوط آزاد است و به آن نیروی وزن mg وارد می‌شود. برای آن که حرکت آن کندشونده شود و متوقف گردد باید نیروی F رو به بالا بر آن وارد شود که این نیرو باید از W بزرگتر باشد تا نیروی خالص وارد بر گلوله رو به بالا و خلاف جهت حرکت بوده سبب کاهش سرعت شده و گلوله متوقف شود.

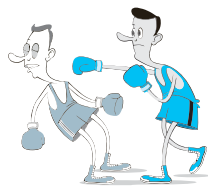
۴ ۶۸۸ A

بنابر قانون سوم نیوتون، هرگاه جسم A بر جسم B نیروی F را وارد کند، جسم B نیز بر جسم A نیروی -F را وارد می‌کند. بنابراین نقطه اثر نیروهای کنش و واکنش متفاوت است. به همین علت بررسی بر ایند آن‌ها اصولاً مفهوم فیزیکی ندارد. دقت کنید در گزینه (۳) بیان شده است که بر ایند نیروی کنش و واکنش صفر نیست درحالی که این دو نیرو، بر دو جسم وارد می‌شود و بر ایند فیزیکی ندارند که صفر و یا غیرصفر باشد.

۳ ۶۸۹ A

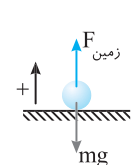
اندازه نیروی کنش و واکنش یکسان است و گزاره (الف) درست است. نیروهای کنش و واکنش در خلاف جهت هم بوده و جهت آن‌ها یکسان نیست پس گزاره (ب) نادرست است. نیروهای کنش و واکنش همواره به دو جسم وارد می‌شوند و هم نوع‌اند، جنس نیروهای کنش و واکنش یکسان است و گزاره (پ) درست است.

۳ ۶۹۰ A



بنابر قانون سوم نیوتون نیروهای کنش و واکنش بین دو جسم یکسان و در خلاف جهت یکدیگر است. از این رو نیرویی که صورت شما بر دست تائیسون وارد می‌کند با نیرویی که تائیسون به صورت شما وارد می‌کند دقیقاً هم‌اندازه و در خلاف جهت هم هستند.

۲ ۶۹۱ B

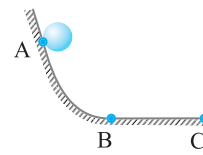


هنگام برخورد توپ با زمین ابتدا توپ با سرعت v به سمت پایین به زمین برخورد می‌کند تا به طور لحظه‌ای متوقف شود یعنی در این حالت حرکت متحرک کندشونده است و سرعت و شتاب خلاف جهت هم‌اند پس جهت شتاب به سمت بالا است. می‌دانیم شتاب در جهت نیروی بر ایند قرار دارد پس نیروی بر ایند وارد بر جسم به سمت بالا می‌باشد.

$$F_{\text{net}} = ma \xrightarrow{a > 0} F_{\text{net}} > 0 \Rightarrow F_{\text{زمین}} - mg > 0 \Rightarrow F_{\text{زمین}} > mg$$

هنگام بلند شدن توپ از زمین سرعت از $v = 0$ به سرعت v' به سمت بالا خواهد رسید، پس حرکت تندشونده و جهت شتاب و سرعت یکسان است، پس شتاب به سمت بالا و بر ایند نیروها مجدداً به سمت بالا است که مشابه محاسبات بالا $F_{\text{زمین}} > mg$ است.

۳ ۶۸۱ A

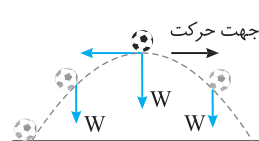


جسم در نقطه A رها شده و شروع به حرکت کرده بنابراین حرکتش شتاب‌دار است و نیروی خالص وارد بر جسم قطعاً صفر نیست. $F_{\text{net}} \neq 0$

جسم در مسیر BC روی سطح افقی کاملاً صیقلی قرار دارد و نیرویی در جهت حرکت و یا در خلاف جهت حرکت بر آن وارد نمی‌شود و با سرعت ثابت به حرکت خود ادامه می‌دهد بنابراین نیروهای وارد بر آن متوازن بوده و $F_{\text{net}} = 0$ است.

۴ ۶۸۲ B

نکته: چگونگی حرکت جسم پس از وارد آمدن نیرو، به سرعت اولیه جسم و زاویه‌ای که نیرو با راستای سرعت اولیه می‌سازد، بستگی دارد.



اگر جسم ساکن باشد و بر آن یک نیرو وارد شود، جسم در راستای نیرو شروع به حرکت می‌کند و اگر نیرو تغییر جهت ندهد، حرکت جسم روی خط راست است. بنابراین گزینه (۱) درست است.

اگر جسم دارای سرعت اولیه باشد، مثلاً گلوله‌ای که در شرایط خلأ مطابق شکل، پرتاب شود، در تمام مسیر نیروی وارد بر جسم نیروی گرانشی و رو به پایین است، اما مسیر حرکت خمیده است. بنابراین گزینه (۲) درست است.

اگر یک اتوبوس دور یک میدان با تندی ثابت در حال حرکت باشد چون مسیر آن خمیده است حرکت آن شتاب‌دار است و نیروی خالص وارد بر آن صفر نیست بنابراین ممکن است که بر جسم نیرو وارد شود و بزرگی سرعت (تندی) آن ثابت بماند. پس گزینه (۳) نیز درست است.

۴ ۶۸۳ A

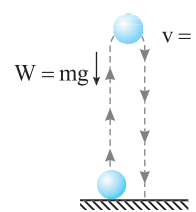
نکته: بر ایند نیروهای وارد بر جسم، تنها شتاب حرکت را مشخص می‌کند و در مورد جهت حرکت جسم به تنهایی اطلاعاتی نمی‌دهد.

نیروی خاص وارد بر جسم رو به شمال است، بنابراین شتاب حرکت بنا به قانون دوم نیوتون ($\vec{F} = m\vec{a}$) رو به شمال است. حرکت متحرک کندشونده باشد، جهت سرعت در خلاف جهت شتاب و رو به جنوب است و گزینه (۱) درست است.

اگر حرکت تندشونده باشد، جهت سرعت باید در جهت شتاب باشد یعنی متحرک رو به شمال در حرکت است و گزینه (۲) درست است.

اگر مسیر خمیده باشد، نیروی وارد بر جسم و سرعت جسم با هم زاویه می‌سازند، بنابراین گزینه (۴) درست است.

۲ ۶۸۴ B



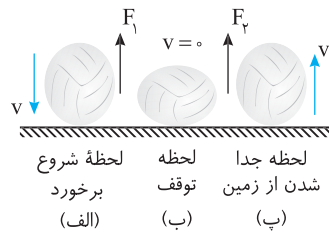
اگر نیروهای وارد بر جسم در بالاترین نقطه مسیر متوازن باشند بنا به قانون اول نیوتون جسم باید ساکن باقی بماند اما جسم به سوی پایین برمی‌گردد بنابراین در بالاترین نقطه مسیر نیروها متوازن نیستند و در طول مسیر رفت و برگشت به جسم نیروی وزن رو به پایین وارد می‌شود. بنابراین جسم در بالاترین نقطه مسیر به طور لحظه‌ای ساکن است اما در تعادل نیست. ($F_{\text{net}} \neq 0$)

۴ ۶۸۵ B

پدآوری: اگر جسمی درون مایعی قرار گیرد از طرف مایع بر آن نیرویی رو به بالا وارد می‌شود که منشأ این نیرو اختلاف فشار مایع در عمق‌های مختلف است و همین نیرو است که کشتی‌ها را بر سطح آب شناور نگه می‌دارد که به آن نیروی شناوری (F_b) گویند. منظور از نیروی پیشران نیز همان نیروی موتور قایق یا نیرویی که باد بر بادبان‌ها وارد می‌کند یا نیرویی است که در اثر پارو زدن باعث پیشروی قایق می‌شود. قایق با سرعت ثابت در حال حرکت روی سطح دریاچه آرام است، بنابراین نیروهای وارد بر آن متوازن هستند و بر آن چهار نیرو وارد می‌شود:

B ۴ ۶۹۲

به جمله‌ها و عبارتهای تست دقت کنید. «در تماس توپ با زمین» نه قبل و نه بعد از تماس توپ با زمین و «نیروی وارد بر توپ» نه نیروی وارد بر سطح، بنابراین از لحظه شروع تماس توپ با زمین (شکل الف) بر توپ نیروی رو به بالا وارد شده و آنرا از حرکت می‌اندازد (شکل ب) و سپس این نیروی رو به بالا، توپ را مجدداً رو به بالا هل می‌دهد. شکل (پ)



بنابراین F_1 و F_3 هر دو رو به بالا هستند.

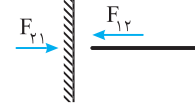
B ۴ ۶۹۳

خط فکری در بررسی نیروی واکنش باید شما مشخص کنید که بر جسم از طرف کدام جسم نیرو وارد می‌شود تا بتوانید درباره نیروی واکنش اظهار نظر کنید. بنا به قانون سوم نیوتون، اگر جسم A بر جسم B نیروی F را وارد کند، جسم B نیز به جسم A نیروی $-F$ را وارد می‌کند. نیروی وزن نیرویی است که کره زمین بر جسم وارد می‌کند پس واکنش آن نیرویی است که جسم بر مرکز کره زمین وارد می‌کند.



A ۳ ۶۹۴

خط فکری در بررسی نیروی واکنش ابتدا باید دو جسمی که به هم نیرو وارد می‌کنند و مورد پرسش است را مشخص کنید. در این تست، یک جسم، دست شخص و جسم دیگر طناب است بنابراین کنش بر یکی و واکنش بر دیگری وارد می‌شود و نیرویی که دیوار به طناب وارد می‌کند و بالعکس نقشی در کنش و واکنش بین دست و طناب ندارد. نیرویی که طناب بر دیوار وارد می‌کند واکنش نیرویی است که دیوار بر طناب وارد می‌کند و گزینه (۱) و (۲) نادرست است. واکنش نیرویی که دست بر طناب وارد می‌کند توسط طناب بر دست وارد می‌شود. گزینه (۳) درست و گزینه (۴) نادرست است.



B ۱ ۶۹۵

پاسخ گزینه (۴) دقیقاً تعریف قانون سوم نیوتون در مورد نیروهای کنش و واکنش است.

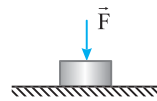
۱) نیروی عمودی تکیه‌گاه F_N

۲) نیرویی که توسط سطح بر جسم وارد می‌شود.

۳) نیروی وزن جسم منهای نیروی عمودی تکیه‌گاه

۴) نیرویی که توسط جسم بر عامل به وجود آورنده F وارد می‌شود.

پاسخ گزینه (۴) دقیقاً تعریف قانون سوم نیوتون در مورد نیروهای کنش و واکنش است.



B ۱ ۶۹۵

با توجه به قانون سوم نیوتون واکنش نیروی F بر عامل به وجود آورنده‌اش وارد می‌شود. بنابراین گزینه (۱) درست است. نیروی W نیرویی است که توسط کره زمین بر جسم وارد می‌شود و واکنش آن توسط جسم بر کره زمین وارد می‌شود و گزینه (۲) نادرست است. نیروی عمودی تکیه‌گاه (F_N) نیرویی است که توسط سطح بر جسم وارد می‌شود و واکنش آن توسط جسم بر سطح وارد می‌شود بنابراین F_N و W واکنش یکدیگر نیستند و گزینه (۳) نادرست است.

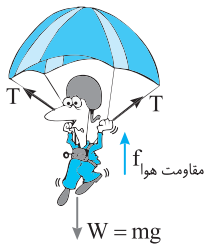
نیروی F نیرویی است که سبب حرکت جسم می‌شود و واکنش آن بر عاملی که F را وارد می‌کند وارد می‌شود و نیروی f نیروی اصطکاکی است که از طرف سطح بر جسم وارد می‌شود و واکنش آن نیرویی است که از طرف جسم بر سطح وارد می‌شود یعنی F و f ارتباط به هم نداشته و واکنش هم نیستند و گزینه (۴) نادرست است.

A ۲ ۶۹۶

یادآوری قانون سوم نیوتون: هرگاه جسم A بر جسم B نیروی F را وارد کند، جسم B نیز بر جسم A نیروی $-F$ را وارد می‌کند. هنگام پرتاب موشک، موشک بر گازهای خروجی اش نیرویی رو به عقب (رو به پایین) وارد می‌کند. بنابه قانون سوم نیوتون گازهای خروجی به موشک نیرویی رو به جلو (رو به بالا) وارد می‌کنند که سبب حرکت موشک می‌شود.

A ۲ ۶۹۷

خط فکری واکنش نیروهای وارد بر چترپاز از شما خواسته شده است بنابراین ابتدا شما باید مشخص کنید چه اجسامی، چه نیروهایی به چترپاز وارد می‌کنند. آن‌گاه می‌توانید بگویید که واکنش نیروها به چه اجسامی وارد می‌شود. نیروی وزن که توسط کره زمین بر شخص وارد می‌شود.



A ۲ ۶۹۸

نیرویی که طناب‌های چترنجات بر شخص وارد می‌کنند.

A ۳ ۶۹۸

نیروی مقاومت هوا f

نیروهای وارد بر چترپاز عبارتند از:

۱) نیروی وزن که توسط کره زمین بر شخص وارد می‌شود.

۲) نیرویی که طناب‌های چترنجات بر شخص وارد می‌کنند.

۳) نیروی مقاومت هوا که توسط هوا بر چترپاز وارد می‌شود بنابراین واکنش این نیروها بر کره زمین، طناب‌ها و هوا وارد می‌شود.



A ۲ ۶۹۹

مطابق شکل شخص درون قایق نشسته و از طرف کره زمین نیروی وزن بر شخص وارد می‌شود که واکنش آن توسط شخص بر کره زمین وارد می‌شود. از طرفی کف قایق بر شخص نیروی F_N رو به بالا وارد می‌کند که واکنش آن توسط شخص بر کف قایق رو به پایین وارد می‌شود. نیرویی که شخص بر پارو و پارو بر شخص وارد می‌کند نیز نیروی کنش و واکنش یکدیگرند. بنابراین واکنش نیروهای وارد به شخص توسط شخص به قایق، پارو و زمین وارد می‌شود.

A ۱ ۷۰۰

قانون دوم نیوتون را برای هر جسم به‌طور جداگانه نوشته و طرفین روابط را با هم مساوی قرار می‌دهیم:

$$F = m_1 a_1, F = m_2 a_2 \xrightarrow{F=F} m_1 a_1 = m_2 a_2 \Rightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{m_2}{m_1} = \frac{3}{2}$$

A ۱ ۷۰۱

رابطه $F = ma$ را یک بار برای حالت اول و بار دیگر برای حالت دوم می‌نویسیم و سپس طرفین تساوی‌ها را با هم مساوی قرار می‌دهیم.

$F = m \times 2$ (۱), $F = (m + \Delta) / 8$ (۲) $\Rightarrow 2m = 1/8(m + \Delta) \Rightarrow m = 4\Delta \text{ kg}$

در (۱) قرار می‌دهیم $\rightarrow F = m \times 2 \Rightarrow F = 9 \times 2 = 18 \text{ N}$

۱) با توجه به شتاب و جرم واگن‌ها نیروی پیشران لوکوموتیو را به دست می‌آوریم:

$F_{\text{پیشران}} = m_1 a \Rightarrow F_{\text{پیشران}} = 5(200) \times 2 = 2000 \text{ N}$

۲) در حالت دوم یک واگن از لوکوموتیو جدا شده و جرم کل قطار کاهش پیدا کرده و چون نیروی پیشران تغییر نکرده شتاب حرکت افزایش یافته و برابر خواهد شد با:

$F_{\text{پیشران}} = m_2 a' \Rightarrow 2000 = 4(200) a' \Rightarrow a' = 2.5 \text{ m/s}^2$

۳) بنابراین شتاب از $a = 2 \text{ m/s}^2$ به $a' = 2.5 \text{ m/s}^2$ رسیده است:

$$\text{درصد تغییرات} = \frac{\Delta a}{a} \times 100 = \frac{2.5 - 2}{2} \times 100 = 25\%$$

۲ ۷۰۶ A

خط فکری ابتدا به کمک قانون دوم نیوتون نیروهای F_x و F_y را بحسب M به دست می آوریم. در حالت دوم این نیروها بر هم عمود هستند و نیروی خالص را می توان به کمک رابطه فیثاغورس به دست آورده و شتاب را در حالت جدید حساب کرد. **۱** با توجه به قانون دوم نیوتون:

$$F_x = Ma_x \xrightarrow{a_x = 4 \text{ m/s}^2} F_x = 4M$$

$$F_y = Ma_y \xrightarrow{a_y = 3 \text{ m/s}^2} F_y = 3M$$

۲ نیروی خالص را به دست می آوریم:

$$F_{\text{net}} = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{16M^2 + 9M^2} = 5M$$

۳ شتاب حرکت خواهد شد: $F_{\text{net}} = 2Ma \Rightarrow 5M = 2Ma \Rightarrow a = 2.5 \text{ m/s}^2$

۱ ۷۰۷ A

یادآور ریاضی جمع برداری دو بردار $\vec{A} = A_x \vec{i} + A_y \vec{j}$ و $\vec{B} = B_x \vec{i} + B_y \vec{j}$ خواهد شد: $\vec{A} + \vec{B} = (A_x + B_x) \vec{i} + (A_y + B_y) \vec{j}$

۱ نیروی خالص وارد بر جسم را به کمک قانون دوم نیوتون حساب می کنیم. $\vec{F}_{\text{net}} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{F}_{\text{net}} = 2(2\vec{i} + 4\vec{j}) \Rightarrow \vec{F}_{\text{net}} = 4\vec{i} + 8\vec{j}$ (I)

۲ نیروی خالص را از جمع دو بردار \vec{F}_1 و \vec{F}_2 به دست می آوریم.

$$\vec{F}_{\text{net}} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 \Rightarrow \vec{F}_{\text{net}} = 13\vec{i} + \alpha\vec{j} + \beta\vec{i} + \delta\vec{j}$$

$$\Rightarrow \vec{F}_{\text{net}} = (13 + \beta)\vec{i} + (\delta + \alpha)\vec{j} \quad \text{(II)}$$

۳ در رابطه (I) و (II) با هم برابرند از این رو می توان نوشت:

$$13 + \beta = 4 \Rightarrow \beta = -9, \quad \delta + \alpha = 8 \Rightarrow \alpha = 8 - \delta$$

بازی با سوال فرض کنید بر جسمی به جرم 5 kg دو نیروی

$$\vec{F}_1 = -6\vec{i} + 8\vec{j} \text{ و } \vec{F}_2 = -\frac{8}{3}\vec{i}$$

است؟ (تمام مقادیر در SI هستند.)

مشابه کنکور دهه های گذشته

۵ (۱) ۱۰ (۲) ۷/۵ (۳) ۲/۵ (۴)

پایان ابتدا بردار نیروی F_2 را به دست می آوریم: $\vec{F}_2 = -\frac{8}{3}\vec{i} = 2\vec{i} - 4\vec{j}$

برایند نیروها خواهد شد: $\vec{F}_{\text{net}} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = -6\vec{i} + 8\vec{j} + 2\vec{i} - 4\vec{j} = -4\vec{i} + 4\vec{j}$

اندازه نیروی وارد بر جسم برابر است با: $F_{\text{net}} = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \text{ N}$

گزینه ۲ $F_{\text{net}} = ma \Rightarrow 5 = 5a \Rightarrow a = 1 \text{ m/s}^2$

۴ ۷۰۸ A

هرگاه سرعت جسم ثابت باشد نیروهای وارد بر جسم متوازن هستند و نیروی خالص وارد بر جسم صفر است از این رو می توان نوشت:

$$\vec{F}_{\text{net}} = ma \Rightarrow \vec{F}_{\text{net}} = 0$$

$$\Rightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 0 \xrightarrow{\vec{F}_1 = 2\vec{i} - 6\vec{j}} \vec{F}_2 = -2\vec{i} + 6\vec{j}$$

۳ ۷۰۹ A

۱ ابتدا نیروی خالص جسم را از جمع بردارهای نیرو به دست می آوریم: $\vec{F}_{\text{net}} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = (2\vec{i} - 5\vec{j}) + (1\vec{i} + 2\vec{j}) + (-1\vec{j}) = 3\vec{i} - 4\vec{j}$

$\Rightarrow \vec{F}_{\text{net}} = 3\vec{i} - 4\vec{j}$

۲ اندازه نیروی خالص وارد بر جسم را حساب می کنیم.

$$F_{\text{net}} = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} \Rightarrow F_{\text{net}} = \sqrt{3^2 + 4^2} \Rightarrow F_{\text{net}} = 5 \text{ N}$$

۳ شتاب حرکت جسم خواهد شد: $F_{\text{net}} = ma \Rightarrow a = \frac{F_{\text{net}}}{m} = \frac{5}{5} = 1 \text{ m/s}^2$

۳ ۷۰۲ A

به نیروی وارد بر جسم 20% افزوده شده پس نیروی وارد بر جسم خواهد شد:

$$F_p = F_1 + 0.2F_1 \Rightarrow F_p = 1.2F_1$$

بنا به قانون دوم نیوتون $F = ma$ خواهیم داشت:

$$F_p = 1.2F_1 \Rightarrow ma_p = 1.2ma_1 \Rightarrow a_p = 1.2a_1$$

۲ ۷۰۳ A

خط فکری به کمک قانون دوم نیوتون $F = ma$ با توجه به ثابت بودن F جرم

m_1 و m_2 را بحسب F به دست بیاورید سپس شتاب حرکت را برای جسمی به جرم

$m_1 - m_2$ و $m_1 + m_2$ حساب کرده بر هم تقسیم کنید.

۱ با توجه به شتابی که نیروی F به جسم m_1 و m_2 می دهد داریم:

$$\begin{cases} F = m_1 a_1 \xrightarrow{a_1 = 10 \text{ m/s}^2} F = 10 m_1 \Rightarrow m_1 = \frac{F}{10} \\ F = m_2 a_2 \xrightarrow{a_2 = 6 \text{ m/s}^2} F = 6 m_2 \Rightarrow m_2 = \frac{F}{6} \end{cases}$$

۲ حال شتاب داده شده به جسمی به جرم $m_1 - m_2$ و $m_1 + m_2$ را به دست می آوریم:

$$\begin{cases} F = (m_1 - m_2) a' \Rightarrow F = \left(\frac{F}{10} - \frac{F}{6}\right) a' \Rightarrow F = \left(\frac{6F - 10F}{30}\right) a' \\ \Rightarrow a' = \frac{30}{4} = 7.5 \text{ m/s}^2 \\ F = (m_1 + m_2) a'' \Rightarrow F = \left(\frac{F}{10} + \frac{F}{6}\right) a'' \Rightarrow F = \left(\frac{6F + 10F}{30}\right) a'' \\ \Rightarrow F = \frac{16F}{30} a'' \Rightarrow a'' = \frac{30}{16} = 1.875 \text{ m/s}^2 \end{cases}$$

۳ نسبت شتابها خواهد شد: $\frac{a'}{a''} = \frac{15}{4} = 3.75$

۱ ۷۰۴ A

نکته هرگاه دو نیرو هم جهت باشند، اندازه نیروی خالص از جمع اندازه دو نیرو

$$F_{\text{net}} = F_1 + F_2$$

به دست می آید:

شتاب وقتی دو نیرو هم جهت هستند خواهد شد:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow 3 + 4 = 2a_1 \Rightarrow a_1 = 3.5 \text{ m/s}^2$$

نکته هرگاه دو نیرو در خلاف جهت هم باشد، اندازه نیروی خالص از تفاضل

$$F_{\text{net}} = |F_1| - |F_2|$$

اندازه دو نیرو به دست می آید.

شتاب وقتی دو نیرو خلاف جهت هم هستند خواهد شد

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow 4 - 3 = 2a_2 \Rightarrow a_2 = 0.5 \text{ m/s}^2$$

نیروی خالص وقتی دو نیرو عمود بر هم هستند از رابطه فیثاغورس به دست می آید.

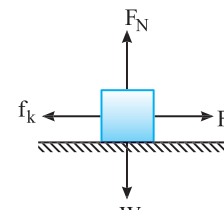
$$F_{\text{net}} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \text{ N}$$

شتاب حرکت خواهد شد: $F_{\text{net}} = ma \Rightarrow 5 = 2a_p \Rightarrow a_p = 2.5 \text{ m/s}^2$

۴ ۷۰۵ A

خط فکری وقتی که جسم روی خط راست

با سرعت ثابت در حرکت است نیروهای وارد بر آن متوازن است. نیروهای وارد بر جسم را به شکل ساده ای رسم کنید. به کمک متوازن بودن نیروها نیروی اصطکاک را حساب کنید سپس شتاب حرکت در حال جدید را به دست بیاورید.



۱ نیروی $F = 5 \text{ N}$ و نیروی اصطکاک متوازن هستند از این رو:

$$f_k = F \xrightarrow{F = 5 \text{ N}} f_k = 5 \text{ N}$$

۲ وقتی نیروی $F = 6 \text{ N}$ می شود، بنا به قانون دوم نیوتون:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow F - f_k = ma \Rightarrow 6 - 5 = 1a \Rightarrow a = 1 \text{ m/s}^2$$

۱ ۷۱۳ A

نکته اندازه برابری دو بردار عمود بر هم همواره از اندازه تک‌تک آن‌ها بیشتر است. اگر برابری نیروهای وارد بر جسم را F_{net} بگیریم:

$$F_{net} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} \Rightarrow F_{net} > F_1, F_{net} > F_2$$

بنابراین اگر یکی از نیروها حذف شود تنها یک نیرو باقی می‌ماند که با توجه به اینکه مقدار این نیرو از F_{net} کمتر است پس شتاب جسم از 4 m/s^2 کمتر خواهد شد.

۲ ۷۱۴ A

خط فکری نکته مهمی که در حل این گونه مسایل وجود دارد این است که وقتی n نیرو متوازن هستند یعنی برابری آن‌ها صفر است همواره برابری $n-1$ بردار دلخواه از این بردارها هم اندازه بردار n ام است.

در صورت مسئله برابری سه نیروی 8 N ، 6 N و 12 N صفر است و مفهوم آن این است در این مسئله سه نیرو به گونه‌ای قرار دارند که اندازه برابری 8 N و 12 N برابر 6 N و اندازه برابری 8 N و 6 N برابر 12 N و اندازه برابری 12 N و 6 N برابر 8 N است. یعنی هرگاه نیروی 6 N حذف شود، برابری دو نیروی 8 N و 12 N که باقی می‌مانند همان $F_{net} = 6 \text{ N}$ خواهد بود. با توجه به این مفهوم مسئله به راحتی قابل حل است و کافی است بعد از حذف نیروی 6 N شما نیروی خالص را برابر 6 N قرار دهید. سه نیرو متوازن می‌باشد. بنابراین:

$$\begin{cases} |\vec{F}_1| = 8 \text{ N} \\ |\vec{F}_2| = 6 \text{ N} \\ |\vec{F}_3| = 12 \text{ N} \end{cases} \xrightarrow{\text{نیرو متوازن}} \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = 0 \Rightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = -\vec{F}_3 \quad (1)$$

هنگامی که نیروی \vec{F}_3 حذف می‌شود به جسم تنها دو نیروی \vec{F}_1 و \vec{F}_2 وارد خواهد شد:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = m\vec{a} \Rightarrow |\vec{F}_1 + \vec{F}_2| = m|\vec{a}| \xrightarrow{|\vec{F}_1 + \vec{F}_2| = |\vec{F}_3| = 6 \text{ N}} 6 = 4a \Rightarrow a = 1.5 \text{ m/s}^2$$

بازی با سوال به یک جسم 2 کیلوگرمی، هم‌زمان چهار نیرو به اندازه‌های 20 ، 15 ، 10 ، 8 نیوتون وارد می‌شود و جسم به حالت تعادل قرار می‌گیرد. اگر فقط نیروی 15 نیوتونی حذف شود و دیگر نیروها با همان اندازه و جهت اثرگذار باشند، تغییر سرعت جسم بعد از 2 ثانیه، چند متر بر ثانیه خواهد شد؟

خارج تجربی - ۸۵

۸ (۱) ۱۰ (۲) ۱۵ (۳) ۲۰ (۴)

پایسج جسم در تعادل است و برابری چهار نیروی 10 N ، 15 N و 8 N صفر است. از این رو هر نیرو هم‌اندازه برابری سه نیروی دیگر است. با حذف نیروی 15 N ، سه نیروی 10 N ، 8 N و 10 N باقی می‌مانند که برابری آن‌ها 15 N است. بنابراین:

$$F_{\text{خالص}} = ma \Rightarrow 15 = 2a \Rightarrow a = 7.5 \text{ m/s}^2$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow 7.5 = \frac{\Delta v}{2} \Rightarrow \Delta v = 15 \text{ m/s}$$

۳ ۷۱۵ B

خط فکری دقت کنید سه نیرو در حال تعادل هستند یعنی برابری آن‌ها صفر است. حال اگر هر نیرویی اضافه شود برابری دقیقاً برابر همان مقدار اضافه شده است. وقتی جسم در تعادل است برابری نیروهای 5 ، 7 و 10 نیوتونی صفر است. وقتی به نیروی 3 نیوتونی، 7 نیوتونی اضافه شود، یعنی برابری نیروها برابر 3 N می‌شود. بنابراین:

$$F = ma \Rightarrow 3 = 2a \Rightarrow a = 1.5 \text{ m/s}^2$$

۳ ۷۱۶ A

خط فکری هرگاه در مسئله زمان داده شود یا از شما زمان خواسته شود یعنی شما باید به سراغ روابط حرکت‌شناسی بروید. بنابراین شتاب را به کمک قانون دوم نیوتون به دست بیاورید سپس به کمک معادله سرعت زمان حرکت با شتاب ثابت، زمانی که سرعت 15 m/s می‌شود را به دست بیاورید.

۱ ابتدا با توجه به قانون دوم نیوتون شتاب حرکت را به دست می‌آوریم:

$$F = ma \xrightarrow{m=4 \text{ kg}, F=8 \text{ N}} 8 = 4 \cdot a \Rightarrow a = 2 \text{ m/s}^2$$

۲ زمان را حساب می‌کنیم.

$$v = at + v_0 \Rightarrow 15 = 2t + 0 \Rightarrow t = 7.5 \text{ s}$$

بازی با سوال جسمی به جرم 5 kg تحت تأثیر سه نیروی

$$\vec{F}_1 = -15\vec{i} + 8\vec{j}, \vec{F}_2 = -21\vec{i} + 19\vec{j}, \vec{F}_3 = 4\vec{i} + 3\vec{j}$$

را پیدا کرده است. اندازه نیروی \vec{F}_3 کدام است؟

ریاضی - ۸۹

۴ (۱) ۲۰ (۲) ۲۸ (۳) ۴۸ (۴)

پایسج با توجه به قانون دوم نیوتون:

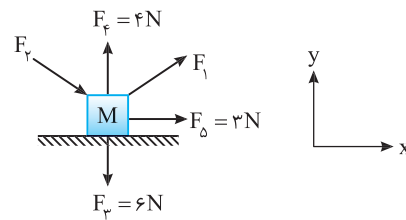
$$\vec{F}_T = m\vec{a} \Rightarrow \vec{F}_T = 5(-4\vec{i} + 3\vec{j}) \Rightarrow \vec{F}_T = -20\vec{i} + 15\vec{j}$$

$$\vec{F}_T = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 \Rightarrow -20\vec{i} + 15\vec{j} = -15\vec{i} + 8\vec{j} - 21\vec{i} + 19\vec{j} + \vec{F}_3$$

$$\Rightarrow \vec{F}_3 = 16\vec{i} - 12\vec{j} \Rightarrow F_3 = \sqrt{16^2 + 12^2} = 4\sqrt{4^2 + 3^2} \Rightarrow F_3 = 4 \times 5 = 20 \text{ N}$$

۲ ۷۱۷ B

۳ ۷۱۰ A جسم در تعادل است و نیروهای وارد بر جسم متوازن هستند و برابری آن‌ها صفر است. با توجه به شکل نیروی $\vec{F}_3 = 4\vec{j}$ ، نیروی $\vec{F}_2 = -6\vec{j}$ و نیروی $\vec{F}_1 = 3\vec{i}$ است.

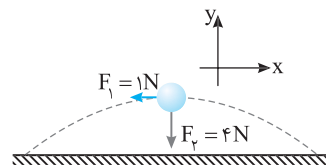


برابری نیروها را برابر صفر قرار می‌دهیم.

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 = 0 \Rightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + 3\vec{i} + 4\vec{j} - 6\vec{j} = 0 \Rightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = -3\vec{i} + 2\vec{j}$$

۲ ۷۱۱ A

خط فکری به شکل نگاه کنید. بر جسم دو نیرو یکی نیروی $F_1 = 1 \text{ N}$ در خلاف جهت محور x ($\vec{F}_1 = -1\vec{i}$) و دیگری نیروی وزن $F_2 = 4 \text{ N}$ در خلاف جهت محور y ($\vec{F}_2 = -4\vec{j}$) وارد می‌شود بنابراین کافی است نیروی خالص را برحسب i و j به دست بیاورید سپس، شتاب را حساب کنید.



۱ ابتدا بردار نیروها را برحسب بردارهای یک‌ه می‌نویسیم:

$$\vec{F} = -1\vec{i} - 4\vec{j}$$

۲ با توجه به قانون دوم نیوتون $\vec{F} = m\vec{a}$ داریم:

$$\vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow -1\vec{i} - 4\vec{j} = 0.4\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = -2.5\vec{i} - 10\vec{j}$$

۴ ۷۱۲ A

نکته برابری دو نیرو وقتی بیشینه است که دو نیرو هم‌جهت باشند.

$$F_{\text{max}} = F_1 + F_2$$

نکته برابری دو نیرو وقتی کمینه است که دو نیرو در خلاف جهت هم باشند.

$$F_{\text{min}} = F_1 - F_2$$

بیشینه شتاب را حساب می‌کنیم:

$$F_{\text{max}} = F_1 + F_2 = 10 \text{ N}, F_{\text{max}} = ma \Rightarrow 10 = 4a \Rightarrow a_{\text{max}} = 2.5 \text{ m/s}^2$$

کمینه شتاب را به دست می‌آوریم:

$$F_{\text{min}} = F_2 - F_1 = 6 - 4 = 2 \text{ N}, F_{\text{min}} = ma \Rightarrow 2 = 4a \Rightarrow a_{\text{min}} = 0.5 \text{ m/s}^2$$

شتاب جسم می‌تواند بین این دو مقدار باشد. $0.5 \leq a \leq 2.5$

تنها گزینه (۴) که در آن $a = 1 \text{ m/s}^2$ است در این بازه قرار دارد.

۲ چون نیرو ثابت است، با توجه به رابطه $F=ma$ شتاب نیز همان $a=\Delta m/s^2$ خواهد شد. بنابراین: $v_1^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 400 - 100 = 2 \times 5 \times \Delta x \Rightarrow \Delta x = 30m$

۲ ۷۲۲ A

خط فکری: تندی اولیه هر دو هنگام ترمز v است و قرار است هر دو متحرک در جابه‌جایی یکسان d متوقف شوند. با توجه به معادله مستقل از زمان $(v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x)$ باید شتاب توقف موتور و خودرو یکسان باشد. بنا به قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} F_{\text{موتور}} = m_{\text{موتور}} a \\ F_{\text{خودرو}} = m_{\text{خودرو}} a \end{cases} \Rightarrow \frac{F_{\text{موتور}}}{m_{\text{موتور}}} = \frac{F_{\text{خودرو}}}{m_{\text{خودرو}}} \Rightarrow \frac{F_{\text{موتور}}}{3/5} = \frac{F_{\text{خودرو}}}{1} \Rightarrow F_{\text{موتور}} = \frac{3}{5} F_{\text{خودرو}}$$

۴ ۷۲۳ A

خط فکری: دقت کنید در مسئله t_1 و t_2 داده شده است. بنابراین باید به سراغ فرمول‌های حرکت‌شناسی در حرکت با شتاب ثابت برویم. شتاب حرکت را در هر حالت بر حسب Δx و t حساب کنید و نیرو را بر حسب قانون دوم بنویسید. شتاب حرکت هر متحرک را حساب می‌کنیم.

۱ $\Delta x = \frac{1}{2} a t^2 \Rightarrow a_1 = \frac{2\Delta x_1}{t_1^2}, a_2 = \frac{2\Delta x_2}{t_2^2}$

۲ اکنون شتاب‌ها را در قانون دوم نیوتون قرار می‌دهیم.

$$\begin{cases} F_1 = m_1 a_1 \Rightarrow F_1 = m_1 \frac{2\Delta x_1}{t_1^2} \\ F_2 = m_2 a_2 \Rightarrow F_2 = m_2 \frac{2\Delta x_2}{t_2^2} \end{cases} \Rightarrow \frac{F_1}{m_1 t_1^2} = \frac{F_2}{m_2 t_2^2}$$

۲ ۷۲۴ A

۱ جرم میخ نسبت به چکش کم است. وقتی با چکش به میخ ضربه می‌زنیم و میخ $5mm$ در چوب فرو می‌رود یعنی سرعت چکش طی مسافت $5mm$ از $4m/s$ به صفر می‌رسد. بنابراین شتاب توقف چکش خواهد شد:

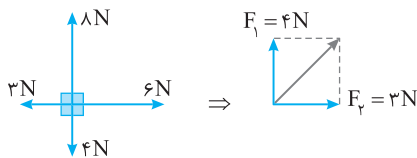
۲ $v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - 16 = 2a(5 \times 10^{-3}) \Rightarrow a = -1600 m/s^2$

نیروی که سبب توقف چکش شده همان نیروی مقاومت متوسط چوب در مقابل حرکت میخ و چکش است. از این رو می‌توان نوشت:

$F_{\text{net}} = ma \xrightarrow{m=0.25kg} |F| = 0.25 \times 1600 \Rightarrow F_{\text{net}} = 400N$

۲ ۷۲۵ A

۱ ابتدا برابری نیروها را مشخص می‌کنیم: $F_T = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = \sqrt{16 + 9} = 5N$



۲ حال با توجه به نیروی برابری، شتاب جسم را به دست می‌آوریم:

$F_T = ma \Rightarrow 5 = 2.5a \Rightarrow a = 2 \Delta m/s^2$

۳ جسم از حال سکون شروع به حرکت کرده از این رو:

$v = at + v_0 \Rightarrow v = 2 \times 5 \times 5 + 0 \Rightarrow v = 50 \Delta m/s$

نکته: جسمی که از حال سکون تحت تأثیر نیروی خالص و ثابتی شروع به حرکت کند همواره حرکت آن روی خط راست با شتاب ثابت و در جهت نیروی خالص وارد بر جسم است.

جسم از حال سکون شروع به حرکت کرده و جهت حرکت (سرعت) در جهت نیرو است و می‌دانیم جهت شتاب نیز در جهت برابری قرار دارد بنابراین جهت سرعت، \nearrow است.

۴ ۷۱۷ B

۱ سرعت خودرو را بر حسب m/s می‌نویسیم.

$v = 36 \frac{km}{h} \times \frac{1h}{3600s} \times \frac{10^3m}{1km} \Rightarrow v = \frac{36}{3.6} \Rightarrow v = 10 m/s$

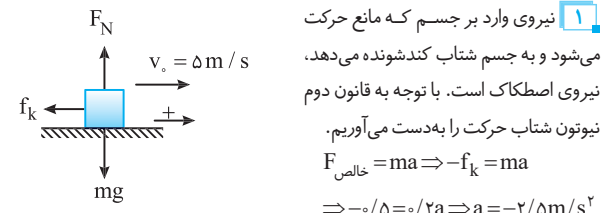
۲ شتاب توقف جسم را به کمک حرکت‌شناسی از رابطه مستقل از زمان به دست می‌آوریم:

$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \xrightarrow{v=0, \Delta x=4m} 0 - 10^2 = 2a \times 4 \Rightarrow a = -12.5 \Delta m/s^2$

۳ نیروی خالصی که سبب توقف خودرو شده نیروی اصطکاک است و بنا به قانون دوم نیوتون خواهیم داشت:

$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow -f_k = 2000 \times (-12.5) \Rightarrow f_k = 25000N$

۴ ۷۱۸ A



۱ نیروی وارد بر جسم که مانع حرکت می‌شود و به جسم شتاب کندشونده می‌دهد، نیروی اصطکاک است. با توجه به قانون دوم نیوتون شتاب حرکت را به دست می‌آوریم. $F_{\text{خالص}} = ma \Rightarrow -f_k = ma \Rightarrow -0.5/5 = 0/2a \Rightarrow a = -2 \Delta m/s^2$

۲ اکنون جابه‌جایی را در ثانیه اول به کمک معادله حرکت با شتاب ثابت حساب می‌کنیم:

$\Delta x = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t \Rightarrow \Delta x = \frac{1}{2} (-2/5)(1) + 5(1) = 3.75m$

بازی با سوال: اتومبیلی به جرم 4 تن با سرعت $20m/s$ روی سطح افقی در مسیر مستقیم حرکت می‌کند. این اتومبیل در اثر ترمز با شتاب ثابت در مدت $4s$ متوقف می‌شود. نیروی ترمز چند نیوتون است؟

- ۱) ۲۰۰۰ (۲) ۱۰۰۰۰ (۳) ۸۰۰۰ (۴) ۴۰۰۰

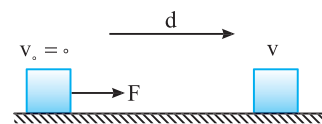
پاسخ: ابتدا شتاب ترمز اتومبیل را محاسبه می‌کنیم:

$v_2 = at + v_1 \Rightarrow a = -5 \Delta m/s^2 \xrightarrow{F_{\text{net}} = ma} F_{\text{ترمز}} = ma \Rightarrow 4 \times 10^3 \times 5 = 2 \times 10^4 = 20000N$

گزینه ۱

۱ ۷۱۹ B

نیروی خالص وارد بر جسم نیروی افقی F است.



۱ بنا به قانون دوم نیوتون شتاب حرکت را حساب می‌کنیم: $F = ma \Rightarrow a = \frac{F}{m}$

۲ به کمک رابطه مستقل از زمان، v را به دست می‌آوریم:

$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow v^2 - 0 = 2(\frac{F}{m})d \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2Fd}{m}}$

۱ ۷۲۰ A

نیروی وارد بر جسم ثابت است بنابراین شتاب حرکت نیز ثابت است. جسم از حال سکون $v_0 = 0$ در مدت t سرعتهش به v رسیده است. چون شتاب ثابت است پس تغییر سرعت در بازه‌های زمانی یکسان t ثابت است. بنابراین همین مدت طول می‌کشد تا سرعت از v به $2v$ برسد.

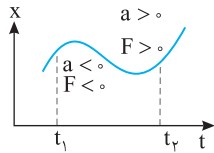
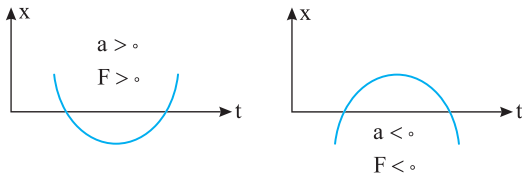
$$F_{\text{ثابت}} = ma \Rightarrow \begin{cases} v = at + 0 \Rightarrow t = \frac{v}{a} \\ 2v = at' + 0 \Rightarrow t' = \frac{2v}{a} \end{cases} \Rightarrow t' = 2t$$

۳ ۷۲۱ A

۱ ابتدا با توجه به مسافت طی شده و تندی نهایی شتاب حرکت را به دست می‌آوریم:

$v_1^2 - v_0^2 = 2a\Delta x_1 \Rightarrow 100 - 0 = 2a \times (10) \Rightarrow a = 5 \Delta m/s^2$

اگر جهت دهانه منحنی مکان - زمان رو به بالا باشد شتاب جسم و در نتیجه نیروی وارد بر جسم مثبت است و اگر جهت دهانه منحنی مکان - زمان رو به پایین باشد شتاب جسم و در نتیجه نیروی وارد بر جسم منفی است.



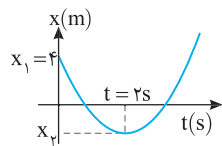
اکنون به نمودار مکان-زمان تست دقت کنید. ابتدا دهانه رو به پایین بوده و بنابراین شتاب و در نتیجه نیروی وارد بر جسم منفی است و سپس دهانه (تقعر) نمودار رو به بالا بوده، شتاب و در نتیجه نیرو مثبت می‌شود، بنابراین نیروی وارد بر جسم یک بار تغییر جهت داده است.

۲ ۷۳۲ B

۱ ابتدا با توجه به قانون دوم نیوتون شتاب حرکت را به دست می‌آوریم:

$$F = ma \xrightarrow{F=12N, m=4kg} 12 = 4a \Rightarrow a = 3m/s^2$$

در نقاط بیشینه و کمینه نمودار مکان زمان سرعت صفر است.



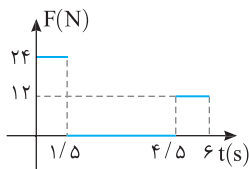
۲ در لحظه $t = 2s$ سرعت متحرک صفر می‌شود (خط مماس بر نمودار $x-t$ به صورت افقی می‌باشد).

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = 3 \times 2 + v_0 \Rightarrow v_0 = -6m/s$$

حال با توجه به سرعت اولیه مکان، x را به دست می‌آوریم:

$$x_2 = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_1 \Rightarrow x_2 = \frac{1}{2} \times 3 \times (2)^2 - 6(2) + 4 \Rightarrow x_2 = -2m$$

۴ ۷۳۳ A



خط فکری به نمودار دقت کنید. در

بازه صفر تا $1/5s$ نیروی وارد بر جسم $24N$

است و از $1/5s$ تا $4/5s$ نیروی خالص وارد

بر جسم صفر است. یعنی از $1/5s$ تا $4/5s$

سرعت متحرک ثابت و برابر سرعت در لحظه

$t = 1/5s$ است. بنابراین کافی است شما سرعت را در $t = 1/5s$ حساب کنید.

۱ شتاب حرکت جسم را در بازه صفر تا $1/5s$ به دست می‌آوریم.

$$F = ma \xrightarrow{m=3kg} 24 = 3a \Rightarrow a = 8m/s^2$$

۲ سرعت در لحظه $t = 1/5s$ را حساب می‌کنیم.

$$v = at + v_0 \xrightarrow{v_0=0} v = 8 \times 1/5 + 0 \Rightarrow v = 1.2m/s$$

بنابراین در لحظه $t = 3s$ سرعت $1.2m/s$ است.

۱ ۷۳۴ B

خط فکری برای آن که نمودار نیرو - زمان را از روی نمودار سرعت - زمان رسم کنید کافی است شتاب در هر بازه را حساب کرده و با ضرب جرم در شتاب، نیرو را به دست آورده ($F = ma$) نمودار نیرو زمان را رسم کنید.

۱ در بازه زمانی صفر تا ۳ ثانیه شتاب ثابت است. پس نیرو ثابت و برابر است با:

$$F = ma = m \frac{v - v_0}{t} = 2 \times \frac{3 - (-6)}{3} = 6N$$

۲ در بازه زمانی ۳ تا ۵ ثانیه حرکت یکنواخت پس نیرو صفر است. ($F = 0$)

۳ در بازه زمانی ۵ تا ۷ ثانیه نیز شتاب ثابت پس نیرو ثابت و برابر است با:

$$F = ma = 2 \times \frac{0 - 3}{7 - 5} = -3N$$

بنابراین گزینه (۱) پاسخ مسئله است.

۱ ۷۲۶ B

خط فکری وقتی نیروهای وارد بر جسم متوازن باشد ($F_{net} = 0$) در این صورت

شتاب جسم نیز صفر است. بنابراین کافی است معادله شتاب زمان را برابر صفر قرار دهید و اولین باری که شتاب بعد از $t = 0$ صفر می‌شود را به کمک حل معادله مثلثاتی به دست بیاورید. ریشه معادله شتاب را به دست می‌آوریم.

$$F_{net} = ma \xrightarrow{F_{net}=0} a = 0 \xrightarrow{a = -16\pi^2 \sin^2 \pi t} 0 = -16\pi^2 \sin^2 \pi t$$

$$\Rightarrow 4\pi t = k\pi \Rightarrow t = \frac{k}{4} \quad k = 1, 2, \dots$$

بنابراین اولین لحظه بعد از $t = 0$ برابر است با $t = \frac{1}{4}s$.

۳ ۷۲۷ A

یادآوری در حرکت روی خط راست، لحظه‌ای جهت سرعت تغییر می‌کند که سرعت به طور لحظه‌ای صفر شده و تغییر علامت دهد.

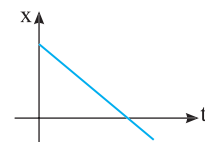
خط فکری معادله مکان زمان درجه ۲ یعنی حرکت با شتاب ثابت بنابراین وقتی

شتاب ثابت باشد، نیروی خالص وارد بر جسم در همه نقاط مسیر از جمله در لحظه تغییر جهت سرعت ثابت است. با مقایسه معادله حرکت داده شده با معادله مکان زمان حرکت با شتاب ثابت، شتاب را حساب کرده و نیروی خالص وارد بر جسم را به دست بیاورید. معادله مکان - زمان متحرک درجه ۲ دوم می‌باشد یعنی حرکت با شتاب ثابت می‌باشد. شتاب حرکت را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} x = t^2 - 6t + 8 \\ x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{2}a = 1 \Rightarrow a = 2m/s^2$$

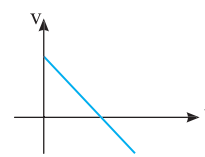
نیروی خالص وارد بر جسم خواهد شد: $F_{net} = ma = 2 \times 4 = 8N$

۲ ۷۲۸ A



نمودار $x-t$ به صورت خطی می‌باشد بنابراین حرکت متحرک با سرعت ثابت و شتاب صفر است. با توجه به قانون دوم نیوتون $F_{net} = ma$ ، برآیند نیروها صفر می‌باشد و نیروها متوازن هستند.

۱ ۷۲۹ B

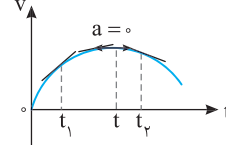


یادآوری شیب نمودار سرعت - زمان برابر است با شتاب متحرک.

شیب نمودار ثابت است بنابراین این حرکت دارای شتاب ثابت بوده و نیروی خالص ($F_{net} = ma$) وارد بر آن نیز ثابت است.

دقت کنید که در لحظه قطع نمودار علامت (یا جهت) سرعت عوض شده است ولی شتاب و نیرو تغییر نکرده است.

۴ ۷۳۰ B



خط فکری هرگاه به شما نمودار مکان -

زمان، سرعت - زمان و ... داده شود و از شما

درباره چگونگی تغییر نیرو سؤال شود شما باید

به سراغ چگونگی تغییر شتاب بروید.

نکته در نمودار سرعت - زمان شیب خط مماس بر نمودار برابر شتاب

لحظه‌ای است. شیب خط مماس بر نمودار از لحظه t_1 تا t_2 در حال کاهش و از لحظه t_2

تا t_1 اندازه شیب خط مماس در حال افزایش است و بنا به قانون دوم نیوتون

($F = ma$) بزرگی نیروی خالص وارد بر جسم ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.

۱ ۷۳۱ A

یادآوری بنا به قانون دوم نیوتون $F = ma$ ، همواره نیرو و شتاب حاصل از آن هم جهت هستند. از طرفی دهانه منحنی مکان - زمان بیان گر علامت شتاب (مشق دوم مکان) است.

۴ ۷۳۸ A

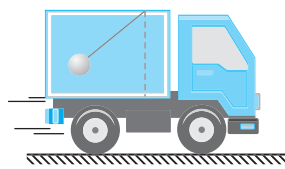
هرگاه جسم ساکن و یا دارای حرکت با سرعت ثابت باشد، نیروهای وارد بر جسم متوازن بوده $(F_{net} = 0)$ یعنی جسم در حال تعادل به سر می‌برد. بنابراین از نگاه قانون اول نیوتون حالت سکون و یا حرکت با سرعت ثابت هم‌ارز هستند و گزینه (۱) درست است. بنا به قانون اول نیوتون اگر نیروی خالصی بر جسم وارد نشود اگر جسم ساکن است ساکن می‌ماند و اگر در حال حرکت است به حرکت روی خط راست با سرعت ثابت ادامه می‌دهد یعنی جسم تمایل دارد وضع موجود را حفظ کند، بنابراین گزینه‌های (۲) و (۳) نیز درست است.

۱ ۷۳۹ A

در قانون اول نیوتون بیان می‌شود که اگر جسم در حال حرکت است برای ادامه حرکت نیاز به نیرو ندارد و اگر بر آن نیرو وارد نشود، جسم به حرکت خود ادامه می‌دهد و برای ادامه حرکتش به ارائه دلیل نیازی نیست. اما اگر حرکتش تغییر کند، باید برای این تغییر به دنبال علت بود و گزینه (۱) درست است.

بنابر قانون دوم نیوتون، نیرو با آهنگ تغییر سرعت یعنی شتاب متناسب است نه با خود تغییر سرعت $(\vec{F} = m \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t})$ و گزینه (۲) نادرست است. بنابر قانون سوم نیوتون نیروهای کنش و واکنش بر دو جسم وارد شده، بنابراین نمی‌توان گفت یکدیگر را خنثی می‌کنند و گزینه (۳) نیز نادرست است.

۱ ۷۴۰ A



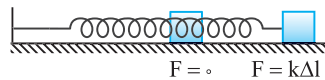
طبق قانون اول اجسام تمایل دارند که وضعیت حرکت خود را حفظ کنند. بنابراین می‌توان گفت هنگامی جسم درون کامیون قرار دارد همواره از تغییر حرکت لحظه‌ای کامیون جا می‌ماند.

یعنی اگر کامیون ترمز کند (حرکت کندشونده) آونگ طبق سرعت قبلی به حرکت خود ادامه می‌دهد، پس به جلو پرتاب می‌شود و اگر کامیون تندشونده به سمت جلو حرکت کند آونگ با همان سرعت کمتر قبلی در حال حرکت است، پس از حرکت کامیون عقب می‌ماند و به سمت عقب پرتاب می‌شود و با توجه به شکل که در آن آونگ به سمت عقب منحرف شده است نتیجه می‌گیریم که کامیون با حرکت تندشونده رو به جلو در حرکت است.

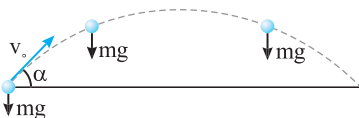
۳ ۷۴۱ C



گزینه (۱): اگر جسمی را در راستای قائم رو به بالا پرتاب کنیم، سرعت گلوله در اوج، صفر است و جسم به‌طور لحظه‌ای در حال سکون است، اما نیروی وزن همچنان به جسم وارد می‌شود و شتاب حرکت برابر g است. پس گزینه (۱) نادرست است. / گزینه (۲): هرگاه قطاری با سرعت ثابت یک مسیر خمیده را دور بزند، چون جهت بردار سرعت در حال تغییر است، حرکت شتابدار است و برآیند نیروی وارد بر جسم صفر نیست. در این صورت گزینه (۲) نادرست است، زیرا کلمه الزاماً را به کار برده است. / گزینه (۳): به وزنه و فنر روبه‌رو دقت کنید، اگر وزنه را به راست بکشیم و رها کنیم، هرچه وزنه به محل اولیه (تعادلش) نزدیک می‌شود تغییر طول فنر کمتر شده و نیروی کشسانی فنر کمتر می‌شود، در حالی که تا رسیدن وزنه به محل تعادل، سرعت آن در حال افزایش است، بنابراین گزینه (۳) درست است.



در مورد گزینه (۴): اگر گلوله‌ای را در شرایط خلأ تحت زاویه α مطابق شکل پرتاب کنیم، نیروی وارد بر جسم در تمام مسیر ثابت و برابر mg است. اما حرکت روی مسیر خمیده است، بنابراین گزینه (۴) نادرست است، زیرا کلمه الزاماً در آن به کار رفته است.



۳ ۷۳۵ A

نیروی که شخص اول بر دوم وارد می‌کند به شخص دوم شتابی در جهت محور X ها می‌دهد:

$$\vec{F}_{12} = m_2 \vec{a}_2 \Rightarrow 100 \vec{i} = 50 \vec{a}_2 \Rightarrow \vec{a}_2 = 2 \vec{i}$$

بنا به قانون سوم نیوتون همین مقدار نیرو توسط شخص دوم بر شخص اول در خلاف جهت محور X ها وارد می‌شود و به شخص اول شتابی در خلاف جهت محور X ها خواهد داد:

$$\vec{F}_{21} = m_1 \vec{a}_1 \Rightarrow -100 \vec{i} = 75 \vec{a}_1 \Rightarrow \vec{a}_1 = -\frac{4}{3} \vec{i}$$

۳ ۷۳۶ A

با توجه به قانون سوم نیوتون نیروی الکتریکی که ذره m با بار الکتریکی q به ذره $2m$ با بار الکتریکی $3q$ وارد می‌کند برابر نیروی است که بار $3q$ به بار q وارد کرده است. بنابراین:

$$|\vec{F}_{12}| = |\vec{F}_{21}| = F$$

حال با توجه به قانون دوم نیوتون داریم:



$$\begin{cases} (1) \Rightarrow F = ma_1 \Rightarrow a_1 = \frac{F}{m} \\ (2) \Rightarrow F = 2ma_2 \Rightarrow a_2 = \frac{F}{2m} \end{cases} \Rightarrow \frac{a_1}{a_2} = 2$$

۳ ۷۳۷ A

خط فکری: بنا به قانون سوم نیوتون نیروی که شخص (۱) بر شخص (۲) وارد می‌کند هم‌اندازه و در خلاف جهت نیروی است که شخص (۲) بر شخص (۱) وارد می‌کند. نیروها یکسان است بنابراین شخصی که دارای جرم کمتری است بنا به قانون دوم نیوتون شتاب بیشتری خواهد داشت و زودتر به نقطه O می‌رسد و از آن عبور می‌کند. حال به حل مسئله دقت کنید.

نیروی که توسط طناب به هر دو شخص وارد می‌شود یکسان است:

$$\begin{cases} F_1 = m_1 a_1 \Rightarrow a_1 = \frac{F_1}{m_1} \\ F_2 = m_2 a_2 \Rightarrow a_2 = \frac{F_2}{m_2} \end{cases} \xrightarrow{F_1 = F_2, m_1 > m_2} a_1 < a_2$$

دو جسم در ابتدا ساکن هستند و $a_1 < a_2$ است پس متحرک (۲) سریع‌تر حرکت می‌کند و هنگام رسیدن دو متحرک به هم متحرک (۲) جابه‌جایی بیشتری انجام می‌دهد بنابراین دو متحرک بین O و A به یکدیگر می‌رسند.

یازدهم با سوال

دو شخص A و B هم‌قد با کفش‌های چرخ‌دار در حالت ایستاده در یک سالن مسطح و صاف دو سر طنابی را گرفته و هر یک دیگری را به سوی خود می‌کشند. کدام یک زودتر به خط پایان که وسط فاصله میان آن‌ها است می‌رسد؟ (جرم شخص A بیشتر از جرم شخص B است.)

(۱) شخص A (۲) شخص B

(۳) هر دو با هم می‌رسند. (۴) نمی‌توان اظهار نظر قطعی کرد.

پاسخ: با توجه به قانون سوم نیوتون نیروی که شخص A به B وارد می‌کند برابر نیروی است که شخص B به A وارد می‌کند. بنابراین می‌توانیم بنویسیم:

$$\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}$$

حال با توجه به قانون دوم نیوتون داریم:

$$a = \frac{F}{m} \quad |F_{AB}| = |F_{BA}|, m_A > m_B \rightarrow a_B > a_A$$

پس شتاب B از شتاب A بیشتر است. بنابراین شخص B زودتر از شخص A به وسط طناب می‌رسد.

گزینه ۲

۳ ۷۴۲ A

یادآوری در سال دهم در کتاب فیزیک (۱) خوانده‌اید که یکاها باید در دو طرف یک رابطه فیزیکی دارای سازگاری باشند یعنی در دو طرف یکاها باید یکسان باشند. در رابطه $v = \alpha Ft$ ، یکای سرعت m/s ، یکای نیرو نیوتون (N) و یکای t ثانیه است. اما در گزینه‌ها خبری از نیوتون (N) نیست. بنابراین باید یکای فرعی نیرو یعنی kgm/s^2 را در بررسی خود استفاده کنید.

$$v = \alpha Ft \Rightarrow [m/s] = \alpha [kg m/s^2] [s] \Rightarrow \alpha = \left[\frac{1}{kg} \right]$$

۲ ۷۴۳ A

۱) جرم هر جسم را بر حسب نیرو و شتاب به دست می‌آوریم.

$$F = m_1 a_1 \Rightarrow m_1 = \frac{F}{a_1} \quad \text{جسم (۱)}$$

$$F = m_2 a_2 \Rightarrow m_2 = \frac{F}{a_2} \quad \text{جسم (۲)}$$

۲) شتاب نیروی F وارد بر جسمی به جرم $(m_1 + m_2)$ خواهد شد:

$$F = (m_1 + m_2) a' \Rightarrow F = \left(\frac{F}{a_1} + \frac{F}{a_2} \right) a' \Rightarrow F = F \left(\frac{a_1 + a_2}{a_1 a_2} \right) a' \Rightarrow a' = \frac{a_1 a_2}{a_1 + a_2}$$

۱ ۷۴۴ A

در حالت اول دو نیرو هم جهت و مساوی هستند، آن‌ها را با حرف F نمایش می‌دهیم. نیروی خالص خواهد شد:

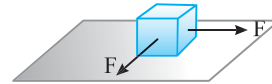
$$F_{net} = F + F \Rightarrow F_{net} = 2F$$

بنا به قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت:

$$F_{net} = ma \Rightarrow 2F = ma \xrightarrow{a = 6m/s^2} 2F = m \times 6 \Rightarrow F = 3m \quad (I)$$

در حالت دوم دو نیروی افقی بر هم عمودند و نیروی خالص را از رابطه فیثاغورس حساب می‌کنیم.

$$F'_{net} = \sqrt{F^2 + F^2} = \sqrt{2}F \xrightarrow{(I)} F'_{net} = 3\sqrt{2}m$$



شتاب در این حالت را به دست می‌آوریم.

$$F'_{net} = ma' \Rightarrow 3\sqrt{2}m = ma' \Rightarrow a' = 3\sqrt{2}m/s^2$$

۲ ۷۴۵ B

خط فکری نمودار داده شده، نمودار نیرو - مکان است. در صورت مسئله نیز از زمان حرفی زده نشده بنابراین فرمولی که از حرکت‌شناسی برای حل این مسئله باید کاندید کنیم رابطه مستقل از زمان است. شتاب را در هر قسمت به کمک قانون دوم نیوتون حساب کنید (بر حسب جرم جسم m) سپس به کمک رابطه مستقل از زمان مسئله را حل کنید.

۱) طبق قانون دوم نیوتون $F = ma$ است. پس شتاب در قسمت اول حرکت برابر

$$a_1 = \frac{10}{m} \quad \text{و در قسمت دوم حرکت } a_2 = -\frac{10}{m} \text{ است.}$$

۲) برای قسمت اول حرکت به کمک معادله سرعت - مکان (مستقل از زمان) خواهیم

$$v_1^2 - v_0^2 = 2a_1 \Delta x \Rightarrow v_1^2 - 0^2 = 2 \times \frac{10}{m} \times 20 \Rightarrow v_1^2 = \frac{400}{m} \quad \text{داشت:}$$

۳) برای قسمت دوم حرکت نیز می‌توان نوشت:

$$v_2^2 - v_1^2 = 2a_2 \Delta x \Rightarrow 100 - \frac{400}{m} = 2 \times \left(-\frac{10}{m} \right) \times 10 \Rightarrow 100 - \frac{400}{m} = -\frac{200}{m} \Rightarrow 100 = \frac{200}{m} \Rightarrow m = 2kg$$

۳ ۷۴۶ B

بنا به قانون سوم هنگام شلیک، نیرویی که گلوله و ارابه توپ بر هم وارد می‌کنند برابر و در خلاف جهت هم است. برای نیروهای وارد بر ارابه توپ و گلوله می‌توان نوشت:

$$F_1 = -F_2 \xrightarrow{F=ma} m_1 a_1 = -m_2 a_2 \Rightarrow a = \frac{v - v_0}{t}$$

$$\Rightarrow m_1 \left(\frac{v_1 - 0}{t} \right) = -m_2 \left(\frac{v_2 - 0}{t} \right) \Rightarrow m_1 v_1 = -m_2 v_2$$

$$\Rightarrow |0.5 \times 2000| = |-80 \times v_2| \Rightarrow v_2 = 12.5 m/s$$

۱ ۷۴۷ B

خط فکری در قانون سوم نیوتون برای بررسی نیروی واکنش شما باید ابتدا مشخص کنید نیروی وارد بر جسم توسط کدام جسم بر جسم مورد نظر اعمال می‌شود به‌طور مثال برای یافتن واکنش نیروی وزن ابتدا باید از خود پرسید نیروی وزن توسط چه جسمی بر جسم مورد نظر وارد شده تا بتوانید واکنش نیروی وزن را بیان کنید. نیروی وزن (mg) نیرویی است که کره زمین بر جسم وارد می‌کند و واکنش آن توسط جسم بر کره زمین وارد می‌شود از این رو گزاره (الف) نادرست است. در شکل T_1 نیروی کشش نخ است که توسط نخ بر m_2 وارد می‌شود در نتیجه واکنش T_1 نیرویی است که جسم m_1 بر نخ وارد می‌کند. بنابراین گزاره (ب) نادرست است. در شکل T_2 نیروی کششی است که نخ بر دیوار وارد می‌کند، واکنش آن توسط دیوار بر نخ وارد می‌شود و گزاره (پ) درست است. T_2 بر m_2 و T_1 بر دیوار وارد می‌شوند و نمی‌توانند واکنش هم باشند و گزاره (ت) نادرست است.

۲ ۷۴۸ C

اکنون باید به ذهن خود فشار آورید تا قانون سوم را بهتر درک کنید. نیروهای وارد بر جسم را بررسی می‌کنیم. ۱) نیروی وزن W_p که توسط کره زمین بر جسم رو به پایین وارد می‌شود. ۲) نیرویی که توسط مایع بر جسم رو به بالا وارد می‌شود که آن را حرف F نمایش داده‌ایم.

قطعا نیروی F از W_p کوچک‌تر است ($F < W_p$) زیرا جسم با شتاب ثابت رو به پایین در حرکت است یعنی نیروی خالص وارد بر جسم رو به پایین است.

۳) بنا به قانون سوم نیوتون وقتی مایع به جسم نیروی F را رو به بالا وارد می‌کند جسم همان نیروی F را رو به پایین بر مایع وارد می‌کند.

۴) به مایع درون ظرف دو نیرو یکی وزن مایع W و دیگری F رو به پایین وارد می‌شود.

۵) عددی که نیروسنج نشان می‌دهد مجموع نیروی وزن مایع و ظرف (W_1) و

نیروی واکنش F است از این رو خواهیم داشت.

$$W_p = W_1 + F \xrightarrow{F < W_p} W_p < W_1 + W_p \Rightarrow W_1 + W_p > W_p$$

پنجره ۲

۲ ۷۴۹ A

یادآوری نیروی وزن، نیرویی است که توسط کره زمین بر جسم وارد می‌شود. این

نیرو همواره در امتداد قائم و رو به پایین است.

نیروی وزن را رسم می‌کنیم و آن را امتداد

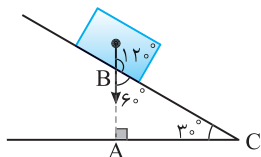
می‌دهیم تا خط افقی را قطع کند و مثلث

قائم‌الزاویه ABC را تشکیل می‌دهیم. در

این صورت اندازه \hat{B} ، زاویه بین نیروی

وزن و امتداد سطح شیبدار مطابق شکل

60° است.



۲ جرم دو جسم یکسان است، بنابراین نیروی وزن وارد بر دو جسم یکی است.

$$W_A = W_B$$

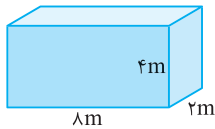
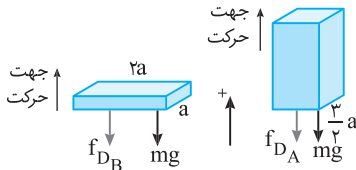
۳ نیروی خالص وارد بر هر جسم $(F_{net} = -(W + f_{D}))$ است.

$$-(mg + f_{D_B}) = ma_B \Rightarrow a_B = -g - \frac{f_{D_B}}{m}$$

$$-(mg + f_{D_A}) = ma_A \Rightarrow a_A = -g - \frac{f_{D_A}}{m}$$

نیروی مقاومت f_{D_B} بیشتر از f_{D_A} است، بنابراین شتاب کندشونده جسم B بیشتر

از جسم A بوده و زودتر متوقف می‌شود.



بازی با سوال

مکعب مستطیل روبه‌رو را از ارتفاعی مشخص در هوا به سمت زمین رها می‌کنیم. اگر فرض شود در طول سقوط مکعب مستطیل در هوا نمی‌چرخد، آن را از طرف کدام وجه رها کنیم که با سرعت کمتری به زمین برسد؟

$$4 \times 8 \quad (2) \quad 2 \times 8 \quad (1)$$

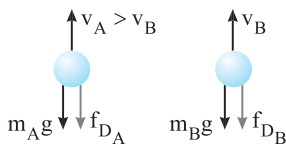
۳ 2×4 سرعت رسیدن به زمین در هر سه حالت یکسان است.

تایسج

هرچه مساحت سطح جلوی جسم بیشتر باشد برخورد مولکول‌های هوا با جسم بیشتر می‌شود پس نیروی مقاومت بیشتری به جسم وارد شده و سرعت رسیدن آن به زمین کمتر است. بنابراین کمترین تندی برای زمانی است که مکعب را از وجه 8×4 به سمت پایین رها کنیم.

۲ نکته هر چه تندی جسم بیشتر باشد نیروی مقاومت شماره (هوا) وارد بر آن بیشتر است.

۳ خط‌فکری ابتدا نیروی وارد بر هر جسم را در یک شکل ساده نشان دهید سپس برابند نیروهای وارد بر هر جسم را بررسی کنید.



۱ در لحظه‌ای که $v_A > v_B$ است نیروی مقاومت هوا وارد بر A از نیروی مقاومت هوا وارد بر B بزرگتر است.

$$f_{D_A} > f_{D_B}$$

۲ قانون دوم نیوتون را برای هر جسم می‌نویسیم و شتاب هریک را به دست می‌آوریم

و به کمک نیروی خالص وارد بر آن‌ها شتاب‌ها را با هم مقایسه می‌کنیم.

$$f_{net} = ma \begin{cases} \text{A} \rightarrow |m_A g + f_{D_A}| = m |a_A| \Rightarrow |a_A| = |g + \frac{f_{D_A}}{m}| \\ \text{B} \rightarrow |m_B g + f_{D_B}| = m |a_B| \Rightarrow |a_B| = |g + \frac{f_{D_B}}{m}| \end{cases}$$

۳ $f_{D_A} > f_{D_B}$ است بنابراین $|a_A| > |a_B|$ خواهد بود.

۴ ۷۵۰ A

جرم از ویژگی‌های ذاتی جسم بوده و در مکان‌های مختلف تغییر نمی‌کند بنابراین اختلاف جرم ثابت می‌ماند و برابر 4 kg است. اما نیروی وزن برابر $W = mg$ است یعنی نیروی وزن وارد بر جسم به شتاب گرانش سیاره‌ای که جسم روی سطح آن قرار دارد بستگی دارد. از این رو اختلاف وزن آن بر سطح سیاره برابر است با:

$$\Delta W_{\text{سیاره}} = |m_A - m_B| g_{\text{سیاره}} \xrightarrow{g_{\text{سیاره}} = \frac{1}{4} \times 10 = 2.5 \text{ m/s}^2} \Delta W_{\text{سیاره}} = 4 \times 2.5 = 10 \text{ N}$$

۴ ۷۵۱ A

۱ جرم جسم ثابت است بنابراین تغییر وزن مربوط به شتاب گرانش است، از این رو تغییر وزن را حساب می‌کنیم:

$$W_{\text{مریخ}} - W_{\text{ماه}} = m g_{\text{مریخ}} - m g_{\text{ماه}} \xrightarrow{(g_{\text{ماه}} = 1.6 \text{ N/kg}, g_{\text{مریخ}} = 3.7 \text{ N/kg})} W_{\text{مریخ}} - W_{\text{ماه}} = 3.7m - 1.6m = 2.1m$$

۲ درصد تغییرات برابر است با: $\frac{2.1m}{1.6m} \times 100 = 131.25\%$

بنابراین نیروی وزن 131.25% افزایش می‌یابد.

۲ ۷۵۲ A

۱ یادآوری بنا به تعریف چگالی یک جسم برابر $\rho = \frac{m}{V}$ است. حجم مکعب برابر

$$V = a^3$$

طول یک ضلع به توان ۳ است.

$$V = 2^3 \Rightarrow V = 8 \times 10^3 \text{ cm}^3$$

۱ حجم مکعب برابر است با:

۲ جرم جسم را به کمک چگالی حساب می‌کنیم.

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho V = 4 \times 10^3 \text{ g} \Rightarrow m = 4 \text{ kg}$$

$$W = mg \Rightarrow W = 4 \times 10 = 40 \text{ N}$$

۳ وزن جسم خواهد شد:

۲ ۷۵۳ A

به کمک رابطه مستقل از زمان، شتاب حرکت را به دست می‌آوریم:

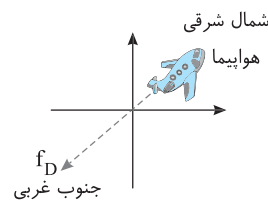
$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta y \xrightarrow{\substack{v = 15 \text{ m/s} \\ \Delta y = 2 \text{ m}}} 225 - 0 = 2a \times 2 \Rightarrow a = 56.25 \text{ m/s}^2$$

اگر جسم تنها تحت تأثیر نیروی وزن سقوط می‌کرد شتاب حرکت آن برابر شتاب گرانش $(g \sim 10 \text{ m/s}^2)$ بود اما اکنون شتاب از شتاب گرانش کمتر است $(a < g)$ بنابراین حداقل یک نیروی روبه بالا در خلاف جهت حرکت جسم مطابق شکل باید بر جسم وارد شده باشد. در نتیجه تعداد نیروهای وارد بر جسم حداقل دو نیرو است.

۳ ۷۵۴ A

۱ نکته نیروی مقاومت هوا همواره

خلاف جهت حرکت بر جسم وارد می‌شود. هواپیما در حال حرکت به سمت شمال شرقی است، نیروی مقاومت هوا در خلاف جهت حرکت هواپیما بر آن وارد می‌شود. از این رو جهت نیروی مقاومت هوا در جهت جنوب غربی است.



۲ ۷۵۵ B

۱ نکته نیروی مقاومت شماره (هوا) به تندی جسم و ابعاد و شکل جسم بستگی دارد.

۱ مساحت وجهی از جسم که مقاومت هوا بر آن وارد می‌شود را حساب می‌کنیم.

$$A_A = \frac{2}{3} a \times \frac{3}{2} a = a^2, A_B = 2a \times a = 2a^2$$

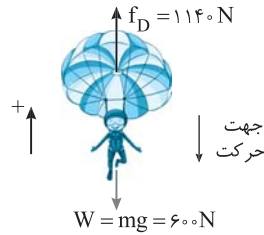
سطح $A_B > A_A$ است از این رو نیروی مقاومت شماره وارد بر جسم B بزرگتر است.

$$f_{D_B} > f_{D_A}$$

۴ ۷۵۷ A

۱ نیروی وزن چتر باز را حساب می‌کنیم:

$$W = mg \xrightarrow{m=60\text{kg}} W = 60 \times 10 = 600\text{N}$$



۲ در لحظه مورد نظر نیروی مقاومت هوا $f_D = 1140\text{N}$ رو به بالا است. این نیرو از نیروی وزن بزرگتر است. $(f_D > W)$ و نیروی خالص رو به بالا خواهد بود در حالی که جهت حرکت رو به پایین است بنابراین حرکت در این لحظه کندشونده است.

۳ اندازه شتاب را به کمک قانون دوم به دست می‌آوریم.

$$f_{\text{net}} = ma \Rightarrow f_D - mg = ma \Rightarrow 1140 - 600 = 60a \Rightarrow a = 9\text{m/s}^2$$

۳ ۷۵۸ A

۱ به جسم دو نیروی f_D و W عمود بر هم وارد می‌شود بنابراین نیروی خالص

$$F_{\text{net}} = \sqrt{f_D^2 + W^2} \Rightarrow F_{\text{net}} = \sqrt{f_D^2 + (4/8)^2} \quad (\text{I})$$

۲ با توجه به وزن داده شده و شتاب گرانش، جرم را به دست می‌آوریم:

$$W = mg \xrightarrow{\frac{g=10\text{m/s}^2}{W=4/8\text{N}}} 4/8 = m \times 10 \Rightarrow m = 0/4\text{kg}$$

۳ با توجه به قانون دوم نیوتون، نیروی خالص برابر است:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow F_{\text{net}} = 0/4 \times \frac{65}{6} = 5/2\text{N} \quad (\text{II})$$

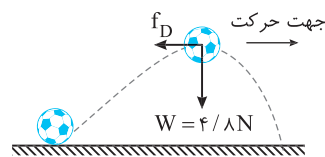
۴ با توجه به دو معادله (I) و (II) خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} 5/2 &= \sqrt{f_D^2 + (4/8)^2} \Rightarrow (5/2)^2 = f_D^2 + (4/8)^2 \\ \Rightarrow f_D^2 &= (5/2)^2 - (4/8)^2 \end{aligned}$$

یادداشت ریاضی: یک اتحاد پرکاربرد که محاسبات را برای ما ساده می‌کند، اتحاد مزدوج است:

۵ با توجه به اتحاد مزدوج معادله را حل می‌کنیم:

$$f_D^2 = (5/2 - 4/8)(5/2 + 4/8) \Rightarrow f_D^2 = 0/4 \times 10 \Rightarrow f_D^2 = 4 \Rightarrow f_D = 2\text{N}$$



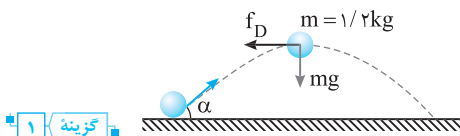
میانبر: بهتر است اعداد فیثاغورسی «۵ و ۴ و ۳» و «۱۳ و ۱۲ و ۵» را به خاطر بسپارید.

$$\begin{aligned} 5/2 &= \sqrt{f_D^2 + (4/8)^2} \Rightarrow f_D = 5 \times 0/4 = 2\text{N} \\ &\quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ &\quad 13 \times 0/4 \quad 5 \times 0/4 \quad 12 \times 0/4 \end{aligned}$$

بازی با سؤال: توپیی به جرم $1/2\text{kg}$ را تحت زاویه α به سمت بالا پرتاب می‌کنیم. اگر در بیشینه ارتفاع توپ از زمین اندازه شتاب حرکت توپ $12/5\text{m/s}^2$ باشد، در این نقطه نیروی مقاومت هوای وارد بر توپ چند نیوتون است؟ $(g=10\text{N/kg})$

پایان: در نقطه بیشینه مطابق شکل دو نیروی وزن (رو به پایین) و مقاومت هوا (خلاف جهت حرکت) به جسم وارد می‌شوند.

$$\begin{aligned} |\vec{F}_{\text{net}}| = |\vec{m}\vec{a}| \Rightarrow F_{\text{net}} &= \sqrt{f_D^2 + mg^2} = ma \Rightarrow \sqrt{f_D^2 + (12)^2} = 12/5 \times 1/2 = 15 \\ f_D^2 + 144 &= 225 \Rightarrow f_D = 9\text{N} \end{aligned}$$

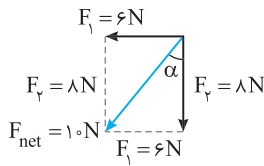


گزینة ۱

۲ ۷۵۹ A

نیروی مقاومت هوا، خلاف جهت حرکت است و نیروی وزن رو به پایین وارد می‌شود، بنابراین بنا به قانون دوم نیوتون همواره جهت بردار شتاب جسم در جهت نیروی خالص وارد بر جسم $(\vec{F} = m\vec{a})$ است. بنابراین کافی است شما نیروی برآیند را رسم کنید و زاویه این نیرو با راستای قائم را به دست بیاورید. مطابق شکل زاویه بین نیروی خالص و محور قائم (α) خواهد شد:

$$\tan \alpha = \frac{F_x}{F_y} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{6}{8} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{3}{4} \Rightarrow \alpha = 37^\circ$$



۱ ۷۶۰ A

خط فکری: سؤال زیبایی است. مهم ترین نکته آن عبارت «اثر مقاومت هوا قابل ملاحظه باشد» بنابراین شما برای هر گلوله باید نیروهای وارد بر آن یعنی نیروی وزن را رو به پایین و نیروی مقاومت هوا را در خلاف جهت حرکت رسم کنید. نیروی خالص را به دست بیاورید و به کمک آن شتاب گلوله‌ها را با هم مقایسه کنید.

۱ جسم A: نیروی وزن و مقاومت شاره (هوا) وارد بر A هر دو رو به پایین است از این رو:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow |a| = \frac{|F_{\text{net}}|}{m} \Rightarrow |a| = \frac{|f_D + W|}{m}$$

۲ جسم B:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow a_B = \frac{\sqrt{f_D^2 + W^2}}{m}$$

۳ جسم C:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow a_C = \frac{W - f_D}{m}$$

۴ بنابراین بزرگی شتاب A از بزرگی شتاب‌های B و C بزرگتر است.

$$|a_A| > |a_B| > |a_C|$$

۴ ۷۶۱ B

نکته: نیروی مقاومت شاره (هوا) در خلاف جهت حرکت جسم است.

۱ نیروهای وارد بر گلوله (۲) را رسم می‌کنیم.

۲ نیروی خالص وارد بر گلوله (۲) را به کمک رابطه

فیثاغورس می‌نویسیم:

$$F_{\text{net}} = \sqrt{f_D^2 + mg^2} \xrightarrow{\frac{m=1\text{kg}}{F_{\text{net}}=4\sqrt{41\text{N}}}} 4\sqrt{41} = \sqrt{f_D^2 + 20^2}$$

$$\Rightarrow 16 \times 41 = f_D^2 + 400 \Rightarrow f_D^2 = 656 - 400 = 256 \Rightarrow f_D = 16\text{N}$$

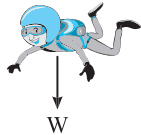
۳ نیروهای وارد بر گلوله (۱) را رسم می‌کنیم و به کمک قانون دوم نیوتون شتاب حرکت جسم را حساب می‌کنیم:

$$F_{\text{net}_1} = ma \Rightarrow W - f_D = ma \Rightarrow 20 - 16 = 2a \Rightarrow a = 2\text{m/s}^2$$

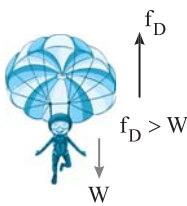
$$W = mg$$

۴ ۷۶۵ A

چترباز از ارتفاع نسبتاً زیادی به بیرون می‌پرد و چتر خود را باز می‌کند. بنابراین در ابتدا تندی چترباز افزایش می‌یابد. با افزایش تندی مقاومت هوا نیز زیاد شده تا وقتی که نیروی مقاومت هوا با نیروی وزن برابر می‌شود ($W = f_D$) بعد از این لحظه نیروهای وارد بر جسم متوازن هستند ($F_{net} = 0$) و حرکت جسم با سرعت ثابت ادامه پیدا می‌کند، بنابراین گزینه (۴) درست است.



۱ چترباز بعد از پریدن از بالگرد تا مدتی با چتر بسته سقوط می‌کند و تقریباً با شتاب گرانشی ناشی از نیروی وزن پایین می‌آید ($g = 10 \text{ m/s}^2$) و در هر ثانیه تقریباً به اندازه 10 m/s بر سرعتش افزوده می‌شود و نمودار سرعت - زمان باید با گذشت زمان صعودی باشد.



۲ هنگامی که چترباز چتر خود را باز می‌کند، به دلیل ابعاد بزرگ چتر، نیروی مقاومت هوا (f_D) به شدت افزایش می‌یابد به گونه‌ای که $f_D > W$ و وزن چترباز بزرگتر است ($f_D > W$) و مانند ترمز، سرعت چترباز را کاهش می‌دهد. بنابراین نمودار سرعت - زمان، نزولی می‌شود.

۳ هرچه از سرعت چترباز کاسته می‌شود، نیروی مقاومت هوا کاهش می‌یابد تا لحظه‌ای فرا می‌رسد که نیروی مقاومت هوا با نیروی وزن برابر می‌شود ($f_D = W$) و نیروهای وارد بر چترباز متوازن شده و چترباز با سرعت ثابت پایین می‌آید بنابراین سرعت چترباز ثابت می‌ماند و نمودار سرعت - زمان خط راست افقی می‌شود. بنابراین گزینه (۴) درست است.

۳ ۷۶۷ A

یادآوری هرگاه هنگام سقوط جسم در هوا، نیروی وزن برابر نیروی مقاومت هوا شود نیروهای وارد بر جسم متوازن شده و جسم با تندی ثابت که به آن تندی حدی می‌گویند پایین می‌آید. نیروی وزن را با نیروی مقاومت هوا برابر قرار می‌دهیم و تندی جسم را به دست می‌آوریم.

$$f_D = W \xrightarrow{f_D = 150 \text{ N}} 150 \text{ N} = mg \xrightarrow{m = 6 \text{ kg}} 150 \text{ N} = 6 \times 10$$

$$\Rightarrow v = 4 \text{ m/s}$$

باز، با سؤال قطعه سنگی به جرم $7/5 \text{ kg}$ از ارتفاع زیادی رها می‌شود و پس از طی مسافتی با تندی حدی $2/5 \text{ m/s}$ به زمین می‌رسد. اگر رابطه بین اندازه نیروی مقاومت هوای وارد بر سنگ برحسب تندی در SI به صورت $f_D = bv^2$ باشد، b کدام است؟ ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

- ۱/۲ (۱) ۶ (۲) ۰/۶ (۳) ۱۲ (۴)

پاسخ در تندی حدی، نیروی وزن و نیروی مقاومت هوا با هم برابر است:

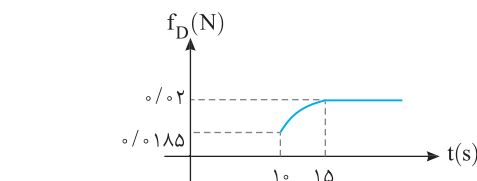
$$f_D = mg \Rightarrow f_D = 75 \text{ N}$$

$$f_D = bv^2 \xrightarrow{\frac{f_D = 75 \text{ N}}{v = 2/5 \text{ m/s}}} 75 = b(2/5)^2 \Rightarrow b = 12$$

گزینه ۴

۱ ۷۶۸ B

با توجه به نمودار نیز از لحظه $t = 15 \text{ s}$ به بعد نیروی مقاومت هوا ثابت شده پس از $t = 15 \text{ s}$ به بعد قطره به تندی خود رسیده است و نیروی وزن و مقاومت آن با هم برابر است.



۲ ۷۶۲ B

نکته نیروی مقاومت هوا (f_D) به تندی جسم بستگی دارد و هرچه تندی

بیشتر شود، نیروی مقاومت هوا افزایش می‌یابد.



هنگامی که چترباز سقوط می‌کند، تندی آن افزایش می‌یابد. یعنی در ابتدا سرعت ثابت نیست و گزینه (۳) نادرست است. با افزایش تندی، نیروی مقاومت هوای وارد بر چترباز نیز افزایش می‌یابد. بنابراین نیروی خالص وارد بر چترباز ($F_{net} = W - f_D$) متغیر است و شتاب متغیر ثابت

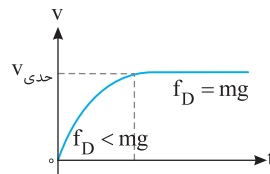
حاصل از آن نیز متغیر است. بنابراین گزینه‌های (۱) و (۴) نادرست است. هنگامی که جسم به تندی حدی خود می‌رسد نیروی مقاومت هوا و نیروی وزن هم‌اندازه می‌شوند و چون در خلاف جهت هم هستند برآیند نیروهای وارد بر چترباز صفر می‌شود و حرکت با سرعت ثابت ادامه پیدا می‌کند. بنابراین گزینه (۲) درست است.

۲ ۷۶۳ A

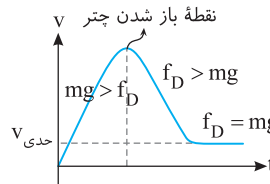
وقتی یک چترباز بلافاصله بعد از سقوط چترش را باز می‌کند، ابتدا تندی اش افزایش می‌یابد پس در ابتدا حرکت تندشونده است در نتیجه نیروی مقاومت هوا نیز افزایش می‌یابد تا لحظه‌ای که نیروی مقاومت هوا با وزن چترباز هم‌اندازه شود، در این هنگام نیروی خالص صفر شده و چترباز با تندی ثابت به حرکت خود ادامه می‌دهد.

۲ ۷۶۴ B

خط فکری در موضوع مقاومت شاره و حرکت چترباز به دو حالت زیر دقت کنید:



(الف) اگر چترباز در همان ابتدا با چتر باز بریده باشد، رفته‌رفته تندی آن افزایش یافته تا به تندی حدی برسد و پس از آن با تندی ثابت به حرکت خود ادامه می‌دهد:



(ب) اگر چترباز ببرد و پس از مدتی چتر خود را باز کند، در لحظه باز شدن چتر تندی حرکت متحرک بیشینه بوده و با باز شدن چتر تندی چترباز شروع به کم شدن می‌کند تا به تندی حدی برسد:

نکته مقاومت هوا به تندی جسم بستگی دارد و با افزایش و یا کاهش تندی

جسم مقاومت هوا به ترتیب افزایش و یا کاهش می‌یابد.

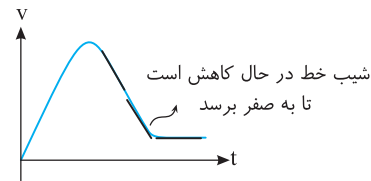
با توجه به سؤال چترباز بعد از مدتی چتر خود را باز کرده یعنی حرکت چترباز مانند حالت (ب) خط فکری است. بعد از باز شدن چتر تندی چترباز شروع به کاهش می‌کند بنابراین گزینه‌های (۱) و (۳) و (۴) که در آن‌ها بیان شده تندی جسم افزایش می‌یابد نادرست بوده و تنها گزینه (۲) درست است.

اما بررسی شتاب حرکت: جهت حرکت چترباز به سمت پایین است و پس از باز کردن چتر حرکت چترباز کندشونده بوده و نیروی مقاومت هوا (f_D) به سمت بالا و بزرگ‌تر از W است و نیروی خالص وارد بر چترباز $f_D - W$ خواهد شد. در اصل $F_{net} = ma \Rightarrow f_D - W = ma$ است و با کم شدن تندی جسم f_D کاهش می‌یابد

در نتیجه شتاب کاهش می‌یابد و در تندی حدی که $f_D = mg$ می‌شود شتاب صفر

است یعنی شتاب بعد از باز شدن چتر در حال کاهش است.

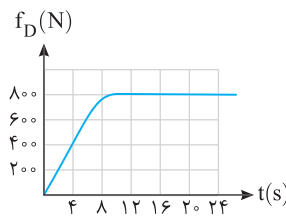
البته می‌توانستیم از روی نمودار $v - t$ و شیب خط مماس که شتاب را به ما می‌دهد نیز این موضوع را متوجه شویم:



B ۷۶۹ ۲

۱ در لحظه‌ای که نیروی مقاومت هوا $f_D = 800\text{ N}$ شده است، این نیرو ثابت مانده است یعنی در این لحظه تنیدی چتر باز به تنیدی حدی رسیده است و نیروی وزن با نیروی مقاومت هوا برابر شده است.

$$F_{\text{net}} = 0 = f_D = 800\text{ N}$$



۲ جرم جسم را حساب می‌کنیم. $W = mg \Rightarrow 800 = m \times 10 \Rightarrow m = 80\text{ kg}$
 ۳ در لحظه $t = 4\text{ s}$ نیروی مقاومت هوا وارد بر جسم برابر 400 N است از این رو شتاب حرکت خواهد شد:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow W - f_D = ma \Rightarrow 800 - 400 = 80a \Rightarrow a = 5\text{ m/s}^2$$

B ۷۷۰ ۴

۱ هنگامی که جسم در خلأ پرتاب می‌شود تنها نیروی وزن رو به پایین به آن وارد می‌شود $|a| = g$. بنابراین با شتاب g از تنیدی جسم کاسته می‌شود تا گلوله متوقف شود.

۲ اما در هوا علاوه بر نیروی وزن، نیروی مقاومت هوا نیز خلاف جهت حرکت یعنی رو به پایین به جسم وارد می‌شود و بزرگی شتاب حرکت جسم خواهد شد:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow |mg + f_D| = ma' \Rightarrow a' = g + \frac{f_D}{m} > g$$

۳ شتاب توقف جسم وقتی در هوا رو به بالا پرتاب می‌شود بیشتر از g است. بنابراین گلوله سریع‌تر متوقف می‌شود در نتیجه، زمان توقف و ارتفاع اوج گلوله هنگام پرتاب در هوا کوچکتر از پرتاب در شرایط خلأ است.

۴ به محاسبات زیر دقت کنید.

$$v = at + v_0 \begin{cases} \xrightarrow{v = \text{خلأ}} 0 = -gt + v_0 \Rightarrow t = \frac{v_0}{g} \\ \xrightarrow{v = \text{هوا}} 0 = (-g - \frac{f_D}{m})t + v_0 \Rightarrow t' = \frac{v_0}{g + \frac{f_D}{m}} \Rightarrow t' < t \end{cases}$$

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \begin{cases} \xrightarrow{\text{خلأ}} 0 - v_0^2 = 2(-g)H \Rightarrow H = \frac{v_0^2}{2g} \\ \xrightarrow{\text{هوا}} 0 - v_0^2 = 2(-g - \frac{f_D}{m})H' \Rightarrow H' = \frac{v_0^2}{2(g + \frac{f_D}{m})} \Rightarrow H' < H \end{cases}$$

A ۷۷۱ ۲

خط فکری شکل ساده‌ای از مسئله در دو حالت رسم می‌کنیم نیروهای وارد بر جسم را روی شکل نمایش می‌دهیم سپس به کمک قانون دوم نیوتون شتاب جسم را در مسیر رفت و در مسیر برگشت حساب می‌کنیم.

۱ هنگام پرتاب توپ به سمت بالا نیروی مقاومت هوا که مخالف جهت حرکت است، به سمت پایین است. نیروی وزن نیز به سمت پایین است. بنابراین شتاب حرکت خواهد شد.

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow -50 - 2 = 5a \Rightarrow a = -10/4\text{ m/s}^2 \Rightarrow |a| = 10/4\text{ m/s}^2$$

۲ در مسیر برگشت، جهت حرکت رو به پایین و نیروی مقاومت هوا رو به بالا است. نیروی وزن نیز به سمت پایین است.

$$F_{\text{net}} = ma' \Rightarrow -50 + 2 = 5a' \Rightarrow a' = -9/6\text{ m/s}^2 \Rightarrow |a'| = 9/6\text{ m/s}^2$$

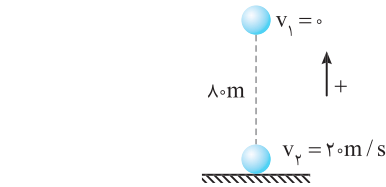
$$\frac{|a|}{|a'|} = \frac{10/4}{9/6} = \frac{13}{12}$$

بنابراین:

B ۷۷۲ ۳

۱ جسم از حال سکون شروع به حرکت کرده ($v_0 = 0$) و بعد از جابه‌جایی $d = 80\text{ m}$ سرعت آن به $v = 20\text{ m/s}$ رسیده است بنابراین می‌توانیم که به کمک رابطه مستقل از زمان برای حرکت با شتاب ثابت، شتاب را حساب کنیم.

$$v^2 - v_0^2 = 2ad \Rightarrow 20^2 - 0 = 2a(80) \Rightarrow a = 2/5\text{ m/s}^2$$



۲ نیروهای وارد بر جسم را رسم کرده و برابری نیروها را مساوی ma قرار می‌دهیم.

$$f_{\text{net}} = ma \xrightarrow{m=2\text{ kg}} mg - f_D = ma \Rightarrow 20 - f_D = 2 \times 2/5 \Rightarrow f_D = 18\text{ N}$$

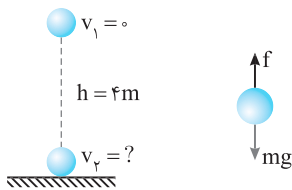
بازی با سؤال جسمی به جرم 2 kg از ارتفاع 4 m سطح زمین رها می‌شود. اگر نیروی مقاومت هوای وارد بر جسم ثابت و برابر $f_D = 12\text{ N}$ فرض

شود، سرعت جسم هنگام رسیدن به زمین چند متر بر ثانیه است؟

$$2(1) \quad 4(2) \quad 4\sqrt{2} \quad 4\sqrt{3}$$

۱ ابتدا با توجه به نیروهای وارد بر جسم شتاب جسم را محاسبه می‌کنیم:

$$mg - f = ma \Rightarrow 20 - 12 = 2a \Rightarrow a = 4\text{ m/s}^2$$



جسم با شتاب 4 m/s^2 از حال سکون رو به پایین شروع به حرکت کرده و در جابه‌جایی $d = 4\text{ m}$ سرعت آن خواهد شد:

$$v^2 - v_0^2 = 2ad \Rightarrow v^2 - 0 = 2 \times 4 \times 4 \Rightarrow v = 4\sqrt{2}\text{ m/s}$$

گزینه ۳

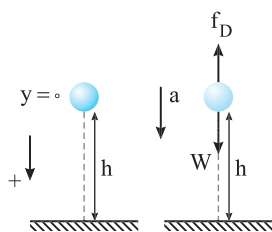
B ۷۷۳ ۲

خط فکری به گزینه‌ها این گونه با تعجب نگاه نکنید مسئله ساده‌تر از این حرف‌هاست. شکل ساده‌ای رسم کنید، نیروهای وارد بر جسم را روی آن نشان دهید.

نیروی خالص را به دست بیاورید تا بتوانید شتاب را حساب کنید. در مسئله از شما زمان خواسته شده بنابراین باید به سراغ حرکت‌شناسی بروید و زمان را حساب کنید.

۱ ابتدا با توجه به نیروی وزن و نیروی مقاومت هوا شتاب را به دست می‌آوریم:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow mg - f_D = ma \Rightarrow a = g - \frac{f_D}{m}$$



۲ با استفاده از معادله مکان - زمان حرکت با شتاب ثابت، زمان را حساب می‌کنیم:


$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \Rightarrow -h = \frac{1}{2}(-g + \frac{f_D}{m})t^2 \Rightarrow h = \frac{1}{2}(g - \frac{f_D}{m})t^2$$

$$\Rightarrow t^2 = \frac{2hm}{mg - f_D} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2hm}{mg - f_D}}$$

۱ ۷۷۷ B

خط فکری برای هر جسم نیروها را رسم کرده و برابری نیروها را مشخص کرده، سپس شتاب حرکت هر جسم را به دست بیاورید و سرانجام به کمک رابطه مستقل از زمان نسبت تندی دو متحرک را در برخورد به زمین حساب کنید.

۱ شتاب حرکت هر جسم را به دست می‌آوریم:



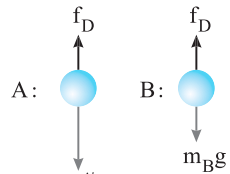
$$\begin{aligned} \text{جسم A: } m_A g - f_{D_A} &= m_A a_A \xrightarrow{f_{D_A} = \frac{1}{3} m_A g} \\ m_A g - \frac{1}{3} m_A g &= m_A a_A \Rightarrow a_A = \frac{2}{3} g \\ \text{جسم B: } m_B g - f_{D_B} &= m_B a_B \xrightarrow{f_{D_B} = \frac{1}{6} m_B g} \\ m_B g - \frac{1}{6} m_B g &= m_B a_B \Rightarrow a_B = \frac{5}{6} g \end{aligned}$$

۲ باتوجه به رابطه مستقل از زمان:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta y \Rightarrow \begin{cases} v_A^2 = 2a_A h \\ v_B^2 = 2a_B h \end{cases} \Rightarrow \frac{v_A}{v_B} = \sqrt{\frac{a_A}{a_B}} = \sqrt{\frac{\frac{2}{3}g}{\frac{5}{6}g}} = \sqrt{\frac{12}{15}} = \sqrt{\frac{4}{5}}$$

$$\Rightarrow \frac{v_A}{v_B} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

۱ ۷۷۸ B



۱ شکل ساده‌ای رسم می‌کنیم و نیروهای وارد بر گوی‌ها را روی آن نمایش می‌دهیم و نیروی خالص وارد بر هر جسم را به دست می‌آوریم و به کمک قانون دوم نیوتون شتاب حرکت دو گوی را با هم مقایسه می‌کنیم:

$$\begin{cases} F_{net} = m_A a \Rightarrow 2m_B g - f = 2m_B a \Rightarrow a_A = g - \frac{f}{2m_B} \Rightarrow a_A > a_B \\ F_{net} = m_B a \Rightarrow m_B g - f = m_B a_B \Rightarrow a_B = g - \frac{f}{m_B} \end{cases}$$

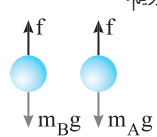
۲ با توجه به رابطه $v^2 - v_0^2 = 2a\Delta y$ و اینکه $v_0 = 0$ است:

$$v^2 - 0^2 = 2a\Delta y \Rightarrow v = \sqrt{2a\Delta y} \begin{cases} \text{A: } \rightarrow v_A = \sqrt{2a_A h} \\ \text{B: } \rightarrow v_B = \sqrt{2a_B h} \end{cases} \xrightarrow{a_A > a_B} v_A > v_B$$

بنابراین تندی گوی A هنگام رسیدن به زمین از تندی گوی B بیشتر است.

۳ ۷۷۹ B

۱ ابتدا با توجه به قانون دوم نیوتون شتابها را به دست می‌آوریم:



$$F_{خالص} = ma \Rightarrow \begin{cases} m_B g - f = m_B a_B \Rightarrow a_B = g - \frac{f}{m_B} \\ m_A g - f = m_A a_A \Rightarrow a_A = g - \frac{f}{m_A} \end{cases}$$

۲ جرم دو جسم یکسان بوده ($m_A = m_B$) بنابراین شتاب a_B و a_A با هم برابر است.

۳ به کمک رابطه شتاب ثابت $\Delta y = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t$ زمان سقوط هر گوی را حساب می‌کنیم:

$$\Delta y = \frac{1}{2}at^2 \begin{cases} \text{A: } \rightarrow h_A = \frac{1}{2}a_A t_A^2 \Rightarrow t_A = \sqrt{\frac{2h_A}{a_A}} \\ \text{B: } \rightarrow h_B = \frac{1}{2}a_B t_B^2 \Rightarrow t_B = \sqrt{\frac{2h_B}{a_B}} \end{cases}$$

اکنون نسبت زمانها را به دست می‌آوریم.

$$\frac{t_A}{t_B} = \sqrt{\frac{h_A a_B}{h_B a_A}} \xrightarrow{h_A = 2h_B, a_A = a_B} \frac{t_A}{t_B} = \sqrt{\frac{2h_B}{h_B}} = \sqrt{2}$$

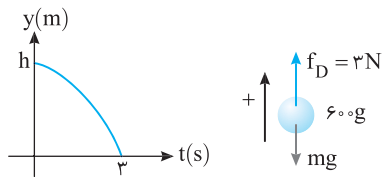
۲ ۷۷۴ B

۱ نیروهای وارد بر جسم نیروی وزن و نیروی مقاومت هوا هستند. نیروها را روی یک شکل ساده نمایش می‌دهیم. در نمودار جهت مثبت رو به بالا اختیار شده بنابراین f_D مثبت و W منفی شده و نیروی خالص وارد بر جسم $F_{net} = -mg + f_D$ خواهد شد. با توجه به قانون دوم نیوتون شتاب را به دست می‌آوریم:

$$F_{net} = ma \Rightarrow -mg + f_D = ma \Rightarrow -6 + 3 = 0/6a \Rightarrow -3 = 0/6a \Rightarrow a = -\Delta m/s^2$$

۲ حال با توجه به معادله مکان - زمان حرکت با شتاب ثابت داریم:

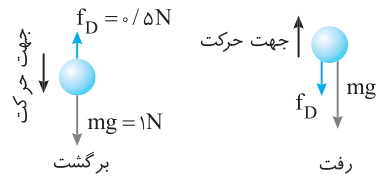
$$\Delta y = -\frac{1}{2}at^2 \Rightarrow -h = -\frac{1}{2} \times 5 \times 9 \Rightarrow h = 22/5 m$$



۳ ۷۷۵ B

هم در مسیر رفت و هم در مسیر برگشت با توجه به ثابت بودن نیروها (نیروی وزن و مقاومت هوا) شتاب حرکت ثابت است. به کمک قانون دوم نیوتون در مسیر رفت که نیروی وزن و مقاومت هوا هم جهت اند f_D را حساب می‌کنیم. جهت مثبت رو به بالا انتخاب شده است.

$$F_{net} = ma \Rightarrow -mg - f_D = ma \Rightarrow -1 - f_D = -1/5 \Rightarrow f_D = 0/5 N$$



اکنون در مسیر برگشت با توجه به این که نیروی وزن و نیروی f_D خلاف جهت هستند، شتاب را به دست می‌آوریم.

$$F_{net} = ma \Rightarrow -mg + f_D = ma' \Rightarrow -1 + 0/5 = 0/1a' \Rightarrow a' = -\Delta m/s^2$$

۳ ۷۷۶ B

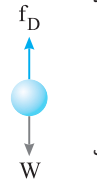
در ابتدا نمودار (۲) و (۴) را کنار می‌گذاریم زیرا در صورت مسئله جهت رو به بالا مثبت در نظر گرفته شده بنابراین سرعت اولیه در لحظه پرتاب رو به بالا باید مثبت باشد که در نمودار گزینه‌های (۲) و (۴) منفی است.

یادآوری شیب نمودار سرعت - زمان برابر شتاب متحرک است.

۱ در مسیر رفت نیروهای وارد بر جسم یعنی نیروی وزن و نیروی مقاومت هوا رو به پایین است و با هم جمع می‌شوند و اندازه نیروی خالص وارد بر جسم از جمع f_D و W به دست می‌آید و شتاب حرکت خواهد شد:

$$|F_{net}| = ma \Rightarrow f_D + W = ma \Rightarrow a_{رفت} = \frac{W + f_D}{m}$$

۲ در مسیر برگشت نیروی وزن رو به پایین و نیروی مقاومت هوا رو به بالا و شتاب حرکت خواهد شد:



$$|F_{net}| = ma' \Rightarrow W - f_D = ma' \Rightarrow a' = \frac{W - f_D}{m}$$

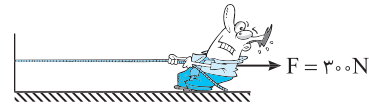
شیب a و a' هر دو رو به پایین هستند پس منفی هستند، بنابراین شیب نمودار $v-t$ باید منفی باشد از طرفی بزرگی شتاب در مسیر رفت از بزرگی شتاب در مسیر برگشت بزرگتر و اندازه شیب در مسیر رفت از اندازه شیب در مسیر برگشت بیشتر بوده و گزینه (۳) درست است.

۳ ۷۸۰ A

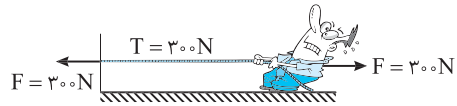
نکته هرگاه دو سر طناب سبکی را با نیروهای یکسان F در خلاف جهت هم بکشیم نیروی کشش طناب برابر F خواهد بود.

$$F = 300\text{N} \quad T = 300\text{N} \quad F = 300\text{N}$$

برای توجیه نکته بالا به جای دو نفر، یک نفر را در نظر بگیرید که با نیروی $F = 300\text{N}$ طناب متصل به دیواری را می‌کشد. اگر در این حالت از شما پرسیده شود نیروی کشش طناب چند نیوتون است شما به راحتی پاسخ خواهید داد « 300N »



اما به شکل دقت کنید طناب ساکن است بنابراین باید نیروهای وارد بر آن متوازن باشند یعنی دیوار نیروی 300N به سمت چپ به طناب وارد می‌کند و این حالت با حالتی که دو نفر دو سر طناب را با 300N می‌کشند فرقی نمی‌کند.

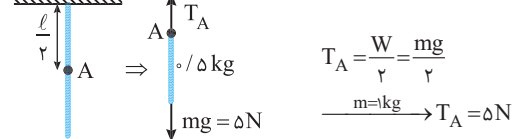


در این مسئله نیروی کشش نخ 300N است که از بیشینه نیروی قابل تحمل طناب (400N) کمتر است و طناب پاره نمی‌شود.

۱ ۷۸۱ B

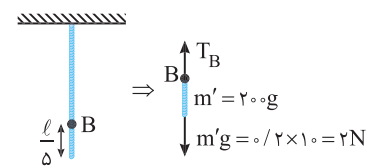
نکته هرگاه یک طناب سنگین از سقف آویزان شود، هر نقطه از طناب وزن قسمت پایینی طناب را تحمل می‌کند.

۱ در نقطه A ، کشش نخ برابر وزن قسمت پایین طناب یعنی برابر وزن یک نیمه طناب است.



۲ در نقطه B ، کشش نخ وزن $\frac{1}{5}$ طناب یعنی $\frac{W}{5}$ را تحمل می‌کند. از این‌رو:

$$T_B = \frac{1}{5}W \Rightarrow T_B = \frac{1}{5} \times 10 \Rightarrow T_B = 2\text{N}$$

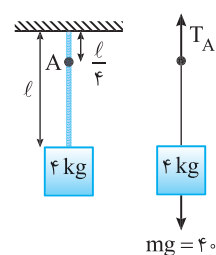


۳ تفاوت دو نیروی کشش خواهد شد: $T_A - T_B = 5 - 2 \Rightarrow T_A - T_B = 3\text{N}$

۴ ۷۸۲ A

نکته هرگاه جرم ریسمان ناچیز باشد، نیروی کشش در تمام طول آن یکسان است.

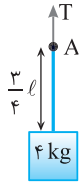
فواصل داده شده روی شکل مهم نیست و کشش در نقطه A یا هر نقطه از ریسمان برابر وزن جسم متصل به ریسمان است.



$$T_A = mg \Rightarrow T_A = 40\text{N}$$

۲ ۷۸۳ A

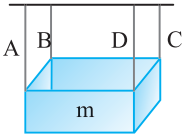
خط فکری هرگاه طناب دارای جرم باشد و در امتداد قائم به سقف آویزان شود، کشش از نقاط بالا به پایین کاهش می‌یابد و هر نقطه از طناب وزن قسمت زیرین خود را تحمل می‌کند.



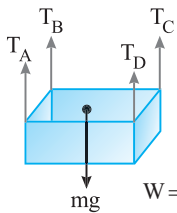
کشش در نقطه A برابر وزن قسمت زیر نقطه A است.

$$T_A = m_{\text{جسم}}g + \frac{3}{4}m_{\text{طناب}}g \Rightarrow T_A = 40 + 3/75 = 43/75\text{N}$$

۱ ۷۸۴ B



نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم. نیروی وزن به‌طور یکنواخت بین چهار ریسمان تقسیم شده است و هر ریسمان $\frac{1}{4}$ وزن جسم را تحمل می‌کند. برای آنکه



هیچ‌یک از ریسمان پاره نشود نیروی کشش هر یک از آن‌ها باید برابر کمینه نیروی کشش ریسمان‌ها یعنی 10N باشد. در این صورت:

$$T_A = T_B = T_C = T_D = 10\text{N}$$

جسم در تعادل است بنابراین:

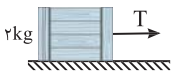
$$W = T_A + T_B + T_C + T_D = 10 + 10 + 10 + 10 \Rightarrow W = 40\text{N}$$

$$W = mg \Rightarrow 40 = m \times 10 \Rightarrow m = 4\text{kg}$$

جرم جسم خواهد شد:

۱ ۷۸۵ A

نکته در یک طناب سبک و همگن با جرم ناچیز کشش در تمام نقاط طناب یکسان است.



به جای نیروی کشش در محل M ، نیروی کشش در محل اتصال طناب به جعبه را حساب می‌کنیم، سطح بدون اصطکاک است بنابراین نیروی خالص وارد بر جعبه همان نیروی کشش طناب است.

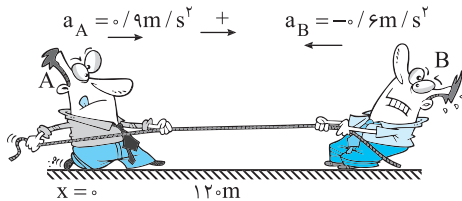
$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow T = 2 \times 2 = 4\text{N}$$

۲ ۷۸۶ B

۱ اندازه نیروی وارد بر شخص A و شخص B برابر نیروی کشش طناب است. شتاب هر یک را به دست می‌آوریم:

$$A: F = ma \Rightarrow 36 = 4 \times a_A \Rightarrow a_A = 9\text{m/s}^2$$

$$B: F = ma \Rightarrow 36 = 6 \times a_B \Rightarrow a_B = 6\text{m/s}^2$$



۲ از این جا به بعد باید به سراغ مسائل حرکت‌شناسی بروید. یعنی معادله حرکت هر یک از آن‌ها را بنویسید و با هم برابر قرار دهید تا لحظه رسیدن A و B به هم را بیابید. مکان اولیه A را مبدأ می‌گیریم.

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow \begin{cases} A: x_A = \frac{1}{2}a_A t^2 + 0 + 0 \Rightarrow x_A = \frac{1}{2}(9)t^2 \\ B: x_B = \frac{1}{2}a_B t^2 + 0 + 12 \Rightarrow x_B = \frac{1}{2}(-6)t^2 + 12 \end{cases}$$

۳ مکان‌ها را مساوی قرار می‌دهیم:

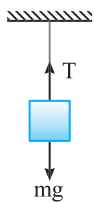
$$x_A = x_B \Rightarrow \frac{1}{2}(9)t^2 = \frac{1}{2}(-6)t^2 + 12 \Rightarrow \frac{15}{2}t^2 = 12 \Rightarrow t^2 = 16$$

$$\Rightarrow t = 4\sqrt{10}\text{ s}$$

۴ سرعت A و B را به کمک معادله سرعت-زمان حرکت با شتاب ثابت به دست می‌آوریم.

$$v = at + v_0 \Rightarrow \begin{cases} v_A = 0/9 \times 4\sqrt{10} = 3/6\sqrt{10}\text{ m/s} \Rightarrow v_A = 3/6\sqrt{10} = 3/2 \\ v_B = 0/6 \times 4\sqrt{10} = 2/4\sqrt{10}\text{ m/s} \Rightarrow v_B = 2/4\sqrt{10} = 2/2 \end{cases}$$

۲ ۷۹۲ A

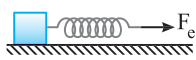


در حالت اول جسم ساکن است و نیروهای وارد بر جسم متوازن هستند، بنابراین نیروی وزن جسم با نیروی کششی طناب برابر است.
 $W = T = 30 \text{ N}$

در حالت دوم اگر به جای طناب، فنر هم قرار دهیم باید فنر وزن جسم را تحمل کند یعنی نیروی وارد بر فنر نیز 30 N است.

$$F_e = kx \Rightarrow 30 = 750 \cdot x \Rightarrow x = \frac{1}{25} \text{ m} = 4 \text{ cm}$$

۳ ۷۹۳ A



نیروی خالص وارد بر جسم نیروی کشسانی فنر است و بنا به قانون دوم نیوتون خواهیم داشت:

$$F = ma \Rightarrow kx = ma \Rightarrow 350 \cdot x = 2 \times 1 / 75 \Rightarrow 350 \cdot x = 3 / 5 \Rightarrow x = \frac{1}{100} \text{ m} = 1 \text{ cm}$$

۴ ۷۹۴ B

۱ طول فنر در حالت دوم $\frac{4}{3}$ برابر طول فنر در حالت اول است یعنی طول اولیه که با

وزنه 100 g گرمی، 15 cm بوده است با وزنه 50 g خواهد شد: $x'_p = \frac{4}{3} \times 15 = 20 \text{ cm}$

۲ در هر دو حالت نیروی وزن برابر نیروی کشسانی فنر است، از این رو خواهیم داشت:

$$F_e = k\Delta x \begin{cases} x_p = 15 \text{ cm}, F = mg \xrightarrow{m=1 \text{ kg}} k(\frac{15}{100} - x_0) = 0 / 1 \times 10 \\ \Rightarrow k(\frac{15}{100} - x_0) = 1 \Rightarrow 1 = \frac{15}{100} k - kx_0 \quad (1) \\ x'_p = 20 \text{ cm}, F = m'g \xrightarrow{m'=0.5 \text{ kg}} k(\frac{20}{100} - x_0) = 0 / 5 \times 10 \\ \Rightarrow 5 = \frac{20}{100} k - kx_0 \quad (2) \end{cases}$$

۳ دو رابطه (۱) و (۲) را از هم کم می کنیم و ثابت فنر را به دست می آوریم.

$$5 - 1 = \frac{20}{100} k - kx_0 - \frac{15}{100} k + kx_0 \Rightarrow 4 = \frac{5k}{100} \Rightarrow k = 80 \text{ N/m}$$

میانبر: به ازای افزایش $50 - 100 = 400 \text{ g}$ بر جرم وزنه طول فنر به اندازه $x = \frac{1}{3} \times 15 = 5 \text{ cm}$ افزایش یافته از این رو:

$$F_e = k\Delta l \Rightarrow 0 / 4 \times 10 = k(0 / 5) \Rightarrow k = 80 \text{ N/m}$$

بازی با سوال: اگر به انتهای فنر قائم با جرم ناچیز، وزنه 20 N نیوتونی آویزان کنیم، طول آن به 10 cm می رسد. اگر وزنه را دو برابر کنیم، طول آن به

11 cm می رسد، ضریب ثابت این فنر در SI کدام است؟

- ۲۰۰ (۱) ۱۵۰۰ (۲) ۲۰۰۰ (۳) ۴۰۰۰ (۴)

پاسخ: با استفاده از میانبر:

$$k = \frac{W_2 - W_1}{l_2 - l_1} = \frac{W_2 - 2W_1}{0 / 11 - 0 / 10} \Rightarrow k = \frac{20}{0 / 1} = \frac{20}{0 / 1} \Rightarrow k = 2000 \text{ N/m}$$

۴ ۷۹۵ A

خط فکری: دقت کنید که کفه دارای جرم است و وقتی روی کفه وزنه قرار می دهیم جرم متصل به فنر مجموع جرم وزنه و کفه است. در دو حالت مسئله نیروی کشسانی فنر را با نیروی وزن برابر قرار دهید و یک دستگاه دو معادله و دو مجهول به دست بیاورید و با حل آن جرم کفه را معین کنید.

۱ حالت اول: $F_{\text{net}} = 0 \Rightarrow (m + m_1)g = k(\Delta l) \Rightarrow (m + 0 / 1) \times g = k(\frac{6}{100})$

۲ حالت دوم: $F_{\text{net}} = 0 \Rightarrow (m + m_2)g = k(\Delta l') \Rightarrow (m + 0 / 2) \times g = k(\frac{10}{100})$

۳ دو رابطه را بر هم تقسیم می کنیم.

$$\frac{m + 0 / 1}{m + 0 / 2} = \frac{6}{10} \Rightarrow 10m + 10 = 6m + 6 \Rightarrow 4m = -4 \Rightarrow m = -1 \text{ kg} = \frac{200}{4} \text{ g} \Rightarrow m = 50 \text{ g}$$

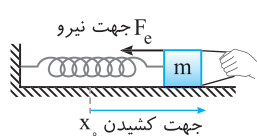
۳ ۷۸۷ A

یادآوری: نیروی کشسانی فنر از رابطه $F = k\Delta l$ به دست می آید که در آن x تغییر طول فنر از حالت طبیعی آن است و k ثابت فنر بوده و به ویژگی های ساختمانی فنر بستگی دارد.

نکته: نیروی کشسانی فنر همواره به سمت حالت طبیعی فنر است.

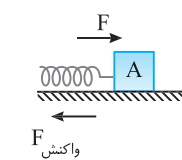
نیروی کشسانی فنر با تغییر طول فنر رابطه خطی دارد نه با طول فنر مثلاً اگر طول اولیه فنری 15 cm باشد یک بار طول آن را 17 cm و بار دیگر 34 cm کنیم، با اینکه طول فنر دو برابر شده (از 17 cm به 34 cm) رسیده اما نیروی کشسانی دو برابر نمی شود ($F_2 = kx = \frac{34-15}{100} k$, $F_1 = kx = \frac{17-15}{100} k$). بنابراین گزینه (۱) نادرست است. ثابت فنر

از ویژگی های ساختمانی فنر است و به جرم متصل آن بستگی ندارد، بنابراین گزینه (۲) نادرست است. جهت نیروی فنر همواره



خلاف جهت تغییر طول فنر است. به شکل روبه رو دقت کنید: بنابراین گزینه (۳) درست است.

۳ ۷۸۸ B



به شکل باید دقت کنید. نیرویی که وزنه A را هل می دهد و به سمت راست می راند نیروی کشسانی فنر است. بنا به قانون سوم نیوتون جسم A همان نیرو را به فنر رو به چپ وارد می کند. وقتی با نیروی F جسم B را به سمت راست هل می دهیم، فنر به وزنه B به سمت چپ نیرو وارد می کند و بنا به قانون سوم نیوتون توسط وزنه B نیرویی به سمت راست به فنر وارد می شود. بنابراین نیروهای وارد بر فنر به شکل روبه رو هستند.

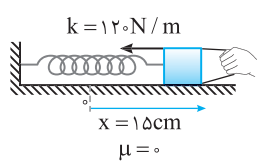
۳ ۷۸۹ A

نکته: هرگاه فنری را از دو طرف با نیروی یکسان F بکشیم و یا فشرده کنیم نیروی کشسانی برابر F خواهد بود. نیرویی که فنر بر هر یک از دست های ورزشکار وارد می کنند برابر نیروی کشسانی فنر است بنابراین می توان نوشت:

$$F = F_e = kx \xrightarrow{k=250 \text{ N/m}, x=0 / 4 \text{ m}} F_e = 250 \times 0 / 4 \Rightarrow F = 100 \text{ N}$$

۴ ۷۹۰ A

نکته: نیروی کشسانی فنر همواره در خلاف جهت تغییر طول فنر از طول طبیعی است.



در لحظه رها شدن جسم تنها نیروی مؤثر وارد بر آن نیروی کشسانی فنر است.

$$F_e = kx \Rightarrow F_e = 120 \times \frac{15}{100} \Rightarrow F_e = 18 \text{ N}$$

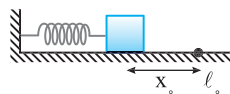
فنر از طول طبیعی به سمت راست کشیده

شده بنابراین نیروی کشسانی فنر به سمت چپ و در خلاف جهت محور x ها است. $\vec{F}_e = -18 \hat{i}$

نیروی کشسانی فنر در لحظه رها شدن خواهد شد:

$$\vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow -18 \hat{i} = 2\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = -9 \hat{i}$$

۲ ۷۹۱ B



از لحظه رها شدن جعبه ($v_0 = 0$) تا لحظه گذر از طول طبیعی نیروی کشسانی فنر به سمت راست بر جسم وارد می شود و سبب می گردد تندی جسم

همواره در حال افزایش باشد یعنی حرکت پیوسته تندشونده است و گزاره (الف) نادرست است. هرچه جعبه به l_0 نزدیک می شود طول طبیعی فنر به حالت طبیعی خود نزدیک شده و نیروی کشسانی فنر کاهش می یابد. از این رو بزرگی شتاب آن نیز کاهش می یابد و گزاره (ب) درست است. تا لحظه گذر از طول طبیعی حرکت پیوسته تندشونده است یعنی در لحظه گذر از طول طبیعی تندی بیشینه است و گزاره (پ) نادرست است.

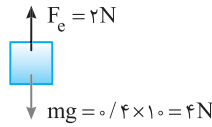
۳ ۷۹۶ A

۱ نیروی وزن وارد بر جسم را حساب می‌کنیم.

$$W = mg \xrightarrow{m=4\text{kg}} W = 4 \times 10 = 40\text{N}$$

۲ نیروی کشسانی فنر وقتی که طول آن

۱ cm افزایش می‌یابد را به دست می‌آوریم.



$$F_c = kx \xrightarrow{k=2\text{N/cm}=200\text{N/m}} F_c = 200 \times \frac{1}{100} = 2\text{N}$$

۳ نیروی خالص وارد بر وزنه را برابر ma قرار داده، شتاب حرکت را به دست

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow W - F_c = ma \Rightarrow 40 - 2 = 4a \Rightarrow a = 9\text{m/s}^2$$

۴ شتاب در جهت نیروی برابری است و در این سؤال چون در لحظه مورد نظر

$mg > F_c$ پس شتاب در جهت mg به سمت پایین است.

۲ ۷۹۷ C

در حالت اول دو نیروی وزن و کشسانی فنر بر جسم وارد می‌شود که چون جسم ساکن

$$W = F_c \Rightarrow W = k(\ell_1 - \ell_0) \quad (I)$$

در حالت دوم سه نیرو بر جسم وارد می‌شوند. نیروی وزن، نیروی کشسانی فنر و نیروی شناوری

$$W = F_c + F_b = k(\ell_2 - \ell_0) + F_b \quad (II)$$

دو رابطه (I) و (II) را با هم برابر قرار می‌دهیم.

$$k(\ell_1 - \ell_0) = k(\ell_2 - \ell_0) + F_b \Rightarrow k\ell_1 = k\ell_2 + F_b \Rightarrow F_b = k(\ell_1 - \ell_2)$$

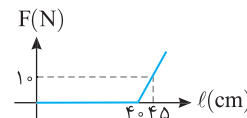
با توجه به صورت مسئله، فاصله جسم تا کف ظرف از ۴ cm به ۶ cm افزایش یافته

$$F_b = 100 \times \frac{2}{100} = 2\text{N} \quad \text{بنابراین: } |\ell_1 - \ell_2| = 2\text{cm}$$

۳ ۷۹۸ A

۱ وقتی طول فنر ۴ cm است نیروی

کشسانی آن صفر است بنابراین طول طبیعی فنر $\ell_0 = 4\text{cm}$ است.



۲ با توجه به نمودار با تغییر طول از ۴ cm به ۱۰ cm نیروی فنر ۱۰ N می‌شود.

$$F_c = kx \Rightarrow 10 = k \times \frac{6}{100} \Rightarrow k = 200\text{N/m}$$

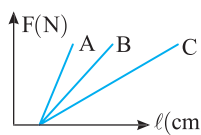
۱ ۷۹۹ A

نمودار $F-l$ خطی هستند، شیب این خطها با

توجه به رابطه $F = k\Delta l = k\ell - k\ell_0$ برابر ثابت

$$k_A > k_B > k_C$$

فنر است.



با توجه به شکل نسبت ثابت فنرها را به دست می‌آوریم:

$$\text{فنر (۱): } F = k_1(x) \Rightarrow k_1 = \frac{F}{3x} \quad \text{فنر (۲): } 3F = k_2(x) \Rightarrow k_2 = \frac{3F}{4x}$$

$$\text{فنر (۳): } 4F = k_3(x) \Rightarrow k_3 = \frac{F}{x}$$

$$\text{بنابراین } \frac{k_2}{k_1} = \frac{x}{3F} = \frac{4}{3}, \quad \frac{k_3}{k_1} = \frac{3x}{F} = \frac{4}{9}$$

طول فنر S_p را ۴ cm تغییر داده.

۲ ۸۰۱ B

تابع نیرو بر حسب طول فنر به صورت $F_c = 100x - 20$ است. وقتی فنر دارای طول طبیعی

است نیروی کشسانی فنر صفر است بنابراین اگر به جای F_c صفر قرار دهیم باید به جای x

$$\ell_0$$
 را قرار داده و طول طبیعی فنر را به دست بیاوریم. $0 = 100\ell_0 - 20 \Rightarrow \ell_0 = 0.2\text{m}$

با توجه به رابطه $F = k(x - x_0)$ همان ثابت است بنابراین $k = 100\text{N/m}$ است.

۴ ۸۰۲ A

نیروی که یک سطح بدون اصطکاک بر جسمی که به آن تکیه داده

وارد می‌کند بر سطح عمود است که به آن نیروی عمودی تکیه‌گاه (سطح) گویند.

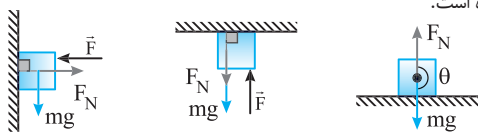
گزینه (۴) نیروهایی که دو سطح بر چوب وارد می‌کنند را درست نمایش می‌دهد.

۴ ۸۰۳ A

نیروی عمودی سطح و نیروی وزن را در هر سه شکل رسم می‌کنیم (دقت کنید که نیروی

عمودی سطح همواره بر تکیه‌گاه عمود می‌باشد). بنابراین در هر سه شکل θ به درستی

بیان شده است.



(الف) $\theta = 180^\circ$
(ب) $\theta = 0$
(پ) $\theta = 90^\circ$

۲ ۸۰۴ A

نیروی عمودی سطح همواره بر دیواری که جسم بر

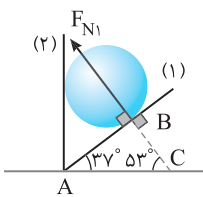
آن تکیه دارد عمود می‌باشد. نیرویی که سطح (۱)

بر گوی وارد می‌کند را رسم کرده امتداد می‌دهیم تا

سطح افقی را قطع کند. در این صورت در مثلث

ABC زاویه بین امتداد افق AC با امتداد نیروی

F_N یعنی ضلع BC برابر 53° است.



۱ ۸۰۵ A

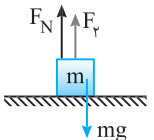
نیروهای وارد بر جسم در امتداد قائم عبارتند از نیروی وزن،

F_p و نیروی عمودی تکیه‌گاه. هر سه نیرو را رسم می‌کنیم.

نیروهای وارد بر جسم در امتداد قائم متوازن هستند

$$F_p + F_N = mg \Rightarrow F_N = mg - F_p$$

بنابراین:



۳ ۸۰۶ A

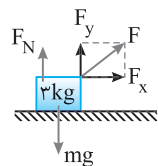
با توجه به نیروی F ، به جسم در راستای y علاوه بر

نیروی وزن و نیروی عمودی سطح، نیرویی دیگر به سمت

بالا وارد می‌شود. بنابراین:

$$F_N + F_y = mg \Rightarrow F_N + F_y = 30 \Rightarrow F_N < 30\text{N}$$

در واقع مؤلفه قائم نیروی F سبب کاهش نیروی عمودی سطح شده است.



بازی با سؤال در شکل روبه‌رو نیروی

عمودی سطح چند نیوتون است؟*

$$(1) \quad 20$$

$$(2) \quad 25$$

$$(3) \quad 15$$

$$(4) \quad 35$$

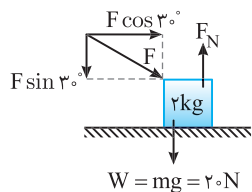
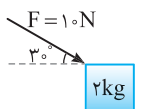
پاسخ به کمک تجزیه نیروها که

در فیزیک (۱) در سال دهم خوانده‌اید

مسئله را حل می‌کنیم.

ابتدا تمام نیروهای وارد بر جسم را رسم

کرده و نیروی F را تجزیه می‌کنیم.

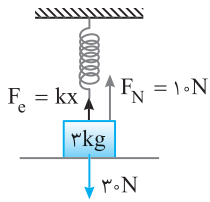


$$F_{y_{\text{net}}} = 0 \Rightarrow F_N = F \sin 30^\circ + W \Rightarrow F_N = 10 \times \frac{1}{2} + 20 = 25\text{N}$$

گزینه ۲

* این نوع مسائل در برنامه رسمی کتاب درسی نیست اما یادگیری این مسئله ساده برای شما که به دانشگاه می‌روید بسیار مفید است.

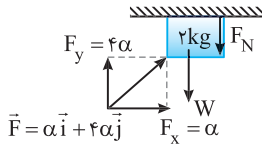
$$F_c = k\Delta x \Rightarrow \begin{cases} 30 = k_p \times \frac{4}{100} \Rightarrow k_p = 750 \frac{\text{N}}{\text{m}} \\ 30 = k_1 \times \Delta x_1 \xrightarrow{k_1 = \frac{4}{9} k_p = 1000 \frac{\text{N}}{\text{m}}} \Delta x_1 = 0.03\text{m} = 3\text{cm} \\ 30 = k_p \times \Delta x_p \xrightarrow{k_p = \frac{4}{9} k_p = 1000 \frac{\text{N}}{\text{m}}} \Delta x_p = 0.03\text{m} = 3\text{cm} \end{cases}$$



۳ اندازه تغییر طول فنر را حساب می‌کنیم.
 $F_c + F_N = mg \Rightarrow F_c = 30 - 10 = 20\text{N}$

۴ نیروی کشسانی فنر همواره به سمت طول طبیعی فنر است، از طرفی F_c رو به بالاست

یعنی باید فنر کشیده شده و از حالت طبیعی طولش بیشتر شده باشد.



۱ نیروهای وارد بر جسم در امتداد قائم را رسم کرده و بررسی می‌کنیم.

۲ در امتداد افقی جسم تحت تأثیر F_x شتاب 4m/s^2 دارد بنابراین به

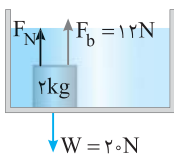
کمک قانون دوم نیوتون می‌توان F_x را به دست آورد (سقف بدون اصطکاک است).

$$F_{\text{net}_x} = ma_x \xrightarrow{F_x = \alpha} \alpha = 2 \times 4 \Rightarrow \alpha = 8\text{N}$$

۳ مؤلفه قائم نیروی F خواهد شد:

۴ در امتداد قائم جسم حرکتی ندارد و نیروها در این امتداد متوازن هستند از این رو خواهیم داشت:

$$F_{\text{net}_y} = 0 \Rightarrow F_N + W = F_y \Rightarrow F_N + 20 = 32 \Rightarrow F_N = 12\text{N}$$

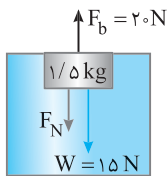


نیروهای وارد بر جسم عبارتند از:

نیروی وزن رو به پایین، نیروی عمودی تکیه‌گاه رو به بالا، نیروی شناوری رو به بالا

جسم ساکن است نیروهای وارد بر جسم را رسم کرده و نیروی خالص را مساوی صفر قرار می‌دهیم.

$$F_{\text{net}} = 0 \Rightarrow F_N + F_b = W \Rightarrow F_N + 12 = 20 \Rightarrow F_N = 8\text{N}$$



هرگاه جسم در شماره‌ای قرار گیرد به اندازه وزن شماره‌ای جابه‌جاشده به آن نیرویی رو به بالا وارد می‌شود که به آن نیروی شناوری (F_b) می‌گویند. نیروهای وارد بر جسم مطابق شکل روبه‌رو است:

۱ نیروی وزن جسم را حساب می‌کنیم:

$$W = mg \xrightarrow{m = 1/5\text{kg}} W = 1/5 \times 10 = 15\text{N}$$

۲ نیروی شناوری رو به بالا بر جسم وارد می‌شود. این نیرو بنا به فرض مسئله $F_b = 20\text{N}$ است. بنابراین خواهیم داشت:

$$F_N + W = F_b \Rightarrow F_N + 15 = 20 \Rightarrow F_N = 5\text{N}$$

۳ نیرویی که دیواره به جسم وارد می‌کند $F_N = 5\text{N}$ است که برابر نیرویی است که جسم به دیواره رو به بالا وارد می‌کند.



بازی با سوال - مطابق شکل جسمی به جرم

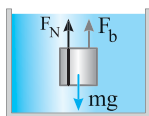
۲kg درون ظرف حاوی آب روی کفه‌ای قرار گرفته

است. اگر از طرف آب به جسم نیروی شناوری ۱۰N

وارد شود نیروی عمودی سطح از طرف کفه که به

جسم وارد می‌شود چند نیوتون است؟

- ۱۲ (۴) ۱۵ (۳) ۲۰ (۲) ۱۰ (۱)



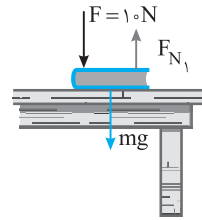
پاسخ - نیروهای وارد بر جسم عبارت است از:

$$F_N + F_b = mg \Rightarrow F_N = 20 - 10 = 10\text{N}$$

گزینه ۱

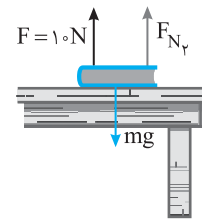
۳ ۸۰۷ A

نیروی‌های وارد بر کتاب را در دو حالت رسم می‌کنیم و نیروی خالص در امتداد قائم را برابر صفر قرار می‌دهیم و نیروی عمودی سطح را حساب می‌کنیم. حالت اول:



$$F_{\text{net}} = 0 \Rightarrow F + mg = F_{N_1} \\ \Rightarrow F_{N_1} = 10 + 2 \times 10 \Rightarrow F_{N_1} = 30\text{N}$$

حالت دوم:



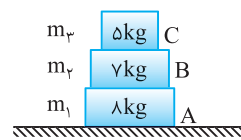
$$F_{\text{net}} = 0 \Rightarrow F + F_{N_2} = mg \\ \Rightarrow F_{N_2} = mg - F = 20 - 10 \Rightarrow F_{N_2} = 10\text{N}$$

$$\frac{F_{N_1}}{F_{N_2}} = \frac{30}{10} = 3$$

بنابراین:

۳ ۸۰۸ A

هرگاه چند جسم روی سطح افقی روی هم قرار داشته باشند، نیرویی که بین سطح مشترک هر دو جسم است هم‌اندازه مجموع نیروی وزن تمام اجسام بالای آن سطح است.



نیرویی که سطح افقی تحمل می‌کند برابر وزن سه جسم است:

$$F_{N_A} = W_1 + W_2 + W_3 \\ = 80 + 70 + 50 = 200\text{N}$$

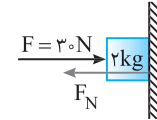
نیرویی که سطح مشترک B تحمل می‌کند (نیروی عمودی سطح B) برابر مجموع وزن m_B و m_C است.

$$F_{N_B} = W_C + W_B = 50 + 70 = 120\text{N}$$

نیرویی که سطح C تحمل می‌کند (نیروی عمودی سطح C) برابر وزن m_C است.

$$F_{N_C} = W_C = 50\text{N}$$

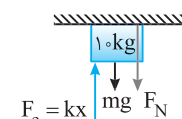
۲ ۸۰۹ A



جسم بر دیوار تکیه داده شده است پس بر ایند نیروها در راستای افقی صفر است و نیروهای خلاف جهت با هم برابر هستند.
 $F_N = F = 30\text{N}$

۳ ۸۱۰ A

خط فکری - باید تمام نیروهای وارد بر وزنه را رسم کنید (نیروی وزن، نیروی عمودی سقف و نیروی کشسانی فنر) نیروهای W و F_N رو به پایین است بنابراین F_c رو به بالا بوده و باید اندازه آن با مجموع نیروی W و F_N برابر باشد تا جسم ساکن بماند. بنابراین کافی است F_c را با $W + F_N$ برابر قرار داده و مسئله را حل کنید.



جسم در حال تعادل است پس نیروهای وارد بر جسم متوازن می‌باشد:

$$mg + F_N = F_c \Rightarrow 10 + 50 = 300 \times x \Rightarrow x = \frac{1}{2}\text{m} \\ \Rightarrow x = 50\text{cm}$$

۱ ۸۱۱ B

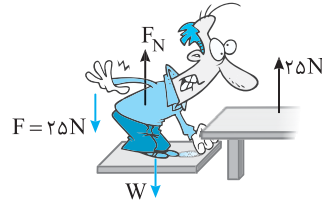
۱ نیروی وزن جسم را حساب می‌کنیم:

۲ نیروی عمودی سطح رو به بالا و برابر ۱۰N است و نیروی وزن ۳۰N رو

به پایین. از طرفی جسم روی سطح ساکن است بنابراین باید نیروی کشسانی فنر رو به بالا باشد.

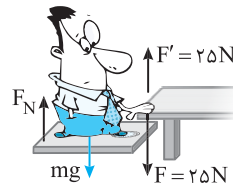
B ۳ ۸۱۵

شخصی به میز نیروی 25 N رو به بالا وارد می‌کند و بنا به قانون سوم نیوتون میز نیز نیرویی برابر 25 N رو به پایین بر شخص وارد می‌کند. برای آنکه شخص ساکن بماند نیروی سنج باید به شخص مجموع نیروی وزن شخص و نیروی 25 N را نشان دهد.

$$F_N = mg + F \Rightarrow F_N = 75 + 25 \Rightarrow F_N = 100\text{ N}$$


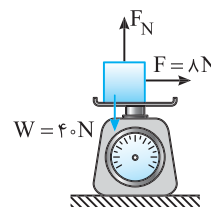
B ۲ ۸۱۶

شخص نیروی 25 N به سمت پایین به میز وارد کرده پس میز نیروی 25 N نیوتونی به سمت بالا به شخص وارد خواهد کرد و سبب می‌گردد که ترازوی فنری عدد کمتری را نشان دهد. نیروهای وارد بر شخص عبارتند از: F_N و W و F' بنابراین می‌توان نوشت:

$$mg = F' + F_N \Rightarrow 75 = 25 + F_N \Rightarrow F_N = 50\text{ N}$$


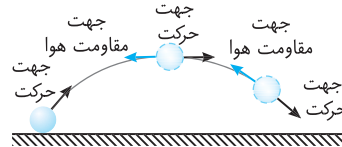
A ۱ ۸۱۷

نیروها در راستای قائم متوازن است و ترازوی فنری مقدار F_N را نشان می‌دهد که برابر وزن جسم است.

$$F_N = mg \Rightarrow F_N = 40\text{ N}$$


A ۲ ۸۱۸

نکته مقاومت شاره (هوا) به تندی جسم بستگی دارد و با افزایش تندی جسم افزایش می‌یابد و با کاهش تندی، مقاومت هوا کاهش می‌یابد. با گذشت زمان تا رسیدن به نقطه اوج تندی جسم در حال کاهش و پس از اوج تندی در حال افزایش است پس اندازه مقاومت هوا نیز ابتدا در حال کاهش و سپس در حال افزایش است و گزاره (الف) نادرست است. در هر لحظه مقاومت هوا خلاف جهت حرکت است و چون جهت حرکت در حال تغییر است پس جهت مقاومت هوا نیز تغییر می‌کند، بنابراین گزاره (ب) نادرست است. اندازه نیروی وزن همواره برابر mg و جهت آن همواره در امتداد قائم به سمت پایین است در نزدیکی سطح زمین مقدار آن ثابت است. پس گزاره (پ) درست است.



B ۴ ۸۱۹

چتر باز بلافاصله بعد از پرش آزاد چتر خود را باز کرده پس حرکت چتر باز ابتدا تندشونده است تا به تندی حدی برسد و سپس ادامه حرکت را با همین تندی طی می‌کند. در تندی حدی، نیروی وزن و نیروی مقاومت هوا با هم برابر می‌شوند:

$$f_D = mg \xrightarrow{m=70\text{ kg}} f_D = 700\text{ N} \xrightarrow{f_D=40v} 700 = 140v \Rightarrow v = 5\text{ m/s}$$

بنابراین در این حرکت بیشینه تندی چتر باز همان 5 m/s می‌باشد و تندی نمی‌تواند از 5 m/s بیشتر شود.

یادآوری با افزایش تندی سقوط چتر باز لحظه‌ای فرا می‌رسد که نیروی وزن و نیروی مقاومت هوا برابر شده و سرعت چتر باز ثابت می‌ماند که به آن تندی حدی گویند.

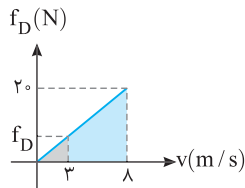
B ۲ ۸۲۰

۱ آخرین سرعتی که جسم در طول مسیر به آن رسیده 8 m/s است یعنی تندی حدی این جسم 8 m/s است و در این تندی نیروی وزن و مقاومت هوا با هم برابر است، بنابراین:

$$f = mg \Rightarrow 20 = m \times 10 \Rightarrow m = 2\text{ kg}$$

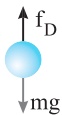
۲ برای به دست آوردن شتاب در تندی 3 m/s ابتدا نیروی مقاومت هوا را به کمک شیب نمودار در این لحظه به دست می‌آوریم.

$$\frac{20 - 0}{8 - 0} = \frac{f_D - 0}{3 - 0} \Rightarrow f_D = 7.5\text{ N}$$



۳ به کمک قانون دوم نیوتون، شتاب را در این لحظه حساب می‌کنیم.

$$f_{\text{net}} = ma \Rightarrow mg - f_D = ma \Rightarrow 20 - 7.5 = 2a \Rightarrow a = \frac{12.5}{2} \Rightarrow a = 6.25\text{ m/s}^2$$



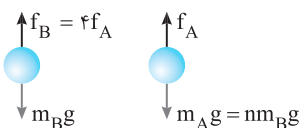
B ۴ ۸۲۱

خط فکری نیروی مقاومت هوا ثابت فرض شده، نیروی وزن هم ثابت است. بنابراین نیروی خالص وارد بر گوی A و گوی B ثابت است و نوع حرکت آن‌ها حرکت با شتاب ثابت است و می‌توان از روابط حرکت با شتاب ثابت استفاده کرد. برای هر گوی یک شکل ساده شامل نیروهای وارد بر آن را رسم کنیم و به کمک قانون دوم نیوتون شتاب آن‌ها را به دست بیاوریم.

۱ دو گوی از ارتفاع یکسان ($h_A = h_B$) رها شده ($v_0 = 0$) و با تندی یکسان ($v_A = v_B$) به زمین برخورد کرده‌اند. با توجه به رابطه مستقل از زمان در حرکت با شتاب ثابت خواهیم داشت:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow \begin{cases} v_A^2 = 2a_A h_A \\ v_B^2 = 2a_B h_B \end{cases} \xrightarrow{v_A = v_B, h_A = h_B} a_A = a_B$$

۲ شتاب‌ها را به کمک قانون دوم به دست آورده و با هم برابر قرار می‌دهیم:



$$F_{\text{خالص}} = ma \Rightarrow \begin{cases} m_B g - 4f_A = m_B a_B \Rightarrow a_B = g - \frac{4f_A}{m_B} \\ nm_B g - f_A = nm_B a_A \Rightarrow a_A = g - \frac{f_A}{nm_B} \end{cases}$$

$$a_B = a_A \Rightarrow g - \frac{4f_A}{m_B} = g - \frac{f_A}{nm_B} \Rightarrow n = \frac{1}{4}$$

C ۲ ۸۲۲

خط فکری طول مسیر رفت و برگشت جسم برابر است. از طرفی سطح زیر نمودار سرعت - زمان برابر جابه‌جایی جسم است. از این رو سطح زیر نمودار در بازه صفر تا t و تا $4s$ باید برابر باشند، S_1 و S_2 را با هم برابر قرار دهید و t را حساب کنید سپس به کمک شتاب در مسیر رفت و یا برگشت را به دست آورده تا بتوانید f_D را حساب کنید.

۳ ۸۲۶ A

خط فکری

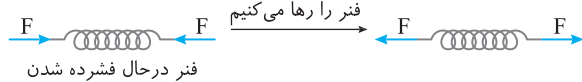
سؤال زیبایی است، اگر خاطرتان باشد یک فنر نیرویی که به اجسام دو طرف خود وارد می کند یکسان است. با رها کردن فنر نیروی وارد بر گلوله A و B یکسان بوده و این مطلب، نکته حل مسئله است.

هنگام باز شدن فنر نیرویی که فنر به دو طرف خود وارد می کند با هم برابر است، بنابراین نیروی وارد بر هر دو گوی یکسان می باشد.

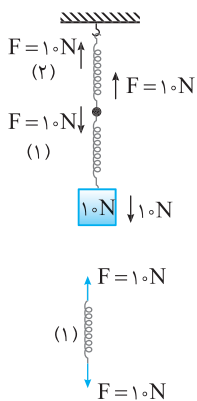
$$F = m_A a_A \Rightarrow F = \frac{2}{3} m_A a_A$$

$$F = m_B a_B \Rightarrow F = m_B a_B$$

$$\Rightarrow m_B = \frac{2}{3} \text{ kg} \approx 666 \text{ g}$$

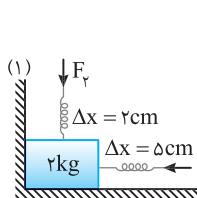


۲ ۸۲۷ A



هنگامی که نیروی کشش بدون جرم فرض شود، نیروی کشسانی در طول فنر هر دو نیروی کشش و برابر ۱۰N است، پس هر نیروی کشش ۱۰N را نشان می دهد. اما برای توضیح بیشتر به فنر (۱) نگاه کنید که ساکن است و چه نیروهایی به آن وارد می شود: نیروی ۱۰N توسط وزنه اما چرا فنر ثابت مانده است؟ قطعاً در محل اتصال دو فنر، فنر (۲) به فنر (۱) نیروی ۱۰N وارد کرده تا نیروها متوازن شده و فنر ثابت بماند یعنی فنری داریم که بر دو سرش نیروی یکسان ۱۰N وارد می شود، بنابراین کشش آن نیز ۱۰N است. همین مطلب در مورد فنر (۲)، نیز صدق می کند.

۳ ۸۲۸ B



نیروهای وارد بر جسم را کامل می کنیم. نیروهای F_1 و F_2 از طرف فنر وارد می شود، پس:

$$F_1 = k \Delta x_1 \Rightarrow F_1 = 2 \times \frac{N}{cm} \times \Delta x \Rightarrow F_1 = 10 \text{ N}$$

$$F_2 = k \Delta x_2 \Rightarrow F_2 = 2 \times \frac{N}{cm} \times 2 \text{ cm} \Rightarrow F_2 = 4 \text{ N}$$

نیروهای وارد بر جسم متوازن است، پس اندازه نیروهای در خلاف جهت باید با هم برابر باشند.

$$F_{x_{net}} = 0 \Rightarrow F_1 = F_{N_1} \Rightarrow F_{N_1} = 10 \text{ N}$$

$$F_{y_{net}} = 0 \Rightarrow F_2 + mg = F_{N_2} \Rightarrow F_{N_2} = 24 \text{ N}$$

نیروی خالصی که دیواره ها بر جسم وارد می کنند را به کمک رابطه فیثاغورس حساب می کنیم.

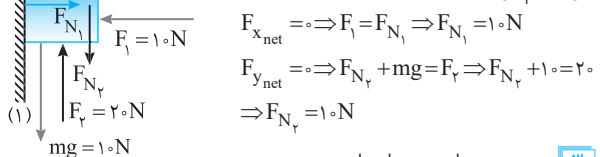
$$F_{N_{net}} = \sqrt{F_{N_1}^2 + F_{N_2}^2} = \sqrt{10^2 + 24^2}$$

$$= 2\sqrt{5^2 + 12^2} = 2\sqrt{25 + 144} = 2\sqrt{169} = 26 \text{ N}$$

۱ ۸۲۹ A

در حل مسائل دینامیک گام اول رسم تمام نیروهای وارد بر جسم است تا بتوانیم به راحتی مسئله را حل کنیم. نیروهای وارد بر جسم را رسم می کنیم.

جسم ساکن است بنابراین نیروهای وارد بر جسم متوازن بوده از این رو در امتداد افقی و قائم می توان نوشت:



$$F_{x_{net}} = 0 \Rightarrow F_1 = F_{N_1} \Rightarrow F_{N_1} = 10 \text{ N}$$

$$F_{y_{net}} = 0 \Rightarrow F_{N_2} + mg = F_2 \Rightarrow F_{N_2} + 10 = 20$$

$$\Rightarrow F_{N_2} = 10 \text{ N}$$

نسبت نیروهای دو دیواره وارد بر جسم

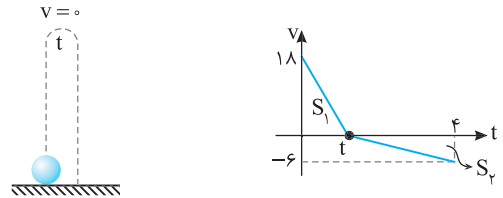
$$\frac{F_{N_2}}{F_{N_1}} = \frac{10}{10} = 1$$

خواهد شد:

۱

اندازه جابه جایی متحرک در مسیر رفت و برگشت با هم برابر است و می دانیم جابه جایی برابر است با مساحت زیر نمودار $v-t$ بنابراین:

$$S_1 = S_2 \Rightarrow \frac{18 \times t}{2} = \frac{6(f-t)}{2} \Rightarrow 3t = f - t \Rightarrow 4t = f \Rightarrow t = 1 \text{ s}$$



شیب خط در نمودار $v-t$ برابر شتاب است. شتاب در مسیر رفت خواهد شد:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-18}{1} = -18 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

۳

نیروهای وارد بر جسم در مسیر رفت را در یک شکل ساده نمایش داده و به کمک قانون دوم f_D را حساب می کنیم.

$$F_{net} = ma \Rightarrow -mg - f_D = m(-18) \Rightarrow -2 - f_D = -3/6 \Rightarrow f_D = 1/6 \text{ N}$$

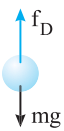
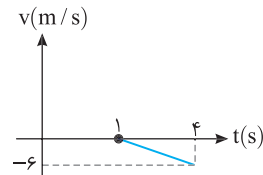
البته می توان در مسیر برگشت نیز f_D را با توجه به معادلات مسیر برگشت به دست آورد:

$$a = -\frac{6}{3} = -2 \text{ m/s}^2$$

$$-mg + f_D = ma$$

$$\Rightarrow -2 + f_D = -0/4$$

$$\Rightarrow f_D = 1/6 \text{ N}$$

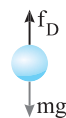


۴ ۸۲۳ C

خط فکری

وقتی چتر باز، چتر خود را باز می کند، تندی اش 40 m/s است و قرار است با باز کردن چتر تندی آن به 5 m/s برسد. با توجه به فرض مسئله مقدار متوسط نیروی مقاومت هوا 1000 N است بنابراین شما می توانید شتاب کند شدن حرکت را بیابید سپس به کمک رابطه مستقل از زمان حداقل ارتفاعی که باید چتر باز شود را حساب کنید.

ابتدا شتاب حرکت چتر باز پس از باز شدن چتر را به دست می آوریم. دقت کنید که مقدار متوسط نیروی مقاومت هوا در بازه تغییر سرعت 1000 N فرض شده است.



$$mg - f_D = ma \Rightarrow 800 - 1000 = 80a \Rightarrow a = -\frac{200}{80} = -2.5 \text{ m/s}^2$$

اکنون جابه جایی برای رسیدن سرعت از 40 m/s تا 5 m/s را به دست می آوریم.

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta y \Rightarrow 25 - 1600 = 2(-2.5)h \Rightarrow h = \frac{1575}{5} = 315 \text{ m}$$

۳ ۸۲۴ B

نکته

هرگاه یک طناب دارای جرم از سقف آویزان کنیم، هر نقطه از طناب باید وزن قسمت زیرین خود را تحمل کند و در نقطه آویز کشش بیشترین و در انتهای طناب کشش صفر است.

با فاصله گرفتن از انتهای آزاد، هر نقطه از طناب باید وزن بیشتری را تحمل کند. به طور مثال در نقاط A و B کشش طناب برابر است با:

$$T_B = \frac{mg}{4}, T_A = \frac{3mg}{4}$$

یعنی کشش طناب با فاصله از انتهای آزاد رابطه مستقیم و خطی دارد و نمودار آن خط راست مایل با شیب ثابت است و گزینه (۳) درست است.

۱ ۸۲۵ A

نکته

در یک طناب سبک (با جرم ناچیز) کشش در تمام نقاط یکسان است. در این مسئله طناب سبک بوده بنابراین T ثابت است و گزینه (۱) نمودار درست است.

نیروی خالص وارد بر جسم خواهد شد:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow |F_{\text{net}}| = |150 \times (-5)| \Rightarrow F_{\text{net}} = 750 \text{ N}$$

نمای ۸

۱ ۸۳۰ B

بنا به قانون سوم نیوتون:

نیروی که شخص A بر شخص B وارد می‌کند، هم‌اندازه و در خلاف جهت نیرویی است که شخص B بر شخص A وارد می‌کند. بنابراین:

$$F_A = -F_B \Rightarrow m_A a_A = -m_B a_B \xrightarrow{m_A=50 \text{ kg}, m_B=80 \text{ kg}} \xrightarrow{a_A=2 \text{ m/s}^2}$$

$$50 \times 2 = -80 \times a_B \Rightarrow a_B = -1/25 \text{ m/s}^2$$

۲ سرعت A و سرعت B را بعد از Δt به دست می‌آوریم:

$$v = at + v_0 \begin{cases} \text{A:} \rightarrow v_A = 2 \times 5 / 5 = 1 \text{ m/s} \\ \text{B:} \rightarrow v_B = -1/25 \times 5 / 5 = -0/625 \text{ m/s} \end{cases}$$

۳ اختلاف بزرگی سرعت‌ها برابر است با:

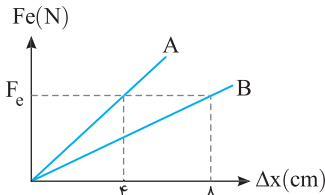
$$|v_A| - |v_B| = |1 - 0/625| = 0/375 \text{ m/s}$$

نمای ۹

۴ ۸۳۰ B

شیب نمودار اندازه نیروی کشسانی بر حسب تغییر طول فنر برابر ثابت فنر است. با توجه به نمودارها می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} F_{eA} = k_A \Delta x_A = 4 k_A \\ F_{eB} = k_B \Delta x_B = 8 k_B \end{cases} \xrightarrow{F_{eA} = F_{eB}} 4 k_A = 8 k_B \Rightarrow k_A = 2 k_B \quad (I)$$



وقتی وزنه را به فنر آویزان می‌کنیم، نیروی وزن و نیروی کشسانی فنر متوازن شده و وزنه ساکن می‌ماند.

$$F_{\text{net}} = 0 \Rightarrow$$

$$F_e = W \begin{cases} \text{A:} \rightarrow k_A \Delta x_A = 40 \\ \text{B:} \rightarrow k_B \Delta x_B = 40 \end{cases} \Rightarrow k_A \Delta x_A = k_B \Delta x_B$$

با توجه به رابطه (I) خواهیم داشت:

$$\xrightarrow{k_A = 2k_B} 2k_B \Delta x_A = k_B \Delta x_B \Rightarrow \Delta x_B = 2 \Delta x_A$$

با توجه به فرض مسئله خواهیم داشت:

$$\Delta x_B - \Delta x_A = 40 \Rightarrow 2 \Delta x_A - \Delta x_A = 40 \text{ cm} \Rightarrow \Delta x_A = 40 \text{ cm}$$

ثابت فنر A خواهد شد:

$$F_{eA} = k_A \Delta x_A \Rightarrow 40 = k_A \times \frac{40}{100} \Rightarrow k_A = 1000 \text{ N/m}$$

میانبر \leftarrow البته از همان ابتدا با توجه به نمودار مشخص است که برای یک نیروی ثابت تغییر طول فنر A نصف تغییر طول فنر B است.

از طرفی بنا به فرض مسئله:

$$\Delta x_B - \Delta x_A = 40 \Rightarrow 2 \Delta x_A - \Delta x_A = 40 \Rightarrow \Delta x_A = 40 \text{ cm}$$

به فنر A وزنه 4 kg آویزان کرده‌ایم، بنابراین:

$$F_{eA} = k_A \Delta x_A \xrightarrow{F_{eA} = W} k_A \Delta x_A = 40 \Rightarrow k_A = \frac{40}{0/4} \Rightarrow k_A = 1000 \text{ N/m}$$

نمای ۱۱

۱ ۸۳۰ A

اگر شما روی یک نیروسنج بایستید، نیروسنج وزن شما را نشان می‌دهد حال اگر یک قطعه سنگ را در دست بگیرید و روی نیروسنج بایستید، نیروسنج مجموع وزن شما و قطعه سنگ را نشان می‌دهد. به طور کلی یک نیروسنج، همواره مجموع وزن اجسام ساکن که روی نیروسنج قرار دارند را نشان می‌دهد و به نحوه قرار گرفتن آن‌ها بستگی ندارد. بنابراین هر دو ترازوی فنی یک عدد را نشان خواهند داد و اختلاف عددی نشان داده شده صفر است.

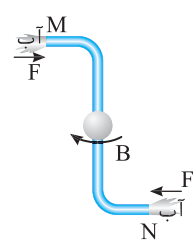
پنجره ۱ روبه‌روی ۲

۲ ۸۳۰ A

وقتی مقوا را به آرامی می‌کشیم، نیروی اصطکاک بین سکه و مقوا باعث حرکت سکه به همراه مقوا می‌شود. اما اگر مقوا را خیلی سریع بکشیم به دلیل لختی سکه، سکه جا مانده و در لیوان می‌افتد.

نمای ۲

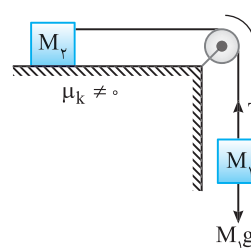
۴ ۸۳۰ A



فواره به آب رو به خارج نیرو وارد می‌کند و بنا به قانون سوم نیوتون واکنش نیروی وارد بر آب به فواره وارد می‌شود یعنی در دهانه M مطابق شکل به آب نیرو به جهت چپ برای خروج آب وارد می‌شود پس آب نیز نیرویی به سمت راست به فواره وارد می‌کند. هم‌چنین در دهانه N به آب به سمت راست نیرو وارد می‌شود پس آب نیز به سمت چپ به فواره نیرو وارد می‌کند. مطابق شکل جهت نیروهای وارد به فواره و جهت چرخش آن نشان داده شده است.

نمای ۳

۱ ۸۳۰ B



دستگاه در حال حرکت است و وزنه M_1 رو به پایین حرکت می‌کند. بر وزنه M_1 نیروی وزن $M_1 g$ و نیروی کشش T وارد می‌شود و بر ایند نیروهای وارد بر M_1 رو به پایین است یعنی نیروی کشش وارد بر M_1 از نیروی وزن آن کمتر است.

نیروی کشش نخ (T) توسط نخ بر وزنه M_1 وارد می‌شود بنا بر قانون سوم نیوتون M_1 نیز نیرویی هم‌اندازه T بر نخ رو به پایین وارد می‌کند. نیروی کشش T از وزن $M_1 g$ کمتر است بنابراین واکنش آن که توسط M_1 بر نخ وارد می‌شود از $M_1 g$ کوچک‌تر است و گزینه (۱) درست است.

گزینه‌های (۲) و (۳) نیز با استدلال بالا نادرست هستند.

دقت کنید وزنه M_1 بر وزنه M_2 نیرو وارد نمی‌کند و گزینه (۴) نادرست است.

نمای ۳

۲ ۸۳۰ B

در $\Delta t = 5 \text{ s}$ اول که راننده هنوز ترمز نگرفته است، تقریباً سرعت خودرو ثابت بوده و نیروی خالص وارد بر خودرو صفر است.

۲ برای به‌دست آوردن نیروی خالص وارد بر خودرو که در تمام مدت توقف بر جسم وارد می‌شود باید شتاب حرکت در این قسمت را حساب کنیم. ابتدا پیشروی خودرو در مدت زمان واکنش را به‌دست می‌آوریم.

$$\Delta x_1 = vt \Rightarrow \Delta x_1 = 20 \times 5 / 5 = 10 \text{ m}$$

جابه‌جایی خودرو در بازه ترمز گرفتن $50 - 10 = 40 \text{ m}$ است. به کمک معادله مستقل از زمان شتاب را حساب می‌کنیم.

$$v^2 - v_0^2 = 2a \Delta x \Rightarrow 0 - 20^2 = 2a(40) \Rightarrow a = -5 \text{ m/s}^2$$

پنجره ۳

۴ ۸۳۱ A

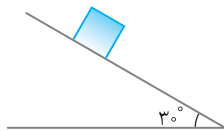
هنگامی که ما راه می‌رویم، عامل حرکت رو به جلوی ما، اصطکاک بین کف کفش ما و سطح زمین است یعنی ما زمین را رو به عقب هل می‌دهیم و زمین همان نیرو را رو به جلو به ما وارد می‌کند. همچنین هنگام به راه افتادن و حرکت اتومبیل، اصطکاک بین لاستیک و جاده سبب حرکت اتومبیل می‌شود. هنگامی که بین لاستیک و جاده اصطکاک وجود نداشته باشد، اتومبیل تغییر مکان نمی‌دهد. به‌طور مثال روی یخ، چرخ خودرو بکس باد می‌کند (یعنی در جامی چرخد) و خودرو جلو نمی‌رود.

۱ ۸۳۲ A

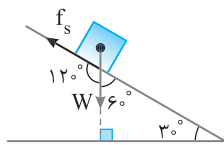
نیروهای وارد بر جسم به ترتیب: (۱) نیروی وزن در امتداد قائم رو به پایین، (۲) نیروی عمودی سطح در امتداد عمود بر سطح، (۳) نیروی اصطکاک که با حرکت جسم رو به پایین مخالف است.

باز با سوال در شکل روبه‌رو جسم در حال سکون است. زاویه‌ای که

نیروی اصطکاک با نیروی وزن می‌سازد چند درجه است؟



- ۳۰ (۱)
- ۶۰ (۲)
- ۱۲۰ (۳)
- ۱۵۰ (۴)



پاسخ نیروی اصطکاک همواره مماس بر مسیر حرکت بوده و در خلاف جهت لغزش است، همچنین نیروی وزن نیز همواره در امتداد قائم به سمت پایین است. از این‌رو مطابق شکل زاویه بین نیروی اصطکاک ایستایی و نیروی وزن 120° می‌شود.

گزینه ۳

۴ ۸۳۳ A

تمام داده‌های مسئله بیهوده است. چرا؟ چون جسم ساکن است و در راستای افقی به آن نیرویی وارد نمی‌شود، پس نیروی اصطکاک بین جسم و سطح ایجاد نمی‌شود و اصطکاک صفر است.

۳ ۸۳۴ B

خط فکری در حل مسائل اصطکاک، که در آن جسم ساکنی تحت تأثیر نیرویی قرار می‌گیرد، در گام اول باید با به‌دست آوردن نیروی اصطکاک ایستایی در آستانه حرکت ($f_{s,max}$) مشخص کنید که جسم شروع به حرکت می‌کند یا نه؟ اگر $F < f_{s,max}$ باشد، جسم ساکن می‌ماند و اصطکاک بین جسم و سطح اصطکاک ایستایی است که همواره با نیرویی که می‌خواهد جسم را در امتداد اصطکاک حرکت دهد برابر است.

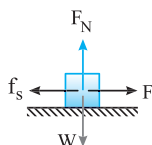
۱ ابتدا اصطکاک ایستایی جسم در آستانه حرکت را به‌دست می‌آوریم:

$$f_{s,max} = \mu_s F_N \Rightarrow f_{s,max} = 0.4 \times 5 \times 10 = 20 \text{ N}$$

۲ چون نیروی افقی $F = 15 \text{ N}$ از اصطکاک ایستایی بیشینه، کمتر است، جسم روی سطح افقی ساکن می‌ماند.

۳ براند نیروهای وارد بر جسم در این حالت صفر است و نیروی اصطکاک ایستایی با نیروی F برابر است.

$$F_{net} = 0 \Rightarrow f_s = F = 15 \text{ N}$$



۱ ۸۳۰ B

۱ هنگام سقوط در شرایط خلأ تنها نیروی وارد بر جسم، نیروی وزن است و شتاب حرکت جسم در این مدت برابر شتاب گرانش است.

$$F_{net} = ma \Rightarrow W = ma \Rightarrow mg = ma \Rightarrow a = 10 \text{ m/s}^2$$

۲ ارتفاع h خواهد شد:

$$h = \frac{1}{2} a t^2 \xrightarrow{t=2s} h = \frac{1}{2} \times 10 \times (2)^2 \Rightarrow h = 20 \text{ m}$$

۳ گلوله در هوا از ارتفاع $h' = h - 5 = 15 \text{ m}$ رها شده است. شتاب حرکت را به‌دست می‌آوریم.

$$h' = \frac{1}{2} a' t'^2 \Rightarrow 15 = \frac{1}{2} a' (2)^2 \Rightarrow a' = 7.5 \text{ m/s}^2$$

۴ بنا به قانون دوم نیوتون نیروی مقاومت هوا خواهد شد:

$$F_{net} = ma' \Rightarrow w - f_D = ma' \xrightarrow{m=0.3 \text{ kg}}$$

$$0.3 \times 10 - f_D = 0.3 \times 7.5 \Rightarrow$$

$$f_D = 0.3 \times 2.5 \Rightarrow f_D = 0.75 \text{ N}$$

نمای ۹

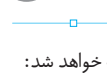


۲ ۸۳۰ B

۸ از A تا C جسم تحت تأثیر نیروی وزن دارای حرکت تندشونده

است. در لحظه برخورد به C، شتاب حرکت کم می‌شود زیرا بر جسم نیروی کشسانی فنر وارد می‌شود اما تا لحظه‌ای که نیروی کشسانی از نیروی وزن کمتر است، حرکت همچنان تندشونده است. بعد از آن که F_c بزرگ‌تر از W می‌شود، حرکت کندشونده شده تا لحظه‌ای که در B متوقف می‌شود، بنابراین در مسیر C تا B نوع حرکت از تندشونده به کندشونده تغییر می‌کند.

نمای ۱۱



۲ ۸۳۰ B

۱ در لحظه باز شدن چتر نیروی مقاومت هوا f_D بنا به رابطه مسئله خواهد شد:

$$f_D = 4v^2 \Rightarrow f_D = 4 \times 15^2 \Rightarrow f_D = 4 \times 225 \Rightarrow f_D = 900 \text{ N}$$

۲ شتاب در لحظه باز شدن چتر را به‌دست می‌آوریم:

$$F_{net} = ma \Rightarrow W - f_D = ma \xrightarrow{m=50 \text{ kg}}$$

$$500 - 900 = 50a \Rightarrow -400 = 50a$$

$$\Rightarrow a = -8 \text{ m/s}^2 \Rightarrow |a| = 8 \text{ m/s}^2$$

۳ تندی حدی وقتی اتفاق می‌افتد که نیروی مقاومت هوا برابر نیروی وزن می‌شود.

$$f_D = W \Rightarrow 4v^2 = mg \Rightarrow 4v^2 = 500 \Rightarrow v^2 = \frac{500}{4} \Rightarrow v = 5\sqrt{5} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

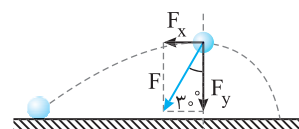
نمای ۹

۱ ۸۳۰ B

۱۰ نیروی خالص وارد بر جسم از دو مؤلفه F_x و F_y تشکیل شده که به جسم دو شتاب

یکی در راستای قائم (a_y) و دیگری در راستای افقی (a_x) می‌دهد. با توجه به شکل خواهیم داشت:

$$\cot 30^\circ = \frac{F_y}{F_x} \xrightarrow{F=ma} \cot 30^\circ = \frac{ma_y}{ma_x} \Rightarrow \frac{a_y}{a_x} = \sqrt{3}$$



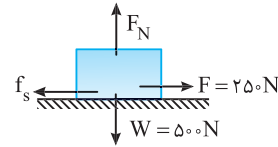
نمای ۸

۱ ۸۳۵ A

خط فکری

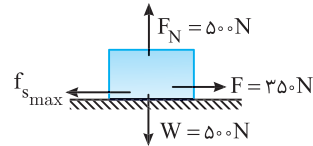
هر گاه در صورت مسئله با اعمال نیرو، جسم همچنان ساکن باشد شما باید بالای کلمه ساکن بنویسید ($F_{net} = 0$). از طرفی در آستانه حرکت همچنان نیروی خالص وارد بر جسم صفر است ($F_{net} = 0$) شما باید نیروهای وارد بر جسم را در هر دو حالت رسم کنید و برابری آنها را مساوی صفر قرار دهید.

در حالت اول، جسم ساکن است بنابراین اصطکاک ایستایی جسم با نیروی افقی وارد بر آن برابر می‌شود.
 $F_{net} = 0 \Rightarrow F - f_s = 0 \Rightarrow F = f_s \Rightarrow f_s = 250 \text{ N}$



حالت دوم در آستانه حرکت نیروی اصطکاک وارد بر جسم بیشینه است اما چون جسم همچنان ساکن است خواهیم داشت: $f_{s \max} = 350 \text{ N}$
 $F_{net} = 0 \Rightarrow F - f_{s \max} = 0 \Rightarrow f_{s \max} = 350 \text{ N}$
 اکنون ضریب اصطکاک ایستایی را حساب می‌کنیم:

$$f_{s \max} = \mu_s F_N \xrightarrow{F_N = W = 500 \text{ N}} 350 = \mu_s \times 500 \Rightarrow \mu_s = 0.7$$

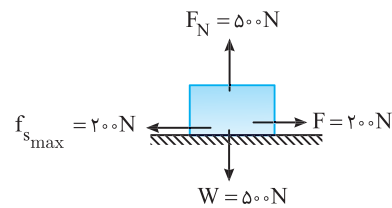


بازی با سوال جسمی به جرم 50 kg روی سطح افقی با ضریب اصطکاک $\mu_k = 0.2$ و $\mu_s = 0.4$ ساکن است، یکبار با نیروی افقی $F = 200 \text{ N}$ و بار دیگر با نیروی افقی $F = 400 \text{ N}$ جسم را هل می‌دهیم، شتاب حرکت جسم در هر حالت به ترتیب از راست به چپ چند m/s^2 است؟

۱) ۰.۲، ۲) صفر، ۳) صفر، ۴) ۰.۲، ۴)

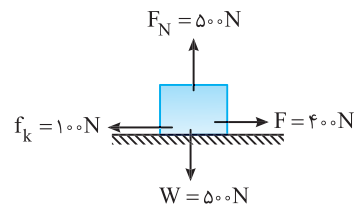
پاسخ ابتدا باید نیروی اصطکاک در آستانه حرکت را به دست بیاورید.

$$f_{s \max} = \mu_s F_N \xrightarrow{F_N = W = 500 \text{ N}} f_{s \max} = 0.4 \times 500 = 200 \text{ N}$$



ابتدا نیروی افقی $F = 200 \text{ N}$ بر جسم وارد شده است که این نیرو با اصطکاک آستانه حرکت برابر است بنابراین جسم ساکن می‌ماند و شتاب آن صفر است.

در حالت دوم بر جسم نیروی افقی $F = 400 \text{ N}$ وارد شده است و جسم شروع به حرکت می‌کند. در این حالت نیروی اصطکاک بین جسم و سطح، اصطکاک جنبشی است از این رو می‌توان نوشت: $f_k = \mu_k F_N \Rightarrow f_k = 0.2 \times 500 \Rightarrow f_k = 100 \text{ N}$



به کمک قانون دوم نیوتون شتاب حرکت را حساب می‌کنیم.

$$F_{net} = ma \Rightarrow F - f_k = ma \Rightarrow 400 - 100 = 50 \cdot a \Rightarrow a = 6 \text{ m/s}^2$$

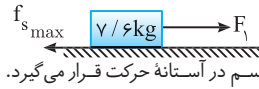
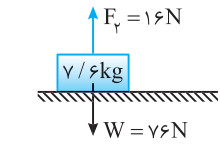
گزینه ۲

۴ ۸۳۶ B

با توجه به نیروی F_p ، نیروی عمودی سطح را به دست می‌آوریم.

$$mg - F_p = F_N \Rightarrow 76 - 16 = F_N \\ \Rightarrow F_N = 60 \text{ N}$$

وقتی نیروی F_1 برابر 12 N شده است با ضربه کوچکی جسم به حرکت درآمده است یعنی در حالتی که $F_1 = 12 \text{ N}$ می‌شود جسم در آستانه حرکت قرار می‌گیرد. بنابراین:



$$F_1 = f_{s \max} = \mu_s F_N \Rightarrow 12 = \mu_s \times 60 \Rightarrow \mu_s = \frac{1}{5}$$

۳ ۸۳۷ A

نکته اصطکاک بین دو جسم، به چگونگی سطوح تماس و نیروی عمودی بستگی دارد و به ابعاد ظاهری سطح تماس دو جسم بستگی ندارد.

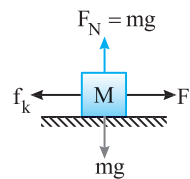
در دو حالت، جسم به حرکت درآمده است و اصطکاک بین جسم و سطح $f_k = \mu_k mg$ است، بنابراین اصطکاک در دو حالت یکسان بوده و گزینه (۳) درست است.

۳ ۸۳۸ B

نکته ضریب اصطکاک بین دو سطح به چگونگی و ویژگی‌های دو سطح بستگی دارد و اگر سطحها تغییر نکنند ضریب اصطکاک ثابت می‌ماند.

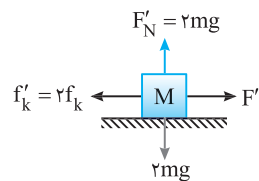
۴ جنس قطعه چوب و سطح تغییر نکرده

بنابراین ضریب اصطکاک تغییر نمی‌کند ($\mu'_k = \mu_k$) جسم M با سرعت ثابت در حرکت و نیروهای وارد بر آن متوازن هستند بنابراین نیروی F با نیروی اصطکاک جنبشی بین جسم و سطح برابر است. ($F = f_k$)



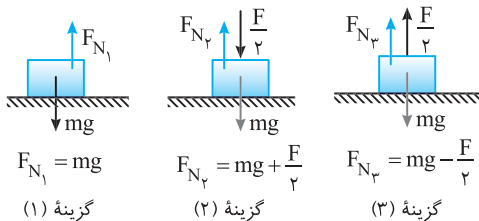
۵ وقتی جرم قطعه چوب دو برابر می‌شود، ($M' = 2M$) نیروی عمودی

تکیه‌گاه $F'_N = 2mg$ می‌شود بنابراین نیروی اصطکاک $f'_k = \mu_k F'_N$ نیز دو برابر می‌شود و اگر بخواهیم جسم با سرعت ثابت حرکت کند باید $F' = 2F$ شود.



۲ ۸۳۹ B

خط فکری جسمها در حال حرکت هستند، بنابراین نیروی اصطکاک وارد بر آنها برابر $f_k = \mu_k N$ می‌باشد و با توجه به صورت مسأله μ_k در تمام سطوح مقایسه یکسان است پس نیروی اصطکاک جسمی بیشتر است که نیروی عمودی سطح بیشتری بر آن وارد شود. بنابراین نیروی عمودی هر سطح را حساب می‌کنیم و با هم مقایسه می‌کنیم، نیروی عمودی سطحها خواهد شد:



گزینه (۱)

گزینه (۲)

گزینه (۳)

بنابراین F_{N_2} از همه بیشتر بوده و نیروی اصطکاک جنبشی در گزینه (۲) از سایر گزینهها بیشتر می‌باشد.

۱. جسم در امتداد قائم حرکتی ندارد، بنابراین نیروهای F_N و W متوازن هستند.

$$F_N = W \xrightarrow{W=mg} F_N = 160 \times 10 \Rightarrow F_N = 1600 \text{ N}$$

۲. اندازه نیروی اصطکاک جنبشی را در این حالت به دست می آوریم:

$$f_k = \mu_k F_N \Rightarrow f_k = 0.2 \times 1600 \Rightarrow f_k = 320 \text{ N}$$

۳. به کمک قانون دوم نیوتون، نیروی F را حساب می کنیم:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow F - f_k = ma \xrightarrow{a=0.25 \text{ m/s}^2}$$

$$F - 320 = 160 \times 0.25 \Rightarrow F - 320 = 40 \Rightarrow F = 360 \text{ N}$$

۴. قرار است که با برداشتن مقداری از محتویات صندوق شتاب حرکت دو برابر یعنی

$$2 \times 0.25 = 0.5 \text{ m/s}^2 \text{ شود. البته باید دقت کنید که با کاهش محتویات صندوق،}$$

نیروی اصطکاک نیز تغییر می کند، بنابراین خواهیم داشت:

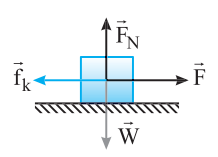
$$F'_{\text{net}} = m'a' \Rightarrow F - f'_k = m'a' \xrightarrow{f'_k = \mu_k m'g}$$

$$360 - 0.2m' \times 10 = m' \times 0.5 \Rightarrow 360 = 0.5m' \Rightarrow m' = 128 \text{ kg}$$

۵. جرم محتویات خارج شده از صندوق برابر است با:

$$\Delta m = 160 - 128 = 32 \text{ kg}$$

۳ ۸۴۴ B



۱. به کمک قانون دوم نیوتون در هر حالت شکل ساده‌ای از مسئله رسم می کنیم و نیروهای وارد بر جسم را روی شکل نمایش می دهیم.

۲. به کمک قانون دوم نیوتون شتاب حرکت جعبه را در دو حالت به دست می آوریم.

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow \begin{cases} F - f_k = ma \Rightarrow a = \frac{F - f_k}{m} \\ 2F - f_k = ma' \Rightarrow a' = \frac{2F - f_k}{m} \end{cases}$$

۳. برای مقایسه a و a' به صورت کسر a' مقدار f_k را اضافه و کم می کنیم.

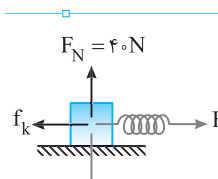
$$a' = \frac{2F - f_k - f_k + f_k}{m} = \frac{2F - 2f_k}{m} + \frac{f_k}{m} \Rightarrow a' = 2\left(\frac{F - f_k}{m}\right) + \frac{f_k}{m}$$

$$\Rightarrow a' = 2a + \frac{f_k}{m} \Rightarrow a' > 2a$$

برای سادگی یک مثال عددی می زنیم. فرض کنید $F = 5 \text{ N}$ ، $f_k = 2 \text{ N}$ و جرم m برابر 1 kg است. در این صورت:

$$a = \frac{5 - 2}{1} = 3 \text{ m/s}^2, \quad a' = \frac{2 \times 5 - 2}{1} = 8 \text{ m/s}^2 \Rightarrow 8 > 2 \times 3$$

۲ ۸۴۵ A



۱. شکل مسئله را با رسم نیروهای وارد بر جسم کامل می کنیم.

۲. نیروی عمودی تکیه گاه برابر نیروی وزن جسم است.

$$F_N = W \Rightarrow F_N = 40 \text{ N}$$

۳. اصطکاک جنبشی بین جسم و سطح خواهد شد:

$$f_k = \mu_k F_N \xrightarrow{\mu_k = 0.25} f_k = 0.25 \times 40 = 10 \text{ N}$$

۴. قانون دوم را می نویسیم و نیروی کشسانی فنر را به دست می آوریم.

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow F_e - f_k = ma \xrightarrow{a=1/5 \text{ m/s}^2} F_e - 10 = 4 \times 1/5 \Rightarrow F_e = 16 \text{ N}$$

۵. افزایش طول فنر را حساب می کنیم:

$$F_e = kx \xrightarrow{k=80 \text{ N/m}} 16 = 80 \times x \Rightarrow x = 0.2 \text{ m} = 20 \text{ cm}$$

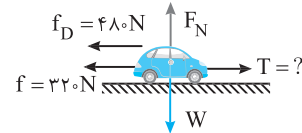
۳ ۸۴۰ A

خط فکری

در حل مسائل دینامیک، باید نیروهای وارد بر جسمی که در مسئله از آن سؤال شده را رسم کرده سپس به سراغ قانون دوم نیوتون برویم. به کمک قانون دوم نیوتون، نیروی کشش طناب را به دست می آوریم.

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow T - (f_D + f) = ma \xrightarrow{m=50 \text{ kg}, a=2 \text{ m/s}^2}$$

$$T - (480 + 320) = 150 \times 2 \Rightarrow T - 800 = 300 \Rightarrow T = 1100 \text{ N}$$



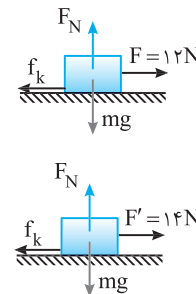
۳ ۸۴۱ B

خط فکری

ابتدا برای هر حالتی نیروهای وارد بر جسم را رسم می کنیم سپس برای هر حالت قانون دوم نیوتون را می نویسیم تا یک دستگاه دو معادله با دو مجهول m و f_k به دست بیاوریم. با حل این دستگاه و یافتن نیروی اصطکاک، ضریب اصطکاک قابل محاسبه است.

در هر دو حالت با توجه به قانون دوم نیوتون

می توان نوشت:



$$\begin{cases} F - f_k = ma_1 \Rightarrow 12 - f_k = 0.4m \\ F' - f_k = ma_2 \Rightarrow 14 - f_k = 0.8m \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (12 - f_k = 0.4m) \times 2 \\ 14 - f_k = 0.8m \end{cases}$$

$$\Rightarrow f_k = 10 \text{ N}, \quad m = 5 \text{ kg}$$

نیروی اصطکاک $f_k = \mu_k F_N$ می باشد:

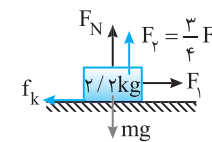
$$f_k = \mu_k F_N = \mu_k mg = 10 \Rightarrow \mu_k (50) = 10 \Rightarrow \mu_k = 0.2$$

۳ ۸۴۲ B

خط فکری

۱. نیروهای وارد بر جسم را رسم می کنیم.

۲. نیروی عمودی تکیه گاه وارد بر جسم خواهد شد:



$$F_N + F_y = W \Rightarrow F_N = mg - F_y$$

$$\Rightarrow F_N = 22 - F_y$$

۳. نیروی اصطکاک بین جسم و سطح را حساب می کنیم.

$$f_k = \mu_k F_N = \mu_k (22 - F_y) \quad (I)$$

۴. جسم دارای تندی ثابت است و نیروهای وارد بر آن متوازن است از این رو باید نیروی F_1 و f_k هم اندازه باشند بنابراین:

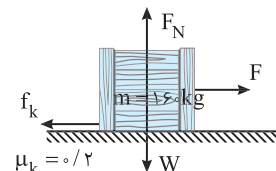
$$F_1 = f_k \xrightarrow{(I)} F_1 = \mu_k (22 - F_y) \xrightarrow{\mu_k = 0.5} F_1 = 0.5(22 - \frac{3}{4}F_1) \Rightarrow F_1 = 11 - \frac{3}{8}F_1 \Rightarrow \frac{11}{8}F_1 = 11 \Rightarrow F_1 = 8 \text{ N}$$

۵. با توجه به $F_y = \frac{3}{4}F_1$ اندازه F_y برابر $\frac{3}{4} \times 8 = 6 \text{ N}$ است.

$$F = \sqrt{F_1^2 + F_y^2} = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10 \text{ N}$$

۲ ۸۴۳ A

شکل مسئله را مدل سازی می کنیم و نیروهای وارد بر صندوق را رسم می کنیم.



A ۸۴۶ ۲

در حالت اول جسم ساکن است و نیروهای وارد بر آن متوازن هستند از این رو:
در حالت اول خواهیم داشت:

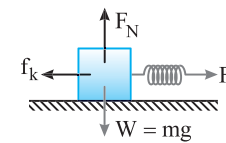
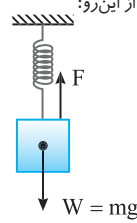
$$F = W \Rightarrow k\Delta l = mg \Rightarrow k\left(\frac{F}{100}\right) = mg \quad (1)$$

در حالت دوم جسم با سرعت ثابت در حرکت بوده و مجدداً نیروهای وارد بر آن متوازن بوده و خواهیم داشت:

$$F_{net} = 0 \Rightarrow F = f_k \Rightarrow k\Delta x = \mu_k W$$

$$\Rightarrow k\left(\frac{F}{100}\right) = 0.2Mg \quad (2)$$

از تقسیم رابطه (۱) بر رابطه (۲) نسبت جرم‌ها را حساب می‌کنیم:

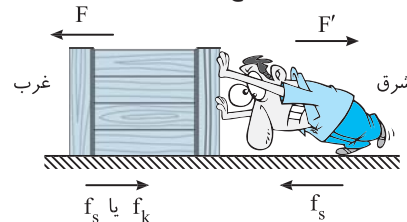
$$2 = \frac{m}{0.2M} \Rightarrow \frac{M}{m} = 2/5$$


B ۸۴۷ ۱

یادآوری هر گاه دو جسم که باهم در تماس هستند بخواهند نسبت به هم حرکت کنند بین آن‌ها یک نیروی تماسی به وجود می‌آید که می‌خواهد مانع لغزش این دو جسم نسبت به هم شود که به آن نیروی اصطکاک گویند بنابراین نیروی اصطکاک در خلاف جهت لغزش جسم است.



به شکل زیر به دقت نگاه کنید. شخصی جعبه را با نیروی F به سمت غرب هل می‌دهد و جعبه روی سطح افقی به سمت غرب می‌خواهد بلغزد بنابراین نیروی اصطکاک که زمین به جعبه وارد می‌کند به سمت شرق بوده تا مانع لغزش شود. اما بنا به قانون سوم نیوتون وقتی که شخص بر جعبه نیروی F را وارد می‌کند جعبه نیز نیروی F' هم اندازه F را بر شخص به سوی شرق وارد می‌کند که این نیرو می‌خواهد شخص را به سوی شرق براند. بنابراین اصطکاک ایستایی که سطح زمین بر پای شخص وارد می‌کند، به سمت غرب است تا مانع لغزش پا به سمت شرق شود.



B ۸۴۸ ۲

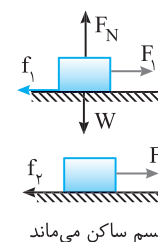
خط فکری ابتدا نیروی اصطکاک در آستانه حرکت ($f_{s,max}$) را به دست می‌آوریم. اگر نیروی F از این اصطکاک کمتر باشد جسم ساکن می‌ماند و نیروی اصطکاک برابر نیروی F است و اگر نیروی F از نیروی اصطکاک در آستانه حرکت بیشتر باشد نیروی اصطکاک برابر نیروی اصطکاک جنبشی ($f_k = \mu_k F_N$) می‌شود.

اصطکاک آستانه حرکت برابر است با:

$$f_{s,max} = \mu_s F_N \xrightarrow{F_N = mg} f_{s,max} = \mu_s mg \xrightarrow{\mu_s = 0.25, m = 4 \text{ kg}} f_{s,max} = 0.25 \times 40 = 10 \text{ N}$$

۲) اکنون نیروهای F_1 و F_2 با $f_{s,max}$ جسم ساکن می‌ماند

مقایسه می‌کنیم.



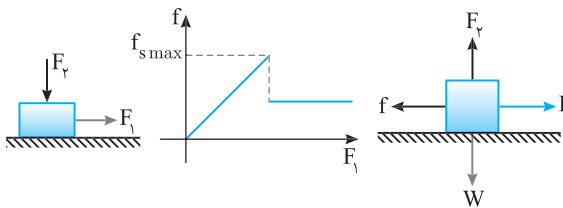
$$F_1, F_2 < f_{s,max} \begin{cases} F_1 = 4 \text{ N} \rightarrow f_1 = F_1 = 4 \text{ N} \\ F_2 = 8 \text{ N} \rightarrow f_2 = F_2 = 8 \text{ N} \end{cases}$$

جسم ساکن می‌ماند

۳) نیروی $F_3 = 12 \text{ N}$ از $f_{s,max} = 10$ بزرگ‌تر است بنابراین اصطکاک بین جسم و سطح، اصطکاک جنبشی است. $f_3 = f_k = F_N \mu_k = mg \mu_k = 40 \times 0.2 = 8 \text{ N}$
در نتیجه: $f_1 < f_2 = f_3$

A ۸۴۹ ۴

جسم ساکن است، نیروی F_1 بر جسم وارد می‌شود و تا لحظه‌ای که جسم ساکن است نیروها متوازن هستند و نیروی اصطکاک ایستایی با نیروی F_1 برابر است ($F_1 = f_s$) با افزایش F_1 ، نیروی اصطکاک F_s افزایش می‌یابد تا به مقدار پیشینه آستانه حرکت $f_{s,max}$ برسد. از لحظه‌ای که نیروی F_1 از نیروی اصطکاک $f_{s,max}$ بیشتر شده، جسم به حرکت درمی‌آید اصطکاک ناگهان کاهش می‌یابد و برابر اصطکاک جنبشی $f_k = \mu_k F_N$ می‌شود. (معمولاً اصطکاک جنبشی از اصطکاک آستانه حرکت کم‌تر است.) بنابراین ابتدا اصطکاک افزایش و سپس کاهش می‌یابد.



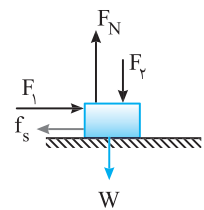
B ۸۵۰ ۲

نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم. دقت کنید که جسم ساکن است. با افزایش F_2 نیروی عمودی سطح افزایش می‌یابد

$$F_{net,y} = 0 \Rightarrow \uparrow F_N = F_2 \uparrow + W$$

و (الف) درست است.

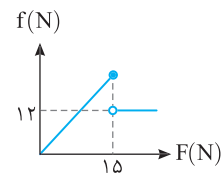
جسم ساکن است و با افزایش نیروی F_2 تغییری در نیروی جلوبر F_1 ایجاد نمی‌شود و جسم هم‌چنان ساکن می‌ماند و نیروی خالص وارد بر جسم صفر



می‌ماند و گزاره (ت) نادرست است. نیروهای وارد بر جسم ساکن متوازن هستند و نیروی اصطکاک بین جسم و سطح با نیروی F_1 برابر است. $f_s = F_1 = 10 \text{ N}$ و هرچه F_2 را افزایش دهیم f_s همچنان 10 N باقی می‌ماند و عبارت (ب) نادرست است. با افزایش نیروی عمودی سطح، نیروی اصطکاک آستانه حرکت یعنی نیروی اصطکاک ایستایی پیشینه $f_{s,max} = \mu_s F_N \uparrow$ افزایش می‌یابد. بنابراین، گزاره (پ) درست است.

B ۸۵۱ ۱

خط فکری به شکل با دقت نگاه کنید، نیروی اصطکاک جنبشی مقدار ثابت $f_k = 12 \text{ N}$ است. وقتی نیروی افقی $F = 15 \text{ N}$ است، اصطکاک پیشینه مقدار را دارد یعنی جسم در این لحظه در آستانه حرکت بوده و اصطکاک آستانه حرکت $f_{s,max} = 15 \text{ N}$ است. اکنون می‌توانید مسئله را حل کنید.



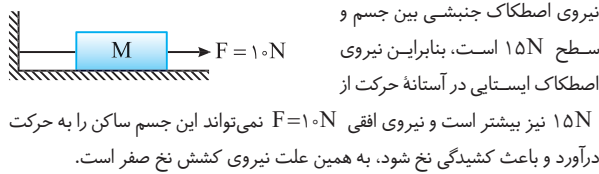
۱) ضریب اصطکاک جنبشی را به دست می‌آوریم. $f_k = \mu_k F_N \Rightarrow \mu_k = \frac{12}{F_N}$

۲) ضریب اصطکاک ایستایی خواهد شد: $f_{s,max} = \mu_s F_N \Rightarrow \mu_s = \frac{15}{F_N}$

۳) نسبت ضریب اصطکاک‌ها خواهد شد: $\frac{\mu_k}{\mu_s} = \frac{F_N}{F_N} = \frac{4}{5}$

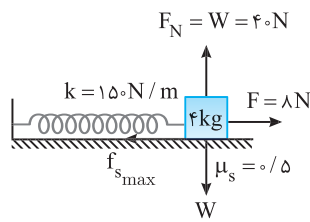
۱ ۸۵۵ B

خط فکری دقت کنید که در ابتدا نخ کشیدگی ندارد و نیروی کشش نخ صفر است و اگر نیروی F نتواند سبب حرکت جسم شود، نیروی کشش نخ همچنان صفر است.



۲ ۸۵۶ B

۱ نیروی اصطکاک آستانه حرکت را به دست می‌آوریم.
 $f_{s\max} = \mu_s F_N \xrightarrow{F_N = mg = 40\text{ N}} f_{s\max} = 0.5 \times 40 \Rightarrow f_{s\max} = 20\text{ N}$



۲ جسم در آستانه حرکت به سمت راست است یعنی نیروی اصطکاک به سمت چپ است. $f_{s\max} = 20\text{ N}$

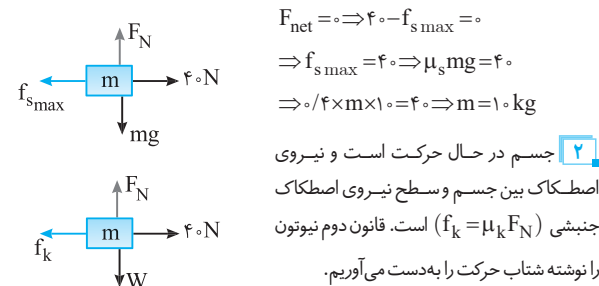
۳ جسم ساکن است و نیروهای وارد بر آن متوازن هستند و برای آن که جسم در آستانه حرکت به سمت راست باشد باید نیروی کشسانی فنر برابر $F_e = 20 - 8 = 12\text{ N}$ به سوی راست باشد، بنابراین باید فنر فشرده شده باشد تا نیروی کشسانی آن رو به راست باشد.

۴ اندازه تغییر طول فنر برابر است با:

$$F_e = kx \Rightarrow 12 = 150 \cdot x \Rightarrow x = \frac{12}{150} = \frac{4}{50} = 0.08 \Rightarrow x = 8\text{ cm}$$

۳ ۸۵۷ C

۱ جسم در آستانه حرکت است بنابراین نیروهای وارد بر جسم متوازن هستند و می‌توان از این مطلب استفاده کرد و جرم جسم را به دست آورد.



$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow 40 - f_k = 10 \cdot a \Rightarrow 40 - \mu_k mg = 10 \cdot a$$

$$\Rightarrow 40 - (0.2 \times 10 \times 10) = 10 \cdot a \Rightarrow a = 2\text{ m/s}^2$$

۱ ۸۵۸ B

خط فکری با یک مسئله زیبا مربوط به قانون دوم و قانون سوم سروکار دارید. نیرویی که شخص را به جلو می‌راند نیروی اصطکاک ایستایی بین پای شخص و سطح پیست است، در واقع شخص سطح را به عقب می‌راند و بنا به قانون سوم نیوتون، واکنش آن نیرو توسط سطح به شخص وارد می‌شود و شخص را به جلو می‌راند. بیشینه شتاب وقتی است که نیروی اصطکاک بیشینه ($f_{s\max}$) باشد.

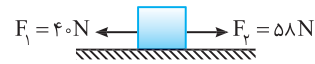
برای یافتن شتاب حرکت کافی است از قانون دوم نیوتون استفاده کنیم و به جای نیروی خالص وارد بر شخص نیروی $f_{s\max}$ را قرار دهیم.

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow \mu_s mg = ma \Rightarrow a = \mu_s g = 0.95 \times 10 = 9.5\text{ m/s}^2$$

۳ ۸۵۲ B

خط فکری گام اول، یافتن اصطکاک آستانه حرکت جسم $f_{s\max}$ است. گام بعدی، یافتن برآیند دو نیروی F_1 و F_2 و مقایسه آن با $f_{s\max}$ است تا بتوانیم تشخیص بدهیم که جسم ساکن می‌ماند یا به حرکت درمی‌آید. آنگاه اصطکاک قابل محاسبه می‌شود.

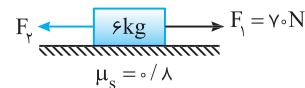
۱ نیروی اصطکاک آستانه حرکت را حساب می‌کنیم.
 $f_{s\max} = \mu_s F_N = \mu_s mg \Rightarrow f_{s\max} = 0.4 \times 50 = 20\text{ N}$
۲ برآیند دو نیروی $F_1 = 40\text{ N}$ و $F_2 = 58\text{ N}$ برابر $58 - 40 = 18\text{ N}$ است.



۳ برآیند F_1 و F_2 از $f_{s\max}$ کمتر است بنابراین جسم ساکن می‌ماند.
۴ وقتی جسم ساکن می‌ماند نیروی اصطکاک ایستایی با نیرویی که می‌خواهد جسم را به حرکت درآورد برابر است:
 $f_s = 18\text{ N}$

۴ ۸۵۳ B

خط فکری می‌خواهیم جسم در آستانه حرکت قرار گیرد. بنابراین دو حالت ممکن است اتفاق بیفتد. اگر $F_1 > F_2$ باشد و برآیند آن‌ها برابر $f_{s\max} = F_1 - F_2$ شود جسم در آستانه حرکت به سمت راست قرار می‌گیرد و اگر $F_1 < F_2$ و برآیند آن‌ها $(F_2 - F_1) = f_{s\max}$ باشد، جسم در آستانه حرکت به سمت چپ قرار می‌گیرد بنابراین باید دو حالت را بررسی کنیم.
 اگر $F_1 > F_2$ باشد جسم در آستانه حرکت به سمت راست قرار خواهد داشت:



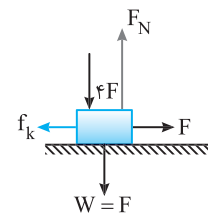
نیروی اصطکاک آستانه حرکت خواهد شد:
 $f_{s\max} = \mu_s N = 0.8 \times 60 = 48\text{ N}$

بنابراین:
 $F_1 - F_2 - f_{s\max} = 0 \Rightarrow 70 - F_2 - 48 = 0 \Rightarrow F_2 = 22\text{ N}$
 اگر $F_1 < F_2$ باشد جسم در آستانه حرکت به سمت چپ قرار خواهد داشت بنابراین:

$$F_2 - F_1 - f_{s\max} = 0 \Rightarrow F_2 - 70 - 48 = 0 \Rightarrow F_2 = 118\text{ N}$$

۴ ۸۵۴ B

۱ نیروهای وارد بر جسم را کامل رسم می‌کنیم.



۲ نیروی عمودی سطح را حساب می‌کنیم.
 $F_N = 4F + W \xrightarrow{W=F} F_N = 5F$

۳ نیروی اصطکاک بیشینه ($f_{s\max}$) را به دست می‌آوریم.

$$f_{s\max} = \mu_s F_N \xrightarrow{\mu_s = 0.18} f_{s\max} = 0.18 \times 5F \Rightarrow f_{s\max} = 0.9F$$

۴ نیروی افقی جلوبر F و اصطکاک آستانه حرکت $f_{s\max} = 0.9F$ بوده یعنی $F > f_{s\max}$ است و جسم شروع به حرکت می‌کند. در این حالت جسم دارای اصطکاک جنبشی است که معمولاً از اصطکاک آستانه حرکت $f_{s\max} = 0.9F$ کوچک‌تر است و تنها گزینه‌ای که چنین است گزینه (۴) درست است.

A ۱ ۸۶۲

۱ سرعت خودرو را بر حسب m/s به دست می‌آوریم:

$$v = 54 \text{ km/h} = 54 \times \frac{1000 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = 15 \text{ m/s}$$

۲ نیرویی که باعث توقف جسم می‌شود نیروی اصطکاک است و مقدار آن را حساب

$$f_k = \mu_k mg = 0.2 \times m \times 10 = 2m \quad \text{می‌کنیم.}$$

۳ شتاب حرکت جسم را به کمک قانون دوم نیوتون به دست می‌آوریم:

$$-f_k = ma \Rightarrow -2m = ma \Rightarrow a = -2 \text{ m/s}^2$$

۴ اکنون به کمک معادله مستقل از زمان جابه‌جایی تا لحظه توقف را حساب

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - 15^2 = 2 \times (-2) \Delta x \Rightarrow \Delta x \approx 56 \text{ m} \quad \text{می‌کنیم:}$$

میانبر اندازه شتاب توقف جسم روی سطح افقی در اثر نیروی اصطکاک برابر

$$a = \mu_k g \quad \text{است:}$$

A ۳ ۸۶۳

یادآوری در مدت‌زمان تأخیر واکنش راننده یعنی در بازه زمانی دیدن مانع و ترمز

گرفتن، اتومبیل دارای سرعت ثابت است.

۱ سرعت اتومبیل را بر حسب m/s به دست می‌آوریم. $72 \frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{72}{3.6} = 20 \text{ m/s}$.۲ جابه‌جایی اتومبیل در 0.5 s زمان واکنش را حساب می‌کنیم.

$$\Delta x = vt \Rightarrow \Delta x_1 = 20 \times 0.5 = 10 \text{ m}$$

در این 10 m نیروی خالص وارد بر جسم صفر است.۳ اتومبیل مماس بر مانع متوقف شده یعنی فاصله 20 m اتومبیل تا مانع کاملاً طیشده است. البته 10 m اول آن در زمان واکنش و 10 m باقی‌مانده با حرکت کندشونده

انجام شده. به کمک رابطه مستقل از زمان شتاب حرکت را به دست می‌آوریم.

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - 400 = 2 \times a \times (10) \Rightarrow a = -20 \text{ m/s}^2$$

۴ اندازه نیروی خالص وارد بر اتومبیل خواهد شد:

$$|F_{\text{net}}| = m|a| \quad m = 1500 \text{ kg} \Rightarrow F_{\text{net}} = 1500 \times 20 \Rightarrow F_{\text{net}} = 30000 \text{ N}$$

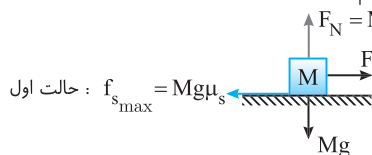
B ۲ ۸۶۴

خط‌فکری اول باید بدانیم منظور از حداقل نیروی لازم برای به حرکت درآوردن

جسم چیست؟ منظور این است که جسم با نیروی F در آستانه حرکت قرار گیرد و با

یک ضربه کوچک به راه بیفتد. بنابراین اصطکاک آستانه حرکت را در دو حالت به دست

بیاورید و برهم تقسیم کنید.

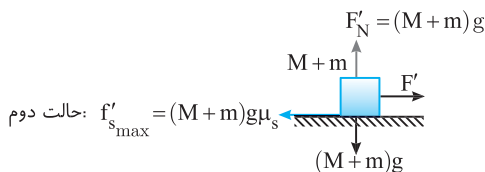
نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه برابر $f_{s_{\text{max}}} = \mu_s N$ می‌باشد و دقت کنید که μ_s

به جرم جسم بستگی ندارد.

$$F = f_{s_{\text{max}}} \Rightarrow F = \mu_s Mg, \quad F' = f'_{s_{\text{max}}} \Rightarrow F' = \mu_s (M+m)g$$

بنابراین:

$$\frac{F'}{F} = \frac{\mu_s (M+m)g}{\mu_s Mg} = \frac{M+m}{M}$$

بدون حل نیز مشخص است که وقتی جرم از M به $M+m$ افزایش یابد F' به همان

نسبت باید زیاد شود.

A ۲ ۸۵۹

۱ شکل ساده‌ای از نیروهای وارد بر جسم

را رسم می‌کنیم.

۲ جسم با سرعت ثابت در حال حرکت

است بنابراین:

$$F_{\text{net}} = 0 \Rightarrow F = f_k \Rightarrow 10 = \mu_k F_N \Rightarrow 10 = 0.4 F_N \Rightarrow F_N = 25 \text{ N}$$

۳ جسم در امتداد قائم حرکتی ندارد و نیروهای رو به بالا با نیروهای رو به پایین برابر

هستند. بر جسم نیروی F_N و نیروی شناوری F_b رو به بالا و نیروی وزن رو به پایینوارد می‌شود بنابراین خواهیم داشت: $F_N + F_b = W \Rightarrow F_b = 40 - 25 \Rightarrow F_b = 15 \text{ N}$

یازده سوال مطابق شکل جسمی به جرم

 4 kg در کف ظرف مایعی با نیروی $F = 10 \text{ N}$

شروع به حرکت می‌کند، نیروی شناوری وارد بر

جسم چند نیوتون می‌تواند باشد؟ ($\mu_k = 0.2, \mu_s = 0.4, g = 10 \text{ N/kg}$)

۱) ۸ ۲) ۱۰ ۳) ۱۲ ۴) ۱۶

۱۰ پاسخ برای آنکه جسم شروع به حرکت کند، $F > f_{s_{\text{max}}}$ باشد.

$$F > f_{s_{\text{max}}} \Rightarrow 10 > \mu_s F_N \Rightarrow 10 > 0.4 F_N \Rightarrow F_N < 25 \text{ N}$$

نیروهای در راستای قائم جسم را می‌نویسیم:

$$F_N + F_b = W \Rightarrow F_N = W - F_b$$

$$F_N < 25 \Rightarrow W - F_b < 25$$

$$\Rightarrow 40 - F_b < 25 \Rightarrow F_b > 15 \text{ N}$$

گزینه ۴

B ۳ ۸۶۰

۱ تمام نیروهای وارد بر جسم را رسم

می‌کنیم:

۲ جسم با سرعت ثابت در حال حرکت

است پس نیروهای وارد بر جسم متوازن

می‌باشند و می‌توانیم بنویسیم: $F_1 = f_k \Rightarrow F_1 = \mu_k F_N$ (۱) در راستای افقی

$$\text{در راستای قائم: } F_N + mg = F_p \Rightarrow F_N = F_p - mg \quad (2)$$

۳ اکنون رابطه (۲) را در رابطه (۱) جایگزین می‌کنیم:

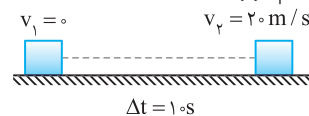
$$(1) \text{ و } (2) \Rightarrow F_1 = \mu_k (F_p - mg) \Rightarrow 10 = 0.2 (F_p - 20) \Rightarrow F_p = 70 \text{ N}$$

نمونه واقعی این حرکت کشیدن ماله توسط گچ کار روی سقف است.

B ۴ ۸۶۱

خط‌فکری حضور زمان در مسئله یعنی رفتن به سراغ روابط حرکت‌شناسی، ابتدا

به کمک معادله سرعت - زمان، شتاب را بیابید، سپس نیروهای وارد بر جسم را رسم

کنید و به کمک قانون دوم نیوتون F را به دست بیاورید.۱ در مدت 1 s سرعت اتومبیل از صفر به 20 m/s رسیده است، بنابراین

$$v_2 = at + v_1 \Rightarrow 20 = 1 \cdot a \Rightarrow a = 20 \text{ m/s}^2 \quad \text{شتاب حرکت خواهد شد:}$$

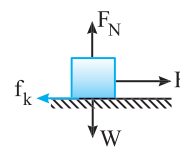
۲ حال با توجه به قانون دوم نیوتون:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow F - f_k = ma$$

$$f_k = \mu_k mg \Rightarrow F - \mu_k mg = ma$$

$$m = 1500 \text{ kg}, \mu_k = 0.2 \Rightarrow$$

$$F - 0.2 \times 15000 = 1500 \times 20 \Rightarrow F = 33000 \text{ N}$$



۲ در معادله $F(t) = t^2 + t - 4 = 8$ می‌توان به جای F قرار داد.

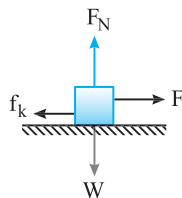
$$F(t) = 8 \Rightarrow t^2 + t - 4 = 8 \Rightarrow t^2 + t - 12 = 0 \Rightarrow (t+4)(t-3) = 0$$

$\Rightarrow t = 3, t = -4$ غ ق

۲ ۸۶۸

با مقایسه معادله سرعت زمان داده شده در مسئله با معادله سرعت زمان حرکت با شتاب ثابت، شتاب حرکت را مشخص می‌کنیم.

$$v = ft + 3, v = at + v_0 \Rightarrow a = 4 \text{ m/s}^2$$



نیروهای وارد بر جسم را رسم کرده، به کمک قانون دوم نیوتون اصطکاک را به دست می‌آوریم.

$$F_{net} = ma \Rightarrow F - f_k = ma \Rightarrow 18 - f_k = 4 \times 4$$

$$\Rightarrow f_k = 2 \text{ N}$$

۱ ۸۶۹

نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم. نیروی اصطکاک خواهد شد:

$$f_k = \mu_k F_N = \mu_k mg \Rightarrow f_k = 0.2 \times 2 \times 10 \Rightarrow f_k = 4 \text{ N}$$

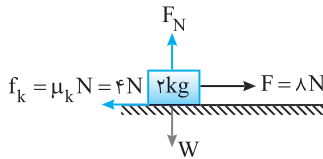
شتاب حرکت جسم را با توجه به نیروهای وارد بر جسم به دست می‌آوریم:

$$F_{net} = ma \Rightarrow -f_k = ma \Rightarrow 8 - 4 = 2a \Rightarrow a = 2 \text{ m/s}^2$$

شتاب حرکت ثابت و برابر 2 m/s^2 است. معادله حرکت مسئله $(x = bt^2 + ct)$ را با

$$b = \frac{1}{2}a \Rightarrow b = \frac{1}{2} \times 2 = 1$$

معادله مکان زمان حرکت با شتاب ثابت مقایسه می‌کنیم:



۲ ۸۷۰

۱ در پرتاب جسم روی سطح افقی، نیروی خالص وارد بر جسم نیروی اصطکاک است. بنابراین شتاب حرکت خواهد شد:

$$-f_k = ma \Rightarrow -\mu_k mg = ma \Rightarrow a = -\mu_k g$$

۲ حال با توجه به ثابت بودن شتاب از رابطه مستقل از شتاب $\Delta x = \frac{v+v_0}{2} \Delta t$

سرعت اولیه را به دست می‌آوریم دقت کنید که در لحظه $t = 2 \text{ s}$ در مکان $x = 4 \text{ m}$

$$4 = \frac{0+v}{2} \times 2 \Rightarrow v_0 = 4 \text{ m/s}$$

سرعت صفر است.

$$a = \frac{v-v_0}{t} \Rightarrow a = \frac{0-4}{2} = -2 \text{ m/s}^2$$

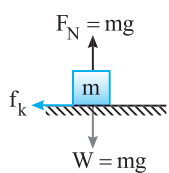
۳ شتاب حرکت خواهد شد:

۴ ضرب اصطکاک را به دست می‌آوریم:

$$a = -\mu_k g \Rightarrow -2 = -\mu_k (10) \Rightarrow \mu_k = 0.2$$

۱ ۸۷۱

هرگاه جسمی را روی سطحی با سرعت اولیه پرتاب کنیم (سُر دهیم) نیروی جلوبر آن



صفر بوده و روی سطح افقی نیروی خالص وارد بر جسم نیروی اصطکاک جنبشی است. بنابراین شتاب حرکت خواهد شد:

$$F_{net} = ma \Rightarrow -f_k = ma$$

$$\xrightarrow{f_k = \mu_k mg} -\mu_k mg = ma \Rightarrow a = -\mu_k g$$

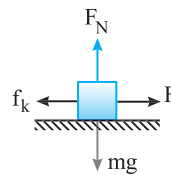
این شتاب به جرم جسم و تندی اولیه جسم بستگی ندارد. بنابراین شتاب حرکت دو جسم یکی است.

$$a_A = a_B$$

۴ ۸۶۵

خط فکری

با دیدن گزینه‌ها نگران نشوید کافی است شکل مسئله را رسم کنید نیروهای وارد بر جسم را روی آن نمایش دهید. به کمک قانون دوم نیوتون شتاب را پارامتری به دست بیاورید و با روابط حرکت‌شناسی سرعت جسم را بعد از طی مسافت d حساب کنید و تمام.



۱ ابتدا شتاب حرکت را به کمک قانون دوم نیوتون به دست می‌آوریم:

$$F_{net} = ma \Rightarrow F - f_k = ma \Rightarrow F - \mu_k mg = ma \Rightarrow a = \frac{F - \mu_k mg}{m}$$

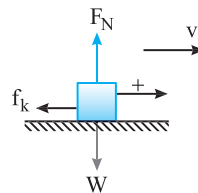
۲ اکنون به کمک رابطه مستقل از زمان، v را به دست می‌آوریم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow v^2 - 0 = 2 \frac{F - \mu_k mg}{m} d \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2(F - \mu_k mg)d}{m}}$$

۱ ۸۶۶

نکته

هرگاه در مسئله بیان شود که جسم را با سرعت اولیه پرتاب کرده (یا به حرکت درآورده‌ایم) یعنی نیروی جلوبر صفر است و جسم چون دارای سرعت اولیه است بنا به قانون اول نیوتون به حرکت خود ادامه می‌دهد تا در اثر اصطکاک بایستد.



شکل مسئله را رسم می‌کنیم. تمام نیروهای وارد بر جسم را روی جسم نمایش می‌دهیم. نیرویی که مانع حرکت جسم می‌شود اصطکاک است. شتاب حرکت را حساب می‌کنیم.

بنابراین شتاب حرکت به جرم جسم بستگی ندارد. از طرفی:

$$F_{net} = ma \Rightarrow -f_k = ma \Rightarrow -\mu_k mg = ma \Rightarrow a = -\mu_k g$$

با توجه به رابطه مستقل از زمان، جابه‌جایی تا توقف خواهد شد:

$$v^2 - v_0^2 = 2(-a)\Delta x \Rightarrow \Delta x = \frac{v_0^2}{2a}$$

بنابراین مسافت طی شده در دو حالت یکی است و جرم در آن بی‌تأثیر است.

میانبر

هر گاه تنها نیروی وارد بر جسم نیروی اصطکاک جنبشی باشد، شتاب حرکت جسم برابر $a = \mu_k g$ خواهد بود.

بازی با سؤال

جسمی به جرم 5 kg با سرعت اولیه v_0 روی سطح افقی پرتاب می‌شود و پس از طی مسافت 20 m می‌ایستد. اگر جسمی به جرم 15 kg را با همان سرعت اولیه روی همان سطح با همان μ_k پرتاب کنیم، پس از طی چند متر می‌ایستد؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$)

- ۱) ۲۰ (۲) ۱۰ (۳) ۴۰ (۴) ۵

پاسخ

شتاب حرکت در دو حالت برابر $a = -\mu_k g$ است و بنا به رابطه مستقل از زمان جابه‌جایی در دو حالت یکسان و برابر است با:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - v_0^2 = 2(-\mu_k g)\Delta x \Rightarrow \Delta x = \frac{v_0^2}{2\mu_k g}$$

گزینه

یعنی جابه‌جایی همان 20 m خواهد بود.

۲ ۸۶۷

خط فکری

تا زمانی که نیروی F بزرگ‌تر یا مساوی اصطکاک آستانه حرکت نشود جسم شروع به حرکت نمی‌کند. البته اگر $F = f_{smax}$ باشد با یک ضربه کوچک جسم به راه می‌افتد. بنابراین لحظه شروع حرکت یعنی شما باید نیروی اصطکاک آستانه حرکت را به دست آورده و آن را به جای F قرار داده لحظه حرکت را حساب کنید.

۱ جسم هنگامی شروع به حرکت می‌کند که حداقل مقدار F برابر نیروی اصطکاک در آستانه حرکت (f_{smax}) باشد:

$$F = f_{smax} = \mu_s F_N = \mu_s mg = 0.4 \times 20 = 8 \text{ N}$$

B ۸۷۲ ۴

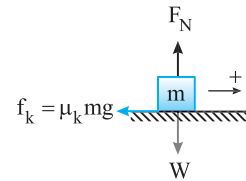
دو جسم روی سطح افقی مماس بر سطح پرتاب شده‌اند. بنابراین نیروی جلوبر صفر است و نیروی خالص وارد بر دو وزنه، نیروی اصطکاک بین وزنه و سطح افقی است. به کمک قانون دوم نیوتون، شتاب حرکت وزنه‌ها در اثر اصطکاک را حساب می‌کنیم.

$$F_{net} = ma \Rightarrow f_k = ma \Rightarrow \begin{cases} -\mu_{kA} m_A g = m_A a_A \Rightarrow a_A = -\mu_{kA} g \\ -\mu_{kB} m_B g = m_B a_B \Rightarrow a_B = -\mu_{kB} g \end{cases}$$

$$\frac{\mu_{kA} = 2\mu_{kB}}{a_B} \rightarrow \frac{a_A}{a_B} = 2$$

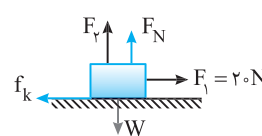
سرعت اولیه هر دو یکسان است. به کمک معادله مستقل از زمان مسأله را حل می‌کنیم.

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \xrightarrow{v=0} \Delta x = \frac{v_0^2}{-2a} \Rightarrow \frac{\Delta x_A}{\Delta x_B} = \frac{a_B}{a_A} = \frac{1}{2}$$



B ۸۷۳ ۲

نیروهای وارد بر جسم را روی شکل نمایش می‌دهیم.



نیروی عمودی سطح در حالت اول برابر است با:

$$F_N + F_v = W \Rightarrow F_N = W - F_v$$

$$\xrightarrow{W=40N} F_N = 40 - F_v$$

نیروی اصطکاک در حالت اول را به دست می‌آوریم.

$$f_k = \mu_k F_N \xrightarrow{\mu_k=0.2} f_k = 0.2(40 - F_v)$$

نیروی عمودی سطح در حالت دوم برابر است با:

$$F'_N + 2F_v = W \Rightarrow F'_N = W - 2F_v \Rightarrow F'_N = 40 - 2F_v$$

نیروی اصطکاک در حالت دوم را حساب می‌کنیم.

$$f'_k = \mu_k (40 - 2F_v) \Rightarrow f'_k = 0.2(40 - 2F_v)$$

در دو حالت طبق قانون دوم نیوتون داریم:

$$F_1 - f_k = ma \Rightarrow 20 - \mu_k(40 - F_v) = ma \Rightarrow 20 - 0.2(40 - F_v) = ma \quad (1)$$

$$F_1 - f'_k = ma' \Rightarrow 20 - \mu_k(40 - 2F_v) = m(\frac{1}{2}a)$$

$$\Rightarrow 20 - 0.2(40 - 2F_v) = m(\frac{1}{2}a) \quad (2)$$

دو رابطه بالا را برهم تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{20 - 8 + 0.2F_v}{20 - 8 + 0.4F_v} = \frac{4}{5} \Rightarrow \frac{12 + 0.2F_v}{12 + 0.4F_v} = \frac{4}{5} \Rightarrow 60 + F_v = 48 + 0.8F_v$$

$$\Rightarrow 12 = 0.8F_v \Rightarrow F_v = 15N$$

B ۸۷۴ ۲

در حالت اول سرعت ثابت است و

نیروهای وارد بر جسم متوازن است بنابراین:

$$F_{net} = 0 \Rightarrow F_1 = f_k \xrightarrow{f_k = \mu_k F_N} \Rightarrow 0.8F = \mu_k F_N \quad (I)$$

نیروی عمودی سطح در حالت اول را حساب می‌کنیم:

$$F_N + F_v = W \Rightarrow F_N = W - F_v \Rightarrow F_N = 55 - 0.6F$$

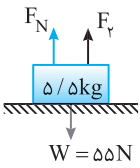
۳ در رابطه (I)، F_N را قرار می‌دهیم و F را به دست

می‌آوریم.

$$0.8F = \mu_k F_N = 0.6 \times (55 - 0.6F) = 27/5 - 0.36F$$

$$\Rightarrow 1.16F = 27/5 \Rightarrow F = 2.5N$$

۴ نیروی F_1 و F_2 برابر است با:



$$F_2 = 0.6F = 1.5N \quad \text{و} \quad F_1 = 0.8F = 2.0N$$

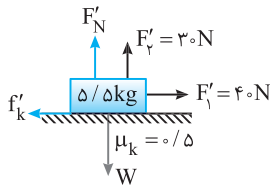
۵ نیروی اصطکاک در حالت اول خواهد شد:

$$f_k = \mu_k F_N \Rightarrow f_k = 0.5(55 - 1.5) \Rightarrow f_k = 2.0N$$

۶ نیروهای F_1 و F_2 دو برابر

شده‌اند یعنی $F_1 = 2F_2 = 4.0$ و

$F'_2 = 2F_2 = 3.0N$ است.



۷ نیروی عمودی سطح در حالت

دوم خواهد شد:

$$F'_N = W - F'_2 \Rightarrow F'_N = 55 - 3.0 = 2.5N$$

۸ نیروی اصطکاک در حالت دوم را حساب می‌کنیم.

$$f'_k = \mu_k F'_N = 0.5 \times 2.5 = 1.2/5N$$

۹ نسبت نیروی اصطکاک در دو حالت برابر است با:

$$\frac{f'_k}{f_k} = \frac{1.2/5}{2.0} = \frac{1.25}{2.0} \Rightarrow \frac{f'_k}{f_k} = \frac{5}{8}$$

B ۸۷۵ ۴

ابتدا نیروی اصطکاک بیشینه ($f_{s,max}$) را حساب می‌کنیم. اگر نیروی افقی وارد بر

جسم ($F = 4.0N$) بزرگ‌تر از $f_{s,max}$ باشد جسم به حرکت درمی‌آید:

$$f_{s,max} = \mu_s F_N \Rightarrow f_{s,max} = 0.6 \times 2.0 = 1.2N < F$$

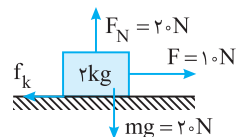
بنابراین جسم به حرکت درمی‌آید و پس از

۵s سرعتش به v می‌رسد. حال $3.0N$ از F

کم شده و مقدار آن به $1.0N$ می‌رسد. جسم

درحال حرکت بوده پس همچنان به جسم

نیروی اصطکاک جنبشی وارد می‌شود.



$$f_k = \mu_k F_N \Rightarrow f_k = 0.5 \times 2.0 = 1.0N$$

$$F_{net} = ma \Rightarrow F - f_k = ma \Rightarrow 1.0 - 1.0 = 2 \times a \Rightarrow a = 0$$

بنابراین جسم با سرعت ثابت به حرکت خود ادامه می‌دهد.

C ۸۷۶ ۴

فکرت \leftarrow تا لحظه‌ای که نیروی $F \geq f_k$ است بر سرعت جسم افزوده می‌شود.

بنابراین باید نیروی اصطکاک جنبشی را حساب کنید. اگر نیروی $F = 4.0N$ را کاهش

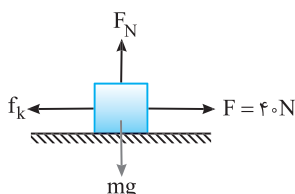
دهیم تا لحظه‌ای که با نیروی اصطکاک برابر شود از تندی جسم کاسته نخواهد شد.

نیروی اصطکاک جنبشی را به دست می‌آوریم:

$$f_k = \mu_k mg \xrightarrow{m=4kg} f_k = \frac{1}{4} \times 40 = 10N$$

اگر نیروی F را از $4.0N$ تا $1.0N$ یعنی $4.0 - 1.0 = 3.0N$ کاهش دهیم، تندی

جسم کاهش نمی‌یابد.



سرعت v را به کمک رابطه مستقل از زمان به دست می‌آوریم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - v^2 = 2\left(-\frac{9}{4}\right)(9) \Rightarrow v^2 = 81 \Rightarrow v = 9 \text{ m/s}$$

$$v = at + v_0 \Rightarrow 9 = \frac{-9}{4}t + 9 \Rightarrow t = \frac{4}{9} \text{ s}$$

گزینه **ع**

B ۸۷۹ ۴

روش اول:

خط فکری

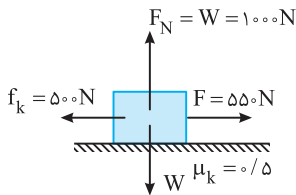
در حل مسائل دینامیک اولین گام رسم نیروهای وارد بر جسم روی شکل است و سپس به کار بردن قانون دوم نیوتون $F_{\text{net}} = ma$.

مطابق شکل نیروهای وارد بر جسم شامل نیروی افقی $F = 550 \text{ N}$ ، نیروی وزن، نیروی اصطکاک و نیروی عمودی سطح است، اندازه نیروی عمودی سطح برابر است با:

$$F_N = W = mg \Rightarrow F_N = 1000 \text{ N}$$

نیروی اصطکاک جنبشی خواهد شد: $f_k = \mu_k F_N \Rightarrow f_k = 0.5 \times 1000 = 500 \text{ N}$
 اکنون به سراغ حساب کردن شتاب می‌رویم.

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow F - f_k = ma \Rightarrow 550 - 500 = 1000a \Rightarrow a = 0.05 \text{ m/s}^2$$



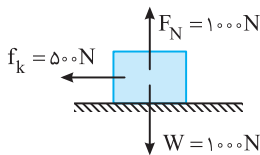
جابه‌جایی و سرعت را تا لحظه پاره شدن طناب حساب می‌کنیم.

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 \xrightarrow{t=fs} \Delta x = \frac{1}{2} \times 0.05 \times 16 \Rightarrow \Delta x = 4 \text{ m}$$

$$v_1 = at + v_0 \Rightarrow v_1 = 0.05 \times 4 = 2 \text{ m/s}$$

اشتباه نکنید پس از پاره شدن طناب جعبه نمی‌ایستد بلکه به دلیل آنکه سرعتش 2 m/s است بنا به قانون اول نیوتون به حرکت خود ادامه می‌دهد اما تحت تأثیر نیروی اصطکاک متوقف می‌شود. بنابراین باید شتاب توقف در اثر اصطکاک را حساب کنیم.

$$F_{\text{net}} = ma \xrightarrow{f_{\text{net}}=f_k} -500 = 1000a \Rightarrow a = -0.5 \text{ m/s}^2$$



اکنون جابه‌جایی از لحظه پاره شدن طناب تا توقف جعبه خواهد شد:

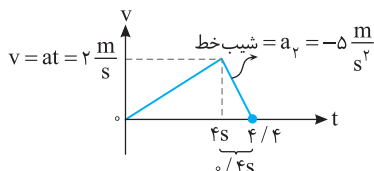
$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - 4 = 2(-0.5)\Delta x \Rightarrow \Delta x = 4 \text{ m}$$

بنابراین کل جابه‌جایی برابر است با: $4 + 0.4 = 4.4 \text{ m}$
روش دوم: ابتدا با توجه به دینامیک، شتاب حالت اول و حالت دوم را به دست می‌آوریم:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow \begin{cases} \text{(۱)} \rightarrow F - f_k = ma \Rightarrow 550 - (1000)(0.5) = 1000a \\ \Rightarrow a_1 = 0.05 \text{ m/s}^2 \\ \text{(۲)} \rightarrow -f_k = ma \Rightarrow -500 = 1000a_2 \Rightarrow a_2 = -0.5 \text{ m/s}^2 \end{cases}$$

حال نمودار $v-t$ را کشیده و سطح زیر نمودار را که برابر مسافت است، به دست می‌آوریم:

$$S = \frac{4/4 \times 2}{2} = 4/4 \text{ m}$$



A ۸۷۷ ۳

۱ در حالت اول نیروهای F و f_k در امتداد افقی بر جسم وارد می‌شوند و بنا به قانون دوم خواهیم داشت:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow F - f_k = ma \quad (۱)$$

۲ بنا به فرض مسئله پس از حذف F شتاب ۵۰٪ کاهش یافته است.

$$a' = a - \frac{50}{100}a = \frac{a}{2}$$

۳ پس از حذف نیروی F ، تنها نیروی مؤثر وارد بر جسم نیروی اصطکاک است. بنابراین می‌توانیم بنویسیم:

$$|f_k| = \frac{m|a|}{2} \quad (۲)$$

۴ با توجه به رابطه‌های (۱) و (۲) خواهیم داشت: $F - \frac{m|a|}{2} = ma \Rightarrow F = \frac{3}{2}ma$

$$\frac{f_k}{F} = \frac{\frac{m|a|}{2}}{\frac{3}{2}ma} = \frac{1}{3} \Rightarrow f_k = \frac{F}{3}$$

بنابراین: **۵**

C ۸۷۸ ۱

خط فکری

ابتدا چون جسم در اثر اعمال نیروی F در راستای افقی با سرعت ثابت حرکت می‌کند، طبق قانون دوم نیوتون

برایند نیروها در راستای افقی صفر است. بنابراین نیروی F برابر نیروی اصطکاک (f_k) است. بعد از حذف نیروی F تنها نیروی وارد شده به جسم نیروی اصطکاک (f_k) است و جسم در اثر این نیرو حرکت کندشونده‌ای را انجام می‌دهد.

قبل از حذف F :

$$F_{\text{net}} = 0 \Rightarrow f_k = F = 10 \text{ N}$$

بعد از حذف F تنها نیروی مؤثر اصطکاک است. از این رو خواهیم داشت:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow -f_k = ma \Rightarrow -10 = 5a \Rightarrow a = -2 \text{ m/s}^2$$

به کمک رابطه مستقل از زمان سرعت در لحظه حذف F را حساب می‌کنیم.

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \xrightarrow{\Delta x=9\text{m}} 0 - v^2 = 2(-2)(9) \Rightarrow v = 6 \text{ m/s}$$

لحظه‌ای که سرعت 5 m/s است را به دست می‌آوریم.

$$v = at + v_0 \Rightarrow 5 = -2t + 6 \Rightarrow t = 0.5 \text{ s}$$

بازی با سوال در شکل روبه‌رو، جسم

در اثر اعمال نیروی افقی $F = 9 \text{ N}$ با سرعت ثابت v حرکت می‌کند. اگر در یک لحظه نیروی F حذف شود، بعد از آن جسم پس از طی مسافت 9 m متوقف می‌شود. v چند متر بر ثانیه است و در کدام لحظه بر حسب ثانیه پس از قطع F سرعت آن به 5 متر بر ثانیه می‌رسد؟

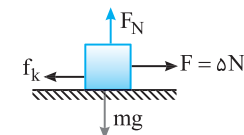
$$(۱) ۰.۵ \quad (۲) ۳.۱۰ \quad (۳) ۱.۰۴ \quad (۴) ۰.۹$$

پاسخ سرعت جسم ثابت است بنابراین برآیند نیروهای وارد بر جسم صفر است.

$$F_{\text{net}} = 0 \Rightarrow F = f_k \Rightarrow f_k = 9 \text{ N}$$

شتاب توقف را به دست می‌آوریم، نیروی مؤثر اصطکاک جنبشی است.

$$-f_k = ma \Rightarrow -9 = 2a \Rightarrow a = -\frac{9}{2} \text{ m/s}^2$$



۴ سرعت جسم پس از ۱۲s را به دست می‌آوریم.

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 2 \times 12 + 0 \Rightarrow v = 24 \text{ m/s}$$

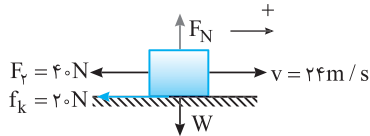
حالت حذف F_1 :

۵ وقتی نیروی F_1 حذف می‌شود جسم بلافاصله متوقف نخواهد شد بلکه نیروی

F_f و f_k باعث کندشدن حرکت جسم خواهد شد. شتاب حرکت را در این حالت

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow -40 - 20 = 1 \cdot a' \Rightarrow a' = -6 \text{ m/s}^2$$

به دست می‌آوریم.



۶ تندی حرکت جسم بعد از ۵s خواهد شد:

$$v = at + v_0 \Rightarrow v' = -6 \times 5 + 24 = -6 \text{ m/s}$$

جالب است عدد منفی به دست آمد اما مفهوم آن چیست؟ مفهوم آن این است که جسم قبل از ۵s متوقف شده است. چون نیروی $F_f = 40 \text{ N}$ از پیشینه نیروی اصطکاک

$$f_{s \text{ max}} = 30 \text{ N}$$

بزرگ‌تر است. جسم برمی‌گردد.

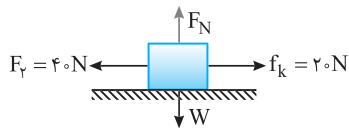
حالت برگشت:

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = -6t + 24 \Rightarrow t = 4 \text{ s}$$

زمان توقف جسم را حساب می‌کنیم.

۸ شتاب برگشت جسم را به دست می‌آوریم.

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow F - f_k = ma'' \Rightarrow 40 - 20 = 1 \cdot a'' \Rightarrow a'' = 20 \text{ m/s}^2$$



۹ تندی جسم در بازه ۵s تا ۴s یعنی در مدت ۱s خواهد شد:

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 2 \times 1 = 2 \text{ m/s}$$

آخیش بالاخره تمام شد.

۲ ۸۸۲ A

خط فکری ← جسم ساکن است و تا لحظه‌ای که جسم ساکن است، نیروی

اصطکاک بین جسم و سطح نیروی اصطکاک ایستایی است و نیروی اصطکاک ایستایی برابر نیرویی است که در راستای اصطکاک بخواهد جسم را حرکت دهد.

در تمام مدتی که کتاب روی سطح دیوار ساکن است نیروهای وارد بر آن متوازن بوده و نیروی اصطکاک بین کتاب و سطح دیوار نیروی اصطکاک ایستایی است که با نیروی وزن جسم برابر است. $f = mg$

۲ ۸۸۳ B

خط فکری ← مشخص نیست که جسم در حال حرکت است یا سکون؟ بنابراین شما

باید ابتدا نیروی اصطکاک آستانه حرکت ($f_{s \text{ max}}$) را به دست بیاورید و آن را با نیروی

وزن جسم $W = 20 \text{ N}$ مقایسه کنید. اگر جسم ساکن بماند نیروی اصطکاک برابر نیروی وزن جسم است و اگر به حرکت درآید باید نیروی اصطکاک جنبشی را حساب

کنید. در راستای افقی: $F - F_N = 0 \Rightarrow F = F_N = 50 \text{ N}$

نیروی عمود سطح را حساب می‌کنیم.

نیروی اصطکاک آستانه حرکت را به دست

$$f_{s \text{ max}} = \mu_s F_N = 0.5 \times 50 = 25 \text{ N}$$

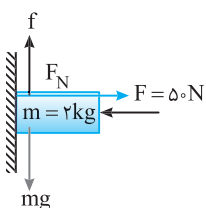
می‌آوریم. عامل حرکت به سمت پایین جسم نیروی وزن

$mg = 20 \text{ N}$ است که از $f_{s \text{ max}}$ کمتر می‌باشد

پس جسم در جای خود ساکن باقی می‌ماند و با توجه

به متوازن بودن نیروها نیروی اصطکاک برابر وزن جسم است:

$$f_s = mg = 20 \text{ N}$$



۴ ۸۸۰ B

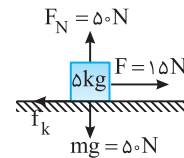
خط فکری ← حرکت مکعبی چوبی شامل یک قسمت تندشونده قبل از پاره شدن

نخ و یک قسمت کندشونده بعد از پاره شدن نخ است. در نتیجه شتاب هر قسمت را به دست آورده و مسافت‌ها را محاسبه می‌کنیم.

۱ ابتدا برایند نیروها در ۲s اول را حساب کرده و شتاب حرکت در این بازه را به دست می‌آوریم:

$$f_k = \mu_k F_N \Rightarrow f_k = 0.2 \times 50 = 10 \text{ N}$$

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow F - f_k = ma \Rightarrow 15 - 10 = 5a \Rightarrow a = 1 \text{ m/s}^2$$



۲ با استفاده از رابطه سرعت - زمان و جابه‌جایی - زمان، سرعت متحرک در لحظه

$t = 2 \text{ s}$ و مسافت طی شده در این ۲s را حساب می‌کنیم.

$$v = at + v_0 \xrightarrow{a=1, t=2, v_0=0} v = 2 \text{ m/s}$$

$$\Delta x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t \Rightarrow \Delta x = \frac{1}{2} \times 1 \times 4 = 2 \text{ m}$$

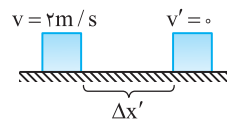
۳ بعد از پاره شدن نخ به جسم تنها نیروی اصطکاک

جنبشی وارد می‌شود:

$$F_{\text{net}} = ma' \Rightarrow -10 = 5a' \Rightarrow a' = -2 \text{ m/s}^2$$

۴ با استفاده از معادله مستقل از زمان جابه‌جایی در این بازه را حساب می‌کنیم:

$$v'^2 - v^2 = 2a'\Delta x' \Rightarrow 0 - 4 = -4\Delta x' \Rightarrow \Delta x' = 1 \text{ m}$$



۵ جابه‌جایی کل برابر است با: $\Delta x_{\text{کل}} = \Delta x + \Delta x' \Rightarrow \Delta x_{\text{کل}} = 2 + 1 = 3 \text{ m}$

میانبر ← اگر جسمی روی سطحی پرتاب شود و

در راستای حرکت تنها نیروی اصطکاک جنبشی به آن وارد شود، خواهیم داشت:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow -f_k = ma \Rightarrow -\mu_k F_N = ma$$

$$-\mu_k mg = ma \Rightarrow a = -\mu_k g$$

نیروی عمودی سطح برابر mg است.

۳ ۸۸۱ C

حالت اول: ۱ نیروی اصطکاک آستانه حرکت را حساب می‌کنیم و آن را با برایند

$F_1 - F_f$ مقایسه می‌کنیم تا مشخص شود که جسم به حرکت درمی‌آید یا نه؟

$$F_N = W \Rightarrow F_N = 10 \times 10 = 100 \text{ N}$$

$$f_{s \text{ max}} = \mu_s F_N \Rightarrow f_{s \text{ max}} = 0.3 \times 100 = 30 \text{ N}$$

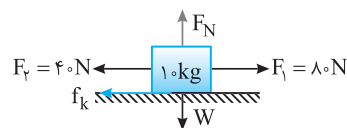
$$F_1 - F_f = 80 - 40 = 40 \text{ N} > 30 \text{ N}$$

بنابراین جسم به حرکت درمی‌آید و اصطکاک بین جسم و سطح اصطکاک جنبشی است.

۲ اصطکاک جنبشی را حساب می‌کنیم. $f_k = \mu_k F_N = 0.2 \times 100 \Rightarrow f_k = 20 \text{ N}$

۳ با استفاده از قانون دوم نیوتون شتاب حرکت خواهد شد:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow F_1 - (F_f + f_k) = ma \Rightarrow 80 - (40 + 20) = 10a \Rightarrow a = 2 \text{ m/s}^2$$



بنابراین جسم به حرکت درمی‌آید و اصطکاک بین جسم و سطح اصطکاک جنبشی است.

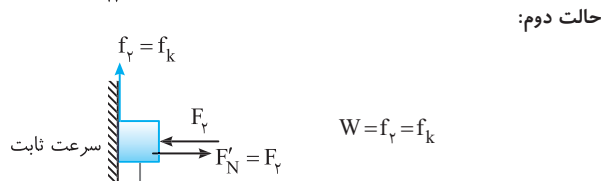
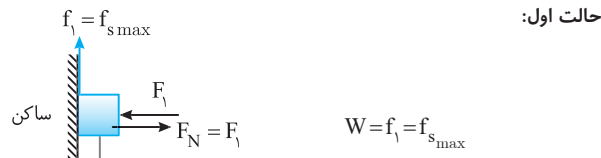
۲ اصطکاک جنبشی را حساب می‌کنیم. $f_k = \mu_k F_N = 0.2 \times 100 \Rightarrow f_k = 20 \text{ N}$

۳ با استفاده از قانون دوم نیوتون شتاب حرکت خواهد شد:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow F_1 - (F_f + f_k) = ma \Rightarrow 80 - (40 + 20) = 10a \Rightarrow a = 2 \text{ m/s}^2$$

B ۸۸۷ ۳

خط فکری مسئله زیبایی است. زیرا وقتی که جسم در آستانه حرکت قرار دارد و همچنین وقتی که با سرعت ثابت در حرکت است نیروهای وارد بر آن متوازن هستند یعنی در هر دو حالت نیروی اصطکاک با نیروی وزن برابر است. البته یکبار با نیروی اصطکاک آستانه حرکت ($W = f_{s_{max}}$) و بار دیگر نیروی اصطکاک جنبشی ($W = f_k$) یعنی اصطکاک در حالت اول (f_1) با اصطکاک در حالت دوم یعنی (f_2) برابر است. F_1 و F_2 را شما باید تعیین کنید.



بنابراین می توان نوشت:

$$f_1 = f_2 \Rightarrow f_{s_{max}} = f_k \Rightarrow \mu_s F_1 = \mu_k F_2$$

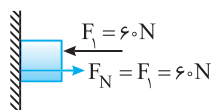
$$\Rightarrow \frac{F_1}{F_2} = \frac{\mu_k}{\mu_s} \xrightarrow{\mu_s > \mu_k} \frac{F_1}{F_2} < 1 \Rightarrow F_1 < F_2$$

C ۸۸۸ ۱

خط فکری در حل این مسائل گام اول یافتن نیروی اصطکاک آستانه حرکت ($f_{s_{max}}$) است. بعد از یافتن آن را با نیروهایی که در امتداد اصطکاک هستند مقایسه می کنیم تا بتوانیم تشخیص دهیم جسم به حرکت در می آید یا نه. اگر جسم ساکن بماند، اصطکاک برابر برآیند نیروهایی است که در امتداد اصطکاک هستند.

۱. نیروی اصطکاک در آستانه حرکت جسم را به دست می آوریم.

$$f_{s_{max}} = \mu_s F_N \Rightarrow f_{s_{max}} = 0.5 \times 60 = 30 \text{ N}$$



۲. نیروی وزن جسم را حساب می کنیم:

$$W = mg = 7 \times 10 = 70 \text{ N}$$

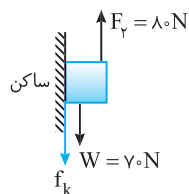
نیروی $F_2 = 80 \text{ N}$ رو به بالا وارد می شود. برآیند F_2 و W برابر است با:

$$80 - 70 = 10 \text{ N}$$

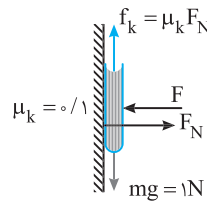
۳. جسم باید با نیروی 10 N به بالا برود اما نیروی اصطکاک آستانه حرکت $f_{s_{max}} = 30 \text{ N}$ است و نیروی 10 N نمی تواند بر آن غلبه کند و جسم ساکن می ماند.

۴. جسم ساکن است بنابراین اصطکاک رو به پایین بوده و با نیروی 10 N برابر است.

$$F_{y_{net}} = 0 \Rightarrow F_2 - W - f_s = 0 \Rightarrow 80 - 70 = f_s \Rightarrow f_s = 10 \text{ N}$$



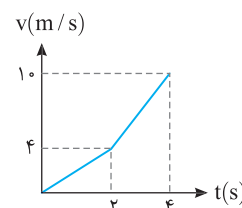
C ۸۸۴ ۱



نیروهای وارد بر جسم را رسم می کنیم. جسم در راستای افقی حرکت نمی کند و نیروی عمودی سطح خواهد شد: $F_N = F = 4 \text{ N}$
نیروی اصطکاک جنبشی را حساب می کنیم.
 $f_k = \mu_k F_N = 0.1 \times 4 = 0.4 \text{ N}$
شتاب حرکت را به دست می آوریم:

$$F_{\text{خالص}} = ma \Rightarrow mg - f_k = ma \Rightarrow 1 - 0.4 = 0.1a \Rightarrow a = 6 \text{ m/s}^2$$

C ۸۸۵ ۴



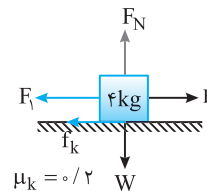
به نمودار دقت کنید. در لحظه $t = 2 \text{ s}$ نیروی F_1 حذف شده و با حذف F_1 ، شیب نمودار $v-t$ افزایش یافته یعنی شتاب افزایش یافته است. چه نتیجه ای می گیریم؟ نیروهای F_1 و F_2 هم امتداد هستند. و باید F_1 در خلاف جهت F_2 باشد، که با حذف F_1 نیروی خالص زیاد شده و شتاب حرکت افزایش یافته است.

نیروی عمودی سطح و نیروی اصطکاک در دو حالت یکسان و برابر است با:

$$F_N = W \Rightarrow F_N = 4 \times 10 \Rightarrow F_N = 40 \text{ N}$$

$$f_k = \mu_k F_N \Rightarrow f_k = 0.2 \times 40 \Rightarrow f_k = 8 \text{ N}$$

حالت اول از لحظه $t = 2 \text{ s}$:



$$a_1 = \frac{4 - 8}{2} \Rightarrow a = 2 \text{ m/s}^2$$

شتاب را حساب می کنیم.

قانون دوم نیوتون را در این حالت می نویسیم:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow F_2 - F_1 - f_k = ma_1 \Rightarrow F_2 - F_1 - 8 = 4 \times 2$$

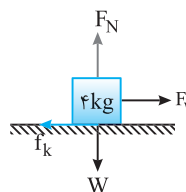
$$\Rightarrow F_2 - F_1 = 16 \text{ N} \quad (I)$$

حالت دوم از لحظه 2 s تا 4 s :

شتاب در حالت دوم را به دست می آوریم:

$$a_2 = \frac{10 - 4}{4 - 2} \Rightarrow a_2 = 3 \text{ m/s}^2$$

بنا به قانون دوم نیوتون خواهیم داشت:



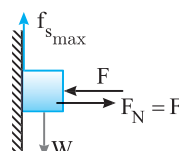
$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow F_2 - f_k = ma_2 \Rightarrow F_2 - 8 = 4 \times 3 \Rightarrow F_2 = 20 \text{ N}$$

با توجه به رابطه (I) خواهیم داشت:

$$F_2 - F_1 = 16 \Rightarrow 20 - F_1 = 16 \Rightarrow F_1 = 4 \text{ N}$$

B ۸۸۶ ۱

خط فکری شکل ساده مسئله به همراه نیروهای وارد بر جسم را رسم می کنیم. می خواهیم جسم به سمت پایین نلغزد. بنابراین نیروهای وارد بر جسم باید متوازن باشد و نیروی اصطکاک بین جسم و سطح دیوار باید با وزن جسم برابر باشد ($f_s = W$) اما یک مطلب مهم این است که می خواهیم نیروی افقی F کمترین مقدار باشد، یعنی اگر F از آن کمتر شد جسم به پایین بلغزد بنابراین کمترین مقدار F وقتی است که جسم در آستانه لغزیدن به سمت پایین باشد و در این حالت نیروی اصطکاک برابر $f_{s_{max}}$ است. با برابر قرار دادن وزن با نیروی اصطکاک در آستانه حرکت مسئله را حل می کنیم.



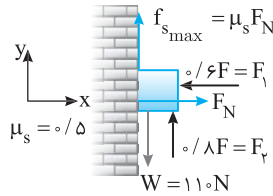
$$W = f_{s_{max}} \Rightarrow W = \mu_s F_N$$

$$\Rightarrow W = \mu_s F \Rightarrow F = \frac{W}{\mu_s}$$

B ۴ ۸۸۹

خط فکری

وقتی کمینه مقدار F را می‌خواهیم یعنی $\mu_s F$ نیز حداقل باشد، یعنی نیرو به سمت بالا آتقدر کم باشد تا جسم روی دیوار در آستانه لغزیدن به سمت پایین باشد. جسم در آستانه لغزیدن به پایین است بنابراین اصطکاک بین جسم و سطح رو به بالا بوده و برابر $f_{s\max}$ است.



۱ شکل ساده‌ای از مسئله را رسم می‌کنیم و نیروهای وارد بر جسم را روی آن نمایش می‌دهیم.
۲ نیروی عمودی سطح را حساب می‌کنیم:

$$F_{\text{net}_x} = 0 \Rightarrow F_N = F_1 \Rightarrow F_N = 0.6F$$

۳ بیشینه نیروی اصطکاک را به دست می‌آوریم.

$$f_{s\max} = \mu_s F_N \Rightarrow f_{s\max} = 0.5(0.6F) \Rightarrow f_{s\max} = 0.3F$$

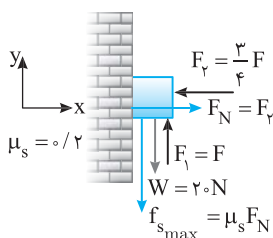
۴ بر جسم در امتداد قائم سه نیروی وزن، رو به پایین و F_1 و $f_{s\max}$ رو به بالا وارد می‌شود. جسم ساکن است بنابراین:

$$F_{\text{net}_y} = 0 \Rightarrow F_1 + f_{s\max} = W \Rightarrow 0.6F + 0.3F = 110 \Rightarrow F = 110 \text{ N}$$

B ۳ ۸۹۰

خط فکری

وقتی در مسئله بیان می‌کند که بیشترین نیروی F چه مقدار باشد تا جسم ساکن باشد یعنی اگر نیروی F کمی بیشتر شود جسم به حرکت در آید. نیروی F رو به بالا است در این صورت بیشترین مقدار F برای حالتی است که جسم رو به بالا در آستانه حرکت قرار گیرد. در این حالت نیروی اصطکاک رو به پایین بوده و به کمک وزن می‌آید تا F نتواند جسم را به بالا حرکت دهد.



۱ نیروهای وارد بر جسم را به طور کامل رسم می‌کنیم.
۲ نیروی عمودی سطح را حساب می‌کنیم:

$$F_{\text{net}_x} = 0 \Rightarrow F_N = F_1 \Rightarrow F_N = \frac{3}{4} F$$

۳ نیروی اصطکاک آستانه حرکت

$$\text{را به دست می‌آوریم: } f_{s\max} = \mu_s F_N \Rightarrow f_{s\max} = 0.2 \times \frac{3}{4} F \Rightarrow f_{s\max} = \frac{3}{20} F$$

۴ نیروهای در امتداد قائم را بررسی می‌کنیم. نیروی وزن و نیروی اصطکاک رو به پایین و $F_1 = F$ رو به بالا. جسم ساکن است بنابراین باید برابری این سه نیرو صفر شود.

$$F_{\text{net}_y} = 0 \Rightarrow F_1 - f_{s\max} - W = 0 \Rightarrow F = \frac{3}{20} F + 20$$

$$\Rightarrow \frac{17}{20} F = 20 \Rightarrow F = \frac{400}{17} \text{ N}$$

B ۳ ۸۹۱

خط فکری

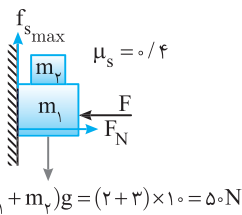
کمینه اندازه نیروی افقی F یعنی اگر این نیروی افقی از F کمتر شود جسم رو به پایین شروع به لغزیدن می‌کند. بنابراین کمینه نیروی F زمانی است که وزنه‌ها در آستانه حرکت رو به پایین باشند، در این حالت نیروی اصطکاک $f_{s\max}$ رو به بالا نیروی وزن وزنه‌ها را خنثی کرده، جسم ساکن می‌ماند. بنابراین شما باید حساب کرده آن را برابر نیروی وزن قرار دهید.

۱ نیروی عمودی سطح را حساب می‌کنیم: در راستای افقی جسم ساکن می‌ماند، پس:

$$F_N = F$$

۲ جسم ساکن بوده و نیروی خالص وارد بر آن صفر است از این رو:

$$f_{s\max} = (m_1 + m_2)g \Rightarrow \mu_s F_N = (m_1 + m_2)g \Rightarrow 0.4F = 50 \Rightarrow F = \frac{50}{0.4} = 125 \text{ N}$$



C ۴ ۸۹۲

۱ در حالت اول جسم با تندی ثابت در حال حرکت است. پس نیروهای وارد بر آن متوازن است.

$$(m_A + m_B)g = f_k \Rightarrow f_k = \frac{3}{2} mg \Rightarrow f_k = \frac{3}{2} mg$$

۲ اگر جسم m_B را برداریم نیروی وزن که عامل حرکت به سمت پایین است برابر

$$m_A g = mg \text{ می‌شود. در حالی که نیروی اصطکاک جنبشی همچنان } f_k = \frac{3}{2} mg \text{ است.}$$

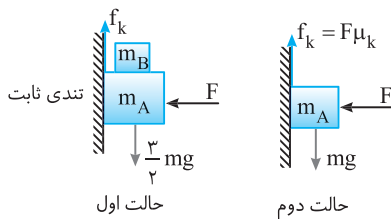
۳ نیروی رو به پایین mg پس از حذف m_B ، $f_k = \frac{3}{2} mg$ رو به بالا خواهد و

بنابر قانون دوم نیوتون شتاب خواهد شد:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow mg - \frac{3}{2} mg = ma \Rightarrow a = -\frac{1}{2} g$$

۴ پس با شتاب $\frac{1}{2} g$ از تندی جسم کاسته می‌شود:

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = -\frac{1}{2} g t + 4 \Rightarrow t = \frac{8}{g}$$



B ۱ ۸۹۳

خط فکری

جسم M وقتی به پایین می‌لغزد با سطح دو دیواره اصطکاک دارد و از هر دیواره بر جسم نیروی اصطکاک جنبشی رو به بالا وارد می‌شود و می‌خواهد مانع لغزیدن جسم به پایین شود.

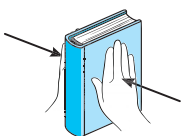
۱ نیروهای وارد بر جسم را کامل می‌کنیم.
۲ نیروی عمودی وارد بر هر سطح جسم برابر $F_N = F = 20 \text{ N}$ است.
۳ بر جسم نیروی وزن رو به پایین و دو

نیروی اصطکاک رو به بالا وارد می‌شود و بنا به قانون دوم نیوتون می‌توانیم بنویسیم:

$$F_{\text{net}} = Ma \Rightarrow Mg - 2f_k = Ma \xrightarrow{M=2\text{kg}} 30 - 2f_k = 3 \times 2 \Rightarrow f_k = 12 \text{ N}$$

۴ ضریب اصطکاک را حساب می‌کنیم.

$$f_k = \mu_k F_N \xrightarrow{F_N=F} 12 = \mu_k \times 20 \Rightarrow \mu_k = 0.6$$



بازی با سؤال

مطابق شکل، دانش‌آموزی کتابی به جرم 2 kg را بین دو دست خود، قرار داده است. اگر ضریب اصطکاک ایستایی بین کف هر دست او و کتاب 0.4 باشد، حداقل نیروی افقی که کف هر دست به کتاب وارد می‌کند، چند نیوتون باشد تا کتاب در حال تعادل قرار گیرد؟ ($g = 9.8 \text{ N/kg}$)

۱۷/۵ (۴) ۲۴/۵ (۳) ۱۲/۷۵ (۲) ۱۵/۶ (۱)

۱. سرعت ثابت است. بنابراین برابری نیروهای وارد بر جسم صفر است. از این رو نیروی اصطکاک و نیروی عمودی سطح خواهد شد:

$$F_{\text{net},x} = 0 \Rightarrow f_k = F = 60 \text{ N}, F_{\text{net},y} = 0 \Rightarrow F_N = W = 80 \text{ N}$$

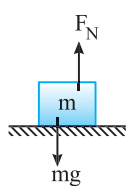
۲. نیرویی که سطح بر جسم وارد می‌کند را حساب می‌کنیم:

$$F_R = \sqrt{F^2 + W^2} = \sqrt{60^2 + 80^2} = \sqrt{100^2} = 100 \text{ N}$$

۸۹۷ B

خط فکری: جسم در ابتدا ساکن بوده و باید بررسی کنیم توسط نیروی $F = 250 \text{ N}$ جسم حرکت کرده یا ساکن می‌ماند. برای این منظور باید F و $f_{s \text{ max}}$ را با هم مقایسه می‌کنیم.

اگر نیروی F بزرگ‌تر از $f_{s \text{ max}}$ باشد، متحرک حرکت کرده و نیروی اصطکاک برابر $f_k = \mu_k F_N$ می‌شود و اگر نیروی F کوچک‌تر از $f_{s \text{ max}}$ باشد متحرک ساکن مانده و نیروی اصطکاک برابر نیروی F است.

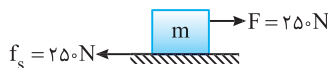


۱. در گام اول $f_{s \text{ max}}$ را حساب می‌کنیم:

$$F_N = mg \Rightarrow F_N = 500 \text{ N}$$

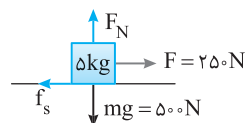
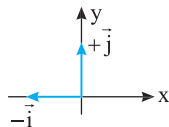
$$f_{s \text{ max}} = \mu_s F_N \Rightarrow f_{s \text{ max}} = 0.6 \times 500 = 300 \text{ N}$$

۲. $f_{s \text{ max}}$ بزرگ‌تر از F بوده پس متحرک ساکن باقی مانده و نیروی اصطکاک برابر نیروی F است.



۳. نیروی عمودی سطح و نیروی اصطکاک، نیرویی است که سطح به جسم وارد می‌کند:

$$\vec{R} = -f_s \vec{i} + F_N \vec{j} \Rightarrow \vec{R} = -250 \vec{i} + 500 \vec{j}$$



۴. نیرویی که جسم به سطح وارد می‌کند واکنش نیرویی است که سطح به جسم وارد کرده بنابراین:

$$\vec{R}' = 250 \vec{i} - 500 \vec{j}$$

۸۹۸ B

خط فکری: در حل مسائل دینامیک اولین کار، پیدا کردن نیروهایی است که به جسم وارد می‌شود. سپس رسم این نیروهاست. در این مسئله مشخص نیست که جسم پس از اعمال نیروی 10 N در حال حرکت خواهد بود یا همچنان ساکن می‌ماند. بنابراین شما باید نیروها را بررسی کنید و نیروی اصطکاک آستانه حرکت را حساب کنید تا مشخص شود که جسم با نیروی 10 N شروع به حرکت می‌کند یا نه؟

۱. نیروی وزن جسم $W = mg = 20 \text{ N}$ است و نیروی $F' = 10 \text{ N}$ نیز رو به پایین به جسم وارد می‌شود، بنابراین جسم تحت تأثیر نیروی $10 + 20 = 30 \text{ N}$ رو به پایین قرار دارد.

۲. نیروی افقی $F = 60 \text{ N}$ به جسم وارد می‌شود و نیروی عمودی سطح دیوار وارد بر جسم نیز برابر $F_N = F = 60 \text{ N}$ است.

۳. نیروی اصطکاک آستانه حرکت جسم را حساب می‌کنیم.

$$f_{s \text{ max}} = \mu_s F_N \xrightarrow{\mu_s = 0.6} f_{s \text{ max}} = 0.6 \times 60 \Rightarrow f_{s \text{ max}} = 36 \text{ N} > 30 \text{ N}$$

۴. نیروی 30 N نمی‌تواند سبب حرکت جسم رو به پایین شود و جسم همچنان ساکن می‌ماند.

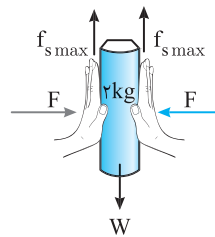
۵. نیروی خالص وارد بر جسم برابر صفر است. از این رو می‌توان نوشت:

$$F_{\text{net}} = 0 \Rightarrow f_s = F' + W \Rightarrow f_s = 10 + 20 \Rightarrow f_s = 30 \text{ N}$$

یادآوری: نیرویی که جسم بر سطح یا سطح بر جسم وارد می‌کند برابر $R = \sqrt{f_s^2 + F_N^2}$ است.

$$R = \sqrt{30^2 + 60^2} \Rightarrow R = 30\sqrt{5} \text{ N}$$

۶. نیروی که جسم به دیواره وارد می‌کند، خواهد شد:



۱. پاسخ: کتاب ساکن است و نیروی خالص وارد بر کتاب صفر است. بنابراین دو نیروی افقی F که از دو طرف بر کتاب وارد می‌شوند باید با هم برابر باشند.

۲. حداقل نیروی افقی یعنی اگر نیروی دستان شخص کمتر شود کتاب رو به پایین شروع به لغزیدن کند. یعنی کتاب در آستانه حرکت باشد و اصطکاک بین هر دست و کتاب $f_{s \text{ max}}$ است. بنابراین می‌توان نوشت:

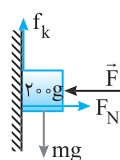
$$W = 2f_{s \text{ max}} \xrightarrow{f_{s \text{ max}} = \mu_s F, g = 9.8 \text{ N/kg}} \xrightarrow{m = 2 \text{ kg}, \mu_s = 0.4} 2 \times 9.8 = 2 \times 0.4 F$$

$$\Rightarrow F = \frac{9.8}{0.4} = 24.5 \text{ N}$$

گزینه ۳

۸۹۴ C

نکته: اگر نیروی عمودی سطح دو برابر شود، نیروی اصطکاک جنبشی دو برابر می‌شود.



۱. در حالت اول جسم با تندی ثابت در حال حرکت است پس

$$f_k = W = 0.2 \times 10 = 2 \text{ N}$$

۲. نیروی F برابر شده، پس نیروی عمودی سطح هم $1/5$ برابر می‌شود و نیروی اصطکاک جنبشی بین جسم و سطح نیز $1/5$ برابر می‌شود.

$$f'_k = 1/5 f_k \Rightarrow f'_k = 1/5 \times 2 = 0.4 \text{ N}$$

۳. در این حالت نیروی وزن رو به پایین 2 N و اصطکاک بین جسم و دیوار $f'_k = 0.4 \text{ N}$ است که سبب می‌گردد حرکت جسم کندشونده شود. شتاب حرکت را به کمک قانون دوم نیوتون به دست می‌آوریم.

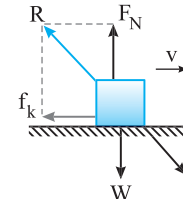
$$f_{\text{net},y} = ma \Rightarrow mg - f'_k = ma \Rightarrow 2 - 0.4 = 2a \Rightarrow a = 0.8 \text{ m/s}^2$$

۴. در مسئله زمان داده شده است یعنی باید به سراغ روابط حرکت‌شناسی برویم به کمک معادله مکان زمان حرکت با شتاب ثابت جایه‌جایی را حساب می‌کنیم، البته چون حرکت در امتداد قائم است به جای Δx ، Δy می‌نویسیم:

$$\Delta y = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t \xrightarrow{v_0 = 2 \text{ m/s}, t = 3 \text{ s}} \Delta y = \frac{1}{2} (-0.8) (3)^2 + 2 \times 3$$

$$\Delta y = -2.2/5 + 6 \Rightarrow \Delta y = 6.7/5 \text{ m}$$

۸۹۵ B



۱. وقتی به جسم ضربه می‌زنیم تا به حرکت در آید نیروی جلوبر صفر خواهد بود و جسم بنا به قانون اول نیوتون به حرکتش ادامه می‌دهد اما اصطکاک (f_k) سبب می‌گردد که جسم متوقف شود.

۲. نیرویی که جسم به سطح (R') وارد می‌کند بنا به قانون سوم واکنش نیرویی است که سطح بر جسم (R) وارد می‌کند.

۳. نیروی R در واقع حاصل برابری f_k و F_N است بنابراین مطابق شکل جهت R' رو به پایین و به سمت راست است.

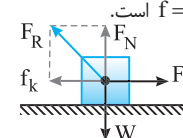
۴. در طول مسیر R تغییر نمی‌کند البته وقتی جسم متوقف می‌شود f_k وجود ندارد و R به صورت قائم و برابر F_N است. در سؤال در مورد R در طول حرکت سؤال شده است.

۸۹۶ A

یادآوری: نیرویی که سطح بر جسم وارد می‌کند دارای دو مؤلفه است، یک مؤلفه نیروی اصطکاک است که سطح بر جسم وارد می‌کند و دیگری نیروی عمودی سطح است. بنابراین نیرویی که سطح بر جسم وارد می‌کند خواهد شد:

$$F_R = \sqrt{F_N^2 + f^2}$$

اگر جسم ساکن باشد $f = f_s$ و اگر در حال حرکت باشد $f = f_k$ است.

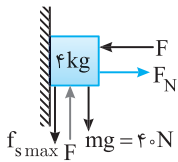


شکل ساده‌ای از مسئله رسم می‌کنیم و نیروهای وارد بر جسم را نمایش می‌دهیم.

C ۹۰۰ ۲

خط فکری مسئله در دو حالت بیان شده است بنابراین شما باید هر حالت را جداگانه بررسی کنید و نیروهای وارد بر جسم را در هر حالت رسم کرده و به کمک قانون دوم نیوتون مسئله را حل کنید.

حالت (۱): در حالت اول جسم در آستانه حرکت به سمت بالا است نیروی اصطکاک باید خلاف جهت لغزش باشد پس نیروی اصطکاک آستانه حرکت ($f_{s \max}$) رو به پایین است.



۱ جسم در راستای افقی ساکن است پس باید F و F_N متوازن باشد:

$$F_N = F$$

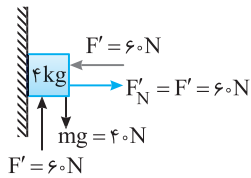
۲ اصطکاک در آستانه حرکت را حساب می‌کنیم.

$$f_{s \max} = \mu_s F_N \xrightarrow{F_N = F} \xrightarrow{\mu_s = 0.5} f_{s \max} = 0.5 \Delta F$$

۳ جسم ساکن است و نیروها در راستای قائم متوازن بوده بنا به قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow mg + f_{s \max} = F \Rightarrow 40 + 0.5 \Delta F = F$$

$$\Rightarrow 40 = F - 0.5 \Delta F \Rightarrow 40 = 0.5 \Delta F \Rightarrow F = 80 \text{ N}$$



حالت (۲): در این حالت نیروی F را 20 N کاهش داده‌ایم یعنی نیروی F' برابر $60 - 20 = 40 = 60 = f_{s \max}$ ابتدا است. $80 - 20 = 60 = f_{s \max}$ را به دست می‌آوریم تا ببینیم جسم شروع به حرکت می‌کند یا نه؟

$$f'_{s \max} = \mu_s F' \Rightarrow f'_{s \max} = 0.5 \times 60 = 30 \text{ N}$$

نیروی $mg = 40 \text{ N}$ می‌خواهد جسم را به سمت پایین بکشد و نیروی $F' = 60 \text{ N}$ می‌خواهد جسم را به سمت بالا هل دهد پس در واقع نیروی $60 - 40 = 20 = f'_{s \max}$ کمتر است در نتیجه جسم در حال سکون باقی می‌ماند و به جسم ساکن نیروی اصطکاک ایستایی وارد می‌شود:

سکون باقی می‌ماند و به جسم ساکن نیروی اصطکاک ایستایی وارد می‌شود:

$$mg + f'_s = F'$$

نیروهای روبه پایین

$$\Rightarrow 40 + f'_s = 60 \Rightarrow f'_s = 20 \text{ N}$$

نیروی عمودی سطح و اصطکاک در حالت اول برابر شد با:

$$F_N = 80 \text{ N}, f_{s \max} = \mu_s F_N = 40 \text{ N}$$

نیروی عمودی سطح و اصطکاک در حالت دوم برابر شد با:

$$F'_N = 60 \text{ N}, f'_s = 20 \text{ N}$$

نکته برابری دو نیروی اصطکاک و نیروی عمودی سطح برابر نیروی است که جسم بر سطح یا سطح بر جسم وارد می‌کند.

حالت (۱)

$$R = \sqrt{f_{s \max}^2 + F_N^2}$$

$$R = \sqrt{40^2 + 80^2} = 40\sqrt{1^2 + 2^2}$$

$$R = 40\sqrt{5} \text{ N}$$

حالت (۲)

$$R' = \sqrt{f_s'^2 + F_N'^2}$$

$$R' = \sqrt{20^2 + 60^2} = 20\sqrt{1^2 + 3^2}$$

$$R' = 20\sqrt{10}$$

حال نسبت $\frac{R'}{R}$ را حساب می‌کنیم:

$$\frac{R'}{R} = \frac{20\sqrt{10}}{40\sqrt{5}} = \frac{20\sqrt{5} \times \sqrt{2}}{40\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

بازی با سؤال در این مسئله اگر نیروی $F' = 20 \text{ N}$ روبه پایین بر جسم وارد شود، نیرویی که جسم به دیواره وارد می‌کند چند نیوتون است؟ ($\mu_k = 0.4$)

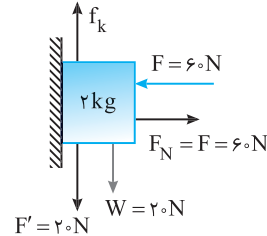
$$15\sqrt{3} \quad (4) \quad 10 \quad (3) \quad 5\sqrt{29} \quad (2) \quad 12\sqrt{29} \quad (1)$$

پایان ۱ بیشینه اصطکاک ایستایی برابر است با:

$$f_{s \max} = \mu_s F_N = 0.6 \times 60 = 36 \text{ N}$$

۲ جمع نیروهای رو به پایین را حساب می‌کنیم.

$$F' + W = 20 + 20 = 40 \text{ N} > 36$$



۳ نیروی 40 N رو به پایین از اصطکاک آستانه حرکت بیشتر است و جسم شروع به حرکت می‌کند. در این حالت نیروی اصطکاک بین جسم و دیواره برابر f_k است. نیروی اصطکاک جنبشی را به دست می‌آوریم.

$$f_k = \mu_k F_N \xrightarrow{\mu_k = 0.4} f_k = 0.4 \times 60 \Rightarrow f_k = 24 \text{ N}$$

۴ نیرویی که جسم بر سطح وارد می‌کند خواهد شد:

$$R = \sqrt{f_k^2 + F_N^2} \Rightarrow R = \sqrt{24^2 + 60^2} = \sqrt{12^2(2^2 + 5^2)}$$

$$\Rightarrow R = 12\sqrt{29} \text{ N}$$

گزینه ۱

B ۸۹۹ ۲

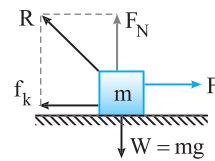
خط فکری هر گاه در مسائل دینامیک، در صورت مسئله، زمان داده شود یعنی شما باید سراغ حرکت‌شناسی بروید زیرا در روابط حرکت‌شناسی، زمان وجود دارد. یعنی به کمک حرکت‌شناسی، شتاب را حساب کنید سپس به کمک قانون دوم نیوتون (البته پس از رسم نیروهای وارد بر جسم) مجهول مسئله را به دست بیاورید.

۱ شتاب حرکت جسم را حساب می‌کنیم.

$$a = \frac{v - v_0}{t} \Rightarrow a = \frac{3 - 0}{4} \Rightarrow a = \frac{3}{4} \text{ m/s}^2$$

۲ به کمک قانون دوم نیوتون نیروی اصطکاک جنبشی بین جسم و سطح را به دست می‌آوریم:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow F - f_k = ma \Rightarrow 177 - f_k = 36 \times \frac{3}{4} \Rightarrow f_k = 150 \text{ N}$$



۳ جسم روی سطح افقی در حال حرکت است پس باید نیروهای قائم متوازن باشند:

$$F_N = W \Rightarrow F_N = mg \Rightarrow F_N = 360 \text{ N}$$

نکته نیروی عمودی سطح و نیروی

اصطکاک از طرف سطح به جسم وارد می‌شود بنابراین نیرویی که سطح بر جسم وارد می‌کند برابر برابری دو نیروی اصطکاک و نیروی عمودی سطح است که برهم عمودند:

$$R = \sqrt{F_N^2 + f_k^2}$$

۴ نیرویی که سطح بر جسم وارد می‌کند، برابری دو نیروی عمودی سطح و نیروی اصطکاک است:

$$R = \sqrt{F_N^2 + f_k^2} = \sqrt{360^2 + 150^2} \Rightarrow R = \sqrt{30^2(12^2 + 5^2)}$$

$$\Rightarrow R = 30\sqrt{169} \Rightarrow R = 30 \times 13 \Rightarrow R = 390 \text{ N}$$

حالت اول: سرعت جسم ثابت است یعنی نیروی اصطکاک f_k با نیروی $F_1 = 10\text{N}$

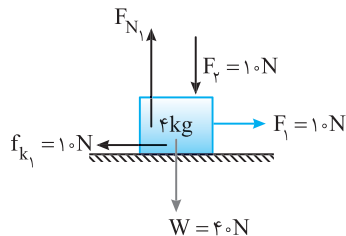
برابر است. $F_{\text{net}} = 0 \Rightarrow f_k = F_1 = 10\text{N}$

نیروی عمودی تکیه‌گاه در این حالت خواهد شد:

$$F_{N_1} = F_1 + W = 10 + 40 \Rightarrow F_{N_1} = 50\text{N}$$

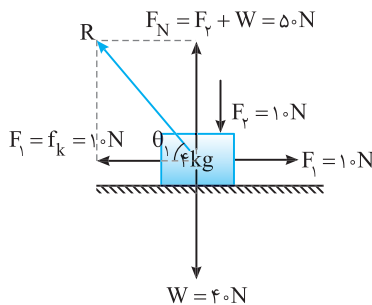
ضریب اصطکاک را حساب می‌کنیم.

$$f_k = \mu_k F_{N_1} \Rightarrow 10 = \mu_k (50) \Rightarrow \mu_k = 0.2$$



تانژانت زاویه θ_1 خواهد شد:

$$\tan \theta_1 = \frac{50}{10} = 5$$



حالت دوم: نیروی عمودی سطح مطابق شکل زیر خواهد شد:

$$F'_{N_1} = W - F_1 \Rightarrow F'_{N_1} = 40 - 10 = 30\text{N}$$

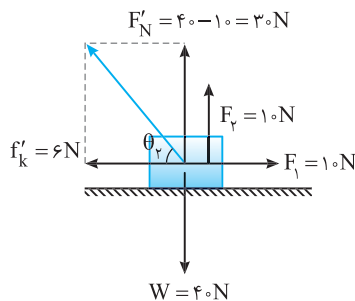
نیروی اصطکاک جدید را حساب می‌کنیم.

$$f'_k = \mu_k F'_{N_1} = 0.2 \times 30 = 6\text{N}$$

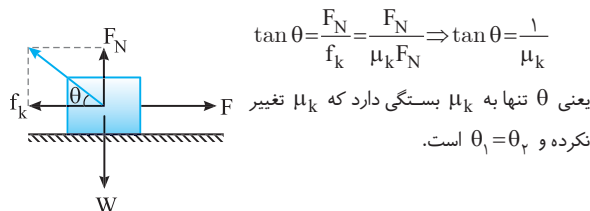
تانژانت زاویه θ_2 خواهد شد:

$$\tan \theta_2 = \frac{30}{6} = 5$$

بنابراین $\theta_1 = \theta_2 < 90^\circ$ است.



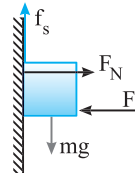
میانبر - به این همه حل نیازی نداریم. با توجه به شکل خواهیم داشت:



B ۹۰۱ ۲

خط فکری

سطح بر جسم نیروی عمودی سطح و نیروی اصطکاک وارد می‌کند، بنابراین واکنش این نیروها هم اندازه آن‌ها و خلاف جهتشان توسط جسم بر سطح وارد خواهد شد. به جای نیرویی که جسم بر سطح وارد می‌کند نیرویی که سطح بر جسم وارد می‌کند را بررسی می‌کنیم.



۱. جسم ساکن است و نیروهای وارد بر آن متوازن هستند.

$$f_s = W, F_N = F$$

۲. نیرویی که سطح بر جسم وارد می‌کند خواهد شد:

$$R = \sqrt{F_N^2 + f_s^2} \Rightarrow R = \sqrt{F^2 + W^2}$$

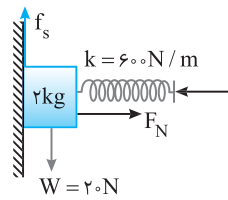
۳. اگر نیروی F دو برابر شود جسم همچنان ساکن می‌ماند. یعنی نیروی اصطکاک f_s همچنان با نیروی وزن (W) برابر است اما با دو برابر شدن F نیروی F_N نیز دو برابر می‌شود و نیرویی که سطح بر جسم وارد می‌کند برابر است با:

$$R' = \sqrt{F_N'^2 + f_s'^2} \Rightarrow R' = \sqrt{(2F)^2 + f_s^2}$$

برای آن که R' دو برابر R باشد باید f_s نیز دو برابر شده باشد که چنین نیست و $R < R' < 2R$ است یعنی نیرویی که سطح به جسم (یا جسم به سطح) وارد می‌کند افزایش می‌یابد اما دو برابر نمی‌شود.

C ۹۰۲ ۲

شکل ساده‌ای از موضوع مسئله به همراه نیروهای وارد بر آن رسم می‌کنیم. یادمان باشد نخ پاره شده است و کشش نخ وجود ندارد.



۱. نیروی کشسانی فنر را حساب می‌کنیم:

$$F = kx = 600 \times 0.1 \Rightarrow F = 60\text{N}$$

$$\Rightarrow F = 60\text{N}$$

۲. نیروی عمودی سطح خواهد شد:

$$F_{\text{net}_x} = 0 \Rightarrow F_N = F \Rightarrow F_N = 60\text{N}$$

$$W = mg \Rightarrow W = 2 \times 10 = 20\text{N}$$

۳. نیروی وزن را به دست می‌آوریم:

۴. نیروی اصطکاک آستانه حرکت را حساب می‌کنیم:

$$f_{s_{\text{max}}} = \mu_s F_N \xrightarrow{\mu_s = 0.4} f_{s_{\text{max}}} = 0.4 \times 60 \Rightarrow f_{s_{\text{max}}} = 24\text{N}$$

۵. با مقایسه نیروی وزن با نیروی اصطکاک آستانه حرکت مشخص است که جسم همچنان ساکن می‌ماند و اصطکاک بین جسم و سطح $f_s = W = 20\text{N}$ است.

۶. نیرویی که سطح بر جسم وارد می‌کند خواهد شد:

$$R = \sqrt{W^2 + f_s^2} \Rightarrow R = \sqrt{20^2 + 20^2} = 20\sqrt{2}\text{N}$$

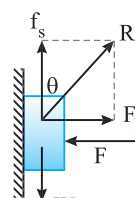
B ۹۰۳ ۳

۱. جسم ساکن است و نیروهای وارد بر آن متوازن هستند بنابراین هر چقدر بر نیروی F بیافزاییم نیروی اصطکاک همچنان برابر نیروی وزن است $f_s = W$ و نیروی اصطکاک تغییر نمی‌کند.

۲. با افزایش F نیروی عمودی سطح افزایش می‌یابد. با توجه به شکل می‌توان نوشت:

$$\tan \theta \uparrow = \frac{F_N \uparrow}{f_s}$$

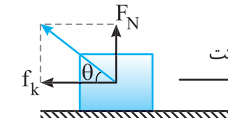
بنابراین با افزایش F_N ، θ افزایش می‌یابد.



B ۹۰۴ ۱

خط فکری

از نیرویی که سطح به جسم وارد می‌کند حرکت $R = \sqrt{f_k^2 + F_N^2}$ است. یعنی شما ابتدا باید در هر حالت نیروی عمودی سطح F_N و نیروی اصطکاک را حساب کنید سپس به کمک $\tan \theta$ زاویه θ را بررسی کنید.



B ۹۰۵

خط فکری

جسم دارای سرعت ثابت است. بنابراین نیروهای وارد بر آن متوازن هستند. نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم و برابری نیروهای در امتداد محور X و Y را بررسی می‌کنیم و برابری نیروی اصطکاک و نیروی عمودی سطح را به دست می‌آوریم. نیرویی که سطح بر جسم وارد می‌کند $(R = \sqrt{f_k^2 + F_N^2})$ را حساب می‌کنیم سپس زاویه بین نیروی R و راستای افق را به کمک مثلثات معین می‌کنیم.

۱ مطابق شکل می‌توان نوشت:

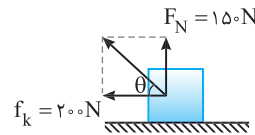
$$\begin{aligned} F_{\text{net},x} = 0 &\Rightarrow f_k = F_x \\ &\Rightarrow f_k = 200\text{N} \\ F_{\text{net},y} = 0 &\Rightarrow F_N + F_y = W \\ &\Rightarrow F_N = W - F_y = 400 - 250 \\ &\Rightarrow F_N = 150\text{N} \end{aligned}$$

۲ نیروی وارد بر جسم برابر خواهد شد با: $R = \sqrt{200^2 + 150^2} \Rightarrow R = 250\text{N}$

۳ زاویه‌ای که نیرو با راستای حرکت

می‌سازد را به دست می‌آوریم:

$$\tan \theta = \frac{F_N}{f_k} = \frac{150}{200} \Rightarrow \theta = 37^\circ$$



C ۹۰۶

خط فکری

باید ابتدا با هم فکر کنیم. وقتی تریلی ترمز می‌کند، عاملی که سبب توقف جعبه به همراه کامیون می‌شود نیروی اصطکاک بین کف تریلی و جعبه است. از خود می‌پرسیم که حداکثر نیروی اصطکاک چند نیوتون است و بیشترین شتاب جعبه در اثر نیروی اصطکاک چند m/s^2 است؟

$$f_{s,\text{max}} = \mu_s mg = 0.5 \times 2 \times 10 \Rightarrow f_{s,\text{max}} = 10\text{N}$$

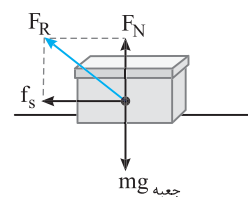
$$f_{s,\text{max}} = m a_{\text{جعبه}} \Rightarrow 10 = 2 a_{\text{max}} \Rightarrow a_{\text{max}} = 5\text{m/s}^2$$

بنابراین حداکثر شتاب توقف این جعبه 5m/s^2 یعنی اگر شتاب کامیون از 5m/s^2 کمتر باشد، جعبه و کامیون باهم متوقف می‌شوند و اگر شتاب ترمز گرفتن کامیون از 5m/s^2 بیشتر باشد، جعبه بر کف تریلی رو به جلو می‌لغزد. در این مسئله خوشبختانه شتاب توقف تریلی 4m/s^2 است و هر دو باهم متوقف می‌شوند. اکنون می‌توان مسئله را حل کرد.

تریلی در حال حرکت است اما جعبه نسبت به تریلی ساکن است، هنگام ترمز نیرویی که جعبه را از حرکت باز می‌دارد نیروی اصطکاک بین کف تریلی و جعبه است. با رسم نیروهای وارد بر جعبه و با توجه به این که تریلی با شتاب 4m/s^2 ترمز می‌کند، داریم:

نیروی عمودی سطح وارد بر جعبه را به دست می‌آوریم:

$$\begin{aligned} F_{\text{net},y} = 0 &\Rightarrow F_N - mg_{\text{جعبه}} = 0 \\ &\Rightarrow F_N = 2 \times 10 = 20\text{N} \end{aligned}$$

نیروی اصطکاک به جعبه شتاب 4m/s^2 داده است بنابراین نیروی اصطکاک وارد بر

$$F_{\text{net},x} = ma_{\text{جعبه}} \Rightarrow -f_s = 2 \times (-4) = -8 \Rightarrow f_s = 8\text{N}$$

جعبه برابر است با: با توجه به این که کف تریلی، دو نیروی F_N و f_s را بر جعبه وارد می‌کند، برابری این دو نیرو را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{aligned} F_R &= \sqrt{F_N^2 + f_s^2} \\ &= \sqrt{20^2 + 8^2} = 4\sqrt{5^2 + 2^2} = 4\sqrt{29}\text{N} \end{aligned}$$

B ۹۰۷

خط فکری

وقتی کامیون ترمز می‌کند، عاملی که سبب متوقف کردن صندوق به همراه کامیون می‌شود اصطکاک بین صندوق و کامیون است و اگر اصطکاک نبود، صندوق بنا به قانون اول نیوتون به حرکت خودش بر کف کامیون ادامه می‌داد تا به دیواره اتاقک کامیون برخورد کند.

برای آنکه کامیون در کوتاه‌ترین فاصله متوقف شود باید شتاب حرکت کندشونده آن بیشینه باشد و برای آنکه صندوق نیز با این شتاب متوقف شود باید نیروی اصطکاک ایستایی وارد بر صندوق بیشینه $(f_{s,\text{max}})$ باشد، بنابراین شما باید شتاب بیشینه صندوق حاصل از نیروی اصطکاک را حساب کنید. سپس با نوشتن معادله مستقل از زمان مقدار جابه‌جایی را به دست بیاورید.

۱ عامل توقف صندوق، اصطکاک بین کف کامیون و صندوق است که به صندوق شتاب توقف می‌دهد. $f_{s,\text{max}} = ma \Rightarrow \mu_s mg = ma \Rightarrow a = \mu_s g = 0.25 \times 10 = 2.5\text{m/s}^2$

۲ شتاب توقف کامیون حداکثر باید 2.5m/s^2 باشد تا صندوق بر کف کامیون نلغزد

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - 225 = 2(-2.5)\Delta x \Rightarrow \Delta x = \frac{225}{5} = 45\text{m}$$

از این‌رو: **بازی با سوال** یک محموله 1000 کیلوگرمی درون کامیونی که با سرعت 72km/h روی سطح افقی در حرکت است قرار دارد. فقط نیروی اصطکاک از لغزیدن محموله به جلو و عقب جلوگیری می‌کند. اگر ضریب اصطکاک ایستایی بین محموله و کامیون 0.4 باشد، کمترین فاصله‌ای که کامیون می‌تواند بایستد بدون اینکه محموله در اتاقک به جلو بلغزد، چند متر است؟ $(g = 10\text{m/s}^2)$

$$25 \quad 50 \quad 100$$

۴ باید جرم کامیون مشخص باشد. $100 \quad 3$

پاسخ محموله کامیون در اثر اصطکاک بین کف کامیون و محموله متوقف می‌شود و حداکثر شتابی که اصطکاک می‌تواند ایجاد کند خواهد شد:

$$f_{s,\text{max}} = ma \Rightarrow -\mu_s mg = ma \Rightarrow a_{\text{max}} = -\mu_s g$$

$$\Rightarrow a_{\text{max}} = -0.4 \times 10 \Rightarrow a_{\text{max}} = -4\text{m/s}^2$$

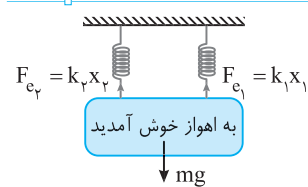
بنابراین حداکثر اندازه شتاب کامیون نیز باید 4m/s^2 باشد تا محموله کف کامیون نلغزد. به کمک رابطه مستقل از زمان، کمترین جابه‌جایی کامیون را حساب می‌کنیم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a_{\text{max}} \Delta x_{\text{min}} \quad v_0 = v_0 = 72\text{km/h} = 20\text{m/s}$$

$$0 - 400 = 2(-4)\Delta x_{\text{min}} \Rightarrow \Delta x_{\text{min}} = 50\text{m}$$

گزینه ۱

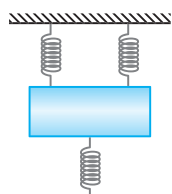
A ۹۰۸



جسم در حال سکون است. پس نیروهای وارد بر آن متوازن می‌باشد. چون فنرها مشابه‌اند پس کشش آنها با هم برابر است، بنابراین:

$$F_{\text{net}} = 0 \Rightarrow k_1 x_1 + k_2 x_2 = mg \Rightarrow 2000 x_1 + 2000 x_2 = 1200$$

$$\xrightarrow{\text{فنرها مشابه}} 4000 x = 1200 \Rightarrow x = 0.3\text{m} = 30\text{cm}$$



بازی با سوال در شکل روبه‌رو هر سه فنر با ثابت 3000N/m به اندازه 10cm کشیده شده‌اند. جرم تابلو چند کیلوگرم است؟ $(g = 10\text{N/kg})$

$$20 \quad 15 \quad 1$$

$$30 \quad 4 \quad 25 \quad 3$$

پاسخ هر سه فنر بنا به فرض مسئله کشیده شده‌اند و می‌خواهند به حالت اول باز گردند بنابراین نیروی کشسانی دو فنر بالایی رو به بالا و نیروی کشسانی فنر پایینی رو به پایین و در جهت نیروی وزن است. تابلو ساکن است و نیروهای وارد بر تابلو متوازن هستند. بنابراین:

$$F_{\text{net}} = 0 \Rightarrow F_1 + F_2 = F_3 + W \Rightarrow kx + kx = kx + W$$

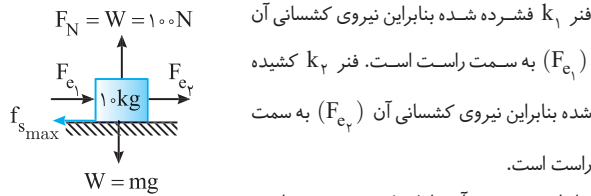
$$\Rightarrow kx = W \quad \xrightarrow{k=3000\text{N/m}, x=0.1\text{m}} 3000 \times 0.1 = m \times 10 \Rightarrow m = 30\text{kg}$$

گزینه ۳

البته می‌توان به راحتی گفت که فنر (۲) دو وزنه و فنر (۱) یک وزنه را تحمل می‌کند بنابراین افزایش طول فنر (۲) دو برابر افزایش طول فنر (۱) است.

گزینه ۲

نکته نیروی وارد از طرف فنر همواره خلاف جهت تغییر طول می‌باشد.



بنابراین جسم در آستانه حرکت به سمت راست بوده و نیروی اصطکاک ایستایی $f_{s\max}$ به سمت چپ است. نیروهای وارد بر جسم را

رسم کرده برابری آن‌ها را برابر صفر قرار می‌دهیم و ضریب اصطکاک را حساب می‌کنیم:

$$F_{net} = 0 \Rightarrow F_{e1} + F_{e2} = f_{s\max} \Rightarrow k_1 \Delta x_1 + k_2 \Delta x_2 = f_{s\max}$$

$$200 \times \frac{2}{100} + 400 \times \frac{4}{100} = \mu_s F_N \xrightarrow{F_N = mg} 20 = \mu_s \times 100 \Rightarrow \mu_s = 0.2$$

۲ ۹۱۳ B

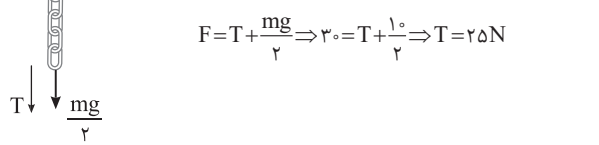
خط فکری اگر زنجیر و جسم بر کف نیروسنج قرار داده شوند، نیروسنج جمع وزن آن‌ها را نشان خواهد داد ($40 + 10 = 50 \text{ N}$) حال اگر شما زنجیر را گرفته و به آن نیرویی رو به بالا وارد کنید، نیروسنج عدد کمتری را نشان می‌دهد که این کاهش برابر نیرویی است که شما رو به بالا به مجموعه وارد کرده‌اید.

۱ نیروسنج به جای 50 N عدد 20 N را نشان می‌دهد بنابراین نیروی F برابر است با:

$$F = 50 - 20 \Rightarrow F = 30 \text{ N}$$

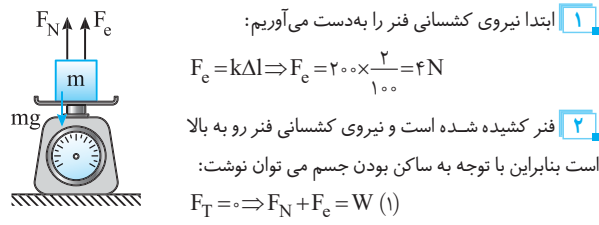
۲ نیروی کشش در وسط زنجیر را باید این گونه در نظر گرفت که اگر وزنه را با نصف زنجیر (5 N) روی ترازو قرار دهیم، ترازو عدد $40 + 5 = 45 \text{ N}$ را نشان می‌دهد. اما نیروسنج 20 N را نشان می‌دهد یعنی در وسط زنجیر نیروی $45 - 20 = 25 \text{ N}$ وارد می‌شود.

روش دیگر: نیروهای وارد بر نیمه بالای زنجیر را رسم می‌کنیم، این نیروها متوازن هستند.



۳ ۹۱۴ B

نکته نیروی کشسانی فنر در خلاف جهت تغییر طول آن است.



۱ ابتدا نیروی کشسانی فنر را به دست می‌آوریم:

$$F_e = k \Delta l \Rightarrow F_e = 200 \times \frac{2}{100} = 4 \text{ N}$$

۲ فنر کشیده شده است و نیروی کشسانی فنر رو به بالا است بنابراین با توجه به ساکن بودن جسم می‌توان نوشت:

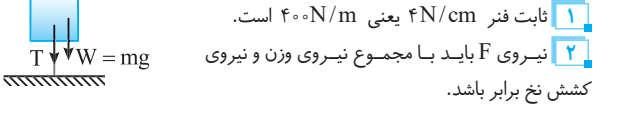
$$F_T = 0 \Rightarrow F_N + F_e = W \quad (1)$$

۳ ترازو عدد 4 N را نشان می‌دهد، ترازوی فنی نیروی عمودی سطح را نشان می‌دهد پس $F_N = 4 \text{ N}$ است، از این رو داریم:

$$(1) \Rightarrow 4 + 4 = W \Rightarrow W = 8 \text{ N} \Rightarrow mg = 8 \Rightarrow m = 0.8 \text{ kg}$$

۴ ۹۰۹ B

خط فکری نیروی وزن و نیروی کشش نخ هر دو رو به پایین و نیروی کشسانی فنر رو به بالاست و چون جسم در تعادل است باید نیروها متوازن باشند. نیروها را رسم کنید و مسئله را حل کنید.



۱ ثابت فنر 4 N/cm یعنی 40 N/m است.

۲ نیروی F باید با مجموع نیروی وزن و نیروی کشش نخ برابر باشد.

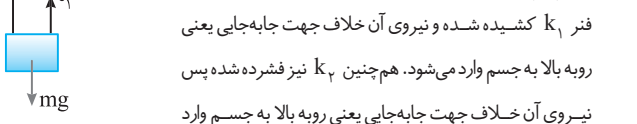
$$F_{net} = 0 \Rightarrow F = T + W \xrightarrow{W = 1 \times 1 = 1 \text{ N}} kx = 8 + 1 \Rightarrow 40 \times x = 9 \Rightarrow x = \frac{9}{40} \text{ cm}$$

۳ طول فنر در این حالت برابر است با:

$$l = 24 + 9/40 \Rightarrow l = 28.225 \text{ cm}$$

۳ ۹۱۰ B

نکته نیروی کشسانی فنر همواره در خلاف جهت تغییر طول آن است.



فنر k_1 کشیده شده و نیروی آن خلاف جهت جابه‌جایی یعنی رو به بالا به جسم وارد می‌شود. هم‌چنین k_2 نیز فشرده شده پس نیروی آن خلاف جهت جابه‌جایی یعنی رو به بالا به جسم وارد می‌شود. نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم و نیروی کشسانی هر فنر را حساب می‌کنیم:

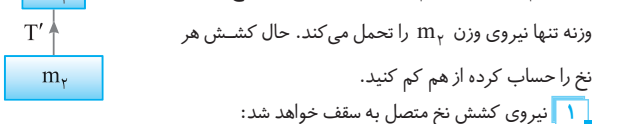
$$F_{e1} = k_1 \Delta x_1 = 5 \times 4 = 20 \text{ N}, \quad F_{e2} = k_2 \Delta x_2 = 2000 \times \frac{2}{100} = 40 \text{ N}$$

نیروی خالص وارد بر جسم صفر است از این‌رو می‌توان نوشت:

$$F_{net} = 0 \Rightarrow mg = F_{e1} + F_{e2} \Rightarrow mg = 60 \text{ N} \Rightarrow m = 6 \text{ kg}$$

۲ ۹۱۱ A

خط فکری دقت کنید نخ بالایی وزن هر دو وزنه $m_1 = 2 \text{ kg}$ و $m_2 = 3 \text{ kg}$ را تحمل می‌کند اما نخ بین دو وزنه تنها نیروی وزن m_2 را تحمل می‌کند. حال کشش هر



نخ را حساب کرده از هم کم کنید.

۱ نیروی کشش نخ متصل به سقف خواهد شد:

$$T = (m_1 + m_2)g \Rightarrow T = (2 + 3) \times 10 = 50 \text{ N}$$

۲ نیروی کشش نخ بین دو وزنه برابر است با: $T' = m_2 g \Rightarrow T' = 3 \times 10 = 30 \text{ N}$

۳ تفاوت T و T' را به دست می‌آوریم:

$$T - T' = 50 - 30 = 20 \text{ N}$$

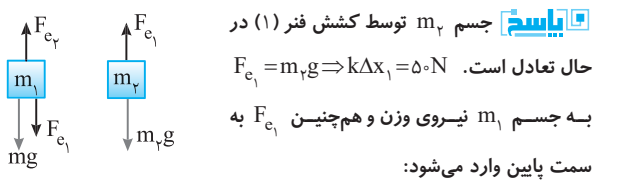
میابیر از همان ابتدا مشخص است که اختلاف این دو نیروی کشش برابر وزن، وزنه m_1 یعنی $W_1 = 20 \text{ N}$ است. زیرا T ، به همین اندازه وزن بیشتری را تحمل می‌کند.

بازی با سؤال

در شکل روبه‌رو مجموعه در حال تعادل می‌باشد و دو فنر مشابه‌اند. تغییر طول فنر (۲) چند برابر تغییر طول فنر (۱) است؟ (جرم فنرها ناچیز و $g = 10 \text{ N/kg}$ است)

خارج ریاضی - ۸۸

۱ (۱)
۲ (۲)
۲/۵ (۳)



پاسخ جسم m_2 توسط کشش فنر (۱) در حال تعادل است. $F_{e1} = m_2 g \Rightarrow k \Delta x_1 = 50 \text{ N}$

به جسم m_1 نیروی وزن و هم‌چنین F_{e1} به سمت پایین وارد می‌شود:

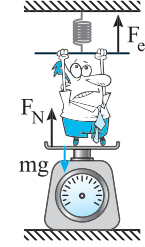
$$F_{e2} = mg + F_{e1} = 50 + 50 \Rightarrow F_{e2} = 100 \text{ N} \Rightarrow k \Delta x_2 = 100 \text{ N}$$

$$\frac{k \Delta x_2}{k \Delta x_1} = \frac{100}{50} \Rightarrow \frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} = 2$$

۱ ۹۱۵ B

خط فکری

شخصی فنر را رو به پایین می‌کشد، بنابراین نیرویی که فنر بر شخص وارد می‌کند رو به بالاست و سبب می‌گردد که نیروسنج عدد کمتری نشان دهد. در واقع عددی که نیروسنج نشان خواهد داد تقاضل نیروی وزن شخص و نیروی کشسانی فنر است. نیروها را رسم کنید و نیروی کشسانی فنر را به دست آورید و از وزن کم کنید.



۱) شخص فنر را رو به پایین کشیده است بنابراین نیروی کشسانی فنر رو به بالا است.

$$F_e = k\Delta x \Rightarrow F_e = 150 \times 0.1 = 15 \text{ N}$$

۲) وزن شخص برابر است با: $W = mg \Rightarrow W = 60 \text{ N}$

ترازی فنری نیروی عمودی سطح را نمایش می‌دهد از این رو:

$$F_N = W - F_e \Rightarrow \text{عدد نیروسنج} = 60 - 15 = 45 \text{ N}$$

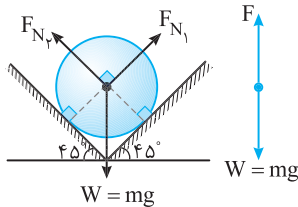
۴ ۹۱۶ B

خط فکری

نیرویی که جسم بر دیواره‌ها وارد می‌کند همان نیروی عمودی سطح F_N است که توسط دیواره‌ها بر جسم وارد می‌شود، بنابراین باید F_N را حساب کنیم. همچنین چون زاویه دیواره‌ها با سطح یکسان و 45° است پس با توجه به تقارن، نیرویی که هریک از دیواره‌ها وارد می‌کنند، یکسان است.

زاویه دیواره‌ها با سطح یکسان است پس نیروی عمودی سطح دو دیواره یکسان است:

$$F = \sqrt{F_{N1}^2 + F_{N2}^2} \xrightarrow{F_{N1} = F_{N2}} F = F_{N1} \sqrt{2}$$



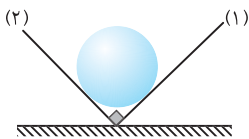
جسم در حال تعادل است پس نیروی وزن و نیروی F هم‌اندازه و خلاف جهت هم‌اند:

$$F_{N1} \sqrt{2} = mg \Rightarrow F_{N1} \sqrt{2} = 50$$

$$\Rightarrow F_{N1} = \frac{50}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{50\sqrt{2}}{2} \Rightarrow F_{N1} = 25\sqrt{2} \text{ N}$$

یازاری سؤال

وزن 40 N درون ناوهای با دیواره‌های صیقلی قرار دارد. اگر نیرویی که دیواره (۱) به کره وارد می‌کند $\frac{4}{3}$ برابر نیرویی



باشد که دیواره (۲) بر کره وارد کرده، نیروی وارد بر کره از طرف دیوار (۲) چند نیوتون است؟

- کنکور دهه‌های گذشته
- ۲۴ (۱) ۳۲ (۲) ۴۰ (۳) ۲۶ (۴)

۱) ابتدا نیروهای وارد بر جسم را مطابق شکل رسم می‌کنیم. F_{N1} و F_{N2} بر دیواره‌ها عمودند. با توجه به شکل زاویه بین F_{N1} و F_{N2}

مانند زاویه بین دو دیوار 90° است. با توجه به اینکه جسم در حال تعادل

می‌باشد و سه نیروی F_{N1} ، F_{N2} و mg متوازن هستند و بر این دو نیروی عمود بر هم F_{N1} و F_{N2} باید هم‌اندازه و در خلاف جهت mg باشد:

$$\begin{cases} \sqrt{F_{N1}^2 + F_{N2}^2} = mg \\ F_{N2} = F \text{ و } F_{N1} = \frac{4}{3} F_{N2} = \frac{4}{3} F \end{cases} \Rightarrow \sqrt{F^2 + \frac{16}{9} F^2} = 40 \Rightarrow \frac{5}{3} F = 40 \Rightarrow F = 24 \text{ N}$$

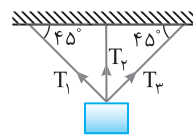
گزینه ۱

بر وزنه سه نیروی T_1 و T_2 و W وارد می‌شود. جسم در تعادل است و سه نیروی T_1 و T_2 و وزن متوازن‌اند بنابراین بر ایند T_1 و T_2 که عمود بر هم‌اند باید هم‌اندازه و خلاف جهت T_1 باشد. از این رو به کمک قضیه فیثاغورس می‌توان نوشت:

$$F' = T_1 \Rightarrow \sqrt{T_2^2 + (mg)^2} = T_1 \Rightarrow T_2^2 + (mg)^2 = T_1^2 \Rightarrow T_2^2 + 1600 = 2500 \Rightarrow T_2^2 = 900 \Rightarrow T_2 = 30 \text{ N}$$

یازاری سؤال

در شکل روبه‌رو، وزنه 26 کیلوگرمی توسط سه طناب T_1 ، T_2 و T_3 از سقف آویخته شده و ساکن است. اگر کشش طناب قائم T_2 برابر 90 N باشد، اندازه بر ایند



نیروی کشش دو طناب T_1 و T_3 چند نیوتون است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$)

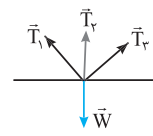
- ۳۳۰ (۱) ۱۷۰ (۲) ۱۱۰ (۳) ۸۰ (۴)

یازاری سؤال

چون جسم در تعادل است، بنابراین: $F_{net} = 0 \Rightarrow \vec{T}_1 + \vec{T}_2 + \vec{T}_3 + \vec{W} = 0$

گزینه ۲

$$\Rightarrow |\vec{T}_1 + \vec{T}_2| = |\vec{T}_3 + \vec{W}|$$

$$\Rightarrow |\vec{T}_1 + \vec{T}_2| = |260 - 90| = 170 \text{ N}$$


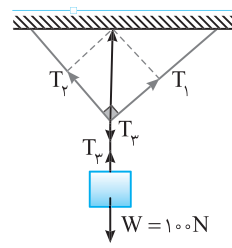
۲ ۹۱۷ B

خط فکری

نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم. به نخ قائم متصل به وزنه دقت کنید نیروی کشش این نخ برابر وزن جسم است.

$$T_3 = W \Rightarrow T_3 = 100 \text{ N}$$

۲) اکنون به نیروهای وارد بر محل اتصال سه نخ دقت کنید. (T_2, T_1, T_3)



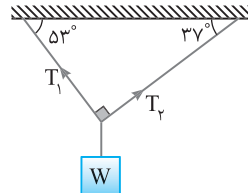
این سه نیرو متوازن هستند و باید اندازه T_3 با اندازه بر ایند T_1 و T_2 برابر شود.

۳) T_1 و T_2 بر هم عمودند و بنا به رابطه فیثاغورس می‌توان نوشت:

$$\sqrt{T_1^2 + T_2^2} = T_3 \xrightarrow{T_1 = \sqrt{2} T_2} \sqrt{3 T_2^2 + T_2^2} = T_3 \Rightarrow 2 T_2 = T_3 \Rightarrow T_2 = 50 \text{ N}$$

یازاری سؤال

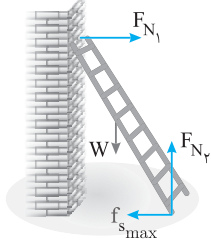
در شکل روبه‌رو وزنه W در حال تعادل است. $\frac{T_2}{T_1}$ برابر



کدام گزینه است؟ (جرم ریسمان ناچیز است.)

- ۲/۳ (۴) ۳/۲ (۳) ۴/۳ (۲) ۳/۴ (۱)

رو به بالا و در آخر نیروی اصطکاک ایستایی وارد بر نردبان که مانع لیز خوردن آن می‌شود. نردبان در آستانه سر خوردن بوده و نیروی اصطکاک بیشینه مقدار $(f_{s_{max}})$ را دارد.



$$f_{s_{max}} = \mu_s F_{N_2} = 0.5 \times 200 = 100 \text{ N}$$

در این صورت نیرویی که سطح زمین به نردبان وارد می‌کند برابر است با:

$$\vec{F}_{R_{\text{زمین}}} = -100\hat{i} + 200\hat{j}$$

۱ با توجه به شکل روبه‌رو برآیند نیروها در امتداد قائم را برابر صفر قرار داده و نیروی F_{N_2} را حساب می‌کنیم.

$$F_{\text{net},y} = 0 \Rightarrow F_{N_2} = W \Rightarrow F_{N_2} = 200 \text{ N}$$

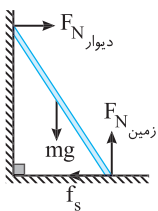
۲ اکنون نیروی اصطکاک که توسط سطح زمین بر نردبان وارد می‌شود را به دست می‌آوریم:

۲ ۹۲۳ B

برآیند نیروی عمودی سطح (F_N) و نیروی اصطکاک (f) که از طرف

$$R = \sqrt{F_N^2 + f^2}$$

سطح به جسم وارد می‌شود را نیروی سطح گویند:



توسط دیوار قائم تنها نیروی عمودی سطح و توسط سطح زمین دو نیروی عمودی سطح و نیروی اصطکاک به نردبان وارد می‌شود. نیروی اصطکاک مانع لیز خوردن نردبان به سمت راست می‌شود بنابراین جهت f_s به سمت چپ است. نیروهای وارد بر نردبان را رسم می‌کنیم و نیروهای افقی را برابر هم و نیروهای قائم را نیز برابر هم قرار می‌دهیم:

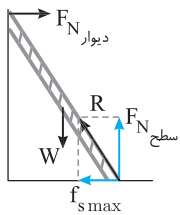
$$\begin{cases} f_s = F_{N_{\text{دیوار}}} = 300 \text{ N} \\ F_{N_{\text{زمین}}} = mg = 400 \text{ N} \end{cases}$$

هر دو نیروی $F_{N_{\text{زمین}}}$ و f_s از زمین به نردبان وارد شده و نیرویی که زمین به نردبان

$$R = \sqrt{300^2 + 400^2} = 500 \text{ N}$$

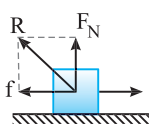
وارد می‌کند برابر است با:

۱ ۹۲۴ B



۱ هر گاه بر جسمی نیرو وارد شود و جسم در آستانه سر خوردن باشد، یعنی اصطکاک ایستایی بین جسم و سطح بیشینه $(f_{s_{max}} = \mu_s F_N)$ است.

باید شکل مسئله را رسم کنید و نیروهای وارد بر نردبان را بکشید.



یادآوری: نیرویی که سطح بر جسم وارد می‌کند، برآیند دو نیروی اصطکاک و نیروی عمودی سطح است.

۱ نردبان ساکن است، از این‌رو نیروهایی که در

امتداد قائم هستند، یعنی نیروی وزن (W) و نیروی عمودی سطح (F_N) متوازن بوده

$$F_N = W = mg \xrightarrow{m=16\text{kg}} F_N = 16 \times 10 = 160 \text{ N}$$

بنابراین:

$$R = \sqrt{F_N^2 + f_{s_{max}}^2} \Rightarrow 200^2 = 160^2 + f_{s_{max}}^2$$

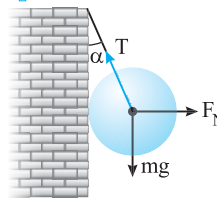
$$\Rightarrow f_{s_{max}}^2 = 200^2 - 160^2 = (200+160)(200-160) = 360 \times 40$$

$$f_{s_{max}}^2 = 36 \times 400 \Rightarrow f_{s_{max}} = 6 \times 20 = 120 \text{ N}$$

۳ ضریب اصطکاک ایستایی خواهد شد:

$$f_{s_{max}} = \mu_s mg \Rightarrow 120 = \mu_s \times 16 \times 10 \Rightarrow \mu_s = \frac{12}{16} = \frac{3}{4}$$

۳ ۹۱۹ A



بر جسم سه نیرو وارد می‌شود:

- ۱ نیروی وزن
- ۲ نیروی کشش
- ۳ نیروی عمود بر سطح

ابتدا نیروهایی که به جسم وارد می‌شوند

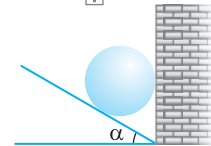
را رسم می‌کنیم. جسم در حال تعادل است پس نیروهای متوازن می‌باشند و باید برآیند نیروهای F_N و mg با T برابر و خلاف جهت آن می‌باشد.

$$T = \sqrt{F_N^2 + (mg)^2} \Rightarrow T = \sqrt{900 + 1600} = 50 \text{ N}$$

۱ باز با سؤال: در شکل زیر نیروی عمودی سطح شیب‌دار وارد بر جسم

کروی برابر 500 N است. نیروی عمودی سطح از طرف دیوار قائم بر جسم کروی و

نیروی وزن کره به ترتیب از راست به چپ کدام گزینه می‌تواند باشد؟ **تجربی - ۹۴**



- (۱) ۳۰۰ و ۴۰۰
- (۲) صفر و ۳۰۰
- (۳) صفر و ۴۰۰
- (۴) ۳۰۰ و ۶۰۰

۱ پاسخ

نیروهای وارد بر جسم متوازن

می‌باشد بنابراین باید برآیند دو نیروی عمود

بر هم F_R و W برابر F'_R و در خلاف

جهت آن باشد. $\sqrt{F_R^2 + W^2} = F'_R$

با توجه به معادله بالا تنها گزینه (۱) می‌تواند

درست باشد.

۱ گزینه

۱ ۹۲۰ B

نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم:

۱ نیروی F_N عمود بر سطح و در

امتداد شعاع نیمکره است.

۲ جسم ساکن و در حالت تعادل است و

نیروهای وارد بر جسم متوازن هستند. از

این‌رو اندازه برآیند نیروی افقی $F = 50 \text{ N}$ و نیروی وزن $W = 120 \text{ N}$ باید هم‌اندازه

نیروی F_N باشد. به کمک رابطه فیثاغورس F_N را به دست می‌آوریم.

$$F_N = \sqrt{F^2 + W^2} \Rightarrow F_N = \sqrt{50^2 + 120^2} \Rightarrow F_N = 130 \text{ N}$$

۲ ۹۲۱ A

دیوار و کف بر نردبان نیروی عمودی F_N وارد می‌کنند در شکل (۱) و (۲) نیروی F_N

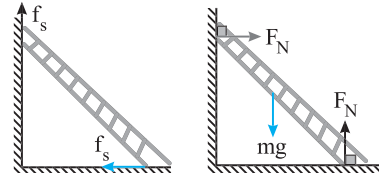
بر سطح عمود نبوده و این شکل‌ها نادرست هستند. اما در مورد شکل (۲) و (۳)، نیروی

اصطکاک خلاف جهت لغزش به نردبان وارد می‌شود. اگر نردبان بخواهد بلغزد به

سمت پایین خواهد لغزید پس روی دیوار قائم روبه پایین می‌لغزد و باید اصطکاک به

سمت بالا به آن وارد شود و روی سطح افقی نیز به سمت راست می‌لغزد پس نیروی

اصطکاک به سمت چپ به آن وارد می‌شود و گزینه (۲) درست است.



۲ ۹۲۲ B

خط فکری: نردبان ساکن است. باید نیروهای وارد بر آن را رسم کنیم اما جالبی مسئله

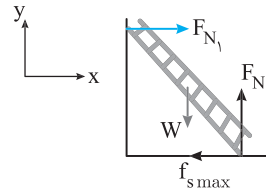
این است که این نیروها بر خلاف همه مسائل قبلی بر نقاط مختلف جسم باید رسم شوند.

نیروهای وارد بر نردبان عبارتند از نیروی عمودی سطح دیوار بر نردبان (F_{N_1}) که به‌طور افقی

بر نردبان وارد می‌شود. نیروی وزن (W) رو به پایین، نیروی عمودی سطح زمین (F_{N_2})

B ۹۲۵

۱ نیروهای وارد بر نردبان را رسم می‌کنیم.
۲ نردبان در آستانه لغزیدن است بنابراین نیروی اصطکاک بین نردبان و سطح برابر $f_{s\max}$ است.

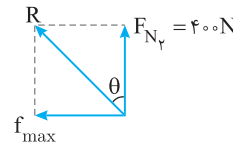


۳ با توجه به شکل نیروهای وارد بر نردبان توسط سطح زمین را می‌توان نوشت:

$$\tan \theta = \frac{f_{s\max}}{F_{N_2}} = \frac{\mu_s F_{N_1}}{F_{N_2}} = \mu_s$$

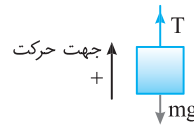
$$\tan \theta = \mu_s = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\tan \theta = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \theta = 30^\circ$$



A ۹۲۶

حرکت کندشونده است، اگر جهت حرکت را رو به بالا مثبت بگیریم شتاب منفی و برابر $-2m/s^2$ می‌شود. نیروهای وارد بر جسم را رسم کرده و برابری آنها را برابر ma قرار می‌دهیم.



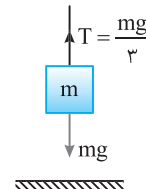
$$F_{net} = ma \Rightarrow T - mg = ma \Rightarrow T - 50 = 5 \times (-2) \Rightarrow T = 40 \text{ N}$$

روش دیگر: جسم دارای حرکت کندشونده رو به بالا است، بنابراین نیروی وزن که رو به پایین است از نیروی کشش نخ که رو به بالاست بزرگتر بوده و سبب کندشدن حرکت می‌شود. بنابراین نیروی کشش نخ را از وزن کم می‌کنیم و شتاب قطعاً مثبت اختیار می‌شود.

$$mg > T \Rightarrow mg - T = ma \Rightarrow 50 - T = 5 \times 2 \Rightarrow T = 40 \text{ N}$$

A ۹۲۷

خط فکری نیروهای وزن بر جسم (کشش نخ T و نیروی وزن W) را رسم می‌کنیم. برای سادگی برای به دست آوردن نیروی خالص نیروی بزرگتر را منهای نیروی کوچکتر می‌کنیم و سپس به کمک قانون دوم نیوتون مسئله را حل می‌کنیم.



در صورت مسئله دقیقاً بیان شده که $T = \frac{1}{3}W$ است. بنابراین خواهیم داشت:

$$F_{net} = ma \Rightarrow mg - T = ma \xrightarrow{T = \frac{mg}{3}} \frac{2}{3}mg = ma \Rightarrow a = \frac{2}{3}g$$

A ۹۲۸

خط فکری جسم در راستای قائم جابه‌جا می‌شود اما معلوم نیست که بالا می‌رود و یا پایین می‌آید همچنین نوع حرکت مشخص نیست. البته مسئله از ما خواسته است که حالتی که کشش نخ بیشترین مقدار است را مشخص کنیم. تک‌تک گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم.
گزینه (۱): حرکت تندشونده رو به بالا: در این حالت باید نیروی کشش طناب از وزن شخص بیشتر باشد.

$$T > mg \Rightarrow T - mg = ma \Rightarrow T = mg + ma$$

گزینه (۲): حرکت کندشونده رو به بالا: برای آنکه حرکت رو به بالا کندشونده باشد باید نیروی وزن رو به پایین از نیروی کشش طناب رو به بالا بزرگتر باشد.

$$T < mg \Rightarrow mg - T = ma \Rightarrow T = mg - ma$$

گزینه (۳): حرکت تندشونده رو به پایین: در این حرکت نیز $T < mg$ است و نیروی وزن جسم را به پایین می‌آورد و بر سرعت آن می‌افزاید.

گزینه (۴): حرکت با سرعت ثابت: در این حالت نیروها متوازن بوده و $T'' = mg$ است. در نتیجه در حالت اول T از همه حالات بیشتر است.

در این تست قدیمی فرض شده در گزینه‌ها بزرگی شتاب یکسان است.

B ۹۲۹

در حالت اول نیرویی که در راستای قائم به طناب وارد می‌شود را F در نظر می‌گیریم.

$$F_{net} = ma \Rightarrow F - mg = ma_1 \\ \Rightarrow F - 20 = 4 \Rightarrow F = 24 \text{ N}$$

در حالت دوم نیروی F دو برابر شده پس نیروی روبه بالای وارد بر جعبه $2 \times 24 = 48 \text{ N}$ است.

$$F_{net} = ma_2 \Rightarrow 2F - mg = ma \\ \Rightarrow 48 - 20 = 2a_2 \Rightarrow a_2 = 14 \text{ m/s}^2$$

بنابراین شتاب حرکت از 2 m/s^2 به 14 m/s^2 رسیده و $\frac{a_2}{a_1} = \frac{14}{2} = 7$ برابر شده است.

بازی با سؤال وزنه m را به وسیله طنابی با شتاب 2 m/s^2 به طور قائم با حرکت تندشونده رو به بالا می‌کشیم. اگر نیروی کشش طناب را دو برابر کنیم، شتاب حرکت چند متر بر مجذور ثانیه افزایش می‌یابد؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$) **کنکور دهه‌های گذشته**

پاسخ ابتدا شتاب حرکت 2 m/s^2 است بنابراین:
 $F_{net} = ma \Rightarrow T - mg = ma \Rightarrow T = 10m + 2m = 12m$
اگر نیروی کشش طناب دو برابر شود $T' = 2T = 24m$ خواهد شد و داریم:

$$F_{net} = ma' \Rightarrow T' - mg = ma' \Rightarrow 24m - 10m = ma' \Rightarrow a' = 14 \text{ m/s}^2$$

بنابراین شتاب از $a = 2 \text{ m/s}^2$ به $a' = 14 \text{ m/s}^2$ رسیده و افزایش یافته است: $(a' - a) = 12 \text{ m/s}^2$

گزینه ۴

C ۹۳۰

خط فکری ابتدا باید نیروی شناوری (F_b) وارد بر بالون را حساب کنید. برای این کار باید نیروهای وارد بر بالون را هنگامی که بالون تندشونده در حال پایین آمدن است را رسم کنید و به کمک قانون دوم نیوتون F_b را حساب کنید. سپس جهت حرکت بالون را رو به بالا در نظر گرفته و نیروی وزن جدید بالون را به دست بیاورید.

۱ نیروی شناوری خواهد شد:

$$mg - F_b = ma \xrightarrow{m=200\text{kg}} 2000 - F_b = 200 \times 2 \Rightarrow F_b = 1600 \text{ N}$$

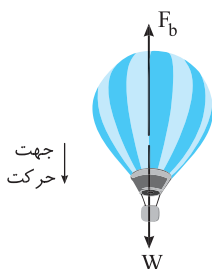
۲ در حالت دوم بالون با همین شتاب 2 m/s^2 با نیروی $F_b = 1600 \text{ N}$ تندشونده رو به بالا می‌رود، بنابراین می‌نویسیم:

$$F_b - m'g = m'a \Rightarrow 1600 - m' \times 10 = m' \times 2$$

$$1600 = 12m' \Rightarrow m' = \frac{1600}{12} \Rightarrow m' = \frac{400}{3} \text{ kg}$$

۳ کسری از جرم که باید از جرم بالون کاسته شود را حساب می‌کنیم:

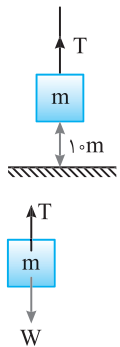
$$\frac{m' - m}{m} = \frac{\frac{400}{3} - 200}{200} = \frac{-200}{200 \times 3} = -\frac{1}{3}$$



بازی با سؤال در شکل روبه‌رو در لحظه نشان

داده شده جسم ساکن است، نیروی کشش T را کاهش می‌دهیم تا برابر نصف نیروی وزن شود، تندی جسم هنگام رسیدن به زمین چند m/s است؟ ($g=10N/kg$)

- ۵ (۱)
- ۱۵ (۳)
- ۱۰ (۲)
- ۲۰ (۴)



پاسخ **خط فکری** در ابتدا جسم ساکن و

نیروی کشش نخ برابر نیروی وزن است $T=mg$ وقتی

کشش را کاهش دهیم تا $T'=\frac{mg}{2}$ جسم شروع به حرکت

رو به پایین می‌کند.

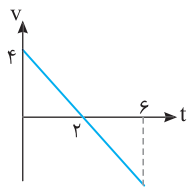
ابتدا با توجه به قانون دوم نیوتون شتاب حرکت را به دست می‌آوریم:

$$F_{net} = ma \Rightarrow T' - mg = ma \Rightarrow \frac{mg}{2} - mg = ma \Rightarrow a = -\frac{g}{2} = -5m/s^2$$

تندی جسم را هنگام رسیدن به زمین از رابطه مستقل از زمان به دست می‌آوریم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta y \Rightarrow v^2 = 2 \times (-5) \times (1.0) \Rightarrow v^2 = 10.0 \Rightarrow v = 1.0m/s$$

گزینه ۲



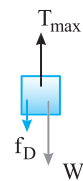
دقت کنید که در تمام مدت حرکت شتاب حرکت ثابت است بنابراین در تمام مدت حرکت نیروی خالص وارد بر جسم ثابت بوده و با توجه به ثابت بودن نیروی وزن، باید نیروی کشش طناب نیز ثابت باشد. بنابراین گزینه (۲) درست است.

خط فکری

حداقل زمان وقتی است که شتاب بالا بردن جسم بیشینه مقدار باشد در این صورت باید نیروی کشش نخ بیشترین مقدار یعنی برابر $10N$ باشد. با توجه به این موضوع شتاب حرکت جسم را به دست آورده سپس به کمک روابط حرکت‌شناسی حداقل زمان را حساب کنید.

نیروهای وارد بر وزنه را رسم می‌کنیم:

۱ جرم جسم را به دست می‌آوریم:



$$W = mg \Rightarrow 5 = m \times 10 \Rightarrow m = 0.5kg$$

۲ به کمک قانون دوم نیوتون شتاب را حساب می‌کنیم:

$$F_{net} = ma \Rightarrow T_{max} - W - f_D = ma$$

$$\Rightarrow 10 - 5 - 1 = 0.5a \Rightarrow a = 8m/s^2$$

$$\Delta y = \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow 1.6 = \frac{1}{2} \times 8t^2 \Rightarrow t^2 = 0.4 \Rightarrow t = 0.2s$$

بازی با سؤال به نخی که می‌تواند حداکثر نیروی کشش $20N$ را تحمل

کند، وزنه $10N$ آویزان است. مقاومت هوا در مقابل حرکت وزنه به طور متوسط 2 نیوتون است. حداکثر ارتفاعی که در مدت $1s$ آغازین حرکت می‌توان وزنه را

بالا برد، چند متر است؟ ($g=10N/kg$)

- ۲ (۱)
- ۴ (۲)
- ۳ (۳)
- ۱/۵ (۴)

پاسخ **۱** شکل ساده‌ای از مسئله به

همراه نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم.

۲ ابتدا جرم وزنه را حساب می‌کنیم:

$$W = mg \Rightarrow 10 = m \times 10 \Rightarrow m = 1kg$$

۳ به کمک قانون دوم نیوتون شتاب حرکت

وزنه‌ها را به دست می‌آوریم:

$$F_{net} = ma \Rightarrow T - (f_D + W) = ma \Rightarrow 20 - (2 + 10) = 1a \Rightarrow a = 8m/s^2$$

در مسئله زمان داده شده بنابراین به سراغ روابط حرکت‌شناسی می‌رویم.

$$\Delta y = \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow h = \frac{1}{2} \times 8 \times 1 \Rightarrow h = 4m$$

گزینه ۲



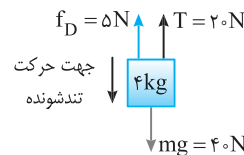
۴ ۹۳۱ B

خط فکری

جهت حرکت جسم و نوع حرکت مشخص نشده است.

اگر جسم رو به پایین در حرکت باشد، نیروی مقاومت هوا رو به بالا بوده و هم جهت T است و اگر جسم رو به بالا در حرکت باشد، نیروی مقاومت هوا رو به پایین و هم جهت W خواهد بود. نیروهای وارد بر جسم را رسم کرده، یک‌بار جسم را با حرکت تندشونده رو به پایین و بار دیگر با حرکت کندشونده رو به بالا مسئله را حل کنید.

نیروهای در جهت حرکت را منهای نیروهای خلاف جهت حرکت کنید در این صورت اگر حرکت تندشونده باشد شتاب مثبت و اگر حرکت کندشونده باشد، شتاب منفی به دست می‌آید. اگر جسم در حال حرکت رو به پایین باشد مقاومت هوا رو به بالا بر جسم وارد می‌شود بنابراین:



$$F_{net} = ma \Rightarrow mg - T - f_D = ma$$

$$\Rightarrow 40 - 20 - 5 = 4a \Rightarrow 4a = 15$$

$$\Rightarrow a = 3.75m/s^2$$

همچنین اگر جسم در حال حرکت کندشونده

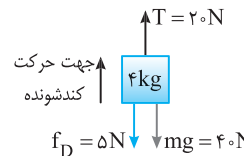
رو به بالا باشد مقاومت هوا رو به پایین به جسم وارد می‌شود بنابراین:

$$F_{net} = ma \Rightarrow T - mg - f_D = ma$$

$$\Rightarrow 20 - 40 - 5 = 4a$$

$$\Rightarrow a = -6.25m/s^2$$

$$\Rightarrow |a| = 6.25m/s^2$$



۴ ۹۳۲ B

نکته

تا لحظه‌ای که نیروی جلوبر وارد بر یک جسم از نیروهای مقاوم در مقابل حرکت بزرگتر یا مساوی آن باشد، از تندی جسم کاسته نمی‌شود.

تا زمانی که نیروی T از نیروی وزن W بیشتر است تندی در حال افزایش است. با کاهش T نیروی برآیند کاهش می‌یابد و تا زمانی که $T=mg=40N$ شود، سرعت در حال افزایش است و در لحظه $T=mg$ سرعت ثابت می‌ماند از این رو اگر نیروی T را از $80N$ به $40N$ کاهش دهیم تندی جسم کاهش نمی‌یابد: $\Delta T = 80 - 40 = 40N$

۱ ۹۳۳ A

در حالت اول که به کمک طناب وزنه $90kg$ را بالا می‌بریم، نیروی کشش طناب خواهد شد:

$$T > mg \Rightarrow T_{max} - mg = ma \Rightarrow T_{max} - 900 = 90a \quad (I)$$

در حالت دوم می‌خواهیم وزنه $110kg$ را پایین ببریم در این حالت حداکثر نیروی کشش طناب با حالت اول برابر است. اما نیروی وزن جسم جدید از نیروی کشش طناب بزرگتر است از این رو می‌توانیم بنویسیم:

$$m'g > T \Rightarrow m'g - T_{max} = m'a$$

$$\Rightarrow 1100 - T_{max} = 110a \quad (II)$$

رابطه (I) و (II) را برهم تقسیم کرده، بیشینه کشش قابل تحمل طناب را حساب می‌کنیم:

$$\frac{T_{max} - 900}{1100 - T_{max}} = \frac{9}{11} \Rightarrow 11T_{max} - 9900 = 9900 - 9T_{max}$$

$$\Rightarrow 20T_{max} = 2 \times 9900 \Rightarrow T_{max} = 990N$$

در حالت سوم با این طناب، بار را یکنواخت بالا می‌بریم بنابراین جرم بار خواهد شد:

$$F_{net} = ma \Rightarrow T_{max} = m'g \Rightarrow 990 = m' \times 10 \Rightarrow m' = 99kg$$

۱ ۹۳۴ A

زمان داده شده بنابراین باید به کمک روابط حرکت‌شناسی شتاب حرکت جسم را

حساب کنیم: $a = \frac{v - v_0}{t} = \frac{f \times s, v=10m/s}{v_0=0} \Rightarrow a = \frac{10-0}{4} \Rightarrow a = 2.5m/s^2$

۲ نیروهای وارد بر جسم را رسم کرده سپس به کمک قانون دوم

نیوتون نیروی کششی را به دست می‌آوریم:

$$F_{net} = ma \Rightarrow T - mg = ma \Rightarrow T - 20 = 5 \Rightarrow T = 25N$$



۳ ۹۳۷ B

خط فکری

جسم را با نیروی $F = 15\text{N}$ رو به بالا برده‌ایم، سپس این نیرو را حذف کرده‌ایم. مشکل خیلی از دانش‌آموزان از اینجا شروع می‌شود. زیرا تصور می‌کنند که با حذف نیروی F جسم دیگر بالا نمی‌رود در حالی که جسم در مدت 3s سرعت پیدا کرده و وقتی F حذف می‌شود، به دلیل قانون اول نیوتون جسم تمایل دارد وضع موجود خود یعنی حرکت رو به بالا را ادامه دهد. به همین دلیل به بالا رفتن ادامه می‌دهد اما تحت تأثیر نیروی وزن از سرعتش کاسته شده و سرانجام متوقف می‌گردد و به سوی زمین بر می‌گردد. شما یک بار جابه‌جایی در حرکت تندشونده اول مسیر و بار دیگر جابه‌جایی پس از حذف F تا لحظه توقف را باید حساب کرده با هم جمع کنید.

۱. شتاب حرکت جسم با حضور نیروی $F = 15\text{N}$ را حساب می‌کنیم.

۲. جابه‌جایی جسم در مدت 3s خواهد شد:

۳. تندی جسم در پایان این 3s را به دست می‌آوریم:

۴. با حذف نیروی F تنها نیروی مؤثر وارد بر جسم نیروی وزن است بنابراین شتاب

قسمت کندشونده خواهد شد:

۵. در ابتدای حذف F ، سرعت جسم 15m/s است بنابراین به کمک رابطه مستقل از زمان مقدار بالا رفتن جسم را به دست می‌آوریم:

۶. حداکثر ارتفاع بالا رفتن جسم برابر است با:

$\Delta y_{\text{کل}} = \Delta y_1 + \Delta y_2 = 22/5 + 11/25 = 33/5\text{m}$

۳ ۹۳۸ A

بر جسم نیروهای وزن $W = mg$ و نیروی کشسانی فنر $F_e = k\Delta x$ وارد می‌شود.

با توجه به قانون دوم نیوتون نیروی کشسانی فنر را به دست می‌آوریم:

تغییر طول فنر را حساب می‌کنیم:

$\Rightarrow \Delta x = 0/06\text{m} \Rightarrow \Delta x = 6\text{cm}$

۳ ۹۳۹ B

۱. دوباره حضور حرکت‌شناسی در مسئله را می‌بینید. باید ابتدا با مقایسه معادله سرعت زمان مسئله $v = 4t + 2$ با معادله سرعت زمان حرکت با شتاب ثابت شتاب حرکت را

به دست بیاورید. $v = at + v_0$ ، $v = 4t + 2 \Rightarrow a = 4\text{m/s}^2$

۲. شکل ساده‌ای به همراه نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم.

۳. قانون دوم نیوتون را نوشته و نیروی کشسانی فنر را به دست می‌آوریم:

۴. تغییر طول فنر را حساب می‌کنیم:

۱. **پارسی با سوال** جسمی به جرم 2kg تحت تأثیر نیروی T رو به بالا در حرکت است و معادله سرعت - زمان آن $v = 4t + 10$ است. نیروی T چند نیوتون می‌باشد؟ ($g = 10\text{N/kg}$)

۲. **پایان** معادله سرعت - زمان حرکت با شتاب ثابت برابر $v = at + v_0$

است. بنابراین شتاب این حرکت 4m/s^2 می‌باشد.

۳. **تمرین** $F_{\text{net}} = ma \Rightarrow T - mg = ma \Rightarrow T - 20 = 8 \Rightarrow T = 28\text{N}$

۳ ۹۴۰ B

خط فکری

ابتدا با نوشتن تعادل در راستای قائم ضریب سختی فنر را به دست می‌آوریم. سپس با نوشتن معادله تعادل افقی مقدار نیروی اصطکاک و در نهایت ضریب اصطکاک جنبشی به دست می‌آید. در مراحل زیر محاسبات لازم را انجام می‌دهیم.

۱. در حالت اول به جسم نیروی کشش فنر به سمت بالا و نیروی وزن به سمت پایین وارد می‌شود:

۲. در حالت دوم نیروی کشش فنر در جهت حرکت و نیروی اصطکاک خلاف جهت

به جسم وارد می‌شود:

۳. نیروی اصطکاک برابر است با:

۱. در حالت اول جسم در حال تعادل است، بنابراین نیروی کشسانی فنر و نیروی وزن وارد بر وزنه متوازن هستند.

۲. ثابت فنر را حساب می‌کنیم:

۳. در حالت دوم وزنه را با شتاب 3m/s^2 پایین می‌آوریم. در این حالت $mg > F_e$

است و بنا به قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت:

۱. در حالت اول جسم در حال تعادل است، بنابراین نیروی کشسانی فنر و نیروی وزن وارد بر وزنه متوازن هستند.

۲. ثابت فنر را حساب می‌کنیم:

۳. در حالت دوم وزنه را با شتاب 3m/s^2 پایین می‌آوریم. در این حالت $mg > F_e$

است و بنا به قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت:

دقت کنید وزن جسم 400N است اما نیرویی که جسم به کف آسانسور وارد می‌کند 400N نیست. با توجه به اینکه سطح کف آسانسور بر جسم نیروی 300N وارد کرده است بنا به قانون سوم نیوتون جسم نیز نیرویی برابر آن و در خلاف جهت به کف آسانسور یعنی نیروی 300N را وارد می‌کند.

اما چگونه این حالت ممکن است؟ جسم در حال حرکت رو به بالاست و اگر حرکت آسانسور کندشونده باشد، نیروی رو به بالا (F_N) از نیروی رو به پایین (W) کوچک‌تر است.

بر شخص درون آسانسور دو نیروی وزن W و عمودی سطح F_N وارد می‌شود. نیروی F_N توسط کف آسانسور بر شخص وارد می‌شود. پس بنا بر قانون سوم نیوتون، شخص نیز بر کف نیرویی برابر F_N رو به پایین وارد می‌کند. F_N را در حالت‌های مختلف بررسی می‌کنیم. اگر سرعت آسانسور ثابت باشد، $F_N = W$ است. اگر با حرکت تندشونده بالا برود، $F_N > W$ است و اگر با حرکت کندشونده بالا رود، $F_N < W$ است. بنابراین نیرویی که شخص بر کف وارد می‌کند می‌تواند برابر، کمتر یا بیشتر از وزن مشخص باشد.

۱. **پارسی با سوال** جسمی به جرم 2kg تحت تأثیر نیروی T رو به بالا در حرکت است و معادله سرعت - زمان آن $v = 4t + 10$ است. نیروی T چند نیوتون می‌باشد؟ ($g = 10\text{N/kg}$)

۲. **پایان** معادله سرعت - زمان حرکت با شتاب ثابت برابر $v = at + v_0$

است. بنابراین شتاب این حرکت 4m/s^2 می‌باشد.

۳. **تمرین** $F_{\text{net}} = ma \Rightarrow T - mg = ma \Rightarrow T - 20 = 8 \Rightarrow T = 28\text{N}$

بر شخص درون آسانسور دو نیروی وزن W و عمودی سطح F_N وارد می‌شود. نیروی F_N توسط کف آسانسور بر شخص وارد می‌شود. پس بنا بر قانون سوم نیوتون، شخص نیز بر کف نیرویی برابر F_N رو به پایین وارد می‌کند. F_N را در حالت‌های مختلف بررسی می‌کنیم. اگر سرعت آسانسور ثابت باشد، $F_N = W$ است. اگر با حرکت تندشونده بالا برود، $F_N > W$ است و اگر با حرکت کندشونده بالا رود، $F_N < W$ است. بنابراین نیرویی که شخص بر کف وارد می‌کند می‌تواند برابر، کمتر یا بیشتر از وزن مشخص باشد.

بر شخص درون آسانسور دو نیروی وزن W و عمودی سطح F_N وارد می‌شود. نیروی F_N توسط کف آسانسور بر شخص وارد می‌شود. پس بنا بر قانون سوم نیوتون، شخص نیز بر کف نیرویی برابر F_N رو به پایین وارد می‌کند. F_N را در حالت‌های مختلف بررسی می‌کنیم. اگر سرعت آسانسور ثابت باشد، $F_N = W$ است. اگر با حرکت تندشونده بالا برود، $F_N > W$ است و اگر با حرکت کندشونده بالا رود، $F_N < W$ است. بنابراین نیرویی که شخص بر کف وارد می‌کند می‌تواند برابر، کمتر یا بیشتر از وزن مشخص باشد.

B ۹۴۵ ۴

یادآوری در حرکت شتابدار آسانسور با شتاب ثابت چهار حالت وجود دارد که دو حالت آن‌ها معادل هم هستند.

۱. حرکت تندشونده رو به بالا، با حرکت کندشونده رو به پایین با همان شتاب معادل است. زیرا در این دو حالت نیروی بالا بر وارد بر جسم (F_N) از نیروی وزن جسم (W) بزرگتر است و در هر دو حالت می‌توان نوشت:

$$F_N - W = ma \Rightarrow F_N = mg + ma$$

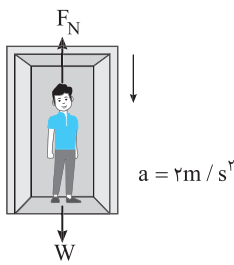
۲. حرکت تندشونده رو به پایین با حرکت کندشونده رو به بالا با همان شتاب معادل است. در این دو حالت یکسان، نیروی F_N از W کوچکتر است و در دو حالت خواهیم داشت:

$$W - F_N = ma \Rightarrow F_N = mg - ma$$

بنابراین حرکت تندشونده رو به بالا با شتاب $3m/s^2$ با حرکت کندشونده رو به پایین با شتاب $3m/s^2$ معادل است و در هر دو حالت نیروی وارد بر جسم توسط کف آسانسور یکسان است و بنا به قانون سوم نیوتون نیرویی که جسم بر تکیه‌گاه وارد می‌کند نیز برابر (F) است.

A ۹۴۶ ۴

خط فکری به جای نیروی شخص وارد بر آسانسور ابتدا نیرویی که آسانسور رو به بالا به شخص وارد می‌کند را حساب کنید.



حرکت تندشونده رو به پایین است از این رو $F_N < W$ خواهد بود. نیروهای وارد بر شخص را رسم کرده به کمک قانون دوم نیوتون نیرویی که کف آسانسور بر شخص وارد می‌کند را حساب می‌کنیم. (F_N)

$$F_{net} = ma \Rightarrow mg - F_N = ma$$

$$\Rightarrow 80 - F_N = 80 \times 2 \Rightarrow F_N = 640N$$

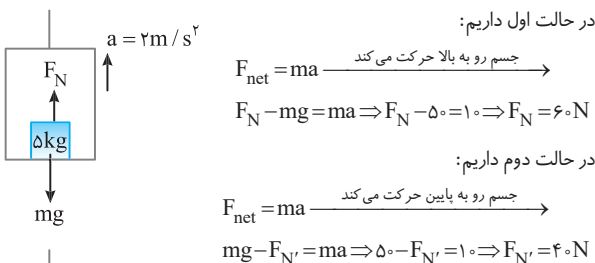
آسانسور بر شخص نیروی $640N$ را رو به بالا وارد می‌کند. بنا به قانون سوم نیوتون شخص نیز بر کف آسانسور نیروی $640N$ را رو به پایین وارد می‌کند.

B ۹۴۷ ۳

خط فکری در حرکت آسانسور که به جسم دو نیروی عمودی سطح F_N و نیروی وزن mg وارد می‌شود برای محاسبهٔ برآیند نیروها (F_{net}) باید نیروی در جهت حرکت را از نیروی خلاف جهت حرکت کم کرد:

$$F_{net} = ma \Rightarrow \begin{cases} \text{حرکت تندشونده } a > 0 \\ \text{حرکت کندشونده } a < 0 \end{cases}$$

نیروی خلاف جهت حرکت - نیروی در جهت حرکت



اختلاف نیروی عمودی سطح برابر است با:

$$F_N - F_N' = 60 - 40 = 20N$$

میانبر هرگاه آسانسور یکبار با شتاب a رو به بالا و بار دیگر با همان شتاب رو به پایین حرکت کند اختلاف نیروی عمودی سطح برابر $2mg$ است (البته باید نوع حرکت (تندشونده یا کندشونده در دو حالت یکسان باشد).

بازی با سؤال

شخصی به جرم m درون آسانسوری که حرکت شتابدار دارد ایستاده است و آسانسور به طرف بالا حرکت می‌کند، نیرویی که کف آسانسور به شخصی وارد می‌کند را F می‌نامیم. کدام گزینه درست است؟

- ۱) الزاماً $F = 0$
- ۲) الزاماً $F < mg$
- ۳) الزاماً $F > mg$

۴) بسته به حرکت آسانسور، هر سه گزینه می‌تواند باشد.

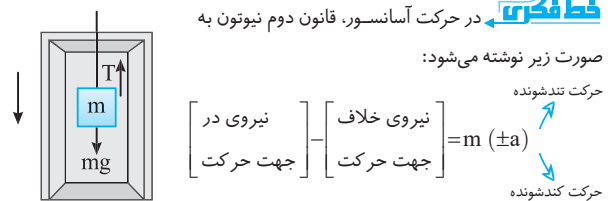
پایسج

جهت حرکت جسم رو به بالا است. اما نوع حرکت مشخص نیست اگر حرکت تندشونده باشد $F > W$ است، اگر حرکت کندشونده باشد $F < W$ است و اگر جسم با حرکت کندشونده با شتاب g رو به بالا حرکت کند، نیروی $F = 0$ خواهد بود.

گزینه ۴

B ۹۴۴ ۳

خط فکری



$$mg - T = m(\pm a)$$

نکته عددی که با اسکول نشان می‌دهد برابر نیروی عمودی سطحی است که به شخص وارد می‌شود.

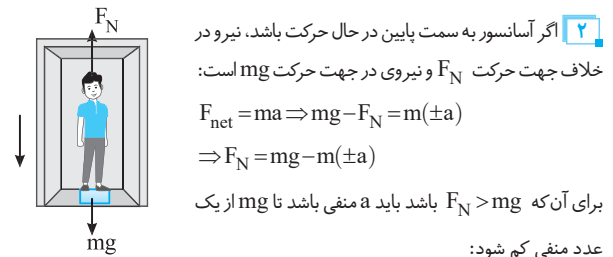
۱

اگر آسانسور به سمت بالا در حال حرکت باشد، نیروی در جهت حرکت F_N و نیروی خلاف جهت حرکت mg است.

$$F_{net} = ma \Rightarrow F_N - mg = m(\pm a)$$

$$\Rightarrow F_N = mg + m(\pm a)$$

برای آن که $F_N > mg$ باشد باید a مثبت باشد تا با mg جمع شود پس طبق خط فکری در حرکت به سمت بالا، حرکت تندشونده است.



$$F_N = mg - m(-a) \rightarrow F_N = mg + ma$$

پس در حرکت به سمت پایین باید حرکت کندشونده ($a < 0$) باشد.

بنابراین گزینه (۳) درست است.

میانبر

اگر در آسانسور دو نیرو، یکی در جهت حرکت و دیگری خلاف جهت حرکت به جسم وارد شود:

- حرکت تندشونده رو به بالا یا کندشونده رو به پایین:
- نیرو خلاف جهت حرکت > نیرو در جهت حرکت
- حرکت تندشونده رو به پایین یا کندشونده رو به بالا:
- نیرو خلاف جهت حرکت < نیرو در جهت حرکت

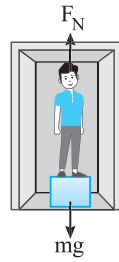
B ۱ ۹۴۸

نیروی که ترازو نشان می‌دهد همان نیروی عمودی سطح است که توسط ترازو بر شخص وارد می‌شود. شتاب حرکت را با قانون دوم نیوتون به دست می‌آوریم:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow mg - F_N = ma \Rightarrow 600 - 480 = 60a$$

$$\Rightarrow a = 2 \text{ m/s}^2$$

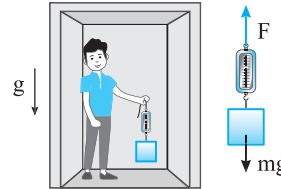
بنابراین گزینه (۳) و (۴) که در آن‌ها شتاب $\frac{1}{3} \text{ m/s}^2$ است نادرست هستند. اما بین گزینه (۱) و (۲) چون نیروی وزن رو به پایین (۶۰۰N) از نیروی عمودی سطح (۴۸۰N) بزرگتر بوده بنابراین نیروی خالص وارد بر شخص رو به پایین است. بنا به قانون دوم نیوتون همواره جهت شتاب در جهت نیروی خالص است از این رو جهت شتاب نیرو رو به پایین است.



A ۴ ۹۴۹

خط فکری

سؤال زیبایی است. ابتدا فرض کنید که بر جسم دو نیرو یکی وزن و دیگری نیرو کشسانی نیروسنج وارد می‌شود. سپس با توجه به شتاب رو به پایین حرکت آسانسور نیروی نیروسنج را حساب کنید.



با توجه به نیروهای وارد بر جسم:

$$F_{\text{net}} = ma \quad a = g \rightarrow$$

$$mg - F = m(g) \Rightarrow F = 0$$

بنابراین نیروسنج صفر را نشان می‌دهد. این وضعیت را حالت بی‌وزنی گویند. در حالت بی‌وزنی تنها نیروی مؤثر وارد بر جسم نیروی وزن بوده و شتاب جسم برابر شتاب گرانش g است. البته به آن حالت بی‌وزنی می‌گویند زیرا وزن جسم صفر نیست و جسم، شخص و آسانسور تحت تأثیر نیروی وزن در حال حرکت رو به پایین هستند.

B ۳ ۹۵۰

در حالت اول آسانسور با تندی ثابت در حال حرکت است پس نیروهای وارد بر جسم متوازن است و نیروی کشش کابل با مجموع نیروی وزن آسانسور و شخص برابر است.

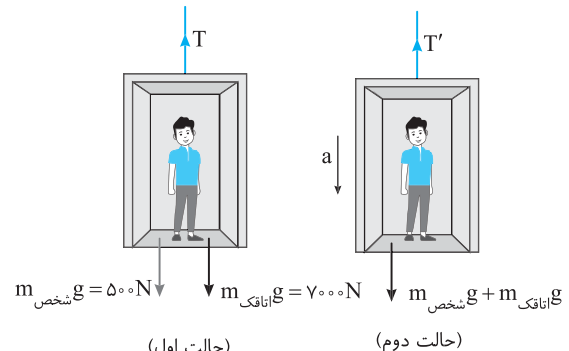
$$T = m_{\text{شخص}}g + m_{\text{اتاقک}}g = 750 \text{ N}$$

در حالت دوم می‌خواهیم آسانسور با شتاب 2 m/s^2 کندشونده رو به پایین حرکت کند در این حالت:

$$F_{\text{net}} = ma \quad T' > W \rightarrow T' - (m_{\text{شخص}}g + m_{\text{اتاقک}}g) = m_{\text{کل}}a$$

$$T' - 750 = 750 \times 2 \Rightarrow T' = 900 \text{ N}$$

بنابراین کشش کابل باید به اندازه $T' - T = 900 - 750 = 150 \text{ N}$ افزایش یابد.



(حالت اول)

(حالت دوم)

در حل مسائل آسانسور می‌توان این‌گونه عمل کرد که با توجه به جهت حرکت آسانسور و نوع حرکت آن نیروی بزرگتر را تشخیص داده و نیروی بزرگتر را منهای نیروی کوچکتر کرده و شتاب را به دست آورد. در این حالت همواره شتاب مثبت خواهد بود.

روش دیگر این‌گونه است که نیروهای در جهت حرکت را منهای نیروهای خلاف جهت حرکت می‌کنیم. اگر حرکت تندشونده باشد شتاب را مثبت و اگر حرکت کندشونده باشد شتاب را منفی قرار می‌دهیم. به‌طور مثال در حل این مسئله آسانسور رو به پایین در حرکت است نیروی در جهت حرکت وزن و خلاف آن کشش کابل است و چون حرکت کندشونده است شتاب نیز منفی است

بنابراین می‌توان نوشت: $mg - T' = ma \Rightarrow 750 - T' = 750(-2) \Rightarrow T' = 900 \text{ N}$

B ۴ ۹۵۱

۱ در حالت اول آسانسور در حال بالا رفتن است بنابراین:

$$F_{\text{net}} = Ma \Rightarrow T - Mg = Ma$$

$$\Rightarrow T = M(a + g)$$

۲ در حالت دوم آسانسور در حال پایین آمدن است بنابراین:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow Mg - T' = Ma \Rightarrow T' = M(g - a)$$

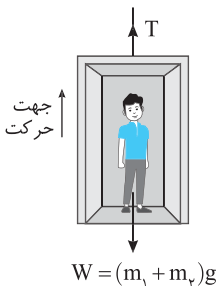
۳ با توجه به صورت سؤال $\frac{T}{T'} = 1/5$ است:

$$\frac{T}{T'} = \frac{M(a + g)}{M(g - a)} = 1/5 \Rightarrow \frac{a + g}{g - a} = \frac{3}{2} \Rightarrow 2a + 2g = 3g - 3a \Rightarrow 5a = g \Rightarrow a = \frac{g}{5}$$

B ۱ ۹۵۲

خط فکری

ابتدا کل آسانسور را یک جسم فرض می‌کنیم که توسط نیروی کشش کابل به حرکت درآمده است و شتاب حرکت را حساب می‌کنیم سپس نیروهای وارد بر شخص را رسم کرده و نیروی F_N که از کف آسانسور به شخص وارد می‌شود را به دست می‌آوریم:



۱ شتاب حرکت آسانسور را حساب می‌کنیم:

$$F_{\text{net}} = ma$$

$$\Rightarrow T - (m_1 + m_2)g = (m_1 + m_2)a$$

$$\xrightarrow{m_1 = 60 \text{ kg}, m_2 = 140 \text{ kg}} \xrightarrow{T = 2200 \text{ N}}$$

$$2200 - (60 + 140) \times 10 = (60 + 140) \times a$$

$$\Rightarrow a = 1 \text{ m/s}^2$$

۲ نیروی که کف آسانسور بر شخص وارد می‌کند را به دست می‌آوریم:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow F_N - m_1g = m_1a$$

$$\Rightarrow F_N - 600 = 60 \times 1 \Rightarrow F_N = 660 \text{ N}$$

۳ بنا به قانون سوم نیوتون، نیرویی که شخص بر کف آسانسور وارد می‌کند، هم‌اندازه و هم‌جهت با F_N است یعنی 660 N و رو به پایین و خلاف جهت محور y است:

$$\vec{F} = -660 \hat{j}$$



A ۲ ۹۵۳

جسم رو به بالا دارای حرکت کندشونده است بنابراین نیروی کشسانی فنر وارد بر وزنه از نیروی وزن جسم کمتر است.

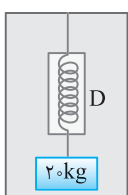
$$F_e < W \Rightarrow mg - F_e = ma$$

$$\Rightarrow 200 - F_e = 20 \times 2/5 \Rightarrow F_e = 150 \text{ N}$$

روش دیگر: نیروی در جهت حرکت را

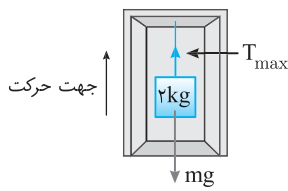
منهای نیروی خلاف جهت حرکت کرده، نیروی خالص را به دست می‌آوریم:

$$F - mg = ma \quad \xrightarrow{\text{حرکت کندشونده}} \xrightarrow{a = -2/5 \text{ m/s}^2} F - 20 \times 10 = 20 \times (-2/5) \Rightarrow F = 150 \text{ N}$$

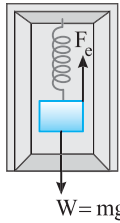


بازی با سؤال شکل روبه‌رو اتاقک آسانسور را نشان می‌دهد که در یک فاصله زمانی کوتاه، تندشونده با شتاب $2/5 \text{ m/s}^2$ رو به بالا در حال حرکت است. نیروسنج D در این حالت چند نیوتون را نشان می‌دهد؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$)

- ۱) ۵۰
۲) ۱۵۰
۳) ۲۰۰
۴) ۲۵۰



۴ ۹۵۶ B



۱ مطابق شکل روبه‌رو، در یک شکل ساده نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم:

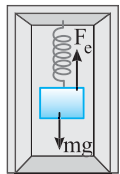
۲ نکته: در استفاده از قانون دوم نیوتون به نکات زیر دقت کنید:

$$F_{net} = ma \Rightarrow \begin{cases} a > 0: \text{حرکت تندشونده} \\ a < 0: \text{حرکت کندشونده} \end{cases}$$

نیرو خلاف جهت حرکت - نیرو در جهت حرکت

۲ آسانسور در حال حرکت به سمت بالا و در حال ترمز بوده ($a = -2m/s^2$)

است، با توجه به قانون دوم نیوتون داریم:



$$F_{net} = ma$$

نیرو خلاف جهت حرکت - نیرو در جهت حرکت \rightarrow

$$a = -2m/s^2$$

$$F_e - mg = ma \rightarrow mg = 8N$$

$$m = 0.8kg$$

$$F_e - 8 = 0.8 \times (-2) \Rightarrow F_e - 8 = -1.6 \Rightarrow F_e = 6.4N$$

۳ یادآوری: نیروی فنر برابر $F_e = k\Delta x$ است:

۴ نکته: در رابطه $F_e = k\Delta x$ اگر یکای ثابت فنر N/m باشد، تغییر طول فنر

نیز برحسب m قرار می‌گیرد و اگر ثابت فنر برحسب N/cm داده شد می‌توان یکای تغییر طول فنر را نیز cm قرار داد.

نیروی وزن (mg) فنر را به سمت پایین می‌کشد و بزرگی شتاب حرکت $2m/s^2$ بوده و از $g = 10m/s^2$ کمتر است پس فنر کشیده خواهد شد:

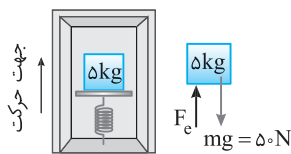
$$x_2 - x_1 = 3/2 \xrightarrow{x_1 = 20cm} x_2 - 20 = 3/2 \Rightarrow x_2 = 23/2cm$$

۴ ۹۵۷ B

آسانسور در حال حرکت کندشونده رو به بالا است، بنابراین نیروهای رو به پایین یعنی وزن از نیروی رو به بالا یعنی F_e بیشتر است.

$$F_{net} = ma \Rightarrow mg - F_e = ma \Rightarrow 50 - F_e = 10 \Rightarrow F_e = 40N$$

$$F_e = k\Delta x \Rightarrow 40 = 20 \times \Delta x \Rightarrow \Delta x = \frac{1}{5}m = 20cm$$



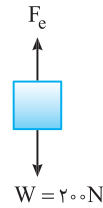
روش دیگر: نیروی کشسانی فنر وارد بر جسم (F_e) در جهت حرکت جسم و نیروی وزن (W) در خلاف جهت حرکت جسم است.

$$ma = \text{نیروهای خلاف جهت حرکت} - \text{نیروهای در جهت حرکت}$$

$$F_e - W = ma \xrightarrow{\text{حرکت کندشونده شتاب منفی}}$$

$$F_e - 50 = 5 \times (-2) \Rightarrow F_e = 40N$$

بقیه حل شبیه روش اول است.



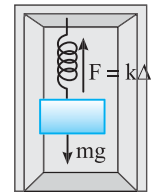
۱ پاسخ: نیروهای وارد بر جسم را رسم کرده و به کمک قانون دوم نیوتون عددی که نیروسنج نشان می‌دهد را به دست می‌آوریم:

$$F_e - mg = ma \Rightarrow F_e - 200 = 20 \times 2/5 \Rightarrow F_e = 250N$$

۲ گزینه ۴

۲ ۹۵۴ A

۱ خط فکری: نیروهای وارد بر وزنه را رسم کنید. (نیروی وزن و نیروی کشسانی فنر) سپس نیروی خالص وارد بر وزنه را بنا به قانون دوم نیوتون ($F = ma$) حساب کنید.



۱ هنگام بالا رفتن آسانسور با شتاب تندشونده نیروی کشسانی F_1 از نیروی وزن (mg) بزرگتر است و بنا به قانون دوم نیوتون خواهیم داشت:

$$F_1 > mg \Rightarrow F_1 - mg = ma \Rightarrow F_1 - mg = m \times 2 \Rightarrow F_1 = 1.2m \quad (1)$$

۲ هنگام پایین آمدن آسانسور با شتاب تندشونده نیروی وزن (mg) از نیروی کشسانی F_2 بزرگتر است بنابراین می‌توان نوشت:

$$F_2 < mg \Rightarrow mg - F_2 = ma \Rightarrow mg - F_2 = m \times 2 \Rightarrow F_2 = 0.8m \quad (2)$$

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{0.8m}{1.2m} = \frac{2}{3} \quad \text{را به دست می‌آوریم:}$$

۳ میانبر: تغییر البته بدون حل با توجه به اینکه $F_1 > mg$ و $F_2 < mg$ است قطعاً $F_1 > F_2$ بوده و تنها نسبت کوچکتر از ۱، گزینه (۲) است و می‌توان گزینه

درست را انتخاب کرد.

۴ بازی با سوال: جسمی به انتهای نیروسنجی درون یک آسانسور آویزان

است. تفاوت نیروی کشسانی فنر وقتی آسانسور با شتاب $4m/s^2$ با حرکت تندشونده بالا می‌رود و هنگامی که با سرعت ثابت $2m/s$ پایین می‌آید، برابر $1N$ است. جرم این جسم چند کیلوگرم است؟

- ۱) ۲ ۲) ۲/۵ ۳) ۵ ۴) ۰/۸

۱ پاسخ: عددی که نیروسنج نشان می‌دهد برابر نیروی کشسانی فنر نیروسنج است.

۱ هنگامی که آسانسور تندشونده بالا می‌رود:

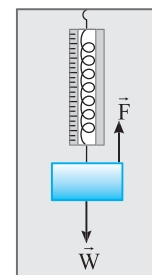
$$F > W \Rightarrow F - mg = ma \Rightarrow F = mg + ma \quad (1)$$

۲ هنگامی که آسانسور با سرعت ثابت پایین می‌آید:

$$F_{net} = 0 \Rightarrow F' = mg \quad (2)$$

۳ با توجه به رابطه (۱) و (۲):

$$F - F' = 1 \Rightarrow mg + ma - mg = 1 \Rightarrow m(0/4) = 1 \Rightarrow m = 2/5kg$$



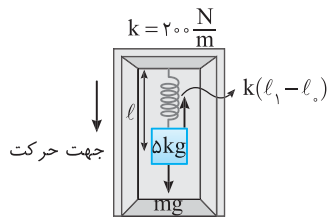
۲ گزینه ۲

۴ ۹۵۵ A

بیشینه شتاب زمانی اتفاق می‌افتد که کشش طناب بیشینه باشد. نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم و به کمک قانون دوم نیوتون شتاب را حساب می‌کنیم.

$$T_{max} - mg = ma_{max} \Rightarrow 25 - 20 = 2a_{max} \Rightarrow a_{max} = 2/5m/s^2$$

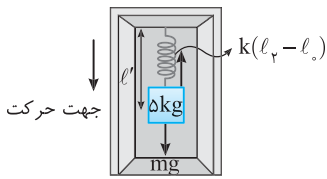
B ۹۵۸ ۲



حالت دوم: آسانسور به سمت پایین در حال حرکت بوده و mg نیرو در جهت است. حرکت کندشونده بوده و شتاب را -1 m/s^2 در نظر می‌گیریم.

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow mg - k(\ell_1 - \ell_0) = ma \Rightarrow 50 - 200(\ell_1 - \ell_0) = 5 \times (-1)$$

$$\Rightarrow 200(\ell_1 - \ell_0) = 55 \Rightarrow \ell_1 - \ell_0 = \frac{55}{200} \text{ m} = 27.5 \text{ cm} \quad (\text{II})$$



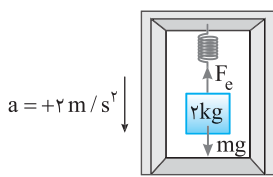
با استفاده از دو معادله (I) و (II) اختلاف ℓ_1 و ℓ_2 به دست می‌آید:

$$\begin{cases} \ell_1 - \ell_0 = 20 \text{ cm} \\ \ell_2 - \ell_0 = 27.5 \text{ cm} \end{cases} \Rightarrow \ell_2 - \ell_1 = 7.5 \text{ cm}$$

بازی با سؤال درون آسانسوری ساکن، جسمی به جرم 2 kg که به فنری قائم آویزان است در حال تعادل قرار دارد. وقتی آسانسور از حال سکون با شتاب ثابت 2 m/s^2 به طرف پایین شروع به حرکت می‌کند، طول فنر برابر 14 cm و وقتی از حال سکون با شتاب ثابت 2 m/s^2 به طرف بالا شروع به حرکت می‌کند طول فنر 16 cm می‌شود. ثابت این فنر چند واحد SI است؟

۴۰۰ (۴) ۲۰۰ (۳) ۴ (۲) ۲۰ (۱)

پایسج در هر دو حالت آسانسور از حال سکون شروع به حرکت کرده پس حرکت جسم در هر دو حالت تندشونده و در حالت اول $W > F_e$ است.



$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow mg - F_e = ma$$

$$\Rightarrow F_e = 20 - 4 \Rightarrow k\Delta x_1 = 16\text{ N}$$

$$k\left(\frac{14}{100} - x_0\right) = 16 \quad (1)$$

در حالت دوم $W < F_e$ است از این رو:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow F_e - mg = ma$$

$$\Rightarrow F_e = 20 + 4 \Rightarrow k\Delta x_2 = 24\text{ N}$$

$$k\left(\frac{16}{100} - x_0\right) = 24\text{ N} \quad (2)$$

با تقسیم رابطه (۲) بر رابطه (۱) داریم:

$$\frac{16 - x_0}{100} = \frac{24}{16} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{16}{100} - \frac{x_0}{100} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{16}{100} - \frac{x_0}{100} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{16}{100} - \frac{x_0}{100} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{16}{100} - \frac{x_0}{100} = \frac{3}{2} \Rightarrow x_0 = \frac{10}{100} \text{ m} = 10\text{ cm}$$

حال با جای گذاری $x_0 = 10\text{ cm}$ در رابطه (۱) داریم:

$$k\left(\frac{14}{100} - \frac{10}{100}\right) = 16 \Rightarrow k \times \frac{4}{100} = 16 \Rightarrow k = 400\text{ N/m}$$

گزینۀ ۴

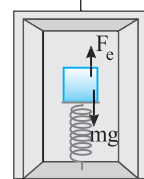
خط فکری ابتدا با توجه به اینکه آسانسور در ابتدا ساکن بوده، با استفاده از متوازن بودن نیروها، طول طبیعی فنر را حساب می‌کنیم و در گام بعدی به کمک قانون دوم نیوتون تغییر طول فنر در حرکت با شتاب 2 m/s^2 را به دست می‌آوریم. با داشتن طول طبیعی و تغییر طول در حالت دوم می‌توان طول ثانویه را به دست آورد.

نکته در رابطه نیروی فنر $F_e = k\Delta x$:

اگر k برحسب N/m باشد، تغییر طول فنر را برحسب متر قرار می‌دهیم.

اگر k برحسب N/cm باشد، می‌توان تغییر طول فنر را برحسب سانتی‌متر قرار داد.

۱ نیروهای وارد بر جسم را رسم کنیم، در ابتدا آسانسور ساکن است:

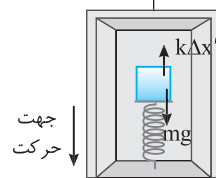


$$F_{\text{net}} = 0 \Rightarrow F_e = mg \Rightarrow k\Delta x = mg$$

$$\Rightarrow 100 \times \Delta x = 100 \Rightarrow \Delta x = 10\text{ cm}$$

طول ثانویه نیز در این حالت 6 cm باشد و می‌دانیم فنر 10 cm فشرده شده چون جسم روی آن قرار گرفته پس طول اولیه باید 7 cm باشد.

۲ در حالت دوم آسانسور با شتاب 2 m/s^2



به سمت پایین شروع به حرکت می‌کند، نیروهای وارد بر جسم را رسم کرده و برابری نیروها را با توجه به اینکه نیروها در جهت حرکت از نیروهای خلاف جهت حرکت کم می‌شود به دست آورد. در این حالت چون آسانسور شروع به حرکت کرده

و حرکت تندشونده است، در معادله، شتاب را مثبت می‌گیریم:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow mg - k\Delta x' = ma \Rightarrow 100 - 100\Delta x' = 20 \Rightarrow 100\Delta x' = 80$$

$$\Rightarrow \Delta x' = 8\text{ cm}$$

نکته نیروی کشسانی فنر در خلاف جهت تغییر طول آن است. در این مسئله نیروی کشسانی فنر رو به بالا بوده بنابراین تغییر طول فنر از حالت طبیعی رو به پایین است یعنی فنر فشرده شده و طول آن خواهد شد:

$$70 - 8 = 62\text{ cm}$$

میانبر تغییر طول فنر هرگاه حرکت آسانسور تندشونده رو به بالا و یا کندشونده رو به پایین باشد از تغییر طول فنر از حالتی که آسانسور ساکن است بیشتر است. تغییر طول فنر هرگاه حرکت آسانسور کندشونده رو به بالا و یا تندشونده رو به پایین باشد از تغییر طول فنر از حالتی که آسانسور ساکن است کمتر است.

در این سوال در حالت دوم تغییر طول مجدد فنر به دلیل شتاب حرکت است:

$$k\Delta x = ma \Rightarrow 100 \times \Delta x = 20 \Rightarrow \Delta x = 2\text{ cm}$$

در حالت اول نیروی کشسانی فنر برابر نیروی وزن است.

در حالت دوم نیروی کشسانی فنر از نیروی وزن کمتر است.

با کاهش نیروی کشسانی، تغییر طول فنر 2 cm کاهش یافته یعنی 2 cm فشرده‌گی کمتر شده بنابراین طول آن از 6 cm به 62 cm افزایش می‌یابد.

B ۹۵۹ ۲

خط فکری در سؤالاتی مانند مسائل آسانسور که نیروهای وارد بر جسم هم‌راستا هستند، می‌توان قانون دوم نیوتون را به صورت زیر نوشت:

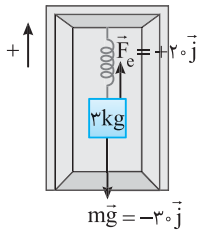
$$F_{\text{net}} = ma$$

$$\Rightarrow ma = \begin{cases} \text{تندشونده: } a > 0 \\ \text{کندشونده: } a < 0 \end{cases}$$

حالت اول: آسانسور در حال پایین رفتن بوده و mg نیرو در جهت حرکت است. حرکت تندشونده بوده و شتاب 2 m/s^2 گرفته می‌شود.

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow mg - k(\ell_1 - \ell_0) = ma \Rightarrow 50 - 200(\ell_1 - \ell_0) = 5 \times 2$$

$$\Rightarrow 200(\ell_1 - \ell_0) = 40 \Rightarrow \ell_1 - \ell_0 = 0.2\text{ m} = 20\text{ cm} \quad (\text{I})$$



۲ می‌خواهیم طول فنر ۶۰cm شود یعنی نیروی کشسانی فنر برابر شود:

$$F_e = k\Delta L \Rightarrow F_e = ۲۰۰ \times \left(\frac{۶۰-۵۰}{۱۰۰}\right)$$

$$\Rightarrow F_e = ۲۰\text{N}$$

۳ جهت مثبت محور yها را رو به بالا اختیار می‌کنیم.

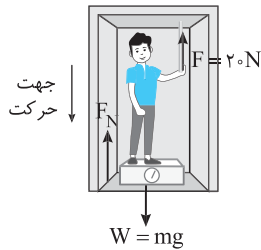
در صورت تست بیان نشده که جهت مثبت را باید رو به بالا و یا رو به پایین اختیار کنیم اما چون همواره در ریاضی جهت مثبت محور yها رو به بالاست ما نیز این مطلب را رعایت می‌کنیم. در این حالت نیروی کشسانی فنر برابر $\vec{F}_e = +۲۰\vec{j}$ و نیروی وزن برابر $\vec{W} = m\vec{g} = -۳۰\vec{j}$ می‌شود و بنا به قانون دوم نیوتون شتاب برابر است با:

$$\vec{F}_{\text{net}} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{F}_e + \vec{W} = m\vec{a} \Rightarrow ۲۰\vec{j} + (-۳۰\vec{j}) = ۳\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{-۱۰}{۳}\vec{j}$$

B ۹۶۲ ۱

آسانسور با شتاب ۳m/s^2 شروع به حرکت کرده است. کافی است تمام نیروهای وارد بر شخص را رسم کنیم. این نیروها عبارتند از:

- ۱ نیروی وزن به شخص رو به پایین وارد می‌شود.
- ۲ نیروی عمودی سطح توسط کف باسکول بر شخص رو به بالا وارد می‌شود.
- ۳ شخص با نیروی ۲۰N بر میله رو به پایین نیرو وارد می‌کند و بنا به قانون سوم نیوتون توسط میله نیرویی برابر ۲۰N بر شخص وارد می‌شود. بنا به قانون دوم نیوتون خواهیم داشت:



$$W - F - F_N = ma \quad m = ۸۰\text{kg} \rightarrow$$

$$۸۰ \times ۱۰ - ۲۰ - F_N = ۸۰ \times ۳ \Rightarrow F_N = ۵۴۰\text{N}$$

نیرویی که باسکول نشان می‌دهد همان نیروی F_N یعنی ۵۴۰N است.

C ۹۶۳ ۳

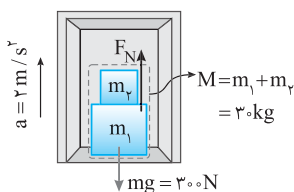
۱ $m_۲$ و $m_۱$ درون آسانسور قرار دارند. پس شتاب $m_۲$ و $m_۱$ نیز برابر ۲m/s^2 رو به بالا می‌باشد.

۲ نیرویی که $m_۱$ بر $m_۲$ وارد می‌کند همان نیروی عمودی تکیه‌گاه بین $m_۱$ و $m_۲$ و رو به بالاست. نیروهای وارد بر $m_۲$ را رسم کرده و نیروی $F_{N_{۱۲}}$ را به دست می‌آوریم:

$$F_{N_{۱۲}} - m_۲g = m_۲a \Rightarrow F_{N_{۱۲}} = m_۲a + m_۲g \Rightarrow F_{N_{۱۲}} = ۱۲۰\text{N}$$

۳ حال دو جسم را یک جسم در نظر می‌گیریم تا نیرویی که از طرف سطح به مجموعه وارد می‌شود را حساب کنیم:

$$F_N - (m_۱ + m_۲)g = (m_۱ + m_۲)a \Rightarrow F_N - ۳۰۰ = ۶۰ \Rightarrow F_N = ۳۶۰\text{N}$$

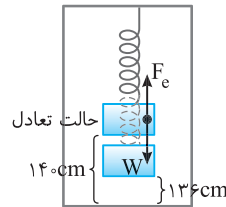


۴ نسبت $F_{N_{۱۲}}/F_N$ خواهد شد:

$$\frac{F_{N_{۱۲}}}{F_N} = \frac{۱۲۰}{۳۶۰} = \frac{۱}{۳}$$

B ۹۶۰ ۲

خط فکری در مرحله اول وقتی آسانسور ساکن است و وزنه به فنر آویزان می‌شود، نیروی خالص وارد بر وزنه صفر است ($F_{\text{net}} = 0$) و نیروی کشسانی فنر برابر وزن وزنه است ($W = F_e$). وقتی آسانسور با شتاب ثابت شروع به حرکت رو به بالا می‌کند دیگر نیروی خالص وارد بر وزنه صفر نیست و شما باید نیروی خالص (W و F_e) را بنا به قانون دوم نیوتون مساوی ma قرار دهید و مسئله را حل کنید.



۱ در حالت تعادل نیروی کشسانی فنر برابر نیروی گرانش وزنه است. $W = F_e$

۲ در حالتی که آسانسور با شتاب ۲m/s^2 رو به بالا شروع به حرکت می‌کند نیروی کشسانی فنر از نیروی گرانشی بیشتر است و بنا بر قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت:

$$F'_e - W = ma \quad \xrightarrow{W=F_e} F'_e - F_e = ma$$

$$\xrightarrow{F_e=kx} k(x') - kx = ma \Rightarrow k(x' - x) = ma$$

۳ با حرکت آسانسور رو به بالا فاصله وزنه از کف آسانسور که ۱۴۰cm بوده به ۱۳۶cm می‌رسد یعنی طول فنر $۱۴۰ - ۱۳۶ = ۴\text{cm}$ افزایش می‌یابد. ($x' - x = ۴\text{cm}$)

۴ اکنون ثابت فنر را به دست می‌آوریم.

$$k\left(\frac{۴}{۱۰۰}\right) = ۲ \times ۲ \Rightarrow k = ۱۰۰\text{N/m} = ۱\text{N/cm}$$

بازی با سؤال

وزنه‌ای به جرم ۲kg را به فنر سبکی به طول ۴۰cm که از سقف آسانسور ساکنی آویزان است وصل می‌کنیم. اگر آسانسور با سرعت ثابت رو به پایین در حرکت باشد، فاصله وزنه از کف آسانسور ۱۴۰cm است. اگر آسانسور با شتاب ثابت ۲m/s^2 شروع به توقف کند، فاصله وزنه از کف آسانسور ۱۳۶cm می‌شود. ثابت فنر چند N/m است؟ ($g = ۱۰\text{N/kg}$)

- ۱۰۰ (۱)
- ۱۵۰ (۲)
- ۲۰۰ (۳)
- ۷۵ (۴)

پایبند

جالب است بدانید، تست شبیه‌سازی شده از نظر دینامیکی هیچ تفاوتی با مسئله اصلی ندارد.

۱ سرعت ثابت یعنی نیروی خالص وارد بر وزنه صفر است.

$$F_{\text{net}} = 0 \Rightarrow F_e = W \quad (I)$$

۲ وقتی سرعت آسانسور در حال حرکت رو به پایین است، کاهش می‌یابد، حرکتش کندشونده می‌شود. در این حالت نیروی خالص وارد بر وزنه صفر نیست و نیروی کشسانی فنر از نیروی وزن وزنه بزرگ‌تر است و بنا به قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت:

از رابطه (I) در رابطه (II) جای گذاری می‌کنیم.

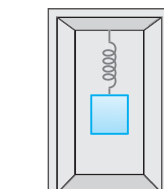
$$F'_e - F_e = ma \Rightarrow kx' - kx = ma \Rightarrow k(x' - x) = ma$$

$$\xrightarrow{x' - x = ۴\text{cm}} k\left(\frac{۴}{۱۰۰}\right) = ۲ \times ۲ \Rightarrow k = ۱۰۰\text{N/m}$$

گزینۀ ۱

B ۹۶۱ ۱

خط فکری هر گاه در صورت مسئله کلمه ساکن و یا سرعت ثابت مشاهده کردید بلافاصله بالای آن عبارت $F_{\text{net}} = 0$ را قرار دهید. در این مسئله با این کار می‌توانید جرم m را حساب کنید.



۱ وقتی آسانسور ساکن است نیروی کشسانی فنر برابر نیروی وزن جسم است.

$$W = F_e \Rightarrow mg = k\Delta x$$

$$\Rightarrow m \times ۱۰ = ۲۰۰ \times \left(\frac{۶۵-۵۰}{۱۰۰}\right) \Rightarrow m = ۳\text{kg}$$

۳ در قسمت دوم حرکت با سرعت ثابت است و شتاب $a=0$ بوده و نیروها متوازن هستند بنابراین:

$$F_{\text{net}}=0 \Rightarrow T_p = mg \Rightarrow T_p = 7000 \text{ N}$$

۴ در قسمت سوم حرکت شتاب حرکت را به دست می‌آوریم:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-4}{4} = -1 \text{ m/s}^2$$

۵ نیروی کشش کابل در این مرحله خواهد شد:

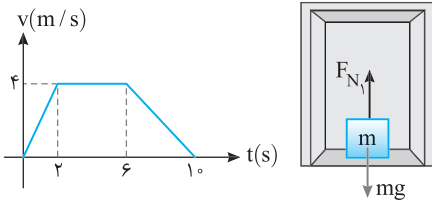
$$F_{\text{net}}=0 \Rightarrow T_p - mg = ma \Rightarrow T_p - 7000 = -7000 \Rightarrow T_p = 6300 \text{ N}$$

۶ بنابراین اختلاف بیشینه و کمینه کشش کامل برابر است با:

$$T_1 - T_p = 7350 - 6300 = 1050 \text{ N}$$

B ۹۶۷ ۴

تکنه عددی که ترازوی فزنی نشان می‌دهد اندازه نیروی عمودی سطح است.



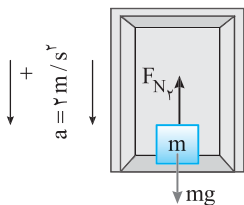
۱ هنگامی که آسانسور با سرعت ثابت حرکت می‌کند نیروی عمودی سطح و نیروی وزن با هم برابرند پس در بازه ۲s تا ۶s داریم:

$$F_{\text{net}} = ma_1 \xrightarrow{a_1=0} F_{N_1} = mg = 600 \text{ N}$$

۲ اما کمترین مقدار F_N وقتی است که جسم تندشونده رو به پایین به حرکت درمی‌آید.

در بازه صفر تا ۲s آسانسور با شتاب تندشونده رو به پایین در حال حرکت است و می‌دانیم در نمودار $v-t$ شیب نمودار برابر شتاب است:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{4-0}{2-0} = 2 \text{ m/s}^2$$



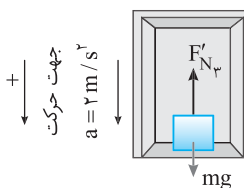
۳ در این بازه، نیروی F_{N_2} را حساب می‌کنیم:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow mg - F_{N_2} = ma \Rightarrow 600 - F_{N_2} = 120 \Rightarrow F_{N_2} = 480 \text{ N}$$

۴ بیشترین مقدار F_N وقتی است که آسانسور در حال متوقف شدن است.

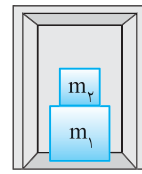
در بازه ۶s تا ۱۰s شتاب حرکت برابر $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0-4}{10-6} = -1 \text{ m/s}^2$ است، بنابراین:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow mg - F_{N_3} = ma \Rightarrow 600 - F_{N_3} = -60 \Rightarrow F_{N_3} = 660 \text{ N}$$



۵ بنابراین اختلاف بیشینه و کمینه نیرو از طرف سطح برابر است با:

$$F_{N_3} - F_{N_2} = 660 - 480 = 180 \text{ N}$$



بازر، یا سوال درون یک آسانسور دو جسم

به جرم‌های $m_1 = 5 \text{ kg}$ و $m_2 = 3 \text{ kg}$ قرار دارند و

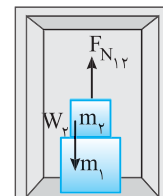
آسانسور با سرعت ثابت 6 m/s رو به پایین در

حرکت است. آسانسور ترمز کرده و پس از جابه‌جایی

Δm با شتاب ثابت متوقف می‌شود. در این جابه‌جایی

نیروی که m_1 بر m_2 وارد می‌کند چند نیوتون است؟

($g = 10 \text{ N/kg}$)
 ۱) ۴۰/۸ ۲) ۱۸/۲ ۳) ۳۰ ۴) ۸۰



ابتدا شتاب توقف را به کمک رابطه

مستقل از زمان به دست می‌آوریم:

$$v_f^2 - v_i^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - 36 = 2a(\Delta) \Rightarrow a = -3/6 \text{ m/s}^2$$

نیروهای وارد بر m_2 را بررسی می‌کنیم. آسانسور

حرکت کندشونده رو به پایین دارد، بنابراین

$F_{N_{12}} > m_2 g$ است از این رو:

$$F_{N_{12}} - m_2 g = m_2 a \Rightarrow F_{N_{12}} = 30 + (3 \times 3/6) \Rightarrow F_{N_{12}} = 30 + 10/8 = 40/8 \text{ N}$$

دقت کنید نیروی بزرگ‌تر را منهای نیروی کوچک‌تر کرده‌ایم از این رو شتاب را با علامت مثبت در رابطه قرار داده‌ایم.

نیرویی که m_1 بر m_2 وارد کرده برابر $40/8 \text{ N}$ رو به بالاست و بنا به قانون سوم نیوتون نیرویی که m_2 بر m_1 وارد می‌کند نیز هم‌اندازه $40/8 \text{ N}$ اما رو

پایین است.

خط فکری دقت کنید که در صورت مسئله نیرویی که M بر m وارد می‌کند را از شما خواسته است بنابراین شما نیروهای وارد بر m را باید بررسی کنید.

نیروهای وارد بر جسم m را رسم می‌کنیم. دو نیرو بر جسم m وارد می‌شود، یکی نیروی وزن توسط کره زمین، دیگری نیروی عمودی تکیه‌گاه که توسط M بر جسم m رو به بالا وارد می‌شود.

در واقع جرم m مانند جسمی است که در آسانسور قرار دارد.

خط فکری ابتدا شتاب حرکت را به کمک رابطه سرعت-مکان (مستقل از زمان) به دست می‌آوریم:

$$v_f^2 - v_i^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - (4)^2 = 2(a)(\Delta) \Rightarrow a = -1/6 \text{ m/s}^2$$

حرکت آسانسور کندشونده رو به بالا است. بنابراین خواهیم داشت:

ma نیروهای خلاف جهت حرکت - نیروهای در جهت حرکت

حرکت کندشونده است بنابراین شتاب را در رابطه منفی قرار می‌دهیم.

$$F_N - mg = ma \Rightarrow F_N - 60 \times 10 = 60 \times (-1/6) \Rightarrow F_N = 504 \text{ N}$$

خط فکری مسئله چند مرحله‌ای است، در هر مرحله نیروهای وارد بر آسانسور را بررسی کرده و کشش کابل متصل به آسانسور را به دست آورده با هم مقایسه می‌کنیم. جهت مثبت را رو به بالا اختیار می‌کنیم.

در قسمت اول حرکت، شتاب برابر است با:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{4}{8} = 0.5 \text{ m/s}^2$$

نیروی کشش کابل را حساب می‌کنیم:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow T - mg = ma \Rightarrow T_1 - 7000 = 3500 \Rightarrow T_1 = 7350 \text{ N}$$

B ۹۶۴ ۳

A ۹۶۵ ۳

B ۹۶۶ ۳

۱ ۹۷۰ C

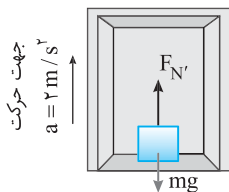
خط فکری ابتدا آسانسور ساکن است و جسم با تندی ثابت بر کف آسانسور در حرکت است. یعنی نیروهای وارد بر جسم متوازن بوده و شما باید با استفاده از این موضوع ضریب اصطکاک بین جسم و کف آسانسور را حساب کنید. با حرکت آسانسور رو به بالا نیروی عمودی سطح افزایش می‌یابد و سبب افزایش نیروی اصطکاک جنبشی می‌شود. نیروی $F = 10\text{N}$ ثابت است بنابراین نیروی اصطکاک سبب کندشدن حرکت و توقف جسم می‌شود.

۱ در حالت اول جسم با سرعت ثابت در حال حرکت است پس نیروهای وارد بر جسم متوازن است:

$$F_{\text{خالص}} = ma \Rightarrow F - f_k = 0 \Rightarrow f_k = 10\text{N}$$

۲ ضریب اصطکاک را حساب می‌کنیم:

$$f_k = \mu_k F_N \Rightarrow 10 = \mu_k mg \Rightarrow 10 = \mu_k 40 \Rightarrow \mu_k = 0.25$$



۳ در حالت دوم آسانسور با شتاب 2m/s^2 به سمت بالا حرکت می‌کند. نیروی عمودی سطح را در این حالت به دست می‌آوریم:

$$F_N' - mg = ma \Rightarrow F_N' - 40 = 4 \times 2 \Rightarrow F_N' = 48\text{N}$$

۴ در این حالت نیروی اصطکاک برابر خواهد شد با:

$$f_k = \mu_k F_N' = 12\text{N} > 10\text{N}$$

۵ نیروی اصطکاک از نیروی F بزرگ‌تر شده بنا به قانون دوم نیوتون شتاب حرکت را حساب می‌کنیم:

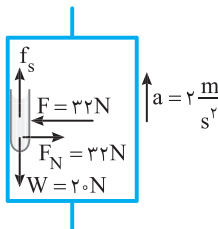
$$F - f_k = ma \Rightarrow 10 - 12 = 4a \Rightarrow a = -0.5\text{m/s}^2$$

۶ به کمک معادله مستقل از زمان، جابه‌جایی جسم تا توقف را به دست می‌آوریم:

$$v_f^2 - v_i^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - 4 = 2(-0.5)\Delta x \Rightarrow \Delta x = 4\text{m}$$

۴ ۹۷۱ B

خط فکری در متن تست بیان شده که کتاب نسبت به آسانسور ساکن است و ممکن است شما بلافاصله بنویسید برای جسم ساکن $F_{\text{net}} = 0$ و نیروی وزن کتاب با نیروی اصطکاک بین دیواره آسانسور و کتاب برابر است و $f_s = W = 20\text{N}$ پاسخ است اما این گونه نیست. شما باید این نکته مهم را بدانید که برای کاربرد قوانین نیوتون همواره حرکت جسم مورد نظر را از دید شاهدی بررسی می‌کنیم که روی زمین ساکن است یعنی شما باید خود را خارج آسانسور فرض کنید که به این آسانسور نگاه می‌کنید. در این حالت برای شما مشخص می‌شود که تمام اجسام درون آسانسور با همان شتاب آسانسور (2m/s^2) در حال حرکت رو به بالا هستند. اکنون باید از خود پرسید، عامل حرکت کتاب رو به بالا به همراه آسانسور چیست؟ که پاسخ مشخص است. عامل آن اصطکاک بین کتاب و دیواره آسانسور است. بنابراین نیروهای وارد بر کتاب را رسم کنید و به کمک قانون دوم نیوتون مسئله را حل کنید.



عامل حرکت کتاب به همراه آسانسور رو به بالا نیروی اصطکاک ایستایی بین کتاب و دیواره آسانسور است. نیروهای وارد بر کتاب را رسم می‌کنیم و چون کتاب و آسانسور هر دو با شتاب $a = 2\text{m/s}^2$ به سمت بالا در حال حرکت‌اند،

برای آن‌ها را مساوی ma قرار می‌دهیم:

$$f_s - W = ma \Rightarrow f_s - 20 = 2 \times 2 \Rightarrow f_s = 24\text{N}$$

اکنون نیرویی که کتاب به دیواره یا دیواره به کتاب وارد می‌کند برابر است با:

$$R = \sqrt{f_s^2 + F_N^2} = \sqrt{24^2 + 32^2} = 40\text{N}$$

۱ ۹۶۸ B

خط فکری در تمام مسائل دینامیک مراحل زیر باید طی شود.

۱ رسم شکل ساده

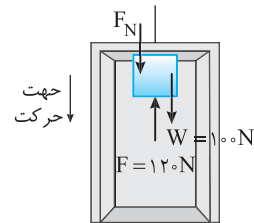
۲ رسم نیروهای وارد بر جسم

۳ به دست آوردن نیروی خالص

۴ برابر قرار دادن نیروی خالص با ma

۱ نیروهای وارد بر جسم 10kg کیلوگرمی را رسم می‌کنیم.

۲ شتاب حرکت جسم را حساب می‌کنیم. $a = \frac{v - v_0}{t} \Rightarrow a = \frac{0 - 1}{1} \Rightarrow a = -1\text{m/s}^2$



۳ $\Sigma F = ma$ = نیروهای مخالف حرکت - نیروهای در جهت حرکت

$$(W + F_N) - F = ma \xrightarrow{m=10\text{kg}} (100 + F_N) - 120 = 10 \times (-1) \Rightarrow F_N = 10\text{N}$$

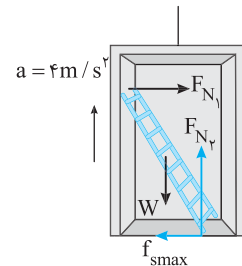
۲ ۹۶۹ B

۱ نیروهای وارد بر نردبان را رسم می‌کنیم.

۲ نردبان در امتداد افقی حرکتی ندارد و نیروها در این امتداد متوازن هستند. بنابراین

نیروی F_{N1} که دیواره بر نردبان وارد می‌کند با اصطکاک آستانه حرکت ($f_{s\text{max}}$)

برابر است: $f_{s\text{max}} = F_{N1} \xrightarrow{F_{N1}=20\text{N}} f_{s\text{max}} = 20\text{N}$



۳ نیروهای عمودی سطح کف آسانسور وارد بر نردبان را حساب می‌کنیم:

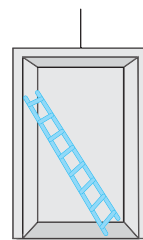
$$f_{s\text{max}} = \mu_s F_{N2} \xrightarrow{\mu_s=0.5} 20 = 0.5 F_{N2} \Rightarrow F_{N2} = 40\text{N}$$

۴ نیروهای وارد بر نردبان در امتداد قائم به نردبان شتاب 4m/s^2 رو به بالا

می‌دهد. بنابراین نیروی F_{N2} از W بزرگ‌تر است و خواهیم داشت:

$$F_{\text{net}_y} = ma \Rightarrow F_{N2} - W = ma \Rightarrow 40 - mg = ma$$

$$40 - m \times 10 = m \times 4 \Rightarrow m = \frac{40}{14} = \frac{20}{7}\text{kg}$$



بازی با سوال در شکل روبه‌رو نردبانی به جرم 4kg درون آسانسور قرار دارد و در آستانه سر خوردن است. اگر ضریب اصطکاک ایستایی تمام سطوح

یکسان و برابر 0.4 باشد، با پاره شدن کابل آسانسور نیروی خالص وارد بر نردبان چند نیوتون می‌شود؟ ($g = 10\text{N/kg}$)

۱) ۴۰ ۲) صفر ۳) ۲۰ ۴) ۲۵

پاسخ وقتی کابل آسانسور پاره می‌شود مجموعه با شتاب $a = g$ رو به

پایین سقوط می‌کند. در این حالت تنها نیروی مؤثر وارد بر نردبان نیروی وزن بوده

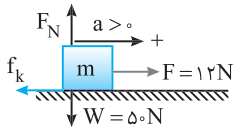
که برابر $W = 4 \times 10 = 40\text{N}$ است. **گزینه ۱**



تا لحظه‌ای که جسم در آستانه حرکت قرار گیرد اصطکاک در حال افزایش است. البته بعد از آن جسم به حرکت درمی‌آید و اصطکاک از ایستایی به جنبشی تبدیل می‌شود که مورد پرسش نیست و گزینه (۱) درست است.

۴ ۹۷۴ C

خط فکری آخه چطور ممکنه؟ جعبه با شتاب 0.4 m/s^2 در حال حرکت به سمت راست است. در جعبه یک وزنه قرار می‌دهیم، اصطکاک افزایش می‌یابد بنابراین باید شتاب کم شود اما اندازه شتاب همچنان 0.4 m/s^2 است، یعنی ممکن است؟ بله این بار نیروی اصطکاک به خوبی افزایش یافته که نیروی خالص (برآیند اصطکاک و نیروی F) به سمت چپ است و شتاب جعبه 0.4 m/s^2 به سمت چپ است. در نتیجه در حالت اول حرکت تندشونده با شتاب 0.4 m/s^2 و در حالت دوم حرکت کندشونده با شتاب (-0.4 m/s^2) است.

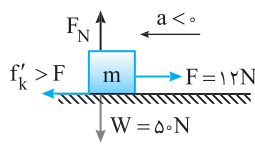


حالت اول: نیروهای وارد بر جسم را رسم کرده و جهت به سمت راست را مثبت در نظر می‌گیریم و نیروی خالص وارد بر جسم را برابر ma قرار می‌دهیم و ضریب اصطکاک جنبشی را حساب می‌کنیم.

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow F - f_k = ma \Rightarrow 12 - \mu_k mg = 0.4m$$

$$\Rightarrow 12 - 50\mu_k = 2 \Rightarrow \mu_k = 0.2$$

حالت دوم:



$$F - f_k' = (m + m')a'$$

$$\Rightarrow 12 - \mu_k(m + m')g = -0.4(m + m')$$

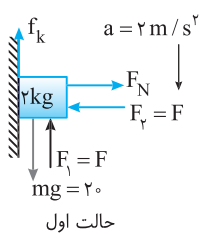
$$\Rightarrow 12 - (5 + m') \times 10 \times 0.2 = -0.4(5 + m')$$

$$\Rightarrow 12 - 10 - 2m' = -2 - 0.4m'$$

$$4 = 1/6 m' \Rightarrow m' = \frac{4}{1/6} = 24 \text{ kg}$$

۳ ۹۷۵ B

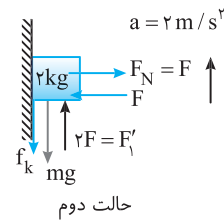
خط فکری در حالت اول شتاب 2 m/s^2 روبه پایین است. اگر با دو برابر شدن F_1 باز اندازه شتاب 2 m/s^2 باشد باید جهت شتاب تغییر کرده باشد، یعنی در حالت دوم شتاب 2 m/s^2 روبه بالا است. هم چنین چون F_2 تغییر نکرده پس اندازه نیروی اصطکاک جسم با سطح ثابت می‌ماند.



نیروهای وارد بر جسم را در دو حالت رسم کرده و نیروی خالص وارد بر جسم را به دست می‌آوریم. البته برای راحتی در هر حالت نیروی بزرگ‌تر در جهت حرکت را منهای نیروی کوچک‌تر می‌کنیم. **حالت اول:** جسم از حال سکون رو به پایین حرکت کرده، بنابراین اصطکاک رو به بالاست. نیروی وزن جسم را به پایین می‌آورد و نیروی F_1 و f_k مانع حرکت است. از این رو:

$$f_{\text{net}} = ma \Rightarrow W - F_1 - f_k = ma \Rightarrow 20 - F - f_k = 2 \times 2 \Rightarrow F + f_k = 16 \quad (I)$$

حالت دوم: نیروی F_1 را دو برابر کرده‌ایم و جسم این بار باید از حال سکون رو به بالا



حرکت کرده بنابراین اصطکاک رو به پایین است. نیروی $2F_1$ جسم را بالا می‌برد. نیروی خالص وارد بر جسم خواهد شد:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow 2F - W - f_k = ma$$

$$\Rightarrow 2F - 20 - f_k = 2 \times 2 \Rightarrow 2F - f_k = 24 \quad (II)$$

دقت کنید در دو حالت اندازه نیروی اصطکاک

برابر $f_k = \mu_k F_1$ است. رابطه (I) و (II) را با هم جمع می‌کنیم و F را به دست می‌آوریم.

$$F + f_k + 2F - f_k = 16 + 24 \Rightarrow F = \frac{40}{3} \text{ N}$$

بازی با سؤال

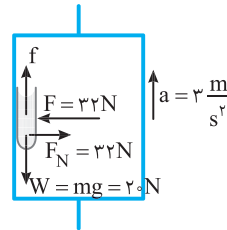
شخصی درون آسانسور ساکنی با نیروی افقی $F = 32 \text{ N}$ کتابی به جرم 2 kg را روی دیواره آسانسور ساکن نگاه داشته است. ضریب اصطکاک بین کتاب و دیواره آسانسور $\mu_s = 0.8$ و $\mu_k = 0.5$ است. اگر آسانسور با شتاب

ثابت 3 m/s^2 رو به بالا شروع به حرکت کند، کتاب نسبت به آسانسور ساکن می‌ماند.

(۱) به پایین می‌لغزد

(۲) به سمت بالا می‌رود.

(۳) هر سه حالت ممکن است.



پایس آسانسور با شتاب 3 m/s^2 رو

به بالا شروع به حرکت کرده است. عامل

حرکت کتاب به همراه آسانسور رو به بالا، نیروی

اصطکاک بین دیواره آسانسور و کتاب است.

باید بررسی کنیم بیشینه شتابی که کتاب

می‌تواند داشته باشد چند m/s^2 است. پس

بنابر قانون دوم نیوتون می‌توانیم بنویسیم:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow f_{s \text{ max}} - mg = ma \Rightarrow \mu_s F_N - mg = ma$$

$$\xrightarrow{\mu_s = 0.8, m = 2 \text{ kg}} 0.8 \times 32 - 2 \times 10 = 2a$$

$$\Rightarrow 25.6 - 20 = 2a \Rightarrow a_{\text{کتاب}} = \frac{5.6}{2} \Rightarrow a_{\text{کتاب}} = 2.8 \text{ m/s}^2$$

دقت کنید بیشینه شتاب رو به بالای کتاب در اثر اصطکاک 2.8 m/s^2 است اما

شتاب حرکت آسانسور رو به بالا 3 m/s^2 است، بنابراین کتاب نسبت به

آسانسور عقب می‌ماند و به پایین می‌لغزد.

۲ ۹۷۲ B

خط فکری نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم. دقت کنید که جسم در آستانه

حرکت رو به بالا و نیروی اصطکاک جسم بیشینه و به سمت پایین است. جسم در راستای

افقی حرکت نمی‌کند و نیروهای افقی متوازن است. اما در راستای قائم آسانسور

در حال حرکت به سمت پایین بوده و باید به کمک قانون دوم نیوتون مسئله را حل کنید:

۱. نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم:

۲. نیروها در راستای افقی متوازن اند: $F_N = 0.5 F'$

۳. در راستای قائم آسانسور با شتاب 4 m/s^2

تندشونده پایین می‌آید، نیروی برآیند را حساب

می‌کنیم و نیروهای در جهت حرکت به سمت پایین

را از نیروی خلاف جهت به سمت بالا کم کرده و در

قانون دوم نیوتون چون حرکت تندشونده بوده

شتاب 4 m/s^2 قرار می‌دهیم:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow 1/2 F' - mg - f_{s \text{ max}} = ma \Rightarrow 1/2 F' - 40 - \mu_s F_N = 4 \times 4$$

$$\xrightarrow{F_N = 0.5 F'} 1/2 F' - 40 - 0.5 \times 1/2 F' = 16 \Rightarrow F' = 56 \text{ N}$$

بزرگی بردار نیرویی که با i و j تعریف شده برابر است با:

$$\vec{R} = R_x \vec{i} + R_y \vec{j} \Rightarrow |\vec{R}| = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$$

۴. حال بزرگی نیروی F را به دست می‌آوریم:

$$\vec{F} = -0.5 \times 56 \vec{i} + 1/2 \times 56 \vec{j} \Rightarrow |\vec{F}| = \sqrt{(0.5 \times 56)^2 + (1/2 \times 56)^2}$$

$$\xrightarrow{\text{از } 56^2 \text{ فاکتور گرفته}} |\vec{F}| = 56 \sqrt{0.25 + 0.25} = 56 \sqrt{0.5} = 56 \sqrt{1/2}$$

$$\Rightarrow |\vec{F}| = 56 \times 1/3 = 72/3 \text{ N}$$

۱ ۹۷۳ B

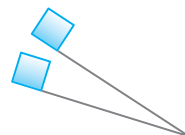
یک پاک‌کن را در کف دستتان قرار دهید و زاویه کف دست را

از حالت افقی به طور آهسته زیاد کنید. تمایل جسم به حرکت

بیشتر می‌شود، بنابراین نیروی وارد بر جسم که می‌خواهد

جسم را به حرکت در آورد با افزایش زاویه کف دست

بیشتر می‌شود و چون پاک‌کن حرکت نکرده، پس نیروی اصطکاک وارد بر آن افزایش می‌یابد.



تا زمانی که $F_c \geq f_k$ تندی جسم کاهش نمی‌یابد، بنابراین باید نیروی کشسانی $F_c = k\Delta l' \Rightarrow 10 = 80 \cdot \Delta l' \Rightarrow \Delta l' = 1/8 \text{ cm}$ یعنی: 10 N به 40 N برسد. بنابراین طول فنر می‌تواند از 5 cm کشیدگی به $1/8 \text{ cm}$ کشیدگی برسد یعنی طول فنر می‌تواند $5 - 1/8 = 3/8 \text{ cm}$ کاهش یابد بدون آنکه تندی جسم کاهش یابد.

۱ ۹۷۸

مرحله اول: در ابتدا جسم به سمت راست در حال حرکت است پس نیروی اصطکاک نیز مانند نیروی F به سمت چپ به جسم وارد می‌شود:

$$f_k = \mu_k F_N \xrightarrow{F_N = 20 \text{ N}} f_k = 0.4 \times 20 = 8 \text{ N}$$

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow 0 - 16 - f_k = ma \Rightarrow 0 - 24 = 2a \Rightarrow a = -12 \text{ m/s}^2$$

این شتاب از سرعت 8 m/s به سمت راست کاسته تا سرعت صفر شود:

$$\begin{cases} v_1 = 8 \text{ m/s} \\ v_f = 0 \\ a = -12 \text{ m/s}^2 \end{cases} \Rightarrow v_f = at + v_1 \Rightarrow 0 = -12t + 8 \Rightarrow 12t = 8 \Rightarrow t = \frac{2}{3} \text{ s}$$

مرحله دوم: در این حالت باید بررسی کنیم که در $t = \frac{2}{3} \text{ s}$ که جسم به‌طور لحظه‌ای متوقف شده آیا مجدداً جسم به حرکت درمی‌آید یا نه، برای این کار ابتدا $f_{s \text{ max}}$ را حساب می‌کنیم. اگر این نیرو، کمتر از 16 N باشد یعنی نیروی 16 N جسم را به حرکت درآورد است:

$$f_{s \text{ max}} = \mu_s F_N \Rightarrow f_{s \text{ max}} = 0.5 \times 20 \Rightarrow f_{s \text{ max}} = 10 \text{ N}$$

مرحله سوم: بنابراین جسم پس از توقف با نیروی $F = 16 \text{ N}$ به سمت چپ حرکت کرده و نیروی اصطکاک جنبشی f_k خلاف جهت لغزش یعنی به سمت راست آن وارد می‌شود:

$$f_k = \mu_k F_N \Rightarrow f_k = 0.4 \times 20 = 8 \text{ N}$$

$$F'_{\text{net}} = ma' \Rightarrow 16 - 8 = 2a' \Rightarrow a' = 4 \text{ m/s}^2$$

مدت زمان باقی‌مانده تا $t = 5 \text{ s}$ برابر $t = 5 - \frac{2}{3} = \frac{13}{3} \text{ s}$ است که متحرک از سرعت صفر با شتاب 4 m/s^2 طی می‌کند:

$$\begin{cases} v_1 = 0 \\ v_f = ? \\ a = 4 \end{cases} \Rightarrow v_f = at + v_1 \Rightarrow v_f = 4 \times \frac{13}{3} = \frac{52}{3} \text{ m/s}$$

بازی با سؤال: در سؤال قبل اگر جرم جسم $3/2 \text{ kg}$ باشد، تندی جسم در لحظه $t = 5 \text{ s}$ چند متر بر ثانیه خواهد بود؟

پاسخ: اگر جرم $m = 3/2 \text{ kg}$ باشد پس نیروی عمودی سطح $F_N = mg = 32 \text{ N}$ شده و نیروی اصطکاک ایستایی در مرحله دوم برابر شده یعنی در مرحله دوم جسم در آستانه حرکت قرار گرفته و برنمی‌گردد در این صورت تندی آن بعد از $t = \frac{2}{3} \text{ s}$ صفر خواهد شد و در $t = 5 \text{ s}$ نیز تندی صفر است.

۳ ۹۷۶

۱ در حالت اول تندی جسم ثابت است و جسم در حال حرکت رو به پایین است بنابراین نیروی اصطکاک جنبشی رو به بالاست. نیروی خالص وارد بر جسم صفر است:

در حالت اول: $F_f = F_N \Rightarrow F_N = 10 \text{ N}$

در راستای افقی: $F_{\text{net}} = ma \Rightarrow mg - F_1 - f_k = 0 \Rightarrow f_k = 12 - 10 = 2$

$\Rightarrow \mu_k N = 2 \Rightarrow 10 \mu_k = 2 \Rightarrow \mu_k = 0.2$

۲ در حالت دوم، اگر جسم با شتاب 1 m/s^2 بخواهد به سمت پایین حرکت کند باید نیروی F_f کاهش بیابد تا از مقدار اصطکاک کاسته شود. در این حالت خواهیم داشت:

در حالت دوم: $F'_f = F'_N$

در راستای افقی: $mg - F_1 - f'_k = ma$

$\Rightarrow 12 - 10 - f'_k = 1 \times 1 \Rightarrow f'_k = 1 \text{ N}$

۳ نیروی عمودی سطح در حالت جدید F'_N را حساب می‌کنیم.

$$f'_k = \mu_k F'_N = \mu_k F'_f \Rightarrow 1 = 0.2 F'_N \Rightarrow F'_N = 5 \text{ N} \Rightarrow F'_f = F'_N = 5 \text{ N}$$

۴ پس نیروی F_f از 10 N به 5 N رسیده و درصد تغییرات نیرو خواهد شد:

$$\frac{\Delta F}{F_1} \times 100 = \frac{-6}{10} \times 100 = -60\%$$

کاهش

۳ ۹۷۷

نکته مهم: تا لحظه‌ای که نیروی وزن رو به پایین (W) از نیروی اصطکاک (f_k) رو به بالا بزرگ‌تر یا با آن مساوی باشد ($W \geq f_k$) از تندی جسم کاسته نمی‌شود. **خط فکری:** بیشینه مقدار اصطکاک باید برابر نیروی وزن جسم باشد زیرا اگر اصطکاک از وزن بیشتر شود حرکت جسم کندشونده شده و از سرعت آن کاسته می‌شود. بنابراین باید معادله $W \geq f_k$ را حل کنیم.

۱ اصطکاک را با نیروی $F = 10 \text{ N}$ حساب می‌کنیم.

$$f_k = \mu_k F_N \xrightarrow{F_N = F} f_k = 0.4 \times 10 = 4 \text{ N} < W$$

و جسم در حال حرکت تندشونده رو به پایین است.

۲ معادله $mg \geq f_k$ را حل می‌کنیم تا F_{max} را به دست بیاوریم:

$$mg \geq f_k \Rightarrow 20 \geq \mu_k F_{\text{max}} \xrightarrow{\mu_k = 0.4} 20 \geq 0.4 F_{\text{max}} \Rightarrow F_{\text{max}} \geq 50 \text{ N}$$

۳ پس نیروی F را می‌توان از 10 N به 50 N رساند، یعنی نیروی F را می‌توان حداکثر به اندازه $50 - 10 = 40 \text{ N}$ افزایش داد.

بازی با سؤال: جسمی به جرم 5 kg روی سطح افقی با ضریب اصطکاک جنبشی $\mu_k = 0.2$ توسط فنری کشیده می‌شود. ضریب ثابت فنر 80 N/m و کشیدگی فنر از طول طبیعی خود 5 سانتی‌متر است. این طول حداکثر چند سانتی‌متر می‌تواند کاهش یابد، بدون آنکه تندی جسم کاهش یابد؟ ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

پاسخ: نیروی کشسانی فنر برابر است با:

$$F_c = k\Delta l = 80 \times \frac{5}{100} = 40 \text{ N}$$

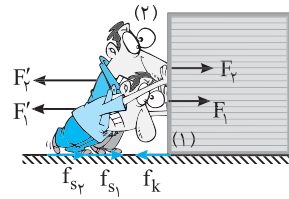
$$f_k = \mu_k F_N = 0.2 \times 50 = 10 \text{ N}$$

نیروی اصطکاک بین جسم و سطح:

C ۹۷۹ ۲

خط فکری

دو نفر به ترتیب با نیروی F_1 و F_2 بسته را هل می‌دهند بنا به قانون سوم نیوتون نیروی F'_1 و F'_2 به ترتیب توسط بسته به هریک رو به عقب وارد می‌شود اما چرا این دو نفر رو به عقب



لیز نمی‌خورند؟ زیرا بین پای آن‌ها و سطح زمین نیروی اصطکاک ایستایی f_{s1} و f_{s2} به سمت راست وجود دارد که مانع لیز خوردن این دو شخص می‌شود. اکنون نیروهای وارد بر بسته و هر شخص را رسم کرده و نیروی خالص وارد بر هریک را به دست می‌آوریم. دقت کنید عبارت «حداقل ضریب اصطکاک ایستایی» یعنی دو نفر در آستانه لیز خوردن قرار بگیرند، در ضمن بسته با تندی ثابت به جلو بلغزد.

به سمت چپ به سمت راست

$$F_1 + F_2 = f_k \quad (I)$$

۱. نیروهای وارد بر بسته:

۲. نیروی وارد بر هر شخص:

$$\begin{cases} F'_1 = f_{s1} \rightarrow F_1 = f_{s1} \\ F'_2 = f_{s2} \rightarrow F_2 = f_{s2} \end{cases} \Rightarrow F_1 + F_2 = f_{s1} + f_{s2} \quad (II)$$

۳. رابطه (I) و (II) را برابر قرار می‌دهیم.

$$f_{s1} + f_{s2} = f_k \Rightarrow \mu_s (m_1 g + m_2 g) = \mu_k M g$$

$$\Rightarrow \mu_s (400 + 600) = 0.2 \times 2000 \Rightarrow \mu_s = 0.4$$

B ۹۸۰ ۳

نکته

شیب نمودار سرعت - زمان برابر شتاب حرکت است.

خط فکری

شما باید شتاب هر قسمت را با توجه به نیروی خالص وارد بر جسم به دست بیاورید و با هم مقایسه کنید تا بتوانید به کمک شیب نمودار $v-t$ نمودار درست را تشخیص دهید.

در قسمت اول مسیر نیروی اصطکاک کمتر از F می‌باشد بنابراین:

$$F - f_1 = ma \xrightarrow{f_1 < F} a_1 > 0$$

در قسمت دوم مسیر نیروی اصطکاک، صفر است و تنها نیروی مؤثر وارد بر جسم F است:

$$F = ma \Rightarrow a_2 > 0 \text{ و } a_2 > a_1$$

در قسمت سوم مسیر نیروی اصطکاک بیشتر از F می‌باشد، بنابراین:

$$F - f_2 = ma \xrightarrow{f_2 > F} a_2 < 0$$

در قسمت (۱) و (۲) شتاب حرکت مثبت شد، البته $a_1 > a_2$ بوده بنابراین نمودار $v-t$ باید در این دو قسمت دارای شیب مثبت باشد، البته در قسمت دوم که شتاب بزرگ‌تر است باید بیشینه باشد و در قسمت سوم که شتاب منفی است شیب نمودار باید منفی باشد. در نتیجه نمودار گزینه (۳) درست است.

B ۹۸۱ ۳

۱. به کمک آنچه که در ریاضی سال هشتم خوانده‌اید مؤلفه‌های نیروی F را در امتداد افقی و قائم رسم کنید.

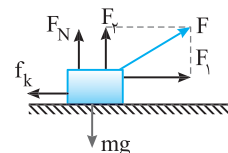
۲. نیروی عمودی سطح را حساب می‌کنیم.

$$F_{\text{net}_y} = 0 \Rightarrow W = F_N + F_y \Rightarrow F_N = mg - F_y$$

۳. نیروی اصطکاک را به دست می‌آوریم.

$$f_k = \mu_k F_N \Rightarrow f_k = \mu_k (mg - F_y)$$

$$\Rightarrow f_k = \mu_k mg - \mu_k F_y \Rightarrow f < \mu_k mg$$



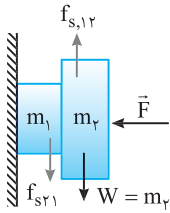
B ۹۸۲ ۴

خط فکری

عجب شکلی دارد این سؤال! دو جسم ساکن هستند و نیروهای وارد بر هر جسم متوازن هستند. در صورت سؤال نیروی اصطکاک که وزن m_2 بر وزن m_1 وارد می‌کند مورد پرسش است. اما ما ابتدا نیروهای وارد بر وزن m_2 را بررسی می‌کنیم تا بتوانیم دربارهٔ نیروی اصطکاک بین m_2 و m_1 اظهار نظر کنیم.

به وزن m_2 در راستای قائم دو نیرو وارد می‌شود.

۱. نیروی وزن $W = m_2 g = 40 \text{ N}$ رو به پایین



۲. چرا m_2 به پایین نمی‌آید زیرا از طرف جسم m_1 نیروی اصطکاک ایستایی $f_{s1,2}$ بر

آن رو به بالا وارد می‌شود که این نیرو با نیروی وزن m_2 برابر است. $f_{s1,2} = W_2 = 40 \text{ N}$

۳. جسم m_1 بر جسم m_2 نیروی اصطکاک 40 N رو به بالا وارد می‌کند و بنا

به قانون سوم نیوتون، جسم m_2 نیز نیروی اصطکاک به اندازه 40 N رو به پایین

به m_1 وارد می‌کند. ($f_{s2,1} = 40 \text{ N}$)

C ۹۸۳ ۲

خط فکری

سؤال مهم این است که عامل حرکت بار روی کف تریلی در حال حرکت چه نیرویی است؟ عامل حرکت بار نیروی اصطکاک بین کف تریلی و بار است که به بار شتاب می‌دهد. بیشترین شتاب بار وقتی است که نیروی اصطکاک بیشینه باشد ($f_{s_{\text{max}}}$) اگر شتاب حرکت تریلی از بیشینه شتابی که می‌تواند اصطکاک به بار بدهد بیشتر باشد، بار از تریلی جا می‌ماند یعنی نسبت به تریلی رو به عقب لیز می‌خورد اما اگر $a_{\text{تریلی}} \leq a_{\text{max}}$ باشد بار و تریلی با یک شتاب حرکت می‌کنند.

۱. بیشینه شتاب حرکت بار در اثر

اصطکاک را حساب می‌کنیم.

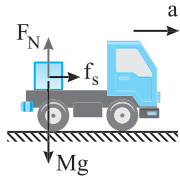
$$F_{\text{net}} = Ma \Rightarrow f_{s_{\text{max}}} = Ma_{\text{max}}$$

$$\Rightarrow \mu_s Mg = Ma_{\text{max}} \Rightarrow a_{\text{max}} = \mu_s g$$

۲. بنا به فرض مسئله، شتاب حرکت تریلی

$a > \mu_s g$ است یعنی شتاب حرکت تریلی از بیشینه شتابی که بار می‌تواند به دست

بیاورد بیشتر است. بنابراین بار در کف تریلی نسبت به تریلی رو به عقب لیز می‌خورد.



C ۹۸۴ ۱

نکته

هرگاه دو جسم که با هم در تماس هستند بخواهند نسبت به هم حرکت کنند، بین آن‌ها یک نیروی تماس به نام اصطکاک ایجاد می‌شود که با حرکت دو جسم نسبت به هم مخالفت می‌کند.

۱. یک پارچه روی سطح اتاق

بیاندازید و روی آن بنشینید و از شخصی بخواهید که دست شما را بگیرد و شما را بکشد خواهید دید که پارچه به همراه شما رو به جلو حرکت می‌کند. عامل حرکت پارچه به همراه شما، اصطکاک بین شما و پارچه است. در شکل مسئله وقتی A را با نیروی F می‌کشیم

عامل حرکت B روی سطح بدون اصطکاک نیروی اصطکاک بین A و B است. اکنون

این اصطکاک را باید با نیروی $F = 50 \text{ N}$ مقایسه کنید.

نیروی F دو جسم A و B را به حرکت درمی‌آورد اما نیروی اصطکاک بین A و B تنها

سبب حرکت جسم B با همان شتاب می‌شود بنابراین $F > f_1$ است. یعنی $f_1 < 50 \text{ N}$

است. به روابط زیر دقت کنید: $F = (m_A + m_B)a$, $f = m_B a \Rightarrow f < F$



نیروی که باسکول تحمل می کند و توسط باسکول نمایش داده می شود.

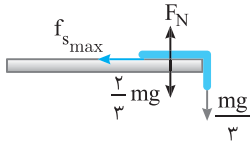
$$F = F_N - f \quad (۲)$$

در این صورت:

$$\xrightarrow{(۱),(۲)} F = (W + f) - f \Rightarrow F = W$$

و باسکول F را که با W برابر است یعنی ۶۰۰N را نشان می دهد.

۱ ۹۸۹ C



خط فکری
 طناب در آستانه حرکت است و اصطکاک بین طناب و سطح میز $f_{s,max}$ است. طناب همگن است. کل طناب $۴/۵\text{m}$ است که $۱/۵\text{m}$ آن یعنی $۱/۳$ طناب آویزان و $۲/۳$ طناب روی سطح میز باقی مانده است.

طناب آویزان و $۲/۳$ طناب روی سطح میز باقی مانده است. $۱/۳$ طناب آویزان است و وزن آن می خواهد طناب را پایین بیاورد اما نیروی اصطکاک ایستایی بین طناب روی میز با سطح میز مانع است. از این رو باید اندازه نیروی اصطکاک که مانع حرکت است با اندازه نیروی وزن قسمت آویزان طناب برابر باشد. نیروی وزن قسمت آویزان طناب را با نیروی اصطکاک ایستایی بین قسمت روی میز با سطح میز برابر قرار می دهیم.

$$F_{net} = 0 \Rightarrow f_{s,max} = W \Rightarrow \mu_s F_N = \frac{1}{3} mg$$

$$\xrightarrow{F_N = \frac{2}{3} mg} \mu_s \left(\frac{2}{3} mg\right) = \frac{1}{3} mg \Rightarrow \mu_s = \frac{1}{4} = 0.25$$

۱ ۹۹۰ B

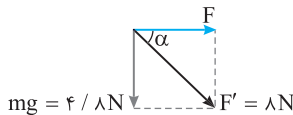
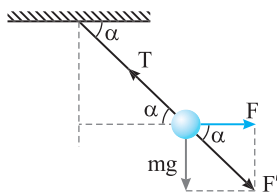
ابتدا نیروهای وارد بر جسم را رسم می کنیم: با توجه به اینکه جسم در حال تعادل است پس باید برابری F و W که با F' نمایش داده ایم هم اندازه T و در خلاف جهت آن باشد.

$$|F'| = \lambda N$$

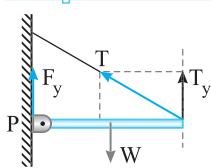
هم چنین با توجه به خطوط موازی و مورب زاویه بین F و F' نیز برابر α است. α حساب می کنیم.

$$\sin \alpha = \frac{f/\lambda}{\lambda} = 0.6$$

بنابراین $\alpha = 37^\circ$ است.



۳ ۹۹۱ B

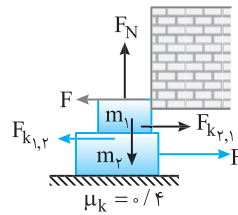


نیروهای وارد بر میله در راستای قائم را رسم می کنیم. (۱) نیروی وزن رو به پایین. (۲) مؤلفه قائم نیروی کشش نخ T_y (۳) مؤلفه نیروی قائم لولا رو به بالا

$$F_{net,y} = 0 \Rightarrow F_y + T_y = W \Rightarrow F_y = W - T_y \Rightarrow F_{لولا} < W$$

در واقع می توان این گونه استدلال کرد که نیروی وزن میله، توسط لولا و نخ تحمل می شود بنابراین نیرویی که لولا در نقطه P بر میله وارد می کند قطعاً از W کمتر است.

۳ ۹۸۵ C



دوباره شکل مسئله باعث نگرانی شما شد. m_1 به دیوار گیر کرده و ساکن است. اگر دیوار نبود، m_1 تحت تأثیر اصطکاک بین m_1 و m_2 به همراه m_2 حرکت می کرد. وقتی m_2 به سمت راست در حرکت است توسط سطح زمین و همچنین سطح m_1 نیروهای اصطکاک به سمت چپ وارد می شود. بنا به قانون سوم جسم m_2 نیروی اصطکاک $(f_{k_{2,1}})$ را بر m_1 وارد می کند. این نیرو را حساب می کنیم.

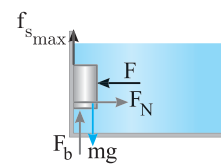
$$f_{k_{2,1}} = \mu_s F_N = \mu_k m_1 g \xrightarrow{\mu_k = 0.4, m_1 = 1 \text{ kg}} f_{k_{2,1}} = 0.4 \times 100 \Rightarrow f_{k_{2,1}} = 40 \text{ N}$$

۲ جسم m_1 ساکن مانده است و نیروهای وارد بر آن متوازن هستند. بنابراین دیوار نیروی F را بر m_1 وارد می کند.

۳ دیوار به جسم m_1 نیروی ۴۰N وارد می کند و بنا به قانون سوم نیوتون جسم m_1 نیز نیروی ۴۰N را به دیوار وارد می کند.

۱ ۹۸۶ C

ابتدا نیروهای وارد بر جسم را رسم می کنیم و با توجه به توازن نیروها داریم (دقت کنید حداقل نیرو یعنی F آن قدر کم باشد که جسم در آستانه حرکت به سمت پایین باشد).



$$F = F_N \text{ در راستای افقی}$$

$$\text{در راستای قائم: } F_b + f_{s,max} = mg$$

$$\xrightarrow{F_b = 10 \text{ N}, mg = 20 \text{ N}} 10 + \mu_s F_N = 20$$

$$\mu_s F = 10 \Rightarrow 0.5 \times F = 10 \Rightarrow F = 20 \text{ N}$$

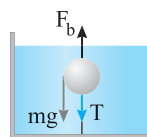
۲ ۹۸۷ B

نیروهای وارد بر جسم سه نیروی وزن، شناوری و کشش ریسمان است که چون جسم ساکن است این سه نیرو متوازن هستند. نیروی شناوری رو به بالا، نیروی وزن و کشش ریسمان رو به پایین است. از این رو می توان نوشت:

$$F_{net} = 0 \Rightarrow F_b = mg + T$$

بیشینه نیروی شناوری زمانی است که کشش نخ بیشینه باشد:

$$F_{b,max} = mg + T_{max} \Rightarrow F_{b,max} = 20 + 4 = 24 \text{ N}$$



۳ ۹۸۸ B

راه حل عادی: شخصی روی باسکول ایستاده و ساکن است. بنابراین باسکول وزن شخص را نشان می دهد.

$$F_N = W \Rightarrow F_N = 600 \text{ N}$$

راه حل پیچیده:

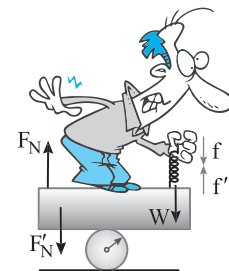
نیروهای وارد بر شخص:

- ۱** نیروی وزن که توسط کره زمین رو به پایین وارد می شود.
 - ۲** نیروی عمودی تکیه گاه که توسط کف باسکول رو به بالا وارد می شود.
 - ۳** نیروی واکنش فنر که بر دست شخص رو به پایین وارد می شود.
- شخص ساکن است. از این رو:

$$F_{net} = 0 \Rightarrow F_N = W + f \quad (۱)$$

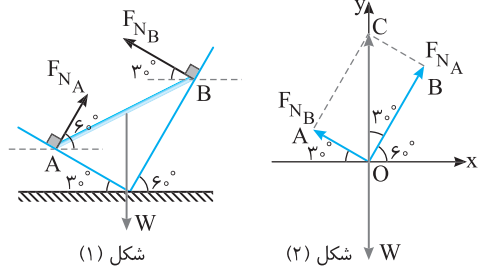
نیروهای وارد بر باسکول:

- ۱** نیروی F'_N واکنش F_N توسط شخص رو به پایین بر کف باسکول وارد می شود.
- ۲** نیروی f' که برابر f بوده و توسط فنر رو به بالا بر کف باسکول وارد می شود.



۲ ۹۹۲ B

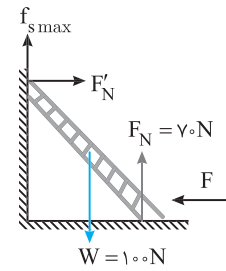
نیروی که سطح بدون اصطکاک بر جسم وارد می‌کند همان نیروی عمودی سطح است. با توجه به شکل نیروها را رسم می‌کنیم (شکل (۱)). سپس هر سه نیرو را از یک نقطه رسم می‌کنیم (شکل (۲)).



میله در تعادل است و نیروهای وارد بر آن متوازن هستند و باید برآیند F_{NB} و F_{NA} هم‌اندازه و در خلاف جهت نیروی وزن باشد. با توجه به شکل زاویه‌ای که نیروی F_{NA} با محور y می‌سازد 30° است. در نتیجه در مثلث OBC می‌توان نوشت:

$$\tan 30^\circ = \frac{OA}{OB} = \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{F_{NB}}{F_{NA}} \Rightarrow F_{NB} = \sqrt{3}F_{NA}$$

۲ ۹۹۳ B



جمله «کمینه نیرویی که مانع لیز خوردن نردبان شود» یعنی اگر نیروی F از آن کمتر شود نردبان به پایین می‌لغزد. در این حالت نیروی اصطکاک ایستایی بین نردبان و دیوار قائم باید رو به بالا باشد. نیروهای وارد بر نردبان را رسم می‌کنیم. نردبان در آستانه حرکت رو به پایین بوده و نیروهای وارد بر آن متوازن است.

برآیند نیروهای وارد بر نردبان در امتداد قائم را برابر صفر قرار می‌دهیم و $f_{s,max}$ را به دست می‌آوریم. $f_{s,max} + F_N = W \Rightarrow f_{s,max} + 70 = 100 \Rightarrow f_{s,max} = 30 \text{ N}$. نیروی عمودی سطح که دیوار قائم بر نردبان وارد می‌کند را حساب می‌کنیم.

$$f_{s,max} = \mu_s F'_N \xrightarrow{\mu_s = 0.6} 30 = 0.6 F'_N \Rightarrow F'_N = 50 \text{ N}$$

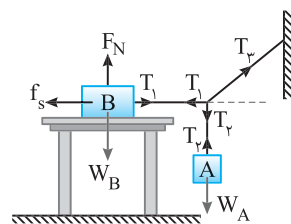
برآیند نیروهای افقی وارد بر نردبان صفر است از این‌رو:

$$F = F'_N \Rightarrow F = 50 \text{ N}$$

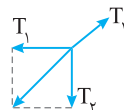
۲ ۹۹۴ B

قرار است که وزن جسم A بیشینه باشد اما B ساکن بماند یعنی B در آستانه حرکت قرار بگیرد بنابراین نیروی اصطکاک بین جسم B و سطح میز بیشینه $(f_{s,max})$ باشد. نیروهای وارد بر جسم B و جسم A را رسم کنید و برای هر جسم نیروی خالص را مساوی صفر قرار داده و کشش نخ متصل بر هر یک از آن‌ها را حساب کنید و سرانجام کشش نخ متصل دیوار را به دست بیاورید. به مراحل حل مسئله دقت کنید.

جسم B باید ساکن بماند، بنابراین اصطکاک وارد بر آن f_s است و چون وزن جسم A بیشینه است، اصطکاک آستانه حرکت $f_{s,max}$ می‌باشد.



$$F_{net} = 0 \Rightarrow T_1 = f_{s,max} \\ \Rightarrow T_1 = \mu_s F_{NB} \\ \Rightarrow T_1 = 0.5 \times 600 = 300 \text{ N}$$

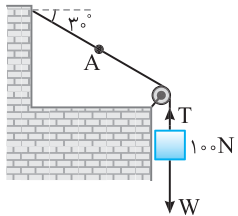


جسم A ساکن است از این‌رو کشش نخ متصل به A (T_1) با نیروی وزن A برابر است. $T_1 = W_A \Rightarrow T_1 = 225 \text{ N}$

نیروهای T_1 ، T_2 و T_3 باید با هم متوازن باشند و برآیند T_1 و T_2 باید هم‌اندازه و در خلاف جهت آن باشد. به کمک رابطه فیثاغورس T_3 را حساب می‌کنیم.

$$T_3 = \sqrt{T_1^2 + T_2^2} = \sqrt{300^2 + 225^2} = 25\sqrt{12^2 + 9^2} \Rightarrow T_3 = 25 \times 15 = 375 \text{ N}$$

۲ ۹۹۵ B



در طول یک نخ همگن با جرم ناچیز نیروی کشش مقدار ثابتی است. نیروهای وارد بر وزنه را رسم می‌کنیم. این نیروها متوازن هستند.

$$T = W \Rightarrow T = 100 \text{ N}$$

کشش در تمام نقاط این نخ از جمله نقطه A یکسان و برابر 100 N است.

۳ ۹۹۶ B

بر فضانورد دو نیرو یکی وزن (W) رو به پایین و دیگری نیروی عمودی تکیه‌گاه رو به بالا وارد می‌شود. نیروی خالص وارد بر فضانورد را برابر ma قرار داده، F_N را به دست می‌آوریم. $F_N - mg = ma \Rightarrow F_N - 75 \times 10 = 75 \times 8 \Rightarrow F_N = 675 \text{ N}$

۴ ۹۹۷ B



وقتی شخص شروع به بالا رفتن می‌کند، در لحظاتی، یک دست خود را رها کرده و با دست دیگر خود را بالا می‌کشد و سپس دست رها شده خود را به طناب می‌گیرد و دست دیگر خود را رها می‌کند و با تکرار این عمل بالا می‌رود. وقتی که شخص خود را به بالا می‌کشد ابتدا حرکت او تندشونده ($T > W$) است اما وقتی که دست دوم خود را به طناب می‌رساند و لحظه‌ای متوقف می‌شود حرکت او کندشونده است ($T < W$) حتی ممکن است هنگام بالا رفتن وقتی خود را به بالا می‌کشد برای لحظه‌ای هر دو دست او به طناب وصل نباشد و کشش به‌طور لحظه‌ای صفر شود ($T = 0$) بنابراین با قاطعیت نمی‌توان اظهار نظر کرد.

۲ ۹۹۸ C

کشش طناب زمانی بیشترین مقدار است که جسم تندشونده به سمت بالا بیاید یا کندشونده با همان شتاب $T > mg$ به سمت پایین در حال حرکت باشد یعنی $T > mg$ باشد. از این‌رو می‌توان شتاب حرکت را در این حالت به دست آورد.

$$F_{net} = ma \Rightarrow T_{max} - mg = ma$$

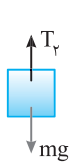
$$\Rightarrow 10 - 8 = 0.8a \Rightarrow a = \frac{2}{0.8} = \frac{2.5}{1} = 2.5 \text{ m/s}^2$$

یعنی شتاب حرکت تندشونده رو به بالا یا حرکت کندشونده رو به پایین نباید از 2.5 m/s^2 بیشتر باشد و گزینه (۲) پاسخ است، یعنی جسم با شتاب 3 m/s^2 با حرکت تندشونده نمی‌تواند رو به بالا حرکت کند. حال برای اطمینان گزینه (۴) را نیز بررسی می‌کنیم. حرکت کندشونده رو به بالا یعنی $T < mg$ از این‌رو:

$$mg - T = ma$$

$$8 - T = 0.8 \times 3 \Rightarrow T = 5.6 \text{ N} < 10 \text{ N}$$

بنابراین جسم می‌تواند با شتاب 3 m/s^2 با حرکت تندشونده رو به پایین حرکت کند در این حالت نیروی کشش نخ 5.6 N است که از بیشینه نیروی کشش $T = 10 \text{ N}$ کمتر است و نخ پاره نمی‌شود.



۳ در حالت دوم نیروی T_y به سمت بالا و mg به سمت پایین است. قانون دوم نیوتون را می‌نویسیم:

$$F_{net} = ma \Rightarrow T_y - mg = ma \Rightarrow T_y = 2/5a + 25$$

۴ $\frac{T_y}{T_1}$ خواهد شد: $\frac{T_y}{T_1} = \frac{2/5a + 25}{2/5a + 5} \Rightarrow \frac{T_y}{T_1} = 1 + \frac{20}{2/5a + 5}$

۵ با توجه به فرض مسأله شتاب $a < 6m/s^2$ است اگر $a = 6m/s^2$ باشد

نسبت $\frac{T_y}{T_1}$ خواهد شد: $\frac{T_y}{T_1} = 1 + \frac{20}{2/5 \times 6 + 5} \Rightarrow \frac{T_y}{T_1} = 1 + \frac{20}{22} = \frac{22}{11}$

بنابراین اگر شتاب کمتر از $6 \frac{m}{s^2}$ باشد مقدار کسر از $1 > \frac{20}{2/5a + 5}$ می‌شود و

$\frac{T_y}{T_1} > 2$ خواهد بود.

۴ ۱۰۰۲ B

خط فکری

مفهوم عبارت (مسافران از کف آسانسور جدا نشوند) این است که نیروی عمودی سطح F_N (نیروی که سطح بر مسافران وارد می‌کند) در آن بازه زمانی صفر شود. در این صورت تنها نیروی وزن بر آن‌ها وارد شده و شتاب آسانسور $a = g$ باشد.

$$F_N = 0 \Rightarrow mg = ma \Rightarrow a = g$$

در واقع آسانسور در حال حرکت رو به بالا حداکثر با شتاب $(a = 10N/kg)$ ترمز می‌کند. بنابراین حداقل زمان توقف خواهد شد:

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = -10t + 8 \Rightarrow t = 0.8s$$

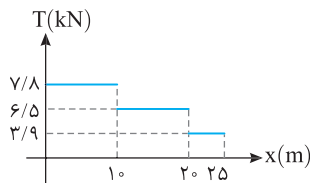
اگر ترمز توقف آسانسور از $g = 10N/kg$ بیشتر باشد، مسافران از کف آسانسور برای مدتی جدا می‌شوند زیرا دارای سرعت بوده و طبق قانون اول نیوتون تمایل دارند به حرکت خود ادامه دهند و نیرویی که مانع آن‌ها می‌شود وزن است بنابراین حداکثر شتاب برای توقف مسافران شتاب حاصل از وزن یعنی $a = g$ است و اگر شتاب آسانسور از این بیشتر شود، آسانسور سریع‌تر از مسافران متوقف شده و برای مدت کوتاهی افراد از کف آسانسور جدا می‌شوند.

۲ ۱۰۰۳ C

۱

در $10m$ اول نیروی کشش کابل $T_1 = 7/8kN = 7800N$ است. قانون دوم نیوتون را برای آسانسور نوشته شتاب آن را به دست می‌آوریم.

$$F_{net} = ma \Rightarrow T - W_{شخص} = m_{شخص}a \Rightarrow 7800 - 6500 = 650a \Rightarrow a = 2m/s^2$$



۲ اکنون قانون دوم نیوتون را برای شخص درون آسانسور می‌نویسیم و F_N را حساب می‌کنیم:

$$F_{net} = ma \Rightarrow F_{N_1} - m_{شخص}g = m_{شخص}a_1 \Rightarrow F_{N_1} - 500 = 100 \Rightarrow F_{N_1} = 600N$$

۳ در بازه $20m$ تا $25m$ نیروی کشش طناب $T_2 = 3/9kN = 3900N$ است.

$T_2 < W$ بوده قانون دوم نیوتون را برای آسانسور می‌نویسیم:

$$F_{net} = ma_2 \Rightarrow W_{شخص} - T_2 = m_{شخص}a_2' \Rightarrow 6500 - 3900 = 650a_2 \Rightarrow a_2 = 4m/s^2$$

۴ با داشتن شتاب نیروی عمودی سطح وارد بر شخص را به دست می‌آوریم:

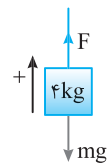
$$F_{net} = ma \Rightarrow m_{شخص}g - F_{N_2} = m_{شخص}a_2 \Rightarrow 500 - F_{N_2} = 50 \times 4 \Rightarrow F_{N_2} = 300N$$

۵ نسبت $\frac{F_{N_1}}{F_{N_2}}$ خواهد شد: $\frac{F_{N_1}}{F_{N_2}} = \frac{600}{300} = 2$

۳ ۹۹۹ B

خط فکری

در دو حالت ممکن است اندازه شتاب $2m/s^2$ باشد یک بار نیروی F رو به بالا بزرگ‌تر از وزن جسم ($F > mg$) و بار دیگر نیروی F رو به بالا کوچک‌تر از وزن جسم ($F < mg$) باشد در دو حالت قانون دوم نیوتون را نوشته. F را به دست بیاورید. اندازه شتاب $|a| = 2m/s^2$ است. بنابراین:



$$F_{net} = m|a| \begin{cases} F > mg \rightarrow F_1 - mg = ma \\ F < mg \rightarrow mg - F_2 = ma \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} F_1 - 40 = 4 \times 2 \Rightarrow F_1 = 48N \\ F_2 - 40 = 4 \times (-2) \Rightarrow F_2 = 32N \end{cases}$$

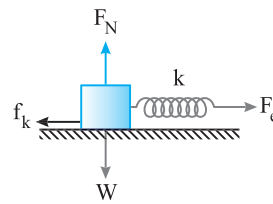
$$|F_1 - F_2| = 48 - 32 = 16N$$

اگر در حالت اول $F_1 = 48N$ و $F_2 = 32N$ باشد با $16N$ نیروی F کاهش یابد که گزینه (۳) چنین است. اما حالت دیگر این است که ابتدا $F < mg$ و برابر $32N$ و سپس $F > mg$ یعنی $48N$ باشد. در این صورت باید F را افزایش داد که در گزینه‌ها نیست.

۲ ۱۰۰۰ C

خط فکری

مسئله از شما ضریب اصطکاک را خواسته است یعنی سطح دارای اصطکاک است و نیروی خالص وارد بر جسم برآیند نیروی کشسانی فنر و نیروی اصطکاک جنبشی است.



با توجه به جدول اگر در حالت اول نیروی کشسانی فنر با تغییر طول به اندازه $2cm$ را F_e بنامیم در حالت دوم که تغییر طول $3cm$ یعنی تغییر طول $\frac{3}{2} = 1.5$ برابر حالت اول است

نیروی کشسانی فنر $1/5 F_e$ می‌شود و در حالت سوم تغییر طول $6cm$ است یعنی تغییر طول فنر $\frac{6}{2} = 3$ برابر حالت اول نیروی کشسانی فنر $3F_e$ می‌شود. اکنون باید برای هر حالت، قانون دوم نیوتون را نوشته و به کمک سه معادله سه مجهول مسئله را حل کنید. حالت اول:

$$F_{net} = ma \Rightarrow F_e - f_k = m \times 2/5 \quad (I)$$

$$1/5 F_e - f_k = m \times 5 \quad (II) \quad \text{حالت دوم:}$$

$$3F_e - f_k = m \times 12/5 \quad (III) \quad \text{حالت سوم:}$$

رابطه II را بر رابطه I تقسیم می‌کنیم.

$$\frac{1/5 F_e - f_k}{F_e - f_k} = 2 \Rightarrow 1/5 f_e - f_k = 2F_e - 2f_k \Rightarrow f_k = 9/5 F_e \quad (1)$$

به جای f_k در رابطه III مقدار $9/5 F_e$ را قرار می‌دهیم.

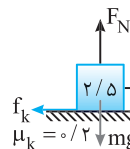
$$3F_e - 9/5 F_e = 12/5 m \Rightarrow 2/5 F_e = 12/5 m \Rightarrow F_e = 6m \quad (2)$$

به جای F_e در رابطه (1) مقدار $6m$ را قرار می‌دهیم.

$$f_k = 9/5 \times 6m \Rightarrow f_k = 10.8m \xrightarrow{f_k = \mu_k mg} \mu_k mg = 10.8m \Rightarrow \mu_k = 1.8$$

۳ ۱۰۰۱ C

نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم.



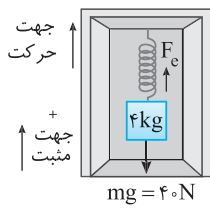
۱ نیروی اصطکاک را حساب می‌کنیم:

$$f_k = \mu_k F_N = \mu_k mg \Rightarrow f_k = 5N$$

۲ بنابر قانون دوم نیوتون برآیند نیروها را برابر

$$ma \text{ قرار می‌دهیم. در حالت اول:}$$

$$F_{net} = ma \Rightarrow T_1 - f_k = ma \Rightarrow T_1 - 5 = 2/5 a \Rightarrow T_1 = 2/5 a + 5$$



$$mg = 40 \text{ N}$$

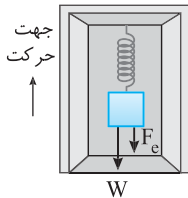
اندازه نیروی F_e منفی شده چگونه چنین چیزی ممکن است؟ جهت مثبت را رو به بالا گرفته‌ایم. بنابراین مفهوم این منفی شدن یعنی F_e بار رو به پایین و در جهت نیروی وزن باشد تا به وزنه شتاب 12 m/s^2 رو به پایین بدهد. در نتیجه تغییر طول فنر خلاف جهت نیروی کشسانی یعنی رو به بالا بوده و فنر در این جابه‌جایی فشرده‌تر شده است. اکنون قانون دوم نیوتون را مجدداً می‌نویسیم و F_e را به دست می‌آوریم.

$$-(F_e + W) = ma \xrightarrow{\text{حرکت کندشونده}} -F_e - 40 = 4 \times (-12) \Rightarrow F_e = 8 \text{ N}$$

تغییر طول فنر را به دست می‌آوریم.

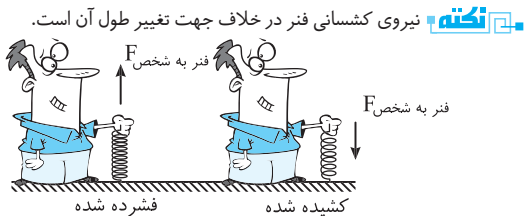
$$F_e = k\Delta x \Rightarrow 8 = 200 \times \Delta x \Rightarrow \Delta x = \frac{8}{200} = \frac{4}{100} = 4 \text{ cm}$$

$$\text{فنر فشرده شده: } x_2 = x_1 - \Delta x = 80 - 4 = 76 \text{ cm}$$

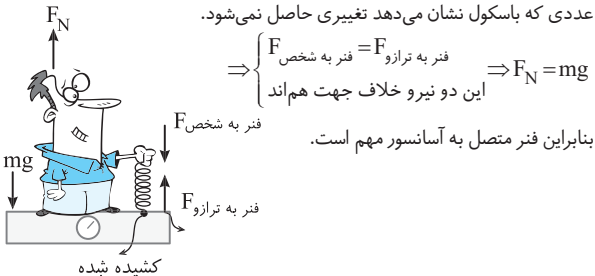


۲ ۱۰۰۷

یادآوری: ترازوی فنری و باسکول مقدار نیروی عمودی سطح F_N را نمایش می‌دهند.

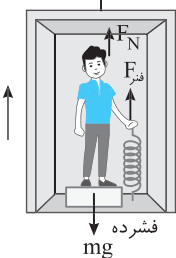


فنر متصل به باسکول را بررسی می‌کنیم. هر نیرویی که رو به بالا به فنر وارد کنیم، فنر همان نیرو را رو به پایین به ما وارد می‌کند. یعنی فنر کف باسکول را بالا می‌کشد و ما آن را به پایین هل می‌دهیم. بنابراین وقتی فنر متصل به باسکول را تغییر شکل می‌دهیم در عددی که باسکول نشان می‌دهد تغییری حاصل نمی‌شود.



$$\Rightarrow \begin{cases} \text{فنر به ترازو } = F_{\text{فنر}} = F_{\text{شخص}} \\ \text{این دو نیرو خلاف جهت هم‌اند} \end{cases} \Rightarrow F_N = mg$$

بنابراین فنر متصل به آسانسور مهم است.



$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow F_N + F_{\text{فنر}} - mg = ma$$

$$\Rightarrow F_N + k\Delta x - mg = ma$$

$$\Rightarrow F_N + 300 \times \frac{2}{100} - 600 = 120$$

$$\Rightarrow F_N + 600 - 600 = 120 \Rightarrow F_N = 712 \text{ N}$$

۳ ۱۰۰۴

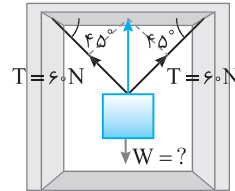
خط فکری

مسئله خاصی نیست، یک وزنه درون آسانسور از دو ریسمان آویزان است و هر ریسمان نیروی کشش 60 N بر وزنه وارد می‌کند. چون دو نیروی کشش برابر هستند برآیند آن‌ها در امتداد قائم رو به بالاست. برآیند آن‌ها را به دست می‌آوریم، سپس به کمک قانون دوم نیوتون، جرم جسم را حساب می‌کنیم.

نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم. برآیند دو نیروی کشش 60 N که با هم

زاویه 90° می‌سازند، را به کمک رابطه فیثاغورس به دست می‌آوریم:

$$T_{\text{کل}} = \sqrt{T^2 + T^2} = \sqrt{2} T \Rightarrow T_{\text{کل}} = 60\sqrt{2} = 60 \times 1.414 \Rightarrow T_{\text{کل}} = 84 \text{ N}$$



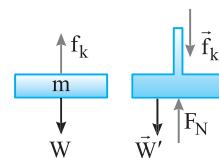
قانون دوم نیوتون را برای جسم می‌نویسیم.

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow T_{\text{کل}} - W = ma \Rightarrow 84 - m \times 10 = m \times 2 \Rightarrow m = \frac{84}{12} = 7 \text{ kg}$$

۲ ۱۰۰۵

خط فکری

با یک مسئله جالب سروکار داریم. اگر مهره را رها کنید با شتاب گرانش ($g = 10 \text{ N/kg}$) سقوط می‌کند اما این مهره وقتی از روی بدنه میله به پایین می‌لغزد، شتابش 2 m/s^2 است. بنابراین حتماً نیرویی رو به بالا مخالف حرکت وجود دارد که قطعاً این نیرو اصطکاک بین مهره و بدنه میله است که شما باید آن را حساب کنید. میله به مهره رو به بالا نیرو وارد می‌کند. بنا به قانون سوم نیوتون مهره هنگام لغزیدن به میله رو به پایین نیرو وارد می‌کند. در این حالت نیروسنج عددی که نشان می‌دهد مجموع وزن پایه و نیرویی است که مهره به میله رو به پایین وارد می‌کند که همان نیروی اصطکاک است.



دو نیرو بر مهره وارد می‌شود اولی نیروی وزن و دومی نیروی اصطکاک است. بنا به قانون دوم خواهیم داشت:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow W - f_k = ma$$

$$\Rightarrow 0.5 \times 10 - f_k = 0.5 \times 2 \Rightarrow f_k = 4 \text{ N}$$

میله بر مهره نیروی اصطکاک f_k را رو به بالا وارد می‌کند و بنابر قانون سوم نیوتون،

مهره نیز بر میله نیروی f_k را رو به پایین وارد می‌کند. چون میله و پایه ساکن هستند، برآیند نیروی وارد بر آن‌ها صفر است. نیروهای وارد بر پایه شامل سه نیرو است:

(۱) نیروی وزن رو به پایین، (۲) نیروی اصطکاک مهره وارد بر میله رو به پایین، (۳) نیروی عمودی سطح نیروسنج که به پایه رو به بالا وارد می‌کند.

$$F_{\text{net}} = 0 \Rightarrow W' + f_k - F_N = 0 \Rightarrow F_N = W' + f_k = 1/5 \times 10 + 4 = 19 \text{ N}$$

$$\Rightarrow F_N = 19 \text{ N}$$

عددی است که ترازوی فنری نشان می‌دهد. یعنی ترازوی فنری 19 N را

نشان می‌دهد.

۱ ۱۰۰۶

نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم. (۱) نیروی وزن (۲) نیروی کشسانی فنر احساس ما این است که باید نیروی کشسانی فنر رو به بالا و نیروی وزن رو به پایین باشد به احساس خود احترام می‌گذاریم و قانون دوم نیوتون را در این حالت می‌نویسیم و F_e را حساب می‌کنیم.

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow F_e - mg = ma$$

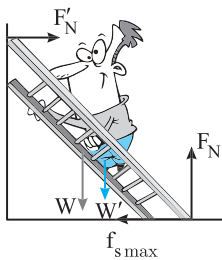
$$\xrightarrow{\text{شتاب کندشونده}} \frac{a = -12 \text{ m/s}^2}{\text{شتاب کندشونده}} \Rightarrow F_e - 40 = -48 \Rightarrow F_e = -8 \text{ N}$$

۱۱۰۰۷ A

دقت کنید که در صورت سؤال برآیند نیروهای وارد بر شخص خواسته شده است و از شما نیروی عمودی سطح خواسته نشده است. بنا به قانون دوم نیوتون برآیند نیروهای وارد بر شخص (نیروی خالص) برابر ma است.

$$F_{ma} = Ma \Rightarrow F_{max} = 50 \times 2 = 100 \text{ N}$$

نمای ۲۲



نیروهای وارد بر نردبان را رسم می‌کنیم. نردبان در آستانه سُر خوردن است بنابراین اصطکاک بین نردبان و سطح افقی بیشینه است ($f_{s \max}$) و نیروهای وارد بر نردبان متوازن هستند.

نیروهای وارد بر نردبان در راستای قائم را برابر صفر قرار می‌دهیم.

$$F_{net,y} = 0 \Rightarrow F_N = W + W'$$

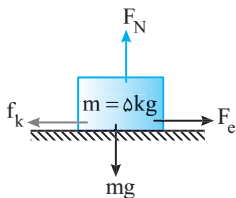
نیروهای وارد بر نردبان در راستای افقی را مساوی صفر قرار می‌دهیم.

$$F_{net,x} = 0 \Rightarrow F'_N = f_{s \max} \Rightarrow F'_N = \mu_s F_N \Rightarrow F'_N = \mu_s (W + W')$$

نمای ۲۱

هرگاه جسمی را توسط یک فنر می‌کشیم، نیروی F وارد بر فنر برابر نیروی کشسانی فنر است ($F_e = F$).

سرعت ثابت یعنی نیروی خالص وارد بر جسم صفر است $F_{net} = 0$. بنابراین شما باید نیروی کشسانی فنر را با نیروی اصطکاک جنبشی برابر قرار دهید و با جای‌گذاری داده‌های مسئله، مسئله را حل کنید. بر جسم چهار نیرو وارد می‌شود. نیروی وزن، نیروی عمودی سطح، نیروی اصطکاک جنبشی و نیروی کشسانی فنر.



$$\begin{aligned} mg - F_N &= 0 \Rightarrow F_N = mg = 50 \text{ N} \\ F_e - f_k &= 0 \Rightarrow F_e = f_k \\ \Rightarrow k \Delta x &= \mu_k F_N \Rightarrow \frac{k = 200 \text{ N/m}}{\Delta x = 5 \text{ cm}} \\ 200 \times \frac{5}{100} &= \mu_k (50) \Rightarrow \mu_k = 0.2 \end{aligned}$$

نمای ۱۶ و ۱۷

جسمی به جرم 2 kg روی سطح افقی با ضریب اصطکاک جنبشی 0.2 با یک فنر و با سرعت ثابت در حال حرکت است. فنر افقی و طول آن 5 cm افزایش یافته است. ثابت فنر چند نیوتون بر متر است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$)

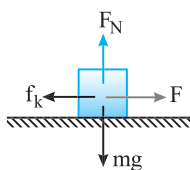
- ۸ (۱) ۴ (۲) ۸۰ (۳) ۴۰ (۴)

جسم دارای سرعت ثابت است و برآیند نیروهای وارد بر آن صفر است.

$$F_{net,y} = 0 \Rightarrow F_N = mg$$

$$F_{net,x} = 0 \Rightarrow F = f_k \Rightarrow k \Delta l = \mu_k mg$$

$$k \left(\frac{5}{100} \right) = 0.2 \times 2 \times 10 \Rightarrow k = 80 \text{ N/m}$$



گزینه ۳

پنجره ۲ روبروی ۳

۲۱۰۰۷ B

نیروهای وارد بر وزنه در دو حالت نیروی وزن و نیروی کشسانی فنر هستند. جسم ساکن است و نیروهای وارد بر وزنه متوازن هستند.

حالت اول: ($l_1 = 14 \text{ cm}$ و $m = 4 \text{ kg}$)

$$F_{net} = 0 \Rightarrow F_e = W \Rightarrow k(l_1 - l_0) = mg \Rightarrow k \left(\frac{14}{100} - l_0 \right) = 40 \quad (I)$$

حالت دوم: ($l_2 = 15 \text{ cm}$ و $m = 5 \text{ kg}$)

$$F_{net} = 0 \Rightarrow F_e = W \Rightarrow k(l_2 - l_0) = mg \Rightarrow k \left(\frac{15}{100} - l_0 \right) = 50 \quad (II)$$

دو رابطه را از هم کم کرده و k را به دست می‌آوریم.

$$\frac{15}{100} k - k l_0 - \frac{14}{100} k + k l_0 = 50 - 40 \Rightarrow \frac{k}{100} = 10 \Rightarrow k = 1000 \text{ N/m}$$

طول طبیعی خواهد شد:

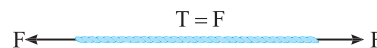
$$1000 \left(\frac{14}{100} - l_0 \right) = 40 \Rightarrow \frac{14}{100} - l_0 = \frac{4}{100} \Rightarrow l_0 = 0.1 \text{ m} = 10 \text{ cm}$$

میابری ثابت فنر را می‌توان از رابطه زیر به دست آورد:

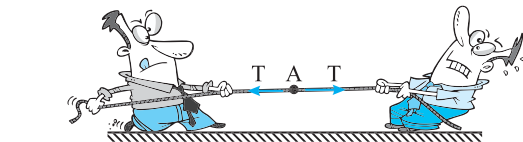
$$k = \frac{W_2 - W_1}{l_2 - l_1}$$

نمای ۱۱

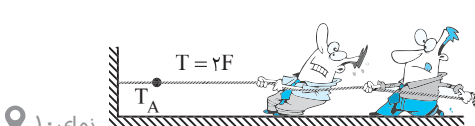
هرگاه مطابق شکل به دو سر طناب نیروهای یکسانی وارد کنیم، نیروی کشش طناب در هر نقطه هم‌اندازه هر یک از نیروهای وارد بر طناب است.



اگر هر کدام یک سر آن طناب را بکشند نیروی کشش طناب برابر نیرویی است که هر یک وارد می‌کنند.



اما اگر یک سر آن را به دیوار بسته و دو نفری از یک طرف بکشند نیروی کشش طناب برابر مجموع نیروی دو نفر است و احتمال پاره شدن طناب بیشتر است.



نمای ۱۰

۳۱۰۰۷ A

تندی حدی چترباز با چتر باز حدود 5 m/s است.

چترباز از ارتفاع نسبتاً زیاد به بیرون پریده در همان ابتدا در مدت 1 s تندی آن تقریباً $v = at = 10 \times 1 = 10 \text{ m/s}$ می‌شود. یعنی در مدت کوتاهی تندی چترباز از تندی حدی بالاتر می‌رود و در این مدت حرکت چترباز تندشونده است.

با باز شدن چتر، سطح مقابل هوا بزرگ می‌شود و مقاومت هوا به شدت بالا می‌رود و مقاومت شبیه ترمز عمل کرده از تندی چترباز می‌کاهد تا به تندی حدی برسد. در این بازه زمانی حرکت کندشونده است.

پس از آنکه چترباز به تندی حدی رسیده با تندی ثابت پایین می‌آید.

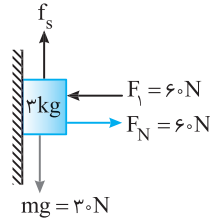
با توجه به گزینه‌ها حالتی که قبل از باز شدن چتر، تندی چترباز به تندی حدی بدون چتر برسد مورد نظر مسئله نیست.

نمای ۹

۳ ۱۰۰۷ A
۷ خط‌نگار

ابتدا با نیروی F_1 جسم ساکن است. در این حالت به جسم نیروی $mg = 30\text{N}$ رو به پایین وارد می‌شود. اما جسم تکان نمی‌خورد یعنی برای نیروهای مساوی یا کوچک‌تر از 30N جسم به حرکت در نمی‌آید.

جسم ساکن است: $f_s = mg \Rightarrow f_s = 30\text{N}$
جسم در راستای افقی حرکت ندارد: $F_1 = F_N \Rightarrow F_N = 60\text{N}$



هم بر نیروی وزن و هم بر نیروی اصطکاک غلبه شده است.

مطابق شکل به جسم دو نیروی F_1 و F_N وارد می‌شود:

در راستای افقی جسم حرکت نمی‌کند:

$$F_1 = F_N \Rightarrow F_N = 60\text{N}$$

دو نیروی $F_N = 60\text{N}$ به سمت بالا و $F_1 = 60\text{N}$ به سمت پایین وارد می‌شود.

نیروی خالص $55 - 30 = 25\text{N}$ به سمت بالا وارد می‌شود که چون از 30N کمتر است با توجه به خط فکری جسم همچنان ساکن می‌ماند و به آن نیروی اصطکاک ایستایی به سمت پایین وارد می‌شود. چون

نیروی F_N به سمت بالا بزرگ‌تر از نیروی mg به سمت پایین است:

$$f_s + mg = F_N \Rightarrow f_s + 30 = 60 \Rightarrow f_s = 30\text{N}$$

از طرف سطح دو نیروی عمودی سطح و اصطکاک، عمود بر هم به جسم وارد می‌شود بنابراین نیرویی که سطح وارد می‌کند برآیند این دو نیروی عمود برهم است:

$$R = \sqrt{f_s^2 + F_N^2}$$

نیروی وارد از طرف سطح را حساب می‌کنیم:

$$R = \sqrt{f_s^2 + F_N^2} = \sqrt{30^2 + 60^2} = \sqrt{900 + 3600} = \sqrt{4500} = 67\text{N}$$

$$R = \sqrt{25^2 + 144} = \sqrt{625 + 144} = \sqrt{769} = 27.7\text{N}$$

خوب است دو سری عدد فیثاغورسی را بلد باشیم:

$$(3, 4, 5), (5, 12, 13)$$

دو نیروی عمود بر هم در این سؤال $25 = 5 \times 5$ نیوتون و $60 = 5 \times 12$ است پس برآیند آن‌ها $65 = 5 \times 13$ نیوتون است.

نمای ۱۸

۳ ۱۰۰۷ A
۸

قبل از پاره شدن به جسم نیروی 5N به سمت بالا و $mg = 20\text{N}$ به سمت پایین وارد می‌شود.

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow F - mg = ma \Rightarrow 20 - 5 = 2a$$

$$\Rightarrow a = 7.5\text{m/s}^2$$

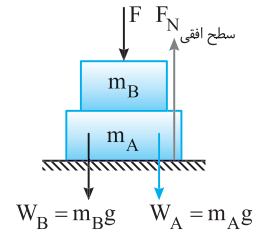
بعد از پاره شدن طناب، تنها به جسم نیروی وزن وارد می‌شود.

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow mg = ma \Rightarrow a = g \Rightarrow a = 10\text{m/s}^2$$

نمای ۲۲

۳ ۱۰۰۷ B
۹

نیروهای وارد بر جسم A را رسم می‌کنیم و نیرویی که سطح افقی بر جسم A وارد می‌کند برابر است با:



$$F_{y, \text{خالص}} = 0$$

$$\Rightarrow F_{N, \text{سطح افقی}} = F + W_B + W_A$$

$$\Rightarrow F_{N, \text{سطح افقی}} = F + \frac{m}{2}g + mg$$

$$\Rightarrow F_{N, \text{سطح افقی}} = F + \frac{3}{2}mg$$

نیرویی که سطح A بر جسم B وارد می‌کند برابر است با:

$$F_{y, \text{خالص}} = 0$$

$$\Rightarrow F_{N_A} = m_B g + F = \frac{1}{2}mg + F$$

بنا به فرض مسئله می‌توانیم بنویسیم:

$$F_{N, \text{سطح افقی}} = 2F_{N_A} \Rightarrow F + \frac{3}{2}mg = 2(\frac{1}{2}mg + F)$$

$$F + \frac{3}{2}mg = mg + 2F \Rightarrow F = \frac{mg}{2}$$

نمای ۱۲

۳ ۱۰۰۷ B
۱۰

ابتدا با مقایسه معادله سرعت - زمان $v = 3t + 2$ با معادله سرعت - زمان حرکت با شتاب ثابت، شتاب حرکت را به دست می‌آوریم.

$$v = at + v_0, v = 3t + 2 \Rightarrow a = 3\text{m/s}^2$$

در ادامه مسئله را از قسمت دوم حرکت حل می‌کنیم. سرعت در لحظه حذف F را به دست می‌آوریم.

$$v = 3t + 2 \xrightarrow{t=fs} v = 3 \times 4 + 2 = 14\text{m/s}$$

سرعت در انتهای قسمت اول، سرعت اولیه در قسمت دوم خواهد بود. شتاب حرکت در قسمت دوم را به دست می‌آوریم.

$$v = at + v_0 \xrightarrow{t=vs} 0 = a' \times (v) + 14 \Rightarrow a' = -2\text{m/s}^2$$

در قسمت دوم تنها نیروی مؤثر وارد بر جسم نیروی اصطکاک است که سبب توقف آن می‌شود. به کمک قانون دوم نیوتون، f_k را حساب می‌کنیم.

$$-f_k = ma' \Rightarrow -f_k = 2 \times (-2) \Rightarrow f_k = 4\text{N}$$

در قسمت اول بر جسم در امتداد افقی دو نیروی F و f_k وارد می‌شود. F را به دست می‌آوریم.

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow F - f_k = ma$$

$$\Rightarrow F - 4 = 2 \times 3 \Rightarrow F = 10\text{N}$$

نمای ۱۷

پنجره F

۳ ۱۰۰۸ A
۱۱

باداوری تکانه کمیت برداری است و برابر حاصل ضرب جرم در بردار سرعت جسم است.

$$\vec{P} = m\vec{v}$$

تکانه در حالت اول و حالت دوم را به دست می‌آوریم:

$$P = mv \xrightarrow{m=2\text{kg}} \begin{cases} \vec{v}_1 = 4\vec{i} \rightarrow P_1 = 8\vec{i} \\ \vec{v}_2 = -8\vec{i} \rightarrow P_2 = 2 \times (-8)\vec{i} = -16\vec{i} \end{cases}$$

$$\Delta\vec{P} = \vec{P}_2 - \vec{P}_1 = -16\vec{i} - 8\vec{i} \Rightarrow \Delta\vec{P} = -24\vec{i}$$

تغییر تکانه خواهد شد:

۲ ۱۰۱۵ A

۱. سرعت جسم در $t_1 = 0$ و $t_2 = 0.5$ را به دست می آوریم:

$$v = 2 \sin \Delta \pi t \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 0 \Rightarrow v_1 = 2 \sin \Delta \pi(0) \Rightarrow v_1 = 0 \\ t_2 = 0.5 \Rightarrow v_2 = 2 \sin \Delta \pi(\frac{1}{2}) \\ \Rightarrow v_2 = 2 \sin \frac{\Delta \pi}{2} \Rightarrow v_2 = 2 \text{ m/s} \end{cases}$$

۲. تغییر تکانه خواهد شد:

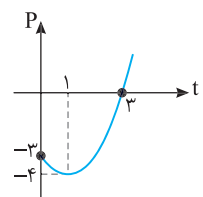
$$\Delta P = m \Delta v \Rightarrow \Delta P = m(v_2 - v_1) \Rightarrow \Delta P = 2 \times 2 = 4 \text{ kgm/s}$$

۴ ۱۰۱۶ B

نکته هرگاه بزرگی تکانه افزایش یابد یعنی تندی افزایش می یابد و حرکت تندشونده است و هرگاه بزرگی تکانه کاهش یابد تندی کاهش می یابد و حرکت کندشونده است.

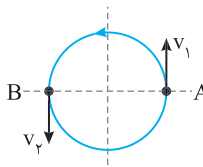
خط فکری برای حل مسئله بهترین روش استفاده از رسم نمودار تکانه - زمان است که یک تابع درجه ۲ است. ابتدا نمودار $P-t$ را رسم می کنیم:

$$P = t^2 - 2t - 3 \Rightarrow \begin{cases} t_{\text{رأس}} = \frac{-b}{2a} = \frac{2}{2} = 1 \text{ s} \Rightarrow P = 1 - 2 - 3 = -4 \text{ kg.m/s} \\ t = 0 \Rightarrow P = -3 \text{ kg.m/s} \\ P = 0 \Rightarrow t = 3 \end{cases}$$



در بازه صفر تا ۱s اندازه تکانه از ۳kg.m/s تا ۴kg.m/s افزایش می یابد بنابراین سرعت در حال افزایش است و از ۱s تا ۳s، اندازه تکانه از ۴kg.m/s به صفر می رسد و سرعت در حال کاهش و حرکت کندشونده است.

۲ ۱۰۱۷ A



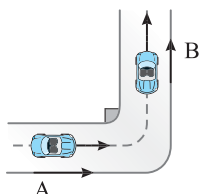
نکته سرعت در هر نقطه از مسیر بر مسیر مماس است. وقتی متحرک مطابق شکل از نقطه A می گذرد در مدتی که نصف محیط را طی می کند به نقطه B می رسد. در این صورت بردار سرعت در نقطه B رو به پایین است، اگر جهت v_1 را مثبت بگیریم ($v_1 = v$) سرعت در نقطه B برابر $v_2 = -v$ است. بنابراین تغییر سرعت خواهد شد:

$$|\Delta v| = |v_2 - v_1| = |-v - v| = 2v$$

$$\Delta P = m \Delta v \Rightarrow \Delta P = 2mv$$

تغییر تکانه را به دست می آوریم:

۲ ۱۰۱۸ B



اندازه تکانه در نقطه A و B برابر است مقدار آن را به دست می آوریم.

$$P = mv = \frac{m = 500 \text{ kg}}{v = 4 \text{ m/s}} \rightarrow P = 500 \times 4$$

$$\Rightarrow P = 2000 \text{ kgm/s} \Rightarrow P_A = P_B = 2000 \text{ kgm/s}$$

نکته اندازه تفاضل دو بردار \vec{A} و \vec{B} که بر هم عمودند از رابطه فیثاغورس به دست می آید:

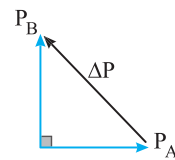
$$|\vec{A} - \vec{B}| = \sqrt{A^2 + B^2}$$

بردار P_A و P_B بر هم عمودند و تغییر تکانه خواهد شد:

$$\Delta \vec{P} = \vec{P}_B - \vec{P}_A \Rightarrow \Delta P = \sqrt{P_A^2 + P_B^2}$$

$$\Rightarrow \Delta P = \sqrt{(2000)^2 + (2000)^2}$$

$$\Rightarrow \Delta P = 2000 \sqrt{2} \text{ kgm/s}$$



۲ ۱۰۰۹ B

۱. بردار تکانه جسم را در $t = 2$ s به دست می آوریم.

$$\vec{P} = 6t\vec{i} + 4t^2\vec{j} \xrightarrow{t=2\text{s}} \vec{P} = 12\vec{i} + 16\vec{j}$$

۲. تکانه برابر حاصل ضرب جرم جسم در سرعت آن است.

$$\vec{P} = m\vec{v} \xrightarrow{m=4\text{kg}} 12\vec{i} + 16\vec{j} = 4\vec{v} \Rightarrow \vec{v} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$$

۳. اندازه سرعت جسم خواهد شد:

$$|\vec{v}| = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \text{ m/s}$$

۴ ۱۰۱۰ A

خط فکری در صورت مسئله تندی جسم داده شده و جهت حرکت جسم مشخص نیست. بنابراین v_1 می تواند $+3 \text{ m/s}$ یا -3 m/s باشد هم چنین v_2 می تواند $+4 \text{ m/s}$ یا -4 m/s باشد، بنابراین باید حالت های مختلف را بررسی کنید.

۱. اندازه تغییر سرعت جسم می تواند برابر مقادیر زیر باشد.

$$\begin{cases} v_1 = \pm 3 \text{ m/s} \\ v_2 = \pm 4 \text{ m/s} \end{cases} \Rightarrow |\Delta v| = 1 \text{ m/s یا } 7 \text{ m/s}$$

۲. اندازه تغییر تکانه خواهد شد.

$$|\Delta P| = m|\Delta v| \Rightarrow \begin{cases} |\Delta P| = 2 \times 1 = 2 \text{ kgm/s} \\ |\Delta P| = 2 \times 7 = 14 \text{ kgm/s} \end{cases}$$

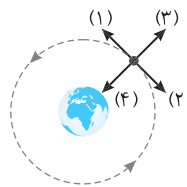
۲ ۱۰۱۱ A

دقت کنید تندی افزایش یافته بنابراین بزرگی تکانه نیز افزایش می یابد.

تکانه برابر جرم در سرعت جسم می باشد، تندی جسم در جهت سرعت 4 m/s افزایش یافته بنابراین تکانه نیز 12 kg.m/s افزایش می یابد.

$$P = mv \Rightarrow P + 12 = m(v + 4) \Rightarrow P + 12 = mv + 4m \Rightarrow 12 = 4m \Rightarrow m = 3 \text{ kg}$$

۱ ۱۰۱۲ A



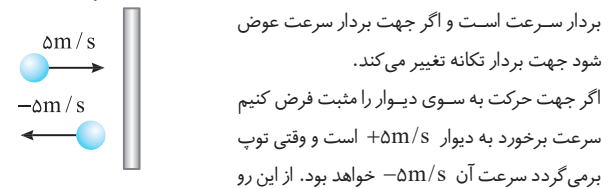
در هر لحظه بردار سرعت بر مسیر حرکت مماس است و جهت آن در سوی چرخش ماهواره است از طرفی تکانه ($\vec{P} = m\vec{v}$) برداری در جهت نیرو است بنابراین جهت درست نشان داده شده روی شکل جهت (۱) است.

۲ ۱۰۱۳ A

۱. انرژی جنبشی کمیت زده ای است و با مجذور تندی متناسب است از این رو تغییر نمی کند.

$$\Delta K = K_2 - K_1 = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) = \frac{1}{2} \times 0.5(25 - 25) = 0$$

۲. تکانه کمیتی برداری است و همواره در جهت بردار سرعت است و اگر جهت بردار سرعت عوض شود جهت بردار تکانه تغییر می کند.



اگر جهت حرکت به سوی دیوار را مثبت فرض کنیم سرعت برخورد به دیوار $+5 \text{ m/s}$ است و وقتی توپ برمی گردد سرعت آن -5 m/s خواهد بود. از این رو

$$|\Delta P| = |m \Delta v| = |0.5(-5 - 5)| = 5 \text{ kgm/s}$$

می توان نوشت:

دقت کنید که هدف طراح یادآوری این نکته است که انرژی جنبشی به جهت حرکت جسم بستگی ندارد اما تکانه بردار بوده و جهت حرکت جسم در مورد تکانه مهم است.

۴ ۱۰۱۴ A

ابتدا تندی جسم پس از 5 s را به دست می آوریم، سپس به کمک تکانه جرم را حساب می کنیم.

$$v = at + v_0 \xrightarrow{v_0=0} v = 0.5 \times 5 \Rightarrow v = 2.5 \text{ m/s}$$

$$P = Mv \xrightarrow{P=10 \text{ kgm/s}} 10 = M \times 2.5 \Rightarrow M = 4 \text{ kg}$$

۱ ۱۰۲۲ A

دو جسم از حال سکون شروع به حرکت کرده و تکانه اولیه آن‌ها صفر است. با توجه به رابطه $F = \frac{\Delta P}{\Delta t}$ می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} \Delta P_1 = Ft \xrightarrow{P_1=0} P_1 = Ft \\ \Delta P_2 = \frac{F}{3}(2t) \xrightarrow{P_2=0} P_2 = \frac{2}{3}Ft \end{cases}$$

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{Ft}{\frac{2}{3}Ft} \Rightarrow \frac{P_1}{P_2} = \frac{3}{2}$$

نسبت $\frac{P_1}{P_2}$ خواهد شد:

۳ ۱۰۲۳ A

۱ با استفاده از رابطه بین نیرو و تکانه، نیروی خالص وارد بر جسم را به دست می‌آوریم. $F = \frac{\Delta P}{\Delta t} = \frac{P_2 - P_1}{\Delta t} = \frac{30 \text{ kgm/s} - 0}{2 \text{ s}} = 15 \text{ N}$

۲ شتاب حرکت را به کمک قانون دوم نیوتون حساب می‌کنیم. $F = ma \Rightarrow 15 = 2a \Rightarrow a = 7.5 \text{ m/s}^2$

۴ ۱۰۲۴ A

تکانه اولیه چکش برابر است با:

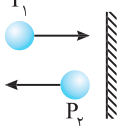
$$P_1 = mv_1 = 10 \text{ kg} \times 15 \text{ m/s} = 150 \text{ kgm/s}$$

تکانه نهایی چکش صفر است ($v_2 = 0 \Rightarrow P_2 = 0$) بنابراین بزرگی نیروی متوسطی که بر چکش وارد می‌شود خواهد شد:

$$F_{\text{net}} = \frac{P_2 - P_1}{\Delta t} = \frac{0 - 150}{3 \times 10^{-3} \text{ s}} = -50000 \text{ N}$$

۳ ۱۰۲۵ A

نیروی متوسط وارد بر متحرک در هنگام برخورد برابر آهنگ



تغییر تکانه است. $F = \frac{\Delta P}{\Delta t}$

نکته مهم این است که اگر P_1 مثبت باشد، P_2 منفی است و تفاضل P_1 و P_2 خواهد شد.

$$|\Delta P| = |P_1 - (-P_2)| \Rightarrow |\Delta P| = |P_1 + P_2| \Rightarrow |\Delta P| = |P_1| + |P_2|$$

یعنی اندازه تفاضل P_1 و P_2 از اندازه هریک از تکانه‌های P_1 و P_2 بزرگ‌تر است. بنابراین:

$$|F_{\text{av}}| = \frac{\Delta P}{\Delta t} \Rightarrow |F_{\text{av}}| = \frac{|P_1| + |P_2|}{\Delta t} \Rightarrow \begin{cases} |F_{\text{av}}| > \frac{|P_1|}{\Delta t} \\ |F_{\text{av}}| > \frac{|P_2|}{\Delta t} \end{cases}$$

۳ ۱۰۲۶ B

۱ سرعت‌ها را بر حسب m/s می‌نویسیم.

$$v_1 = 54 \text{ km/h} = \frac{54}{3.6} \text{ m/s} \Rightarrow v_1 = 15 \text{ m/s}$$

$$v_2 = 18 \text{ km/h} = \frac{18}{3.6} \text{ m/s} \Rightarrow v_2 = 5 \text{ m/s}$$

۲ سرعت برخورد $\vec{v}_1 = 15\vec{i}$ و سرعت بازگشت $\vec{v}_2 = -5\vec{i}$ است.

۳ تکانه قبل و بعد از برخورد را حساب می‌کنیم ($m = 120 \text{ kg}$).

$$\vec{P} = m\vec{v} \Rightarrow \vec{P}_1 = 120 \times (15\vec{i}), \vec{P}_2 = 120 \times (-5\vec{i})$$

۴ بردار تغییر تکانه را به دست می‌آوریم:

$$\Delta \vec{P} = \vec{P}_2 - \vec{P}_1 \Rightarrow \Delta \vec{P} = 120 \times (-5\vec{i} - 15\vec{i}) \Rightarrow \Delta \vec{P} = -2400\vec{i} = -2 \times 10^3 \vec{i}$$

۵ بردار نیروی متوسط وارد بر خودرو خواهد شد:

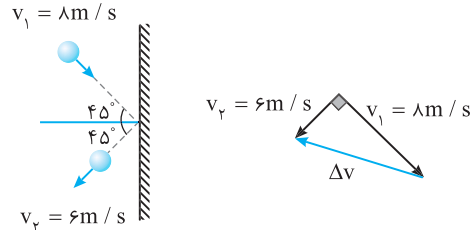
$$\vec{F} = \frac{\Delta \vec{P}}{\Delta t} = \frac{-2400\vec{i}}{15} \Rightarrow \vec{F} = -160\vec{i} \text{ N}$$

۱ **پازل یا سؤال** در شکل روبه‌رو، گلوله‌ای به جرم 200 g به مانع برخورد کرده و از آن برمی‌گردد. تغییر تکانه جسم چند کیلوگرم متر بر ثانیه است؟

۲ (۲) 0.4

۳ (۴) 0.6

۱ **پایان** هم‌سنگ دو بردار را از یک نقطه رسم می‌کنیم:



$$\Delta v = \sqrt{v_1^2 + v_2^2} \Rightarrow \Delta v = \sqrt{1^2 + 1^2} = 1.41 \text{ m/s}$$

تغییر تکانه جسم برابر است با:

$$\Delta P = m\Delta v \Rightarrow \Delta P = 0.2 \times 1.41 = 0.282 \text{ kgm/s}$$

۲ گزینه

۳ ۱۰۱۹ A

۱ تکانه جسم 40 kgm/s شده است. سرعت جسم را به دست می‌آوریم.

$$P = mv \Rightarrow 40 = 5v \Rightarrow v = 8 \text{ m/s}$$

۲ سرعت متحرک در جابه‌جایی 10 m از صفر به 8 m/s رسیده است به کمک معادله مستقل از شتاب، زمان طی شده را حساب می‌کنیم.

$$\Delta x = \frac{v + v_0}{2} \Delta t \Rightarrow 10 = \frac{8 + 0}{2} \Delta t \Rightarrow \Delta t = 2.5 \text{ s}$$

۳ نیروی خالص وارد بر جسم خواهد شد:

$$F_{\text{net}} = \frac{\Delta P}{\Delta t} \Rightarrow F_{\text{net}} = \frac{40 - 0}{2.5} \Rightarrow F_{\text{net}} = 16 \text{ N}$$

۱ ۱۰۲۰ A

با توجه به رابطه $F = \frac{\Delta P}{\Delta t}$ نیروی وارد بر جسم A و B را حساب کرده و بر هم تقسیم می‌کنیم:

$$\begin{cases} F_A = \frac{\Delta P_A}{\Delta t_A} = \frac{12 \text{ kgm/s}}{0.5 \text{ s}} = 24 \text{ N} \\ F_B = \frac{\Delta P_B}{\Delta t_B} = \frac{60 \text{ kgm/s}}{2 \text{ s}} = 30 \text{ N} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{F_A}{F_B} = \frac{24}{30} \Rightarrow \frac{F_A}{F_B} = \frac{4}{5}$$

۲ ۱۰۲۱ A

۱ تکانه جسم 40 درصد افزایش یافته پس $P_2 = 1.4P_1$ است. بنابراین با توجه به رابطه نیرو، تغییر تکانه می‌توان نوشت:

$$F_{\text{av}} = \frac{\Delta P}{\Delta t} = \frac{P_2 - P_1}{\Delta t} = \frac{1.4P_1 - P_1}{\Delta t} = \frac{0.4P_1}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow 1.4P_1 - P_1 = (0.4 \times 4) \Rightarrow 0.4P_1 = 1.6 \Rightarrow P_1 = 4 \text{ kgm/s}$$

۲ با توجه به تعریف تکانه، سرعت را حساب می‌کنیم:

$$P_1 = mv_1 = 4 \text{ kgm/s} \Rightarrow 2 \times v_1 = 4 \text{ kgm/s} \Rightarrow v_1 = 2 \text{ m/s}$$

۲ ۱۰۳۱ A

یادآوری متحرکی که روی خط راست در حرکت است برای آنکه تغییر جهت بدهد ابتدا باید سرعت آن صفر شده و سرعت تغییر علامت دهد.
اگر جهت سرعت جسم را مثبت در نظر بگیریم $v_1 = +10 \text{ m/s}$ و چون نیروی F در خلاف جهت حرکت به جسم وارد می‌شود برابر $F = -\Delta N$ می‌شود بنابراین بازه زمانی که سرعت از $+10 \text{ m/s}$ به صفر می‌رسد خواهد شد:

$$F = \frac{\Delta P}{\Delta t} \Rightarrow -\Delta = \frac{m(v_f - v_i)}{\Delta t} \quad m = 2 \text{ kg} \rightarrow -\Delta = \frac{2(0 - 10)}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = 4 \text{ s}$$

بازی با سوال به جسمی به جرم 3 kg که با سرعت 5 m/s در جهت مثبت محور حرکت می‌کند، نیروی 6 N در خلاف جهت حرکت آن وارد می‌شود.

پس از چند ثانیه بزرگی تکانه با بزرگی تکانه اولیه آن برابر می‌گردد؟

- ۵ (۴) ۴ (۳) ۳ (۲) ۲ (۱)

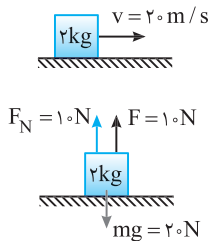
پاسخ بزرگی تکانه با بزرگی تکانه اولیه برابر می‌شود یعنی اندازه سرعت با حالت اولیه برابر شود، بنابراین اگر $v_1 = 5 \text{ m/s}$ باشد، خلاف جهت حرکت $(F = -6 \text{ N})$ است.

$$\vec{F} = \frac{\Delta \vec{P}}{\Delta t} \Rightarrow F = \frac{m \Delta v}{\Delta t} = m \left(\frac{v_f - v_i}{\Delta t} \right) \quad m = 3 \text{ kg} \rightarrow -6 = 3 \left(\frac{-5 - 5}{\Delta t} \right) \Rightarrow \Delta t = 5 \text{ s}$$

گزینه ۴

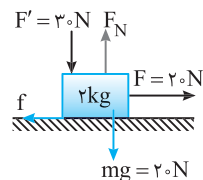
۱ ۱۰۳۲ A

تکانه در راستای افقی برابر است با: $P_x = mv_x = 40 \text{ kg.m/s}$
نیروی F عمود بر مسیر حرکت (در راستای قائم) وارد شده است و تأثیری روی تکانه جسم ندارد و تکانه همچنان 40 kg.m/s خواهد بود.



۱ ۱۰۳۳ A

نیروها به جسم ساکن وارد شده پس باید حرکت یا ساکن ماندن جسم بررسی شود. به این منظور لازم است نیروی F را با نیروی اصطکاک بیشینه مقایسه کنیم، اگر $F < f_{s_{\max}}$ باشد، جسم ساکن می‌ماند و اگر $F > f_{s_{\max}}$ باشد جسم شروع به حرکت می‌کند.



۱ جسم در راستای قائم ساکن است:

$$F_N = mg + F' \Rightarrow F_N = 20 + 30 \Rightarrow F_N = 50 \text{ N}$$

۲ بیشینه نیروی اصطکاک ایستایی را حساب می‌کنیم:

$$f_{s_{\max}} = \mu_s F_N \Rightarrow f_{s_{\max}} = 0.5 \times 50 \Rightarrow f_{s_{\max}} = 25 \text{ N}$$

۳ چون نیروی F کوچک‌تر از $f_{s_{\max}}$ است پس جسم حرکت نکرده و تغییر تکانه جسم صفر است.

۲ ۱۰۲۷ A

نیروی متوسطی که به جعبه در مدت 0.2 s وارد می‌شود به راحتی قابل محاسبه است:

$$F_{av} = \frac{\Delta P}{\Delta t} \Rightarrow F_{av} = \frac{m(\Delta v)}{\Delta t} \Rightarrow F_{av} = \frac{50(10 - 0)}{0.2} \Rightarrow F_{av} = 2500 \text{ N}$$

۲ ۱۰۲۸ A

سرعت اتومبیل را برحسب m/s به دست می‌آوریم.

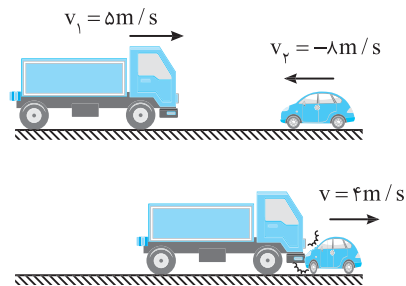
$$v_1 = 54 \text{ km/h} \times \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} \times \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} \Rightarrow v_1 = \frac{54}{3.6} = 15 \text{ m/s}$$

سرعت شخص نیز 15 m/s بوده و هنگام توقف اتومبیل سرعت شخص نیز صفر می‌شود بنابراین نیرویی که کمر بند ایمنی باید به شخص در مدت 0.3 s وارد کند برابر است با:

$$F_{av} = \frac{\Delta P}{\Delta t} \Rightarrow F_{av} = \frac{m(\Delta v)}{\Delta t} \quad m = 60 \text{ kg} \rightarrow F_{av} = \frac{60(15 - 0)}{0.3} \Rightarrow F_{av} = \frac{60 \times 15}{0.3} = 3000 \text{ N}$$

۴ ۱۰۲۹ A

خط فکری با دقت زیاد به صورت مسئله توجه کنید. این مسئله نیرویی که بر کامیون و خودرو وارد می‌شود را از شما نمی‌خواهد بلکه نیروی وارد بر راننده‌ها از شما خواسته شده است. شتاب توقف کامیون و خودرو را حساب می‌کنیم، زیرا شتاب توقف راننده‌ها و شتاب حرکت کامیون و خودرو یکی است.
۱ جهت حرکت کامیون را جهت مثبت فرض می‌کنیم.



۲ شتاب حرکت کامیون یا خودرو را حساب می‌کنیم.

$$a = \frac{v - v_0}{t}$$

$$\text{اتومبیل: } |a'_{av}| = \left| \frac{4 + 1}{0.2} \right| \Rightarrow |a'_{av}| = \frac{12}{0.2} = 60 \text{ m/s}^2$$

$$\text{کامیون: } |a_{av}| = \left| \frac{4 - 5}{0.2} \right| \Rightarrow |a_{av}| = 5 \text{ m/s}^2$$

۳ نیروی وارد بر راننده کامیون برابر است با:

$$F_{av} = ma_{av} \Rightarrow F_{av} = 100 \times 5 = 500 \text{ N}$$

۴ نیروی وارد بر راننده اتومبیل برابر است با:

$$F'_{av} = ma'_{av} \Rightarrow F'_{av} = 100 \times 60 = 6000 \text{ N}$$

۵ نسبت دو نیرو خواهد شد:

$$\frac{F'}{F} = \frac{6000}{500} = 12$$

۳ ۱۰۳۰ A

۱ شتاب حرکت را به کمک قانون دوم نیوتون حساب می‌کنیم.

$$F = ma \quad F = 3 \text{ N}, m = 2 \text{ kg} \rightarrow 3 = 2a \Rightarrow a = 1.5 \text{ m/s}^2$$

۲ سرعت جسم در $t = 4 \text{ s}$ را به دست می‌آوریم.

$$v = at + v_0 \quad v_0 = 5 \text{ m/s} \rightarrow v = 1.5 \times 4 + 5 \Rightarrow v = 11 \text{ m/s}$$

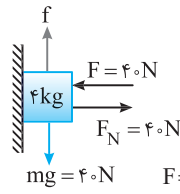
۳ تکانه جسم خواهد شد:

$$P = mv \Rightarrow P = 2 \times 11 \Rightarrow P = 22 \text{ kg.m/s}$$

۳ ۱۰۳۴ A

را حل اول:

۱ ابتدا باید بررسی کرد که جسم حرکت می‌کند یا نه. برای این کار نیروهای وارد بر جسم را رسم کرده و نیروی اصطکاک آستانه حرکت را به دست می‌آوریم:



$$F = F_N \Rightarrow F_N = 40 \text{ N} \quad f_{s \max} = \mu_s F_N \xrightarrow{\mu_s = 0.5} f_{s \max} = 0.5 \times 40 = 20 \text{ N}$$

۲ چون $mg > f_s$ بوده پس جسم رو به پایین

شروع به حرکت کرده و به آن نیروی اصطکاک جنبشی وارد می‌شوند. نیروی اصطکاک جنبشی خواهد شد:

$$f_k = \mu_k F_N \xrightarrow{\mu_k = 0.3} f_k = 0.3 \times 40 = 12 \text{ N}$$

نیروی خالص وارد بر جسم را برابر ma قرار می‌دهیم و شتاب را حساب می‌کنیم.

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow mg - f_k = ma \Rightarrow 40 - 12 = 4a \Rightarrow a = 7 \text{ m/s}^2$$

۳ سرعت جسم را پس از ۲s به دست می‌آوریم.

$$\begin{cases} v_1 = 0 \\ a = 7 \text{ m/s}^2 \\ t = 2 \text{ s} \\ v_2 = ? \end{cases} \Rightarrow v_2 = at + v_1 \Rightarrow v_2 = 7 \times 2 + 0 \Rightarrow v_2 = 14 \text{ m/s}$$

۴ تکانه را حساب می‌کنیم.

راه حل دوم: برابری نیروهای وارد بر جسم در راستای حرکت برابر $F_{\text{net}} = mg - f_k = 28 \text{ N}$ است پس:

$$F_{\text{net}} = \frac{\Delta P}{\Delta t} \xrightarrow{\substack{F_{\text{net}} = 28 \text{ N} \\ P_1 = 0, \Delta t = 2 \text{ s}}} 28 = \frac{P_2 - 0}{2} \Rightarrow P_2 = 56 \text{ kgm/s}$$

۱ ۱۰۳۵ A

۱ با توجه به رابطه $\vec{F} = \frac{\Delta \vec{P}}{\Delta t}$ تغییر تکانه را به دست می‌آوریم:

$$\Delta \vec{P} = \vec{F} \Delta t \Rightarrow \Delta \vec{P} = (16\vec{i} + 12\vec{j}) \cdot 5 \Rightarrow \Delta \vec{P} = 80\vec{i} + 60\vec{j}$$

۲ جسم از حال سکون شروع به حرکت کرده پس $P_1 = 0$ بنابراین \vec{P}_2 خواهد شد:

$$\vec{P}_2 - \vec{P}_1 = 80\vec{i} + 60\vec{j} \Rightarrow \vec{P}_2 = 80\vec{i} + 60\vec{j}$$

۳ اندازه تکانه را حساب می‌کنیم:

۱ ۱۰۳۶ A

نکته دو بردار $\vec{A} = A_x \vec{i} + A_y \vec{j}$ و $\vec{B} = B_x \vec{i} + B_y \vec{j}$ وقتی برابرند که

مؤلفه‌های آن نظریه‌به‌نظیر برابر باشد.

۱ با توجه به رابطه $\vec{F}_{\text{net}} = \frac{\Delta \vec{P}}{\Delta t}$ نیروی خالص وارد بر جسم را حساب می‌کنیم:

$$\vec{F}_{\text{net}} = \frac{\vec{P}_2 - \vec{P}_1}{\Delta t} \xrightarrow{\substack{\text{جسم از حال سکون} \\ \text{شروع به حرکت کرده } P_1 = 0}} \vec{F}_{\text{net}} = \frac{\vec{P}_2 - 0}{3}$$

$$\vec{F}_{\text{net}} = \frac{\vec{P}_2}{3} = \frac{6\vec{i} - 12\vec{j}}{3} \Rightarrow \vec{F}_{\text{net}} = 2\vec{i} - 4\vec{j}$$

۲ نیروی برابری برابر است با:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{F}_{\text{net}} \Rightarrow (v\vec{i} + 10\vec{j}) + (a\vec{i} + b\vec{j}) = 2\vec{i} - 4\vec{j}$$

$$\Rightarrow (v+a)\vec{i} + (10+b)\vec{j} = 2\vec{i} - 4\vec{j} \Rightarrow \begin{cases} v+a=2 \Rightarrow a=-5 \\ 10+b=-4 \Rightarrow b=-14 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a+b = -5-14 = -19$$

۳ ۱۰۳۷ B

۱ شتاب حرکت جسم را به کمک قانون دوم نیوتون به دست می‌آوریم.

$$\vec{F} = m\vec{a} \xrightarrow{\substack{\vec{F} = -5\vec{i} + 2\vec{j} \\ m = 2 \text{ kg}}} -5\vec{i} + 2\vec{j} = 2\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = -2.5\vec{i} + \vec{j}$$

۲ بنا به فرض مسئله سرعت متحرک را در $t = 3 \text{ s}$ برابر $\vec{v}_1 = 5\vec{i} + 3\vec{j}$ است

سرعت متحرک را در $t = 3 \text{ s}$ به کمک تعریف شتاب حساب می‌کنیم.

$$\vec{a} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1} \Rightarrow -2.5\vec{i} + \vec{j} = \frac{v_2 - 5\vec{i} - 3\vec{j}}{3-1}$$

$$\Rightarrow -5\vec{i} + 2\vec{j} = v_2 - 5\vec{i} - 3\vec{j} \Rightarrow v_2 = 5\vec{j}$$

۳ تکانه در لحظه $t = 3 \text{ s}$ خواهد شد:

$$\vec{P} = m\vec{v} \Rightarrow \vec{P} = 2 \times (5\vec{j}) = 10\vec{j} \Rightarrow |\vec{P}| = 10 \text{ kg.m/s}$$

۳ ۱۰۳۸ A

از رابطه $P = mv$ سرعت را بر حسب P و m به دست می‌آوریم:

$$P = mv \Rightarrow v = \frac{P}{m}$$

سرعت را در رابطه انرژی جنبشی قرار می‌دهیم:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow K = \frac{1}{2}m\left(\frac{P}{m}\right)^2 \Rightarrow K = \frac{P^2}{2m}$$

۲ ۱۰۳۹ A

۱ تکانه اولیه را به دست می‌آوریم.

$$P_1 = mv_1 \xrightarrow{\substack{m = 4 \text{ kg} \\ v_1 = 10 \text{ m/s}}} P_1 = 4 \times 10 \Rightarrow P_1 = 40 \text{ kg.m/s}$$

۲ انرژی جنبشی جسم ۹ برابر شده است.

۳ به جای انرژی جنبشی مقدار $K = \frac{P^2}{2m}$ را در رابطه (I) قرار می‌دهیم.

$$\frac{P_2^2}{2m} = 9 \frac{P_1^2}{2m} \Rightarrow P_2^2 = 9P_1^2 \Rightarrow P_2 = 3 \times 40 = 120 \text{ kgm/s}$$

۴ تغییر تکانه خواهد شد:

$$\Delta P = P_2 - P_1 = 120 - 40 \Rightarrow \Delta P = 80 \text{ kg.m/s}$$

۴ ۱۰۴۰ A

با توجه به رابطه بین انرژی جنبشی و تکانه، انرژی جنبشی گلوله و دونه را برابر قرار داده و مسئله را حل می‌کنیم:

$$K = \frac{P^2}{2m} \Rightarrow K_{\text{دونه}} = K_{\text{گلوله}} \Rightarrow \frac{P^2}{2 \times 40} = \frac{P^2}{2 \times 0.1}$$

$$\Rightarrow P^2_{\text{دونه}} = 400 P^2_{\text{گلوله}} \Rightarrow P_{\text{دونه}} = 20 P_{\text{گلوله}}$$

بازی با سؤال تکانه اتومبیلی به جرم یک تن با تکانه کامیونی به جرم پنج تن برابر است. انرژی جنبشی کامیون چند برابر انرژی جنبشی اتومبیل است؟

ریاضی - ۸۹

$$\frac{1}{25} (4) \quad \frac{1}{5} (3) \quad 25 (2) \quad 5 (1)$$

یاسج تکانه جسم برابر $P = mv$ و انرژی جنبشی آن $K = \frac{1}{2}mv^2$ است.

$$K = \frac{P^2}{2m} \quad \text{بنابراین بین تکانه و انرژی جنبشی رابطه روبرو برقرار است.}$$

اکنون به حل تست می‌پردازیم:

$$P(\text{اتومبیل}) = P(\text{کامیون}), m(\text{کامیون}) = 5m(\text{اتومبیل}), K = \frac{P^2}{2m}$$

$$\Rightarrow K(\text{کامیون}) = \frac{1}{5} K(\text{اتومبیل})$$

گزینه ۳

۴ ۱۰۴۵ A

تکانه کمیت برداری است ($\vec{P} = m\vec{v}$)، بنابراین جهت بردار تکانه می‌تواند تغییر کند در حالی که اندازه تکانه ثابت باشد مثلاً در حرکت یک خودرو با سرعت $\Delta m/s$ به دور یک میدان، بردار سرعت و در نتیجه بردار تکانه در حال تغییر است و گزینه (۱) نادرست است، اما اندازه سرعت و هم‌چنین انرژی جنبشی این خودرو ($K = \frac{1}{2}mv^2$) ثابت است و گزینه (۲) و (۳) نادرست است، بنابراین با تغییر تکانه قطعاً بردار سرعت تغییر کرده اما انرژی جنبشی ممکن است ثابت یا متغیر باشد و گزینه (۴) درست است.

۲ ۱۰۴۶ B

با توجه به تعریف تکانه $P = mv$ و انرژی جنبشی $K = \frac{1}{2}mv^2$ بین تکانه و انرژی جنبشی جسم رابطه زیر برقرار است.

$$K = \frac{P^2}{2m} \Rightarrow \frac{K'}{K} = \frac{P'^2}{P^2} \Rightarrow \frac{P'}{P} = \sqrt{\frac{K'}{K}} \Rightarrow P' = \sqrt{2}P \Rightarrow mv' = \sqrt{2}mv \Rightarrow v' = \sqrt{2}v$$

از طرفی بنا به فرض مسأله $v' = v + \Delta$ است. پس:

$$v' = \sqrt{2}v, v' = v + \Delta \Rightarrow \sqrt{2}v = v + \Delta \Rightarrow v = \Delta m/s$$

$$P = mv \Rightarrow P = \sqrt{2} \times \Delta = 1.41 \text{ kg}\cdot\text{m/s}$$

۴ ۱۰۴۷ A

۱ ابتدا بردار تکانه در $t = 2s$ را به دست می‌آوریم.

$$\vec{P} = 3t^2 \vec{i} + 8t \vec{j} \xrightarrow{t=2s} \vec{P} = 3(2)^2 \vec{i} + 8(2) \vec{j} = 12 \vec{i} + 16 \vec{j} \Rightarrow \vec{P} = 12 \vec{i} + 16 \vec{j}$$

۲ بزرگی تکانه را حساب می‌کنیم.

$$P = \sqrt{P_x^2 + P_y^2} \Rightarrow P = \sqrt{12^2 + 16^2} \Rightarrow P = \sqrt{144 + 256} = \sqrt{400} \Rightarrow P = 20 \text{ kg}\cdot\text{m/s}$$

۳ به کمک رابطه انرژی جنبشی و تکانه، انرژی جنبشی را به دست می‌آوریم.

$$K = \frac{P^2}{2m} \xrightarrow{m=5\text{kg}} K = \frac{20^2}{2 \times 5} \Rightarrow K = 40 \text{ J}$$

بازی با سوال بردار تکانه جسمی در SI به صورت $\vec{P} = (3t^2)\vec{i} + (2b-6t)\vec{j}$

است. اگر اندازه متوسط نیروهای وارد بر جسم در دو ثانیه اول حرکت برابر با 1.0 N باشد، b برابر کدام گزینه است؟

- ۱) ۷ ۲) ۳

۳) ۱ ۴) ۲

۴) ۳ ۱) و ۳) می‌تواند پاسخ باشد.

۱ پاسخ با رابطه $\vec{F} = \frac{\Delta \vec{P}}{\Delta t}$ بردار نیرو را محاسبه می‌کنیم:

$$\vec{F} = \frac{\vec{P}_2 - \vec{P}_1}{\Delta t} \Rightarrow \vec{F} = \frac{12 \vec{i} + (2b-6)\vec{j} - 0}{2} \Rightarrow \vec{F} = 6 \vec{i} + (b-3)\vec{j}$$

بزرگی نیرو برابر است با:

$$|\vec{F}| = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} \Rightarrow |\vec{F}| = 10 = \sqrt{6^2 + (b-3)^2} \Rightarrow 100 = 36 + (b-3)^2 \Rightarrow (b-3)^2 = 64 \Rightarrow \begin{cases} b-3 = 8 \Rightarrow b = 11 \\ b-3 = -8 \Rightarrow b = -5 \end{cases}$$

گزینه ۴

۲ ۱۰۴۸ A

خط فکری سؤال مفهومی خوبی است. آهنگ تغییر تکانه برابر نیروی خالص وارد بر جسم است ($\vec{F} = \frac{\Delta \vec{P}}{\Delta t}$) و بردار نیروی خالص و بردار تغییر تکانه هم‌جهت هستند، بنابراین برای اینکه مشخص کنید که جهت تغییر تکانه کدام است باید جهت نیروی خالص وارد بر جسم را مشخص کنید.

جسم در شرایط خلأ رو به بالا پرتاب شده است و تنها نیروی وارد بر جسم نیروی وزن رو به پایین است یعنی نیروی خالص وارد بر جسم در امتداد قائم و رو به پایین بوده در نتیجه تغییر تکانه نیز رو به پایین می‌باشد.

۲ ۱۰۴۱ A

با توجه به فرض مسئله $P_A = P_B$ و $m_B = 3m_A$ است بنابراین خواهیم داشت:

$$\begin{cases} K_A = \frac{P_A^2}{2m_A} \\ K_B = \frac{P_B^2}{2m_B} \end{cases} \Rightarrow \frac{K_A}{K_B} = \frac{P_A^2}{P_B^2} \times \frac{m_B}{m_A} \Rightarrow \frac{K_A}{K_B} = \frac{P_A^2}{P_B^2} \times 3$$

$$K_A = 18 \text{ J} \rightarrow \frac{18}{K_B} = \frac{3m_A}{m_A} \Rightarrow K_B = 6 \text{ J}$$

۱ ۱۰۴۲ A

نکته رابطه بین تکانه و انرژی جنبشی $K = \frac{P^2}{2m}$ است.

با توجه به رابطه انرژی جنبشی و تکانه نسبت خواسته شده را حساب می‌کنیم.

$$\frac{K_A}{K_B} = \frac{\frac{P_A^2}{2m_A}}{\frac{P_B^2}{2m_B}} \Rightarrow \frac{K_A}{K_B} = \frac{m_B}{m_A} \times \left(\frac{P_A}{P_B}\right)^2$$

$$m_B = \frac{\Delta}{\Lambda} m_A, P_A = \frac{\Gamma}{\Upsilon} P_B \rightarrow \frac{K_A}{K_B} = \frac{\Lambda}{\Delta} \frac{m_A}{m_A} \times \left(\frac{\Gamma}{\Upsilon} \frac{P_B}{P_B}\right)^2 = \frac{\Delta}{\Lambda} \times \frac{\Gamma^2}{\Upsilon^2}$$

$$\Rightarrow \frac{K_A}{K_B} = \frac{10}{9}$$

۳ ۱۰۴۳ B

۱ انرژی جنبشی ۷۵٪ کاهش یافته است. بنابراین:

$$K_2 = \frac{25}{100} K_1 \Rightarrow K_2 = \frac{1}{4} K_1$$

۲ با توجه به رابطه تکانه و انرژی جنبشی خواهیم داشت:

$$\begin{cases} K_1 = \frac{P_1^2}{2m_1} \\ K_2 = \frac{P_2^2}{2m_2} \end{cases} \Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = \frac{P_2^2}{P_1^2} \times \frac{m_1}{m_2}$$

$$m_1 = m_2 \rightarrow \frac{K_2}{K_1} = \frac{P_2^2}{P_1^2} \Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{P_2^2}{P_1^2} \Rightarrow P_2 = \frac{1}{2} P_1$$

۳ درصد تغییرات تکانه خواهد شد:

$$\frac{\Delta P}{P_1} \times 100 = \frac{P_2 - P_1}{P_1} \times 100 = \frac{\frac{1}{2}P_1 - P_1}{P_1} \times 100 = -50\%$$

= -۵۰ درصد تغییر اندازه تکانه

۳ ۱۰۴۴ A

نکته با توجه به رابطه انرژی جنبشی و رابطه تکانه می‌توانیم K را بر حسب P بنویسیم:

$$\begin{cases} P = mv \\ K = \frac{1}{2}mv^2 \end{cases} \Rightarrow K = \frac{P^2}{2m}$$

درصد تغییر انرژی جنبشی برابر است با:

$$\frac{K_2 - K_1}{K_1} \times 100 = \frac{\frac{P_2^2}{2m} - \frac{P_1^2}{2m}}{\frac{P_1^2}{2m}} \times 100 = \frac{P_2^2 - P_1^2}{P_1^2} \times 100$$

$$\xrightarrow{P_2 = P_1 + \Upsilon, P_1 = 20} \frac{(P_1 + \Upsilon)^2 - P_1^2}{P_1^2} \times 100 = \frac{P_1^2 + 4\Upsilon P_1 + \Upsilon^2 - P_1^2}{P_1^2} \times 100$$

$$= \frac{4 + 4 \times (20)}{(20)^2} \times 100 = \frac{84}{4} \% = 21\%$$

۴ ۱۰۴۹ A

خط فکری

نیروی وارد بر جسم برابر آهنگ تغییر تکانه ($\vec{F} = \frac{\Delta \vec{P}}{\Delta t}$) است. یعنی

تغییر تکانه در هر ثانیه برابر نیروی وارد بر جسم است بنابراین در بررسی تغییر تکانه باید به سراغ نیروی وارد بر جسم برویم.

جسم در شرایط خلأ رها شده است و تنها نیروی وارد بر آن نیروی وزن ($W = mg$) است بنابراین می‌توانیم بنویسیم:

$$F = \frac{\Delta P}{\Delta t} \Rightarrow mg = \frac{\Delta P}{\Delta t} \Rightarrow \Delta P = mg \Delta t \xrightarrow{\Delta t = 1s} \Delta P = mg$$

در نتیجه در هر ثانیه تغییر تکانه به اندازه mg است یعنی در هر ثانیه به اندازه mg به اندازه تکانه اضافه می‌شود و گزینه (۱) و (۲) درست است.

۱ ۱۰۵۰ A

۱ تکانه اولیه را حساب می‌کنیم.

$$P = mv \xrightarrow{v_1 = 14m/s, m = 5 \times 10^{-2} kg} P_1 = 5 \times 10^{-2} \times 14 \Rightarrow P_1 = 0.7 \text{ kgm/s}$$

۲ تکانه را یک ثانیه بعد که سرعت برابر $23m/s$ می‌شود به دست می‌آوریم.

$$P_2 = mv_2 \Rightarrow P_2 = 5 \times 10^{-2} \times 23 \Rightarrow P_2 = 1.15 \text{ kgm/s}$$

۳ تغییر تکانه خواهد شد:

$$P_2 - P_1 = 1.15 - 0.7 \Rightarrow \Delta P = 0.45 \text{ kgm/s} = \frac{9}{20} \text{ kg.m/s}$$

۲ ۱۰۵۱ A

۱ نکته هرگاه جسمی به جرم m در شرایط خلأ در مجاورت سطح زمین از ارتفاع h به هر طرفی پرتاب شود، تغییر تکانه آن خواهد شد:

$$F_{av} = \frac{\Delta P}{\Delta t} \Rightarrow \Delta P = F \Delta t \xrightarrow{F=mg} \Delta P = mg \Delta t$$

بازه زمانی ثانیه دوم حرکت برابر $\Delta t = 1s$ است. بنابراین خواهیم داشت:

$$\Delta P = mg \Delta t \xrightarrow{\Delta t = 1, m = 2kg} \Delta P = 2 \text{ kg.m/s}$$

۲ بازی با سؤال پرتابه‌ای به جرم m با سرعت اولیه v_0 تحت زاویه α نسبت به افق پرتاب می‌شود و پس از $3t$ ثانیه به زمین می‌رسد. بزرگی تغییر تکانه پرتابه در t ثانیه اول حرکت، کدام است؟ (از مقاومت هوا صرف نظر شود).

ریاضی - ۹۷

$$2mgt \quad (1) \quad mgt \quad (2) \quad \frac{mv_0}{3} \quad (3) \quad \frac{2mv_0}{3} \quad (4)$$

۳ پاسخ تغییر تکانه برابر است با: $\Delta P = F \Delta t$ ، تنها نیروی وارد بر جسم نیروی وزن است، از این‌رو:

گزینه (۲)

۱ ۱۰۵۲ A

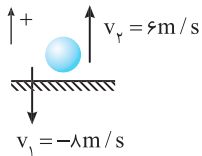
اگر سرعت رو به بالا را مثبت بگیریم $v_1 = +5m/s$ ، سرعت آن در برگشت منفی و برابر $v_2 = -5m/s$ است و تنها نیروی وارد بر گلوله نیروی وزن است بنابراین با توجه به رابطه بین نیروی متوسط و تغییرات تکانه داریم:

$$F_{av} = \frac{\Delta P}{\Delta t} \Rightarrow \Delta P = F_{av} \Delta t \Rightarrow \Delta P = mg \Delta t \\ \Rightarrow m(\Delta v) = mg \Delta t \Rightarrow m(-5 - (+5)) = m(-10) \times \Delta t \Rightarrow \Delta t = 1s$$

روش دیگر: وقتی تنها نیروی خالص وارد بر جسم وزن است شتاب جسم برابر شتاب گرانش ($a = -g$) است بنابراین:

$$a = \frac{v_2 - v_1}{\Delta t} \Rightarrow -10 = \frac{-5 - 5}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = 1s$$

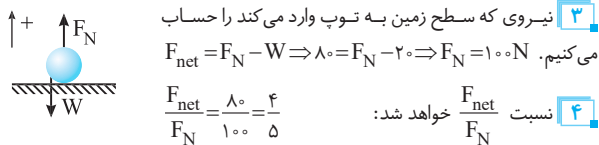
۳ ۱۰۵۳ B



۱ اگر جهت مثبت را رو به بالا در نظر بگیریم سرعت اولیه $v_1 = -8m/s$ و $v_2 = +6m/s$ خواهد شد.

۲ نیروی خالص متوسط وارد بر توپ را به دست می‌آوریم.

$$F_{net} = \frac{\Delta P}{\Delta t} = m \left(\frac{v_2 - v_1}{\Delta t} \right) \\ \xrightarrow{m = 2kg, \Delta t = 2.5 \times 10^{-2} s} F_{net} = 2 \times \frac{(6 - (-8))}{2.5 \times 10^{-2}} = \frac{28 \times 10^2}{2.5} \Rightarrow F_{net} = 80N$$



۳ نیروی که سطح زمین به توپ وارد می‌کند را حساب می‌کنیم. $F_{net} = F_N - W \Rightarrow 80 = F_N - 20 \Rightarrow F_N = 100N$

۴ نسبت $\frac{F_{net}}{F_N}$ خواهد شد: $\frac{F_{net}}{F_N} = \frac{80}{100} = \frac{4}{5}$

۳ ۱۰۵۴ B

۱ نکته نیروی خالص متوسط به کمک تکانه از رابطه $F_{av} = \frac{\Delta P}{\Delta t}$ به دست می‌آید.

۱ تکانه در $t_1 = 3s$ را حساب می‌کنیم:

$$P_1 = 15t_1^2 + 5t_1 \Rightarrow P_1 = 15(3)^2 + 5(3) = 135 + 15 = 150 \text{ kgm/s}$$

۲ تکانه در $t_2 = 6s$ را حساب می‌کنیم:

$$P_2 = 15t_2^2 + 5t_2 \Rightarrow P_2 = 15(6)^2 + 5(6) = 15(36 + 2) \Rightarrow P_2 = 570 \text{ kgm/s}$$

۳ در گام آخر با رابطه $F_{av} = \frac{\Delta P}{\Delta t}$ ، F_{av} را حساب می‌کنیم:

$$F_{av} = \frac{\Delta P}{\Delta t} \Rightarrow F_{av} = \frac{P_2 - P_1}{t_2 - t_1} \Rightarrow F_{av} = \frac{570 - 150}{6 - 3} = \frac{420}{3} \Rightarrow F_{av} = 140N$$

۴ بازی با سؤال معادله تکانه زمان جسمی به جرم $200g$ در SI به صورت $P = t^2 - 2t - 1$ است. نیروی متوسط وارد بر جسم در بازه $t = 1s$ تا $t = 3s$ چند نیوتون است؟

خارج تجربی - ۹۳

$$(1) \quad 1 \quad (2) \quad 2 \quad (3) \quad 3 \quad (4) \quad 5$$

۱ پاسخ تکانه را در دو لحظه $t_1 = 1s$ و $t_2 = 3s$ به دست می‌آوریم.

$$P = t^2 - 2t - 1 \begin{cases} t_1 = 1s \Rightarrow P_1 = 1 - 2 - 1 \Rightarrow P_1 = -2 \text{ kgm/s} \\ t_2 = 3s \Rightarrow P_2 = 9 - 6 - 1 \Rightarrow P_2 = 2 \text{ kgm/s} \end{cases}$$

۲ نیروی متوسط وارد بر جسم خواهد شد:

$$F_{av} = \frac{P_2 - P_1}{\Delta t} \Rightarrow F_{av} = \frac{2 - (-2)}{3 - 1} \Rightarrow F_{av} = 2N$$

۲ ۱۰۵۵ A

نیروی متوسط وارد بر جسم برابر با $F_{av} = \frac{\Delta P}{\Delta t}$ است، بنابراین ابتدا تغییر تکانه از

$t_1 = 2s$ تا $t_2 = 4s$ را به دست آوریم:

۱ سرعت جسم را در دو لحظه $t_1 = 2s$ و $t_2 = 4s$ به دست می‌آوریم.

$$v = t^2 - 2t + 3 \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 2s \Rightarrow v_1 = 4 - 4 + 3 \Rightarrow v_1 = 3m/s \\ t_2 = 4s \Rightarrow v_2 = 16 - 8 + 3 \Rightarrow v_2 = 11m/s \end{cases}$$

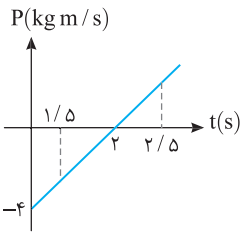
۲ تغییر تکانه جسم خواهد شد:

$$\Delta P = P_2 - P_1 \Rightarrow \Delta P = mv_2 - mv_1 \Rightarrow \Delta P = m(v_2 - v_1)$$

$$\xrightarrow{m = 2kg} \Delta P = 2(v_2 - v_1) = 2(11 - 3) = 16 \text{ kg.m/s}$$

۳ نیروی متوسط وارد بر جسم را حساب می‌کنیم.

$$F_{av} = \frac{\Delta P}{\Delta t} \Rightarrow F_{av} = \frac{16}{2} = 8N$$

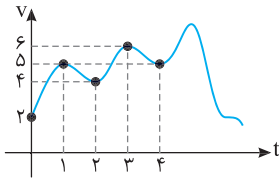


نمودار $P-t$ به صورت روبه‌رو است. می‌دانیم که $P=mv$ است پس هنگامی که نمودار متحرک به سمت محور t حرکت می‌کند یعنی بزرگی تکانه در حال کاهش بوده و بزرگی سرعت در حال کاهش و حرکت کندشونده است و هنگامی که نمودار متحرک از محور t دور می‌شود و بزرگی تکانه افزایش می‌یابد یعنی بزرگی سرعت در حال افزایش است و حرکت تندشونده می‌باشد. تکانه متحرک در $t=2/5$ ، صفر می‌شود پس در $t=1/5$ حرکت متحرک کندشونده و در $t=2/5$ حرکت تندشونده است.

۴ ۱۰۵۹ A

تکانه ثابت یعنی سرعت حرکت ثابت است بنابراین باید به دنبال نمودارهایی بگردیم که در آن‌ها سرعت ثابت است. نمودار a مربوط به نمودار مکان - زمان حرکت با سرعت ثابت است هم چنین نمودار c مربوط به حرکت با سرعت ثابت است بنابراین گزینه (۴) درست است. در نمودار b سرعت در حال افزایش است بنابراین تکانه ثابت نمی‌ماند و b نادرست است. در نمودار d ، جسم ساکن است و حرکت نمی‌کند بنابراین نمودار d نادرست است.

۱ ۱۰۶۰ B



دو ثانیه نخست $t=0$ تا $t=2$ است که در ثانیه‌های $t=0$ و $t=2$ سرعت به ترتیب 2 m/s و 4 m/s است و تغییر تکانه در این بازه خواهد شد:

$$\Delta P = m\Delta v \Rightarrow \Delta P_1 = m(4-2) = 2m$$

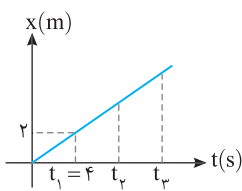
دو ثانیه دوم $t=2$ تا $t=4$ است که در این ثانیه‌ها سرعت به ترتیب 4 m/s و 5 m/s است از این رو:

$$\Delta P_2 = m(5-4) = m$$

نسبت تغییر تکانه‌ها را به دست می‌آوریم:

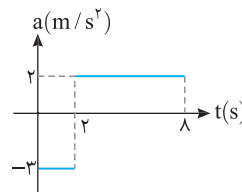
$$\frac{\Delta P_1}{\Delta P_2} = \frac{2m}{m} = 2$$

۲ ۱۰۶۱ A



نمودار مکان - زمان خط راست بوده بنابراین حرکت دارای سرعت ثابت است و تکانه تغییر نمی‌کند.

۴ ۱۰۶۲ B



یادآوری سطح محصور بین نمودار شتاب و محور زمان برابر تغییر سرعت است. **۱** برای به دست آوردن تغییر تکانه باید تغییر سرعت را حساب کنیم بنابراین سطح زیر نمودار شتاب زمان را در بازه صفر تا 8 s به دست می‌آوریم.

$$\Delta v = S \Rightarrow \Delta v = -3 \times 2 + (2 \times 6) \Rightarrow \Delta v = 6\text{ m/s}$$

۲ تغییر تکانه جسم خواهد شد:

$$\Delta P = m\Delta v \xrightarrow{m=2\text{kg}} \Delta P = 2 \times 6 \Rightarrow \Delta P = 12\text{ kg m/s یا N.s}$$

در مورد یکای ΔP که در صورت مسئله بیان شده توضیح زیر را لازم می‌دانیم:

$$F = \frac{\Delta P}{\Delta t} \Rightarrow \Delta P = F\Delta t \Rightarrow \text{kg.m/s} \equiv \text{N.s}$$

یعنی یکای kg.m/s هم‌ارز N.s است.

۱ ۱۰۵۶ B

خط فکری کافی است با توجه به جرم $m=4\text{ kg}$ و رابطه تکانه - زمان

$P = \lambda t^2 - 8$ ، ابتدا تکانه در لحظه $t_1=0$ و $t_2=2\text{ s}$ را حساب کرده سپس سرعت جسم را در این لحظات به دست آورده و سرانجام به کمک تعریف شتاب، شتاب جسم را حساب کنید.

در لحظه‌های $t=0$ و $t=2\text{ s}$ ، تکانه جسم را به دست می‌آوریم. سپس به کمک $P=mv$ ، سرعت‌ها را در این دو لحظه حساب می‌کنیم.

$$t_1=0 \Rightarrow P=0-8=-8\text{ kg.m/s}$$

$$\xrightarrow{P=mv} -8=4v_1 \Rightarrow v_1=-2\text{ m/s}$$

$$t_2=2\text{ s} \Rightarrow P=32-8=24\text{ kg.m/s}$$

$$\xrightarrow{P=mv} 24=4v_2 \Rightarrow v_2=6\text{ m/s}$$

شتاب متوسط جسم خواهد شد:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow a_{av} = \frac{6-(-2)}{2} = 4\text{ m/s}^2$$

بازی با سوال معادله تکانه جسمی که روی خط راست حرکت می‌کند

نسبت به زمان در SI به صورت $P(t) = t^2 - 5t + 6$ است. در چه زمانی بر حسب ثانیه جهت شتاب تغییر می‌کند؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

پاسخ تکانه برابر mv می‌باشد از این رو:

$$P = mv(t) = t^2 - 5t + 6 \Rightarrow v(t) = \frac{1}{m}t^2 - \frac{5}{m}t + \frac{6}{m}$$

معادله v ، درجه دوم (سه‌می) می‌باشد. می‌دانیم در رأس سهمی شیب خط مماس صفر و شیب خط مماس نمودار $v-t$ برابر شتاب است در نتیجه در رأس سهمی نمودار $v-t$ شتاب صفر شده و تغییر جهت می‌دهد.

$$\text{رأس سهمی} = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-5)}{2} = \frac{5}{2} = 2.5\text{ s}$$

گزینه ۴

۴ ۱۰۵۷ B

به سراغ حرکت‌شناسی بروید و با مقایسه معادله حرکت داده شده با معادله مکان زمان حرکت با شتاب ثابت، شتاب و سرعت اولیه را تعیین کنید.

۱ معادله $x-t$ درجه دوم می‌باشد و ضریب t^2 برابر $\frac{1}{2}a$ و ضریب t برابر v_0 است، از این رو:

$$\begin{cases} x = 2t^2 - 4t + 4 \\ x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{2}a = 2 \Rightarrow a = 4\text{ m/s}^2, v_0 = -4\text{ m/s}, x_0 = 4\text{ m}$$

۲ معادله سرعت - زمان متحرک را می‌نویسیم و سرعت آن را در لحظه $t=3\text{ s}$ به دست می‌آوریم:

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 4t - 4 \xrightarrow{t=3\text{ s}} v = 12 - 4 = 8\text{ m/s}$$

۳ تکانه در لحظه $t=3\text{ s}$ خواهد شد:

$$P = mv \Rightarrow P = 0/2 \times 8 = 1/6\text{ kg.m/s}$$

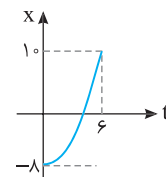
۴ ۱۰۵۸ B

خط فکری تکانه برابر حاصل ضرب جرم جسم در سرعت جسم است

($P=mv$) هرگاه بزرگی تکانه افزایش یابد یعنی تندی جسم در حال افزایش و حرکت تندشونده است و اگر بزرگی تکانه کاهش یابد یعنی تندی جسم در حال کاهش و حرکت کندشونده است. بنابراین شما باید بررسی کنید که در بازه زمانی $t_1=1/5\text{ s}$ تا $t_2=2/5\text{ s}$ ، بزرگی تکانه در حال افزایش است یا کاهش؟ رسم یک نمودار ساده ($P-t$) مشکل را حل خواهد کرد.

B ۱۰۶۳

۱ به سراغ حرکت‌شناسی می‌رویم. شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان برابر سرعت لحظه‌ای است. در لحظه $t=0$ شیب خط مماس صفر است بنابراین سرعت اولیه ($v_0=0$) است به کمک معادله مکان زمان حرکت با شتاب ثابت را به دست می‌آوریم.



۲ حال با توجه به معادله مستقل از زمان، سرعت متحرک هنگام عبور از مبدأ مکان ($x=0$) را به دست می‌آوریم:

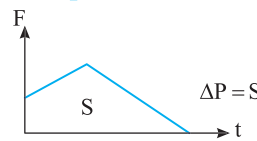
$$v^2 - v_0^2 = 2a(x - x_0) \xrightarrow{x=0} v^2 - 0 = 2 \times 1 [0 - (-8)] \Rightarrow v = \pm 4 \text{ m/s}$$

۳ شیب خط در مبدأ مکان مثبت است پس $v = +4 \text{ m/s}$ می‌باشد و تکانه خواهد شد:

$$P = mv \Rightarrow P = 2 \times 4 = 8 \text{ kg.m/s}$$

B ۱۰۶۴

۱ نکته: سطح محصور بین نمودار نیرو - زمان با محور زمان برابر تغییر تکانه جسم است. سطح زیر نمودار $F-t$ را حساب می‌کنیم.



$$\Delta P = S = \frac{2 \times 2}{2} \Rightarrow \Delta P = 2 \text{ kg.m/s}$$

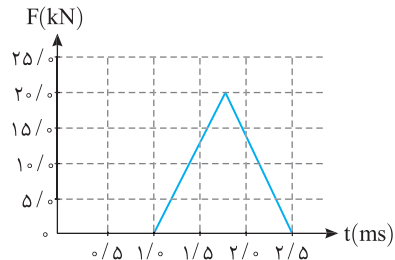
جسم از حال سکون شروع به حرکت کرده و $P_0=0$ است بنابراین تکانه در لحظه $t=2\text{s}$ خواهد شد:

$$\Delta P = P - P_0 \Rightarrow 2 = P - 0 \Rightarrow P = 2 \text{ kg.m/s}$$

B ۱۰۶۵

۱ نکته: سطح محصور بین نمودار نیرو و محور زمان برابر تغییر تکانه است. خط نگرش: نیروی متوسط وارد بر جسم برابر $F_{av} = \frac{\Delta P}{\Delta t}$ است بنابراین شما باید به

کمک سطح زیر نمودار $F-t$ ، تغییر تکانه را به دست آورده سپس F_{av} را حساب کنید.



۱ تغییر تکانه خواهد شد:

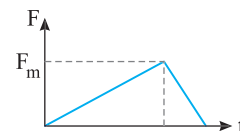
$$\Delta P = S \Rightarrow \Delta P = \frac{20 \times 10^{-3} \times 1/5 \times 10^{-3}}{2} \Rightarrow \Delta P = 15 \text{ kg.m/s}$$

۲ نیروی خالص متوسط وارد بر جسم را حساب می‌کنیم.

$$F_{av} = \frac{\Delta P}{\Delta t} = \frac{15}{1/5 \times 10^{-3}} \Rightarrow F_{av} = 10^4 \text{ N}$$

۱ میانبر: در نمودارهایی مثلثی شکل مانند شکل روبه‌رو نیروی متوسط نصف بیشینه نیروی وارد بر جسم است.

$$F_{av} = \frac{F_{\max}}{2}$$



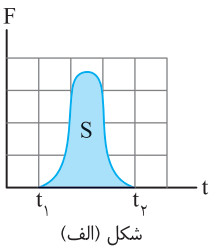
B ۱۰۶۶

۱ یادآوری: ممکن است نیروی وارد بر جسم متغیر باشد اما هم چنان سطح محصور بین نمودار نیرو - زمان و محور زمان برابر تغییر تکانه است. $S = \Delta P$ با توجه به قانون دوم نیوتون خواهیم داشت.

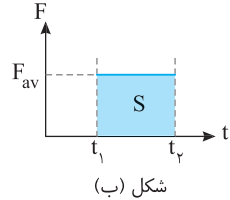
$$F_{av} = \frac{\Delta P}{\Delta t} \Rightarrow \Delta P = F_{av} \Delta t$$

بنابراین نمودار نیروی متوسط بر حسب زمان مطابق شکل روبه‌رو است. در نتیجه سطح این مستطیل نیز برابر تغییر تکانه است.

۲ نتیجه: مقدار نیروی متوسط (F_{av}) به گونه‌ای که مساحت مستطیل زیر F_{av} با



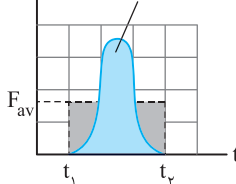
شکل (الف)



شکل (ب)

مساحت سطح زیر نمودار نیروی واقعی متغیر شکل (الف) برابر است. تغییر تکانه ناشی از نیروی متوسط برابر با تغییر

تکانه نیروی واقعی متغیر با زمان است.



شکل (ب)

با توجه به یادآوری، ابتدا مساحت مستطیل F_{av} را حساب می‌کنیم.

$$S_{F_{av}} = 10 \times 2 = 20 \text{ kg.m/s}$$

این مساحت با مجموع S_1 و S_2 برابر است از این‌رو:

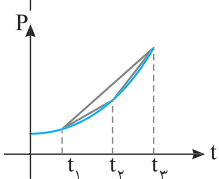
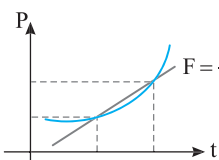
$$S_{av} = S_1 + S_2$$

$$20 = 8 + S_2 \Rightarrow S_2 = 12 \text{ kg.m/s}$$

A ۱۰۶۷

۱ نکته: شیب خط قاطع در نمودار تکانه - زمان برابر نیروی متوسط وارد بر جسم است.

خطهای قاطع نمودار در بازه‌های زمانی t_1 تا t_2 ، t_1 تا t_3 و t_2 تا t_3 را رسم می‌کنیم. شیب خط قاطع در بازه t_1 تا t_2 از شیب خطوط قاطع دیگر بیشتر است بنابراین نیروی متوسط وارد بر جسم در این بازه بزرگ‌تر است.



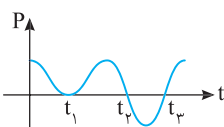
A ۱۰۶۸

۱ نکته: با توجه به تعریف تکانه ($\vec{P} = m\vec{v}$)، چگونگی تغییر تکانه دقیقاً شبیه چگونگی تغییر سرعت است. یعنی اگر سرعت صفر باشد تکانه صفر است و بالعکس. اگر

تکانه مثبت باشد سرعت مثبت و اگر تکانه منفی باشد، سرعت منفی است.

اگر تکانه صفر شده و تغییر علامت دهد، سرعت نیز در همان لحظه صفر شده و تغییر علامت می‌دهد. بنابراین برای اینکه مشخص کنیم متحرک چند بار تغییر جهت داده است باید تعداد دفعاتی که تکانه تغییر علامت می‌دهد را بشماریم.

در لحظه t_1 و t_2 نمودار تکانه محور زمان را قطع کرده یعنی تکانه تغییر جهت داده است بنابراین در این دو لحظه متحرک تغییر جهت می‌دهد.



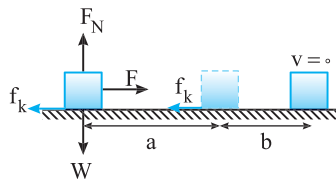
۲ نیروی اصطکاک بین سطح و جسم را حساب می‌کنیم.

$$f_k = \mu_k F_N \xrightarrow{\mu_k = 0.2} f_k = 0.2 \times 20 = 4 \text{ N}$$

۳ نیروی F خواهد شد:

$$F_{net} = F - f_k \Rightarrow 2 = F - 4 \Rightarrow F = 6 \text{ N}$$

خط فکری به نمودار نگاه کنید بنا به فرض مسئله بعد از لحظه $t = 1.5 \text{ s}$ نیروی F حذف شده است و بنا به قانون اول نیوتون باید جسم با همان تکانه 3 kgm/s به حرکت خود ادامه دهد اما پس از قطع F در مدت 0.5 s جسم متوقف شده است، بنابراین باید سطح افقی دارای اصطکاک باشد و این اصطکاک جسم را متوقف کند. از این رو شما ابتدا در بازه 1.5 s تا 2.0 s نیروی اصطکاک را به دست آورید سپس در بازه 0.5 s به کمک نمودار نیروی خالص (F_{net}) وارد بر جسم را حساب کنید تا بتوانید نیروی F را به دست بیاورید.



نکته شیب نمودار تکانه - زمان برابر نیروی خالص وارد بر جسم است.

۱ در بازه 1.5 s تا 2.0 s تنها نیروی مؤثر اصطکاک است بنابراین خواهیم داشت:

$$f_k = \frac{0 - 3}{2.0 - 1.5} \Rightarrow f_k = -6 \text{ N}$$

۲ در بازه صفر تا 1.5 s دو نیرو یکی F و دیگری f_k بر جسم وارد می‌شود (W) و F_{net} یکدیگر را خنثی می‌کنند، نیروی خالص را از روی شیب نمودار $P-t$ به دست می‌آوریم.

$$F_{net} = \frac{3 - 0}{1.5 - 0} \Rightarrow F_{net} = 2 \text{ N}$$

۳ نیروی F خواهد شد:

$$F_{net} = F - f_k \Rightarrow 2 = F - 6 \Rightarrow F = 8 \text{ N}$$

خط فکری نمودار سهمی است و سهمی نسبت به محور قائم گذرا از رأس دارای تقارن است و معادله تکانه - زمان تابع درجه ۲ است. باید از این ویژگی سهمی استفاده کرد.

۱ یکی از ریشه‌های معادله تکانه -

زمان $t = 6 \text{ s}$ است. با توجه به تقارن سهمی باید ریشه دیگر آن $t = -2$ باشد.

۲ معادله سهمی را می‌نویسیم و مختصات رأس سهمی را در آن قرار می‌دهیم.

$$P = A(t-6)(t+2) \xrightarrow{P=16 \text{ kgm/s}, t=2} 16 = A(2-6)(2+2) \Rightarrow A = -1$$

۳ معادله سهمی کامل شد:

$$P = -(t-6)(t+2) \Rightarrow P = -t^2 + 4t + 12$$

۴ تکانه اولیه جسم با توجه به معادله آن $P_0 = 12 \text{ kgm/s}$ است بنابراین سرعت اولیه آن خواهد شد.

$$P = mv \xrightarrow{m=2 \text{ kg}} 12 = 2v \Rightarrow v_0 = 6 \text{ m/s}$$

A ۱۰۶۹

تکانه حاصل ضرب جرم جسم در سرعت جسم است ($\vec{P} = m\vec{v}$) بنابراین، تغییرات تکانه عیناً شبیه تغییرات سرعت است. یعنی هر جا تکانه در حال کاهش است، سرعت در حال کاهش است و هر جا سرعت تغییر جهت دهد، تکانه تغییر جهت می‌دهد و ... در نتیجه در لحظه t_1 بزرگی تکانه در حال افزایش است و حرکت تندشونده است پس گزینه (۱) درست است. دقت کنید در بازه صفر تا t_1 بزرگی تکانه ابتدا در حال کاهش و سپس در حال افزایش است. پس حرکت ابتدا کندشونده و سپس تندشونده است و گزینه (۴) نادرست است. در لحظه t_2 بزرگی تکانه در حال کاهش است و حرکت کندشونده است، پس گزینه (۲) نادرست است. بین t_1 و t_2 تکانه صفر نشده پس سرعت نیز صفر نشده و گزینه (۳) نادرست است.

بازر با سوال متحرکی به جرم ثابت بر خط راست در حال حرکت است و نمودار تکانه بر حسب زمان آن مطابق شکل روبه‌رو است. کدام گزینه، به ترتیب از راست به چپ، درباره تغییرات سرعت و تغییرات شتاب این متحرک درست است؟

(۱) سرعت آن در حال افزایش و شتاب آن ثابت است.
 (۲) سرعت آن ثابت و شتاب آن در حال افزایش است.
 (۳) سرعت و شتاب هر دو در حال افزایش هستند.
 (۴) سرعت و شتاب هر دو ثابت هستند.

پایسج نمودار خط راست است و با گذشت زمان تکانه و در نتیجه سرعت افزایش می‌یابد. شیب نمودار ثابت است یعنی نیروی خالص وارد بر جسم و در نتیجه شتاب جسم ثابت است.

A ۱۰۷۰

راه حل اول: شتاب متوسط برابر است با

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \text{ پس در } t=4 \text{ s و } t=2 \text{ s}$$

ابتدا سرعت‌ها را به دست می‌آوریم:

$$P_1 = mv_1 \Rightarrow 3 = 2 \times v_1 \Rightarrow v_1 = 1.5 \text{ m/s}$$

$$P_2 = mv_2 \Rightarrow 0 = 2 \times v_2 \Rightarrow v_2 = 0$$

شتاب را حساب می‌کنیم:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-1.5}{2} = -0.75 \text{ m/s}^2$$

راه حل دوم: شیب خط نمودار تکانه زمان برابر نیروی متوسط وارد بر جسم است، شیب نمودار را در بازه $t=2 \text{ s}$ تا $t=4 \text{ s}$ به دست می‌آوریم.

$$F_{av} = \frac{\Delta P}{\Delta t} = \frac{-3}{2} = -1.5 \text{ N}$$

به کمک قانون دوم نیوتون شتاب متوسط را حساب می‌کنیم.

$$F_{av} = ma_{av} \Rightarrow -1.5 = 2 \times a_{av} \Rightarrow a_{av} = -0.75 \text{ m/s}^2$$

B ۱۰۷۱

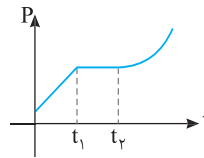
نکته شیب نمودار $P-t$ برابر نیروی خالص وارد بر جسم است.

۱ از روی شیب نمودار نیروی خالص وارد بر جسم را به دست می‌آوریم.

$$F_{net} = \frac{6 - 0}{3 - 0} \Rightarrow F_{net} = 2 \text{ N}$$

B ۱۰۷۴ ۳

نکته: شیب نمودار مکان - زمان برابر نیروی خالص وارد بر جسم است.



باید شیب نمودار را بررسی کنیم.

در بازه صفر تا t_1 نمودار $P-t$ خط راست مایل

است بنابراین نیرو مقدار ثابتی است و در بازه t_1 تا

t_2 ، تکانه ثابت بوده و نیروی وارد بر جسم صفر

است. سرانجام در $t > t_2$ نمودار $P-t$ منحنی است یعنی شیب خط مماس بر نمودار

در حال تغییر است که این توضیحات تنها با شکل (۳) همخوانی دارد.

B ۱۰۷۵ ۳

بنا به قانون سوم نیوتون نیرویی که شخص به زمین و زمین به شخص وارد می‌کند هم‌اندازه و خلاف جهت هم‌اند و زمان اثر این نیروها یکی است. از این رو می‌توان نوشت:

$$F_1 = -F_2 \xrightarrow{F=ma} m_1 a_1 = -m_2 a_2 \xrightarrow{a = \frac{v-v_0}{t}}$$

$$m_1 \frac{v_1 - v_0}{t} = -m_2 \frac{v_2 - v_0}{t} \Rightarrow m_1 v_1 = -m_2 v_2 \Rightarrow P_{شخص} = -P_{زمین}$$

بنابراین گزینه (۳) درست است. البته تکانه زمین خلاف جهت تکانه شخص است.

B ۱۰۷۶ ۳

یادآوری: قانون اول نیوتون بیان می‌کند که هرگاه نیروی خالص بر جسم وارد نشود،

اگر جسم ساکن باشد ساکن می‌ماند و اگر در حال حرکت باشد به حرکت روی خط راست با سرعت ثابت ادامه می‌دهد.

از دید ناظر، قانون اول نیوتون در مورد جسم صادق بوده است یعنی نیروی خالص وارد

$$\vec{F} = \frac{\Delta \vec{P}}{\Delta t} \xrightarrow{F=0} \Delta \vec{P} = 0$$

بر جسم صفر است. از این رو:

B ۱۰۷۷ ۲

خط فکری: دقیقاً با یک مسئله حرکت‌شناسی سروکار داریم. باید معادله‌های

حرکت را نوشته برابر قرار دهیم و زمان رسیدن دو خودرو به یکدیگر را بیابیم، سپس به کمک معادله سرعت - زمان، سرعت هریک را در لحظه برخورد حساب کنیم و سرانجام

تکانه دو متحرک را به دست بیاوریم.

۱ ابتدا معادله دو متحرک را می‌نویسیم، مکان B را مبدأ در نظر گرفته و سمت

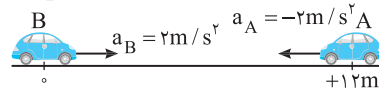
راست را جهت مثبت اختیار می‌کنیم (به علامت شتاب‌ها و سرعت دقت کنید):

$$x_B = \frac{1}{2} a_B t^2 + v_{0,B} t + x_{0,B} \Rightarrow x_B = t^2$$

$$x_A = \frac{1}{2} a_A t^2 + v_{0,A} t + x_{0,A} \Rightarrow x_A = -t^2 - 10t + 12$$

$$v_{0,A} = -10 \text{ m/s}$$

$$v_{0,B} = 0$$



۲ هنگام رسیدن دو متحرک به هم $x_A = x_B$ می‌شود بنابراین:

$$t^2 = -t^2 - 10t + 12 \Rightarrow 2t^2 + 10t - 12 = 0 \Rightarrow t^2 + 5t - 6 = 0$$

$$\Rightarrow (t+6)(t-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 1 \text{ s} \\ t = -6 \text{ s} \quad (\text{غ.ق.ق.}) \end{cases}$$

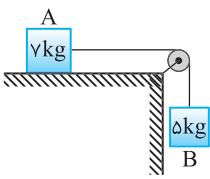
۳ حال سرعت متحرک‌ها را با استفاده از رابطه $v = at + v_0$ به دست می‌آوریم.

$$\begin{cases} v_A = -2t - 10 \xrightarrow{t=1 \text{ s}} v_A = -12 \text{ m/s} \\ v_B = 2t \xrightarrow{t=1 \text{ s}} v_B = 2 \text{ m/s} \end{cases}$$

۴ تکانه هر متحرک خواهد شد:

$$\begin{cases} P_A = mv_A \Rightarrow P_A = -12 \text{ m} \\ P_B = mv_B \Rightarrow P_B = 2 \text{ m} \end{cases} \Rightarrow \frac{P_B}{P_A} = \frac{2}{-12} = -\frac{1}{6}$$

A ۱۰۷۸ ۲



خط فکری: نکته مهم در حل این مسئله این

است که دو جسم با یک ریسمان به هم متصل هستند

و بعد از رها شدن، اگر جسم B، یک متر پایین بیاید

همزمان جسم A نیز یک متر جابه‌جا می‌شود یعنی در

هر لحظه تنیدی A با تنیدی B برابر است

و این نکته حل مسئله است. ($v_A = v_B$)

$$\begin{cases} P_A = m_A v \\ P_B = m_B v \end{cases} \Rightarrow \frac{P_A}{P_B} = \frac{m_A}{m_B} = \frac{4}{5} \Rightarrow \frac{P_A}{P_B} = 1/4$$

تکانه‌ها را نوشته برهم تقسیم می‌کنیم:

B ۱۰۷۹ ۱

نیروی کشسانی فنر وارد بر دو جسم برابر است و این نیرو بر هر دو جسم A و B در

مدت زمان یکسانی وارد می‌شود. از این رو می‌توانیم بنویسیم:

$$F_A = F_B \Rightarrow \frac{\Delta P_A}{\Delta t} = \frac{\Delta P_B}{\Delta t} \Rightarrow \Delta P_A = \Delta P_B$$

دو جسم از حال سکون رها شده‌اند و تکانه اولیه آن‌ها صفر است ($P_{0,A} = P_{0,B}$) بنابراین

$$P_A - P_{0,A} = P_B - P_{0,B} \Rightarrow P_A = P_B$$

تکانه نهایی آن‌ها با هم برابر است.

C ۱۰۸۰ ۳

خط فکری: در چه لحظه‌ای متحرک تغییر جهت می‌دهد؟ یعنی در چه لحظه‌ای

سرعت صفر شده و تغییر علامت می‌دهد؟ وقتی که سرعت صفر می‌شود، تکانه متحرک

نیز صفر می‌شود؛ بنابراین باید دنبال لحظه‌ای باشیم که تکانه صفر می‌شود.

نکته: سطح زیر نمودار نیرو - زمان برابر تغییر تکانه است.

۱ تکانه در لحظه $t = 2 \text{ s}$ را حساب می‌کنیم.

$$\Delta P = S \Rightarrow P - P_0 = 10 \times 2 + 5 \times 2 = 25 \text{ kgm/s} \Rightarrow P_1 - 0 = 25 \Rightarrow P_1 = 25 \text{ kgm/s}$$

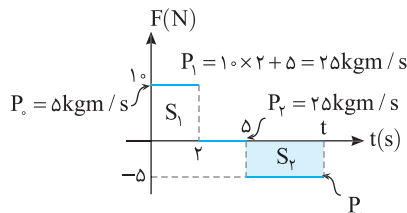
۲ در بازه $t = 2 \text{ s}$ تا $t = 5 \text{ s}$ نیرو صفر و تغییر تکانه صفر است و تکانه همچنان

است. $P_2 = 25 \text{ kgm/s}$

۳ بعد از $t = 5 \text{ s}$ باید لحظه‌ای را پیدا کنیم که تکانه صفر می‌شود. برای این که این

اتفاق بیافتد باید مساحت سطح S_2 برابر -25 kgm/s شود.

$$S_2 = -25 \Rightarrow -\Delta(t-5) = -25 \Rightarrow t = 10 \text{ s}$$



B ۱۰۸۱ ۲

خط فکری: نیرو متغیر است ($F = 4t - 4$) و برای یافتن تغییر تکانه باید نمودار

نیرو - زمان را رسم کرده و به کمک سطح محصور بین نمودار نیرو - زمان با محور زمان

تکانه را حساب کنیم.

۱ برای رسم خط $F = 4t - 4$ کافی است یکبار

$t = 0$ و یکبار $t = 3 \text{ s}$ را در معادله قرار داد و دو نقطه

به دست آمده را روی صفحه به هم وصل کنیم.

$$F = 4t - 4 \Rightarrow t = 0 \Rightarrow F = -4 \text{ N}, t = 1 \text{ s} \Rightarrow F = 0$$

$$t = 3 \text{ s} \Rightarrow F = 4 \times 3 - 4 = 8 \text{ N}$$

۲ جسم از حال سکون راه افتاده و تکانه اولیه آن صفر است. با محاسبه مساحت،

تکانه را به دست می‌آوریم.

$$\Delta P = S_1 + S_2 = -\frac{4 \times 1}{2} + \frac{8 \times 2}{2} = 6 \text{ kgm/s}$$

$$\Rightarrow P - P_0 = 6 \xrightarrow{P_0=0} P = 6 \text{ kgm/s}$$

پنجره ۳ روبه روی ۴

۴ ۱۰۸۳ B

در فیزیک (۱) رابطه $K = \frac{1}{2}mv^2$ را برای انرژی جنبشی و در فیزیک (۲) رابطه $P = mv$ را برای تکانه یاد گرفته‌اید که از ترکیب این دو رابطه، می‌توان نتیجه گرفت:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow K = \frac{1}{2} \frac{m^2 v^2}{m} \Rightarrow K = \frac{P^2}{2m}$$

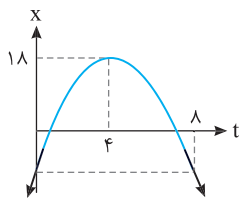
با توجه به فرض مسئله:

$$K_B = \Delta K_A \Rightarrow \frac{P_B^2}{2m_B} = \Delta \frac{P_A^2}{2m_A} \Rightarrow \frac{P_A = P_B}{m_A} \rightarrow \frac{m_A}{m_B} = \Delta$$

نمای ۲۶

۳ ۱۰۸۳ B

یادآوری ریاضی نمودار سهمی نسبت به خط قائم گذرا از رأس سهمی متقارن است مثلاً مکان ۲s قبل از رأس با مکان ۲s بعد از رأس با هم برابر می‌باشد. هم‌چنین شیب خط مماس نیز به همین شکل است یعنی قدرمطلق شیب خط ۲s قبل از رأس با ۲s بعد از رأس یکسان می‌باشد و تنها علامت شیب متفاوت است.



نکته شیب خط مماس بر نمودار

مکان - زمان برابر سرعت جسم است.

به نمودار نگاه کنید. با توجه به رأس سهمی

($t=4$) لحظات $t=0$ و $t=8$ نسبت به

رأس تقارن دارند بنابراین شیب خط مماس

در این دو نقطه هم‌اندازه و قرینه هم هستند

یعنی سرعت متحرک در این دو لحظه یکی است و با توجه به تعریف تکانه ($P=mv$)

اندازه تکانه در $t=0$ و $t=8$ برابر است.

نمای ۲۸

۳ ۱۰۸۳ A

بازه زمانی $t_1 = \frac{1}{4}s$ تا $t_2 = \frac{5}{4}s$ را حساب می‌کنیم.

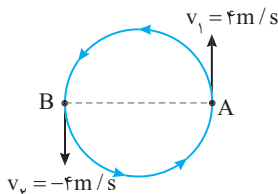
$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{5}{4} - \frac{1}{4} \Rightarrow \Delta t = 1s$$

جسم در هر ۲s یک دور کامل یعنی 2π روی دایره می‌چرخد. بنابراین چرخش جسم در مدت ۱s خواهد شد.

$$\frac{2s}{1s} \mid \frac{2\pi}{?} \Rightarrow ? = \pi$$

متحرک در ۱s نیم‌دایره را می‌چرخد یعنی اگر در لحظه $t_1 = \frac{1}{4}s$ در نقطه A باشد در

لحظه $t_2 = \frac{5}{4}s$ از نقطه B می‌گذرد.



نکته سرعت در هر نقطه از مسیر بر مسیر حرکت مماس است.

بردارهای درست را رسم می‌کنیم. اگر $v_1 = +4m/s$ در نظر بگیریم $v_2 = -4m/s$

خواهد بود بنابراین:

$$|\Delta v| = |\vec{v}_2 - \vec{v}_1| = |-4 - 4| = 8m/s$$

$$|\Delta P| = m|\Delta v| \Rightarrow |\Delta P| = 16kgm/s$$

نمای ۲۴

۱ ۱۰۸۲ C

فکری باید ابتدا درباره سکون و حرکت

جسم فکر کنیم. برای این منظور نیروی اصطکاک

آستانه حرکت را به دست می‌آوریم و تا لحظه‌ای که

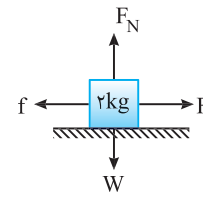
$F \leq f_{max}$ جسم ساکن می‌ماند و پس از آن

لحظه جسم به حرکت درمی‌آید، سپس باید نیروی

خالص بر حسب زمان را نوشته و نمودار آن را رسم

کنید و مسئله را حل کنید.

۱ نیروی اصطکاک آستانه حرکت خواهد شد:



$$f_{smax} = \mu_s F_N \xrightarrow{F_N = W = 2 \times 10 = 20N, \mu_s = 0.5} f_{smax} = 0.5 \times 20 = 10N$$

۲ اکنون باید لحظه‌ای که نیروی F برابر $10N$ می‌شود را مشخص کنیم.

$$F = 4t + 6 \Rightarrow 10 = 4t + 6 \Rightarrow 4t = 4 \Rightarrow t = 1s$$

بعد از لحظه $t = 1s$ جسم به حرکت در می‌آید.

۳ از لحظه $t = 1s$ به بعد نیروی اصطکاک وارد بر جسم، نیروی اصطکاک جنبشی

$$f_k = \mu_k F_N \xrightarrow{\mu_k = 0.2} f_k = 0.2 \times 20 = 4N = f_k$$

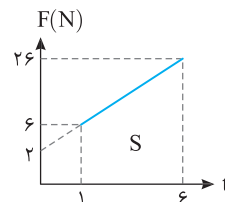
۴ معادله نیروی خالص وارد بر جسم بر حسب زمان خواهد شد.

$$F_{net} = F - f_k \Rightarrow F_{net} = 4t + 6 - 4 \Rightarrow F_{net} = 4t + 2$$

۵ نمودار نیروی خالص بر حسب زمان را رسم می‌کنیم. البته از لحظه $t = 1s$ به بعد

که متحرک به راه می‌افتد.

$$\Delta P = S = (6 + 26) \times \frac{1}{2} \Rightarrow \Delta P = 16kgm/s$$



۶ تکانه در لحظه $t = 6s$ برابر خواهد شد با:

$$\Delta P = P - P_0 \xrightarrow{P_0 = 0} 16 = P - 0 \Rightarrow P = 16kgm/s$$

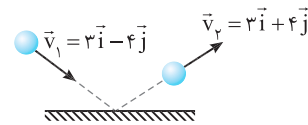
۷ تندی در لحظه $t = 6s$ را به دست می‌آوریم.

$$P = mv \Rightarrow 16 = 4v \Rightarrow v = 4m/s$$

۴ ۱۰۸۳ C

۱ بردار تغییر سرعت جسم را به دست می‌آوریم:

$$\Delta \vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1 = 3\vec{i} + 4\vec{j} - 3\vec{i} + 4\vec{j} \Rightarrow \Delta \vec{v} = 8\vec{j}$$



۲ تغییر تکانه جسم را حساب می‌کنیم:

$$\Delta \vec{P} = m\Delta \vec{v} \xrightarrow{m = 0.2kg} \Delta \vec{P} = 0.2 \times 8\vec{j} \Rightarrow \Delta \vec{P} = 1.6\vec{j}$$

۳ نیروی خالص وارد بر توپ خواهد شد:

$$F_{net} = \frac{\Delta \vec{P}}{\Delta t} \xrightarrow{\Delta t = 0.4s} \vec{F}_{net} = \frac{1.6\vec{j}}{0.4} \Rightarrow \vec{F}_{net} = 4\vec{j}$$

۴ نیروی وزن رو به پایین است و بر حسب \vec{i} و \vec{j} خواهد شد:

$$W = mg = 0.2 \times 10 = 2N \Rightarrow W = -2\vec{j}$$

۵ نیرویی که سطح بر توپ وارد می‌کند را به دست می‌آوریم:

$$\vec{F}_{net} = \vec{F}_N + \vec{W} \Rightarrow 4\vec{j} = \vec{F}_N - 2\vec{j} \Rightarrow \vec{F}_N = 6\vec{j}$$

۳ ۱۰۸۳ B

۴

عددی که نیروسنج نشان می‌دهد، همان نیروی عمودی سطح F_N است.



حالت اول: نیروهای وارد بر شخص را رسم می‌کنیم.
(۱) نیروی وزن (۲) نیروی عمودی سطح
آسانسور از حال سکون رو به بالا شروع به حرکت می‌کند. بنابراین
 $F_N > W$ بوده و بنا به قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت:

$$F_{net} = ma \Rightarrow F_N - mg = ma \xrightarrow{m=60kg} \\ F_N - 600 = 60a \Rightarrow F_N = 600 + 60a \quad (I)$$

حالت دوم: آسانسور از حال سکون رو به پایین شروع به حرکت می‌کند، در نتیجه
 $W > F_N$ است و بنا به قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت:

$$F'_{net} = ma' \xrightarrow{a'=2a} mg - F'_N = m(2a) \Rightarrow F'_N = 600 - 120a \quad (II)$$

با توجه به فرض مسئله خواهیم داشت:

$$F_N - F'_N = 270 \xrightarrow{(I),(II)} 600 + 60a - (600 - 120a) = 270$$

$$180a = 270 \Rightarrow a = \frac{3}{2} m/s^2$$

میانبر

هرگاه آسانسور با شتاب a و a' به ترتیب از حال سکون رو به بالا و رو
به پایین شروع به حرکت کند، اختلاف عددی که ترازو نشان می‌دهد برابر است با:

$$F_N - F'_N = m(|a| + |a'|)$$

نمای ۲۳

۴ ۱۰۸۳ B

۵

حل مسئله را از قسمت دوم یعنی حذف نیروی F شروع می‌کنیم:

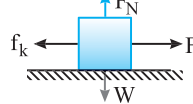
۱ پس از قطع نیروی F ، جسم تحت تأثیر نیروی اصطکاک می‌ایستد شتاب توقف
جسم را به کمک معادله‌ای مستقل از شتاب به دست می‌آوریم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - 25 = 2a(4) \\ \Rightarrow a = -\frac{25}{8} m/s^2$$

۲ با توجه به قانون دوم نیوتون نیروی اصطکاک را حساب می‌کنیم:

$$F_{net} = ma \Rightarrow -f_k = ma \Rightarrow -f_k = 4 \times \left(-\frac{25}{8}\right) \Rightarrow f_k = 12.5 N$$

۳ اکنون به قسمت اول مسئله که در آن



سرعت ثابت بوده و نیروها متوازن هستند
برمی‌گردیم و نیروی F را به دست می‌آوریم:

$$F_{net} = 0 \Rightarrow F = f_k \Rightarrow F = 12.5 N$$

نمای ۱۷

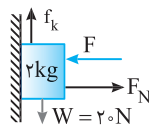
۱ ۱۰۸۳ B

۶

۱ جسم با تندی ثابت رو به پایین می‌لغزد
بنابراین نیروهای وارد بر آن متوازن است.

$$F_{net,y} = 0 \Rightarrow f_k = W \Rightarrow f_k = 20 N$$

$$F_{net,x} = 0 \Rightarrow F_N = F$$



۲ اگر نیروی F ، برابر شود، در این صورت نیروی عمودی سطح نیز $\frac{3}{4}$ برابر
می‌شود.

$$F'_N = \frac{3}{4} F_N$$

۳ نیروی اصطکاک ($f_k = \mu_k F_N$) در حالت جدید نیز $\frac{3}{4}$ برابر حالت اول خواهد

$$f'_k = \frac{3}{4} f_k \Rightarrow f'_k = \frac{3}{4} \times 20 \Rightarrow f'_k = 15 N$$

شد:

۴ به کمک قانون دوم نیوتون شتاب حرکت را حساب می‌کنیم.

$$F_{net} = ma \Rightarrow mg - f'_k = ma \Rightarrow 20 - 15 = 2a \Rightarrow a = -2.5 m/s^2$$

۵ بنابراین با افزایش F ، با شتاب $-2.5 m/s^2$ از سرعت جسم کاسته می‌شود:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta y \Rightarrow 0 - 100 = -10\Delta y \Rightarrow \Delta y = 10 m$$

نمای ۱۸

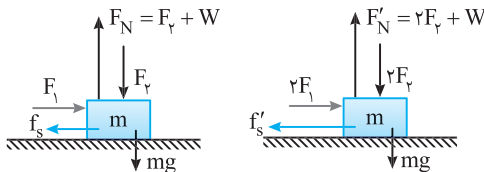
۲ ۱۰۸۳ B

۷

خط فکری

وقتی در صورت تست کلمه «جسم ساکن» یا «سرعت ثابت» دیدید
بلافاصله بالای آن $F_{net} = 0$ را بنویسید سپس به بررسی نیروهای وارد بر جسم
بپردازید. به جسم نیروی افقی وارد شده اما جسم بر سطح افقی ساکن مانده است پس
سطح دارای اصطکاک است و این نکته مهمی است که شما باید به آن دقت کنید.

یادآوری: نیرویی که سطح به جسم وارد می‌کند برابری دو نیروی اصطکاک و نیروی
عمودی سطح است.



حالت اول: بر جسم نیروی افقی F_1 وارد می‌شود اما جسم ساکن بوده و $F_{net} = 0$
است. بر جسم نیروی اصطکاک ایستایی خلاف نیروی F_1 وارد می‌شود که با F_1 برابر
است. در این صورت نیرویی که سطح به جسم وارد می‌کند برابر است با:

$$\begin{cases} F_1 = f_s \\ F_N = F_y + W \end{cases} \Rightarrow R = \sqrt{(F_1)^2 + (F_y + W)^2}$$

حالت دوم: با دو برابر شدن نیروی F_1 و F_y جسم ساکن مانده است بنابراین در این
حالت اصطکاک ایستایی برابر است با:

$$F'_N = 2F_y + W$$

و نیروی عمودی سطح در این حالت خواهد شد:

نیرویی که سطح بر جسم وارد می‌کند برابر است با:

$$R' = \sqrt{(f'_s)^2 + (F'_N)^2} \Rightarrow R' = \sqrt{(2F_1)^2 + (2F_y + W)^2}$$

$$k = \frac{R'}{R} = \frac{\sqrt{(2F_1)^2 + (2F_y + W)^2}}{\sqrt{(F_1)^2 + (F_y + W)^2}}$$

صورت این کسر از مخرج آن بزرگ‌تر است اما دو برابر آن نیست، $1 < k < 2$ و گزینه (۲) درست
است. برای سادگی در ذهن خود $F_1 = 1$ و $F_y = 1$ و $W = 1$ قرار دهید و k را بررسی کنید:

$$k = \frac{\sqrt{(2)^2 + (2+1)^2}}{\sqrt{1+(1+1)^2}} = \frac{\sqrt{13}}{\sqrt{5}} = \sqrt{2.6} < 2 \Rightarrow 1 < k < 2$$

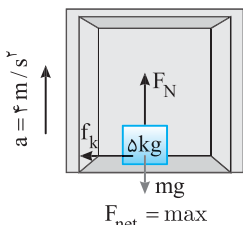
نمای ۱۹

۴ ۱۰۸۳ C

۸

خط فکری

جسم را روی کف آسانسور پرت کرده‌ایم، بنابراین نیروی جلویی صفر
است. تنها نیروی مؤثر در امتداد افقی، نیروی اصطکاک جنبشی است که بر جسم در
خلاف جهت حرکت اثر کرده و آن را متوقف می‌کند. شما باید ابتدا نیروی عمودی سطح
وارد بر جسم را حساب کنید و سپس اصطکاک را به دست بیاورید تا بتوانید به کمک
قانون دوم نیوتون شتاب را مشخص کنید.



۱ ابتدا نیروی عمودی سطح وارد شده به
جسم را به دست می‌آوریم:

$$F_{net,y} = ma_y \Rightarrow F_N - mg = ma_y$$

$$\Rightarrow F_N - 50 = 20 \Rightarrow F_N = 70 N$$

۲ بنابراین نیروی اصطکاک وارد بر جسم برابر

$$\text{است با: } f_k = \mu_k F_N = 0.2 \times 70 = 14 N$$

۳ به کمک قانون دوم نیوتون شتاب توقف جسم روی کف آسانسور را به دست

$$\text{می‌آوریم: } F_{net} = ma_x \Rightarrow -f_k = ma \Rightarrow -14 = 5a \Rightarrow a = -2.8 m/s^2$$

۴ حال با توجه به رابطه $v = at + v_0$ زمان توقف را به دست می‌آوریم:

$$0 = -2.8t + 7 \Rightarrow t = \frac{7}{2.8} = \frac{5}{2} = 2.5 s$$

نمای ۲۳

دوره حرکت دورانی زمین $T_E = 24h$ و دوره عقربه ساعت شمار $T_h = 12h$ است. از

$$\frac{T_E}{T_h} = \frac{24}{12} = 2$$

این رو خواهیم داشت:

۳ ۱۰۸۶ B

دوره برابر $\frac{1}{\Delta S}$ است. تعداد دورها خواهد شد:

$$N = \frac{t}{T} \Rightarrow N = \frac{15}{\frac{1}{5}} = 75$$

این متحرک ۳۰ بار محیط دایره را طی کرده است و محیط دایره 2π رادیان است. در

دور ۱	2π
دور ۳۰	θ

این صورت:

۳ ۱۰۸۷ A

تمام نقاط روی دیسک به همراه دیسک با یک دوره می چرخند. با توجه به رابطه تندی در حرکت دایره‌ای $v = \frac{2\pi r}{T}$ هر چه فاصله از مرکز بیشتر باشد (r شعاع چرخش بزرگتر باشد) تندی ذره بیشتر است.

۱ ۱۰۸۸ A

دوره را به دست می آوریم:

$$T = \frac{t}{N} \quad t=60s \text{ و } N=3000 \rightarrow T = \frac{60}{3000} \Rightarrow T = \frac{1}{50} s$$

تندی نوک پره بالگرد برابر است با:

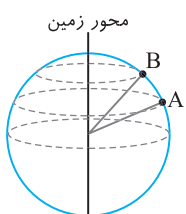
$$v = \frac{2\pi r}{T} \quad r=1m \rightarrow v = \frac{2 \times 3.14 \times 1}{\frac{1}{50}} \Rightarrow v = 314 m/s$$

۴ ۱۰۸۹ A

زمین حول محور خود دارای حرکت دورانی است که به آن حرکت وضعی زمین می گویند و دوره آن $24h$ است.

دوره جسم A و دوره جسم B برابر دوره چرخش زمین به دور محور خود و برابر با 24 ساعت است.

یعنی دوره جسم A و B با هم برابر است: $\frac{T_A}{T_B} = 1$



۳ ۱۰۹۰ B

خط فکری تمام نقاط روی زمین به همراه کره زمین حول محور زمین می چرخند و دوره حرکت همه آن‌ها $24h$ است. هر چه نقاط به محور زمین نزدیکتر باشند، تندی آن‌ها (کمتر است) $(v = \frac{2\pi r}{T})$ کمتر است و نقاط روی خط استوا بیشترین تندی را دارند. برای به دست آوردن تندی ذره‌ای واقع بر مدار 37° باید شعاع مدار را پیدا کنید و سپس تندی را به دست بیاورید.

نکته مدارها دایره‌های فرضی هستند که به موازات استوا روی کره جغرافیایی رسم می‌شوند. مدار استوا را صفر می‌گیریم درجه و مدارها از استوا تا قطب بین 0° تا 90° تقسیم می‌شوند.

در شکل روبه‌رو مدار 37° رسم شده است شعاع این مدار خواهد شد با:

$$\cos 37^\circ = \frac{r}{R_e} \Rightarrow r = R_e \cos 37^\circ$$

$$\Rightarrow r = 6400 \times \frac{4}{5} = 5120 km$$

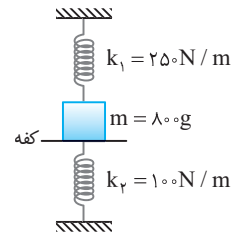
تندی نقاط واقع بر مدار 37° را حساب می‌کنیم.

$$v = \frac{2\pi r}{T} \Rightarrow v = 2 \times 3.14 \times \frac{5120}{24} \Rightarrow v = 1380 km/h$$

۴ ۱۰۸۳ B

۱ فنر شماره (۱)، $2cm$ کشیده شده و نیروی کشسانی آن رو به بالا است، اندازه این نیرو را حساب می‌کنیم.

$$F_{e_1} = kx_1 \Rightarrow F_{e_1} = 250 \times \frac{2}{100} \Rightarrow F_{e_1} = 5N$$



۲

۲ فنر شماره (۲) با پایین آمدن وزنه فشرده می‌شود بنابراین نیروی کشسانی آن نیز رو به بالاست و اندازه آن خواهد شد:

$$F_{e_2} = kx_2 \Rightarrow F_{e_2} = 100 \times \frac{2}{100} \Rightarrow F_{e_2} = 2N$$

۳ بنابراین بر وزنه، نیروی وزن ($W = \lambda N$) رو به پایین و دو نیروی $F_{e_1} = 5N$ و $F_{e_2} = 2N$ رو به بالا وارد می‌شود در نتیجه شتاب خواهد شد:

$$F_{net} = ma \Rightarrow W - (F_{e_1} + F_{e_2}) = ma$$

$$\Rightarrow \lambda - \gamma = 0 / \lambda a \Rightarrow a = \frac{1}{\lambda}$$

$$\Rightarrow a = 1/250 m/s^2$$

نمای ۲۰ و ۲۲

۳ ۱۰۸۳ A

۱۰ تنها نیروی مؤثر وارد بر گلوله در طول مسیر نیروی وزن است. با توجه به رابطه نیرو با آهنگ تغییر تکانه ابتدا تغییر تکانه جسم را به دست می‌آوریم.

$$F_{av} = \frac{\Delta P}{\Delta t} \quad F_{av} = mg \rightarrow mg = \frac{\Delta P}{\Delta t} \Rightarrow m \times 10 = \frac{\Delta P}{5} \Rightarrow \Delta P = 50m$$

با توجه به تعریف تکانه، تغییر سرعت را به دست می‌آوریم.

$$\Delta P = m\Delta v \Rightarrow 50m = m\Delta v \Rightarrow \Delta v = 50 m/s$$

نمای ۲۷

پنجره ۵

۲ ۱۰۸۴ A

یادآوری در حرکت دایره‌ای یکنواخت، مدت زمان لازم برای پیمودن یک دور محیط دایره را دوره می‌نامند. با توجه به صورت مسئله تعداد دورهای متحرک در هر $1 min = 60s$ برابر 20 دور است. دوره را با یک تناوب ساده به دست می‌آوریم.

دور ۲۰	$60s$
دور ۱	T

$$\Rightarrow T = \frac{60}{20} = 3s$$

میانبر

زمان سپری شده: $T = \frac{t}{N}$

تعداد دورها: N

۳ ۱۰۸۵ A

نکته ۱ دوره حرکت زمین به دور محور خودش: $24h$

نکته ۲ دوره حرکت عقربه ساعت شمار: $12h$

نکته ۳ دوره حرکت عقربه دقیقه شمار: $1h$

نکته ۴ دوره حرکت عقربه ثانیه شمار: $1h = 1 min = 60s$

۳ ۱۰۹۶ A

تکنه دوره جسمی که روی یک صفحه گردان به همراه آن می‌چرخد. با دوره صفحه برابر است.

دوره دو جسم واقع بر صفحه گردان، برابر با دوره چرخش صفحه است. بنابراین طبق رابطه شتاب مرکزگرا $(a = r \frac{4\pi^2}{T^2})$ جسمی که از مرکز دورتر بوده و شعاع چرخش آن بزرگ‌تر است، دارای شتاب مرکزگرای بیشتری است.

۳ ۱۰۹۷ B

با استفاده از محیط دایره شعاع چرخش ذره را به دست می‌آوریم:
 $2\pi r = 12 \Rightarrow r = 2m$
 ذره در هر دقیقه (۶۰s)، ۶ دور می‌چرخد بنابراین دوره حرکت برابر است با:

$$T = \frac{t}{N} = \frac{60}{6} = 10s$$

اکنون شتاب مرکزگرا به دست می‌آید:

$$a = r \frac{4\pi^2}{T^2} \Rightarrow a = 2 \times \frac{4 \times 9}{10^2} \Rightarrow a = \frac{18}{25} m/s^2$$

۱ ۱۰۹۸ A

ذره در هر ۵s، بیست دور می‌زند. بنابراین دوره خواهد شد:

$$T = \frac{t}{N} \Rightarrow T = \frac{5}{20} = \frac{1}{4}s$$

رابطه شتاب مرکزگرا و تندی متحرک در حرکت دایره‌ای یکنواخت را نوشته برهم تقسیم می‌کنیم و تندی را به دست می‌آوریم

$$a = r \frac{4\pi^2}{T^2} \Rightarrow \frac{a}{v} = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \frac{10}{v} = \frac{2\pi}{\frac{1}{4}} \Rightarrow v = 1/25 \pi m/s$$

$$v = r \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \frac{1}{4} = 2 \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = 4\pi$$

میانبر رابطه شتاب مرکزگرا و تندی: $(a = v \frac{2\pi}{T})$

۲ ۱۰۹۹ A

۱ به کمک رابطه شتاب مرکزگرا می‌توان نوشت:

۲ انرژی جنبشی جسم از رابطه $K = \frac{1}{2}mv^2$ به دست می‌آید از این رو خواهیم داشت:

$$K = \frac{1}{2}mra \xrightarrow{m=2 \times 10^{-2}g, K=10^{-2}J, r=5m} 10^{-2} = \frac{1}{2} \times 2 \times 10^{-2} \times 5 \times a$$

$$\Rightarrow a = 40 m/s^2$$

۴ ۱۱۰۰ B

تکنه هر گاه دوره حرکت دو متحرک که دارای حرکت دایره‌ای هستند برابر باشد، در بازه‌های زمانی یکسان، زاویه‌ای (کمانی) که روی محیط دایره طی می‌کنند با هم برابر است. برای آنکه نسبت انرژی جنبشی دو جسم را حساب کنیم ابتدا باید نسبت تندی دو جسم را به دست بیاوریم.

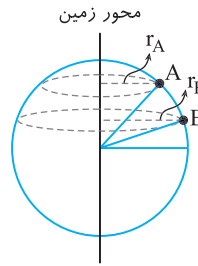
$$\begin{cases} v_1 = \frac{2\pi R_1}{T_1} \\ v_2 = \frac{2\pi R_2}{T_2} \end{cases} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{T_2}{T_1} \times \frac{R_1}{R_2}$$

$$\frac{T_1 = T_2}{R_1 = 2R, R_2 = R} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{2R}{R} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{4}{3}$$

نسبت انرژی جنبشی آن‌ها خواهد شد:

$$\frac{K_1}{K_2} = \frac{\frac{1}{2}m_1v_1^2}{\frac{1}{2}m_2v_2^2} \xrightarrow{m_1=m, m_2=4m} \frac{K_1}{K_2} = \left(\frac{m}{4m}\right) \left(\frac{4}{3}\right)^2 \Rightarrow \frac{K_1}{K_2} = \frac{4}{9}$$

۴ ۱۰۹۱ A



دوره تمام نقاط واقع بر سطح زمین با هم برابر و مساوی $T = 24h$ است. اما تندی متفاوت و وابسته به شعاع است، بنابراین باید شعاع چرخش هر نقطه را حول محور زمین به دست آوریم:

$$r_A = R \cos 60^\circ, r_B = R \cos 30^\circ$$

$$\frac{v_A}{v_B} = \frac{r_A \frac{2\pi}{T}}{r_B \frac{2\pi}{T}} = \frac{R \cos 60^\circ}{R \cos 30^\circ} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \frac{v_A}{v_B} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

میانبر تندی نقاط واقع بر مدار θ برابر است با: $v = \frac{2\pi}{T} R_e \cos \theta$

۱ ۱۰۹۲ A

یادآوری در حرکت دایره‌ای شتاب مرکزگرا از رابطه $a = \frac{v^2}{r}$ به دست می‌آید که در آن شعاع مسیر و تندی حرکت جسم است. با توجه به رابطه شتاب مرکزگرا با تندی جسم خواهیم داشت:

$$a = \frac{v^2}{r} \xrightarrow{v_A=v_B, r_A=r_B} a_A = a_B$$

۱ ۱۰۹۳ A

شتاب مرکزگرای دو متحرک یکسان است، از این رو می‌توان نوشت.

$$a_1 = a_2 \xrightarrow{a = \frac{v^2}{R}} \frac{v_1^2}{r_1} = \frac{v_2^2}{r_2} \xrightarrow{r_1=40m, r_2=80m} \frac{v_1^2}{40} = \frac{v_2^2}{80} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{2}$$

۴ ۱۰۹۴ A

۱ شتاب حرکت متحرک را در اختیار داریم، به کمک آن تندی جسم را به دست می‌آوریم:

$$a = \frac{v^2}{r} \Rightarrow \frac{5\pi}{2} = \frac{v^2}{10} \Rightarrow v = 5\pi m/s$$

۲ قوس $\frac{\pi}{3}$ رادیان برابر $\frac{1}{6}$ محیط است و مسافتی که متحرک در قوس $\frac{\pi}{3}$ طی می‌کند برابر است با:

$$\ell = \frac{1}{6}(2\pi r) = \frac{1}{6} \times 2\pi \times 10 = \frac{10\pi}{3} m$$

۳ به کمک تعریف تندی می‌توان زمان را به دست آورد.

$$v = \frac{\ell}{\Delta t} \Rightarrow 5\pi = \frac{\frac{10\pi}{3}}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{2}{3} s$$

بازر، با سؤال متحرکی با تندی ثابت $20\sqrt{2} m/s$ به صورت یکنواخت روی یک دایره در حال چرخیدن است. اگر متحرک در طی 2s به اندازه $\frac{\pi}{2}$

روی دایره بچرخد، شتاب آن چند متر بر مجذور ثانیه است؟ ($\pi \approx 3$)

$$15\sqrt{2} \quad (4) \quad 15 \quad (3) \quad 20\sqrt{2} \quad (2) \quad 20 \quad (1)$$

پایسج متحرک در مدت 2s به اندازه $\frac{\pi}{2}$ یعنی $\frac{1}{4}$ محیط دایره چرخیده

است، از این رو دوره حرکت آن $4 \times 2 = 8s$ است، بنابراین:

$$\begin{cases} a = r \frac{4\pi^2}{T^2} \\ v = r \frac{2\pi}{T} \end{cases} \Rightarrow a = v \left(\frac{2\pi}{T}\right) \Rightarrow a = 20\sqrt{2} \times \frac{2\pi}{8} \Rightarrow a = 15\sqrt{2} m/s^2$$

گزینه ۴

۴ ۱۰۹۵ A

تکنه در حرکت دایره‌ای یکنواخت بزرگی شتاب در تمام لحظه‌ها یکسان است. طبق صورت سؤال، بردار شتاب $\vec{a} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$ است بزرگی شتاب را به دست می‌آوریم:

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} \Rightarrow |\vec{a}| = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 m/s^2$$

تندی برابر خواهد شد با: $a = \frac{v^2}{R} \Rightarrow 5 = \frac{v^2}{4} \Rightarrow v = \sqrt{20} m/s$

در ربع دوم مؤلفه X شتاب مثبت و مؤلفه Y آن منفی است $a_y < 0$ و $a_x > 0$

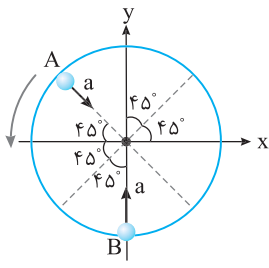
در ربع سوم مؤلفه Y و X شتاب هر دو مثبت هستند. $a_y > 0$ و $a_x > 0$

در ربع چهارم مؤلفه X شتاب منفی و مؤلفه Y آن مثبت است. $a_y > 0$ و $a_x < 0$

با توجه به این مطلب ابتدا شما محل ذره را مشخص کنید، سپس معین کنید که $1/5s$ بعد، ذره در چه نقطه‌ای است تا بتوانید بردار شتاب آن را مشخص کنید.

۱ در حرکت دایره‌ای یکنواخت در تمام لحظه‌ها اندازه سرعت و اندازه شتاب مقدار ثابتی است. در این مسئله اندازه شتاب در همه نقاط مسیر برابر است با:

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{2^2 + (-2)^2} \Rightarrow a = 2\sqrt{2} \text{ m/s}^2$$



۲ بردار شتاب $\vec{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j}$ است.

بنابراین در این لحظه متحرک در ربع دوم است و شیب بردار $\frac{-2}{2} = -1$ بوده و زاویه‌ای که در این لحظه راستای بردار شتاب با محور Xها می‌سازد 45° خواهد بود.

۳ دوره حرکت $4s$ است. یعنی در مدت $4s$ متحرک کمان 2π را طی می‌کند. اکنون مشخص می‌کنیم که در مدت $1/5s$ متحرک چه کمانی را طی می‌کند.

$4s$	2π
$1/5s$	$\Delta\theta$

$$\Rightarrow \Delta\theta = \frac{2\pi}{4}$$

۴ بنابراین ذره با طی کمان $\frac{2\pi}{4}$ از نقطه A به نقطه B می‌رسد.

۵ در نقطه B شتاب در امتداد محور Yهاست یعنی بردار شتاب برابر $\vec{a} = +2\sqrt{2}\vec{j}$ است.

۲ ۱۱۰۶ A

یادآوری در حرکت دایره‌ای همواره نیروی جسم را بر مسیر دایره‌ای نگه می‌دارد که به آن نیروی مرکزگرا می‌گویند.

نکته نیروی مرکزگرا همواره در امتداد شعاع دایره و عمود بر مسیر است.

۱ بنا به قانون دوم نیوتون $\vec{F} = m\vec{a}$ ، نیرو و شتاب همواره در یک جهت قرار دارند.

بنابراین زاویه بین نیروی مرکزگرا و شتاب حرکت صفر است.

۲ نیروی مرکزگرا در امتداد شعاع و سرعت مماس بر مسیر حرکت است. در نتیجه زاویه بین بردار نیروی مرکزگرا و بردار سرعت $\frac{\pi}{2}$ (90°) است.

۲ ۱۱۰۷ A

نیروی مرکزگرا، نیرویی است که جسم را بر مسیر دایره‌ای نگه می‌دارد و برابر است با:

$$F = m \frac{v^2}{r} \Rightarrow F = 2 \times \frac{4^2}{0.8} \Rightarrow F = 40 \text{ N}$$

دقت کنید که در صورت مسأله، قطر مسیر دایره‌ای 16 cm داده شده است و شعاع مسیر 8 cm می‌باشد.

۳ ۱۱۰۸ A

نیروی مرکزگرا را در دو حالت نوشته برهم تقسیم می‌کنیم.

$$F = m \frac{v^2}{r} \Rightarrow \frac{F_1}{F_2} = \frac{m \frac{v_1^2}{r_1}}{m \frac{v_2^2}{r_2}} \xrightarrow{v_1=v_2} \frac{F_1}{F_2} = \frac{r_2}{r_1} \xrightarrow{r_1=\frac{1}{2}r_2} \frac{F_1}{F_2} = 2$$

۱ ۱۱۰۹ A

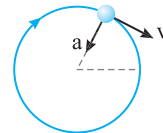
در هر $10s$ متحرک یک دور می‌زند، بنابراین $T = 10s$ و نیروی مرکزگرا برابر است با:

$$F = m r \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \xrightarrow{m=5 \text{ kg}, r=5 \text{ m}} F = 5 \times 5 \times \frac{4 \times 10^0}{100} = 10 \text{ N}$$

۳ ۱۱۰۱ A

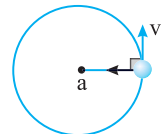
نکته ۱ سرعت در هر نقطه از مسیر بر مسیر حرکت مماس است.

نکته ۲ در حرکت دایره‌ای یکنواخت شتاب حرکت همواره در امتداد شعاع و رو به مرکز است.



با توجه به شکل یک خط مماس در نقطه مورد نظر در سوی چرخش ذره رسم می‌کنیم (بردار v) و بردار شتاب را در جهت شعاع رو به مرکز نمایش می‌دهیم. از این رو گزینه (۳) درست است.

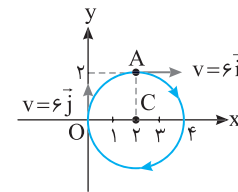
۳ ۱۱۰۲ A



در حرکت دایره‌ای یکنواخت، برابری نیروهای وارد بر جسم صفر نیست و جسم در جهت نیروی برابری حرکت نمی‌کند، بنابراین گزینه (۱) نادرست است. همچنین در این حرکت مطابق شکل بردار شتاب و بردار سرعت هم جهت نیستند، بنابراین گزینه (۲) نیز نادرست است. در حرکت دایره‌ای یکنواخت، بزرگی بردار سرعت ثابت است، بنابراین ممکن است که $F_{net} \neq 0$ بوده و حرکت شتابدار باشد اما بزرگی سرعت ثابت بماند و گزینه (۳) درست است.

برابری نیروهای وارد بر جسم صفر نیست بنابراین امکان ندارد که جسم در تعادل باشد و گزینه (۴) نادرست است.

۴ ۱۱۰۳ B



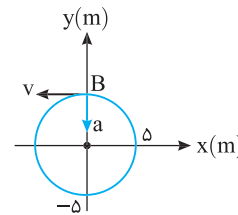
۱ نقطه C به مختصات $(2, 0)$ ، یعنی مرکز دایره روی محور Xها و در $x=2$ قرار دارد.

هنگام چرخش ذره از مکان $A(2, 2)$ می‌گذرد. بنابراین شعاع مسیر چرخش ذره 2 m است.

۲ در نقطه A سرعت ذره $6\vec{i}$ است یعنی ذره روی دایره ساعتگرد می‌چرخد.

۳ بنابراین در نقطه O بردار سرعت در جهت مثبت محور Yها است و بردار آن $\vec{v}_O = +6\vec{j}$ خواهد بود.

۴ ۱۱۰۴ B



نکته سرعت در هر نقطه بر مسیر مماس است و در حرکت دایره‌ای یکنواخت بردار شتاب مرکزگرا همواره در امتداد شعاع و به سوی مرکز دایره است.

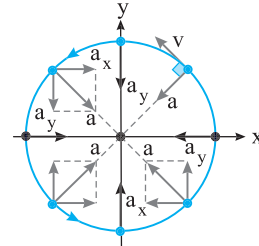
۱ حرکت حول مبدأ پادساعتگرد می‌باشد. بنابراین هنگام گذر از نقطه B بردار سرعت در خلاف جهت محور Xهاست و اندازه سرعت خواهد شد:

$$v = r \left(\frac{2\pi}{T}\right) \xrightarrow{T=\frac{2\pi}{3}, r=5 \text{ m}} v = 5 \times \frac{2\pi}{\frac{2\pi}{3}} \Rightarrow v = 15 \text{ m/s} \Rightarrow \vec{v} = -15\vec{i}$$

۲ بردار شتاب در نقطه B در خلاف جهت محور Yهاست و اندازه آن برابر است با:

$$a = r \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \Rightarrow a = 5 \left(\frac{2\pi}{\frac{2\pi}{3}}\right)^2 \Rightarrow a = 45 \text{ m/s}^2 \Rightarrow \vec{a} = -45\vec{j}$$

۴ ۱۱۰۵ C



خط فکری به مسیر حرکت دایره‌ای روبه‌رو دقت کنید، وقتی متحرک در ربع اول در حال چرخش است مؤلفه‌های بردار شتاب آنکه بر مسیر حرکت عمود است هر دو منفی هستند.

در هر ربع دقت کنید، وقتی متحرک در ربع اول در حال چرخش است مؤلفه‌های بردار شتاب آنکه بر مسیر حرکت عمود است هر دو منفی هستند.

بنابراین $a_y < 0$ و $a_x < 0$

$$a_c = \frac{v^2}{r} \Rightarrow a_c = \frac{10 \cdot \pi^2}{20} = \Delta \pi^2 \quad \text{۳} \quad \text{شتاب مرکزگرا برابر است با:}$$

$$\frac{a_{av}}{a_c} = \frac{10 \cdot \sqrt{2} \pi}{\Delta \pi^2} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} \quad \text{۴} \quad \text{نسبت خواسته شده برابر است با:}$$

۳ ۱۱۱۳ A

نکته سرعت در هر نقطه از مسیر بر مسیر حرکت مماس است و در مدت یک

دوره (T) ذره یک دور کامل می‌چرخد بنابراین در مدت $\frac{T}{4}$ ، ذره $\frac{1}{4}$ محیط دایره را

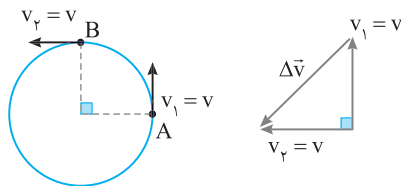
طی می‌کند. به‌طور مثال از نقطه A به نقطه B می‌رود در این نقاط $v_1 = v$ و $v_2 = v$

را رسم می‌کنیم. این دو بردار بر هم عمودند و بردار تغییر سرعت از رابطه فیثاغورس

$$\Delta v = \sqrt{v_1^2 + v_2^2} = \sqrt{v^2 + v^2} \Rightarrow \Delta v = \sqrt{2}v$$

به‌دست می‌آید. تغییر تکانه را به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta P = m \Delta v \Rightarrow \Delta P = \sqrt{2}mv$$



بازی با سؤال گلوله‌ای به جرم m با سرعت ثابت v مسیر دایره‌ای

شکلی را می‌پیماید. بزرگی تغییر تکانه گلوله در مدت نصف دوره کدام است؟

(۱) صفر (۲) mv (۳) 2mv (۴) $\frac{mv}{2}$

پاسخ با توجه به شکل، سرعت گلوله پس از نیم دور چرخش قرینه می‌شود به این معنی که اگر سرعت ابتدایی \vec{v} باشد، بعد از نیم دور چرخش سرعت انتهایی $-\vec{v}$ است از این‌رو:

$$|\Delta \vec{P}| = m \Delta \vec{v}$$

$$|\Delta \vec{P}| = m |\vec{v} - (-\vec{v})| \Rightarrow |\Delta \vec{P}| = m |-\vec{v} - \vec{v}| \Rightarrow 2m|\vec{v}| \Rightarrow |\Delta \vec{P}| = 2mv$$

گزینه ۳

۳ ۱۱۱۴ B

خط فکری نیروی مرکزگرای وارد بر جسم همواره در امتداد شعاع و به سمت مرکز

است و اگر اندازه آن ثابت باشد، جهت بردار نیرو در حال تغییر بوده یعنی نیروی مرکزگرا

یک نیروی متغیر است. وقتی ذره 90° می‌چرخد، دو بردار F_1 و F_2 برهم عمود

می‌شوند و تغییر بردار نیروی مرکزگرا از رابطه فیثاغورس به‌دست می‌آید.

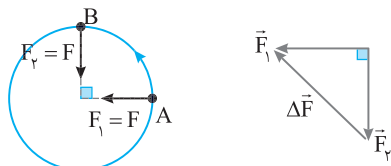
$$F = m \frac{v^2}{r} \quad \text{۱} \quad \text{نیروی مرکزگرا از رابطه}$$

مطابق شکل ذره 90° می‌چرخد و از نقطه A به نقطه B می‌رود، نیروی مرکزگرا

وارد بر جسم را در نقاط A و B رسم می‌کنیم. کاملاً مشخص است که این نیروها برهم

عمودند، بنابراین:

$$\Delta F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} \Rightarrow \Delta F = \sqrt{F^2 + F^2} \Rightarrow \Delta F = \sqrt{2}F \Rightarrow \Delta F = \sqrt{2}m \frac{v^2}{r}$$



۱ ۱۱۱۰ A

در این حرکت نیروی کشش نخ نیروی مرکزگرای لازم برای حرکت گلوله بر مسیر دایره‌ای را تأمین می‌کند.

یادآوری قانون اول نیوتون: هرگاه بر جسم نیروی خالصی وارد نشود اگر جسم

ساکن است ساکن می‌ماند و اگر در حال حرکت است به حرکت روی خط راست با

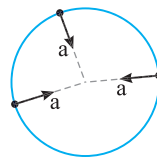
سرعت ثابت ادامه می‌دهد.

در حرکت بر مسیر خمیده، بردار سرعت در هر نقطه بر مسیر مماس است. با پاره شدن

نخ و حذف کشش نخ که نیروی مرکزگرا است، بنا بر قانون اول نیوتون جسم در جهت

سرعت در لحظه پاره شدن نخ به حرکت خود ادامه می‌دهد.

۳ ۱۱۱۱ A



در سقوط آزاد، شتاب ثابت و برابر g است. بنابراین گزینه (۱)

نادرست است. در حرکت یکنواخت روی خط راست، سرعت

ثابت و شتاب صفر است پس گزینه (۲) نادرست است. در

حرکت دایره‌ای یکنواخت، شتاب جسم در حرکت بر مسیر

دایره‌ای همواره در امتداد شعاع و رو به مرکز است و مطابق

شکل، با آن که اندازه شتاب $\frac{v^2}{r}$ مقدار ثابتی است، اما جهت بردار شتاب همواره در حال

تغییر بوده و حرکت دایره‌ای یکنواخت دارای شتاب متغیر است و گزینه (۳) درست است.

۱ ۱۱۱۲ B

یادداشت ریاضی برای تفاضل دو بردار سه حالت خاص زیر را به خاطر داشته

باشید:

دو بردار هم جهت	دو بردار خلاف جهت هم
$ \vec{R}_1 - \vec{R}_2 = \vec{R}_1 - \vec{R}_2 $	$ \vec{R}_1 - \vec{R}_2 = \vec{R}_1 + \vec{R}_2 $
دو بردار عمود بر هم	
$ \vec{R}_1 - \vec{R}_2 = \sqrt{R_1^2 + R_2^2}$	

۱ ابتدا دوره حرکت دایره‌ای را به‌دست می‌آوریم:

$$v = r \times \frac{2\pi}{T} \Rightarrow 10 \cdot \pi = 20 \times \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = 4s$$

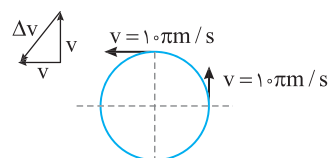
۲ بنابراین در هر ثانیه متحرک $\frac{1}{4}$ دوره را طی می‌کند و با توجه به اینکه سرعت در

هر لحظه مماس بر مسیر حرکت است، سرعت‌ها در ابتدا و انتهای بازه زمانی ۱s بر هم

عمود هستند و Δv با استفاده از رابطه فیثاغورس به‌دست می‌آید:

$$|\Delta v| = \sqrt{v^2 + v^2} = v\sqrt{2} \Rightarrow \Delta v = 10\sqrt{2}\pi$$

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow a_{av} = \frac{10\sqrt{2}\pi}{1} = 10\sqrt{2}\pi$$



۴ ۱۱۲۱ A

نیروی که انومیل را بر مسیر دایره‌ای نگه می‌دارد، نیروی اصطکاک بین لاستیک و جاده است.

$$f_{s\max} = F \Rightarrow \mu_s mg = m \frac{v^2}{R} \Rightarrow v = \sqrt{\mu_s Rg}$$

بنابراین حداکثر سرعت گذر از یک پیچ با جذر ضریب اصطکاک ایستایی نسبت مستقیم دارد. در این صورت:

$$\frac{v'}{v} = \frac{\sqrt{\mu'_s Rg}}{\sqrt{\mu_s Rg}} \Rightarrow \frac{v'}{v} = \sqrt{\frac{\mu'_s}{\mu_s}} = \frac{1}{2} \Rightarrow v' = \frac{1}{2} v$$

۳ ۱۱۲۲ B

نیروی اصطکاک ایستایی بین لاستیک خودرو و سطح جاده، نیروی مرکزگرا را تأمین می‌کند، از این رو:

$$f_s = F \Rightarrow \mu_s mg = m \frac{v^2}{r} \Rightarrow v = \sqrt{\mu_s rg}$$

نکته: بیشینه سرعت عبور از پیچ به جرم کامیون (خودرو) بستگی ندارد. بنابراین بارگیری کامیون که باعث افزایش جرم آن می‌شود، در بیشینه تندی گذر کامیون از پیچ تأثیری نمی‌گذارد.

۳ ۱۱۲۳ B

نیروی اصطکاک ایستایی بین کف بارکش و جعبه، نیروی مرکزگرایی است که جعبه را به همراه کامیون، در پیچ نگه می‌دارد. بنابراین می‌توان نوشت:

$$f_s = F \Rightarrow \mu_s mg = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow v_m = \sqrt{\mu_s rg} \Rightarrow v_m = \sqrt{0.1 \times 9 \times 10} = 3 \text{ m/s}$$

که همان سرعت حرکت کامیون است. در نتیجه بیشینه سرعت عبور کامیون از پیچ بدون آن‌که جعبه بر کف آن بلغزد $v_{\max} = 3 \text{ m/s}$ است.

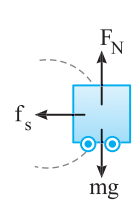
۱ ۱۱۲۴ B

هنگام دور زدن، نیروی اصطکاک ایستایی (f_s) بین لاستیک و سطح جاده، توسط جاده بر خودرو وارد می‌شود و نیروی عمودی سطح $F_N = W$ نیز رو به بالا توسط جاده بر خودرو وارد می‌شود. در این صورت دو نیرو توسط سطح جاده بر خودرو وارد می‌شود یکی F_N که برابر وزن است و دیگری f_s ، از این رو نیرویی که سطح جاده بر جسم وارد می‌کند از W بزرگتر است.

۲ ۱۱۲۵ B

نکته: نیرویی که سطح وارد می‌کند، براینند نیروی عمودی سطح و نیروی اصطکاک است:

$$R = \sqrt{F_N^2 + f_s^2}$$



نیروی عمودی سطح برابر نیروی وزن $F_N = mg = 3000 \times 10 \text{ N}$ است. از طرف سطح به خودرو دو نیروی عمودی سطح و نیروی اصطکاک وارد می‌شود. با توجه به نکته بالا، f_s را به دست می‌آوریم.

$$10^4 \sqrt{10} = \sqrt{(3000 \times 10)^2 + f_s^2}$$

دو طرف معادله را به توان (۲) می‌رسانیم:

$$10^9 = 9 \times 10^8 + f_s^2 \Rightarrow f_s^2 = 10^9 \Rightarrow f_s = 10^4 \text{ N}$$

و با توجه به حرکت دایره‌ای خودرو در سطح افقی نیروی مرکزگرا همان نیروی اصطکاک خودرو با سطح زمین است.

$$F_c = f_s = 10^4 \text{ N}$$

۴ ۱۱۲۶ A

به عبارت «نیروی وارد به خودرو از طرف کره زمین» دقت کنید. در واقع طراحی از شما خواسته است که نیروی وزن را با نیروی وارد بر خودرو از طرف کره زمین که همان نیروی وزن است مقایسه کنید. بنابراین $F = W$ و گزینه (۴) درست است. دقت کنید در این مسئله نیرویی که سطح جاده بر انومیل وارد می‌کند را از شما نمی‌خواهد.

۲ ۱۱۱۵ A

نیروی مرکزگرا را در دو حالت نوشته و اطلاعات مسئله را در آن‌ها قرار می‌دهیم:

$$\begin{cases} F_1 = mr_1 \left(\frac{4\pi^2}{T_1^2} \right) \\ F_2 = mr_2 \left(\frac{4\pi^2}{T_2^2} \right) \end{cases} \Rightarrow \frac{F_1}{F_2} = \frac{r_1}{r_2} \times \left(\frac{T_1}{T_2} \right)^2 \xrightarrow{r_1=2r_2} \frac{F_1}{F_2} = 2 \left(\frac{T_1}{T_2} \right)^2 \xrightarrow{T_1=2T_2} \frac{F_1}{F_2} = 8$$

پایان سوال: دو جسم به جرم‌های یکسان، تحت تأثیر دو نیروی مرکزگرایی مساوی روی دو دایره به‌طور یکنواخت می‌چرخند و دوره حرکت اولی ۲ برابر دومی است. شعاع چرخش اولی چند برابر شعاع چرخش دومی است؟

۱) ۴ ۲) ۲ ۳) $\sqrt{2}$ ۴) ۸

پایان: نیروی مرکزگرایی دو جسم با هم برابر است. بنابراین:

$$F_1 = F_2 \Rightarrow \frac{T_1=2T_2}{m_1=m_2} \Rightarrow r_1 \frac{4\pi^2}{T_1^2} = r_2 \frac{4\pi^2}{T_2^2} \Rightarrow \frac{r_1}{(2T_2)^2} = \frac{r_2}{T_2^2} \Rightarrow r_1 = 4r_2$$

گزینه ۱

۲ ۱۱۱۶ A

با توجه به فرض مسأله، نیروی مرکزگرا برابر نیروی وزن جسم است.

$$F = mr \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 \xrightarrow{F=mg} mg = mr \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 \xrightarrow{r=2/\Delta m, g=10 \text{ N/kg}}$$

$$10 = 2/\Delta \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 \Rightarrow 4 = \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 \Rightarrow 2 = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \pi \text{ s}$$

۴ ۱۱۱۷ A

جسم در هر ثانیه دو دور می‌زند. بنابراین دوره آن 0.5 s است. نیروی کشش ریسمان

$$T = mr \left(\frac{4\pi}{T} \right)^2 \Rightarrow T = 2 \times 0.5 \times (4 \times 9 \times 4) \Rightarrow T = 144 \text{ N}$$

۲ ۱۱۱۸ A

مه‌ره در هر ثانیه، یک دور می‌زند، بنابراین دوره برابر $T = 1 \text{ s}$ است.

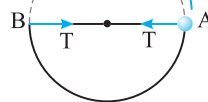
نیروی کشش نخ همان نیروی مرکزگرا است. از این رو:

$$F = mR \frac{4\pi^2}{T^2} \xrightarrow{m=0.2 \text{ kg}, r=0.25 \text{ m}} F = 0.2 \times 0.25 \times \frac{4 \times 16}{1^2} \Rightarrow F = 2 \text{ N}$$

۲ ۱۱۱۹ B

خط فکری: اندازه نیروی مرکزگرا در حرکت دایره‌ای یکنواخت با تندی ثابت، مقدار ثابتی است اما جهت بردار نیروی مرکزگرا که همواره رو به مرکز است دائماً در حال تغییر است. اندازه نیروی مرکزگرا را به دست می‌آوریم. سپس تغییر جهت بردار این نیرو را مشخص می‌کنیم.

۱) ابتدا نیروی کشش ریسمان را که نیروی مرکزگرا است، به دست می‌آوریم:



$$T = m \frac{v^2}{r} = 0.2 \times \frac{10^2}{0.2} = 10 \text{ N}$$

۲) در مدت نیم دوره، ذره به اندازه π روی

دایره دوران کرده است، یعنی جهت نیروی کشش قرینه شده است:

$$\Delta T = |-T - T| = 2T = 20 \text{ N}$$

۱ ۱۱۲۰ A

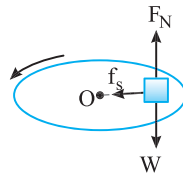
خط فکری: در حرکت خودرو در یک پیچ افقی، نیرویی که مانع لیز خوردن خودرو می‌شود و خودرو را بر مسیر دایره‌ای نگه می‌دارد نیروی اصطکاک ایستایی بین لاستیک خودرو و سطح جاده است. بنابراین نیروی اصطکاک ایستایی بین لاستیک خودرو و جاده نیروی مرکزگرا را تأمین می‌کند.

در رابطه نیروی مرکزگرا نیروی اصطکاک ایستایی بین جاده و لاستیک را به جای نیروی مرکزگرا قرار می‌دهیم.

$$F = m \frac{v^2}{r} \xrightarrow{F=f_s} f_s = m \frac{v^2}{r} \Rightarrow \mu_s mg = m \frac{v^2}{r} \xrightarrow{v=18 \text{ m/s}, r=60 \text{ m}} \mu_s \times 10 = \frac{(18)^2}{60} \Rightarrow \mu_s = 0.54$$

۴ ۱۱۲۷ A

توسط سطح صفحه گردان دو نیرو بر جسم وارد می‌شود. یک نیرو، نیروی عمودی تکیه‌گاه است که نیروی وزن را خنثی می‌کند. $F_N = W$ و دیگری نیروی اصطکاک ایستایی (f_s) است که نیروی مرکزگرا را تأمین می‌کند:



۱ ۱۱۲۸ A

خط فکری نیروی اصطکاک ایستایی بین صفحه و جسم، نیروی مرکزگرا را تأمین می‌کند، بنابراین شتاب حاصل از نیروی اصطکاک همان شتاب مرکزگرا است. از این رو به کمک قانون دوم نیوتون، نیروی اصطکاک را برابر ma قرار می‌دهیم و شتاب را به دست می‌آوریم. بنا بر قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت:

$$f_s = ma \Rightarrow \mu_s mg = ma \Rightarrow a = \mu_s g \Rightarrow a = 0.4 \times 10 = 4 \text{ m/s}^2$$

۴ ۱۱۲۹ B

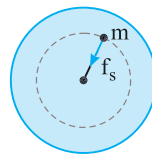
۱ ابتدا دوره را به دست می‌آوریم: $T = \frac{6}{6} = 1 \text{ s}$ دور $t = 6 \text{ s}$, $N = 6$
۲ نیروی اصطکاک همان نیروی مرکزگراست، بنابراین کافی است به کمک رابطه نیروی مرکزگرا نیروی اصطکاک را به دست آورد. از این رو می‌توانیم بنویسیم:

$$F_s = F_c \Rightarrow f_s = mR \left(\frac{v^2}{r^2} \right) \xrightarrow{m=5 \text{ kg}, R=2 \text{ m}}$$

$$f_s = 5 \times 2 \times \left(\frac{v^2}{10} \right) = 10 \times \frac{v^2}{100} = 0.1 v^2 \text{ N}$$

۴ ۱۱۳۰ B

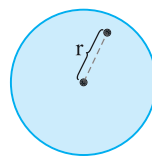
پیشینه نیروی اصطکاک ایستایی بین صفحه و جسم، نیروی مرکزگرا است. کمینه فاصله جسم از مرکز دوران خواهد شد:



$$f_s = F_c \Rightarrow f_s = mr \frac{v^2}{r^2} \Rightarrow \mu_s mg = mr \frac{v^2}{r^2} \\ \Rightarrow \mu_s g = r \frac{v^2}{r^2} \Rightarrow 0.5 \times 10 = (r \cdot 5) \Rightarrow r = 0.2 \text{ m}$$

۱ ۱۱۳۱ B

نیرویی که مانع لیز خوردن سکه به خارج صفحه می‌شود، نیروی اصطکاک ایستایی است که نیروی مرکزگرا را برای چرخش سکه روی مسیر دایره‌ای فراهم می‌کند:



$$f_s = F_c \Rightarrow f_s = mr \frac{v^2}{r^2} \xrightarrow{f_s = \mu_s mg} \\ \mu_s mg = mr \frac{v^2}{r^2} \Rightarrow \mu_s = \frac{v^2}{T^2 g}$$

۱ ۱۱۳۲ B

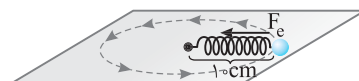
خط فکری وقتی به یک فنر، جسمی را متصل می‌کنیم و آن را حول سر دیگر فنر می‌چرخانیم فنر از هم باز شده و کشیدگی می‌یابد و نیروی کشسانی فنر در خلاف جهت باز شدگی خواهد بود و این نیرو سبب می‌گردد که جسم بر مسیر دایره‌ای بماند اما مهمترین نکته این است که در این حالت، طول ثانویه فنر، شعاع مسیر حرکت جسم خواهد بود. ($\ell_p = r$)

۱ طول طبیعی فنر ۸ cm است و طول فنر هنگام چرخاندن جسم ۱۰ cm شده است. در نتیجه تغییر طول فنر $\Delta \ell = 10 - 8 = 2 \text{ cm}$ است و شعاع چرخش جسم $r = 10 \text{ cm}$ می‌شود.

۲ نیروی کشسانی فنر نیروی مرکزگرا است:

$$F_e = F_c \Rightarrow k \Delta \ell = mr \left(\frac{v^2}{r^2} \right) \xrightarrow{k=1000 \text{ N/m}}$$

$$1000 \times \left(\frac{2}{100} \right) = 2 \times 0.1 \times \frac{v^2}{T^2} \Rightarrow T = \frac{\pi}{5} \text{ s}$$



۱ ۱۱۳۳ B

۱ تغییر طول فنر هنگام چرخاندن جسم ۲۰۰ گرمی خواهد شد:

$$\Delta \ell = \ell - \ell_0 \Rightarrow \Delta \ell = \ell - 0.4$$

۲ شعاع مسیر حرکت جسم برابر طول ثانویه فنر است. $r = \ell$

۳ نیروی کشسانی فنر، جسم را بر مسیر دایره‌ای نگه می‌دارد و نیروی مرکزگرا را تأمین می‌کند.

$$F_e = F_c \Rightarrow k \Delta \ell = mr \frac{v^2}{r^2} \xrightarrow{k=25 \text{ N/m}, T=\frac{2\pi}{5}} 25(\ell - 0.4) = 0.2 \times \ell \left(\frac{2\pi}{5} \right)^2$$

$$\Rightarrow 25(\ell - 0.4) = 0.2 \times \ell \times 25 \Rightarrow \ell - 0.4 = 0.2 \ell$$

$$\Rightarrow 0.8 \ell = 0.4 \Rightarrow \ell = 0.5 \text{ m} = 50 \text{ cm}$$

۲ ۱۱۳۴ B

۱ هنگامی که وزنه از فنر آویزان است، نیروی کشسانی فنر برابر نیروی وزن وزنه است.

$$F_e = W = mg \xrightarrow{m=2 \text{ kg}} F = 2 \times 10 = 2 \text{ N}$$

۲ هنگامی که وزنه در سطح افقی در حال چرخش است،

نیروی کشسانی فنر، نیروی مرکزگرا است. در این حالت طول

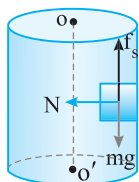
فنر نیز ۴۰ cm شده است یعنی نیروی کشسانی فنر در این

حالت همان ۲ N است بنابراین خواهیم داشت.

$$F_e = F_c = m \frac{v^2}{r} \Rightarrow 2 = 0.2 \times \frac{v^2}{0.4} \Rightarrow v^2 = 4 \Rightarrow v = 2 \text{ m/s}$$

۲ ۱۱۳۵ B

خط فکری جسم روی دیواره تکیه داده شده و بر آن سه نیروی وزن رو به پایین، اصطکاک ایستایی رو به بالا و نیروی عمودی سطح وارد می‌شود. نیروها را رسم می‌کنیم. نیروی وزن توسط نیروی اصطکاک ایستایی خنثی می‌شود و نیروی عمودی سطح که در امتداد شعاع استوانه و رو به محور استوانه است، نیروی مرکزگرا را تأمین می‌کند.



۱ نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم.

جسم روی دیواره استوانه قرار دارد و به پایین

نمی‌لغزد در این صورت نیروی خالص وارد بر

جسم در امتداد قائم صفر است.

$$F_{\text{net},y} = 0 \Rightarrow mg = \mu_s F_N \quad (1)$$

۲ F_N نیروی عمودی تکیه‌گاه، نیروی مرکزگرا را تأمین می‌کند.

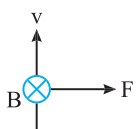
$$F_N = mR \frac{v^2}{T^2} \quad (2)$$

۳ را از رابطه (۲) در رابطه (۱) جایگذاری می‌کنیم:

$$mg = \mu_s mR \frac{v^2}{T^2} \Rightarrow \frac{g}{\mu_s} = R \frac{v^2}{T^2} \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{\mu_s R}{g}}$$

۴ ۱۱۳۶ B

خط فکری با یک سؤال زیبا و ترکیبی از فیزیک (۲) و فیزیک (۳) سر و کار داریم. الکترون وارد یک میدان مغناطیسی شده است. نیرویی که در میدان مغناطیسی بر بار متحرک وارد می‌شود، همواره عمود بر مسیر حرکت است ($F = qvB \sin \theta$) و باعث می‌شود ذره باردار در یک میدان مغناطیسی یکنواخت روی مسیر دایره‌ای بچرخد و نیروی میدان مغناطیسی، نیروی مرکزگرا خواهد بود.



یادآوری قاعده دست راست: چهار انگشت باز دست

راست خود را در جهت سرعت بار به گونه‌ای قرار می‌دهیم که

خم کردن آن‌ها (کف دست) در جهت بردار میدان مغناطیسی

قرار بگیرد در این حالت انگشت باز شست جهت نیروی وارد

بر جسم را نشان می‌دهد. برای بار منفی، جهت نیرو را عوض

کرده و یا از دست چپ استفاده می‌کنیم.

۳ حال با توجه به رابطه $F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$ ، نیروی گرانش را حساب می‌کنیم:

$$F = \frac{6}{3 \times 10^{-11}} \times \frac{2/56 \times 8}{(0/6)^2} \Rightarrow F = 358/4 \times 10^{-11} N = 3/584 \times 10^{-9} N$$

۳ ۱۱۳۹ A

خط فکری با توجه به اینکه نیروی گرانشی از رابطه $F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$ به دست

می‌آید، پس نیروی گرانش با جرم دو جسم رابطه مستقیم و با فاصله دو جسم از هم رابطه عکس و مجذوری دارد:

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{G \frac{m'_1 m'_2}{r'^2}}{G \frac{m_1 m_2}{r^2}} = \left(\frac{r}{r'}\right)^2 \left(\frac{m'_1 m'_2}{m_1 m_2}\right)$$

برای حل این سؤال ابتدا باید نیروی گرانش در هر دو حالت را به دست می‌آوریم. و سپس نسبت آن‌ها را بنویسیم.

۱ جرم دو جسم را m و فاصله آن‌ها از هم را r می‌گیریم:

$$F_1 = G \frac{m \times m}{r^2} \Rightarrow F_1 = G \frac{m^2}{r^2}$$

۲ اگر از جسم به جرم m ، مقدار x کم شده و به جرم جسم دیگر اضافه شود، جرم یک جسم $m-x$ و جرم دیگری $m+x$ می‌شود:

$$F_2 = G \frac{(m-x)(m+x)}{r^2} \Rightarrow F_2 = G \frac{m^2 - x^2}{r^2}$$

۳ با توجه به سؤال نیروی گرانش ۲۵٪ کاهش یافته است:

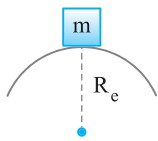
$$F_2 = F_1 - \frac{25}{100} F_1 \Rightarrow F_2 = \frac{75}{100} F_1 \Rightarrow F_2 = \frac{3}{4} F_1$$

$$\Rightarrow G \frac{m^2 - x^2}{r^2} = \frac{3}{4} \left(G \frac{m^2}{r^2} \right) \Rightarrow m^2 - x^2 = \frac{3}{4} m^2 \Rightarrow \frac{m^2}{4} = x^2 \Rightarrow x = \frac{m}{2}$$

۲ ۱۱۴۰ A

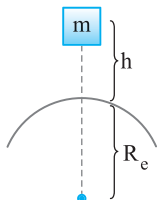
نکته: نیروی گرانش بین جسم و زمین برابر $F = G \frac{M_e m}{r^2}$ است که در این

رابطه r فاصله از مرکز زمین است.



۱ نیروی گرانش، نیرویی است که بین دو جسم و به واسطه جرم آن‌ها وجود دارد. نیروی گرانش وارد بر جسم m در سطح زمین برابر است با:

$$F = G \frac{M_e m}{R_e^2}$$



۲ نیروی گرانش در فاصله h از سطح زمین را حساب می‌کنیم. دقت کنید در رابطه نیروی گرانش r فاصله تا مرکز زمین است:

$$F' = G \frac{M_e m}{r^2} \Rightarrow F' = G \frac{M_e m}{(R_e + h)^2}$$

۳ با توجه به سؤال نسبت F' و F داده شده است:

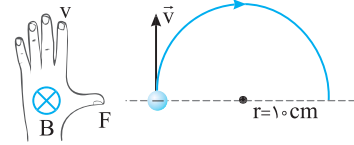
$$\frac{F'}{F} = \frac{1}{25} \Rightarrow \frac{GM_e m}{(R_e + h)^2} = \frac{1}{25} \left(\frac{GM_e m}{R_e^2} \right) \Rightarrow \left(\frac{R_e}{R_e + h} \right)^2 = \frac{1}{25} \Rightarrow \frac{R_e}{R_e + h} = \frac{1}{5}$$

$$\Rightarrow \Delta R_e = R_e + h \Rightarrow h = 4R_e$$

۱ نیروی الکترومغناطیسی $F = qvB \sin \theta$ ، نیروی مرکزگراست.

$$F = m \frac{v^2}{r} \Rightarrow qvB \sin \theta = m \frac{v^2}{r} \Rightarrow qB \sin \theta = \frac{mv}{r}$$

$$\Rightarrow 1/6 \times 10^{-19} \times B \times 1 = 9 \times 10^{-31} \times \frac{1/6 \times 10^6}{10^{-1}} \Rightarrow B = 9 \times 10^{-5} T$$



۲ چهار انگشت باز دست چپ را در جهت v قرار دهید به گونه‌ای که انگشت باز

شست شما به سمت مرکز مسیر باشد در این حالت کف دست شما رو به صفحه کاغذ بوده یعنی میدان B درونسو است.

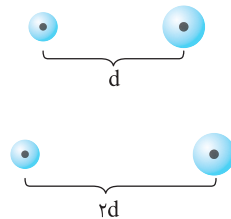
۳ ۱۱۳۷ A

نکته: با توجه به قانون گرانش عمومی $F = G \frac{M_1 M_2}{r^2}$ ، نیروی گرانشی با

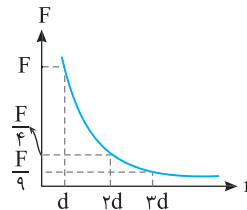
فاصله بین دو جسم رابطه عکس و مجذوری دارد:

$$F = G \frac{m_1 m_2}{d^2}, F' = G \frac{m_1 m_2}{(rd)^2} = \frac{1}{r^2} G \frac{m_1 m_2}{d^2} = \frac{F}{r^2}$$

$$F'' = G \frac{m_1 m_2}{(3d)^2} = \frac{1}{9} G \frac{m_1 m_2}{d^2} = \frac{F}{9}$$



بنابراین نمودار نیروی گرانش برحسب فاصله به صورت زیر می‌شود:



۲ ۱۱۳۸ A

۱ جرم جسم کروی (۱) را به دست می‌آوریم:

$$\rho_1 = \frac{m_1}{V_1} \xrightarrow{V_1 = \frac{4}{3} \pi r_1^3} 1 = \frac{m_1}{\frac{4}{3} \pi r_1^3}$$

$$\xrightarrow{V_1 = \frac{4}{3} \times 3 \times 6^3 = 256 \text{ cm}^3} 1 = \frac{m_1}{256} \Rightarrow m_1 = 256 \text{ g} = 2/56 \text{ kg}$$

۲ جرم جسم کروی (۲) را به دست می‌آوریم:

$$\rho_2 = \frac{m_2}{V_2} \xrightarrow{V_2 = \frac{4}{3} \pi r_2^3} 16 = \frac{m_2}{\frac{4}{3} \pi r_2^3}$$

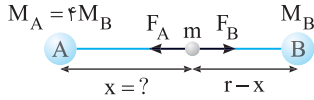
$$\xrightarrow{V_2 = \frac{4}{3} \times 3 \times 125} 16 = \frac{m_2}{500} \Rightarrow m_2 = 800 \text{ g} = 8 \text{ kg}$$

۲ ۱۱۴۱ A

پاسخ با توجه به شکل برای این که نیروی گرانش وارد بر سفینه صفر باشد، باید نیروهای گرانش وارد بر آن از طرف سیاره A و از طرف سیاره B برابر و در خلاف جهت هم باشند.

$$F_A = F_B \Rightarrow G \frac{M_A m}{x^2} = G \frac{M_B m}{(r-x)^2} \xrightarrow{M_A = 4M_B} \frac{4}{x^2} = \frac{1}{(r-x)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{x} = \frac{1}{r-x} \Rightarrow 2r - 2x = x \Rightarrow x = \frac{2}{3}r$$



گزینه ۴

۳ ۱۱۴۲ A

میدان گرانش در نقطه‌ای اطراف یک سیاره از رابطه زیر به دست می‌آید که در آن M جرم سیاره و r فاصله نقطه مورد نظر از مرکز سیاره است. بنابراین میدان گرانش زمین با جرم زمین و وارون مجذور فاصله نقطه از مرکز زمین، متناسب است.

$$g = G \frac{M}{r^2}$$

۳ ۱۱۴۴ A

خط فکری شتاب گرانش سیاره $g = G \frac{M_{\text{سیاره}}}{r^2}$ در سطح هر کدام از سیاره‌ها را جداگانه حساب کرده و در نهایت نسبت خواسته شده را به دست می‌آوریم:

۱ شعاع کره زمین را R_e و جرم آن را M می‌گیریم:

$$g = G \frac{M}{R_e^2}$$

۲ سیاره فرضی شعاعی نصف زمین یعنی $\frac{R_e}{2}$ و جرمی $\frac{1}{4}$ زمین یعنی $\frac{M}{4}$ دارد:

$$g' = G \frac{M'}{r'^2} \Rightarrow g' = G \frac{\frac{M}{4}}{\left(\frac{R_e}{2}\right)^2} \Rightarrow g' = G \frac{\frac{M}{4}}{\frac{R_e^2}{4}} \Rightarrow g' = G \frac{M}{R_e^2}$$

$$\frac{g'}{g} = \frac{\frac{M}{R_e^2}}{G \frac{M}{R_e^2}} = 1$$

۳ حال نسبت g' به g را به دست می‌آوریم:

۱ ۱۱۴۵ B

جرم کره ماه m و جرم کره زمین را M می‌گیریم. حال با توجه به رابطه شتاب گرانش $g = G \frac{M_{\text{سیاره}}}{r^2}$ ، شتاب گرانش زمین و ماه را به دست می‌آوریم:

۱ شتاب گرانش ماه را حساب می‌کنیم: (شعاع r_m)

$$g_m = G \frac{M_{\text{ماه}}}{r_m^2} \Rightarrow g_m = G \frac{m}{r_m^2}$$

ماه است.

۲ شتاب گرانش زمین را حساب می‌کنیم: (شعاع R_e)

زمین است.

$$g_e = G \frac{M_{\text{زمین}}}{R_e^2} \xrightarrow{M_{\text{زمین}} = 81m} g_e = G \frac{81m}{R_e^2}$$

۳ با توجه به سؤال شتاب گرانش زمین g_e ، 6 برابر شتاب گرانش ماه g_m است:

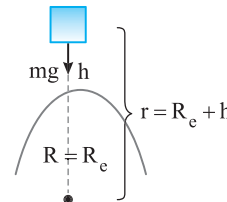
$$g_e = 6g_m \Rightarrow G \frac{81m}{R_e^2} = 6G \frac{m}{r_m^2} \Rightarrow \left(\frac{R_e}{r_m}\right)^2 = \frac{81}{6} = \frac{9}{2} \Rightarrow \frac{R_e}{r_m} = \frac{3}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow \frac{R_e}{r_m} = \sqrt{\frac{9}{2}} = \frac{3}{\sqrt{2}}$$

نیروی مرکزگرای وارد بر ماهواره همان نیروی وزن وارد بر ماهواره در فاصله 160 km از سطح زمین است. ابتدا شتاب گرانش در محل ماهواره را حساب می‌کنیم. برای این منظور رابطه g را در سطح زمین و در محل ماهواره نوشته و بر هم تقسیم می‌کنیم. شتاب گرانش از رابطه $g = G \frac{M_e}{R^2}$ به دست می‌آید که R فاصله از مرکز زمین است:

$$\frac{g_{\text{ماهواره}}}{g_{\text{زمین}}} = \frac{G \frac{M_e}{(1600+6400)^2}}{G \frac{M_e}{(6400)^2}} \Rightarrow \frac{g_{\text{ماهواره}}}{g_{\text{زمین}}} = \frac{(6400)^2}{(8000)^2} = \frac{16}{25}$$

$$\Rightarrow \frac{g_{\text{ماهواره}}}{10} = \frac{(6400)^2}{(8000)^2} = \frac{16}{25}$$



شتاب گرانش در محل ماهواره

$$g_{\text{ماهواره}} = \frac{160}{25} \text{ m/s}^2$$

بنابراین نیروی مرکزگرای وارد بر ماهواره برابر است با:

$$F_{\text{ماهواره}} = mg$$

$$\Rightarrow F_{\text{مرکزگرای}} = 50 \times \frac{160}{25} = 20 \times 160 = 3200 \text{ N}$$

میانبر می‌توان برای محاسبه شتاب گرانش در محل ماهواره، به جای جایگذاری اندازه 160 km در رابطه به صورت زیر عمل کرد:

$$\frac{h}{R_e} = \frac{1600}{6400} = \frac{1}{4} \Rightarrow h = \frac{1}{4} R_e$$

پس فاصله ماهواره از مرکز زمین $r = R_e + h = R_e + \frac{R_e}{4}$ است:

$$\frac{g_{\text{ماهواره}}}{g_{\text{زمین}}} = \frac{G M_e}{\left(\frac{1}{4} R_e + R_e\right)^2} = \frac{R_e^2}{\left(\frac{5}{4} R_e\right)^2} = \frac{16}{25}$$

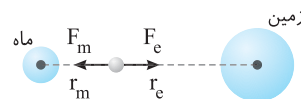
$$\Rightarrow g_{\text{ماهواره}} = \frac{16}{25} g = \frac{160}{25} \text{ m/s}^2$$

۱ ۱۱۴۲ A

نیروی گرانش بین دو جسم همواره ریاضی است و برای آنکه نیروی خالص وارد بر جسم صفر شود باید نیرویی که زمین به جسم وارد می‌کند با نیرویی که ماه به آن وارد می‌کند هم‌اندازه و خلاف جهت هم باشند. نیروی گرانشی وارد بر جسم توسط کره ماه و کره زمین را نوشته و برابر قرار می‌دهیم.

$$F_m = F_e \Rightarrow G \frac{mM_m}{r_m^2} = G \frac{mM_e}{r_e^2}$$

$$\xrightarrow{M_e = 81M_m} \frac{1}{r_m^2} = \frac{81}{r_e^2} \Rightarrow \frac{1}{r_m} = \frac{9}{r_e} \Rightarrow r_e = 9r_m$$



بازی با سؤال سیاره A در فاصله r از سیاره B قرار دارد. جرم A

چهار برابر جرم B و شعاع آن‌ها یکی است. سفینه‌ای از سیاره A به سوی سیاره B حرکت می‌کند. در چه فاصله‌ای از سیاره A، نیروی گرانش وارد بر سفینه صفر خواهد بود؟

$$r \quad (1) \quad \frac{r}{2} \quad (2) \quad \frac{r}{3} \quad (3) \quad \frac{2r}{3} \quad (4)$$

از کتاب درسی

۱ با توجه به اینکه وزن جسم در سطح سیاره A، ۱۲ برابر وزن جسم در سطح سیاره B است، نسبت شتاب گرانش در این دو سیاره را حساب می‌کنیم:

$$\frac{mg_A}{mg_B} = \frac{g_A}{g_B} = \frac{G \frac{m_A}{r_A^2}}{G \frac{m_B}{r_B^2}} = \frac{m_A}{m_B} \times \left(\frac{r_B}{r_A}\right)^2 = 12 \quad (I)$$

۲ با توجه به چگالی متوسط سیاره‌ها نسبت جرم به شعاع را حساب می‌کنیم:

$$\frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{\frac{m_A}{V_A}}{\frac{m_B}{V_B}} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{V_B}{V_A} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{\frac{4}{3}\pi r_B^3}{\frac{4}{3}\pi r_A^3} = \frac{m_A}{m_B} \times \left(\frac{r_B}{r_A}\right)^3 = 6 \quad (II)$$

۳ حال معادله (II) را بر معادله (I) تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{\frac{m_A}{m_B} \times \left(\frac{r_B}{r_A}\right)^2}{\frac{m_A}{m_B} \times \left(\frac{r_B}{r_A}\right)^3} = \frac{6}{1} \Rightarrow \frac{1}{\frac{r_B}{r_A}} = 6 \Rightarrow \frac{r_A}{r_B} = 6$$

۱ با توجه به اینکه شتاب گرانش در سطح سیاره‌ای که جرم و حجم آن به ترتیب ۴ و ۲۷ برابر جرم و حجم کره زمین است، چند برابر شتاب گرانش در سطح زمین می‌باشد؟

(۱) $\frac{4}{27}$ (۲) $\frac{27}{4}$ (۳) $\frac{4}{9}$ (۴) $\frac{36}{9}$

۱ پاسخ: همان میدان گرانش g است. شتاب گرانش در

سطح یک سیاره از رابطه $g = G \frac{M}{R^2}$ به دست می‌آید، که در آن M جرم سیاره

و R شعاع سیاره است.

با توجه به فرض مسأله:

$$V_p = 27V_e \Rightarrow \frac{4}{3}\pi R_p^3 = 27 \times \frac{4}{3}\pi R_e^3 \Rightarrow R_p = 3R_e$$

$$g_p = G \frac{M_p}{R_p^2} = G \frac{4M_e}{(3R_e)^2} = \frac{4}{9} G \frac{M_e}{R_e^2} \Rightarrow g_p = \frac{4}{9} g_e$$

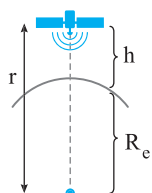
۳ گزینه

۱ نکته: با تغییر فاصله جسم از سطح سیاره یا تغییر سیاره‌ای که جسم در آن قرار

دارد با توجه به رابطه $g = G \frac{M_{\text{سیاره}}}{r^2}$ شتاب گرانش و به تبع آن وزن جسم $W = mg$ تغییر می‌کند، اما جرم جسم تغییر نمی‌کند و ثابت می‌ماند.

با توجه به نکته بالا جرم جسم ثابت مانده و پاسخ گزینه (۱) است.

۴ ۱۱۵۰ B



۱ نکته: شتاب گرانش در فاصله h از سطح زمین

$$g = G \frac{M_e}{r^2} = G \frac{M_e}{(h+R_e)^2} \quad \text{برابر است با:}$$

شتاب گرانش را در فاصله $2R_e$ از سطح زمین حساب می‌کنیم:

$$g_1 = G \frac{M_e}{(h+R_e)^2} \quad h=2R_e \Rightarrow g_1 = \frac{GM_e}{9R_e^2}$$

شتاب گرانش در فاصله h' از سطح زمین $\frac{g_1}{9}$ شده:

$$\frac{g_1}{9} = \frac{GM_e}{(h'+R_e)^2} \Rightarrow \frac{1}{9} = \frac{9R_e^2}{(h'+R_e)^2} \quad \text{از دو طرف جذر می‌گیریم.} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{3R_e}{h'+R_e}$$

$$\Rightarrow h'+R_e = 9R_e \Rightarrow h' = 8R_e$$

۱ با توجه به اینکه قطر زمین دو برابر قطر مریخ و میدان گرانش در سطح

زمین تقریباً سه برابر میدان گرانش در سطح مریخ است. جرم زمین چند برابر جرم مریخ است؟

(۱) ۱۲ (۲) ۶ (۳) ۴ (۴) ۳

۱ پاسخ: میدان گرانش، در هر نقطه در اطراف یک سیاره، از رابطه $g = G \frac{M}{r^2}$

به دست می‌آید که در آن M جرم سیاره و r فاصله نقطه مورد نظر تا مرکز سیاره است.

$$\frac{g_e}{g_m} = \frac{G \frac{M_e}{R_e^2}}{G \frac{M_m}{R_m^2}} = \frac{R_m^2}{R_e^2} \times \frac{M_e}{M_m}$$

$$\frac{R_e = 2R_m}{g_e = 3g_m} \Rightarrow 3 = \frac{R_m^2}{(2R_m)^2} \times \frac{M_e}{M_m} \Rightarrow \frac{M_e}{M_m} = 12$$

۱ گزینه

۲ ۱۱۴۶ A

شتاب گرانش حاصل از سیاره‌ای به جرم M از رابطه $g = G \frac{M}{r^2}$ به دست می‌آید، در

این سؤال شتاب گرانش ناشی (حاصل) از خورشید خواسته شده پس در رابطه شتاب

گرانش به جای m، جرم خورشید یعنی M_s را جایگزین می‌کنیم: $g = G \frac{M_s}{r^2}$

۲ ۱۱۴۷ A

۱ خط فکری: شاید ابتدا فکر کنیم این چگالی که در سؤال داده به چه دردی می‌خورد، اما اگر

رابطه چگالی را به ذهن بیاوریم، $\rho = \frac{m}{V}$ می‌بینیم که با داشتن چگالی و شعاع می‌توان با آن حجم

را حساب کرده و نسبت جرم‌ها را به دست آورده و در رابطه $g = G \frac{m}{r^2}$ از آن استفاده کنیم:

۱ با توجه به نسبت چگالی، نسبت جرم را حساب می‌کنیم:

$$\frac{\rho_{\text{سیاره}}}{\rho_{\text{زمین}}} = \frac{\frac{m_{\text{سیاره}}}{V_{\text{سیاره}}}}{\frac{m_{\text{زمین}}}{V_{\text{زمین}}}} = \frac{V_{\text{زمین}}}{V_{\text{سیاره}}} \times \frac{m_{\text{سیاره}}}{m_{\text{زمین}}} = \frac{\frac{4}{3}\pi r_{\text{زمین}}^3}{\frac{4}{3}\pi r_{\text{سیاره}}^3} \times \frac{m_{\text{سیاره}}}{m_{\text{زمین}}} = \frac{1}{3} \times \frac{m_{\text{سیاره}}}{m_{\text{زمین}}} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{m_{\text{سیاره}}}{m_{\text{زمین}}} \times \left(\frac{r_{\text{سیاره}}}{r_{\text{زمین}}}\right)^3 \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{m_{\text{سیاره}}}{m_{\text{زمین}}} \times \left(\frac{6r_{\text{زمین}}}{r_{\text{سیاره}}}\right)^3 \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{m_{\text{سیاره}}}{m_{\text{زمین}}} \times \frac{1}{6^3} \Rightarrow \frac{m_{\text{سیاره}}}{m_{\text{زمین}}} = 72$$

۲ حال با توجه به رابطه شتاب گرانش، نسبت خواسته شده را حساب می‌کنیم:

$$\frac{g_{\text{سیاره}}}{g_{\text{زمین}}} = \frac{G \frac{m_{\text{سیاره}}}{r_{\text{سیاره}}^2}}{G \frac{m_{\text{زمین}}}{r_{\text{زمین}}^2}} = \frac{m_{\text{سیاره}}}{m_{\text{زمین}}} \times \left(\frac{r_{\text{زمین}}}{r_{\text{سیاره}}}\right)^2 = \frac{72}{6^2} = 2$$

۱ میانبر: شتاب گرانش بر حسب چگالی سیاره از رابطه زیر به دست می‌آید.

$$G = \frac{4}{3}\pi r G \rho$$

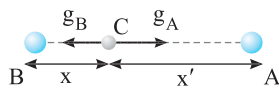
چگالی متوسط سیاره
شعاع سیاره

۳ ۱۱۴۸ B

۱ خط فکری: وزن یک جسم برابر mg است، پس با تغییر فاصله از سطح زمین یا

تغییر سیاره ($g = G \frac{M}{r^2}$) شتاب گرانش تغییر کرده و وزن جسم نیز تغییر می‌کند،

توجه به این نکته مهم است که جرم جسم در هر کجا و در هر سیاره‌ای ثابت است.



۱ شتاب گرانش از طرف جسم A را حساب می‌کنیم:

$$g_A = G \frac{M_A}{x'^2} \Rightarrow g_A = G \frac{\lambda m}{x'^2}$$

۲ شتاب گرانش از طرف جسم B را حساب می‌کنیم:

$$g_B = G \frac{M_B}{x^2} \Rightarrow g_B = G \frac{\lambda m}{x^2}$$

۳ باید شتاب گرانش g_B و g_A با هم برابر باشند:

$$g_A = g_B \Rightarrow G \frac{\lambda m}{x'^2} = G \frac{\lambda m}{x^2} \Rightarrow \frac{x'}{x} = \frac{1}{2}$$

$$\text{از دو طرف جذر می‌گیریم.} \rightarrow \frac{x'}{x} = \frac{1}{2} \Rightarrow x' = \frac{1}{2}x$$

۴ مجموع فاصله‌های x و x' برابر فاصله دو سیاره یعنی r می‌شود:

$$r = x + x' \quad x' = \frac{1}{2}x \rightarrow r = \frac{3}{2}x \Rightarrow x = \frac{2}{3}r, \quad x' = \frac{1}{3}r$$

فاصله از سیاره A یعنی x' خواسته شده که برابر $\frac{1}{3}r$ است.

۱ ۱۱۵۴ A

میدان گرانش در هر نقطه در اطراف یک سیاره، از رابطه $g = G \frac{M}{r^2}$ به دست می‌آید

که در آن M جرم سیاره و r فاصله نقطه مورد نظر تا مرکز سیاره است. رابطه میدان گرانش را برای سطح زمین و سطح مریخ می‌نویسیم و نسبت آن‌ها را به دست می‌آوریم:

$$\frac{g_e}{g_m} = \frac{G \frac{M_e}{R_e^2}}{G \frac{M_m}{R_m^2}} = \frac{R_m^2}{R_e^2} \times \frac{M_e}{M_m}$$

$$\frac{R_e = 2R_m}{g_e = 2g_m} \rightarrow 2 = \frac{R_m^2}{(2R_m)^2} \times \frac{M_e}{M_m} \Rightarrow \frac{M_e}{M_m} = 12$$

۲ ۱۱۵۵ A

ماهواره خارج از زمین قرار دارد و بیشترین نیروی گرانشی وارد بر ماهواره در سطح زمین است. هر چه فاصله ماهواره از سطح زمین بیشتر شود، نیروی گرانشی با وارون مربع فاصله کاهش می‌یابد.

۱ یادآوری نیروی گرانش بین دو جسم به جرم‌های m_1 و m_2 که در فاصله r از هم

$$\text{قرار دارند از رابطه } F = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \text{ به دست می‌آید.}$$

نیروی گرانش با مربع فاصله نسبت وارون دارد. از طرفی کمترین فاصله ماهواره از زمین موقعی است که فرض کنیم ماهواره روی سطح زمین در حرکت است در این حالت فاصله ماهواره از مرکز زمین برابر شعاع زمین (R_e) است و بیشترین نیروی گرانش بر ماهواره وارد می‌شود. هر چه ماهواره از سطح زمین دورتر شود نیروی گرانش کمتر خواهد شد. بنابراین نمودار گزینه (۲) پاسخ مسئله است.

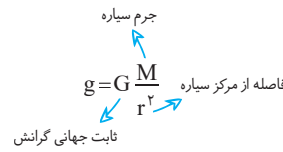
۱ ۱۱۵۶ B

نیروی که ماهواره را به گرد زمین نگه می‌دارد نیروی گرانش بین زمین و ماهواره است. از طرفی نیروی گرانش وارد بر هر جسم توسط کره زمین را وزن جسم گویند. در نتیجه نیروی مرکزگرای وارد بر ماهواره نیروی وزن ماهواره در همان محل چرخش ماهواره

$$\text{است. } (F = W_h) \text{ بنابراین } \frac{F}{W_h} = 1 \text{ خواهد بود.}$$

۳ ۱۱۵۱ A

۱ یادآوری شتاب گرانش یک سیاره با فاصله r از مرکز آن از رابطه مقابل به دست می‌آید.



۱ شتاب گرانش زمین در سطح آن خواهد شد:

$$g_e = G \frac{M_e}{R_e^2}$$

۲ شتاب گرانشی زمین در فاصله h از سطح آن برابر است با:

$$g_h = G \frac{M_e}{(R_e + h)^2}$$

۳ دو رابطه را بر هم تقسیم می‌کنیم.

$$\frac{g_h}{g_e} = \frac{R_e^2}{(R_e + h)^2} \quad \frac{g_e = 9.8 \text{ m/s}^2}{g_e} \rightarrow \frac{g_h}{9.8} = \frac{(6400)^2}{(6400 + 6400)^2}$$

$$\Rightarrow g_h = \frac{1}{4} \times 9.8 \Rightarrow g_h = 2.45 \text{ m/s}^2$$

۴ نیروی وزن فضانورد خواهد شد:

$$W_h = mg_h \Rightarrow W_h = 80 \times 2.45 \Rightarrow W_h = 196 \text{ N}$$

۱ ماینر البته چون فاصله سفینه از مرکز زمین دو برابر شعاع زمین است بنابراین وزن فضانورد در آن محل $\frac{1}{4}$ وزن فضانورد بر سطح زمین است.

$$W_h = \left(\frac{R_e}{R_e + h}\right)^2 \times W \Rightarrow W_h = \frac{1}{4} W = \frac{1}{4} \times 80 \times 9.8 = 196 \text{ N}$$

۲ ۱۱۵۲ B

قبل از حل دقت کنید که x و $1/2x$ فاصله از سطح زمین بوده و در رابطه $g = G \frac{M}{r^2}$ به جای r فاصله از مرکز زمین باید قرار گیرد:

$$g' = G \frac{M_e}{(R_e + x)^2} \quad \text{حالت ۱:}$$

$$0.81g' = G \frac{M_e}{(R_e + 1/2x)^2} \quad \text{حالت ۲:}$$

نسبت $\frac{g'}{0.81g'}$ را به دست می‌آوریم:

$$\frac{g'}{0.81g'} = \frac{GM_e}{(R_e + x)^2} \Rightarrow \frac{100}{81} = \frac{(R_e + 1/2x)^2}{(R_e + x)^2}$$

$$\text{از دو طرف جذر می‌گیریم.} \rightarrow \frac{10}{9} = \frac{R_e + 1/2x}{R_e + x} \Rightarrow 10R_e + 10x = 9R_e + 10/8x$$

$$\Rightarrow R_e = 0.8x \Rightarrow \frac{x}{R_e} = \frac{1}{0.8} = \frac{10}{8} = \frac{5}{4}$$

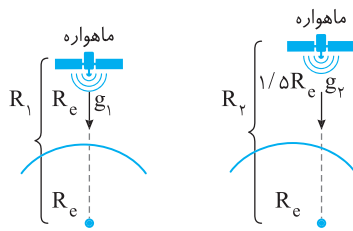
۲ ۱۱۵۳ B

۱ یادآوری شتاب گرانش یک سیاره از رابطه $g = G \frac{M}{r^2}$ سیاره به دست می‌آید و

جهت آن به سمت سیاره است.

۲ خط فکری برای آنکه شتاب گرانش خالص در نقطه‌ای صفر شود باید شتاب گرانش حاصل از سیاره‌های A و B در آن نقطه هم‌اندازه و خلاف جهت هم باشند. برای خلاف جهت شدن شتاب گرانش‌ها، چون این شتاب به سمت مرکز سیاره‌ها است پس باید این نقطه بین دو سیاره قرار گیرد.

$$g_A = g_B \text{ در نقطه C}$$



بنابراین شتاب مرکزگرا در حالت دوم به اندازه:

$$g_2 - g_1 = \frac{16}{25} g_1 - g_1 = \frac{-9}{25} g_1 = \frac{-9}{25} g_1 = \frac{-36}{100} g_1$$

با ۳۶ درصد، نسبت به شتاب مرکزگرای اولیه کاهش می‌یابد.

روش دوم: درصد تغییرات برابر است با: $\frac{\Delta g}{g_1} \times 100 = \frac{-9}{25} \times 100 = -36\%$ کاهش

۴ ۱۱۶۲ B

۱) نیروی گرانش وارد بر ماهواره نیروی مرکزگرا است.

$$F_G = F \Rightarrow G \frac{M_e m}{r^2} = m \frac{v^2}{r} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM_e}{r}} \quad (1)$$

۲) از طرفی شتاب گرانش در سطح زمین برابر است با:

$$g = G \frac{M_e}{R_e^2} \Rightarrow GM_e = R_e^2 g \quad (2)$$

۳) رابطه (۲) را در رابطه (۱) جای گذاری می‌کنیم:

$$v = \sqrt{\frac{GM_e}{r}} = \sqrt{\frac{R_e^2 g}{r}} \Rightarrow v = R_e \sqrt{\frac{g}{r}}$$

R_e شعاع کره زمین، r فاصله ماهواره از مرکز زمین (یعنی شعاع مدار چرخش ماهواره) است.

۴) با توجه به فرض مسئله، $R_e = 6400 \text{ km}$ ، $r = 6400 + 800 = 7200 \text{ km}$ و

$g = 9.8 \text{ m/s}^2$ است. اعداد را در رابطه تندی ماهواره جای گذاری می‌کنیم.

$$v = R_e \sqrt{\frac{g}{r}} \Rightarrow v = 6400 \times 10^3 \times \sqrt{\frac{9.8}{7200 \times 10^3}}$$

$$v = 6400 \times 10^3 \times \sqrt{\frac{4/9}{3600 \times 10^3}} \Rightarrow v = 6400 \times 10^3 \times \frac{2}{6 \times 10^3} = \frac{6400 \times 2}{6} \text{ m/s}$$

$$v = \frac{2}{6} \times 6400 \times 10^3 \frac{\text{km}}{\text{h}} \Rightarrow v = 21333 \text{ km/h}$$

۴ ۱۱۶۳ B

یادآوری: نیروی مرکزگرایی که ماهواره را در مدارش نگاه می‌دارد، نیروی گرانش بین زمین و ماهواره است. از این رو خواهیم داشت:

$$G \frac{M_e m}{r^2} = m \frac{v^2}{r} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM_e}{r}}$$

r فاصله ماهواره از مرکز زمین ($r = R_e + h$) است.

نکته: تندی ماهواره به جرم ماهواره بستگی ندارد و با جذر شعاع مدار ماهواره

نسبت وارون دارد. $\frac{v'}{v} = \sqrt{\frac{r}{r'}}$

شعاع چرخش ماهواره A برابر $r_A = R_e + R_e = 2R_e$ و شعاع چرخش ماهواره B نیز $r_B = R_e + 2R_e = 3R_e$ است، از این رو:

$$\frac{v_A}{v_B} = \frac{\sqrt{\frac{GM_e}{2R_e}}}{\sqrt{\frac{GM_e}{3R_e}}} \Rightarrow \frac{v_A}{v_B} = \sqrt{\frac{3}{2}}$$

۴ ۱۱۵۷ B

نکته: نیروی گرانش زمین در محل ماهواره همان نیروی مرکزگرا است

$$(F = W_h)$$

خط فکری: برای اینکه بررسی کنید نیروی مرکزگرای وارد بر ماهواره چند برابر وزن

ماهواره در سطح زمین است، نیروی وزن در محل ماهواره و سطح زمین را باهم مقایسه کنید. نسبت نیروی مرکزگرا به نیروی وزن ماهواره در سطح زمین خواهد شد:

$$\frac{F}{W} = \frac{W_h}{W} = \frac{mg_h}{mg} = \frac{G \frac{M_e}{(R_e + h)^2}}{G \frac{M_e}{R_e^2}} = \frac{R_e^2}{(R_e + h)^2} \Rightarrow \frac{F}{W} = \frac{R_e^2}{\left(\frac{4}{3} R_e\right)^2} = \frac{9}{16}$$

۳ ۱۱۵۸ A

نکته: نیروی مرکزگرای وارد بر ماهواره نیروی گرانش زمین (نیروی وزن) در محل

ماهواره است از این رو شتاب مرکزگرای ماهواره همان شتاب گرانش زمین در محل ماهواره است.

با توجه به نکته بیان شده، شتاب مرکزگرا (a_r) به شتاب گرانشی در محل ماهواره

$$\frac{a_r}{g_h} = 1 \quad (g_h \text{ برابر یک است.})$$

۲ ۱۱۵۹ B

خط فکری: نیروی خالصی که به ماهواره وارد می‌شود نیروی گرانشی زمین در

محل ماهواره است و شتابی که ماهواره به دست می‌آورد همان شتاب گرانش در محل

ماهواره است بنابراین شما باید شتاب گرانش در محل ماهواره را با شتاب گرانش در

سطح زمین باهم مقایسه کنید.

نسبت شتاب ماهواره به شتاب گرانش در سطح زمین خواهد شد:

$$\frac{a_{\text{ماهواره}}}{g} = \frac{g_h}{g} \Rightarrow \frac{a_{\text{ماهواره}}}{g} = \frac{G \frac{M_e}{(R_e + h)^2}}{G \frac{M_e}{R_e^2}} \xrightarrow{h=R_e} \frac{a_{\text{ماهواره}}}{g} = \frac{R_e^2}{(R_e + R_e)^2} = \frac{1}{4}$$

۳ ۱۱۶۰ A

۱) در حرکت ماهواره به گرد زمین، نیروی گرانش وارد بر ماهواره، نیروی مرکزگرا

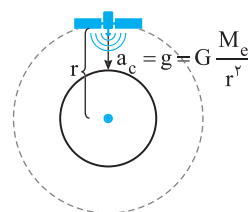
است و شتاب گرانشی در محل ماهواره (g_h) برابر شتاب مرکزگرای ماهواره (a) است.

بنابراین خواهیم داشت: $g_h = a = 2 \text{ m/s}^2$

۲) با توجه به رابطه میدان گرانشی ($g = G \frac{M}{r^2}$) می‌توان نوشت:

$$\frac{g_e}{g_h} = \frac{G \frac{M_e}{R_e^2}}{G \frac{M_e}{(R_e + h)^2}} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{(R_e + h)^2}{R_e^2} \Rightarrow \frac{R_e + h}{R_e} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow 2R_e = R_e + h \Rightarrow h = R_e$$

۴ ۱۱۶۱ B



یادآوری: برای به دست آوردن شتاب

گرانش در فاصله r از مرکز زمین از رابطه

$$g = G \frac{M_e}{r^2}$$

گرانش وارد بر ماهواره برابر شتاب مرکزگرای

وارد بر ماهواره است.

شتاب مرکزگرای ماهواره برابر g است که در آن R فاصله جسم تا مرکز زمین است:

$$\begin{cases} g_1 = G \frac{M_e}{R_1^2} \\ g_2 = G \frac{M_e}{R_2^2} \end{cases} \Rightarrow \frac{g_2}{g_1} = \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 = \left(\frac{2}{2.5}\right)^2 \Rightarrow \frac{g_2}{g_1} = \frac{16}{25} \Rightarrow g_2 = \frac{16}{25} g_1$$

B ۱۱۶۷ ۳

نیروی مرکزگرای ماهواره همان نیروی گرانش در محل ماهواره است. از این رو:

$$G \frac{Mm}{r^2} = m \frac{v^2}{r} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM}{r}} \quad (1)$$

از طرفی، شتاب گرانش در سطح سیاره برابر است با:

$$g = G \frac{M}{R^2} \Rightarrow GM = R^2 g \quad (2)$$

از رابطه (۲) در رابطه (۱) جای گذاری می‌کنیم.

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}} = \sqrt{\frac{R^2 g}{r}} \Rightarrow v = R \sqrt{\frac{g}{r}}$$

R شعاع سیاره و r فاصله ماهواره از مرکز سیاره است. شعاع مدار ماهواره $r = 9600 \text{ km}$ و شعاع سیاره $R = 8800 \text{ km}$ و تندی آن 11 km/s است. اعداد داده شده در مسئله را جای گذاری می‌کنیم.

$$v = R \sqrt{\frac{g}{r}} \Rightarrow g = \frac{rv^2}{R^2} \Rightarrow g = \frac{9600 \times 11 \times 11}{8800 \times 8800} = \frac{96}{6400} \text{ km/s}^2$$

$$= \frac{96000}{6400} \text{ m/s}^2 \Rightarrow g = \frac{960}{64} \Rightarrow g = 15 \text{ m/s}^2$$

A ۱۱۶۸ ۲

بر ماهواره‌ای که به دور زمین می‌چرخد، نیروی گرانش زمین وارد می‌شود و این نیرو، نیروی مرکزگرای لازم برای نگه داشتن ماهواره روی مدارش را تأمین می‌کند. بنابراین خواهیم داشت:

$$G \frac{M_e m}{r^2} = m \frac{v^2}{r} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM_e}{r}} \Rightarrow v \propto \frac{1}{\sqrt{r}}$$

در نتیجه، تندی ماهواره با افزایش شعاع مدار آن کاهش می‌یابد. از طرفی:

$$G \frac{M_e m}{r^2} = m r \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 \Rightarrow \frac{GM_e}{r^2} = \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 \Rightarrow \frac{GM_e}{r^3} = \frac{4\pi^2}{T^2}$$

$$\Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{GM_e}} \Rightarrow T^2 \propto r^3$$

پس مشخص است که با افزایش شعاع مدار، دوره حرکت ماهواره افزایش می‌یابد.

نتیجه ✓ تندی ماهواره و دوره چرخش آن با افزایش فاصله ماهواره از سطح زمین به ترتیب کاهش و افزایش می‌یابد.

B ۱۱۶۹ ۱

یادآوری به حاصل ضرب جرم در سرعت جسم، تکانه گویند. ($\vec{P} = m\vec{v}$)

خط فکری ابتدا باید نسبت تندی دو ماهواره را از رابطه $v = \sqrt{\frac{GM_e}{r}}$ پیدا

کنید سپس به سراغ نسبت تکانه‌ها بروید.

$$r = R_e + h \xrightarrow{h=R_e} r_1 = 2R_e \quad (1)$$

شعاع مدار ماهواره نزدیکتر برابر است با:

$$r_1 = R_e + h_1 \xrightarrow{h_1=2R_e} r_1 = 3R_e$$

نسبت تندی ماهواره نزدیکتر به ماهواره دورتر خواهد شد:

$$v = \sqrt{\frac{GM_e}{r}} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{\sqrt{\frac{GM_e}{r_1}}}{\sqrt{\frac{GM_e}{r_2}}} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{r_2}{r_1}} = \sqrt{\frac{2R_e}{3R_e}} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{2}{3}}$$

نسبت تکانه‌ها خواهد شد:

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{m_1 v_1}{m_2 v_2} \xrightarrow{m_1 = m, m_2 = m} \frac{P_1}{P_2} = \frac{m}{m} \times \sqrt{\frac{2}{3}}$$

$$\Rightarrow \frac{P_1}{P_2} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \Rightarrow \frac{P_1}{P_2} = \sqrt{6}$$

B ۱۱۶۵ ۴

بازی با سؤال تندی دو ماهواره که در ارتفاع h و 2h از سطح زمین به دور آن می‌چرخند، به ترتیب v_1 و v_2 است. اگر $\frac{v_2}{v_1} = \sqrt{2}$ باشد، چه

کسری از شعاع زمین است؟

$$\frac{1}{8} \quad (4) \quad \frac{1}{4} \quad (3) \quad \frac{1}{2} \quad (2) \quad \frac{1}{3} \quad (1)$$

B ۱۱۶۶ ۱

$$v = \sqrt{\frac{GM_e}{r}} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{r_1}{r_2}} \Rightarrow \sqrt{2} = \sqrt{\frac{R_e + h}{R_e + 2h}}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{R_e + h}{R_e + 2h}} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{R_e + h}{R_e + 2h} \Rightarrow h = \frac{R_e}{3}$$

B ۱۱۶۴ ۱

۱ شعاع مدار ماهواره $\frac{1}{4}R$ افزایش یافته است. $R' = R + \frac{1}{4}R \Rightarrow R' = \frac{5}{4}R$
۲ نیروی گرانش زمین وارد بر ماهواره، همان نیروی مرکزگرای ماهواره است.

$$G \frac{M_e m}{R'^2} = m \frac{v'^2}{R'} \Rightarrow v' = \sqrt{\frac{GM_e}{R'}}$$

۳ اعداد مسئله را جای گذاری می‌کنیم:

$$\frac{v'}{v} = \sqrt{\frac{R}{R'}} \xrightarrow{v = 1/4 \text{ km/s}} \frac{v'}{1/4} = \sqrt{\frac{R}{1/4 R}} \Rightarrow \frac{v'}{1/4} = \frac{1}{1/2}$$

$$\Rightarrow v' = 1/2 \text{ km/s}$$

B ۱۱۶۵ ۴

خط فکری ابتدا به کمک رابطه بین تندی ماهواره A و تندی ماهواره B نسبت شعاع مدار چرخش ماهواره‌ها را به دست می‌آوریم سپس به کمک رابطه شتاب مرکزگرای

$$a = \frac{v^2}{r} \text{، مسئله را حل می‌کنیم.}$$

۱ نیروی مرکزگرای ماهواره همان نیروی گرانش وارد بر ماهواره است از این رو:

$$G \frac{M_e m}{r^2} = m \frac{v^2}{r} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM_e}{r}}$$

۲ سرعت دوران ماهواره با جذر شعاع مدار آن نسبت وارون دارد. در نتیجه:

$$\frac{v_A}{v_B} = \sqrt{\frac{r_B}{r_A}} \xrightarrow{v_A = 2v_B} 2 = \sqrt{\frac{r_B}{r_A}} \Rightarrow \frac{r_B}{r_A} = 4$$

۳ نسبت شتاب مرکزگرای ماهواره A به ماهواره B برابر خواهد شد با:

$$\frac{a_A}{a_B} = \frac{\frac{v_A^2}{r_A}}{\frac{v_B^2}{r_B}} \Rightarrow \frac{a_A}{a_B} = \left(\frac{v_A}{v_B} \right)^2 \left(\frac{r_B}{r_A} \right) \Rightarrow \frac{a_A}{a_B} = 4 \times 4 = 16$$

B ۱۱۶۶ ۲

نکته نیروی مرکزگرای وارد بر ماهواره همان نیروی گرانش زمین (وزن ماهواره) در محل آن است.

خط فکری شتاب گرانش زمین در محل ماهواره (g_h) را حساب می‌کنیم. نیروی وزن ماهواره ($W_h = mg_h$) همان نیروی مرکزگرا است. وقتی در مسئله می‌گوید نیروی مرکزگرای وارد بر ماهواره 9000 N است یعنی نیروی وزن ماهواره ($W_h = 9000 \text{ N}$) است.

۱ فاصله ماهواره از مرکز زمین $r = R_e + \frac{R_e}{3} = \frac{4}{3}R_e$ است. شتاب گرانش در

محل ماهواره خواهد شد:

$$g_h = \frac{GM_e}{\left(\frac{4}{3}R_e \right)^2} \Rightarrow \frac{g_h}{g} = \frac{9}{16} \Rightarrow g_h = \frac{9}{16}g$$

۲ با داشتن شتاب گرانش در محل ماهواره و نیروی وزن ماهواره، جرم آن را به دست

$$F = W_h \Rightarrow W_h = mg_h \Rightarrow 9000 = m \times \left(\frac{9}{16} \times 10 \right) \Rightarrow m = 1600 \text{ kg}$$

۳ ۱۱۷۳ B

نیروی که باعث می‌شود ماهواره به گرد زمین بگردد، نیروی گرانش بین ماهواره و کره زمین است که همان نیروی مرکزگراست. دوره حرکت ماهواره با جذر توان ۳ شعاع ماهواره نسبت مستقیم دارد.

$$F = G \frac{M_e m}{r^2} = m r \frac{4\pi^2}{T^2} \Rightarrow \frac{GM_e}{r^2} = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 r \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{GM_e}}$$

r فاصله ماهواره از مرکز زمین است. بنابراین:

$$\frac{T_B}{T_A} = \frac{2\pi \sqrt{\frac{r_B^3}{GM_e}}}{2\pi \sqrt{\frac{r_A^3}{GM_e}}} \Rightarrow \frac{T_B}{T_A} = \sqrt{\left(\frac{r_B}{r_A}\right)^3} \xrightarrow{R_A = R_e + R_e = 2R_e, R_B = R_e + 7R_e = 8R_e} \frac{T_B}{T_A} = \sqrt{\left(\frac{8R_e}{2R_e}\right)^3} = \sqrt{8^3} = \sqrt{512} = 16$$

بخاطر سپردن رابطه $\frac{T'}{T} = \sqrt{\left(\frac{r'}{r}\right)^3}$ را پیشنهاد می‌کنیم.

۴ ۱۱۷۴ B

نکته: در حرکت دایره‌ای یکنواخت در هر نقطه از مسیر بردار شتاب متحرک بر بردار سرعت متحرک عمود است.

یادداشت ریاضی: شرط عمود بودن دو خط (دو بردار) این است که شیب آن‌ها قرینه و وارن یکدیگر باشد.

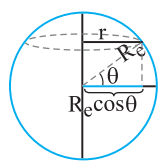
۱ شیب بردار سرعت $\vec{v} = 3\vec{i} - 4\vec{j}$ خواهد شد: $m = \frac{v_y}{v_x} = \frac{-4}{3}$

۲ شیب بردار شتاب مرکزگرا را حساب می‌کنیم. $m' = -\frac{1}{m} \Rightarrow m' = \frac{3}{4}$

۳ در گزینه‌ها، تنها گزینه‌ای که شیب بردار آن $\frac{3}{4} + \frac{3}{4}$ است گزینه (۴) است. $(\vec{a} = 4\vec{i} + 3\vec{j})$ است.

۲ ۱۱۷۵ B

نکته: مدار جغرافیایی: دایره‌هایی فرضی روی سطح زمین که به موازات استوا



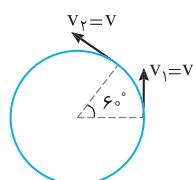
رسم می‌شود. ابتدا از روی شکل شعاع مسیر حرکت نقطه را

به‌دست می‌آوریم: $\cos \theta = \frac{r}{R_e} \Rightarrow r = R_e \cos \theta$

۲ شتاب مرکزگرا خواهد شد:

$$a = r \frac{4\pi^2}{T^2} \Rightarrow a = (R_e \cos \theta) \frac{4\pi^2}{T^2} \Rightarrow a = \frac{4\pi^2 R_e \cos \theta}{T^2}$$

۳ ۱۱۷۶ B



متحرک، کمان 60° را در مدت $\frac{1}{6}$ دوره طی می‌کند $(\Delta t = \frac{T}{6})$. از طرفی سرعت بر مسیر حرکت مماس است. دو بردار سرعت را از یک نقطه رسم می‌کنیم. شکل حاصل مثلث متساوی الاضلاع و بردار تغییر سرعت برابر v می‌شود. در این صورت شتاب متوسط در این مدت خواهد شد:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow a_{av} = \frac{v}{\frac{T}{6}} = \frac{6v}{T} \Rightarrow a_{av} = \frac{12\pi v}{T^2}$$

۴ ۱۱۷۰ B

یادآوری: نیروی مرکزگرای وارد بر ماهواره، نیروی گرانش زمین وارد بر ماهواره است.

$$F = G \frac{mM_e}{r^2} \Rightarrow m \frac{v^2}{r} = G \frac{mM_e}{r^2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM_e}{r}}$$

در این رابطه r شعاع حرکت ماهواره به گرد زمین است که مقدار آن برابر مجموع شعاع زمین (R_e) و فاصله ماهواره از سطح زمین (h) است. $r = R_e + h$

بنابراین تندی حرکت ماهواره با جذر شعاع مدار ماهواره نسبت وارون دارد. $\frac{v'}{v} = \sqrt{\frac{r}{r'}}$

رابطه انرژی جنبشی را برای ماهواره A و ماهواره B نوشته بر هم تقسیم می‌کنیم.

$$\begin{cases} K_A = \frac{1}{2} m v_A^2 \\ K_B = \frac{1}{2} (2m) v_B^2 \end{cases} \Rightarrow \frac{K_A}{K_B} = \frac{1}{2} \left(\frac{v_A}{v_B}\right)^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{r_B}{r_A}\right)^2$$

$$\frac{r_A = R_e + \frac{R_e}{2} = \frac{3}{2}R_e, r_B = R_e + \frac{R_e}{4} = \frac{5}{4}R_e}{\frac{K_A}{K_B} = \frac{1}{2} \left(\frac{\frac{5}{4}R_e}{\frac{3}{2}R_e}\right)^2} \Rightarrow \frac{K_A}{K_B} = \frac{5}{12}$$

۳ ۱۱۷۱ B

۱ سرعت حرکت ماهواره به گرد زمین را به دست می‌آوریم.

$$F = G \frac{M_e m}{r^2} = m \frac{v^2}{r} \Rightarrow v^2 = \frac{GM_e}{r}$$

۲ فاصله ماهواره‌ها از مرکز زمین یعنی شعاع مدار چرخش ماهواره‌ها خواهد شد:

$$\text{ماهواره نزدیک‌تر: } r = R_e + h \xrightarrow{h=R_e} r = 2R_e$$

$$\text{ماهواره دورتر: } r' = R_e + h' \xrightarrow{h'=2R_e} r' = 3R_e$$

۳ نسبت تندی ماهواره دورتر به ماهواره نزدیک‌تر را به دست می‌آوریم.

$$\frac{v'}{v} = \sqrt{\frac{GM_e}{r'}} = \sqrt{\frac{r}{r'}} = \sqrt{\frac{2R_e}{3R_e}} \Rightarrow \frac{v'}{v} = \sqrt{\frac{2}{3}}$$

۴ نسبت انرژی جنبشی را حساب می‌کنیم.

$$\frac{K'}{K} = \frac{\frac{1}{2} m' v'^2}{\frac{1}{2} m v^2} \xrightarrow{m'=2m} \frac{K'}{K} = 2 \times \left(\sqrt{\frac{2}{3}}\right)^2 \Rightarrow \frac{K'}{K} = \frac{4}{3}$$

۱ ۱۱۷۲ B

۱ انرژی جنبشی ماهواره دو برابر شده است از این رو:

$$K_2 = 2K_1 \Rightarrow \frac{1}{2} m v_2^2 = 2 \left(\frac{1}{2} m v_1^2\right) \Rightarrow v_2 = \sqrt{2} v_1$$

۲ از طرفی سرعت ماهواره برابر $v = \sqrt{\frac{GM_e}{r}}$ است و سرعت با جذر شعاع مدار

ماهواره نسبت وارون دارد.

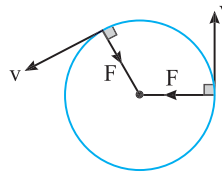
$$\frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{r_1}{r_2}} \Rightarrow \sqrt{2} = \sqrt{\frac{r_1}{r_2}} \Rightarrow \frac{r_1}{r_2} = 2$$

۳ نسبت نیروی مرکزگرا در حالت دوم به حالت اول خواهد شد:

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{\frac{m v_2^2}{r_2}}{\frac{m v_1^2}{r_1}} \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \times \left(\frac{r_1}{r_2}\right) \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = 2 \times 2 = 4$$

B ۱۱۷۷

راه حل اول: در حرکت دایره‌ای یکنواخت، نیرو در هر لحظه بر ذره عمود است و نیروی مرکزگرا اندازه سرعت را تغییر نمی‌دهد و فقط جهت حرکت (بردار سرعت) ذره را تغییر می‌دهد. به همین علت اندازه سرعت ثابت می‌ماند.



راه حل دوم: نیرو در هر نقطه عمود بر مسیر است. بنابراین کار نیروی F وارد بر جسم صفر است.

$$W = F \times d \cos \theta \xrightarrow{\theta = \frac{\pi}{2}} W_F = 0$$

بنابراین کار و انرژی جنبشی، کار نیروی F برابر تغییر انرژی جنبشی جسم است، بنابراین:

$$W_F = \Delta K \xrightarrow{W_F = 0} \Delta K = 0$$

حال که انرژی جنبشی تغییر نمی‌کند، با توجه به رابطه $K = \frac{1}{2}mv^2$ باید بزرگی سرعت جسم ثابت باشد.

B ۱۱۷۸

تندی کمیت نرده‌ای است و جهت ندارد. اگر تندی ثابت باشد، یعنی اندازه سرعت متحرک ثابت است. در این صورت ممکن است جهت بردار سرعت ثابت باشد و یا تغییر کند. اگر جهت بردار سرعت تغییر کند در این صورت نیروی خالص وارد بر متحرک صفر نخواهد شد و گزینه (۱) نادرست است. هنگامی که جهت بردار سرعت تغییر کند، مسیر حرکت خط راست نخواهد بود و گزینه (۲) نادرست است. اگر حرکت روی خط راست با سرعت ثابت 10 m/s باشد، متحرک تغییر جهت نمی‌دهد و گزینه (۳) نیز نادرست است. در واقع با توجه به کلمه الزاماً در هر سه گزینه، هیچ یک از سه گزینه درست نیست.

B ۱۱۷۹

خط شکر: هنگامی که دوچرخه‌سوار روی سطح افقی، دور می‌زند، از طرف سطح جاده دو نیرو بر دوچرخه‌سوار وارد می‌شود. یکی از آن‌ها نیروی وزن را خنثی می‌کند و نیروی دیگر دوچرخه را بر مسیر دایره‌ای نگه می‌دارد و نیروی مرکزگرا را تأمین می‌کند. بنابراین شما باید این دو نیرو را به دست آورده و برآیند آن‌ها را حساب کنید.

۱. نیروی عمودی سطح وارد بر دوچرخه را حساب می‌کنیم:

$$F_N = mg \xrightarrow{m=80 \text{ kg}} F_N = 800 \text{ N}$$

۲. نیروی مرکزگرا وارد بر دوچرخه‌سوار را به دست می‌آوریم:

$$F = m \frac{v^2}{r} \xrightarrow{v=10 \text{ m/s}, r=20 \text{ m}} F = 80 \times \frac{10^2}{20} \Rightarrow F = 400 \text{ N}$$

۳. به کمک رابطه فیثاغورس، نیرویی که جاده بر جسم وارد می‌کند را حساب می‌کنیم.

$$R = \sqrt{F_N^2 + F^2} = \sqrt{800^2 + 400^2} = 400\sqrt{5} \text{ N}$$

A ۱۱۸۰

۱. 18 km/h برابر 5 m/s است. از طرفی نیروی اصطکاک بین لاستیک و جاده، نیروی مرکزگرا است:

$$f_{s \max} = m \frac{v^2}{R} \xrightarrow{m=80 \text{ kg}, r=\frac{1}{3} \text{ m}} f_{s \max} = 80 \times \frac{(5)^2}{\frac{1}{3}} \Rightarrow f_{s \max} = 6000 \text{ N}$$

۲. نیروی عمودی تکیه‌گاه برابر نیروی وزن اتومبیل است.

$$F_N = W \Rightarrow F_N = 800 \times 10 = 8000 \text{ N}$$

۳. بنابراین نیرویی که جاده بر اتومبیل وارد می‌کند برابر است با:

$$R = \sqrt{F_N^2 + W^2} = \sqrt{6000^2 + 8000^2} \Rightarrow R = 10^4 \text{ N}$$

B ۱۱۸۱

نکته: دوره جسمی که روی صفحه گردان به همراه صفحه می‌چرخد با دوره صفحه برابر است.

۱. در هر دقیقه (60 s) ، صفحه 30 دور می‌چرخد. دوره حرکت صفحه را به دست

$$T = \frac{t}{N} = \frac{60}{30} = 2 \text{ s} \quad \text{می‌آوریم:}$$

۲. نیروی اصطکاک ایستایی، نیروی مرکزگرا را تأمین می‌کند. بیشینه نیروی اصطکاک، نیروی اصطکاک آستانه حرکت $f_{s \max}$ است و تا زمانی که نیروی مرکزگرا کمتر یا مساوی $f_{s \max}$ باشد، جسم بر صفحه نمی‌لغزد.

$$\mu_s mg \geq mr \frac{v^2}{T^2} \Rightarrow \mu_s g \geq r \left(\frac{v^2}{T^2} \right) \Rightarrow \mu_s \times g \geq 0.2 \times \left(\frac{v^2}{4} \right) \Rightarrow \mu_s \geq 0.2$$

۳. در این صورت کمینه مقدار ضریب اصطکاک 0.2 است و اگر ضریب اصطکاک آستانه حرکت μ_s از این مقدار بیشتر باشد، جسم روی سطح نمی‌لغزد.

B ۱۱۸۲

۱. آهنگ 0.1 دور بر ثانیه یعنی در هر ثانیه صفحه 0.1 دور می‌چرخد بنابراین دوره با یک تناسب ساده به دست می‌آید:

دوره 0.1	1 s
دوره 1	$T \Rightarrow T = 10 \text{ s}$

۲. نیروی اصطکاک بین وزنه و سطح صفحه نیروی مرکزگرا است. از این رو نیروی اصطکاک خواهد شد:

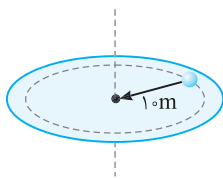
$$f_s = mr \frac{v^2}{T^2} \Rightarrow f_s = 4 \times 10 \times \frac{4\pi^2}{100} \Rightarrow f_s = 16 \text{ N}$$

۳. وزن وزنه توسط نیروی عمودی تکیه‌گاه خنثی می‌شود:

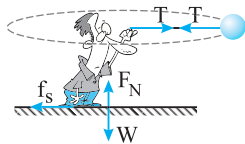
$$F_N = W \Rightarrow F_N = 4 \times 10 = 40 \text{ N}$$

۴. نیرویی که وزنه بر سطح وارد می‌کند برابر نیرویی است که سطح بر وزنه وارد می‌کند و مقدار آن برآیند F_s و F_N است.

$$R = \sqrt{F_N^2 + f_s^2} \Rightarrow R = \sqrt{40^2 + 16^2} \Rightarrow R = 8\sqrt{29} \text{ N}$$



C ۱۱۸۳

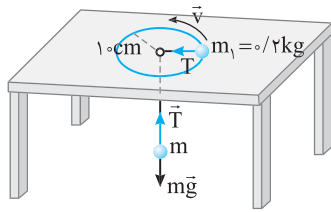


وقتی شخص طناب را می‌چرخاند، بر آن نیرو وارد می‌کند. بنا بر قانون سوم نیوتون، طناب هم بر شخص نیرویی برابر و در خلاف جهت به نام نیروی کشش T وارد می‌کند. برای آن که شخص بتواند تعادل خود را حفظ کند، نیروی اصطکاک ایستایی از طرف سطح زمین بر شخص وارد می‌شود و شخص نیز این نیرو

را علاوه بر وزن خود و وزن قلاب سنگ، به سطح زمین وارد می‌کند. بنابراین نیرویی که شخص به سطح زمین وارد می‌کند از $(m+M)g$ بیشتر است.

وقتی شخص به وزن Mg ، جسمی به وزن mg در دست دارد. نیروی عمودی سطح بر او برابر مجموع وزن شخص و وزن جسم است:

$$F_N = (M+m)g$$



۱ ۱۱۸۷ C

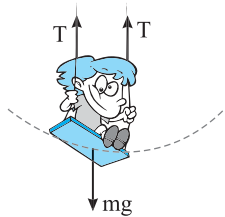
نیروهای وارد بر تاب را رسم می‌کنیم:

۱ نیروی وزن $W = (m_{ش} + m_{تاب})g$ رو به پایین

۲ از طرف هر طناب یک نیروی کشش T رو به بالا

۳ نیروی خالص وارد بر شخص برابر است با:

$$F_{net} = 2T - (m_{ش} + m_{تاب})g \quad (I)$$



۴ شتاب حرکت سامانه برابر است با:

$$a = \frac{v^2}{\ell} \xrightarrow{v=5\text{ m/s}, \ell=5\text{ m}} a = \frac{25}{5} = 5\text{ m/s}^2$$

۵ بنا به قانون دوم نیوتون خواهیم داشت:

$$F_{net} = ma \xrightarrow{(I)} 2T - (m_{ش} + m_{تاب})g = (m_{ش} + m_{تاب})a$$

$$T = 30\text{ N}, m_{تاب} = 2\text{ kg} \rightarrow 60 - (m_{ش} + 2) \times 10 = (m_{ش} + 2) \times 5$$

$$\Rightarrow 60 - 10m_{ش} - 20 = 5m_{ش} + 10 \Rightarrow 57 = 15m_{ش} \Rightarrow m_{ش} = 3.8\text{ kg}$$

۱ ۱۱۸۸ C

خط فکری هر گاه خواستیم در یک نقطه از مسیر، متحرک را بررسی کنیم کافی

است نیروهای وارد بر جسم را رسم کرده نیروی خالص وارد بر جسم را برابر ma قرار

دهیم البته در حرکت بر مسیر دایره‌ای به جای a مقدار $\frac{v^2}{r}$ را قرار می‌دهیم.

در بالاترین نقطه مسیر دو نیرو بر شخص روی صندلی وارد می‌شود:

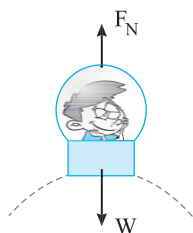
۱ نیروی وزن رو به پایین

۲ نیروی عمودی سطح رو به بالا

برایند این دو نیرو، نیروی مرکزگرا را تأمین می‌کنند بنابراین:

$$F_{net} = ma \Rightarrow mg - F_N = ma \xrightarrow{m=50\text{ kg}} 500 - F_N = m \frac{v^2}{r}$$

$$\xrightarrow{v=4\text{ m/s}, r=1\text{ m}} 500 - F_N = 50 \cdot \frac{16}{1} \Rightarrow F_N = 420\text{ N}$$

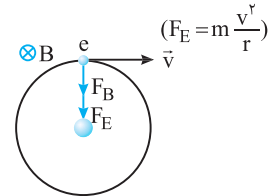


۱ ۱۱۸۴ C

۱ سرعت در هر نقطه بر مسیر حرکت مماس است. در ابتدا تنها نیروی وارد به الکترون، نیروی ربایشی الکتریکی بین بار مثبت هسته و بار منفی الکترون است که نیروی مرکزگرا را تأمین می‌کند.

$$F_E = m \frac{v^2}{r}$$

۲ وقتی الکترون بین دو قطب آهن‌ربای الکتریکی قرار می‌گیرد بر آن نیروی مغناطیسی عمود بر مسیر حرکت وارد می‌شود.



۳ چهار انگشت باز دست راست خود را در جهت بردار سرعت به گونه‌ای قرار دهید که کف دست شما به سمت صفحه کاغذ باشد در این صورت انگشت شست باز شما رو به بالای صفحه جهت نیرو را نشان می‌دهد اما الکترون دارای بار منفی است و نیروی F_B وارد بر الکترون رو به پایین و هم‌جهت نیروی ربایشی الکتریکی است.

۴ در این حالت برآیند نیروی ربایشی الکتریکی و نیروی مغناطیسی نیروی مرکزگرا را تأمین می‌کند. $F = F_B + F_E$ یعنی نیروی مرکزگرا افزایش می‌یابد بنابراین، با ثابت بودن شعاع چرخش الکترون قطعاً تندی الکترون زیاد شده است.

$$F' = F_B + F_E = m \frac{v'^2}{r} \Rightarrow v' > v$$

۲ ۱۱۸۵ B

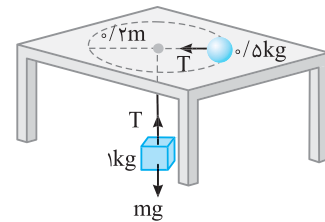
خط فکری وزنه متصل به ریسمان در حالت قائم ساکن و در تعادل است نیروهای وارد بر آن را رسم می‌کنیم این نیروها متوازن هستند. (نیروی وزن - نیروی کشش نخ) نیروی کشش در طول یک ریسمان سبک، مقدار ثابتی است وزنه روی میز دارای حرکت دایره‌ای است و نیروی کشش ریسمان وارد بر آن نیروی مرکزگرا است. اکنون هر جسم را جداگانه بررسی کنید.

نیروهای وارد بر وزنه ۱ kg را رسم می‌کنیم، برای تعادل باید مجموع نیروها صفر باشد:

$$T = mg \Rightarrow T = 10\text{ N}$$

نیروی کشش نخ برای وزنه نیم کیلوگرمی نیروی مرکزگرا است از این رو:

$$T = mr \frac{v^2}{r^2} \Rightarrow 10 = 0.5 \times \frac{4\pi^2}{T^2} \Rightarrow 10 = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{\pi}{5}\text{ s}$$



۴ ۱۱۸۶ B

۱ نیروهای وارد بر وزنه متصل به نخ قائم را رسم می‌کنیم. این نیروها متوازن هستند زیرا m در تعادل است.

$$T = mg \quad (I)$$

۲ نیرویی که وزنه m_1 را روی سطح میز بر مسیر دایره‌ای نگه می‌دارد. همان نیروی

کشش نخ است بنابراین می‌توان نوشت:

$$F = m \frac{v^2}{r} \Rightarrow T = m_1 \frac{v^2}{r} \xrightarrow{(I)} mg = m_1 \frac{v^2}{r} \xrightarrow{v=2\text{ m/s}, r=1\text{ cm}}$$

$$m \times 10 = 0.2 \left(\frac{4}{0.01} \right) \Rightarrow m = 0.8\text{ kg} \Rightarrow m = 800\text{ g}$$

B ۱۱۸۹ ۳

در هر سه حالت نیروهای وارد بر اتومبیل را رسم می‌کنیم:

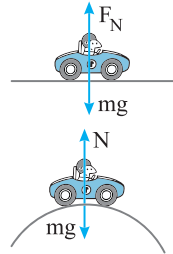
۱) نیروی وزن

۲) نیروی عمودی سطح جاده

باید نیروی خالص وارد بر اتومبیل به گونه‌ای باشد که سبب شود اتومبیل روی مسیر دایره‌ای بالا برود از طرفی نیروی مرکزگرا باید به سوی مرکز مسیر باشد. بنابراین:

روی سطح افقی:

$$F_N = mg$$

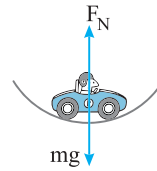


روی سطح محدب، باید برآیند نیروهای وارد بر اتومبیل به گونه‌ای باشد که سبب شود اتومبیل مسیر خمیده را طی کند بنابراین نیروی مرکزگرای وارد بر اتومبیل باید رو به پایین باشد.

$$mg - F_N = m \frac{v^2}{R} \Rightarrow F_N = mg - m \frac{v^2}{R} \Rightarrow F_N < mg$$

باید نیروی خالص بر اتومبیل به گونه‌ای باشد که سبب شود اتومبیل روی مسیر دایره‌ای بالا برود. از طرفی نیروی مرکزگرا باید به سوی مرکز مسیر باشد بنابراین، در پل مقعر خواهیم داشت:

$$F_N - mg = m \frac{v^2}{R} \Rightarrow F_N = m \frac{v^2}{R} + mg \Rightarrow F_N > mg$$



B ۱۱۹۰ ۳

مخزن یک ماشین لباسشویی معمولی، در صفحه قائم می‌چرخد و در هر نقطه از مسیر عموماً دو نیروی عمودی سطح و وزن بر لباس وارد می‌شود که برآیند آن‌ها نیروی مرکزگرا را تأمین می‌کند.

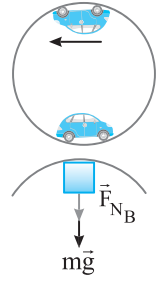
B ۱۱۹۱ ۱

در بالاترین نقطه مسیر نیروی وزن و نیروی عمودی سطح جاده بر ماشین رو به پایین وارد می‌شود و برآیند این دو نیرو، نیروی مرکزگرا را تأمین می‌کند. بنابراین خواهیم داشت:

$$F_{NB} + mg = m \frac{v^2}{r}$$

$$m = 1.5 \text{ kg}, v = 1.2 \text{ m/s}, r = 6 \text{ m}$$

$$\Rightarrow F_{NB} + 15 = 1.5 \times \frac{1.2^2}{6} \Rightarrow F_{NB} = 21 \text{ N}$$



C ۱۱۹۲ ۳

۱) در بالاترین نقطه مسیر دو نیرو بر آب درون سطل وارد می‌شود

۱- نیروی وزن رو به پایین (mg) - ۲- نیروی عمودی سطح (FN)

۲) نیروی خالص وارد بر آب رو به پایین است و شتاب حاصل از آن نیز رو به پایین خواهد بود.

بنابر قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow F_N + mg = ma \Rightarrow a = \frac{F_N}{m} + g \Rightarrow a > g$$

اگر در حالت خاصی $F_N = 0$ شود تنها نیروی وارد بر جسم، نیروی وزن خواهد بود و شتاب $a = g$ می‌شود.

پازل با سوال شخصی دستگیره یک سطل پر از آب را گرفته و آن را دور یک دایره عمودی به شعاع 90 cm و با سرعت می‌چرخاند. حداقل سرعت چند متر بر ثانیه باشد تا در بالاترین نقطه مسیر، آب از سطل سرازیر نشود؟

$$(g = 10 \text{ m/s}^2)$$

خارج تجربی - ۸۶

۴/۵ (۴)

صفر (۳)

۳ (۲)

۹ (۱)

پاسخ وقتی سرعت در بالاترین نقطه مسیر دایره‌ای

در صفحه قائم، کمترین مقدار باشد و جسم بر مسیر باقی بماند. نیروی وزن به تنهایی نیروی مرکزگرا می‌باشد.

$$mg = m \frac{v^2}{r} \Rightarrow v^2 = rg \Rightarrow v = \sqrt{rg}$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{0.9 \times 10} \Rightarrow v = 3 \text{ m/s}$$

گزینه ۲

C ۱۱۹۲ ۱

خط فکری

وقتی در یک تاکسی نشسته‌اید و تاکسی مسیر دایره‌ای را دور می‌زند، اگر از آینه جلوی تاکسی، عروسک کوچکی آویزان باشد، عروسک از راستای قائم منحرف می‌شود و به همراه تاکسی، مسیر را دور می‌زند.

در اینجا نیز وقتی واگن مسیر دایره‌ای را طی می‌کند، جسم متصل به نیروسنج به سمت خارج پیچ منحرف می‌شود. در این حالت دو نیرو بر جسم وارد می‌شود، یکی نیروی وزن (W) و دیگری نیروی کشسانی فنر و برآیند این دو نیرو، نیروی مرکزگرا را تأمین می‌کند.

$$W = mg \Rightarrow W = 50 \text{ N}$$

۱) نیروی وزن را حساب می‌کنیم

۲) نیروی خالص یعنی نیروی مرکزگرای

وارد بر جسم را به دست می‌آوریم.

$$F = m \frac{v^2}{r} = \frac{2 \text{ km/h} = 20 \text{ m/s}}{r = 80 \text{ m}}$$

$$F = 50 \times \frac{(20)^2}{80} \Rightarrow F = 250 \text{ N}$$

۳) بنا به رابطه فیثاغورس خواهیم

$$F_c^2 = F^2 + W^2 = F_c^2 = (250)^2 + (50)^2 \Rightarrow F_c = 255 \sqrt{5} \text{ N}$$

داشت:

B ۱۱۹۴ ۱

وقتی چرخ A یکنواخت می‌چرخد، باعث حرکت تسمه می‌شود. اگر نقطه‌های واقع بر محیط چرخ A دارای تندی v باشند، نقاط تسمه نیز با همین تندی حرکت می‌کند و این تندی را به نقطه‌های واقع بر محیط چرخ B نیز منتقل می‌کند. بنابراین تندی نقطه‌های واقع بر محیط چرخ A و تندی نقطه‌های واقع بر محیط چرخ B با هم برابر است.

$$v_A = v_B \Rightarrow \frac{2\pi R_A}{T_A} = \frac{2\pi R_B}{T_B} \Rightarrow \frac{T_A}{T_B} = \frac{R_A}{R_B} \Rightarrow \frac{T_A}{T_B} = \frac{1}{2}$$

بنابراین گزینه (۱) درست است.

B ۱۱۹۵ ۲

زمین کره کامل نیست و شعاع استوایی آن از شعاع قطبی اش بیشتر است، بنابراین میدان گرانشی در استوا از میدان گرانشی در قطب کمتر است.

B ۱۱۹۶ ۳

برای یافتن g در خارج از سیاره، بنابر رابطه $g = G \frac{M}{r^2}$

هرچه r بزرگ‌تر باشد، g کوچک‌تر است (r فاصله از مرکز سیاره است)، بنابراین نقطه C پاسخ این پرسش نیست.

اگر با همان رابطه و با فرض آن که تمام جرم سیاره در مرکز آن (O) است، به بررسی مسأله بپردازیم، به خطا خواهیم رفت و میدان گرانشی در نقطه A بزرگ‌تر از میدان گرانشی در نقطه B خواهد شد. این را بدانید که همواره بزرگی میدان گرانشی در سطح آن از بقیه نقاط بیشتر است و نقطه B پاسخ این پرسش است.

حال با یک ساده‌نگری عمومی برای نقاط درون سیاره، یک رابطه بسیار تقریبی به دست می‌آوریم. می‌دانیم که:

$$g = G \frac{M}{R^2}$$

اگر صورت و مخرج را در مقدار ثابت $\frac{4}{3}\pi R^3$ (با فرض کره کامل بودن سیاره) ضرب

$$g = \frac{4}{3}\pi R \frac{GM}{R^2} = \frac{4}{3}\pi R G \frac{M}{V} \Rightarrow g = \frac{4}{3}\pi R G \bar{\rho}$$

کنیم، داریم:

بر مبنای این رابطه و با فرض ثابت بودن چگالی، هر چه R (فاصله از مرکز سیاره) کمتر باشد، g کوچک‌تر است و در نقطه O، g برابر صفر است.

۵ جای گذاری نهایی:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{\left(\frac{r}{r_1}\right)^2 g}} \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{g}} \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{r}{g}}$$

پنجره ۴ روبه روی ۵

۲ ۱۱۹۹ B

نیروی وارد بر دو جسم و زمان اثر نیرو یکسان است. با توجه به رابطه نیرو و تکانه خواهیم داشت:

$$F = \frac{\Delta P}{\Delta t} \Rightarrow \begin{cases} \Delta P_1 = F \Delta t \\ \Delta P_2 = F \Delta t \end{cases} \Rightarrow \Delta P_1 = \Delta P_2$$

هر دو جسم از حال سکون شروع به حرکت کرده‌اند. بنابراین تکانه اولیه هر دو صفر است. در نتیجه:

$$P_1 - P_{0,1} = P_2 - P_{0,2} \Rightarrow P_1 = P_2$$

در فرض مسئله تکانه جسم سنگین تر ۲۰ واحد SI بیان شده در این صورت تکانه جسم سبک نیز ۲۰ واحد SI بوده و انرژی جنبشی آن خواهد شد:

$$K = \frac{P^2}{2m} \xrightarrow{m=20\text{kg}} K = \frac{(20)^2}{4} \Rightarrow K = 100\text{J}$$

نمای ۲۶

۳ ۱۱۹۹ B

اندازه نیروی خالص وارد بر جسم را به کمک رابطه نیرو و تکانه حساب می‌کنیم.

$$F_{\text{net}} = \frac{\Delta P}{\Delta t} \Rightarrow F_{\text{net}} = \frac{P - P_0}{\Delta t} \xrightarrow{P_0=0, P=20\text{kgm/s}} F_{\text{net}} = \frac{20}{3} \Rightarrow F_{\text{net}} = 10\text{N} \quad (\text{I})$$

برایند دو نیروی $\vec{F}_1 = 7/\delta \vec{i} + a \vec{j}$ و $\vec{F}_2 = -1/\delta \vec{i} + 2/\delta \vec{j}$ را به دست می‌آوریم.

$$F_{\text{net}} = F_1 + F_2 \Rightarrow F_{\text{net}} = 7/\delta \vec{i} + a \vec{j} - 1/\delta \vec{i} + 2/\delta \vec{j} \Rightarrow$$

$$F_{\text{net}} = 6 \vec{i} + (a + 2/\delta) \vec{j} \Rightarrow F_{\text{net}} = \sqrt{6^2 + (a + 2/\delta)^2} \quad (\text{II})$$

۳ رابطه I و II را برابر قرار می‌دهیم.

$$\sqrt{6^2 + (2/\delta + a)^2} = 10 \Rightarrow 36 + (2/\delta + a)^2 = 100$$

$$\Rightarrow (2/\delta + a)^2 = 64 \Rightarrow \begin{cases} 2/\delta + a = 8 \Rightarrow a = 5/\delta \text{ N} \\ 2/\delta + a = -8 \Rightarrow a = -10/\delta \text{ N} \end{cases}$$

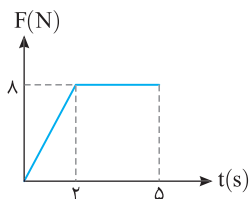
نمای ۲۵

که تنها $a = 5/\delta$ در گزینه‌ها وجود دارد.

۲ ۱۱۹۹ B

۳ یادآوری سطح زیر نمودار نیرو - زمان برابر تغییر تکانه است.

۱ تغییر تکانه را حساب می‌کنیم. $\Delta P = S \Rightarrow \Delta P = \frac{\delta + 3}{4} \times 8 \Rightarrow \Delta P = 32\text{kgm/s}$



۲ نیروی متوسط وارد بر جسم را به دست می‌آوریم.

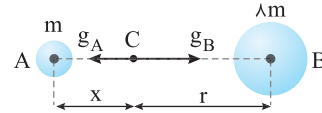
$$F_{\text{av}} = \frac{\Delta P}{\Delta t} \Rightarrow F_{\text{av}} = \frac{32}{5} \Rightarrow F_{\text{av}} = 6.4\text{N}$$

نمای ۲۸

۲ ۱۱۹۷ C

میدان گرانش خالص، حاصل از میدان گرانش دو سیاره است. میدان گرانش دو سیاره در نقطه C در خلاف جهت هم هستند و برابند آن‌ها از نفاصل آن‌ها به دست می‌آید:

$$g_{\text{net}} = |g_B - g_A|$$



بنا به فرض مسئله خواهیم داشت:

$$g_{\text{net}} = g_A \Rightarrow g_B - g_A = g_A \Rightarrow g_B = 2g_A$$

اکنون به جای g از رابطه $g = G \frac{M}{r^2}$ قرار می‌دهیم:

$$G \frac{\lambda m}{r^2} = 2G \frac{m}{x^2} \Rightarrow \frac{x^2}{r^2} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{x}{r} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

۲ ۱۱۹۸ C

هرگاه مجموع دو عدد مقدار ثابتی باشد، حاصل ضرب آن‌ها وقتی بیشینه است که دو عدد با هم برابر باشند.

در رابطه نیروی گرانش $F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$ با حاصل ضرب جرم سر و کار داریم و اینکه قرار

است بخشی از جرم جسم سنگین تر به جسم سبک‌تر منتقل شده پس مجموع جرم دو جسم $m_1 + m_2$ ثابت است بنابراین با توجه به این نکته برای اینکه نیروی گرانش بیشینه شود، باید جرم دو جسم m_1 و m_2 با هم برابر شود. پس جرم ثانویه اجسام برابر میانگین جرم اولیه آن‌ها خواهد بود:

$$m'_1 = m'_2 = \frac{m_1 + m_2}{2} \Rightarrow m'_1 = m'_2 = \frac{m + 2m}{2} \Rightarrow m'_1 = m'_2 = 1.5m$$

جرم جسم سنگین‌تر از 2m به 1.5m رسیده:

$$\text{درصد تغییرات جرم} = \frac{\Delta m}{2m} \times 100 \Rightarrow \text{درصد تغییرات جرم} = \frac{1.5m - 2m}{2m} \times 100$$

$$\Rightarrow \text{درصد تغییرات جرم} = -\frac{1}{4} \times 100 = -25\%$$

۲۵ درصد از جرم جسم سنگین‌تر کاهش یافته است.

۲ ۱۱۹۹ C

خط فکری مسئله جالبی است. در حل آن باید به گزینه‌ها دقت کنید زیرا در

بعضی از گزینه‌ها دوره بر حسب شعاع مدار حرکت ماهواره (r) داده شده است. از طرفی در تمام گزینه‌ها در فرمول‌ها شتاب گرانش (g) حضور دارد بنابراین شما باید r و g را در رابطه نهایی داشته باشید.

۱ نیروی گرانش بین زمین و ماهواره، نیروی مرکزگرای چرخش ماهواره را تأمین می‌کند. از این رو:

$$F = G \frac{M_e m}{r^2} = m r \frac{4\pi^2}{T^2} \Rightarrow \frac{GM_e}{r^2} = \frac{4\pi^2}{T^2} \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{GM_e}} \quad (\text{I})$$

۲ حال به سراغ حذف GM_e و جایگزینی آن می‌رویم. با توجه به رابطه شتاب گرانش خواهیم داشت:

$$g = G \frac{M_e}{R_e^2} \Rightarrow GM_e = R_e^2 g \quad (\text{II})$$

۳ از رابطه (II) در رابطه (I) جای گذاری می‌کنیم.

۴ با توجه به فرض مسئله

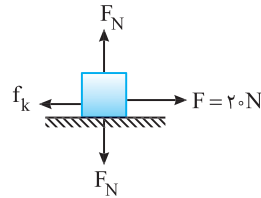
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{R_e^2 g}} \text{ و } r = R_e + h \xrightarrow{h=R_e} r = 2R_e \Rightarrow R_e = \frac{r}{2}$$

۴ ۱۱۹۹ B

خط فکری

دقت کنید نیروی $F=20\text{N}$ در مدت $\Delta t=vs$ به جسم وارد شده است و با توجه به رابطه $\Delta P=F_{\text{net}}\Delta t$ باید تکانه $\Delta P=20 \times 7=140\text{kgm/s}$ باشد. بنابراین سطح دارای اصطکاک است و در مرحله اول باید اصطکاک را حساب کنید. در مرحله دوم وقتی F کاهش می‌یابد و به $20-8=12\text{N}$ می‌رسد باید تغییر تکانه و سپس تکانه بعد از $2s$ را حساب کنید.

با توجه به رابطه نیروی خالص با تغییر تکانه خواهیم داشت:



$$F_{\text{net}} = \frac{\Delta P}{\Delta t}$$

$$\frac{\Delta P=20\text{kgm/s}}{\Delta t=vs} \rightarrow F-f_k = \frac{20}{v}$$

$$\Rightarrow 20-f_k=5 \Rightarrow f_k=15\text{N}$$

نیروی $F=20\text{N}$ کاهش یافته، بنابراین نیروی خالص وارد بر جسم خواهد شد:

$$F'_{\text{net}}=12-15=-3\text{N}$$

تغییر تکانه را حساب می‌کنیم:

$$\Delta P'=F'_{\text{net}}\Delta t'=-3 \times (2)=-6\text{kgm/s}$$

تکانه $2s$ پس از کاهش نیروی F خواهد شد:

$$\Delta P'=P'-P \Rightarrow -6=P'-35 \Rightarrow P'=29\text{kgm/s}$$

نمای ۲۵

۳ ۱۱۹۹ B

تکانه A و B برابر است از این رو خواهیم داشت:

$$P_A=P_B \Rightarrow m_A v_A = m_B v_B \xrightarrow{m_A=2m_B} v_B=2v_A$$

رابطه تندی متحرک و شتاب مرکزگرا را می‌نویسیم.

$$\begin{cases} v = \frac{2\pi r}{T} \\ a = r \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \end{cases} \xrightarrow{\text{دو رابطه را برهم تقسیم می‌کنیم}} \frac{a}{v} = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow a = \frac{2\pi}{T} v$$

نسبت a_A/a_B را به دست می‌آوریم.

$$\frac{a_A}{a_B} = \frac{\frac{2\pi}{T_A} v_A}{\frac{2\pi}{T_B} v_B} \Rightarrow \frac{a_A}{a_B} = \frac{T_B}{T_A} \times \frac{v_A}{v_B} \xrightarrow{\frac{T_A}{T_B} = r/s} \frac{a_A}{a_B} = \frac{1/5}{1/3} \times \frac{v_A}{2v_A} = \frac{3}{10}$$

نمای ۳۰

۳ ۱۱۹۹ B

نیروی وزن یک جسم در سطح یک سیاره، همان نیروی گرانشی است که از طرف سیاره به جسم وارد می‌شود. بنابراین نیروی گرانش وارد بر جسم را در سیاره A و سیاره B می‌نویسیم و با توجه به فرض مسئله دو رابطه را بر هم تقسیم کرده و برابر 12 قرار می‌دهیم.

$$\begin{cases} F_A = G \frac{M_A m}{R_A^2} \\ F_B = G \frac{M_B m}{R_B^2} \end{cases} \Rightarrow \frac{F_A}{F_B} = \frac{M_A}{M_B} \left(\frac{R_B}{R_A}\right)^2 \Rightarrow 12 = \frac{M_A}{M_B} \left(\frac{R_B}{R_A}\right)^2 \quad (1)$$

چگالی متوسط A ، برابر چگالی متوسط B است. از این رو می‌توان نوشت:

$$\frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{\frac{M_A}{V_A}}{\frac{M_B}{V_B}} \xrightarrow{\frac{V}{r} = \frac{4}{3}\pi r^2} \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{M_A}{M_B} \left(\frac{R_B}{R_A}\right)^3 \quad (2)$$

با تقسیم رابطه (۱) بر رابطه (۲)، نسبت R_A/R_B را به دست می‌آوریم:

$$\frac{12}{6} = \frac{R_A}{R_B} \Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = 2$$

نمای ۳۴

۳ ۱۱۹۹ B

یادآوری

در آن جرم سیاره R شعاع سیاره است.

ابتدا به کمک نسبت حجم سیاره (V_p) و حجم زمین (V_e) نسبت شعاع‌ها را

$$V_p = 27V_e \Rightarrow \frac{4}{3}\pi R_p^3 = 27 \left(\frac{4}{3}\pi R_e^3\right) \Rightarrow R_p = 3R_e$$

نسبت g_p/g_e خواهد شد:

$$g_p = G \frac{M_p}{R_p^2} \Rightarrow \frac{g_p}{g_e} = \frac{M_p}{M_e} \times \left(\frac{R_e}{R_p}\right)^2 \xrightarrow{\frac{M_p}{R_p} = 4 \frac{M_e}{R_e}} \frac{g_p}{g_e} = 4 \times \left(\frac{R_e}{3R_e}\right)^2 = \frac{4}{9}$$

نمای ۳۵

۲ ۱۱۹۹ B

آ

نیروی مرکزگرای وارد بر ماهواره همان نیروی وزن وارد بر ماهواره در فاصله 160km از سطح زمین است. ابتدا شتاب گرانش در محل ماهواره را حساب می‌کنیم. برای این منظور رابطه g را در سطح زمین و در محل ماهواره نوشته و بر هم تقسیم می‌کنیم. شتاب

گرانش از رابطه $g = G \frac{M_e}{R^2}$ به دست می‌آید که R فاصله از مرکز زمین است:

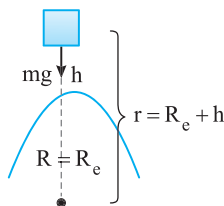
$$\frac{g_{\text{ماهواره}}}{g_{\text{زمین}}} = \frac{G \frac{M_e}{(1600+6400)^2}}{G \frac{M_e}{(6400)^2}} \Rightarrow \frac{g_{\text{ماهواره}}}{g_{\text{زمین}}} = \frac{(6400)^2}{(8000)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{g_{\text{ماهواره}}}{10} = \frac{(6400)^2}{8000^2} = \frac{16}{25}$$

شتاب گرانش در محل ماهواره $\frac{16}{25} \text{m/s}^2$ است. بنابراین نیروی

مرکزگرای وارد بر ماهواره برابر است با:

$$\Rightarrow F_{\text{مرکزگرا}} = mg_{\text{ماهواره}} = 50 \times \frac{16}{25} = 20 \times 16 = 320\text{N}$$



می‌توان برای محاسبه شتاب گرانش در محل ماهواره، به جای جایگذاری اندازه 160km در رابطه به صورت زیر عمل کرد:

$$\frac{h}{R_e} = \frac{160}{6400} = \frac{1}{4} \Rightarrow h = \frac{1}{4} R_e$$

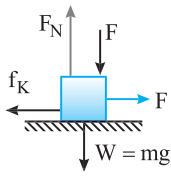
پس فاصله ماهواره از مرکز زمین $r = R_e + h = R_e + \frac{R_e}{4}$ است:

$$\frac{g_{\text{ماهواره}}}{g_{\text{زمین}}} = \frac{G \frac{M_e}{\left(\frac{1}{4}R_e + R_e\right)^2}}{G \frac{M_e}{\left(\frac{5}{4}R_e\right)^2}} = \frac{R_e^2}{25} = \frac{16}{25}$$

$$\Rightarrow g_{\text{ماهواره}} = \frac{16}{25} g = \frac{16}{25} \text{m/s}^2$$

نمای ۳۶

۱ ۱۲۰۰ B



نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم. ابتدا جسم دارای سرعت ثابت است و تمام نیروهای وارد بر جسم متوازن هستند. از این رو می‌توان نوشت:

$$F_{net,y} = 0 \Rightarrow F + W = F_N$$

$$F_{net,x} = 0 \Rightarrow F = f_k$$

نیروی اصطکاک خواهد شد: $f_k = \mu_k F_N \Rightarrow f_k = \mu_k (F + W)$
 با افزایش F نیروی عمودی F_N افزایش یافته و سبب افزایش نیروی اصطکاک می‌شود.
 $\uparrow f_k = \mu_k (\uparrow F + W)$
 اما افزایش نیروی افقی F از افزایش f_k بیشتر است که سبب می‌گردد جسم با شتاب بر سرعتش افزوده شود.

برای توضیح بیشتر دقت کنید:

اگر F دو برابر شود، نیروی اصطکاک افزایش می‌یابد اما دو برابر نمی‌شود.

کوچکتر از ۱ است $\frac{f'_k}{f_k} = \frac{\mu_k (F' + W)}{\mu_k (F + W)} = \frac{F' + W}{F + W} = 1 + \frac{F}{F + W}$

$$\Rightarrow \frac{f'_k}{f_k} < 2$$

بنابراین نیروی حرکت‌دهنده ۲ برابر شده اما نیروی مخالف حرکت کمتر از دو برابر است. یعنی $F' > f'_k$ بوده و جسم با شتاب شروع به حرکت می‌کند. نمای ۱۷

۱ ۱۲۰۰ B

به چه فکر می‌کنید؟ بر شخص سه نیرو وارد می‌شود یکی وزن و دو تای دیگر کشش نخ. شخص روی طناب ایستاده و ساکن است بنابراین این نیروها متوازن هستند. وقتی برابری سه نیرو صفر می‌شود که برابری دو تا از آن‌ها هم اندازه و مخالف سومی باشد. در نتیجه باید برابری T_1 و T_2 برابر W یعنی 800 باشد:

$$\vec{F}_{net} = 0 \Rightarrow \vec{T}_1 + \vec{T}_2 + \vec{W} = 0 \Rightarrow (\vec{T}_1 + \vec{T}_2) = -\vec{W} \Rightarrow |\vec{T}_1 + \vec{T}_2| = |\vec{W}| = 800 \text{ N}$$

نمای ۲۰

۱ ۱۲۰۰ B

ابتدا به کمک رابطه حجم کره و همچنین تعریف چگالی، نسبت جرم‌ها را به‌دست می‌آوریم. سپس به کمک رابطه میدان گرانش $(g = G \frac{M}{r^2})$ نسبت $\frac{g_A}{g_B}$ را حساب می‌کنیم.

۱ شعاع سیاره A دو برابر شعاع سیاره B است. حجم کره از رابطه $V = \frac{4}{3} \pi R^3$ به دست

$$\frac{V_A}{V_B} = \frac{\frac{4}{3} \pi R_A^3}{\frac{4}{3} \pi R_B^3} \Rightarrow \frac{V_A}{V_B} = \left(\frac{R_A}{R_B}\right)^3 \Rightarrow \frac{V_A}{V_B} = (2)^3 \Rightarrow V_A = 8V_B \quad (I)$$

می‌آید.

۲ به کمک چگالی $\rho = m/V$ ، نسبت جرم‌ها را حساب می‌کنیم.

$$\frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{\frac{M_A}{V_A}}{\frac{M_B}{V_B}} \Rightarrow \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{M_A}{M_B} \times \frac{V_B}{V_A} \xrightarrow{(I)} \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{1}{8} \times \frac{M_A}{M_B} \times 8$$

$$\Rightarrow M_A = \frac{1}{8} M_B$$

۳ حال می‌توان با توجه به رابطه $g = G \frac{M}{R^2}$ ، نسبت $\frac{g_A}{g_B}$ را به دست آورد:

$$\frac{g_A}{g_B} = \frac{G \frac{M_A}{R_A^2}}{G \frac{M_B}{R_B^2}} \Rightarrow \frac{g_A}{g_B} = \frac{M_A}{M_B} \times \frac{R_B^2}{R_A^2} = \frac{1}{8} \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{32}$$

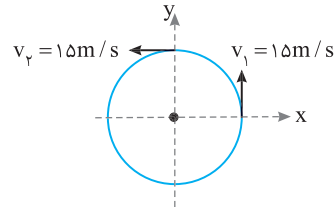
نمای ۲۹ و ۳۵

۳ ۱۱۹۹ A

۹ با توجه به شکل بردار سرعت $\vec{v}_1 = 15\vec{j}$ و $\vec{v}_2 = -15\vec{i}$ است. از این‌رو:

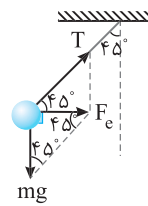
$$\Delta \vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1 = -15\vec{i} - 15\vec{j}$$

$$\vec{a}_{av} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \Rightarrow \vec{a}_{av} = \frac{-15\vec{i} - 15\vec{j}}{1-3} \Rightarrow \vec{a}_{av} = 3\vec{i} + 3\vec{j}$$



نمای ۳۰

۲ ۱۱۹۹ C



۱۰ سؤال عجیبی است. تا حالا با یک نیرو که نقش نیروی مرکزگرا را ایفا می‌کرد روبه‌رو بودیم، اما در این مسئله بر آونگ نیروی کشش نخ T و نیروی وزن $W = mg$ وارد می‌شود و برابری آن‌ها به‌گونه‌ای است که جسم را بر مسیر دایره‌ای نگه می‌دارد. شکل را رسم می‌کنیم و نیروهای وارد بر گلوله آونگ را نمایش می‌دهیم. با توجه به

فرض مسئله انحراف آونگ از راستای قائم 45° است. بنابراین زاویه بین نیروی مرکزگرا (نیروی برابری) و نیروی وزن 90° بوده و با توجه به زاویه 45° نیروی برابری هم‌اندازه نیروی وزن است.

نیروی مرکزگرا را برابر نیروی وزن قرار می‌دهیم و تندی حرکت را حساب می‌کنیم.

$$F_c = mg \Rightarrow m \frac{v^2}{R} = mg \Rightarrow \frac{v^2}{R} = g \Rightarrow v^2 = 10 \Rightarrow v = 20 \text{ m/s} \Rightarrow v = 72 \text{ km/h}$$

نمای ۳۲

پنجره تودرتو

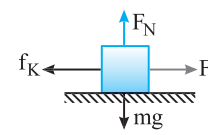
۳ ۱۲۰۰ A

۱ نیروی وزن نیرویی است که کره زمین بر سیب وارد می‌کند و واکنش آن نیز نیرویی است که سیب بر کره زمین وارد می‌کند. گزاره (الف) نادرست است. با جدا شدن سیب از درخت علاوه بر نیروی وزن که توسط زمین به سیب وارد می‌شود، مقاومت هوا نیز رو به بالا در خلاف جهت سقوط سیب وارد می‌شود و گزاره (ب) درست است. وقتی که سیب به شاخه متصل و ساکن است نیروهای وارد بر آن متوازن هستند و نیروی خالص وارد بر سیب صفر است و گزاره (پ) درست است. نمای ۳

۱ ۱۲۰۰ A

۲ مقاومت شاره (هوا) به ابعاد جسم و همچنین تندی جسم بستگی دارد و هرچه ابعاد جسم در برخورد با هوا بزرگ‌تر باشد و تندی جسم بیشتر باشد، مقاومت هوا نیز بیشتر می‌شود. نمای ۸

۲ ۱۲۰۰ B



۳ به جسم نیروی افقی 30 N وارد می‌شود اما سرعت

جسم ثابت است یعنی نیروی خالص وارد بر جسم صفر است. بنابراین سطح دارای اصطکاک است و اصطکاک جنبشی آن برابر است با: $f_k = F \Rightarrow f_k = 30 \text{ N}$

اگر قطعه چوبی مشابه را روی چوب اول قرار دهیم، نیروی عمودی سطح دو برابر حالت اول می‌شود. $F'_N = 2mg$ بنابراین نیروی اصطکاک $(f_k = \mu_k F'_N)$ نیز دو برابر می‌شود $f'_k = 2 \times 30 = 60 \text{ N}$. برای آنکه مجموعه با سرعت ثابت حرکت کند نیرویی که به آن وارد می‌شود برابر است با: $F' = f'_k \Rightarrow F' = 60 \text{ N}$

نمای ۱۷

* رابطه $\Delta \vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$ در صفحه ۵۱ کتاب درسی فیزیک ۳ (دوازدهم) نوشته شده است.

B ۱۲۰۰

۷ خط فکری

نیروی گرانش سیاره وارد بر ماهواره‌ای که به گرد آن می‌چرخد، نیروی مرکزگرایی وارد بر ماهواره است. بنابراین نیروی گرانش را برابر نیروی مرکزگرایی $F = mr\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2$ قرار می‌دهیم و دوره حرکت هر ماهواره به گرد سیاره را حساب می‌کنیم، سپس نسبت دوره‌ها را به دست می‌آوریم.

دوره حرکت ماهواره به دور زمین:

$$F_G = F \Rightarrow G \frac{M_j m}{r_1^2} = mr_1 \left(\frac{2\pi}{T_1}\right)^2 \Rightarrow T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{r_1^3}{GM_j}}$$

دوره حرکت ماهواره به دور مشتری:

$$F_G = F \Rightarrow G \frac{M_p m}{r_2^2} = mr_2 \left(\frac{2\pi}{T_2}\right)^2 \Rightarrow T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{r_2^3}{GM_p}}$$

نسبت $\frac{T_1}{T_2}$ خواهد شد:

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{2\pi \sqrt{\frac{r_1^3}{GM_j}}}{2\pi \sqrt{\frac{r_2^3}{GM_p}}} = \sqrt{\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^3 \times \frac{M_p}{M_j}} \xrightarrow[r_2=2r_1]{M_p=320M_j} \frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^3 \times \sqrt{320}} \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$$

نمای ۳۶

A ۱۲۰۰

۸

اگر جهت حرکت اولیه جسم را مثبت فرض کنیم، تکانه جسم $P_1 = 45 \text{ kgm/s}$ خواهد بود و وقتی که سرعت جسم $\frac{1}{5}$ مقدار اولیه می‌شود تکانه جسم نیز که با سرعت رابطه مستقیم دارد ($P = mv$) نیز $\frac{1}{5}$ می‌شود و چون در خلاف جهت حرکت اولیه جسم است، در این صورت $P_2 = -\frac{1}{5} \times 45 = -9 \text{ kgm/s}$ خواهد بود. با توجه به رابطه نیرو و آهنگ تغییر تکانه، نیروی F را حساب می‌کنیم:

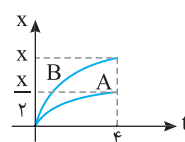
$$F = \frac{\Delta P}{\Delta t} \xrightarrow{\Delta t = 2s} |F| = \left| \frac{-9 - 45}{2} \right| \Rightarrow |F| = \left| -\frac{54}{2} \right| = 27 \text{ N}$$

نمای ۲۴

B ۱۲۰۰

۹

هرگاه جسمی را روی سطحی پرتاب می‌کنیم نیروی جلوبر صفر است.



هنگامی که جسم روی سطح افقی پرتاب می‌شود نیروی خالص وارد بر جسم نیروی اصطکاک است بنابراین نیروی وارد بر جسم در دو حالت ثابت و شتاب حرکت ثابت است و به کمک روابط حرکت‌شناسی می‌توان نسبت $\frac{v_B}{v_A}$ را به دست آورد.

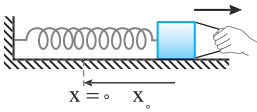
رابطه مستقل از شتاب را برای دو جسم نوشته و بر هم تقسیم می‌کنیم.

$$\Delta x = \frac{v + v_0}{2} \Delta t \begin{cases} \xrightarrow{B} x = \frac{v + v_B}{2} \times t \Rightarrow v_B = \frac{x}{t} \Rightarrow v_B = 2 \\ \xrightarrow{A} x = \frac{v + v_A}{2} \times t \Rightarrow v_A = \frac{x}{t} \Rightarrow v_A = 4 \end{cases}$$

نمای ۱۷

A ۱۲۰۰

۱۰



وقتی جعبه رها می‌شود تنها نیروی وارد بر آن نیروی کشسانی فنر است که بنا به قانون هوک اندازه این نیرو $F = kx$ بوده که در آن x فاصله از طول طبیعی (اولیه)

فنر است. بنا به قانون دوم نیوتون می‌نویسیم: $F_{\text{net}} = ma \Rightarrow kx = ma \Rightarrow a = \frac{k}{m}x$

در این صورت شتاب با تغییر طول متناسب است و تابع آن درجه اول بوده و نمودار آن خط راست است. در حالتی که $x = 0$ است شتاب نیز صفر و در حالتی که $x = x_0$

است شتاب بیشترین مقدار است بنابراین گزینه (۱) درست است. نمای ۱۱

C ۱۲۰۰

۱۱



در دو حالت ممکن است اندازه شتاب حرکت یکسان باشد یک بار وقتی که $F_e > W$ و بار دیگر $F_e < W$ باشد به گونه‌ای که $F_e - W$ هم اندازه $W - F_e$ شود. بنابراین شما باید این دو حالت را بررسی کنید.

تغییر طول در هر دو حالت به ترتیب 40 cm و 60 cm شده است. تغییر طول 40 cm برای هنگامی است که نیروی کشسانی فنر از نیروی وزن کمتر است و تغییر طول 60 cm برای هنگامی که نیروی کشسانی فنر از نیروی وزن بیشتر است.

ابتدا $F_e < mg$ و سپس $F_e > mg$ را در نظر می‌گیریم و قانون دوم نیوتون را می‌نویسیم:

$$\begin{cases} mg - F_e = ma \\ F_e' - mg = ma \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F_e = m(g - a) \\ F_e' = m(g + a) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k(\circ/4) = m(g - a) \\ k(\circ/6) = m(g + a) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{g - a}{g + a} \Rightarrow 2g + 2a = 3g - 3a \Rightarrow 5a = g \Rightarrow a = \frac{g}{5}$$

نمای ۲۲

B ۱۲۰۰

۱۲

از آخر مسئله شروع کنید. جسم M در آستانه حرکت قرار گیرد یعنی آن قدر جرم m زیاد شود که جسم M در آستانه حرکت رو به پایین قرار گیرد. بنابراین نیروی اصطکاک $f_{s \text{ max}}$ رو به بالا بر M وارد می‌شود. نیروی F را به شکل دو مؤلفه‌اش نشان می‌دهیم. نیروهای وارد بر جسم M متوازن هستند. اکنون مسئله را حل می‌کنیم.

۱ نیروها را رسم می‌کنیم.

۲ نیروی عمودی سطح را حساب می‌کنیم.

$$F_{\text{net}_x} = 0 \Rightarrow F_N = f_k \Rightarrow F_N = 10\sqrt{3} \text{ N}$$

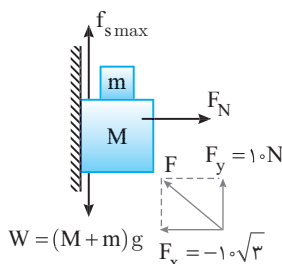
۳ اصطکاک آستانه حرکت را به دست می‌آوریم.

$$f_{s \text{ max}} = \mu_s F_N \xrightarrow{\mu_s = \frac{\sqrt{3}}{3}} f_{s \text{ max}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \times 10\sqrt{3} \Rightarrow f_{s \text{ max}} = 10 \text{ N}$$

۴ نیروهای وارد بر جسم در امتداد قائم نیز متوازن هستند. از این رو خواهیم داشت:

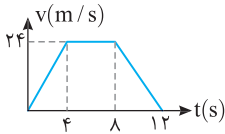
$$F_{\text{net}_y} = 0 \Rightarrow W - f_{s \text{ max}} - F_y = 0 \Rightarrow (M + m)g = f_{s \text{ max}} + F_y$$

$$\Rightarrow (1/\delta + m) \times 10 = 10 + 10 \Rightarrow m = 0/\delta \text{ kg} \Rightarrow m = 500 \text{ g}$$



نمای ۱۸

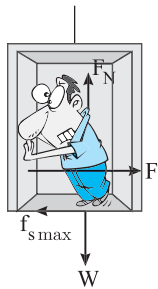
۱۶ خط فکری



اولین سؤالی که از خود می‌پرسیم این است که چرا با هل دادن دیوار آسانسور شخص باید لیز بخورد؟ زیرا وقتی شخص به دیواره نیروی F را وارد می‌کند.

دیواره نیز به شخص نیروی F را در خلاف جهت وارد می‌کند و این اصطکاک است که مانع سر خوردن شخص می‌شود. بیشترین نیروی F یعنی اینکه اصطکاک آستانه حرکت نیز بیشترین مقدار را داشته باشد ($f_{s,max} = \mu_s F_N$) بنابراین باید به دنبال بیشترین

نیروی عمودی سطح بگردیم. آسانسور از حال سکون رو به بالا حرکت کرده و در $4s$ اول که حرکت آن تندشونده رو به بالاست، نیروی عمودی سطح بیشترین مقدار است. این نیرو را حساب می‌کنیم و نیروی $f_{s,max}$ را به دست می‌آوریم. با این کار مسئله حل می‌شود.



۱ نیروهای وارد بر شخص را رسم می‌کنیم.

۲ از نمودار شتاب حرکت را حساب می‌کنیم.

$$a = \frac{v - v_0}{t} \Rightarrow a = \frac{24 - 0}{4} \Rightarrow a = 6 \text{ m/s}^2$$

۳ نیروی عمودی سطح در این حالت خواهد شد:

$$F_{net} = ma \Rightarrow F_N - mg = ma \xrightarrow{m=60 \text{ kg}} F_N - 600 = 60 \times 6 \Rightarrow F_N = 960 \text{ N}$$

۴ نیروی اصطکاک را حساب می‌کنیم.

$$f_{s,max} = \mu_s F_N \xrightarrow{\mu_s = 0.5} f_{s,max} = 0.5 \times 960 \Rightarrow f_{s,max} = 480 \text{ N}$$

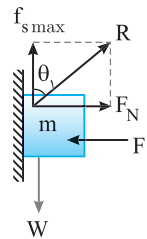
۵ در این صورت بیشینه مقدار F خواهد شد:

$$F_{net_x} = 0 \Rightarrow F_{max} = f_{s,max} \Rightarrow F_{max} = 480 \text{ N}$$

نمای ۱-۲۲

۱۷ خط فکری

حالت اول: جسم در آستانه حرکت رو به پایین قرار دارد و نیروهای آن متوازن هستند.



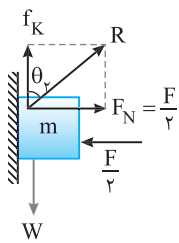
$$F_{net_x} = 0 \Rightarrow F_N = F$$

$$F_{net_y} = 0 \Rightarrow f_{s,max} = W$$

زاویه بین نیرویی که سطح بر جسم وارد می‌کند با جهت مثبت محور y خواهد شد:

$$\tan \theta_1 = \frac{F_N}{f_{s,max}} \Rightarrow \tan \theta_1 = \frac{F}{W}$$

حالت دوم: جسم با سرعت ثابت به پایین می‌لغزد و نیروهای آن متوازن هستند.



$$F_{net_x} = 0 \Rightarrow F'_N = \frac{F}{2}$$

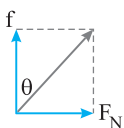
$$F_{net_y} = 0 \Rightarrow f_k = W$$

زاویه بین نیرویی که سطح بر جسم وارد می‌کند با جهت مثبت محور y را به دست می‌آوریم.

$$\tan \theta_2 = \frac{F'_N}{f_k} = \frac{\frac{F}{2}}{W} \Rightarrow \tan \theta_2 = \frac{1}{2} \frac{F}{W}$$

$$\tan \theta_2 < \tan \theta_1 \Rightarrow \theta_2 < \theta_1$$

در نتیجه:

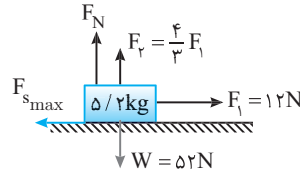


اگر خوب دقت کنید نیاز به این همه محاسبه نیست، با کوچک شدن F_N قطعاً زاویه θ کوچک می‌شود.

نمای ۱۹

۱۳ خط فکری

۱ نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم.



۲ وقتی نیروی $F_1 = 12 \text{ N}$ می‌شود نیروی F_v خواهد شد:

$$F_v = \frac{F}{3} F_1 = \frac{4}{3} \times 12 \Rightarrow F_v = 16 \text{ N}$$

۳ نیروی عمودی سطح را حساب می‌کنیم.

$$F_{net_y} = 0 \Rightarrow F_N + F_v = W \Rightarrow F_N = W - F_v \Rightarrow F_N = 52 - 16 \Rightarrow F_N = 36 \text{ N}$$

۴ هنگامی که $F = 12 \text{ N}$ می‌شود، در این حالت جسم شروع به حرکت می‌کند یعنی

$$F = f_{s,max} \Rightarrow F = \mu_s F_N \Rightarrow 12 = \mu_s \times 36 \Rightarrow \mu_s = \frac{1}{3}$$

نمای ۱۷

۱۴ خط فکری

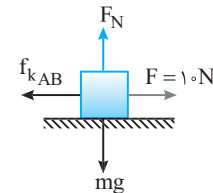
آهنگ تغییر سرعت همان شتاب است. اگر جهت حرکت را مثبت

فرض کنیم در مسیر AB شتاب $a_{AB} = +4 \text{ m/s}^2$ و در مسیر BC شتاب

$a_{BC} = -2 \text{ m/s}^2$ است. قانون دوم نیوتون را در هر مسیر می‌نویسیم و ضریب

اصطکاک را حساب می‌کنیم.

۱ در مسیر AB :



$$F_{net} = ma_{AB} \Rightarrow F - f_{k,AB} = ma_{AB}$$

$$\Rightarrow 10 - f_{k,AB} = m \times 4$$

$$\Rightarrow 10 = \mu_{k,AB} mg + m \times 4$$

$$\Rightarrow 10 = \mu_{k,AB} m \times 10 + 4m$$

$$\Rightarrow 10 = m(10\mu_{k,AB} + 4) \quad (I)$$

۲ در مسیر BC :

$$F_{net} = ma_{BC} \Rightarrow 10 - f_{k,BC} = m \times (-2) \Rightarrow 10 = \mu_{k,BC} mg - 2m$$

$$\Rightarrow 10 = m(10\mu_{k,BC} - 2) \quad (II)$$

۳ سمت چپ دو رابطه (I) و (II) یکسان است، سمت راست آن‌ها را برابر قرار می‌دهیم.

$$10\mu_{k,AB} + 4 = 10\mu_{k,BC} - 2 \Rightarrow 10(\mu_{k,BC} - \mu_{k,AB}) = 6 \Rightarrow \mu_{k,BC} - \mu_{k,AB} = 0.6$$

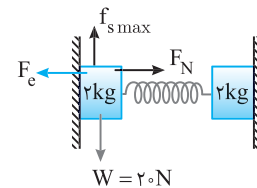
نمای ۱۷

۱۵ خط فکری

نیازی به بررسی هر دو جسم نیست. یکی از وزنه‌ها را در نظر

می‌گیریم و نیروهای وارد بر آن را رسم می‌کنیم. جسم ساکن است و نیروهای وارد

بر آن متوازن هستند.



۱ یادآوری یک فنر سبک و همگن نیروی کشسانی یکسانی به دو انتهای خود وارد می‌کند. قرار است که طول فنر کمینه تغییر را داشته باشد و نیروی کشسانی فنر که به

وزنه‌ها وارد می‌شود کمینه باشد. یعنی اگر نیروی کشسانی کمتر از آن شود، جسم‌ها به

پایین بلغزند بنابراین وزنه‌ها در آستانه حرکت رو به پایین بوده و اصطکاک بیشینه

($f_{s,max}$) است. با این اطلاعات مسئله را حل می‌کنیم.

۲ نیروی وزن و نیروی اصطکاک متوازن هستند.

$$f_{s,max} = W \Rightarrow f_{s,max} = 20 \text{ N}$$

۳ نیروی عمودی سطح را به دست می‌آوریم:

$$f_{s,max} = \mu_s F_N \xrightarrow{\mu_s = 0.4} 20 = 0.4 F_N \Rightarrow F_N = 50 \text{ N}$$

نیروی کشسانی فنر و نیروی عمودی سطح متوازن هستند.

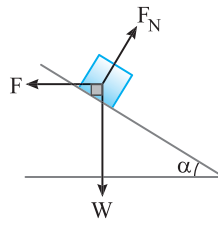
$$F_c = F_N \Rightarrow kx = 50 \xrightarrow{k=200 \text{ N/m}} 200 \times x = 50 \Rightarrow x = \frac{1}{4} \text{ m} = 25 \text{ cm}$$

نمای ۱۸

B ۱۲۰۰

۱۸ خط فکری

شکل مسئله شما را نگران نکند. کافی است نیروهای وارد بر جسم را رسم کنید. جسم در تعادل است و نیروهای وارد بر آن متوازن هستند. بر جسم سه نیرو وارد می‌شود ۱- نیروی وزن $W=10\text{N}$ ۲- نیروی افقی $F=10\text{N}$ ۳- نیروی عمودی سطح. هرگاه برآیند سه نیرو صفر شود.



برآیند هر دو نیروی دلخواه از آنها هم اندازه و در خلاف جهت نیروی سوم است. نیروی F_N برآیند دو نیروی عمود بر هم F و W بوده و به کمک رابطه فیثاغورس F_N می‌توان به دست آورد. $F_N^2 = F^2 + W^2 \Rightarrow F_N^2 = (10)^2 + (10)^2 \Rightarrow F_N = 10\sqrt{2}\text{N}$.

نمای ۲۱

B ۱۲۰۰

۱۹

نیروی کشش نخ، نیروی مرکزگرا است. بنابراین:

$$F = m \frac{v^2}{r}, T = m \frac{v^2}{\ell}, T' = m \frac{(2v)^2}{\ell}, \frac{T'}{T} = 8$$

نمای ۲۳

B ۱۲۰۰

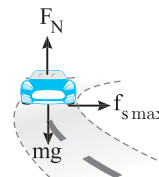
۲۰ خط فکری

در حرکت دایره‌ای یکنواخت اتومبیل روی سطح افقی، نیروی مرکزگرا، نیروی اصطکاک است و حداکثر سرعت، برای اینکه اتومبیل نلغزد برای زمانی است که نیروی اصطکاک وارد بر اتومبیل نیز بیشینه باشد:

نیروی اصطکاک بیشینه را حساب می‌کنیم:

$$f_{s\max} = \mu_s F_N \xrightarrow{F_N = mg} f_{s\max} = 0.5 \times (12000) \Rightarrow f_{s\max} = 6000\text{N}$$

که این نیروی اصطکاک، نیروی مرکزگرا است.



نمای ۲۳

پنجره‌ای رو به گذشته

B ۱۲۰۱

۱ خط فکری

انرژی جنبشی یک جسم به جرم m که با سرعت v در حرکت است برابر $K = \frac{1}{2}mv^2$ است. بنابراین شما باید سرعت متحرک را در جابه‌جایی 10m حساب کرده و انرژی جنبشی را به دست بیاورید.

۱ جابه‌جایی جسم تا $x=10\text{m}$ برای $\Delta x=10-0=10\text{m}$ می‌باشد و شتاب آن برابر 2m/s^2 است. به کمک معادله مستقل از زمان سرعت را به دست می‌آوریم.

$$v_f^2 - v_i^2 = 2ax \xrightarrow{v_i=0} v_f^2 = 2 \times 2 \times 10 \Rightarrow v_f^2 = 40\text{m}^2/\text{s}^2$$

۲ انرژی جنبشی برابر است با: $K = \frac{1}{2}mv_f^2 = \frac{1}{2} \times 4 \times 40 = 80\text{J}$

۳ **بازی با سوال** جسمی به جرم 5kg روی سطح افقی با شتاب ثابت 2m/s^2 از حال سکون شروع به حرکت می‌کند. پس از چند ثانیه انرژی جنبشی آن به 250J می‌رسد؟

۱) ۲/۵ (۲) ۵ (۳) ۷/۵ (۴) ۱۰

۴ **پایسج** ابتدا سرعت لازم برای آنکه انرژی جنبشی جسم 250J شود را

به دست می‌آوریم. $K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow 250 = \frac{1}{2} \times 5 \times v^2 \Rightarrow v = 10\text{m/s}$

زمان لازم برای آنکه سرعت جسم با شتاب ثابت 2m/s^2 از صفر به 10m/s برسد برابر است با:

نمای ۲۱

A ۱۲۰۱

۲ یادآوری

انرژی جنبشی از رابطه $K = \frac{1}{2}mv^2$ به دست می‌آید که در آن m جرم جسم و v تندی جسم است.

ابتدا تندی جسم در $t=5\text{s}$ را به کمک انرژی جنبشی به دست می‌آوریم:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow 40 = \frac{1}{2} \times 5 \times v^2 \Rightarrow v^2 = 16 \Rightarrow v = 4\text{m/s}$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{4-0}{5} = 0.8\text{m/s}^2 \quad \text{شتاب حرکت را حساب می‌کنیم.}$$

$$F = ma \Rightarrow F = 5 \times 0.8 \Rightarrow F = 4\text{N} \quad \text{نیروی وارد بر جسم خواهد شد:}$$

۳ **بازی با سوال** جسمی به جرم 3kg تحت تأثیر نیروی 9N از حال سکون

به حرکت در می‌آید. انرژی جنبشی جسم در $t=3\text{s}$ چند برابر $t=2\text{s}$ است؟

۱) ۲/۵ (۲) ۲/۲۵ (۳) ۱/۲۵ (۴) ۲

۴ **پایسج** ابتدا شتاب را به دست می‌آوریم:

$$F = ma \Rightarrow 9 = 3a \Rightarrow a = 3\text{m/s}^2$$

جسم از حال سکون شروع به حرکت کرده پس سرعت در $t=3\text{s}$ و $t=2\text{s}$ برابر است با:

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 3t, \quad t=2\text{s} \Rightarrow v_1 = 6\text{m/s}, \quad t=3\text{s} \Rightarrow v_2 = 9\text{m/s}$$

اکنون انرژی جنبشی $K = \frac{1}{2}mv^2$ را در دو حالت به دست آورده و بر هم تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{K_2}{K_1} = \frac{\frac{1}{2}mv_2^2}{\frac{1}{2}mv_1^2} = \frac{81}{36} = \frac{9}{4} = 2.25$$

نمای ۲۱

A ۱۲۰۱

۳ خط فکری

نیروی وارد بر دو جسم برابر است و از ما نسبت انرژی جنبشی دو جسم خواسته شده است. بنابراین باید ابتدا نسبت سرعت‌های آنها را به دست بیاورید.

۱ نیروی وارد بر دو جسم برابر است و بنا به قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت:

$$F_1 = F_2 \Rightarrow m_1 a_1 = m_2 a_2 \xrightarrow{m_1=4\text{kg}, m_2=5\text{kg}} 4a_1 = 5a_2 \Rightarrow a_1 = \frac{5}{4}a_2$$

۲ نسبت سرعت دو جسم پس از t ثانیه خواهد شد:

$$\begin{cases} v_1 = a_1 t \\ v_2 = a_2 t \end{cases} \xrightarrow{a_1 = \frac{5}{4}a_2} v_1 = \frac{5}{4}v_2$$

۳ اکنون نسبت انرژی‌های جنبشی را به دست می‌آوریم:

$$\frac{K_1}{K_2} = \frac{\frac{1}{2}m_1 v_1^2}{\frac{1}{2}m_2 v_2^2} = \frac{4 \times (\frac{5}{4}v_2)^2}{5 \times v_2^2} = \frac{5}{4}$$

B ۱۲۰۱

۴

معادله مکان زمان داده شده را با معادله حرکت با شتاب ثابت مقایسه کرده و v_0 را به دست آورده معادله سرعت زمان را می‌نویسیم.

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$$

$$x = t^2 + 4t + 5 \Rightarrow \frac{1}{2}a = 1\text{m/s}^2 \Rightarrow a = 2\text{m/s}^2$$

$$v_0 = 4\text{m/s} \xrightarrow{v = at + v_0} v = 2t + 4$$

سرعت در بازه ثانیه دوم یعنی از $t_1=1\text{s}$ تا $t_2=2\text{s}$ ، بنابراین سرعت را در این لحظه‌ها حساب

می‌کنیم. $t_1=1\text{s} \Rightarrow v_1 = 2+4 = 6\text{m/s}, \quad t_2=2\text{s} \Rightarrow v_2 = 2(2)+4 = 8\text{m/s}$

بنا به قضیه کار و انرژی:

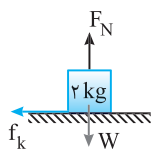
$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_t = \frac{1}{2} \times 2 \times (v_2^2 - v_1^2) \Rightarrow W_t = (64 - 36) = 28\text{J}$$

۱۲۰۱ A

۶ یادآوری

انرژی مکانیکی مجموع انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل جسم است.

$$E = K + U$$



۱ پس از پرتاب روی سطح نیروی اصطکاک به جسم وارد می‌شود و باعث کاهش سرعت جسم می‌شود. شتاب را به کمک قانون دوم نیوتون حساب می‌کنیم:

$$-f_k = ma \Rightarrow -\mu_k F_N = ma \Rightarrow -\frac{1}{2} \times 20 = 2a$$

$$\Rightarrow a = -2 \text{ m/s}^2$$

۲ سرعت جسم در لحظه $t = 0$ برابر 8 m/s و در لحظه $t = 2 \text{ s}$ خواهد شد:

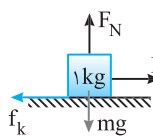
$$v = at + v_0 \xrightarrow{t=2\text{s}} v = -2 \times 2 + 8 = 4 \text{ m/s}$$

۳ جسم روی سطح افقی جابه‌جا می‌شود و انرژی پتانسیل آن ثابت است. بنابراین تغییر انرژی مکانیکی آن در اثر تغییر انرژی جنبشی جسم است از این رو می‌توان نوشت:

$$E_p - E_1 = K_p - K_1 = \frac{1}{2} m (v_p^2 - v_1^2) = \frac{1}{2} (16 - 64) = -48 \text{ J}$$

۱۲۰۱ B

۷ نکته



سطح بر جسم دو نیروی F_N و f_k وارد می‌کند، کار F_N که بر مسیر حرکت عمود است صفر است. بنابراین کار نیروی سطح وارد بر جسم همان کار نیروی اصطکاک است.

با توجه به نکته بیان شده ابتدا به کمک کار نیروی سطح یا همان کار نیروی اصطکاک، نیروی اصطکاک را به دست می‌آوریم.

$$W_{f_k} = f_k d \cos 180^\circ \Rightarrow -2 = f_k \times 1 \times -1 \Rightarrow f_k = 2 \text{ N}$$

حال با توجه به رابطه $f_k = \mu_k F_N$ داریم:

$$f_k = \mu_k F_N \xrightarrow{F_N = mg} 2 = \mu_k \times 20 \Rightarrow \mu_k = 0.1$$

۱۲۰۱ A

۸ یادآوری

جابه‌جایی جسم در ثانیه t ام در حرکت با شتاب ثابت از رابطه $\Delta x = \frac{1}{2} a (2t-1) + v_0$ به دست می‌آید.

۱ ابتدا شتاب حرکت را به دست می‌آوریم: $F = ma \Rightarrow 4 = 5a \Rightarrow a = 0.8 \text{ m/s}^2$

۲ جابه‌جایی جسم در ثانیه سوم را حساب می‌کنیم:

$$d = \Delta x = \frac{1}{2} a (2t-1) + v_0 = \frac{1}{2} (0.8) (2 \times 3 - 1) = 2 \text{ m}$$

۳ کار نیروی $F = 4 \text{ N}$ در جابه‌جایی 2 m خواهد شد:

$$W = Fd \Rightarrow W = 4 \times 2 = 8 \text{ J}$$

۱۲۰۱ B

۹ نکته

هرگاه جسمی از حال سکون تحت تأثیر چند نیروی ثابت قرار گیرد و به حرکت درآید، جهت حرکت جسم در جهت نیروی خالص وارد بر آن است.

۱ نیروی خالص را به دست می‌آوریم.

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 2\vec{i} + 5\vec{j} + \vec{i} - \vec{j} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$$

۲ اندازه نیروی خالص وارد بر جسم خواهد شد:

$$|\vec{F}_{net}| = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} \Rightarrow |\vec{F}_{net}| = \sqrt{3^2 + 4^2} \Rightarrow \vec{F}_{net} = 5 \text{ N}$$

۳ شتاب حرکت را حساب می‌کنیم.

$$F_{net} = ma \xrightarrow{m=2\text{kg}} 5 = 2a \Rightarrow a = 2.5 \text{ m/s}^2$$

۴ جابه‌جایی در مدت 4 s برابر است با: $d = \Delta x = \frac{1}{2} a t^2 = \frac{1}{2} \times 2.5 \times 16 = 20 \text{ m}$

۵ کار نیروی برآیند را به دست می‌آوریم:

$$W_F = Fd \cos \theta = 5 \times 20 \times \cos 0 = 100 \text{ J}$$

یازدهم با سؤال

معادله حرکت جسمی که بر روی یک مسیر مستقیم حرکت می‌کند در SI به صورت $x = 2t^2 - 4t + 8$ است. در کدام بازه زمانی داده شده کار نیروی برآیند وارد بر جسم بیشتر است؟

- ۱) صفر تا ۱ s (۲) ۱ s تا ۲ s (۳) ۲ s تا ۳ s (۴) ۳ s تا ۴ s

۱۱ پاسخ با مقایسه معادله حرکت داده شده با معادله حرکت با شتاب ثابت، مکان اولیه، سرعت اولیه و شتاب را مشخص می‌کنیم.

$$x = 2t^2 - 4t + 8 \Rightarrow \frac{1}{2} a = 2 \Rightarrow a = 4 \text{ m/s}^2$$

$$v_0 = -4 \text{ m/s} \xrightarrow{v=at+v_0} v = 4t - 4$$

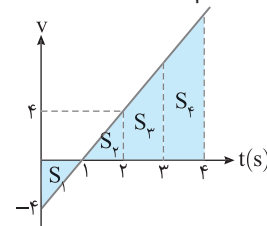
با رسم نمودار سرعت - زمان می‌بینیم که در بازه صفر تا ۱ s تندی در حال کاهش و در حال صفر شدن است. در بازه ۱ s تا ۲ s سرعت از صفر به $+4 \text{ m/s}$ می‌رسد و در این دو بازه تغییر انرژی جنبشی یکسان است. در بازه ۲ s تا ۳ s حرکت تندشونده است و در بازه ۳ s تا ۴ s چون سرعت بیشتر است، جابه‌جایی بیشتر و کار نیروی برآیند نیز بیشتر است.

$$S_f > S_p \Rightarrow d_f > d_p \xrightarrow{W=Fd} W_f > W_p$$

$$S_f > S_p > S_v = |S_1| \Rightarrow d_f > d_p > d_v = |d_1|$$

$$\xrightarrow{W=Fd} W_f > W_p > W_v = |W_1|$$

دقت کنید حرکت دارای شتاب ثابت است بنابراین بنا به قانون دوم نیوتون $F_{net} = ma$ نیروی وارد بر جسم نیز ثابت است.



گزینۀ ۴

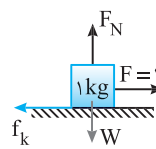
۱۲۰۱ B

۵ یادآوری

کار نیروی ثابت F از رابطه $W = Fd \cos \theta$ به دست می‌آید که در آن θ زاویه بین جهت بردار نیرو (\vec{F}) و جهت بردار جابه‌جایی (\vec{d}) است. کار کمیت نرده‌ای است.

ابتدا f_k را به دست می‌آوریم:

$$f_k = \mu_k F_N \Rightarrow f_k = 0.1 \times 10 = 1 \text{ N}$$



کار نیروی اصطکاک خواهد شد:

$$W_f = f_k d \cos 180^\circ \Rightarrow W_{f_k} = 1 \times 1 \times (-1) = -1 \text{ J}$$

یازدهم با سؤال

جسمی به جرم 500 g روی سطح افقی به وسیله نیروی افقی F ، به اندازه 10 متر جابه‌جا می‌شود. اگر ضریب اصطکاک $\mu_k = \frac{1}{4}$ باشد، کار انجام شده برای غلبه بر اصطکاک چند ژول است؟

- ۱) ۱۲/۵ (۲) ۲/۵ (۳) ۱۲/۵ (۴) ۲۵

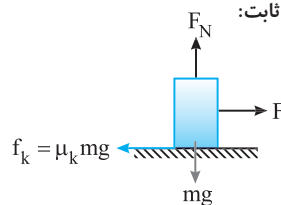
۱۱ پاسخ با توجه به تعریف کار نیروی ثابت:

$$W_f = f_k d \cos \pi$$

$$\Rightarrow W_f = \mu_k mgd (-1)$$

$$\Rightarrow W_f = -\frac{1}{4} \times 0.5 \times 10 \times 10$$

$$\Rightarrow W_f = -12.5 \text{ J}$$



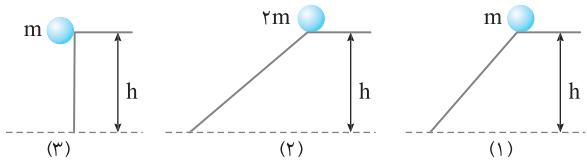
کار انجام شده برای غلبه بر نیروی اصطکاک 12.5 J است.

گزینۀ ۳

روش دیگر: قانون پایستگی انرژی مکانیکی:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow mgh + 0 = 0 + \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v = \sqrt{2gh}$$

سرعت‌ها یکسان است.



۱۲ ۱۲۰۱ B

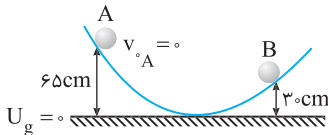
خط فکری ۱۲ ابتدا به کمک پایستگی انرژی مکانیکی، تندی در مکان B را به دست می‌آوریم. سپس با توجه به تعریف تکانه، P را حساب می‌کنیم. سطح افقی را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی فرض می‌کنیم. با توجه به پایستگی انرژی مکانیکی داریم:

$$E_A = E_B \Rightarrow U_A + K_A = U_B + K_B \Rightarrow mgh_A = mgh_B + \frac{1}{2}mv_B^2$$

$$\Rightarrow 10 \times \frac{65}{100} = 10 \times \frac{30}{100} + \frac{1}{2}v_B^2 \Rightarrow 3/5 = \frac{1}{2}v_B^2 \Rightarrow v = v_B \Rightarrow v_B = \sqrt{7} \text{ m/s}$$

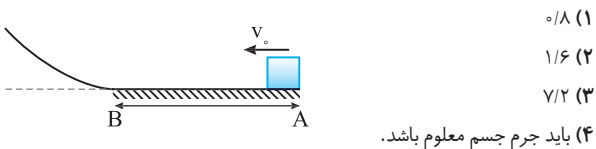
تکانه را حساب می‌کنیم.

$$P = \Delta v \sqrt{m} \Rightarrow P = \Delta \sqrt{vkg \cdot m/s}$$



بازی با سؤال ۱۱ جسمی را روی سطح افقی با ضریب اصطکاک $\mu_k = 0/2$

با سرعت اولیه 10 m/s از نقطه A به حرکت در می‌آوریم. جسم پس از 3 ثانیه در نقطه B وارد سطح خمیده بدون اصطکاک می‌شود. جسم روی سطح خمیده تا چه ارتفاعی بر حسب متر بالا می‌رود؟ ($g = 10 \text{ m/s}^2$)



۰/۸ (۱)

۱/۶ (۲)

۷/۲ (۳)

(۴) باید جرم جسم معلوم باشد.

بازی شتاب حرکت روی سطح افقی را به دست می‌آوریم.

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow -\mu_k mg = ma$$

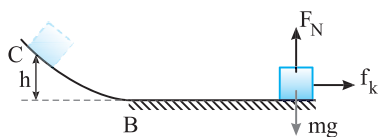
$$\Rightarrow a = -\mu_k g \Rightarrow a = -0/2 \times 10 \Rightarrow a = -2 \text{ m/s}^2$$

سرعت جسم را در لحظه گذر از B به دست می‌آوریم.

$$v = at + v_0 \Rightarrow v_B = -2 \times 3 + 10 = 4 \text{ m/s}$$

اکنون به کمک پایستگی انرژی مکانیکی ارتفاعی که جسم از سطح بالا می‌رود را حساب می‌کنیم:

$$E_B = E_C \Rightarrow \frac{1}{2}mv_B^2 = mgh \Rightarrow v_B^2 = 2gh \Rightarrow 16 = 20h \Rightarrow h = 0/8 \text{ m}$$



گزینه ۱

بازی با سؤال ۱۱ مطابق شکل بر جسمی ساکن به جرم 5 kg دو نیروی 12

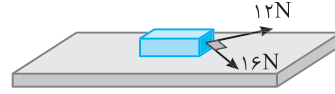
و 16 نیوتونی به صورت عمود بر هم اثر می‌کنند. کار برآیند این نیروها در ثانیه سوم حرکت چند ژول است؟

۲۰۰ (۱)

۱۰۰ (۲)

۱۴۴ (۳)

۶۴ (۴)



بازی با سؤال ۱۱ ابتدا برآیند نیروهای وارد بر جسم را به دست می‌آوریم:

$$F_{\text{net}} = \sqrt{12^2 + 16^2} = 4\sqrt{9 + 16} = 20 \text{ N}$$

با توجه به قانون دوم نیوتون شتاب را حساب می‌کنیم:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow 20 = 5a \Rightarrow a = 4 \text{ m/s}^2$$

جابه‌جایی در ثانیه سوم برابر است با:

$$\Delta x = \frac{1}{2}a(3t-1) + v_0 \Rightarrow \Delta x = \frac{1}{2} \times 4(2 \times 3 - 1) + 0 \Rightarrow \Delta x = 10 \text{ m}$$

کار نیروی خالص خواهد شد:

$$W_t = F_{\text{net}}d = 20 \times 10 = 200 \text{ J}$$

گزینه ۱

۴ ۱۲۰۱ B

بازی با سؤال ۱۱ ابتدا سرعت جسم را به دست می‌آوریم:

$P = mv \Rightarrow 10 = 2v \Rightarrow v = 5 \text{ m/s}$ به کمک فرمول مستقل از شتاب، جابه‌جایی را به دست می‌آوریم (چون نیروها

ثابت هستند شتاب جسم نیز ثابت است.):

$$\Delta x = \frac{v + v_0}{2} t \Rightarrow \Delta x = \frac{5 + 0}{2} \times 1/2 \Rightarrow \Delta x = 3 \text{ m}$$

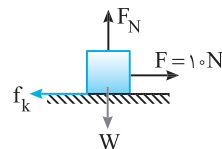
بازی با سؤال ۱۱ قضیه کار و انرژی جنبشی: تغییرات انرژی جنبشی جسم برابر مجموع کار

تک‌تک نیروهای وارد بر جسم است. ($W_t = \Delta K$)

بازی با سؤال ۱۱ بنا به قضیه کار و انرژی جنبشی، کار نیروی اصطکاک را به دست می‌آوریم:

کار نیروهای F_N و W در این مسیر صفر است. بنابراین:

$$F \cdot d + W_f = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow 10 \times 3 + W_f = \frac{1}{2} \times 2 \times (5)^2 \Rightarrow W_f = -5 \text{ J}$$



کار نیروی اصطکاک در این حرکت به گرما تبدیل شده است، بنابراین گرمای تولیدشده 5 ژول است.

۲ ۱۲۰۱ B

بازی با سؤال ۱۱ بر جسم‌ها نیروی اصطکاک و مقاومت هوا وارد نمی‌شود و تنها نیروی وارد بر آن‌ها نیروی

وزن است و بنا به قانون دوم نیوتون خواهیم داشت:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow mg = ma \Rightarrow a = g$$

در نتیجه شتاب حرکت هر سه گلوله یکسان و برابر g است. با توجه به رابطه مستقل از زمان در حرکت با شتاب ثابت، سرعت گلوله‌ها را پس از جابه‌جایی یکسان h به دست می‌آوریم.

$$v^2 - v_0^2 = 2ad \Rightarrow v^2 - 0 = 2gh \Rightarrow v = \sqrt{2gh}$$

یعنی سرعت هر سه گلوله در لحظه برخورد به زمین یکسان است.

$$v_1 = v_2 = v_3$$

در این صورت انرژی جنبشی ($K = \frac{1}{2}mv^2$) و تکانه ($P = mv$) گلوله‌ای که دارای

جرم بیشتری است از بقیه بزرگ‌تر است، یعنی گزینه‌های (۱) و (۳) نادرست و گزینه (۲) درست است.

۴ ۱۲۰۱ B

روش اول: با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی کار کل برابر تغییر انرژی جنبشی جسم است. در سقوط آزاد چون شتاب حرکت $g = 10 \text{ m/s}^2$ است تندی ذره در هر ثانیه به اندازه 10 m/s افزایش می‌یابد پس اگر تندی هنگام رسیدن به زمین v باشد یک ثانیه قبل از آن $v - 10$ خواهد بود:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow v_0 = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}m(v-10)^2 \Rightarrow v_0 = \frac{1}{2}m(v^2 - (v-10)^2)$$

$$v_0 = 0 \Rightarrow 0 = \frac{1}{2}m(v^2 - (v-10)^2) \Rightarrow v_0 = 0 \Rightarrow 20v = 20 \Rightarrow v = 10 \text{ m/s}$$

گلوله از ارتفاع h رها شده پس $v_0 = 0$ بوده و تندی ذره هنگام رسیدن به زمین 40 m/s است.

روش دوم: در سقوط آزاد تنها نیروی وارد بر جسم نیروی وزن است پس کار کل برای کار نیروی وزن است:

$$W_t = W_g \Rightarrow v_0 = mgh_1$$

$$\Rightarrow v_0 = 0 \Rightarrow 20 \times 10 \times h_1 \Rightarrow h_1 = 35 \text{ m}$$

برای جابه‌جایی در بازه‌های ۱ ثانیه در سقوط آزاد با شتاب $g = 10 \text{ m/s}^2$ داریم:

$$h = 5 + 15 + 25 + 35 = 80 \text{ m}$$

۴ ۱۲۰۱ B

خط فکری ۱۶: گلوله در شرایط خلأ سقوط می‌کند و اتلاف انرژی نداریم، بنابراین با استفاده از انرژی جنبشی در لحظه برخورد به زمین می‌توان سرعت لحظه برخورد را محاسبه کرد. سپس با توجه به اینکه شتاب همان شتاب گرانش است، می‌توان سرعت را در یک ثانیه قبل از برخورد به زمین به دست آورد.

نکته: در حرکت با شتاب ثابت می‌توان سرعت متوسط را در یک بازه زمانی با استفاده از میانگین‌گیری بین سرعت‌های ابتدا و انتهای آن بازه به دست آورد. ابتدا تندی گلوله هنگام رسیدن به زمین را به دست می‌آوریم:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow 24/2 = \frac{1}{2} \times 10 \times v^2 \Rightarrow v^2 = 48 \Rightarrow |v_p| = 22 \text{ m/s}$$

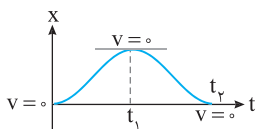
شتاب حرکت گلوله 10 m/s^2 بوده یعنی در هر ثانیه به تندی گلوله 10 m/s افزوده می‌شود. پس سرعت گلوله 12 قبل از برخورد به زمین $|v_1| = 12 \text{ m/s}$ است. بنابراین سرعت متوسط در این بازه خواهد شد:

$$v_{av} = \frac{|v_1| + |v_p|}{2} = \frac{12 + 22}{2} = 17 \text{ m/s}$$

۴ ۱۲۰۱ B

خط فکری ۱۷: چگونه از روی نمودار مکان زمان درباره علامت نیروی خالص وارد بر جسم اظهار نظر کنیم. کافی است مشخص کنیم که در هر بازه زمانی تندی در حال افزایش و یا در حال کاهش است. سپس با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی $W_t = \Delta K$ اگر تندی در حال افزایش باشد $\Delta K > 0$ و کار نیروی خالص مثبت است

و اگر تندی در حال کاهش باشد، $\Delta K < 0$ و کار نیروی خالص منفی است. با توجه به شیب خط مماس بر نمودار در بازه صفر تا t_1 ، ابتدا سرعت افزایش و سپس کاهش می‌یابد تا در لحظه t_1 سرعت صفر می‌شود و در بازه t_1 تا t_2 نیز مجدداً سرعت زیاد و سرانجام کم می‌شود. بنابراین در بازه صفر تا t_1 انرژی جنبشی ابتدا افزایش ($\Delta K > 0$) و سپس کاهش ($\Delta K < 0$) می‌یابد و کار نیروی خالص ابتدا مثبت ($W > 0$) و سپس منفی ($W < 0$) است و در بازه t_1 و t_2 نیز همین حالت تکرار می‌شود.



۴ ۱۲۰۱ B

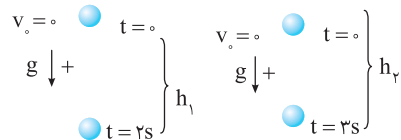
۱۳ یادآوری: کار نیروی وزن برابر $W_g = \pm mg\Delta h$ است و هنگام پایین آمدن جسم کار نیروی وزن مثبت است.

۱: ابتدا تغییر ارتفاع جسم در فاصله سوم یعنی از $t = 2s$ تا $t = 3s$ را به دست می‌آوریم:

$$h_1 = \frac{1}{2}gt_1^2 \xrightarrow{t_1=2s} h_1 = \frac{1}{2} \times 10 \times 4 \Rightarrow h_1 = 20 \text{ m}$$

$$h_2 = \frac{1}{2}gt_2^2 \xrightarrow{t_2=3s} h_2 = \frac{1}{2} \times 10 \times 9 \Rightarrow h_2 = 45 \text{ m}$$

$$\Delta h = h_2 - h_1 \Rightarrow \Delta h = 45 - 20 \Rightarrow \Delta h = 25 \text{ m}$$



۲: کار نیروی وزن را به دست می‌آوریم:

$$W_g = +m\Delta g \Rightarrow W_g = 1 \times 10 \times 25 = 250 \text{ J}$$

۴ ۱۲۰۱ B

۱۴ خط فکری: با یک تست ترکیبی سروکار داریم ابتدا باید به کمک اصل پایستگی

انرژی مکانیکی، سرعت را هنگام برخورد به زمین و در لحظه برگشت از سطح زمین به دست بیاوریم تا بتوانیم به کمک تعریف شتاب $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ شتاب برخورد و از آنجا نیروی خالص

وارد بر گلوله را حساب کنیم. دقت کنید که در استفاده از تعریف شتاب باید علامت سرعت را در نظر بگیریم برای این منظور جهت مثبت را رو به بالا اختیار کنید. سرعت هنگام پایین آمدن و برخورد به زمین منفی و هنگام برگشت مثبت خواهد شد.

ابتدا به کمک اصل پایستگی انرژی مکانیکی سرعت برخورد گلوله به زمین و همچنین سرعت برگشت آن از سطح زمین را حساب می‌کنیم. سطح زمین را مبدأ پتانسیل گرانشی فرض می‌کنیم.

$$E_p = E_1 \xrightarrow{K_1=0, U_1=0} \frac{1}{2}mv^2 = mgh \Rightarrow v^2 = 2 \times 10 \times 45 \Rightarrow v = -30 \text{ m/s}$$

علت منفی قرار دادن سرعت برخورد به زمین این است که ما جهت مثبت را رو به بالا اختیار کرده‌ایم. اما پس از برخورد گلوله به زمین گلوله ابتدا متوقف می‌شود و سپس با

سرعت v' رو به بالا حرکت می‌کند و در این لحظه دارای انرژی جنبشی $\frac{1}{2}mv'^2$ است و تا 20 m بالا می‌رود و سرعتش صفر می‌شود و انرژی جنبشی‌اش به انرژی پتانسیل تبدیل می‌شود.

$$E'_p = E_p \xrightarrow{K_p=0, U'_p=0} \frac{1}{2}mv'^2 = mgh'$$

$$\Rightarrow v'^2 = 2gh' = 2 \times 10 \times 20 \Rightarrow v' = 20 \text{ m/s}$$

را مثبت قرار می‌دهیم زیرا جهتش رو به بالا و در جهت مثبت اختیاری ما بود. اکنون شتاب در مدت برخورد و سپس نیروی خالص را حساب می‌کنیم.

$$a = \frac{v' - v}{t} = \frac{20 - (-30)}{2 \times 10^{-3}} = 25 \times 10^3 \text{ m/s}^2$$

با نوشتن قانون دوم نیوتون نیروی خالص وارد بر گلوله در مدت برخورد قابل محاسبه است.

$$F_{net} = ma \Rightarrow F_{net} = 0/2 \times 25 \times 10^3 = 5000 \text{ N}$$

۱۵ میانبر: در شرایط خلأ می‌توانید از رابطه $v = \sqrt{2gh}$ که در آن مقدار جابه‌جایی در امتداد قائم است استفاده کنید.



بازی با سؤال - بر جسم ساکنی به جرم ۴ kg نیروی $F=۸t$ وارد شده و

جسم شروع به حرکت می‌کند. کار این نیرو در ۲ ثانیه اول حرکت چند ژول است؟

۱۶ (۱) ۲۴ (۲) ۳۲ (۳) ۴۰ (۴)

یاسج خط‌نکری - برای به‌دست آوردن کار نیروی F در بازه صفر تا

۲ s باید سرعت در لحظه $t=۲\text{ s}$ را به‌دست بیاوریم. مساحت سطح زیر نمودار شتاب زمان برابر تغییرات سرعت است. بنابراین نمودار $a-t$ را رسم کنید، سطح زیر نمودار آن را به‌دست بیاورید تا بتوانید v را حساب کرده به کمک قضیه کار و انرژی جنبشی ($W_t = \Delta K$) کار این نیرو را به‌دست بیاورید.

۱ با توجه به قانون دوم نیوتون $F=ma$ معادله شتاب - زمان را می‌نویسیم:

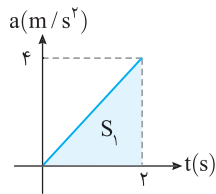
$$\begin{cases} F=ma \\ F=8t \end{cases} \Rightarrow 8t=4a \Rightarrow a=2t$$

۲ نمودار $a-t$ را رسم می‌کنیم و تا لحظه $t=۲\text{ s}$ مساحت زیر نمودار آن را حساب کرده و با توجه به اینکه $v_0=0$ است، خواهیم داشت:

$$\Delta v = S \Rightarrow \Delta v = \frac{4 \times 2}{2} = 4 \text{ m/s} \Rightarrow v - v_0 = 4 \text{ m/s} \Rightarrow v = 4 \text{ m/s}$$

۳ اکنون به کمک قضیه کار و انرژی جنبشی، کار نیروی F را حساب می‌کنیم.

$$W = \frac{1}{2} m (v_f^2 - v_i^2) \Rightarrow W = \frac{1}{2} \times 4 \times (4^2 - 0) = 32$$

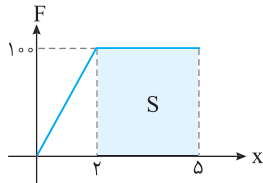


گزینه ۳

۱ ۱۲۰۱ B

۲۰ نکته - مساحت سطح محصور بین نمودار نیرو با محور x ها برابر کار نیروی F است.

۱ سطح زیر نمودار $F-x$ را حساب کرده و کار نیروی F را به‌دست می‌آوریم.



$$W = S = \frac{10 \times (2+5)}{2} = 35 \text{ J}$$

۲ به کمک قضیه کار و انرژی سرعت در مکان $x=5\text{ m}$ خواهد شد:

$$W = \Delta K \Rightarrow W = \frac{1}{2} m v_f^2 - \frac{1}{2} m v_i^2 \Rightarrow 35 = \frac{1}{2} \times 2 \times (v_f^2 - 0) \Rightarrow v_f = 7 \text{ m/s}$$

۳ شتاب متوسط را حساب می‌کنیم.

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{7-0}{2} = 3.5 \text{ m/s}^2$$

۱ ۱۲۰۱ B

۲۱ سرعت گلوله هنگام رسیدن به زمین را به کمک رابطه مستقل از زمان به‌دست می‌آوریم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \quad a=8 \text{ m/s}^2, h=10 \text{ m} \Rightarrow v^2 - 0 = 2 \times 8 \times 10 \Rightarrow v^2 = 160$$

بنا به قضیه کار و انرژی جنبشی، تغییر انرژی جنبشی برابر مجموع کار تک‌تک نیروهای وارد بر جسم است. بر این جسم دو نیرو یکی نیروی وزن و دیگری نیروی مقاومت هوا وارد می‌شود. بنابراین می‌توان نوشت:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_g + W_{f_D} = K_f - K_i \Rightarrow mgh + W_{f_D} = \frac{1}{2} m v^2 - 0$$

$$\xrightarrow{m=2\text{ kg}} 2 \times 10 \times 10 + W_{f_D} = \frac{1}{2} \times 2 \times (160) \Rightarrow 200 + W_{f_D} = 160$$

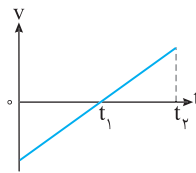
$$\Rightarrow W_{f_D} = -40 \text{ J}$$

بازی با سؤال - نمودار سرعت - زمان

ذره‌ای که روی خط راست حرکت می‌کند،

مطابق شکل است. کار نیروی خالص وارد بر ذره در بازه‌های زمانی صفر تا t_1 و t_1 تا t_2

به ترتیب از راست به چپ چگونه است؟



(۱) مثبت، منفی (۲) مثبت، مثبت (۳) منفی، مثبت (۴) منفی، منفی

یاسج از صفر تا t_1 اندازه سرعت در حال کاهش و انرژی جنبشی ذره در

حال کم شدن است ($\Delta K < 0$) و بنا به قضیه کار و انرژی جنبشی ($W_t = \Delta K$)

کار نیروی خالص وارد بر ذره منفی است. از t_1 تا t_2 اندازه سرعت در حال

افزایش و انرژی جنبشی ذره در حال زیاد شدن است و کار برابند نیروهای وارد بر ذره مثبت است.

۴ ۱۲۰۱ B

۱۸ خط‌نکری - باید از روی نمودار شتاب و سرعت اولیه را پیدا کنیم، معادله سرعت

زمان را بنویسیم تا بتوانیم کار نیروی خالص را به کمک قضیه کار و انرژی جنبشی ($W_t = \Delta K$) به‌دست بیاوریم.

۱ در بازه صفر تا ۲ s متحرک از مکان $x_0 = 5\text{ m}$ به مکان $x = 9\text{ m}$ می‌رود. به

کمک رابطه مستقل از شتاب سرعت اولیه را به‌دست می‌آوریم.

$$x = \frac{v+v_0}{2} t + x_0 \Rightarrow 9 = \frac{v+0}{2} \times 2 + 5 \Rightarrow v_0 = 4 \text{ m/s}$$

۲ شتاب حرکت خواهد شد:

$$a = \frac{v-v_0}{t} \Rightarrow a = \frac{0-4}{2} \Rightarrow a = -2 \text{ m/s}^2$$

۳ معادله سرعت زمان را می‌نویسیم و در لحظه $t=۲\text{ s}$ سرعت صفر است، در

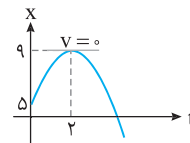
لحظه $t=۴\text{ s}$ سرعت را حساب می‌کنیم.

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = -2t + 4 \xrightarrow{t=4\text{ s}} v = -2 \times 4 + 4 \Rightarrow v = -4 \text{ m/s}$$

۴ اکنون کار نیروی خالص قابل حساب کردن است.

$$W_t = \Delta K = \frac{1}{2} m v_f^2 - \frac{1}{2} m v_i^2 \xrightarrow{m=2\text{ kg}} W_t = \frac{1}{2} \times 2 \times (-4)^2 + 0$$

$$\Rightarrow W_t = 16 \text{ J}$$



۳ ۱۲۰۱ B

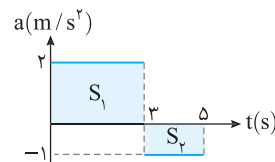
۱۹ مساحت زیر نمودار $a-t$ برابر تغییرات سرعت می‌باشد. از این رو خواهیم داشت:

$$\Delta v = S_1 + S_2 \Rightarrow v_f - v_i = 6 + (-2) \xrightarrow{v_i=0} \Delta v = 4 \text{ m/s}$$

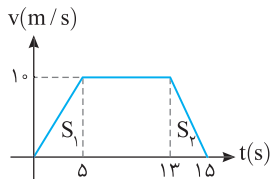
$$v_f = 4 \text{ m/s}$$

با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_t = \frac{1}{2} m (v_f^2 - v_i^2) \Rightarrow W_t = \frac{1}{2} \times 2 \times (4^2 - 0) \Rightarrow W_t = 16 \text{ J}$$



۱۲۰۱ B



۱ در قسمت اول حرکت (S) آغازین (شتاب حرکت برابر است با:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{10}{5} = 2 \text{ m/s}^2$$

۲ نیروی عمودی سطح در این

حالت را حساب می‌کنیم:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow F_N - mg = ma$$

$$\Rightarrow F_N = 600 + 120 = 720 \text{ N}$$

۳ هم‌چنین جابه‌جایی برابر

مساحت زیر نمودار v-t می‌باشد:

$$d = S_1 + S_2 = 25 \text{ m}$$

۴ کار نیروی عمودی سطح خواهد شد:

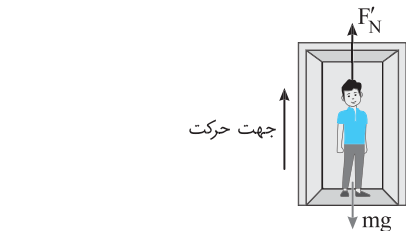
$$W_{F_N} = F_N d \cos 0 = 720 \times 25 \times 1 = 18000 \text{ J}$$

۵ تمام مراحل بالا را برای ۲s آخر تکرار می‌کنیم:

در ۲s آخر حرکت شتاب برابر است با $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-10}{2} = -5 \text{ m/s}^2$ و با توجه به

قانون دوم نیوتون داریم:

$$\begin{cases} F_{\text{net}} = ma \Rightarrow F'_N - mg = -ma \Rightarrow F'_N - 600 = -300 \Rightarrow F'_N = 300 \text{ N} \\ W_{F'_N} = F'_N d_v \cos 0 \xrightarrow{d_v = S_v} W_{F'_N} = 300 \times \frac{2 \times 10}{2} = 3000 \text{ J} \end{cases}$$



۶ نسبت کار نیروی عمودی سطح در دو حالت خواهد شد:

$$\frac{W_{F_N}}{W_{F'_N}} = \frac{18000}{3000} = 6$$

۱۲۰۱ A **بازیه سوال** وزنه‌ای به جرم ۲kg درون آسانسوری قرار دارد.

آسانسور با شتاب ثابت 2 m/s^2 رو به بالا شروع به حرکت می‌کند. کار نیروی عمودی سطح در نیم ثانیه اول حرکت چند ژول است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$)

- ۱) صفر ۲) ۱۲ ۳) ۸۹ ۴) ۶

۱ ابتدا نیروی عمودی تکیه‌گاه را به دست می‌آوریم:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow F_N - mg = ma \Rightarrow F_N - 20 = 4$$

$$\Rightarrow F_N = 24 \text{ N}$$

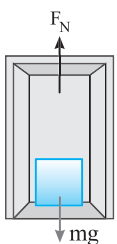
سپس جابه‌جایی را در مدت نیم‌ثانیه حساب می‌کنیم:

$$d = \Delta x = \frac{1}{2} at^2 \Rightarrow d = \frac{1}{2} \times 2 \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} \text{ m}$$

کار نیروی عمودی سطح خواهد شد:

$$W_{F_N} = F_N d \cos \theta = 24 \times \frac{1}{4} \times \cos 0 = 6 \text{ J}$$

گزینه ۴



۱۲۰۱ B

۲۲ **خط فکری** ابتدا نیروی کشش نخ (T) را به کمک دینامیک حساب کنید. سپس

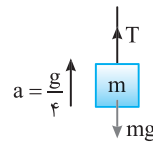
کار این نیرو و کار نیروی وزن را به دست آورده بر هم تقسیم کنید.

ابتدا با توجه به قانون دوم نیوتون نیروی کشش

طناب را به دست می‌آوریم:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow T - mg = \frac{mg}{4} \Rightarrow T = \frac{5}{4} mg$$

کار نیروی T و mg خواهد شد:



$$W = Fd \cos \theta \begin{cases} \xrightarrow{W_T} W_T = Td \cos 0 = \frac{5}{4} mgd \\ \xrightarrow{W_{mg}} W_{mg} = mgd \cos 18^\circ = -mgd \end{cases}$$

$$\frac{W_T}{W_{mg}} = \frac{\frac{5}{4} mgd}{-mgd} = -\frac{5}{4}$$

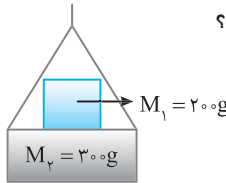
نسبت $\frac{W_T}{W_{mg}}$ برابر است با:

۱۲۰۱ B **بازیه سوال** در شکل روبه‌رو دستگاه با شتاب ثابت 2 m/s^2 از حال

سکون رو به پایین شروع به حرکت می‌کند. کار نیرویی که M_1 بر M_2 وارد

می‌کند در سه ثانیه آغازین حرکت چند ژول است؟

- ۱) ۱۴/۴ ۲) -۱۴/۴ ۳) ۷/۲ ۴) -۷/۲



۱ **بایسج** نیروهای وارد بر M_1 را رسم

می‌کنیم و به کمک قانون دوم نیوتون نیرویی که

M_1 بر M_2 وارد می‌کند را حساب می‌کنیم.

$$F_{\text{net}} = Ma \Rightarrow M_1 g - F_{N_{12}} = M_1 a$$

$$\Rightarrow 2 - F_{N_{12}} = 0/2 \times 2 \Rightarrow F_{N_{12}} = 1/6 \text{ N}$$

جابه‌جایی دستگاه در مدت ۳ ثانیه را به دست می‌آوریم:

$$d = \frac{1}{2} at^2 = \frac{1}{2} \times 2 \times 9 \Rightarrow d = 9 \text{ m}$$

کار نیروی $F_{N_{12}}$ برابر است با:

$$W = F_{N_{12}} d \cos 18^\circ \Rightarrow W = 1/6 \times 9 \times (-1) = -14/4 \text{ J}$$

گزینه ۲

۱۲۰۱ A

۲۳ **یادآوری** قضیه کار و انرژی جنبشی: کار نیروی خالص وارد بر جسم برابر تغییرات

$$W_t = \Delta K$$

انرژی جنبشی جسم:

شتاب حرکت $a = 0/2 \text{ m/s}^2$ است و آسانسور از حال سکون ($v_0 = 0$) به مدت S

در حرکت است. بنابراین سرعت در $t = 5 \text{ s}$ را به دست می‌آوریم و با استفاده از قضیه کار و انرژی جنبشی کار نیروی برایند را حساب می‌کنیم.

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 5(0/2) + 0 \Rightarrow v = 1 \text{ m/s}$$

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_t = \frac{1}{2} \times 400 \times (v^2 - v_0^2) \Rightarrow W_t = 200 \text{ J}$$

۱۲۰۱ B **بازیه سوال** وزنه‌ای به جرم ۶۰kg درون آسانسوری قرار دارد و

آسانسور با شتاب 2 m/s^2 کندشونده رو به بالا در حرکت است. کار نیروی

عمودی سطح پس از ۱۰m جابه‌جایی چند ژول است؟

- ۱) ۴۸۰۰ ۲) ۲۴۰۰ ۳) ۵۶۰۰ ۴) ۷۲۰۰

۱ **بایسج** ابتدا با توجه به قانون دوم

نیوتون F_N را به دست می‌آوریم:

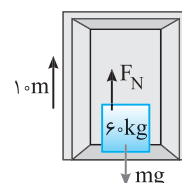
$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow mg - F_N = ma$$

$$\Rightarrow 600 - F_N = 120 \Rightarrow F_N = 480 \text{ N}$$

کار نیروی عمودی سطح برابر است:

$$W_{F_N} = F_N d \cos 0 = 480 \times 10 = 4800 \text{ J}$$

گزینه ۱



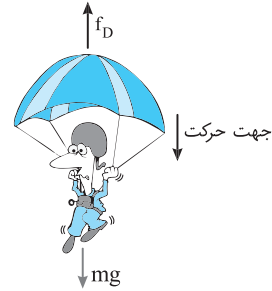
B ۱۲۰۱ ۴

۲۵ در تندی حدی، سرعت ثابت بوده و برآیند نیروهای وارد بر چترباز صفر است. از این رو نیروی مقاومت هوا وارد بر چترباز برابر نیروی وزن چترباز است:

$$F_{\text{net}} = 0 \Rightarrow mg = f_D \Rightarrow f_D = 800 \text{ N}$$

در هر متر سقوط کار نیروی مقاومت هوا برابر است با:

$$W_{f_D} = f_D d \cos 180^\circ = -800 \text{ J}$$



B ۱۲۰۱ ۴

۲۶ با توجه به قانون دوم نیوتون کشش T را به دست می‌آوریم:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow T - mg = ma \Rightarrow T - 500 = 100$$

$$\Rightarrow T = 600 \text{ N}$$

۲۷ حال جابه‌جایی آن در مدت ۴ s را به دست می‌آوریم:

$$\Delta y = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t \Rightarrow \Delta y = \frac{1}{2} \times 2 \times 16 \Rightarrow \Delta y = 16 \text{ m}$$

۲۸ کار نیرویی که طناب به شخص وارد می‌کند برابر است با:

$$W = Td = 600 \times 16 = 9600 \text{ J}$$

A ۱۲۰۱ ۳

۲۹ ابتدا تندی گلوله هنگام رسیدن به توده شنی را به کمک پایستگی انرژی مکانیکی به دست می‌آوریم:

$$E_1 \quad v_0 = 0 \quad m = 0.2 \text{ kg}$$

$$\Delta y = 20 \text{ m}$$

$$E_2 \quad v_1 = ? \quad U = 0$$

$$E_2 = E_1 \Rightarrow \frac{1}{2} m v_1^2 - 0 = mg \Delta y$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} v_1^2 = 10 \times 20 \Rightarrow v_1 = 20 \text{ m/s}$$

$$\bullet v_1 = 20 \text{ m/s}$$

$$\bullet v_2 = 0 \quad \Delta t = 0.1 \text{ s}$$

۳۰ گلوله با این سرعت به توده شن برخورد می‌کند و در مدت ۰.۱ s سرعت

گلوله به صفر می‌رسد.

شتاب توقف گلوله در توده شنی را حساب می‌کنیم.

$$a = \frac{v - v_0}{t} \Rightarrow a = \frac{0 - 20}{0.1} \Rightarrow a = -200 \text{ m/s}^2$$

۳۱ نیروی خالص وارد بر گلوله خواهد شد:

$$F_{\text{av}} = ma \Rightarrow |F_{\text{av}}| = |0.2 \times (-200)| = 40 \text{ N}$$

A ۱۲۰۱ ۳

۳۲ هنگام برخورد گلوله به توده شنی دو نیرو یکی نیروی وزن و دیگری نیروی مقاومت توده شنی در مقابل حرکت گلوله است. نیروهای وارد بر گلوله را رسم می‌کنیم و با استفاده از قانون دوم نیوتون، نیروی متوسطی که توده شنی به گلوله وارد می‌کند را به دست می‌آوریم.

نیروی خالص متوسط وارد بر گلوله $F_{\text{av}} = -40 \text{ N}$ است بنابراین

$$\begin{aligned} mg - F_{\text{av شنی}} &= -40 \\ \Rightarrow 2 - F_{\text{av شنی}} &= -40 \\ \Rightarrow F_{\text{av شنی}} &= 42 \text{ N} \end{aligned}$$

B ۱۲۰۱ ۳

۲۹ خط فکری

در دو مسیر بیان شده مطابق شکل جهت بردار نیروی اصطکاک تغییر می‌کند. دقت کنید کار در رابطه $W = Fd \cos \theta$ برای نیروی ثابت تعریف می‌شود. در حالی که بردار نیروی اصطکاک تغییر کرده است. از این رو شما نمی‌توانید از جابه‌جایی کل از ابتدا تا انتهای مسیر استفاده کنید. بلکه باید در هر قسمت کار نیروی اصطکاک را جداگانه به دست آورده و با هم جمع کنید. ابتدا نیروی عمودی سطح و نیروی اصطکاک در هر دو مسیر را حساب کرده و با توجه به جابه‌جایی کار نیروی اصطکاک‌ها را حساب می‌کنیم.

$$F_{\text{net},y} = 0 \Rightarrow F_N = mg$$

کار نیروی اصطکاک در قسمت اول:

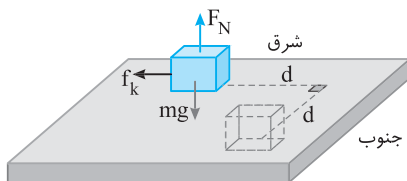
$$f_{k_1} = \mu_k F_N = \mu_k mg \Rightarrow W_{f_{k_1}} = f_{k_1} d \cos 180^\circ = -\mu_k mgd$$

کار نیروی اصطکاک در قسمت دوم:

$$f_{k_2} = \mu_k F_N = \mu_k mg \Rightarrow W_{f_{k_2}} = f_{k_2} d \cos 180^\circ = -\mu_k mgd$$

کار نیروی اصطکاک در کل مسیر:

$$W_{f_k} = W_{f_{k_1}} + W_{f_{k_2}} = -\mu_k mgd - \mu_k mgd = -2\mu_k mgd$$



B ۱۲۰۱ ۳

۳۰ اندازه کار نیروی اصطکاک برابر حاصل ضرب نیروی اصطکاک در مسافت طی شده (طول مسیر) است.

نیروی اصطکاک روی سطح میز افقی برابر است با:

$$f_k = \mu_k F_N \xrightarrow{F_N = mg} f_k = \mu_k mg$$

طول مسیر حرکت در یک دور کامل برابر محیط دایره $(2\pi R)$

است. بنابراین کار نیروی اصطکاک در یک دور کامل خواهد

$$W_f = -f_k (2\pi R) = -2\mu_k mg\pi R \quad \text{شد:}$$

B ۱۲۰۰ ۴

۳۱ خط فکری

این مسائل از دو مرحله تشکیل شده است، در یک مرحله از پایستگی

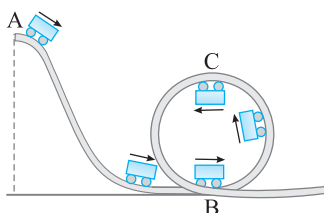
انرژی مکانیکی و در مرحله دیگر از قانون دوم نیوتون استفاده می‌کنیم:

۱ به کمک پایستگی انرژی مکانیکی برای نقاط B و C می‌نویسیم:

$$E_B = E_C \Rightarrow \frac{1}{2} m v_B^2 = \frac{1}{2} m v_C^2 + mg(2R) \Rightarrow v_B^2 - v_C^2 = 4Rg$$

۲ اکنون اختلاف نیروی مرکزگرا در نقطه‌های B و C را به دست می‌آوریم:

$$F_B - F_C = m \frac{v_B^2}{R} - m \frac{v_C^2}{R} = \frac{m}{R} (v_B^2 - v_C^2) = \frac{m}{R} (4Rg) = 4mg$$



ابتدا نسبت تندی چرخش A و B را پیدا کنید. سپس به سراغ پایستگی انرژی مکانیکی بروید و مسئله را حل کنید.

۱ با توجه به رابطه تندی در حرکت دایره‌ای می‌توان نوشت:

$$v_A = \frac{r_A \omega}{T_A} \Rightarrow \frac{v_B}{v_A} = \frac{r_B \times T_A}{r_A \times T_B} \xrightarrow{r_A = \frac{1}{2} r_B, T_B = \frac{1}{2} T_A} \frac{v_B}{v_A} = \frac{1/2}{1/2} \Rightarrow v_B = 2v_A$$

$$v_B = \frac{2\pi r_B}{T_B}$$

۲ پایین‌ترین نقطه مسیر حرکت B را مبدأ پتانسیل گرانشی فرض می‌کنیم:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow U_{1A} + K_{1A} + U_{1B} + K_{1B} = U_{2A} + K_{2A} + U_{2B} + K_{2B}$$

$$\Rightarrow m_A g (1/2) + 0 + m_B g (1/2) + 0 = m_A g (1/2) + \frac{1}{2} m_A v_A^2 + 0 + \frac{1}{2} m_B v_B^2$$

$$\Rightarrow 6m_A - 12m_B + \frac{1}{2} m_A v_A^2 + \frac{1}{2} m_B v_B^2 = 0$$

۳ در رابطه $v_B = 2v_A$ و $m_B = 2m_A$ و $r_B = 2r_A$ را جایگذاری می‌کنیم:

$$0 = 6m_A + \frac{1}{2} m_A v_A^2 - 24m_A + 4m_A v_A^2 \Rightarrow 18 = \frac{9}{2} v_A^2 \Rightarrow v_A = 2\text{m/s}$$

$$v_B = 2v_A = 4\text{m/s}$$

۲ ۱۲۰۱ B

۳۶ نیروی خالص متوسط که سبب حرکت اتومبیل می‌شود خواهد شد:

$$F_{\text{net}} = ma \xrightarrow{m=1200\text{kg}, a=4\text{m/s}^2} F_{\text{net}} = 1200 \times 4 \Rightarrow F_{\text{net}} = 4800\text{N}$$

یادآوری: جابه‌جایی متحرک با شتاب ثابت در ثانیه دوم حرکت از رابطه $\Delta x = \frac{1}{2} a (2t-1) + v_0$ به دست می‌آید.

جابه‌جایی در ثانیه دوم حرکت را به دست می‌آوریم. $\Delta x = \frac{1}{2} \times 4 \times (2 \times 2 - 1) + 0 \Rightarrow \Delta x = 6\text{m}$

یادآوری: توان: آهنگ انجام کار یا مصرف انرژی است.

$$P = \frac{W}{t} \xrightarrow{W=Fx} P = \frac{4800 \times 6}{2-1} \Rightarrow P = 28800\text{W} \Rightarrow P = 28.8\text{kW}$$

۴ ۱۲۰۱ A

۳۷ با تطابق معادله سرعت-زمان داده شده $(v = \Delta t + 2)$ با معادله سرعت-زمان حرکت

با شتاب ثابت $(v = at + v_0)$ ، شتاب حرکت $\Delta m/s^2$ و سرعت اولیه 2m/s است.

۲ سرعت متوسط در حرکت با شتاب ثابت خواهد شد:

$$v_{\text{av}} = \frac{v+v_0}{2} \Rightarrow v_{\text{av}} = \frac{1}{2} at + v_0 \Rightarrow v_{\text{av}} = \frac{1}{2} \times 5 \times 2 + 2 \Rightarrow v_{\text{av}} = 7\text{m/s}$$

۳ نیروی وارد بر جسم برابر است با: $F = ma \Rightarrow F = 3 \times 5 = 15\text{N}$

۴ توان متوسط را به دست می‌آوریم:

$$P_{\text{av}} = \frac{W}{t} = \frac{F \cdot d}{t} = F v_{\text{av}} = 15 \times 7 = 105\text{W}$$

بازی با سوال: جسمی تحت تأثیر نیروی ثابت F از حال سکون به حرکت درمی‌آید و پس از مدت t به سرعت v می‌رسد. توان متوسطی که در این مدت جسم دریافت می‌کند برابر است با:

۱ $\frac{1}{2} Fv$ ۲ Fv ۳ $\frac{1}{2} \frac{Fv}{t}$ ۴ $\frac{Fv}{t}$

۵ پاسخ: توان متوسط برابر است با:

$$\bar{P} = \frac{W}{t} = \frac{Fd}{t} = F \frac{d}{t} \xrightarrow{v_{\text{av}} = \frac{d}{t}} \bar{P} = F v_{\text{av}}$$

چون نیروی وارد بر جسم ثابت است و با توجه به رابطه $F = ma$ شتاب حرکت ثابت می‌باشد. بنابراین $v_{\text{av}} = \frac{v_1 + v_2}{2}$

۱ گزینه: $\bar{P} = F v_{\text{av}} \Rightarrow \bar{P} = F \frac{v_1 + v_2}{2} \xrightarrow{v_1=0, v_2=v} \bar{P} = F \frac{v}{2} = \frac{1}{2} Fv$

۳ ۱۲۰۱ B

۳۲ جسم در صفحه قائم دارای حرکت دایره‌ای است. به کمک پایستگی انرژی مکانیکی، ابتدا سرعت وزنه را در نقطه B به دست می‌آوریم:

$$E_A = E_B \Rightarrow mgR = \frac{1}{2} m v_B^2 \Rightarrow v_B = \sqrt{2Rg}$$

$$v_B = \sqrt{2 \times 0.1 \times 10} \Rightarrow v_B = \sqrt{2}\text{m/s}$$

۲ برآیند نیروی عمودی تکیه‌گاه و نیروی وزن در پایین‌ترین نقطه مسیر، نیروی مرکزگرا را تأمین می‌کنند.

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow F_N - mg = \frac{m v_B^2}{R} \Rightarrow F_N - 0.3 \times 10 = \frac{0.3 \times 2}{0.1} \Rightarrow F_N = 9\text{N}$$

۱ ۱۲۰۱ B

۳۳ با توجه به پایستگی انرژی مکانیکی سرعت را در نقطه B به دست می‌آوریم.

$$E_A = E_B \Rightarrow \frac{1}{2} m v_A^2 = mgh_B + \frac{1}{2} m v_B^2 \Rightarrow 200 = 10 \times 2 + \frac{1}{2} v_B^2 \Rightarrow v_B^2 = 360$$



نیروی مرکزگرا در نقطه B نیروی عمودی تکیه‌گاه است:

$$F_{NB} = m \frac{v_B^2}{r} = 0.1 \times \frac{360}{2} = 18\text{N}$$

۲ ۱۲۰۱ B

۳۴ پایین‌ترین نقطه مسیر را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی فرض می‌کنیم و پایستگی انرژی مکانیکی را برای نقاط A و B می‌نویسیم و تندی در نقطه B را بر حسب طول نخ (l) حساب می‌کنیم.

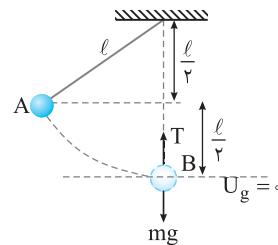
$$E_A = E_B \Rightarrow U_A + K_A = U_B + K_B \xrightarrow{K_A=0, v_B=0} mgh_A = \frac{1}{2} m v_B^2$$

$$\Rightarrow g \left(\frac{l}{2}\right) = \frac{1}{2} v_B^2 \Rightarrow v_B^2 = lg \quad (I)$$

۲ در پایین‌ترین نقطه مسیر نیروی مرکزگرا را به دست می‌آوریم.

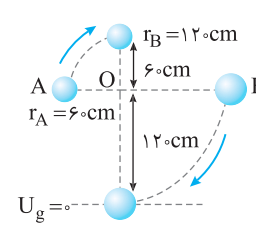
$$F_B = m \frac{v^2}{r} \xrightarrow{(I)} F_B = m \frac{lg}{l} \Rightarrow F_B = mg$$

۳ نسبت نیروی مرکزگرا در نقطه B به نیروی وزن خواهد شد: $\frac{F_B}{W} = \frac{mg}{mg} = 1$



۳ ۱۲۰۱ C

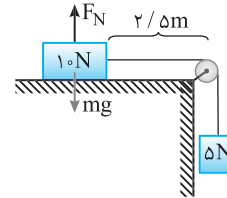
۳۵ خط فکری: مسئله زیبایی است. اگر وزنه‌ها و میله را از حالت افقی رها کنیم، وزنه B که سنگین‌تر است ($m_B = 2m_A$) و فاصله‌اش از O بیشتر است، پایین می‌آید و A بالا می‌رود و نکته مهم این است که دوره چرخش آن‌ها یکی است ($T_A = T_B$) اما تندی حرکت آن‌ها یکسان نخواهد بود.



B
۱۲۰۱

وقتی وزنه‌ها را رها می‌کنیم و وزنه‌ها ۱/۵ متر جابه‌جا می‌شوند وزنه ۱۰N همچنان روی سطح میز است و انرژی پتانسیل آن تغییر نمی‌کند اما انرژی جنبشی به دست می‌آورد. در حالی که وزنه ۵N، ۱/۵m به پایین می‌آید و انرژی پتانسیل آن کاهش می‌یابد.

$$\Delta U = -mg\Delta h \Rightarrow \Delta U = -5 \times 1/5 \Rightarrow \Delta U = -1/5$$



۲ بنا به قانون پایستگی انرژی، تغییر انرژی مکانیکی سامانه برابر کار نیروهای مقاوم به سامانه است بنابراین:

$$E_f - E_i = W_f \Rightarrow K_f + U_f - (K_i + U_i) = W_f \Rightarrow \overbrace{(K_f - K_i)}^{\Delta K} + \overbrace{(U_f - U_i)}^{\Delta U} = W_f$$

$$\Rightarrow \Delta K + \Delta U = W_f \xrightarrow{\Delta K = 6J} 6 + (-1/5) = W_f \Rightarrow W_f = -1/5J$$

۳ نیروی اصطکاک را حساب می‌کنیم.

$$W_f = -f_k d \xrightarrow{d = 1/5m} -1/5 = -f_k (1/5) \Rightarrow f_k = 1N$$

۴ ضریب اصطکاک سطح میز خواهد شد:

$$f_k = \mu_k F_N \xrightarrow{F_N = 10N} 1 = \mu_k \times 10 \Rightarrow \mu_k = 0/1$$

روش دیگر به کمک قضیه کار و انرژی جنبشی:

با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی برای دستگاه می‌توان نوشت:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{mg} + W_{f_k} = K_f - K_i \Rightarrow mgd + W_{f_k} = K_f$$

$$\xrightarrow{\substack{d = 1/5m \\ K_f = 6J}} 7/5 + W_{f_k} = 6$$

$$W_{f_k} = -1/5J \Rightarrow f_k d \cos 180^\circ = -1/5J \xrightarrow{d = 1/5m} f_k = 1N$$

$$f_k = \mu_k F_N \Rightarrow 1 = \mu_k \times 10 \Rightarrow \mu_k = 0/1N$$

فصل سوم

نوسان و موج





نکته: در حرکت هماهنگ ساده، علامت سرعت، ارتباطی به علامت مکان ندارد. یعنی در مکان‌های مثبت سرعت می‌تواند مثبت و یا منفی باشد. در صورت تست گفته شده در چه حالتی مکان نوسانگر الزاماً منفی است. بنابراین باید شتاب مثبت باشد.

بازی با سؤال: در یک حرکت هماهنگ ساده، در لحظه‌ای که شتاب حرکت مثبت است، الزاماً
 (۱) بردار مکان منفی و بردار سرعت مثبت است.
 (۲) بردار مکان مثبت و بردار سرعت منفی است.
 (۳) بردار مکان منفی و نیروی وارد بر نوسانگر مثبت است.
 (۴) بردار مکان و نیروی وارد بر نوسانگر مثبت است.

تایس: در حرکت هماهنگ ساده، مطابق شکل، در لحظه‌ای که بُعد حرکت مثبت است، سرعت می‌تواند مثبت یا منفی باشد. اما شتاب و نیرو قطعاً منفی هستند و در لحظه‌ای که بُعد حرکت منفی است، شتاب و نیرو قطعاً مثبت بوده اما سرعت ممکن است مثبت یا منفی باشد. در صورت سؤال بیان شده که شتاب حرکت مثبت است، بنابراین نیرو مثبت، مکان منفی و سرعت می‌تواند مثبت یا منفی باشد.

$x = -A$	$x < 0$	$x = 0$	$x > 0$	$x = A$
$v = 0$	$\frac{v > 0}{v < 0}$	v_m	$\frac{v > 0}{v < 0}$	$v = 0$
a_m	$a > 0$	$a = 0$	$a < 0$	a_m
F_m	$F > 0$	$F = 0$	$F < 0$	F_m

گزینه ۳

۴ ۱۲۰۹

بردار مکان در گذر نوسانگر از مبدأ یعنی در نقطه تعادل تغییر علامت می‌دهد و در این نقطه بردار سرعت تغییر جهت نمی‌دهد، در صورتی که بردار شتاب تغییر جهت می‌دهد. مطابق شکل بردار سرعت در انتهای مسیر (دامنه حرکت) صفر شده و تغییر علامت می‌دهد.

$v = 0$	$\frac{v > 0}{v < 0}$	$v = 0$
$x = -A$	$x < 0$	$x > 0$
$a > 0$	$x = 0$	$a < 0$
$a = 0$	$a = 0$	$a = 0$
v_m	v_m	v_m

۲ ۱۲۱۰

سرعت در دو انتهای مسیر تغییر علامت می‌دهد. وقتی سرعت ابتدا مثبت است و سپس منفی می‌شود، یعنی متحرک در انتهای مسیر و در مکان $x = +A$ بوده و تغییر جهت داده است. در حرکت هماهنگ ساده هرگاه مکان مثبت باشد، شتاب منفی است بنابراین در این لحظه شتاب بیشینه مقدار منفی خود را دارد.

$v = 0$	$\frac{v < 0}{v > 0}$	$x = 0$	$\frac{v < 0}{v > 0}$	$v = 0$
$-A$	$x < 0$	$x = 0$	$x > 0$	$+A$
تغییر جهت	$v > 0$	$v = 0$	$v < 0$	تغییر جهت
حرکت (سرعت)				حرکت (سرعت)

۴ ۱۲۱۱

در مرکز نوسان (حالت تعادل) شتاب صفر و در دامنه‌ها شتاب بیشینه است، بنابراین اندازه شتاب در حال تغییر است. در مکان‌های مثبت، شتاب نوسانگر منفی و در مکان‌های منفی شتاب نوسانگر مثبت است و جهت بردار شتاب در لحظه گذر از مبدأ مکان تغییر می‌کند. همچنین جهت سرعت و شتاب مستقل از یکدیگرند، در نتیجه حرکت هماهنگ ساده، یک حرکت شتاب‌دار با شتاب متغیر است که بزرگی و جهت شتاب در حال تغییر است.

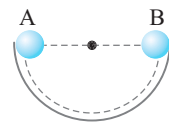
$-A$	$x < 0$	$x = 0$	$x > 0$	$+A$
$+a_m$	$a > 0$	$a = 0$	$a < 0$	$-a_m$

پنجره ۱

۴ ۱۲۰۲

حرکت دوره‌ای به حرکتی گویند که در بازه‌های زمانی یکسان عیناً تکرار می‌شود. چرخش زمین به دور خورشید، ضربان قلب و تاب خوردن دائماً در حال تکرار هستند، از این رو هر سه آن‌ها حرکت دوره‌ای‌اند.

۲ ۱۲۰۳



سطح نیمکره بدون اصطکاک است و با رها شدن جسم، جسم از نقطه A تا B می‌رود و این مسیر را بازمی‌گردد. در نتیجه این حرکت، یک نوسان دوره‌ای است اما چون مسیر حرکت خط راست نیست، این حرکت، حرکت هماهنگ ساده نخواهد بود.

۳ ۱۲۰۴

نوسان‌های دوره‌ای هرگاه دارای نوسان‌های سینوسی باشند، حرکت هماهنگ ساده هستند و گزینه (۱) نادرست و گزینه (۳) درست است.

نکته: به‌طور عمومی به همه تابع‌های سینوسی و کسینوسی، تابع سینوسی گویند. با توجه به نکته بیان شده معادله حرکت هماهنگ ساده می‌تواند به صورت‌های مختلف از جمله $x = A \cos \omega t$ یا $x = A \sin \omega t$ باشد و گزینه (۲) نادرست است.

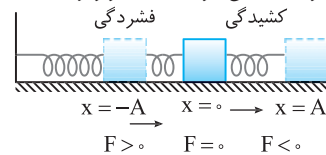
۴ ۱۲۰۵

یادآوری: به نوسان‌های سینوسی (و کسینوسی) حرکت هماهنگ ساده (SHM) گویند. نمودار (الف) نمودار مکان - زمان یک نوسان دوره‌ای است اما نوسان‌های آن سینوسی نیست و این نمودار مربوط به حرکت هماهنگ ساده نیست. نمودار (ب) نیز با اینکه دوره‌ای است اما سینوسی نبوده و این نمودار نیز مربوط به حرکت هماهنگ ساده نیست.

نمودارهای (ب) و (ت) نمودارهای سینوسی و کسینوسی هستند که به آن‌ها به‌طور عمومی تابع سینوسی می‌گویند و مربوط به حرکت هماهنگ ساده هستند.

۳ ۱۲۰۶

به حرکت هماهنگ ساده این وزنه و فنر دقت کنید. وقتی که فنر دارای فشردگی است (یعنی از $x = 0$ تا $x = -A$) قطعاً نیروی فنر می‌خواهد فنر را به حالت طبیعی برگرداند و این نیرو به سمت راست است و در فاصله صفر تا $+A$ که فنر از طول طبیعی کشیدگی دارد، نیروی فنر به سمت چپ است، بنابراین نیروی فنر همواره به سمت نقطه حالت تعادل (طول طبیعی فنر) است یعنی نیرو به سمت مرکز نوسان است.



نکته: در حرکت هماهنگ ساده، نیروی برگرداننده نقش اصلی را دارد که جهت بردار این نیرو همواره به سوی مرکز نوسان است.

۳ ۱۲۰۷

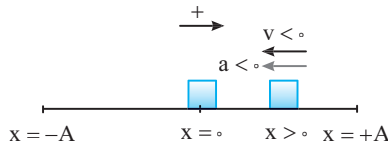
هنگامی که نوسانگر در دو انتهای مسیر است، نیروی خالص وارد بر آن بیشینه است و در مرکز نوسان، نیروی خالص وارد بر نوسانگر صفر است. بنابراین هنگامی که نوسانگر از یک انتهای مسیر به انتهای دیگر آن می‌رود، ابتدا تا مرکز نوسان نیرو کاهش و سپس افزایش می‌یابد.

$x = -A$	$x = 0$	$x = A$
F_m	$F = 0$	F_m

۲ ۱۲۰۸

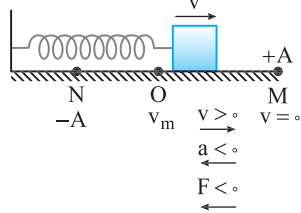
نکته: در حرکت هماهنگ ساده، مکان و شتاب هم علامت نیستند و در مکان‌های مثبت، شتاب منفی و در مکان‌های منفی، شتاب مثبت است.

	$x < 0$	$x > 0$	
$-A$	$F > 0$	$x = 0$	$F < 0$
$-A$	$a > 0$	حالت تعادل	$a < 0$



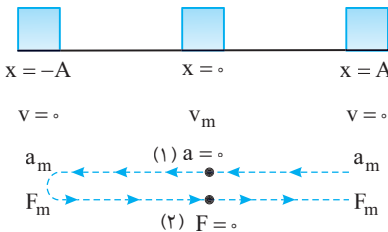
۴ ۱۲۱۶

جسم در حال حرکت به سمت نقطه بازگشت است و تندی آن در حال کاهش است، پس حرکت آن کندشونده بوده، از این رو بردار شتاب در خلاف جهت بردار سرعت یعنی در خلاف جهت محور X هاست و با توجه به قانون دوم نیوتون ($\vec{F} = m\vec{a}$) نیروی خالص وارد بر نوسانگر نیز در خلاف جهت محور X هاست.



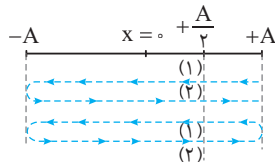
۴ ۱۲۱۷

در حرکت هماهنگ ساده، در مرکز نوسان، شتاب و نیروی وارد بر نوسانگر صفر است و در دامنه‌ها سرعت نوسانگر صفر می‌شود و در هر دوره مطابق شکل، نیرو و سرعت دو بار صفر می‌شود.



۴ ۱۲۱۸

با توجه به مسیرهای شکل رویه‌رو، متحرک در یک دوره دو بار از مکان $x = +\frac{A}{4}$ می‌گذرد.



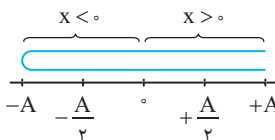
۴ ۱۲۱۹

در هر دوره نوسانگر از هر نقطه مسیر بین $+A$ تا $-A$ دو بار می‌گذرد.

خط فکری

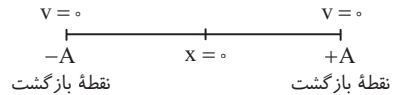
فاصله نوسانگر از مرکز نوسان ($x=0$) می‌تواند در مکان‌های مثبت و یا در مکان‌های منفی باشد، یعنی وقتی گفته می‌شود فاصله از مرکز نوسان $\frac{A}{4}$ باشد شما باید مکان‌های $+\frac{A}{4}$ و $-\frac{A}{4}$ را در نظر بگیرید.

به شکل نگاه کنید نوسانگر در یک دوره دو بار از مکان $+\frac{A}{4}$ و دو بار از مکان $-\frac{A}{4}$ می‌گذرد یعنی در هر دوره جمعاً ۴ بار فاصله نوسانگر از حالت تعادل (مرکز نوسان $x=0$) برابر $\frac{A}{4}$ می‌شود.



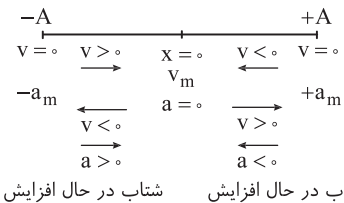
۴ ۱۲۱۲

دو انتهای مسیر نوسان ($x = \pm A$) را که در آنجا تندی نوسانگر صفر می‌شود و نوسانگر تغییر جهت می‌دهد نقطه بازگشت می‌گویند. پس گزینه (۳) نادرست است. در این نقاط بازگشت تندی صفر است و گزینه (۲) درست است. اما شتاب نوسانگر بیشینه است زیرا نیروی خالص برگرداندنده وارد بر نوسانگر در این نقاط بیشینه است، بنابراین گزینه (۱) نادرست است.



۴ ۱۲۱۳

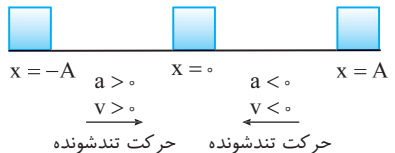
در حرکت هماهنگ ساده، در مرکز نوسان سرعت بیشینه و شتاب صفر است و در دو انتهای مسیر، سرعت صفر و شتاب بیشینه است. بنابراین گزینه (۱) نادرست است. هنگام حرکت نوسانگر به سوی مرکز نوسان که حرکت تندشونده است بردار سرعت و شتاب هم جهت هستند، پس گزینه (۲) نادرست است. هنگام حرکت نوسانگر به سوی دو انتهای مسیر، شتاب افزایش می‌یابد و بیشینه می‌شود. در حالی که سرعت کاهش یافته و صفر می‌شود، بنابراین گزینه (۳) نادرست و گزینه (۴) درست است.



۴ ۱۲۱۴

وقتی نوسانگر به سوی مرکز نوسان می‌رود، تندی آن افزایش می‌یابد و حرکت نوسانگر تندشونده است.

در حرکت تند شونده باید علامت سرعت و شتاب یکسان نباشد. یعنی اگر $v < 0$ باشد $a > 0$ و اگر $v > 0$ باشد، $a < 0$ باشد. بنابراین ممکن است سرعت مثبت و یا منفی بوده و گزینه (۴) درست است.



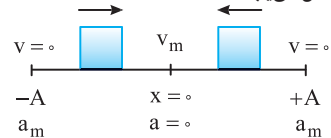
بازی با سوال

در یک حرکت هماهنگ ساده، نوسانگر در حال نزدیک شدن به مبدأ (نقطه تعادل) است. کدام گزینه درست است؟

- (۱) شتاب در حال افزایش و تندی در حال کاهش است.
- (۲) شتاب و تندی در حال افزایش است.
- (۳) شتاب در حال کاهش و تندی در حال افزایش است.
- (۴) شتاب ثابت و تندی در حال افزایش است.

پایسج

در حرکت هماهنگ ساده هنگامی که نوسانگر به مبدأ نزدیک می‌شود، تندی در حال افزایش است اما به دلیل کاهش نیروی خالص وارد بر نوسانگر شتاب کاهش می‌یابد.



گزینه ۳

۴ ۱۲۱۵

مکان مثبت است و مطابق شکل برای آن که حرکت تندشونده باشد باید نوسانگر در حال حرکت به سمت مرکز نوسان باشد، یعنی سرعت منفی بوده و چون حرکت تندشونده است شتاب نیز منفی است و گزینه (۳) درست است. البته می‌دانیم که علامت مکان و شتاب خلاف یکدیگر است و هرگاه مکان مثبت باشد، قطعاً شتاب منفی است.

A ۱۲۲۰ ۲

دوره یعنی زمان یک نوسان کامل و نصف دوره یعنی زمانی که نوسانگر نصف نوسان انجام می‌دهد. به شکل دقت کنید در مسیر (۳) حداقل سرعت یک‌بار بیشینه (Max) می‌شود و در مسیر (۴) در مدت نیم نوسان سرعت یکبار صفر می‌شود بنابراین گزینه (۲) درست است.

نکته: در یک حرکت هماهنگ ساده، مطابق شکل زیر، در بازه $\frac{T}{4}$ سرعت، شتاب، نیرو، انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل حداقل یک بار صفر و یک بار بیشینه می‌شود.

$$\begin{array}{ccc} a_m & a=0 & a_m \\ v=0 & v_m & v=0 \\ x=-A & x=0 & x=A \end{array}$$

- مسیر (۱) یک نوسان کامل $\Delta t = T$
- مسیر (۲) یک نوسان کامل $\Delta t = T$
- مسیر (۳) نیم نوسان کامل $\Delta t = \frac{T}{2}$
- مسیر (۴) نیم نوسان کامل $\Delta t = \frac{T}{2}$

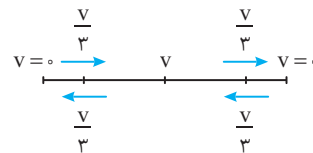
بازی با سوال: در یک حرکت هماهنگ روی خط راست، در مدت $\frac{T}{2}$

سرعت به ترتیب حداکثر چند بار صفر و چند بار بیشینه می‌شود؟
 (۱) صفر، ۱ (۲) ۱، ۱ (۳) ۱ و صفر (۴) ۲ و ۲

پایسج: در مسیر (۳) سرعت دوبار صفر شده و در مسیر (۴) سرعت دوبار بیشینه می‌شود، بنابراین گزینه (۴) درست است.

A ۱۲۲۱ ۳

تندی در نقاط بازگشت صفر و در نقطه تعادل بیشینه یعنی v است. از این رو تندی بین صفر تا v تغییر می‌کند و مطابق شکل زیر در هر دوره چهار بار تندی برابر $\frac{v}{3}$ می‌شود.



میانبر: در حرکت هماهنگ ساده در هر دوره تندی نوسانگر چهار بار می‌تواند $\frac{1}{n} v_m$ (یعنی کسری از تندی بیشینه) شود.

A ۱۲۲۲ ۱

یادآوری: زمان یک نوسان را دوره (T) می‌گویند.

با یک تناسب ساده مسئله قابل حل است.

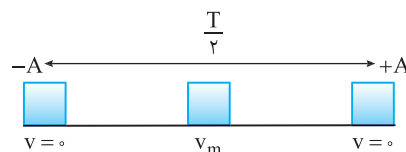
$$\begin{array}{l|l} \text{نوسان } N=4 & t=20s \\ \hline \text{نوسان } 1 & T=? \end{array} \Rightarrow T = \frac{20}{4} = 5s$$

A ۱۲۲۳ ۳

در صورت مسئله بیان شده در بازه‌های زمانی $0/1s$ سرعت صفر می‌شود. یعنی در این مدت مطابق شکل نوسانگر از یک انتهای مسیر به انتهای دیگر رفته است که این مسیر نصف دوره طول می‌کشد، بنابراین می‌توان نوشت:

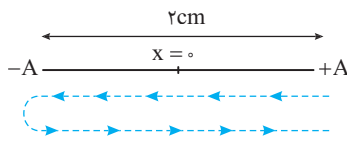
$$\frac{T}{2} = 0/1 \Rightarrow T = 0/2s$$

$$f = \frac{1}{T} \Rightarrow f = \frac{1}{0/2} \Rightarrow f = 2Hz$$



A ۱۲۲۴ ۳

یادآوری: در هر نوسان کامل، نوسانگر دو بار طول پاره‌خط مسیر را طی می‌کند. مسافتی که نوسانگر در هر نوسان طی می‌کند چهار برابر دامنه ($l=4A$) است.



۱) ۱۲۰ بار طی طول پاره‌خط یعنی $\frac{120}{4} = 30$ نوسان.

۲) ۶۰ نوسان در مدت $1min = 60s$ انجام شده است. بنابراین زمان هر نوسان

$$T = \frac{t}{N} \Rightarrow t = \frac{60}{60} = 1s \text{ (دوره) خواهد شد.}$$

۳) در هر ثانیه نوسانگر یک نوسان انجام می‌دهد، در این صورت در مدت ۴s، نوسانگر ۴ نوسان انجام می‌دهد. ($N=4$)

۴) در هر نوسان مسافت طی شده $2 \times 2 = 4cm$ است و در مدت ۴ نوسان مسافت طی شده $4 \times 4 = 16cm$ می‌شود.

بازی با سوال: نوسانگری از یک سر پاره‌خطی شروع به حرکت کرده و در مدت ۵ ثانیه ۲۰۰ بار از مرکز پاره‌خط (وسط پاره‌خط) می‌گذرد. بسامد نوسانگر چند هرتز است؟

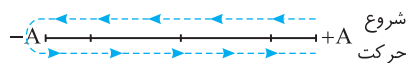
$$100 (4) \quad 20 (3) \quad 50 (2) \quad 10 (1)$$

پایسج: نوسانگر در هر دوره، دو بار از مرکز نوسان می‌گذرد. در این حرکت در مدت ۵s نوسانگر ۲۰۰ بار از مرکز نوسان می‌گذرد، یعنی تعداد نوسان‌ها در مدت ۵s، $N=100$ نوسان است. دوره خواهد شد:

$$T = \frac{t}{N} \Rightarrow T = \frac{5}{100} \Rightarrow T = 0/05s$$

بسامد را حساب می‌کنیم:

$$f = \frac{1}{T} \Rightarrow f = \frac{1}{0/05} \Rightarrow f = 20Hz$$



۳) گزینه

A ۱۲۲۵ ۲

خط فکری: نوسانگر اول پس از ۶s، یک نوسان از نوسانگر دوم جلو می‌افتد، یعنی اگر تعداد نوسان اولی N_1 باشد تعداد نوسان دومی در ۶s، $N_2 = N_1 - 1$ است. از این رو شما باید N_1 و سپس N_2 را بیابید تا بتوانید دوره T_2 را به دست بیاورید.

۱) تعداد نوسان‌های اولی را به دست می‌آوریم:

$$N_1 = \frac{t}{T_1} \Rightarrow N_1 = \frac{6}{1/5} = 4$$

۲) تعداد نوسان‌های دومی برابر $N_2 = 4 - 1 = 3$ است و دوره آن برابر است با:

$$N_2 = \frac{t}{T_2} \Rightarrow 3 = \frac{6}{T_2} \Rightarrow T_2 = 2s$$

A ۱۲۲۶ ۴

با توجه به رابطه بسامد زاویه‌ای و دوره:

$$\begin{cases} \omega_A = \frac{2\pi}{T_A} \\ \omega_B = \frac{2\pi}{T_B} \end{cases} \Rightarrow \omega_A = \frac{T_B}{T_A} \Rightarrow 4 = \frac{T_B}{T_A} \Rightarrow T_A = \frac{1}{4} T_B$$

$$f = \frac{1}{T} \Rightarrow \frac{f_A}{f_B} = \frac{T_B}{T_A} = 4 \Rightarrow f_A = 4f_B$$

۱ ۱۲۳۲ A

معادله حرکت هماهنگ ساده $x = A \cos \omega t$ است. لحظه‌ای که نوسانگر در بیشینه مکان مثبت است را مبدأ زمان فرض می‌کنیم. $\frac{2T}{3}$ بعد از آن یعنی باید در معادله حرکت به جای t مقدار $\frac{2T}{3}$ را قرار دهیم. $x = A \cos \frac{2\pi}{T} \times \frac{2T}{3} \Rightarrow x = A \cos \frac{4\pi}{3} = -\frac{A}{2}$

۳ ۱۲۳۳ B

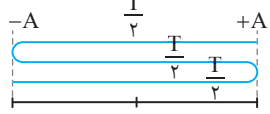
خط فکری انتهای پاره‌خط مسیر نوسان را که در آنجا سرعت صفر شده و نوسانگر تغییر جهت می‌دهد نقطه بازگشت گویند. در صورت مسئله بیان نشده که برای چندمین بار نوسانگر باید به نقطه بازگشت برسد. بنابراین وقتی از مکان $+A$ نوسانگر شروع به حرکت می‌کند، در مدت $\frac{T}{4}$ برای اولین بار به مکان $-A$ (نقطه بازگشت) می‌رسد و در $\frac{T}{4}$ بعدی برای دومین بار به نقطه بازگشت می‌رسد. بنابراین شما باید هر زمان که نوسانگر در نقطه بازگشت است را به دست بیاورید.

ابتدا دوره را به دست می‌آوریم: $\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow 4\pi = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = 0.5s$

نوسانگر با گذشت هر $\frac{T}{4}$ به نقطه بازگشت می‌رسد. لحظه‌هایی که نوسانگر به نقاط بازگشت می‌رسد را حساب می‌کنیم.

$\Delta t_1 = \frac{0.5}{4} = 0.125s, \Delta t_2 = 2 \times \frac{0.5}{4} = 0.25s, \Delta t_3 = 3 \times \frac{0.5}{4} = 0.375s, \Delta t_4 = 4 \times \frac{0.5}{4} = 1s$

تنها گزینه (۳) در این اعداد وجود دارد پس گزینه (۳) درست است.



روش دیگر: اگر نوسانگر از یک انتها شروع به نوسان کند. در هر $\frac{T}{4}$ یک بار نوسانگر به نقطه بازگشت می‌رسد. بنابراین تعداد دفعاتی که در بازه زمانی Δt به نقطه بازگشت می‌رسد خواهد شد:

$N = \frac{\Delta t}{\frac{T}{4}}$

حال گزینه‌ها را بر $\frac{T}{4}$ تقسیم می‌کنیم. اگر عدد صحیح به دست آمد، آن زمان درست بوده و اگر عدد صحیح به دست نیاید در آن زمان نوسانگر در نقطه بازگشت قرار ندارد.

گزینه ۱: $\frac{\Delta t}{\frac{T}{4}} = \frac{0.4}{0.125} = \frac{8}{5} = 1.6$ جواب نیست

گزینه ۲: $\frac{\Delta t}{\frac{T}{4}} = \frac{0.6}{0.125} = 4.8$ جواب نیست

گزینه ۳: $\frac{\Delta t}{\frac{T}{4}} = \frac{1}{0.125} = 8$ درست است

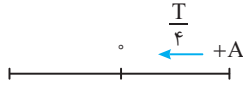
۲ ۱۲۳۴ A

نقطه تعادل یعنی مبدأ $x = 0$ ، بنابراین بنا به فرض مسئله در لحظه $t = 2s$ مکان متحرک $x = 0$ شده است، از این رو:

$x = A \cos \omega t \Rightarrow 0 = A \cos \frac{2\pi}{T} \times 2 \Rightarrow \cos \frac{4\pi}{T} = 0 \Rightarrow \frac{4\pi}{T} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow T = 8s$

روش دیگر: نوسانگر ابتدا در مکان $+A$ بوده و پس از $2s$ به مکان $x = 0$ می‌رود. زمان حرکت از A تا صفر برابر $\frac{T}{4}$ است.

بنابراین: $\frac{T}{4} = 2 \Rightarrow T = 8s$



۲ ۱۲۲۷ A

۱ دوره نوسان ۳۶٪ کاهش یافته. بنابراین دوره جدید برابر است با:

$T_2 = T_1 - \frac{36}{100} T_1 = \frac{64}{100} T_1 = \frac{16}{25} T_1 \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{16}{25}$

۲ بسامد و دوره با هم نسبت وارون دارند از این رو:

$f = \frac{1}{T} \Rightarrow \frac{f_2}{f_1} = \frac{T_1}{T_2} \Rightarrow \frac{f_2}{f_1} = \frac{25}{16}$

۳ حال درصد تغییرات بسامد را حساب می‌کنیم.

$\frac{\Delta f}{f_1} \times 100 = \frac{25 f_1 - f_1}{f_1} \times 100 = \frac{24}{16} \times 100 = 150\%$

۴ بنابراین بسامد ۵۶٪ افزایش یافته است.

۵ برای بسامد زاویه‌ای ($\omega = 2\pi f$) نیز داریم:

درصد تغییر بسامد زاویه‌ای $\frac{\Delta \omega}{\omega_1} \times 100 = \frac{2\pi f_2 - 2\pi f_1}{2\pi f_1} \times 100 = \frac{f_2 - f_1}{f_1} \times 100 = 150\%$

۲ ۱۲۲۸ A

دامنه $A = 0.5m$ و بسامد زاویه‌ای $\omega = 2\pi f = 4\pi rad/s$ است. بنابراین معادله حرکت خواهد شد:

$x = 0.5 \cos 4\pi t$

یادآوری معادله حرکت هماهنگ ساده‌ای که در کتاب معرفی شده به صورت $x = A \cos \omega t$ است که در آن A دامنه و ω بسامد زاویه‌ای است.

۲ ۱۲۲۹ A

نکته طول پاره‌خط مسیر نوسان دو برابر دامنه (۲A) است.

$\ell = 2A$

۲ بار طی پاره‌خط مسیر برابر یک نوسان است.

۱ دامنه خواهد شد: $2A = 20cm \Rightarrow A = 10cm$

۲ 20 بار طی کردن طول پاره‌خط یعنی: $\frac{20}{2} = 10$ نوسان

۳ در مدت $10.0/1s$ نوسان انجام شده است بنابراین دوره خواهد شد:

$T = \frac{t}{N} \Rightarrow T = \frac{10}{10} \Rightarrow T = 1.0s$

۴ بسامد زاویه‌ای را به دست می‌آوریم. $\omega = 2\pi rad/s$

۵ معادله حرکت را می‌نویسیم

۱ ۱۲۳۰ A

با توجه به معادله حرکت $x = 0.2 \cos 5\pi t$ بسامد زاویه‌ای برابر $5\pi rad/s$ است از این رو دوره خواهد شد:

$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow 5\pi = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = 0.4s$

نوسانگر در $0.4s$ یک نوسان انجام می‌دهد و 50 نوسان را در مدت:

$T = \frac{t}{N} \Rightarrow t = NT \Rightarrow t = 50 \times 0.4 = 20s$

۱ ۱۲۳۱ A

کافی است زمان داده شده را در معادله حرکت جای گذاری کنیم. البته باید مثلثات نیز بلد باشیم.

$x = 0.2 \cos 20\pi t \xrightarrow{t=1/6} x = 0.2 \cos \frac{20\pi}{6} = 0.2 \cos(\frac{10\pi}{3} + \frac{2\pi}{3})$

$\Rightarrow x = 0.2 \cos(3\pi + \frac{\pi}{3}) \Rightarrow x = 0.2 \cos(\pi + \frac{\pi}{3}) \Rightarrow x = -0.2 \cos \frac{\pi}{3}$

$\Rightarrow x = -0.2 \times \frac{1}{2} = -0.1m = -1cm$

(2π دوره گردش تابع $\cos \theta$ بوده که آن را برمی‌داریم.)

با توجه به فرض مسأله مکان‌ها در لحظه t_1 و $t_2 = 2t_1$ برابر است، از این رو:

$$x = A \cos \omega t \Rightarrow \frac{x_2 = x_1}{A \cos \omega t_2 = A \cos \omega t_1} \Rightarrow \cos 2\omega t_1 = \cos \omega t_1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2\omega t_1 = 2\pi - \omega t_1 \Rightarrow 3\omega t_1 = 2\pi \Rightarrow 3 \times \frac{2\pi}{T} t_1 = 2\pi \Rightarrow t_1 = \frac{T}{3} \\ \text{غ ق ق} \end{cases}$$

گزینه ۲

۲ ۱۲۳۹ A

در نقاط بازگشت ($x = \pm A$) سرعت نوسانگر صفر است.

$$\begin{array}{ccc} x = -A & x = 0 & x = +A \\ \leftarrow & \leftarrow & \leftarrow \\ v = 0 & v_m & v = 0 \end{array}$$

وقتی معادله حرکت به شما داده شده است و از شما خواسته شده که لحظه‌هایی را که سرعت صفر می‌شود به دست آورید، شما باید به جای مکان، $+A$ و یا $-A$ را قرار دهید. متحرک وقتی اولین بار به مکان $x = -0.3 \text{ m}$ می‌رسد، سرعتش صفر می‌شود، بنابراین خواهیم داشت:

$$x = 0.3 \cos 10\pi t \Rightarrow -0.3 = 0.3 \cos 10\pi t \Rightarrow \cos 10\pi t = -1$$

$$\Rightarrow 10\pi t = \pi \Rightarrow t = 0.1 \text{ s}$$

دقت کنید شما باید تمام زاویه‌های مثلثاتی را در حرکت هماهنگ ساده برحسب رادیان بلد باشید.

زاویه برحسب درجه	۰	۳۰	۴۵	۶۰	۹۰	۱۲۰	۱۵۰	۱۸۰	۲۷۰
رادیان	۰	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{6}$	π	$\frac{3\pi}{2}$
cos	۱	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	۰	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-۱	۰
sin	۰	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	۱	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	۰	-۱

۴ ۱۲۴۰ B

یادآوری ریاضی برای توابع کسینوسی و سینوسی داریم:

$$\cos \alpha = \pm 1 \Rightarrow \alpha = k\pi \quad \sin \alpha = \pm 1 \Rightarrow \alpha = (2k-1)\frac{\pi}{2}$$

نقاط بازگشت مکان‌های $x = \pm A$ هستند، بنابراین شما در معادله حرکت به جای x مقدار $\pm A$ را قرار داده و با توجه به معادله مثلثاتی مسئله را حل کنید.

$$x = A \cos \omega t \Rightarrow \pm A = A \cos \omega t \Rightarrow \cos \omega t = \pm 1 \Rightarrow \omega t = k\pi$$

$$\Rightarrow \frac{2\pi}{T} t = k\pi \Rightarrow t = k \frac{T}{2}$$

۴ ۱۲۴۱ A

یادآوری به کمان مثلثاتی در معادله حرکت هماهنگ ساده ($x = A \cos \omega t$) یعنی

ωt ، شناسه تابع کسینوس (و یا فاز) می‌گویند.

تغییر شناسه تابع کسینوس در بازه t_1 تا t_2 را حساب می‌کنیم. $\omega t_2 - \omega t_1 = \omega(t_2 - t_1)$

اکنون اگر $t_2 - t_1$ برابر 1 s باشد آنگاه:

بسامد زاویه‌ای $\omega \times 1 = \omega$ تغییر شناسه تابع کسینوس

۱ ۱۲۴۲ A

شناسه تابع کسینوس یعنی کمان ωt در حرکت هماهنگ ساده. با توجه به فرض مسئله، شناسه تابع کسینوس (فاز) را در دو حالت نوشته از هم کم کرده و مقدار آن را

برابر $\frac{\pi}{10}$ قرار می‌دهیم و بسامد زاویه‌ای را حساب می‌کنیم.

$$\omega t_2 - \omega t_1 = \omega(t_2 - t_1) = \frac{\pi}{10} \Rightarrow \omega \times \frac{1}{120} = \frac{\pi}{10} \Rightarrow \omega = 12\pi$$

$$\omega = 2\pi f = 12\pi \Rightarrow f = 6 \text{ Hz} \quad \text{اکنون بسامد را به دست می‌آوریم}$$

۲ ۱۲۳۵ A

خط فکری

t_1 نوسانگر به اندازه مجموع $4/22 \text{ cm}$ و $3/78 \text{ cm}$ مسافت طی کرده است. این مسافت را به دست بیاورید و با دامنه مقایسه کنید.

کل مسافت طی شده در بازه زمانی $t_1 + t_2$ برابر است با: $4/22 + 3/78 = 8 \text{ cm}$
دامنه حرکت 2 cm است و در مدت یک دوره نوسانگر مسافتی برابر $4A = 4 \times 2 = 8 \text{ cm}$ طی می‌کند از این رو کل مدت حرکت یک دوره بوده است ($t_1 + t_2 = T$).

۴ ۱۲۳۶ A

مسافتی که نوسانگر در هر دوره طی می‌کند چهار برابر دامنه ($4A$) است، این نوسانگر در یک دوره مسافت 16 cm را طی کرده است، بنابراین دامنه حرکت نوسانگر برابر $4A = 16 \Rightarrow A = 4 \text{ cm} = 0.04 \text{ m}$ است با:

مکان ذره در $t = 0.05 \text{ s}$ برابر $x = +2\sqrt{3} \text{ cm}$ است از این رو:

$$x = A \cos \omega t \Rightarrow \frac{2\sqrt{3}}{100} = 0.04 \cos \omega \left(\frac{5}{100}\right) \Rightarrow \cos \frac{\omega}{100} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \frac{\omega}{100} = \frac{\pi}{6}$$

$$\Rightarrow \omega = \frac{10\pi}{3} \text{ rad/s}$$

معادله حرکت خواهد شد:

$$x = 0.04 \cos \frac{10\pi}{3} t$$

۳ ۱۲۳۷ A

خط فکری

دقت کنید که در توابع مثلثاتی در یک دوره دو بار مقدار تابع یکسان است، به طور مثال اگر $\cos \alpha = \frac{1}{2}$ شود زاویه α می‌تواند $\frac{\pi}{3}$ و $\frac{5\pi}{3}$ باشد. در این مسئله بیان شده کمترین زمان پس از $t = 0$ ، بنابراین باید شما زاویه کوچکتر را انتخاب کنید.

کافی است در معادله حرکت، مکان را $x = -\frac{A}{2}$ قرار دهیم.

$$-\frac{A}{2} = A \cos \omega t \Rightarrow \cos \omega t = -\frac{1}{2} \Rightarrow \left(\omega t = \frac{2\pi}{3}, \omega t = \frac{4\pi}{3}\right)$$

در صورت سؤال کمترین زمان پس از $t = 0$ خواسته شده است از این رو:

$$\omega t = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow \frac{2\pi}{T} t = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow t = \frac{T}{3}$$

۲ ۱۲۳۸ B

خط فکری

ابتدا با قرار دادن مکان نوسانگر در معادله حرکت لحظه t_1 را حساب کرده سپس t_1 را دو برابر کنید و در معادله حرکت قرار دهید و مکان نوسانگر را به دست بیاورید. لحظه t_1 را حساب می‌کنیم.

$$x = A \cos \omega t \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} A = A \cos \omega t_1 \Rightarrow \omega t_1 = \frac{\pi}{6} \Rightarrow t_1 = \frac{\pi}{6\omega}$$

لحظه $t_2 = 2t_1$ را در معادله قرار می‌دهیم.

$$x = A \cos \omega \times \frac{2\pi}{6\omega} \Rightarrow x = A \cos \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = +\frac{A}{2}$$

پاسخ به سؤال ذره‌ای با دوره T در مبدأ زمان از مکان بیشینه مثبت شروع به نوسان کرده و در لحظه‌های t_1 و $t_2 = 2t_1$ از یک مکان می‌گذرد. t_1

کدام است؟ ($t_1 < \frac{T}{4}$)

از کتاب درسی

$$\frac{2T}{3} \quad (۴) \quad \frac{T}{4} \quad (۳) \quad \frac{T}{3} \quad (۲) \quad \frac{T}{6} \quad (۱)$$

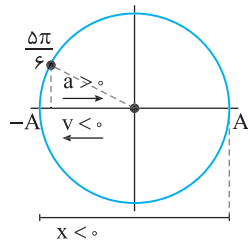
پاسخ در معادله حرکت هماهنگ ساده ($x = A \cos \omega t$) لحظه‌های t_1

و t_2 را قرار داده در این دو لحظه بنا به فرض مکان‌ها یکسان است، بنابراین مکان‌ها را برابر قرار داده و مسئله را حل کنید.

۲ ۱۲۴۵ B

خط فکری در حل این مسئله اگر شما به جای t مقدار $\frac{1}{\gamma 2}$ را قرار دهید و مکان را

به دست آورید، هیچ یک از گزاره‌ها را نمی‌توانید بررسی کنید زیرا جهت حرکت نوسانگر مشخص نیست اما اگر فاز حرکت (شناسه تابع کسینوس ωt) را به دست بیاورید مشکل حل می‌شود.



۱. فاز حرکت را در لحظه $t = \frac{1}{\gamma 2}$ حساب

$$\theta = \omega t = 60^\circ \times \frac{1}{\gamma 2} \Rightarrow \theta = \frac{\Delta \pi}{6}$$

۲. کمان $\frac{\Delta \pi}{6}$ در ربع دوم مثلثاتی است

بنابراین نوسانگر در حال حرکت از $x = 0$ به سوی $-A$ است. در نتیجه در این لحظه

نوسانگر در حال دور شدن از حالت تعادل است و گزاره (الف) نادرست است.

۳. در حرکت به سوی دامنه $-A$ حرکت کندشونده است و گزاره (ب) درست است.

۴. مکان منفی و شتاب که همواره به سوی حالت تعادل است مثبت است و گزاره (پ) درست است.

۵. سرعت منفی و در خلاف جهت محور بوده و گزاره (ت) نادرست است.

۳ ۱۲۴۶ B

تابع حرکت هماهنگ ساده یک تابع سینوسی (و کسینوسی) است. بنابراین گزینه (۱)، (۲) و (۴) می‌تواند معادله حرکت هماهنگ ساده باشد. اما $x = 4 \tan 2t$ نمی‌تواند

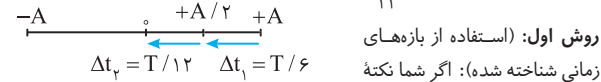
معادله حرکت هماهنگ ساده باشد. تابع تانژانت در $\frac{\pi}{2}$ و $\frac{3\pi}{2}$ تعریف نشده است و

گزینه (۳) نمی‌تواند معادله حرکت هماهنگ ساده باشد.

۳ ۱۲۴۷ B

نکته زمان حرکت از $+A$ به $+A$ بدون تغییر جهت برابر $\frac{T}{6}$ و از $+\frac{A}{2}$

به $x = 0$ بدون تغییر جهت $\frac{T}{12}$ است.



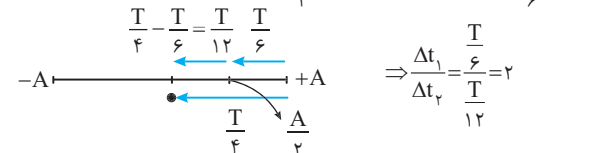
روش اول: (استفاده از بازه‌های زمانی شناخته شده): اگر شما نکته $\Delta t_2 = \frac{T}{12}$ و $\Delta t_1 = \frac{T}{6}$ بالا را به خاطر بسپارید مسئله به سادگی قابل حل است.

روش دوم: (استفاده از معادله حرکت): معادله حرکت هماهنگ ساده را می‌نویسیم. در

معادله به جای x ، $+\frac{A}{2}$ را قرار می‌دهیم:

$$x = A \cos \omega t \xrightarrow{x = \frac{A}{2}} \frac{A}{2} = A \cos \omega t \Rightarrow \cos \frac{2\pi}{T} t = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} \frac{2\pi}{T} t = \frac{\pi}{3} \Rightarrow t = \frac{T}{6} \\ \frac{2\pi}{T} t = \frac{5\pi}{3} \Rightarrow t = \frac{5T}{6} \end{cases}$$

جواب $\frac{\Delta t}{6}$ مربوط به دومین بار عبور از $+\frac{A}{2}$ است که مورد پرسش نیست.



روش سوم: استفاده از فاز

حرکت (شناسه تابع کسینوسی) و دایره مثلثاتی (مرجع) است. از $+A$ تا $+\frac{A}{2}$ فاز

حرکت $\frac{\pi}{3}$ رادیان و از $+\frac{A}{2}$ تا $x = 0$ فاز

حرکت $\frac{\pi}{6}$ تغییر می‌کند. از این‌رو:

$$\Delta \theta = \omega \Delta t \Rightarrow \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{T} \Delta t_1 \Rightarrow \Delta t_1 = \frac{T}{6}, \frac{\pi}{6} = \frac{2\pi}{T} \Delta t_2 \Rightarrow \Delta t_2 = \frac{T}{12} \Rightarrow \frac{\Delta t_1}{\Delta t_2} = 2$$

۲ ۱۲۴۳ B

خط فکری به شکل نگاه کنید. از لحظه $t = 0$ ، طول می‌کشد تا نوسانگر برای اولین

بار به نقطه تعادل رسیده و $\frac{3T}{4}$ طول می‌کشد تا برای دومین بار تندی نوسانگر بیشینه شود و بعد

از $\frac{\Delta T}{4}$ برای سومین بار و بعد از $\frac{7T}{4}$ برای چهارمین بار و بعد از $\frac{(2n-1)T}{4}$ برای n امین بار

نوسانگر از مبدأ می‌گذرد. یعنی لحظه‌هایی که تندی بیشینه است، مضرب فرد $\frac{T}{4}$ است. اکنون

شما گزینه‌ها را بررسی کنید. هر کدام که مضرب فرد $\frac{T}{4}$ باشد جواب مسئله است.

الف) $\frac{\Delta t}{T} = \frac{2T}{T} = 2 \rightarrow$ عدد زوج \rightarrow جواب نیست

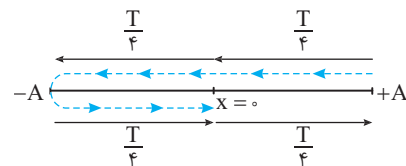
ب) $\frac{\Delta t}{T} = \frac{3/5 T}{T} = 1.5 \rightarrow$ عدد زوج \rightarrow جواب نیست

پ) $\frac{\Delta t}{T} = \frac{5/2 \Delta T}{T} = 2.5 \rightarrow$ عدد فرد \rightarrow جواب است

البته به کمک حل معادله مثلثاتی نیز می‌توانستید رابطه $\Delta t = (2n-1) \frac{T}{4}$ را به دست بیاورید.

$$x = A \cos \omega t \Rightarrow 0 = A \cos \omega t \Rightarrow \cos \omega t = 0$$

$$\omega t = (2n-1) \frac{\pi}{2} \Rightarrow \frac{2\pi}{T} t = (2n-1) \frac{\pi}{2} \Rightarrow t = (2n-1) \frac{T}{4}$$



۳ ۱۲۴۴ A

یادآوری با یک یادآوری طولانی سر و کار داریم. در معادله حرکت $x = A \cos \omega t$ کتاب، شناسه تابع کسینوس می‌گوید و ما به اختصار آن را فاز می‌گوییم.

بنابراین منظور ما از فاز مقدار $\theta = \omega t$ است.

به شکل مقابل به دقت نگاه کنید اگر فاز در ربع اول مثلثاتی باشد مطابق شکل

نوسانگر از مکان $+A$ در حال حرکت به

حالت تعادل $x = 0$ است و حرکت

تندشونده است. اگر فاز $(\theta = \omega t)$ در

ربع دوم مثلثاتی باشد، نوسانگر در حال

حرکت از حالت تعادل به سوی دامنه $-A$ است و حرکت کندشونده است.

اگر فاز $(\theta = \omega t)$ در ربع سوم مثلثاتی باشد نوسانگر در حال حرکت از $-A$ به سوی

حالت تعادل است و حرکت تندشونده است.

اگر فاز $(\theta = \omega t)$ در ربع چهارم مثلثاتی باشد، نوسانگر در حال حرکت از مکان $x = 0$

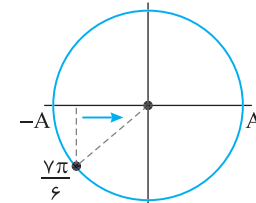
به سوی $+A$ بوده و حرکت کندشونده است.

در مسئله فاز حرکت $\omega t = \frac{7\pi}{6}$ بیان شده

یعنی فاز در ربع سوم است. بنابراین مکان

منفی و گزینه (۱) نادرست است، شتاب مثبت و گزینه (۲) نادرست است و سرعت

مثبت و گزینه (۳) درست است. حرکت نیز تندشونده و گزینه (۴) نادرست است.

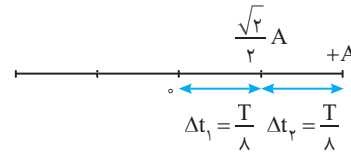


۲ ۱۲۴۸ A

نکته: مدت زمان حرکت از $+A$ تا $+\frac{\sqrt{2}}{2}A$ بدون تغییر جهت $\frac{T}{8}$ و از

$+\frac{\sqrt{2}}{2}A$ تا $x=0$ نیز $\frac{T}{8}$ است.

روش اول: با استفاده از بازه‌های زمانی شناخته شده



بنابراین:

$$\frac{\Delta t_1}{\Delta t_2} = 1$$

روش دوم: استفاده از معادله حرکت

می‌دانیم زمان حرکت از مکان $+A$ تا صفر برابر $\frac{T}{4}$ است. اکنون در معادله حرکت به

جای x مقدار $+\frac{\sqrt{2}}{2}A$ را قرار می‌دهیم.

$$x = A \cos \omega t \Rightarrow +\frac{\sqrt{2}}{2}A = A \cos \omega t \Rightarrow \cos \frac{2\pi}{T}t = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \frac{2\pi}{T}t = \frac{\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}$$

نوسانگر مستقیماً از $+A$ به $+\frac{\sqrt{2}}{2}A$ رفته است یعنی برای اولین بار از مکان

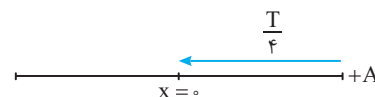
$+\frac{\sqrt{2}}{2}A$ می‌گذرد بنابراین کمان $\frac{\pi}{4}$ قابل قبول است.

$$\frac{2\pi}{T}t = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \Delta t = \frac{T}{8} \Rightarrow \Delta t_1 = \frac{T}{8}$$

بنابراین از $+A$ تا $+\frac{\sqrt{2}}{2}A$ ، $\Delta t_1 = \frac{T}{8}$ ، از $+\frac{\sqrt{2}}{2}A$ تا صفر نیز $\Delta t_2 = \frac{T}{8}$

$$\frac{\Delta t_1}{\Delta t_2} = 1$$

طول می‌کشد.



روش سوم: دایره مثلثاتی (مرجع)

فاز حرکت ($\theta = \omega t$) در مکان $x = +\frac{\sqrt{2}}{2}A$ برابر $\theta = \omega t_A = \frac{\pi}{4}$ و در مکان

$x = +A$ برابر صفر است، بنابراین زمان حرکت از $+A$ تا $+\frac{\sqrt{2}}{2}A$ خواهد شد:

$$\omega t_2 - \omega t_1 = \frac{\pi}{4} - 0 \Rightarrow \frac{2\pi}{T} \Delta t_1 = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \Delta t_1 = \frac{T}{8}$$

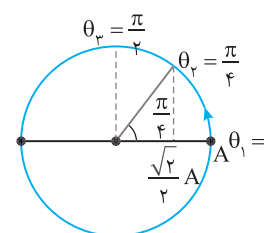
فاز حرکت در مکان $x=0$ برابر $\theta = \omega t = \frac{\pi}{2}$ بنابراین زمان حرکت از $+\frac{\sqrt{2}}{2}A$ تا

$$\omega t_2 - \omega t_1 = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4} \Rightarrow \frac{2\pi}{T} \Delta t_2 = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \Delta t_2 = \frac{T}{8}$$

$x=0$ خواهد شد.

$$\frac{\Delta t_1}{\Delta t_2} = 1$$

بنابراین:

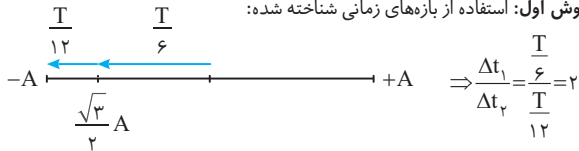


۳ ۱۲۴۹ A

نکته: زمان حرکت از مرکز نوسان (حالت تعادل $x=0$) تا مکان $-\frac{\sqrt{3}}{2}A$

بدون تغییر جهت $\frac{T}{6}$ و از مکان $-\frac{\sqrt{3}}{2}A$ تا $-A$ بدون تغییر جهت برابر $\frac{T}{12}$ است.

روش اول: استفاده از بازه‌های زمانی شناخته شده:



روش دوم: استفاده از فاز حرکت (شناسه تابع کسینوسی $\theta = \omega t$) (دایره مرجع):

کمان‌های مثلثاتی معادل $x=0$ و $x = -\frac{\sqrt{3}}{2}A$ را روی دایره مثلثاتی مشخص کرده

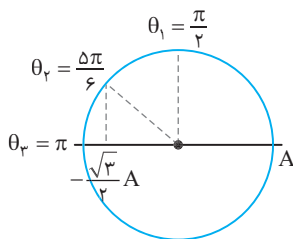
و به کمک تغییر فاز، Δt_1 و Δt_2 را حساب می‌کنیم.

$$\omega t_2 - \omega t_1 = \frac{5\pi}{6} - \frac{\pi}{2} \Rightarrow \frac{2\pi}{T} \Delta t_1 = \frac{\pi}{3} \Rightarrow \Delta t_1 = \frac{T}{6}$$

$$\omega t_3 - \omega t_2 = \pi - \frac{5\pi}{6} \Rightarrow \frac{2\pi}{T} \Delta t_2 = \frac{\pi}{6} \Rightarrow \Delta t_2 = \frac{T}{12}$$

$$\frac{\Delta t_1}{\Delta t_2} = \frac{T/6}{T/12} = 2$$

بنابراین نسبت $\Delta t_1 / \Delta t_2$ خواهد شد.



روش سوم: استفاده از معادله حرکت

در معادله به جای x ، $-\frac{\sqrt{3}}{2}A$ را قرار می‌دهیم.

$$x = A \cos \omega t \Rightarrow -\frac{\sqrt{3}}{2}A = A \cos \omega t$$

$$\Rightarrow \cos \frac{2\pi}{T}t = -\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \frac{2\pi}{T}t = \frac{5\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}$$

متحرک برای بار اول به مکان $-\frac{\sqrt{3}}{2}A$ رسیده است و $\frac{5\pi}{6}$ پاسخ است.

$$\frac{2\pi}{T}t = \frac{5\pi}{6} \Rightarrow t = \frac{5T}{12}$$

این زمان حرکت از $+A$ تا $-\frac{\sqrt{3}}{2}A$ است و اگر از آن مقدار $\frac{T}{4}$ یعنی زمان حرکت از

$+A$ تا صفر را کم کنیم، Δt_1 به دست می‌آید. $\Delta t_1 = \frac{5T}{12} - \frac{T}{4} = \frac{T}{6}$ خواهد

$$\Delta t_2 = \frac{T}{4} - \frac{T}{6} = \frac{T}{12}$$

شد:

$$\frac{\Delta t_1}{\Delta t_2} = 2$$

بنابراین:

باز، پاس‌وال: در یک حرکت نوسانی ساده متحرک از دامنه $+A$ بدون

تغییر جهت به مکان $+\frac{\sqrt{3}}{2}A$ در مدت Δt_1 و از $+\frac{\sqrt{3}}{2}A$ نیز بدون تغییر

جهت حرکت به مکان $-A$ در مدت Δt_2 حرکت می‌کند. نسبت $\Delta t_2 / \Delta t_1$

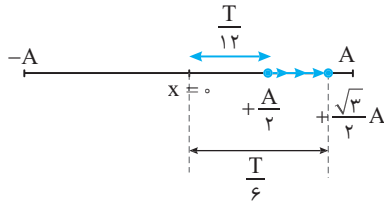
کدام است؟ (A دامنه نوسان است.)

$$\frac{4}{3} \quad (1) \quad 2 \quad (2) \quad 5 \quad (3) \quad \frac{3}{2} \quad (4)$$

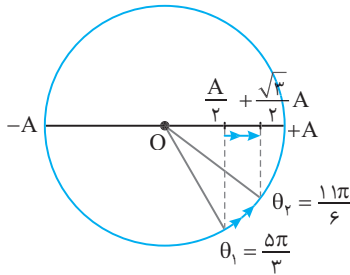
۴ ۱۲۵۱ B

نکته: مدت زمان حرکت از مکان صفر تا $\frac{A}{2}$ بدون تغییر جهت $\frac{T}{12}$ و از صفر تا $\frac{\sqrt{3}}{2}A$ بدون تغییر جهت $\frac{T}{6}$ است.

راه حل اول: روش استفاده از بازه‌های زمانی شناخته شده $\Delta t = \frac{T}{6} - \frac{T}{12} = \frac{T}{12}$



راه حل دوم: روش استفاده از فاز حرکت و دایره مثلثاتی. روی محور کسینوس‌ها مکان‌ها را مشخص کرده و کمان مربوط به هر مکان را مشخص می‌کنیم. مطابق شکل نوسانگر از $\frac{A}{2}$ به $\frac{\sqrt{3}}{2}A$ رفته یعنی کمان از $\frac{\Delta\pi}{3}$ به $\frac{11\pi}{6}$ تغییر کرده بنابراین تغییر فاز برابر است با: $\theta_2 - \theta_1 = \omega t_2 - \omega t_1 = \frac{11\pi}{6} - \frac{\Delta\pi}{3} \Rightarrow \frac{2\pi}{T} \Delta t = \frac{\pi}{6} \Rightarrow \Delta t = \frac{T}{12}$

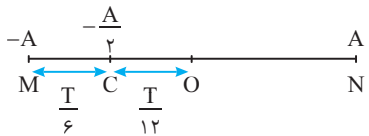


۳ ۱۲۵۲ A

خط فکری: در حل این نوع مسائل باید مشخص کنید که زمانی که در مسئله داده شده چه کسری از دوره (T) است تا بتواند به کمک بازه‌های زمانی شناخته شده مسئله را حل کنید.

۱: مشخص می‌کنیم $\frac{1}{2}S$ چه کسری از دوره ($T=1/2S$) است. $\frac{\Delta t}{T} = \frac{1/2}{1/2} \Rightarrow \Delta t = \frac{T}{6}$

۲: با توجه به بازه‌های زمانی شناخته شده زمان حرکت از دامنه ($-A$) تا نصف ($-\frac{A}{2}$) برابر $\frac{T}{6}$ است یعنی نوسانگر فاصله C تا M را در مدت $\frac{T}{6}$ طی کرده، بنابراین نقطه C باید در وسط O و M باشد. بنابراین $MC=OC$.



روش استفاده از تغییر فاز ($\Delta\theta = \omega\Delta t$) و دایره مثلثاتی: بسامد زاویه‌ای را به دست می‌آوریم. $\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{1/2} \Rightarrow \omega = \frac{4\pi}{1} \text{ rad/s}$ تغییر فاز در مدت $\frac{1}{2}S$ را حساب می‌کنیم: $\Delta\theta = \omega\Delta t \Rightarrow \Delta\theta = \frac{4\pi}{1} \times \frac{1}{2} \Rightarrow \Delta\theta = \frac{2\pi}{1}$

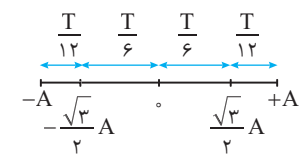
بنابراین فاز حرکت برای رسیدن نوسانگر به نقطه M، $\frac{\pi}{3}$ تغییر کرده بنابراین مطابق شکل دایره مثلثاتی باید نقطه C در مکان $-\frac{A}{2}$ باشد از این رو $MC=OC$ است.

پایه: راه حل اول: اگر معادله حرکت نوسانگر را $x = A \cos \omega t$ بگیریم مدت زمانی که طول می‌کشد بدون تغییر جهت نوسانگر از $+A$ به $+\frac{\sqrt{3}}{2}A$ برسد برابر است با:

$x = A \cos \omega t \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2}A = A \cos \frac{2\pi}{T} t_1 \Rightarrow \frac{2\pi}{T} t_1 = \frac{\pi}{6} \Rightarrow t_1 = \frac{T}{12}$ مدت زمانی که نوسانگر از $+A$ به $-A$ می‌رسد برابر $\frac{T}{2}$ است، بنابراین مدت

زمانی که نوسانگر از $+\frac{\sqrt{3}}{2}A$ به $-A$ می‌رسد برابر $\frac{T}{2} - t_1 = \frac{T}{2} - \frac{T}{12} = \frac{5T}{12}$ است. پس $\Delta t_1 = \frac{T}{12}$ و $\Delta t_2 = \frac{5T}{12}$ است.

راه حل دوم: با توجه به بازه‌های زمانی شناخته شده داریم:

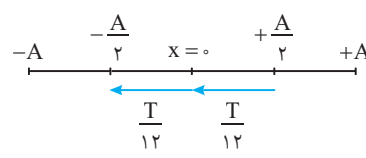


$\Delta t_1 = \frac{T}{12}$, $\Delta t_2 = \frac{T}{6} + \frac{T}{6} + \frac{T}{12} = \frac{5T}{12} \Rightarrow \frac{\Delta t_2}{\Delta t_1} = 5$

گزینه ۳

۱ ۱۲۵۰ B

خط فکری: کمترین زمانی که نوسانگر از مکان $+\frac{A}{2}$ به مکان $-\frac{A}{2}$ برود یعنی متحرک بدون تغییر جهت از $+\frac{A}{2}$ به $-\frac{A}{2}$ می‌رود، اکنون با دانستن این مطلب و به کمک بازه‌های زمانی شناخته شده مسئله را حل کنید.



مدت زمان حرکت از $+\frac{A}{2}$ به $x=0$ بدون تغییر جهت $\frac{T}{12}$ و از $x=0$ بدون تغییر جهت تا $-\frac{A}{2}$ نیز $\frac{T}{12}$ است. از این رو: $\Delta t = \frac{T}{12} + \frac{T}{12} \Rightarrow \Delta t = \frac{T}{6} \Rightarrow T = 6 \times \Delta t = 6 \times \frac{1}{6} = 1 \text{ s}$

روش استفاده از فاز حرکت (شناسه تابع کسینوس $\cos(\omega t)$): فاز حرکت در مکان $+\frac{A}{2}$ مطابق شکل برابر $\frac{\pi}{3}$ و در مکان $-\frac{A}{2}$ برابر $\frac{2\pi}{3}$ است. بنابراین تغییر فاز در این جا به جایی برابر است با:

$\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1 = \frac{2\pi}{3} - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{3}$
 $\omega(t_2 - t_1) = \frac{\pi}{3} \Rightarrow \frac{2\pi}{T}(\Delta t) = \frac{\pi}{3} \Rightarrow \Delta t = \frac{T}{6} \Rightarrow T = 6 \times \Delta t = 6 \times \frac{1}{6} = 1 \text{ s}$

میانبر

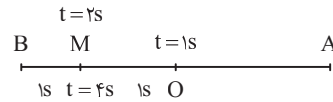
کافی است محاسبه کنید $\frac{\pi}{3}$ چه کسری از دایره (2π) است: $\frac{\Delta t}{T} = \frac{1/6}{2\pi} \Rightarrow \Delta t = \frac{T}{12} \Rightarrow T = 12 \times \Delta t = 12 \times \frac{1}{12} = 1 \text{ s}$

۳ ۱۲۵۳ A

خط فکری

دقت کنید نوسانگر در هر بازه زمانی که از یک نقطه مثلاً M به انتهای مسیر مثلاً نقطه B ($-A$) برود در همان بازه زمانی از نقطه B به نقطه M باز می‌گردد. بنابراین اگر در مدت $1s$ از M به B برود در مدت $1s$ از B به M می‌رود و یا اگر در مدت $1s$ از O تا M برود در همان مدت $1s$ از M به O برمی‌گردد.

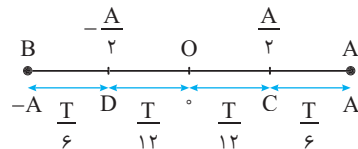
نوسانگر از M تا O را در مدت $(1s-1s)$ و از M تا B را نیز در مدت $(\frac{4}{2}-1s)$ طی کرده است. یعنی از O تا B را در مدت $(1+1=2s)$ طی کرده است. از طرفی بازه زمانی حرکت از مبدأ تا انتهای مسیر (B تا O) $\frac{1}{4}$ دوره طول می‌کشد. بنابراین: $\frac{T}{4}=2 \Rightarrow T=8s$



۱ ۱۲۵۴ B

راه حل اول: سریع‌ترین راه حل استفاده از بازه‌های زمانی است که در درسنامه گفتیم

به خاطر بسپارید: $t_1 = \frac{T}{6} \Rightarrow \frac{t_1}{T} = \frac{1}{6}$ از B تا D ; $t_2 = \frac{T}{12}$ از D تا C ; $t_3 = \frac{T}{12}$ از C تا O ; $t_4 = \frac{T}{6}$ از O تا A



راه حل دوم: معادله مکان - زمان به صورت $x = A \cos \omega t$ می‌باشد. در نقطه C

متحرک در فاصله $\frac{A}{2}$ از مرکز تعادل ($x=0$) قرار دارد.

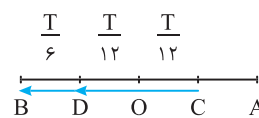


$$x = A \cos \omega t \Rightarrow \frac{A}{2} = A \cos \omega t_C$$

$$\Rightarrow \cos \omega t_C = \frac{1}{2} \xrightarrow{\omega = \frac{2\pi}{T}} \frac{2\pi}{T} t_C = \frac{\pi}{3} \Rightarrow t_C = \frac{T}{6}$$

بنابراین زمان حرکت از A تا C برابر $\frac{T}{6}$ است و زمان حرکت از C تا O خواهد شد:

$$t_{C \rightarrow O} = \frac{T}{6} - \frac{T}{12} = \frac{T}{12}$$



به دلیل تقارن حرکت، زمان از O تا D نیز

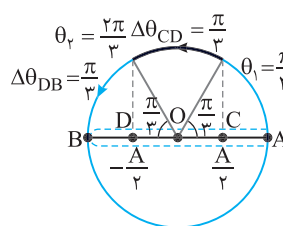
$\frac{T}{12}$ و از D تا B نیز $\frac{T}{6}$ خواهد بود از این رو:

$$t_{C \rightarrow D} = \frac{T}{12} + \frac{T}{12} = \frac{T}{6}, t_{D \rightarrow B} = \frac{T}{6} \Rightarrow \frac{t_{C \rightarrow D}}{t_{D \rightarrow B}} = \frac{\frac{T}{6}}{\frac{T}{6}} = 1$$

راه حل سوم: استفاده از فاز حرکت ($\theta = \omega t$) و دایره مثلثاتی است. کمان متناظر $\frac{A}{2}$

و $-\frac{A}{2}$ را روی دایره مشخص می‌کنیم. اکنون می‌توان نوشت:

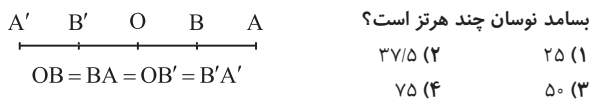
$$\begin{cases} \omega t_D - \omega t_C = \frac{2\pi}{3} - \frac{\pi}{3} \\ \Rightarrow \frac{2\pi}{T}(t_1) = \frac{\pi}{3} \Rightarrow t_1 = \frac{T}{6} \\ \omega t_B - \omega t_D = \pi - \frac{2\pi}{3} \Rightarrow \frac{t_1}{t_2} = 1 \\ \Rightarrow \omega(t_2) = \frac{\pi}{3} \\ \Rightarrow \frac{2\pi}{T} t_2 = \frac{\pi}{3} \Rightarrow t_2 = \frac{T}{6} \end{cases}$$



دقت کنید تغییر شناسه تابع کسینوسی با زمان رابطه خطی دارد. یعنی شناسه تابع کسینوسی در زمان‌های یکسان، تغییرات یکسانی دارد. در این مسئله در جابه‌جایی از $\frac{A}{2}$ تا $-\frac{A}{2}$ تغییر شناسه $\frac{\pi}{3}$ بوده و در جابه‌جایی از $-\frac{A}{2}$ تا $-A$ نیز تغییر شناسه $\frac{\pi}{3}$ است. بنابراین این دو جابه‌جایی در مدت زمان یکسان طی می‌شود.

بازی با سؤال

در شکل روبه‌رو اگر متحرکی بین دو نقطه A و A' حرکت هماهنگ ساده انجام دهد و فاصله OB را در مدت $\frac{1}{300}$ ثانیه طی کند،

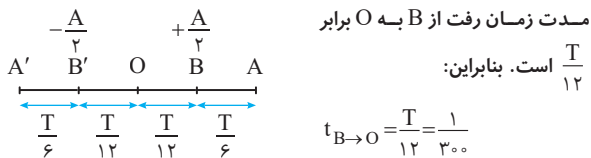


بسامد نوسان چند هرتز است؟

یعنی، نقاط B و B' به ترتیب مکان $+\frac{A}{2}$ و $-\frac{A}{2}$ هستند و با توجه به بازه‌های

زمانی شناخته شده مدت زمان حرکت از A تا $+\frac{A}{2}$ (نقطه B) $\frac{T}{6}$ و از

$-\frac{A}{2}$ تا O ، است. با دانستن این مطالب مسئله به راحتی قابل حل است.



مدت زمان رفت از B به O برابر

$\frac{T}{12}$ است. بنابراین:

$$t_{B \rightarrow O} = \frac{T}{12} = \frac{1}{300}$$

$$\Rightarrow T = \frac{4}{100} s \Rightarrow f = \frac{1}{T} = 25 \text{ Hz}$$

روش استفاده از فاز حرکت (شناسه تابع کسینوس $\theta = \omega t$):

نقطه B در مکان $+\frac{A}{2}$ است و مطابق

شکل دایره مثلثاتی فاز آن $\theta_B = \frac{\pi}{3}$ است.

در حرکت نوسانگر از B تا O تغییر فاز $\frac{\pi}{6}$

است از این رو خواهیم داشت:

$$\Delta \theta = \omega \Delta t \Rightarrow \frac{\pi}{6} = \frac{2\pi}{T} \Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{T}{12}$$

$$\frac{2\pi}{\frac{\pi}{6}} \Delta t = \frac{T}{12} \Rightarrow \Delta t = \frac{T}{12}$$

البته با یک تناسب ذهنی هم می‌توانستیم بگوییم:

گزینه ۱

۲ ۱۲۵۵ B

بنا به فرض مسئله بازه زمانی حرکت از O تا M و از M تا N برابر است. از این رو M نمی‌تواند

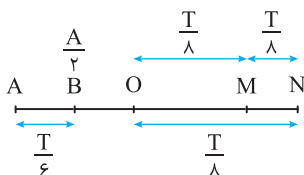
وسط ON باشد. از O تا N $\frac{T}{4}$ طول می‌کشد. بنابراین: $t_{OM} = t_{MN} = \frac{1}{2} \left(\frac{T}{4}\right) = \frac{T}{8}$

نقطه B وسط OA است و با توجه به بازه‌های زمانی شناخته شده بازه زمانی حرکت از

A تا B برابر $\frac{T}{6}$ است.

$$\frac{t_{AB}}{t_{MN}} = \frac{\frac{T}{6}}{\frac{T}{8}} = \frac{4}{3}$$

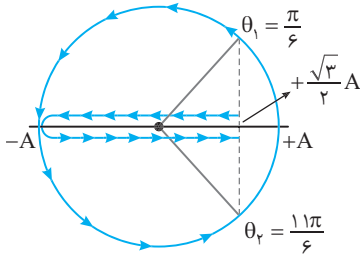
در این صورت خواهیم داشت:



بازه زمانی حرکت از $x = \frac{\sqrt{3}}{2}A$ تا $x = 0$ برابر $\frac{T}{6}$ و از صفر تا $-A$ برابر $\frac{T}{6}$ است بنابراین خواهیم داشت:

$$\Delta t = \frac{T}{6} + \frac{T}{6} + \frac{T}{6} + \frac{T}{6} \xrightarrow{\Delta t = 1s} 1 = \left(\frac{2+3+3+2}{12}\right)T \Rightarrow T = 1/2s$$

روش استفاده از دایره مثلثاتی و فاز حرکت $(\theta = \omega t)$:



متحرک از مکان $+ \frac{\sqrt{3}}{2}A$ می‌گذرد و بعد از رسیدن به مکان $-A$ مجدداً به مکان

$+ \frac{\sqrt{3}}{2}A$ برمی‌گردد. فاز حرکت در حالت اول $\frac{\pi}{6}$ و در حالت دوم در ربع چهارم بوده

و برابر $\frac{11\pi}{6}$ است، بنابراین به کمک تغییر فاز می‌توان دوره را حساب کرد.

$$\omega(t_2 - t_1) = \theta_2 - \theta_1 \Rightarrow \frac{2\pi}{T} \times (1) = \frac{11\pi}{6} - \frac{\pi}{6} \Rightarrow T = 1/2s$$

۳ ۱۲۵۸ B

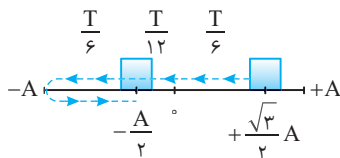
روش اول: در لحظه اول مکان نوسانگر $x = \frac{\sqrt{3}}{2}A$ و سرعت منفی است. پس

نوسانگر در حال حرکت به سمت نقطه تعادل می‌باشد و در لحظه دوم نیز مکان نوسانگر $x = -\frac{A}{2}$ بوده و حرکت تندشونده است یعنی نوسانگر از مکان‌های منفی در حال

حرکت به سمت نقطه تعادل است.

با توجه به بازه‌های شناخته شده داریم:

$$\Delta t = \frac{T}{6} + \frac{T}{12} + 2\left(\frac{T}{6}\right) = \frac{7T}{12}$$

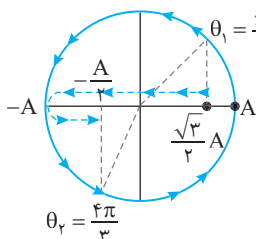


روش دوم: حل با کمک دایره مثلثاتی: معادله مکان - زمان به صورت $x = A \cos \omega t$

است پس در لحظه t_1 کمان متناظر با $x = \frac{\sqrt{3}}{2}A$ برابر $\frac{\pi}{6}$ است و در لحظه دوم

t_2 برای دومین بار نوسانگر از مکان $-\frac{A}{2}$ عبور می‌کند پس کمان متناظر (فاز)

$(\theta = \omega t)$ با مکان در لحظه t_2 برابر $t_2 = \frac{4\pi}{3}$ است.



اکنون به کمک تغییر فاز، مسئله حل است.

$$\theta_2 - \theta_1 = \omega t_2 - \omega t_1$$

$$\Rightarrow \frac{4\pi}{3} - \frac{\pi}{6} = \omega(t_2 - t_1)$$

$$\Rightarrow \frac{7\pi}{6} = \frac{2\pi}{T}(\Delta t) \Rightarrow \Delta t = \frac{7}{12}T$$

دقت کنید اگر مثلثات شما خوب است و می‌توانید به راحتی کمان (فاز) متناظر با مکان را روی دایره مثلثاتی تشخیص دهید نیازی به فراگیری بازه‌های زمانی شناخته شده ندارید، اما چنانچه با دایره مثلثاتی مشکل دارید بهترین روش برای شما فراگیری و به خاطر سپردن بازه‌های زمانی شناخته شده است.

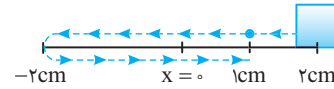
۳ ۱۲۵۶ A

روش اول: استفاده از معادله حرکت:

۱ طول پاره خط ۴ cm است بنابراین دامنه مطابق شکل برابر ۲ cm است. از طرفی بنا به فرض مسئله بسامد زاویه‌ای نوسانگر $\frac{\Delta\pi}{6}$ rad/s است بنابراین معادله حرکت

$$x = A \cos \omega t \Rightarrow x = 0.2 \cos\left(\frac{\Delta\pi}{6}t\right)$$

خواهد شد:



۲ حال زمان‌هایی که نوسانگر از $x = 1 \text{ cm} = 0.1 \text{ m}$ عبور می‌کند را به دست می‌آوریم:

$$0.1 = 0.2 \cos\left(\frac{\Delta\pi}{6}t\right) \Rightarrow \cos\frac{\Delta\pi}{6}t = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} \frac{\Delta\pi}{6}t_1 = \frac{\pi}{3} \Rightarrow t_1 = \frac{2}{5} \text{ s} \\ \frac{\Delta\pi}{6}t_2 = 2\pi - \frac{\pi}{3} \Rightarrow t_2 = 2 \text{ s} \end{cases}$$

۳ بنابراین پس از ۲s برای دومین بار از $x = 1 \text{ cm}$ عبور می‌کند.

روش دوم: استفاده از بازه‌های زمانی شناخته شده:

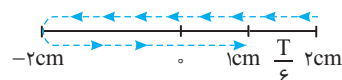
ابتدا دوره را حساب می‌کنیم:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \frac{\Delta\pi}{6} = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{12}{5} \text{ s} = 2.4 \text{ s}$$

مدت زمان حرکت از مکان $1 \text{ cm} = \frac{A}{2}$ تا مکان $+A = +2 \text{ cm}$ برابر $\frac{1}{6}$ دوره $\left(\frac{T}{6}\right)$

است بنابراین باید $\frac{T}{6}$ را از کل دوره (T) کم کنیم:

$$\Delta t = T - \frac{T}{6} = \frac{5T}{6} \xrightarrow{T=2.4} \Delta t = \frac{5 \times 2.4}{6} = 2 \text{ s}$$

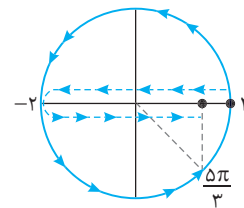


روش سوم: استفاده از فاز (شناسه تابع کسینوس $(\theta = \omega t)$):

فاز (کمان) در مکان $+1$ برای دومین بار در ربع چهارم مثلثاتی قرار می‌گیرد و فاز برابر

$$\Delta\theta = \omega t \Rightarrow \frac{\Delta\pi}{3} = \frac{\Delta\pi}{6}t \Rightarrow t = 2 \text{ s}$$

است بنابراین:



دقت کردید در این مسئله استفاده از دایره مثلثاتی از روش‌های دیگر سریع‌تر بود.

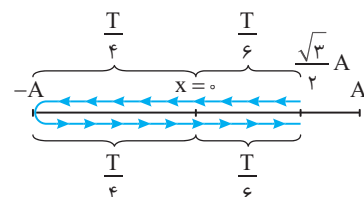
۱ ۱۲۵۷ B

خط فکری

مسیر حرکت را رسم می‌کنیم و بازه‌های زمانی مسیر را با بازه‌های شناخته شده مقایسه می‌کنیم. نوسانگر از مکان $+ \frac{\sqrt{3}}{2}A$ به سمت مرکز رفته سپس

در نقطه بازگشت $x = -A$ تغییر جهت می‌دهد و به مکان $+ \frac{\sqrt{3}}{2}A$ می‌رسد.

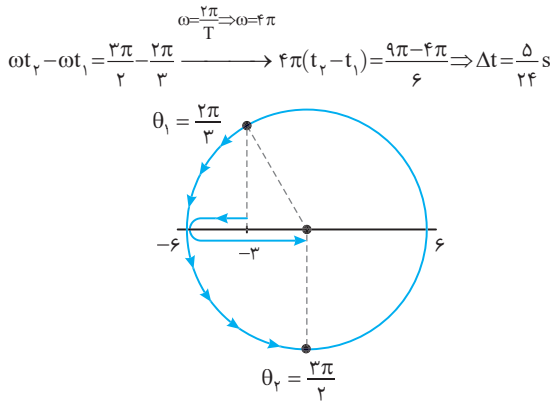
بنابراین شما باید بازه زمانی را روی شکل نوشته، با هم جمع کنید تا دوره را به دست بیاورید.



روش استفاده از دایره مثلثاتی و فاز حرکت:

وقتی مکان منفی است فاز در ربع دوم و یا ربع سوم مثلثاتی است چون شتاب در حال افزایش است یعنی نوسانگر به سوی دامنه $-A$ در حال حرکت است بنابراین فاز در ربع دوم مثلثاتی است. یعنی در مکان -3cm در این مسئله فاز برابر $\frac{2\pi}{3}$ و هنگام گذر

از نقطه O فاز $\theta_2 = \frac{3\pi}{2}$ رادیان است.

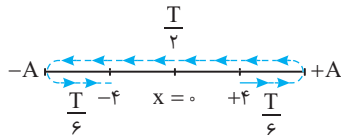


بازری با سوال ذره‌ای روی پاره‌خطی به طول 16cm دارای حرکت هماهنگ ساده است. ذره در لحظه t_1 از مکان $+4\text{cm}$ می‌گذرد و از حالت تعادل دور می‌شود. $5/10$ ثانیه بعد از t_1 با گذر از مکان -4cm به سوی حالت

تعادل می‌رود. کمینه بسامد این ذره چند هرتز است؟

$$(1) \quad \frac{5}{2} \quad (2) \quad \frac{6}{5} \quad (3) \quad \frac{4}{5} \quad (4) \quad \frac{5}{2}$$

بایسج ابتدا دامنه حرکت را حساب کنید سپس مشخص کنید که مکان‌های $+4\text{cm}$ و -4cm چه کسری از دامنه هستند تا بتوانید بازه‌های زمانی شناخته شده را استفاده کرده، مسئله را حل کنید.



دامنه برابر 16cm است. با توجه به صورت مسئله مسیر حرکت را رسم کرده.

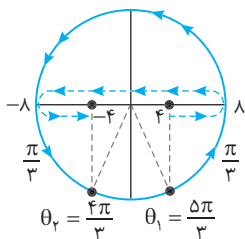
بازه‌های زمانی شناخته شده را روی آن نوشته با هم جمع کرده و دوره را حساب می‌کنیم.

$$\Delta t = \frac{T}{6} + \frac{T}{6} + \frac{T}{6} = \frac{T+3T+T}{6} \Rightarrow 5/10 = \frac{\Delta T}{6} \Rightarrow T = 0/6\text{s}$$

$$f = \frac{1}{T} \Rightarrow f = \frac{1}{0/6} = \frac{5}{3} \text{ Hz}$$

بسامد را به دست می‌آوریم:

روش استفاده از دایره مثلثاتی و فاز حرکت (شناسه تابع کسینوس $\theta = \omega t$):



دامنه 8cm است. فاز حرکت را برای

مکان $+4\text{cm}$ و -4cm روی دایره

مثلثاتی مشخص می‌کنیم.

مکان نوسانگر $+4\text{cm}$ و در حال دور شدن

از مبدأ یعنی فاز در ربع چهارم بوده بنابراین

$\theta_1 = \frac{5\pi}{3}$ مکان نوسانگر -4cm و در

حال نزدیک شدن به حالت تعادل یعنی فاز در ربع سوم بنابراین $\theta_2 = \frac{4\pi}{3}$ تغییر فاز را

از روی دایره بررسی می‌کنیم:

$$\Delta\theta = \frac{\pi}{3} + \pi + \frac{\pi}{3} = \frac{5\pi}{3}, \quad \Delta\theta = \frac{2\pi}{T} \Delta t \Rightarrow \frac{5\pi}{3} = \frac{2\pi}{T} \times 0/5 \Rightarrow T = 0/6\text{s}$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0/6} \Rightarrow f = \frac{5}{3} \text{ Hz}$$

گزینه ۱

بازری با سوال ذره‌ای حرکت هماهنگ ساده با دامنه A و دوره T دارد.

در یک لحظه مکان ذره $\frac{\sqrt{2}}{2}A$ و سرعت آن منفی است. کمترین زمان لازم

برای آنکه مکان ذره $-\frac{\sqrt{2}}{2}A$ و سرعت آن مثبت شود. کدام است؟

مشابه کنکور دهه‌های گذشته

$$(1) \quad \frac{T}{2} \quad (2) \quad \frac{T}{3} \quad (3) \quad \frac{T}{4} \quad (4) \quad T$$

بایسج روش اول: استفاده از بازه‌های زمانی شناخته شده:

$$\begin{cases} \frac{T}{8} \text{ از } \frac{\sqrt{2}}{2}A \text{ تا صفر} \\ \frac{T}{4} \text{ از } 0 \text{ تا } -\frac{\sqrt{2}}{2}A \\ \frac{T}{8} \text{ از } -\frac{\sqrt{2}}{2}A \text{ تا } -A \end{cases} \Rightarrow \Delta t = \frac{T}{8} + \frac{T}{4} + \frac{T}{8} = \frac{T}{2}$$

روش دوم: در لحظه t_1 مکان متحرک $\frac{\sqrt{2}}{2}A$ و سرعت منفی است پس جهت

حرکت خلاف جهت محور x می‌باشد و در لحظه t_2 مکان متحرک در قسمت

منفی قرار دارد اما جهت حرکت به واسطه مثبت بودن سرعت در جهت محور x

ها می‌باشد. بنابراین در لحظه t_1 نوسانگر اولین بار به $x = \frac{\sqrt{2}}{2}A$ رسیده و در

t_2 برای دومین بار از $x = -\frac{\sqrt{2}}{2}A$ عبور می‌کند.

$$\begin{cases} \frac{\sqrt{2}}{2}A = A \cos \omega t_1 \Rightarrow \omega t_1 = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \frac{2\pi}{T} t_1 = \frac{\pi}{4} \Rightarrow t_1 = \frac{T}{8} \\ x = A \cos \omega t \Rightarrow -\frac{\sqrt{2}}{2}A = A \cos \omega t_2 \Rightarrow \omega t_2 = \pi + \frac{\pi}{4} \\ \Rightarrow \frac{2\pi}{T} t_2 = \frac{5\pi}{4} \Rightarrow t_2 = \frac{5T}{8} \end{cases}$$

$$t_2 - t_1 = \frac{5T}{8} - \frac{T}{8} = \frac{4T}{8} = \frac{T}{2}$$

بنابراین:

گزینه ۱

B ۱۲۵۹

یادآوری در هر نوسان، نوسانگر ۲ بار طول پاره‌خط مسیر را طی می‌کند.

یادآوری هرگاه نوسانگر به سوی دامنه برود اندازه شتاب در حال افزایش است.

یادآوری هنگامی که نوسانگر از حالت تعادلش می‌گذرد ($x=0$) بردار مکان آن

تغییر جهت می‌دهد.

۱ طول پاره‌خط 12cm و دامنه برابر $A = \frac{12}{2} = 6\text{cm}$ است.

۲ ذره در مدت $0/5\text{s}$ ، ۲۰ بار طول پاره‌خط را طی کرده یعنی 10 نوسان را در مدت

$$T = \frac{t}{N} \Rightarrow T = \frac{0/5}{10} = 0/05\text{s}$$

$0/5\text{s}$ انجام داده است و دوره خواهد شد:

۳ ذره در مکان -3cm و شتاب

آن در حال افزایش است بنابراین ذره

متناسب شکل در لحظه t_1 به سوی

انتهای مسیر در حرکت و در لحظه t_2

که بردار مکان تغییر جهت می‌دهد از نقطه O می‌گذرد بنابراین بازه زمانی بین t_1 و t_2

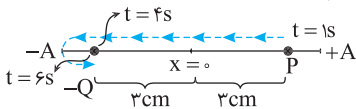
$$\Delta t = \frac{T}{6} + \frac{T}{4} \Rightarrow \Delta t = \frac{5T}{12} \Rightarrow \Delta t = \frac{5}{12} \times 0/5 \Rightarrow \Delta t = \frac{5}{24}\text{s}$$

برابر است با:

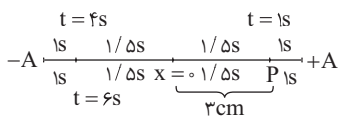
گزینه ۱

۳ ۱۲۶۳ B

خط فکری شکل ساده‌ای از موضوع مسئله بکشید. دقت کنید که در صورت مسئله بیان شده که فاصله از حالت تعادل ۳cm است یعنی مکان نوسانگر می‌تواند ۳cm+ و ۳cm- باشد.



مطلب دیگری که باید به آن دقت کنید، تقارن است یعنی اینکه وقتی در مدت $4-1=3s$ نوسانگر از مکان P به Q می‌رود این بازه به دو قسمت مساوی $1/5s$ تقسیم می‌شود و از $x=0$ تا $1/5s$ و از $x=0$ تا Q نیز $1/5s$ طول می‌کشد و یا در بازه $6s-4s=2s$ در مدت 1s نوسانگر از نقطه Q به انتهای مسیر (-A) رفته و در مدت 1s همین مسیر را برمی‌گردد. اکنون این اطلاعات را روی شکل قرار داده مسئله را حل کنید.
دوره را حساب می‌کنیم: $T=1+1+1/5+1/5+1/5+1/5+1+1=10s$



میانبر چون در لحظه $t=1s$ مکان $3cm+$ و جهت سرعت منفی و در لحظه $t=6s$ مکان $3cm-$ و جهت سرعت مثبت شده است، یعنی در این بازه زمانی مکان و سرعت قرینه شده است، بنابراین این بازه زمانی برابر $T/4$ بوده و دوره خواهد شد: $T/4=6-1 \Rightarrow T=10s$

اما حالا به سراغ دامنه می‌رویم. برای این کار معادله حرکت می‌نویسیم و در لحظه $t=1s$ مکان را $3cm+$ قرار می‌دهیم.

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{10} \Rightarrow \omega = \frac{\pi}{5} \text{ rad/s}$$

$$x = A \cos \frac{\pi}{5} t \xrightarrow[t=1s]{x=3cm} 3 = A \cos \frac{\pi}{5} \Rightarrow 3 = A \times 0.8 \Rightarrow A = \frac{3}{0.8} = 3.75 \text{ cm}$$

۲ ۱۲۶۴ B

خط فکری یک معادله حرکت به شما داده شده و جابه‌جایی متحرک را در یک بازه زمانی از شما می‌خواهد از این رو بنا به آنچه در حرکت‌شناسی یاد گرفته‌ایم تنها باید در معادله حرکت ابتدا و انتهای بازه زمانی را قرار داده و مکان‌های به‌دست آمده را از هم کم کنیم: کافی است مکان نوسانگر را در لحظه $t=0$ و $t=1/5s$ به‌دست آورده و از هم کم کنیم:

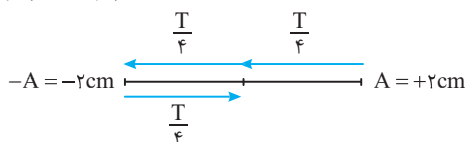
$$x = 0.2 \cos \pi t \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 0 \Rightarrow x_1 = 0.2 \text{ m} \\ t_2 = 1/5 \Rightarrow x_2 = 0.2 \cos \frac{3}{5} \pi \Rightarrow x_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow x_2 - x_1 = 0 - 0.2 \Rightarrow \Delta x = -0.2 \text{ m}$$

۴ ۱۲۶۵ B

۱ دوره را به‌دست می‌آوریم: $\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega = \pi \text{ rad/s} \Rightarrow \pi = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = 2s$

۲ مشخص می‌کنیم که $1/5s$ چه کسری از دوره است. $\frac{\Delta t}{T} = \frac{1/5}{2} \Rightarrow \Delta t = \frac{3T}{4}$

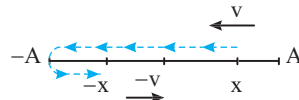
۳ در مدت $\frac{3T}{4}$ نوسانگر مطابق شکل از مکان $A=+2cm$ به مکان $A=-2cm$ رفته و به مبدأ $x=0$ برمی‌گردد. بنابراین مسافت طی شده خواهد شد: $L=3 \times 2 = 6 \text{ cm} = 0.06 \text{ m}$



۴ ۱۲۶۰ B

نکته مهم مدت زمانی که طول می‌کشد که مکان و سرعت نوسانگر قرینه شود برابر $T/4$ است.

صورت مسئله به گونه‌ای است که شخص از خیر حل آن می‌گذرد اما نگران نباشید این همه علائم ریاضی یعنی اینکه در لحظه t مکان نوسانگر X بوده و بعد از گذشت T' مکان نوسانگر قرینه شده در ضمن سرعت آن نیز قرینه شده، بنابراین T' همان T/4 است.



۳ ۱۲۶۱ B

نکته حداقل زمانی که طی آن مکان و سرعت نوسانگر هر دو قرینه می‌شوند برابر $T/2$ (نصف دوره) است.

با توجه به صورت مسئله طول پاره‌خط 8cm است در نتیجه دامنه حرکت $A = \frac{8}{2} = 4 \text{ cm}$ می‌شود. البته این مطلب در حل مسئله به ما کمکی نمی‌کند فقط برای درک بهتر مسیر حرکت ذره از -1 cm تا $+1 \text{ cm}$ است.

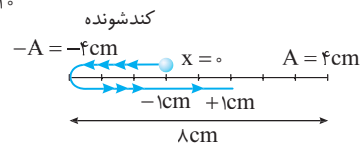
نکته هرگاه نوسانگر از مرکز نوسان به سوی دامنه حرکت می‌کند حرکت آن کندشونده است.

در صورت مسئله بیان شده که نوسانگر از مکان -1 cm با حرکت کندشونده می‌گذرد. نوسانگر در حال حرکت به سوی دامنه منفی (-4 cm) است و سپس از نقطه بازگشت برمی‌گردد و به نقطه $+1 \text{ cm}$ می‌رود. از این رو بازه زمانی که طی می‌کند برابر $T/4$ است.

$$T = \frac{1}{f} \xrightarrow{f=5\text{Hz}} T = \frac{1}{5} \text{ s}$$

$$t_2 - t_1 = \frac{T}{4} = \frac{1}{5} \Rightarrow \Delta t = \frac{1}{10} \text{ s}$$

بنابراین حداقل زمان حرکت از -1 cm تا $+1 \text{ cm}$ در این مسئله $1/10$ است.



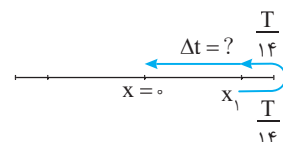
۳ ۱۲۶۲ B

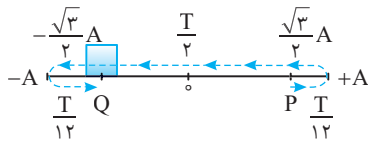
خط فکری حداقل زمان دو بار عبور متوالی از یک مکان یعنی اینکه نوسانگر از آن مکان به یک انتهای مسیر (دامنه) رفته و دوباره به همان مکان بازگردد. بنابراین وقتی گفته شده در مدت $T/4$ نوسانگر از مکان x_1 دو بار عبور کرده، پس نوسانگر از مکان x_1 تا دامنه به مدت نصف $T/4$ در حال حرکت بوده است یعنی $T/8$. اکنون با دانستن این مطلب مسئله به راحتی حل می‌شود.

نوسانگر از مکان x_1 تا دامنه $T/8$ در حرکت بوده است همچنین از دامنه نیز $T/8$ طول می‌کشد تا نوسانگر به مکان x_1 برسد بنابراین بازه زمانی حرکت از x_1 تا نقطه تعادل خواهد شد: $\Delta t = \frac{T}{8} + \frac{T}{8} \Rightarrow \Delta t = \frac{2T}{8} = \frac{T}{4}$

نوسانگر از مکان x_1 تا دامنه $T/8$ در حرکت بوده است همچنین از دامنه نیز $T/8$ طول می‌کشد تا نوسانگر به مکان x_1 برسد بنابراین بازه زمانی حرکت از x_1 تا نقطه تعادل خواهد شد: $\Delta t = \frac{T}{8} + \frac{T}{8} \Rightarrow \Delta t = \frac{2T}{8} = \frac{T}{4}$

$$\Delta t = \frac{T}{8} + \frac{T}{8} \Rightarrow \Delta t = \frac{2T}{8} = \frac{T}{4}$$



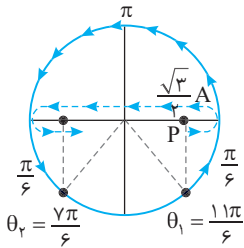


۴ جابه‌جایی متحرک از P تا Q خواهد شد:

$$\Delta x = -\frac{\sqrt{3}}{2}A - \left(+\frac{\sqrt{3}}{2}A\right) \Rightarrow \Delta x = -\sqrt{3}A$$

۵ بنا به تعریف، سرعت متوسط برابر است با:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-\sqrt{3}A}{\frac{2T}{3}} = -\frac{3\sqrt{3}A}{2T}$$



روش استفاده از دایره مثلثاتی و فاز حرکت:

در لحظه t_1 مکان نوسانگر مثبت و سرعت

آن نیز مثبت است، بنابراین فاز در ربع

چهارم قرار دارد.

در لحظه t_2 مکان نوسانگر منفی و سرعت

مثبت است بنابراین فاز در ربع سوم قرار

دارد. تغییر فاز برابر است با:

$$\Delta\theta = \frac{\pi}{6} + \pi + \frac{\pi}{6} = \frac{4\pi}{3}$$

$$\Delta\theta = \omega(t_2 - t_1) = \frac{4\pi}{3} \Rightarrow \frac{2\pi}{T} \Delta t = \frac{4\pi}{3} \Rightarrow \Delta t = \frac{2T}{3}$$

سرعت متوسط برابر است با:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-\sqrt{3}A}{\frac{2T}{3}} \Rightarrow v_{av} = -\frac{3\sqrt{3}A}{2T}$$

۱ ۱۲۶۹ A

فکر کنید

متحرک در یک جهت از مکان -5cm به مکان $+10\text{cm}$ می‌رود.

برای به‌دست آوردن سرعت متوسط شما باید زمان جابه‌جایی از -5cm تا $+10\text{cm}$ را

حساب کنید البته می‌توانید از بازه‌های زمانی شناخته شده و یا از دایره مثلثاتی استفاده کنید.

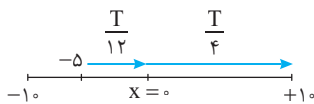
روش استفاده از بازه‌های زمانی شناخته شده:

زمان حرکت از مکان -5cm یعنی $-\frac{A}{2}$ تا مبدأ ($x=0$) برابر $\frac{T}{12}$ و از مبدأ تا مکان

$+10\text{cm}$ یعنی $+A$ برابر $\frac{T}{4}$ است بنابراین می‌توان نوشت:

$$\Delta t = \frac{T}{12} + \frac{T}{4} = \frac{T+3T}{12} \Rightarrow \Delta t = \frac{T}{3} = \frac{1}{3} \times 0.5\text{s} = \frac{1}{6}\text{s}$$

سرعت متوسط برابر است با: $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{[10 - (-5)] \times 10^{-2}}{1/6} \Rightarrow v_{av} = 3\text{m/s}$

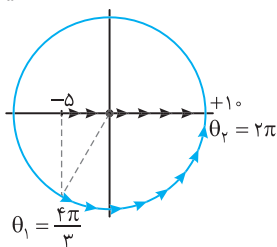


روش استفاده از دایره مثلثاتی و فاز حرکت (ωt): کمان متناظر با مکان

$x = -5\text{cm}$ و $x = +10\text{cm}$ را روی دایره مثلثاتی مشخص می‌کنیم.

$$\omega t_2 - \omega t_1 = 2\pi - \frac{4\pi}{3} \Rightarrow \frac{2\pi}{T} \Delta t = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow \Delta t = \frac{1}{3} \times 0.5\text{s} = \frac{1}{6}\text{s}$$

$$\Rightarrow v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{15}{1/6} = 3\text{m/s}$$



۱ ۱۲۶۶ B

فکر کنید

شما ابتدا باید دامنه را پیدا کنید و به کمک آن مشخص کنید که وقتی

نوسانگر در مدت 0.2s مسافت 6cm را طی می‌کند به کدام نقطه مسیر می‌رسد و با داشتن

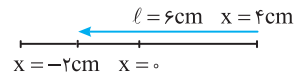
مکان می‌توانید از روی معادله حرکت بسامد زاویه‌ای را حساب کرده و معادله حرکت را بنویسید.

۱ دامنه حرکت نصف طول پاره خط مسیر است بنابراین:

$$A = \frac{\Delta}{2} = 4\text{cm}$$

۲ متحرک از 4cm شروع به حرکت کرده و پس از 0.2s فائیه، 6cm مسافت طی کرده یعنی به مکان $x = -2\text{cm}$ رسیده است.

۳ مکان -2cm را در معادله حرکت هماهنگ ساده قرار می‌دهیم.



$$x = A \cos \omega t \Rightarrow -2 = 4 \cos \omega \left(\frac{0.2}{2}\right) \Rightarrow \cos \omega / 2 = -\frac{1}{2} \Rightarrow \omega / 2 = \frac{2\pi}{3}$$

$$\Rightarrow \omega = \frac{4\pi}{3} \text{ rad/s}$$

معادله حرکت را می‌نویسیم:

$$x = 0.04 \cos \frac{4\pi}{3} t$$

۴ ۱۲۶۷ B

فکر کنید

به شکل روبه‌رو نگاه کنید.

در حرکت هماهنگ ساده مسافت طی شده در

بازه‌های زمانی یکسان در دو طرف $x=0$ و

همچنین در دو طرف انتهای مسیر

($x = \pm A$) تفرار دارد. بنابراین وقتی در

ثانیه سوم و ثانیه چهارم مسافت طی شده برابر است دو حالت وجود دارد، یکی در دو طرف

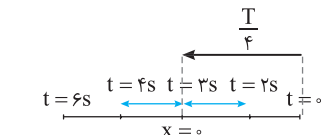
مبدأ و دیگری در دو طرف انتهای مسیر. با دانستن این مطلب مسئله قابل حل است.

حالت اول: ثانیه سوم قبل از $x=0$ و ثانیه چهارم بعد از $x=0$ است، بنابراین در

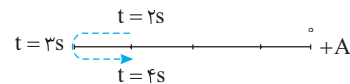
لحظه $t = 3\text{s}$ متحرک از مکان $x=0$ می‌گذرد یعنی در بازه صفر تا 3s متحرک از

$+A$ به مبدأ رسیده است که این بازه برابر $\frac{T}{4}$ است. $\frac{T}{4} = 3 \Rightarrow T = 12\text{s}$

حالت دوم: ثانیه سوم (بازه بین $t = 2\text{s}$ تا $t = 3\text{s}$) قبل از انتهای مسیر $(-A)$ و



ثانیه چهارم (بازه بین $t = 3\text{s}$ تا $t = 4\text{s}$) بعد از انتهای مسیر است:



بنابراین در مدت صفر تا $t = 3\text{s}$ نوسانگر از $+A$ به $-A$ رفته که این بازه زمانی برابر

$\frac{T}{2}$ است، از این‌رو دوره خواهد شد: $\frac{T}{2} = 3 \Rightarrow T = 6\text{s}$

۴ ۱۲۶۸ B

۱ در لحظه t_1 مکان نوسانگر $+\frac{\sqrt{3}}{2}A$ و سرعت آن مثبت است، یعنی نوسانگر

از مکان P در حال حرکت به سوی دامنه است.

۲ در لحظه t_2 در مکان $-\frac{\sqrt{3}}{2}A$ نیز سرعت مثبت است یعنی نوسانگر به سوی

مرکز نوسان در حرکت است.

۳ شکل مسیر را رسم می‌کنیم و بازه‌های زمانی شناخته شده را در طول مسیر نوشته

تا مدت زمان حرکت از P تا Q مشخص شود.

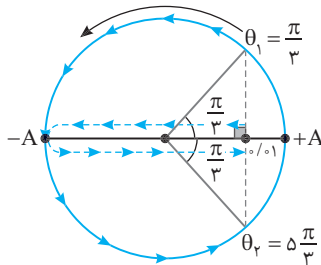
$$\Delta t = \frac{T}{12} + \frac{T}{2} + \frac{T}{12} = \frac{2T}{3}$$

روش دوم: استفاده از دایره مثلثاتی و فاز حرکت $(\theta = \omega t)$:

ابتدا کمان‌های متناظر با t_1 و t_2 را به دست می‌آوریم: $\theta_1 = \omega t_1 = \frac{\pi}{3}$, $\theta_2 = \omega t_2 = \frac{5\pi}{3}$

بنابراین متحرک از 1m شروع به حرکت به سمت مرکز کرده و با یک بار تغییر جهت

مجدد به 1m خواهد رسید: $s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{0.6}{\frac{4}{3}} = \frac{9}{40} \text{m/s}$



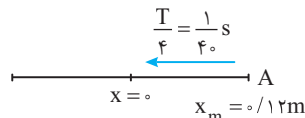
بازه سوال ذره‌ای روی پاره خطی به طول 24 سانتی‌متر با بسامد 10 هرتز در مبدأ زمان از بیشینه مکان مثبت شروع به نوسان می‌کند. تندی متوسط

این ذره بین $t = 0$ و $t = \frac{1}{40}$ چند متر بر ثانیه است؟

$9/4$ (۱) $4/8$ (۲) $2/4$ (۳) 6 (۴)

پاسخ دامنه حرکت نصف طول پاره خط مسیر نوسان است.

دوره را حساب می‌کنیم: $T = \frac{1}{f} = \frac{1}{10} \text{s}$



بازه زمانی داده شده را بر حسب دوره به دست می‌آوریم: $\frac{\Delta t}{T} = \frac{1/40}{1/10} \Rightarrow \Delta t = \frac{T}{4}$

در مدت $\frac{T}{4}$ نوسانگر از مکان $+A$ به $x=0$ می‌رود، بنابراین تندی متوسط

خواهد شد: $s_{av} = \frac{0.12}{\frac{1}{40}} = 4.8 \text{m/s}$

گزینه ۲

دوره را حساب می‌کنیم: $\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \pi = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = 2\text{s}$

بازه زمانی $t_1 = \frac{1}{5}$ تا $t_2 = \frac{6}{5}$ برابر است با: $\Delta t = \frac{6}{5} - \frac{1}{5} \Rightarrow \Delta t = 1\text{s}$

این بازه زمانی 1s است که برابر نصف دوره این حرکت است و در مدت $\frac{T}{2}$ مسافت

طی شده متحرک برابر $2A$ می‌شود. $s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{2 \times 0.04}{1} = 0.08 \text{m/s} = 8 \text{cm/s}$

۲ ۱۲۲۳ B

۱ با توجه به معادله حرکت، دوره حرکت را به دست می‌آوریم:

$x = 0.2 \cos \frac{\pi}{2} t$, $\omega = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \frac{2\pi}{T} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow T = 4\text{s}$

۲ بازه زمانی برابر است با: $\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{25}{12} - \frac{1}{12} \Rightarrow \Delta t = 2\text{s} = \frac{T}{2}$

نکته همواره مسافت طی شده در مدت زمان T برابر با $4A$ و در مدت زمان $\frac{T}{2}$ برابر با $2A$ است.

۳ با توجه به نکته در مدت نصف دوره مسافتی که نوسانگر طی می‌کند $2A$ یعنی

$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \Rightarrow s_{av} = \frac{0.04}{\frac{1}{2}} = 0.08 \text{m/s} = 8 \text{cm/s}$

۳ ۱۲۲۰ B

خط فکری

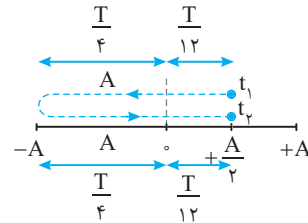
شما باید مسیر حرکت را به کمک اطلاعات مسئله رسم کنید و روی شکل بازه‌های زمانی شناخته شده را نوشته تا بتوانید بازه زمانی حرکت و همچنین مسافت طی شده را حساب کرده و تندی متوسط را به دست بیاورید.

۱ در لحظه t_1 نوسانگر از مکان $+A$ می‌گذرد و دارای حرکت تندشونده است

یعنی نوسانگر در حال حرکت به سوی حالت تعادل است.

۲ بعد از لحظه t_1 در لحظه t_2 ، نوسانگر مجدداً از مکان $+A$ می‌گذرد. بنابراین

مسیر حرکت مطابق شکل زیر است.



۳ مدت زمان حرکت از $x=0$ تا $x=0$ برابر $\frac{T}{12}$ و از $x=0$ تا دامنه $-A$ برابر

$\frac{T}{4}$ است. بازه زمانی حرکت نوسانگر در این مسیر رفت و برگشت از $\frac{T}{4}$ تا $\frac{T}{4} + \frac{T}{12}$

برابر است با: $\Delta t = \frac{T}{12} + \frac{T}{4} + \frac{T}{12} + \frac{T}{12} \Rightarrow \Delta t = \frac{2T}{3} = \frac{2 \times 2\pi}{3\omega} \Rightarrow \Delta t = \frac{4\pi}{3\omega}$

همچنین در این مدت مسافت طی شده برابر است با: $l = \frac{A}{2} + A + A + \frac{A}{2} = 3A$

۴ تندی متوسط را حساب می‌کنیم: $s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{3A}{\frac{4\pi}{3\omega}} = \frac{9A\omega}{4\pi}$

دقت کردید که ما در روابط T بر حسب بسامد زاویه‌ای ω نوشته‌ایم. چرا؟ برای آنکه در گزینه‌ها خبری از T نبوده بلکه ω در گزینه‌ها وجود دارد.

۲ ۱۲۲۱ B

روش اول: استفاده از معادله حرکت:

۱ دوره را به دست می‌آوریم: $\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \pi = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{4}{10} \text{s}$

۲ با توجه به زمان‌های داده شده مکان متحرک را به دست می‌آوریم:

$x_1 = 0.2 \cos \frac{2\pi}{10} \times \frac{1}{15} \Rightarrow x_1 = 0.1 \text{m}$

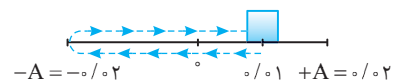
$x_2 = 0.2 \cos \frac{2\pi}{10} \times \frac{1}{3} \Rightarrow x_2 = 0.1 \text{m}$

از همین‌جا که نقطه ابتدا و انتهای نوسان یکسان است، می‌توانیم متوجه شویم که سرعت متوسط آن صفر است.

۳ در این صورت متحرک دو بار از مکان $x = 0.1 \text{m}$ گذشته است که هر دو بار در

بازه زمانی کوچک‌تر از یک دوره $T = \frac{4}{10} \text{s}$ صورت گرفته و مسیر مطابق شکل زیر

است. مسافت طی شده را حساب می‌کنیم:



$\ell = 0.1 + 0.2 + 0.2 + 0.1 = 0.6 \text{m}$

۴ تندی متوسط خواهد شد:

$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{0.6}{\frac{4}{40}} = \frac{9}{40} \text{m/s}$

B ۱ ۱۲۷۴

بازی با سؤال معادله مکان - زمان یک نوسانگر در SI به صورت $x = 0.05 \cos 3\pi t$ می‌باشد. بیشینه جابه‌جایی که این نوسانگر در بازه زمانی $\Delta t = \frac{1}{6}$ s می‌پیماید چند سانتی‌متر است؟

$$5 (1) \quad 5\sqrt{2} (2) \quad 3 (3) \quad \frac{5\sqrt{2}}{2} (4) \quad 10 (5)$$

پایس **خط فکری** می‌خواهیم در یک مدت معین ($\Delta t = \frac{1}{6}$ s)

نوسانگر بیشینه جابه‌جایی را داشته باشد. برای آنکه یک متحرک در یک مدت معین جابه‌جایی بیشتری داشته باشد باید سرعتش از لحظه‌های دیگر بیشتر باشد. در حرکت هماهنگ ساده بیشینه سرعت در وسط مسیر اتفاق می‌افتد بنابراین باید نوسانگر در این بازه زمانی در دو طرف $x=0$ در حرکت باشد. یعنی $\frac{1}{6}$ s را باید

به دو قسمت تقسیم کنید و در هر $\frac{1}{12}$ s مشخص کنید که متحرک از کجا به کجا می‌رود، البته ابتدا باید دوره را بیابید و سپس معین کنید $\frac{1}{12}$ s چه کسری از دوره است تا به کمک بازه‌های زمانی شناخته شده مسئله را حل کنید.

$$-A \quad \frac{v_m}{x=0} \quad +A$$

۱ بیشینه جابه‌جایی در یک بازه زمانی معین همواره در دو طرف نقطه تعادل یعنی جایی که تندی بیشینه است رخ می‌دهد، بنابراین $\Delta t = \frac{1}{6}$ s را به دو بازه زمانی $\frac{1}{12}$ s تقسیم می‌کنیم.

۲ دوره را به دست می‌آوریم: $\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow 3\pi = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2}{3}$ s

۳ معین می‌کنیم که $\frac{1}{12}$ s چه کسری از دوره است. $\frac{\Delta t}{T} = \frac{1/12}{2/3} = \frac{1}{4} \Rightarrow \Delta t = \frac{T}{4}$

۴ با توجه به بازه‌های زمانی شناخته شده مسیر را رسم می‌کنیم. مدت $\frac{T}{4}$

زمان حرکت از مکان $+\frac{\sqrt{2}}{2}A$ به مکان $x=0$ است. بنابراین جابه‌جایی بیشینه خواهد شد: $\frac{\sqrt{2}}{2}A + \frac{\sqrt{2}}{2}A = \sqrt{2}A = \sqrt{2} \times \frac{5}{100} \text{ m} = 5\sqrt{2} \text{ cm}$

$$-A \quad \frac{-\sqrt{2}}{2}A \quad \frac{\sqrt{2}}{2}A \quad +A$$

روش حل به کمک دایره مثلثاتی و تغییر فاز ($\Delta\theta = \omega\Delta t$):

۵ تغییر فاز را حساب می‌کنیم: $\Delta\theta = \omega\Delta t = 3\pi \times \frac{1}{6} = \frac{\pi}{2}$

۶ تغییر فاز را به دو قسمت مساوی تقسیم می‌کنیم: $(\frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4})$

۷ روی دایره مثلثاتی در دو طرف مرکز، $\frac{\pi}{4}$ را نشان داده و مکان متحرک را روی مسیر مشخص می‌کنیم. بنابراین بیشینه جابه‌جایی وقتی است که نوسانگر از مکان $-\frac{\sqrt{2}}{2}A$ به مکان $+\frac{\sqrt{2}}{2}A$ می‌رود.

گزینه ۲ $\Delta x = \sqrt{2}A \xrightarrow{A=5\text{cm}} \Delta x = 5\sqrt{2} \text{ cm}$

در هر بازه زمانی دلخواه (مانند $\frac{T}{8}$) که به شما داده می‌شود و از شما کمینه جابه‌جایی خواسته

می‌شود شما اگر این بازه را به دو قسمت مساوی تقسیم کنید ($\frac{T}{16} = \frac{T}{16}$) می‌توانید فرض کنید که نوسانگر در مدت نصف بازه از یک مکان به دامنه رفته و سپس در نیمه دیگر بازه از دامنه به همان مکان برگشته است. در این صورت جابه‌جایی صفر خواهد شد.

$$\frac{T}{16} \quad \frac{T}{16} \quad \Delta x = 0$$

میانبر در هر بازه زمانی دلخواه در حرکت هماهنگ ساده کمینه جابه‌جایی صفر است.

B ۱ ۱۲۷۵

خط فکری در مرکز نوسان (نقطه تعادل) تندی نوسانگر بیشینه است و در جایی که تندی بیشتر است، زمانی طی یک مسافت معین کمتر خواهد شد. و در دو انتهای مسیر (نقاط بازگشت) تندی صفر است و در نزدیکی نقاط بازگشت، زمان طی یک مسافت معین طولانی‌تر خواهد بود. بنابراین برای کمینه زمان به سراغ تقسیم مسافت (A) در دو طرف نقطه تعادل می‌رویم و برای بیشینه زمان مسافت طی شده برابر یک دامنه را به دو قسمت مساوی در دو طرف نقطه بازگشت تقسیم می‌کنیم.

$$-A \quad \frac{-A}{2} \quad x=0 \quad \frac{A}{2} \quad A$$

کوتاه‌ترین زمان حرکت برای مسافتی برابر دامنه مطابق شکل وقتی است که نوسانگر از $-\frac{A}{2}$ به $\frac{A}{2}$ (و یا بالعکس) می‌رود که این زمان $\Delta t_{\min} = \frac{T}{6}$ است. بیشینه زمان

وقتی است که نوسانگر از مکان $+A$ به $+A$ رفته و برمی‌گردد: $\Delta t_{\max} = \frac{T}{6} + \frac{T}{6} = \frac{T}{3}$

$$-A \quad \frac{-A}{2} \quad \frac{A}{2} \quad A \quad \frac{\Delta t_{\min}}{\Delta t_{\max}} = \frac{1}{2}$$

B ۲ ۱۲۷۶

بیشینه سرعت متوسط وقتی است که در بازه 0.2 s بیشترین جابه‌جایی طی شود، از این رو باید این جابه‌جایی در دو طرف مرکز نوسان که تندی از بقیه نقاط بیشتر است صورت گیرد.

۱ دوره را به دست می‌آوریم: $\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \frac{5\pi}{3} = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = 0.12$ s

۲ اکنون بررسی می‌کنیم 0.2 s چه کسری از دوره است. $\frac{\Delta t}{T} = \frac{0.2}{0.12} \Rightarrow \Delta t = \frac{T}{3}$

۳ این بازه را به دو قسمت مساوی در دو طرف مرکز نوسان تقسیم می‌کنیم. با توجه به بازه‌های زمانی شناخته شده خواهیم داشت:

پس در 0.2 s بیشینه جابه‌جایی برابر A است. $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v_{av} = \frac{0.06}{0.02} = 3 \text{ m/s}$

روش دایره مثلثاتی: در مدت 0.2 s تغییر شناسه تابع کسینوسی (تغییر فاز) برابر است با: $\Delta\theta = \omega\Delta t \Rightarrow \Delta\theta = \frac{5\pi}{3} \times 0.2 = \Delta\theta = \frac{\pi}{3}$

$\frac{\pi}{3}$ باید به دو قسمت مساوی در دو طرف مبدأ تقسیم شود.

$$\theta_1 \quad \theta_2 \quad \theta_3 \quad \theta_4 \quad \theta_5 \quad \theta_6 \quad \theta_7 \quad \theta_8 \quad \theta_9 \quad \theta_{10}$$

در این صورت $\theta_1 = \frac{\pi}{3}$ و $x_1 = +\frac{A}{2}$

و $\theta_2 = \frac{2\pi}{3}$ و $x_2 = -\frac{A}{2}$ خواهد بود و اندازه

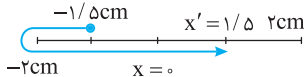
جابه‌جایی در مدت 0.2 s برابر $0.06 \text{ m} = +A$

می‌شود. $v_{av} = \frac{0.06}{0.02} = 3 \text{ m/s}$

۱ پاسخ دامنه برابر نصف طول پاره خط است. $A = \frac{f}{\gamma} \Rightarrow A = 2 \text{ cm}$

۲ سرعت متوسط از رابطه $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ به دست می آید. در صورت مسئله

بیان شده که بیشینه سرعت متوسط، دقت کنید Δx مقدارش ثابت است و برای آنکه v_{av} بیشینه شود باید Δt کمینه باشد. اما کمینه بودن Δt مفهومی چیست؟ یعنی ذره از مکان $-1/5 \text{ cm}$ مطابق شکل به مکان $+1/5 \text{ cm}$ برود.



۳ با توجه به مسیر حرکت از مکان $-1/5 \text{ cm}$ به مکان $+1/5 \text{ cm}$ مشخص است که در مدت Δt مکان و سرعت ذره قرینه شده یعنی Δt برابر نصف دوره است. اکنون Δt را به کمک تعریف سرعت متوسط حساب می کنیم.

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow 1/5 = \frac{[1/5 - (-1/5)] \times 10^{-2}}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = 2 \times 10^{-2} \text{ s}$$

$$\Delta t = \frac{T}{2} \Rightarrow 2 \times 10^{-2} = \frac{T}{2} \Rightarrow T = 4 \times 10^{-2} \text{ s}$$

بنابراین دوره خواهد شد:

$$f = \frac{1}{T} \Rightarrow f = \frac{1}{4 \times 10^{-2}} \Rightarrow f = 25 \text{ Hz}$$

گزینه ۱ بسامد را حساب می کنیم.

۴ ۱۲۷۹ B

خط فکری به عبارت «بیشترین سرعت متوسط» دقت کرده اید. جابه جایی از

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \text{ ثابت}$$

مکان $\frac{+A}{\sqrt{2}}$ تا $\frac{+A}{2}$ مقدار ثابتی است و در رابطه $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ وقتی

بیشینه است که Δt کمترین مقدار باشد و کمترین مقدار Δt وقتی است که متحرک بدون تغییر جهت مستقیماً از $\frac{+A}{\sqrt{2}}$ به $\frac{+A}{2}$ برود. شما باید زمان این جابه جایی را به دست بیاورید تا بتوانید سرعت متوسط را حساب کنید.

روش استفاده از بازه های زمانی:

۱ جابه جایی نوسانگر برابر است با:

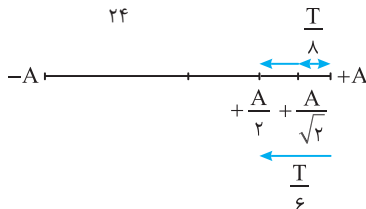
$$\Delta x = \frac{+A}{2} - \frac{A}{\sqrt{2}} = \frac{(\sqrt{2}-2)A}{2\sqrt{2}} \Rightarrow |\Delta x| = \left(\frac{2-\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}\right)A = \frac{\sqrt{2}-1}{2}A$$

۲ زمان حرکت از $+A$ تا $\frac{A}{\sqrt{2}}$ برابر $\frac{T}{8}$ و از $+A$ تا $\frac{+A}{2}$ برابر $\frac{T}{6}$ است.

بنابراین زمان حرکت از $\frac{A}{\sqrt{2}}$ تا $\frac{+A}{2}$ برابر $\frac{T}{24} - \frac{T}{24} = \frac{T}{24}$ است. بزرگی سرعت

$$|v_{av}| = \frac{|\Delta x|}{\Delta t} \Rightarrow |v_{av}| = \frac{\frac{\sqrt{2}-1}{2}A}{\frac{T}{24}} \Rightarrow |v_{av}| = 12(\sqrt{2}-1)\frac{A}{T}$$

متوسط خواهد شد:



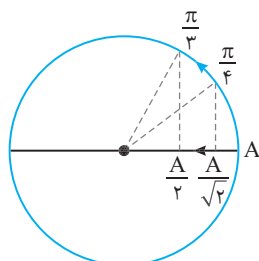
روش مثلثاتی: فاز حرکت در مکان $\frac{+A}{\sqrt{2}}$

مطابق شکل $\frac{\pi}{4}$ و در مکان $\frac{+A}{2}$ برابر $\frac{\pi}{3}$

است. بازه زمانی حرکت را حساب می کنیم:

$$\omega t_2 - \omega t_1 = \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4} \Rightarrow \frac{2\pi}{T} \Delta t = \frac{\pi}{12} \Rightarrow \Delta t = \frac{T}{24}$$

باقی راحل شبیه به روش قبل است.



۲ ۱۲۷۷ B

نکته کمترین جابه جایی و سرعت متوسط در هر بازه زمانی دلخواه در حرکت هماهنگ ساده صفر است.

۱ کمترین اندازه سرعت متوسط برای زمانی است که نوسانگر از نقطه ای از مسیر حرکت کرده و دوباره به آن نقطه برگردد که در این صورت سرعت متوسط برابر صفر می شود.

۲ کمترین تندی متوسط در اطراف نقطه بازگشت ($v=0$) اتفاق می افتد، زیرا در این ناحیه سرعت کم و زمان طولانی تر از بقیه مسیر است، بنابراین نصف زمان نوسان را قبل از رسیدن به نقطه بازگشت در نظر گرفته و نصف دیگر زمان را بعد از گذر از نقطه بازگشت در نظر می گیریم. نصف $\frac{T}{4}$ برابر $\frac{T}{8}$ است، مکان در $\frac{T}{8}$ را به کمک معادله به دست می آوریم:

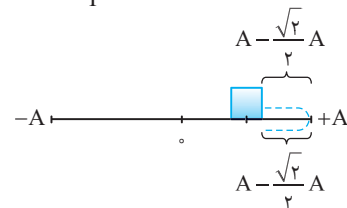
$$-A \cos \frac{2\pi}{T} \times \frac{T}{8} = \frac{\sqrt{2}}{2} A$$

۳ بنابراین مسافت طی شده برابر است با: $x_1 = A \cos \frac{2\pi}{T} \times \frac{T}{8} \Rightarrow x_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} A$

$$I = 2(A - \frac{\sqrt{2}}{2}A) = A(2 - \sqrt{2})$$

$$s_{av} = \frac{A(2 - \sqrt{2})}{\frac{T}{4}} = \frac{4A(2 - \sqrt{2})}{T}$$

۴ تندی متوسط خواهد شد:



۴ ۱۲۷۸ B

۱ دوره حرکت را حساب می کنیم. $T = \frac{1}{f} = \frac{1}{1 \text{ Hz}} \Rightarrow T = 1 \text{ s} \Rightarrow T = 4 \text{ s}$

۲ نوسانگر از مکان $+\sqrt{2} \text{ cm}$ در جهت محور X می گذرد، بنابراین نوسانگر در حال حرکت از $+\sqrt{2} \text{ cm}$

به سوی دامنه $A = +2 \text{ cm}$ است. در نتیجه کمترین بازه زمانی برای رسیدن متحرک به مکان $-\sqrt{2} \text{ cm}$ مسیری است که نوسانگر مطابق شکل از مکان $+\sqrt{2} \text{ cm}$ به مکان $+2 \text{ cm}$ رفته و از آنجا در خلاف جهت محور Xها خود را به مکان $-\sqrt{2} \text{ cm}$ برساند.

نکته در حرکت هماهنگ ساده، کمترین بازه زمانی که طی آن مکان و سرعت نوسانگر قرینه می شود برابر نصف دوره ($\frac{T}{2}$) است.

۳ در بازه مورد نظر مکان از $+\sqrt{2} \text{ cm}$ در جهت مثبت محور Xها به مکان $-\sqrt{2} \text{ cm}$ در خلاف جهت محور Xها رفته یعنی هم مکان و هم سرعت نوسانگر قرینه شده و این بازه برابر $\frac{T}{2}$ است.

$$\Delta t = \frac{T}{2} \Rightarrow \Delta t = \frac{4}{2} \Rightarrow \Delta t = 2 \text{ s}$$

۴ با توجه به تعریف سرعت متوسط خواهیم داشت:

$$|v_{av}| = \left| \frac{\Delta x}{\Delta t} \right| = \left| \frac{-\sqrt{2} - \sqrt{2}}{2} \right| = \sqrt{2} \text{ m/s}$$

بازیه سوال ذره ای روی پاره خطی واقع بر محور Xها به طول 4 cm دارای حرکت هماهنگ ساده است و حالت تعادل آن مبدأ مختصات است.

بیشینه سرعت متوسط ذره در بازه ای که از مکان $-1/5 \text{ cm}$ در جهت منفی محور می گذرد تا لحظه ای که از مکان $x' = +1/5 \text{ cm}$ عبور می کند برابر $+1/5 \text{ m/s}$ است. بسامد ذره چند هرتز است؟

- ۴۰ (۴) ۲۰ (۳) ۵۰ (۲) ۲۵ (۱)

B ۱۲۸۰

خط فکری

در حل این مسائل باید مسیر حرکت را رسم کنید. به تعداد گذر نوسانگر از مبدأ مکان $x=0$ شتاب تغییر علامت می‌دهد و به تعداد رسیدن به نقطه بازگشت و برگشت از آن متحرک تغییر جهت می‌دهد.

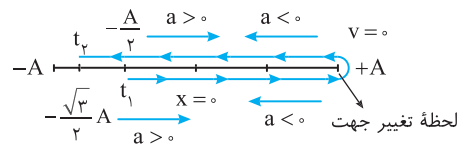
نکته: در لحظه‌ای که نوسانگر از مبدأ مکان $x=0$ می‌گذرد علامت شتاب و نیروی خالص تغییر جهت می‌دهد.

نکته: در لحظه‌ای که نوسانگر به نقطه بازگشت می‌رسد، سرعتش صفر شده و تغییر علامت می‌دهد.

با توجه به صورت مسئله، مسیر حرکت را رسم می‌کنیم. متحرک در مکان $-\frac{A}{2}$ دارای

حرکت تندشونده است یعنی در حال حرکت به سوی نقطه تعادل است و برای رسیدن به مکان $-\frac{\sqrt{3}}{2}A$ باید به انتهای مسیر برود $(+A)$ و برگردد بنابراین نوسانگر در مکان

$+A$ یک بار تغییر جهت می‌دهد و چون دو بار از مرکز نوسان می‌گذرد دو بار شتاب تغییر جهت می‌دهد و گزینه (۱) درست است. یادمان باشد با هر بار گذر نوسانگر از مرکز نوسان، شتاب و نیرو تغییر جهت می‌دهد.

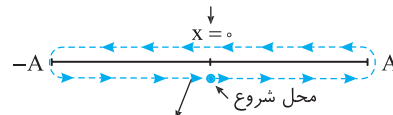


B ۱۲۸۱

نکته

هرگاه نوسانگر از مبدأ بگذرد شتاب تغییر جهت می‌دهد. در لحظه مورد نظر که تندی نوسانگر بیشینه است یعنی مطابق شکل نوسانگر در مرکز نوسان است. از این لحظه به بعد در مدت یک دوره نوسانگر تنها یک بار از مبدأ می‌گذرد و شتاب تغییر علامت می‌دهد. دقت کنید در آخر دوره شتاب صفر شده اما از مبدأ نمی‌گذرد بنابراین در آخر دوره هنوز تغییر جهت شتاب رخ نداده است.

لحظه تغییر جهت شتاب



در این لحظه نوسانگر پس از یک دوره، هنوز از مرکز نوسان عبور نکرده و شتاب تغییر علامت نمی‌دهد.

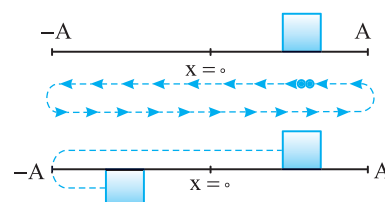
بازر، با سؤال

ذره‌ای روی پاره خطی دارای حرکت هماهنگ ساده است. اگر در یک لحظه نوسانگر در مکان‌های مثبت قرار داشته باشد $(x > 0)$ در مدت یک دوره پس از این لحظه شتاب بار تغییر جهت می‌دهد و در مدت نصف دوره پس از این لحظه نوسانگر بار تغییر جهت می‌دهد.

۱. ۲ (۱) ۲. ۲ (۲) ۳. ۱ (۳) ۴. ۱ (۴)

پایان: مکان ابتدایی نوسانگر در لحظه مورد نظر مثبت است. مسیر حرکت در یک دوره را رسم می‌کنیم، نوسانگر دو بار از مبدأ می‌گذرد بنابراین شتاب دو بار تغییر علامت می‌دهد. در مدت نصف دوره $(\frac{T}{2})$ یکبار به نقطه بازگشت

می‌رود و برمی‌گردد بنابراین جهت حرکت یکبار عوض می‌شود.



B ۱۲۸۲

گزینه

B ۱۲۸۲

در لحظه‌ای که مکان نوسانگر $x = \pm A$ باشد، نوسانگر تغییر جهت می‌دهد. در معادله حرکت به جای x ، $\pm A$ قرار می‌دهیم و لحظه‌های گذر از این نقاط را بررسی می‌کنیم:

$$x = \frac{0.4}{2} \cos \frac{\pi}{2} t \xrightarrow{x=\pm A} \pm \frac{0.4}{2} = \frac{0.4}{2} \cos \frac{\pi}{2} t$$

$$\Rightarrow \cos \frac{\pi}{2} t = \pm 1 \Rightarrow \frac{\pi}{2} t = k\pi \Rightarrow t = 2k$$

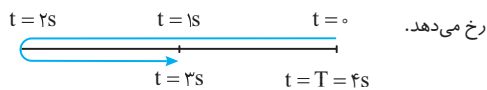
$$\begin{cases} k=0 \rightarrow t=0 \\ k=1 \rightarrow t=2s \\ k=2 \rightarrow t=4s \end{cases}$$

دوره حرکت را حساب می‌کنیم: $\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \frac{\pi}{2} = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = 4s$

بازه بیان شده $t = \frac{1}{3}s$ تا $t = \frac{15}{4}s$ بین صفر تا $4s$ است و یک بار تغییر جهت رخ می‌دهد. اما راه حل ساده‌تری وجود دارد. دوره را به دست می‌آوریم و مسیر را رسم می‌کنیم:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \frac{\pi}{2} = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = 4s$$

بازه زمانی $t = \frac{1}{3}s$ تا $t = \frac{15}{4}s$ بین صفر و $4s$ است و در $t = 2s$ یک بار تغییر جهت



روش استفاده از دایره مثلثاتی و فاز $(\theta = \omega t)$:

در لحظه‌های بیان شده فاز حرکت (ωt) را به دست آورده و روی دایره مثلثاتی مشخص

می‌کنید. هر بار که از صفر یا π بگذریم متحرک یک بار تغییر جهت داده و هرگاه از $\frac{\pi}{2}$

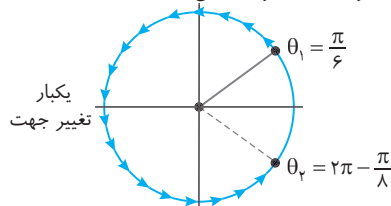
و $\frac{3\pi}{2}$ بگذریم شتاب یک بار تغییر جهت می‌دهد.

۱. بسامد زاویه‌ای $\frac{\pi}{4} \text{ rad/s}$ است بنابراین:

$$\theta_1 = \omega t_1 = \frac{\pi}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{\pi}{6} \quad \theta_2 = \omega t_2 = \frac{\pi}{2} \times \frac{15}{4} = \frac{15\pi}{8} = 2\pi - \frac{\pi}{8}$$

۲. اکنون در جهت مثلثاتی از θ_1 تا θ_2 می‌چرخیم. مشاهده می‌شود که یکبار از π

می‌گذریم یعنی متحرک یکبار تغییر جهت می‌دهد.



B ۱۲۸۳

روش استفاده از معادله حرکت:

نکته: شتاب در دو انتهای مسیر یعنی $x = \pm A$ بیشینه است.

بررسی می‌کنیم در بازه $t = \frac{1}{12}s$ تا $t = \frac{1}{12}s$ چند بار مکان‌ها برابر $\pm A$ می‌شود.

$$x = A \cos 4\pi t \Rightarrow \pm A = A \cos 4\pi t \Rightarrow \cos 4\pi t = \pm 1 \Rightarrow 4\pi t = k\pi$$

$$\Rightarrow t = \frac{k}{4}$$

بنابراین: بار اول $k=0 \Rightarrow t=0$ ، $k=1 \Rightarrow t = \frac{1}{4} = \frac{3}{12}$

$$k=2 \Rightarrow t = \frac{2}{4} = \frac{6}{12} s \text{ بار دوم}$$

$$k=3 \Rightarrow t = \frac{3}{4} = \frac{9}{12} s \text{ بار سوم}$$

$$k=4 \Rightarrow t = \frac{4}{4} = \frac{12}{12} s > \frac{1}{12} s \text{ قابل قبول نیست}$$

روش استفاده از بازه‌های زمانی شناخته شده:

۱ مکان ذره را در ابتدای بازه $t_1 = \frac{1}{15} s$ حساب می‌کنیم.

$$x = 0.2 \cos 10\pi t \Rightarrow x = 0.2 \cos \frac{10\pi}{15} = 0.2 \cos \frac{2\pi}{3} \xrightarrow{\cos \frac{2\pi}{3} = -\frac{1}{2}}$$

$$x = -0.1 m \Rightarrow x = -1 cm$$

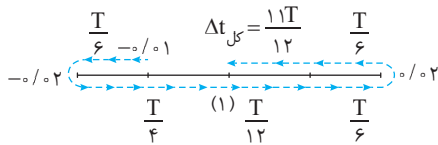
۲ دوره را به دست می‌آوریم: $\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow 10\pi = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{1}{5} s$

۳ بازه زمانی داده شده را با دوره مقایسه می‌کنیم.

$$\frac{\Delta t}{T} = \frac{\frac{1}{15}}{\frac{1}{5}} = \frac{15-4}{12} = \frac{11}{12} \Rightarrow \Delta t = \frac{11T}{12}$$

۴ مسیر حرکت را رسم می‌کنیم و از مکان $x = -0.1 m$ به اندازه $\frac{11T}{12}$ جلو

می‌رویم. یعنی تکه تکه جلو می‌رویم و بازه‌ها را می‌نویسیم تا جمع آن‌ها $\frac{11T}{12}$ شود.



۵ نوسانگر یک بار از مرکز نوسان (حالت تعادل) می‌گذرد و گزینه (۲) درست است.

۱۲۸۵ B

نکته هنگام گذر نوسانگر از مبدأ مکان ($x=0$) بردار مکان تغییر جهت می‌دهد.

در معادله حرکت به جای x ، صفر قرار می‌دهیم و تمام پاسخ‌های معادله بین $1s$ تا $5s$ جواب مسئله خواهند بود.

$$x = 2 \cos \frac{\pi}{3} t \xrightarrow{x=0} 0 = 2 \cos \frac{\pi}{3} t \Rightarrow \frac{\pi}{3} t = k\pi + \frac{\pi}{2}$$

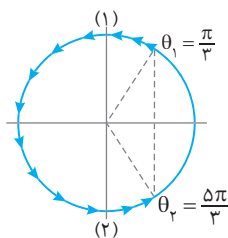
$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{\pi}{3} t = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t = \frac{3}{2} s \\ \frac{\pi}{3} t = \frac{3\pi}{2} \Rightarrow t = \frac{9}{2} s \\ \frac{\pi}{3} t = \frac{5\pi}{2} \Rightarrow t = \frac{15}{2} s \end{cases}$$

بنابراین $t = \frac{3}{2} s$ و $t = \frac{9}{2} s$ در بازه $1s \leq t \leq 5s$ قرار دارد و در این دو لحظه متحرک از مبدأ مکان عبور می‌کند.

استفاده از روش دایره مثلثاتی و فاز $(\theta = \omega t)$:

۱ فاز حرکت در $t = 1s$ و $t = 5s$ را حساب کرده و روی دایره مثلثاتی نمایش می‌دهد.

$$\theta = \omega t \Rightarrow \begin{cases} t = 1s \rightarrow \theta_1 = \frac{\pi}{3} \times 1 = \frac{\pi}{3} \\ t = 5s \rightarrow \theta_2 = \frac{\pi}{3} \times 5 = \frac{5\pi}{3} \end{cases}$$



۲ اکنون از $\frac{\pi}{3}$ تا $\frac{5\pi}{3}$ روی دایره می‌چرخیم

و هر بار که از $\frac{\pi}{2}$ و $\frac{3\pi}{2}$ یعنی $x=0$ می‌گذریم

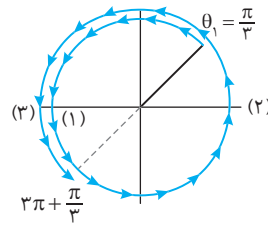
بردار مکان تغییر جهت می‌دهد.

۳ با توجه به دایره مثلثاتی بردار مکان دو

بار تغییر جهت می‌دهد. البته شما می‌توانید

به کمک بازه‌های زمانی شناخته شده مسئله را

حل کنید.



روش استفاده از دایره مثلثاتی:

فاز حرکت (شناسه تابع کسینوس

$\theta = \omega t$) را در لحظه‌های $t = \frac{1}{12} s$ و

$t = \frac{1}{12} s$ را به دست آورده و روی دایره

مثلثاتی نمایش می‌دهد.

$$\theta = \omega t \Rightarrow \begin{cases} t = \frac{1}{12} s \rightarrow \theta_1 = 4\pi \times \frac{1}{12} \Rightarrow \theta_1 = \frac{\pi}{3} \\ t = \frac{1}{12} s \rightarrow \theta_2 = 4\pi \times \frac{1}{12} \Rightarrow \theta_2 = \frac{10\pi}{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \Delta\theta = \frac{10\pi}{3} - \frac{\pi}{3} \Rightarrow \Delta\theta = 3\pi$$

از $\theta_1 = \frac{\pi}{3}$ ، 3π رادیان روی دایره می‌چرخیم. هر بار که از $(\pm A)$ یعنی کمان صفر و

π می‌گذریم، نوسانگر یک بار تغییر جهت می‌دهد و شتاب یک بار بیشینه می‌شود.

بنابراین سه بار شتاب بیشینه شده است.

روش استفاده از بازه‌های زمانی شناخته شده:

۱ مکان را در ابتدای بازه به دست بیاورید.

$$x = A \cos 4\pi t \Rightarrow x = A \cos 4\pi \times \frac{1}{12} \Rightarrow x = A \cos \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = +\frac{A}{2}$$

۲ دوره را به دست می‌آوریم:

$$\omega = 4\pi \Rightarrow \frac{2\pi}{T} = 4\pi \Rightarrow T = \frac{1}{2} s$$

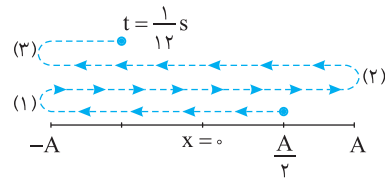
۳ بازه زمانی داده شده را به دست می‌آوریم.

$$\Delta t = \frac{1}{12} - \frac{1}{12} \Rightarrow \Delta t = \frac{10-1}{12} \Rightarrow \Delta t = \frac{9}{12} \Rightarrow \Delta t = \frac{3}{4} s$$

۴ مشخص می‌کنیم که Δt چه کسری از دوره است. $\frac{\Delta t}{T} = \frac{3/4}{1/2} \Rightarrow \Delta t = \frac{3}{2} T$

۵ اکنون روی مسیر حرکت از $+\frac{A}{2}$ به اندازه $\frac{3T}{2}$ حرکت کرده و هر بار گذر از

نقطه بازگشت شتاب بیشینه می‌شود.



۱۲۸۴ B

روش استفاده از معادله حرکت:

هر بار که ذره از نقطه تعادل (مبدأ) می‌گذرد، نیروی وارد بر نوسانگر تغییر جهت

می‌دهد. از این‌رو:

$$x = 0 \Rightarrow \cos 10\pi t = 0 \Rightarrow 10\pi t = k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow t = \frac{k}{10} + \frac{1}{20}$$

قابل قبول $k=0 \Rightarrow t = \frac{1}{20} s < \frac{1}{15} s$ ، $k=1 \Rightarrow t = \frac{3}{20} s > \frac{1}{15} s$

$$k=2 \Rightarrow t = \frac{2}{10} + \frac{1}{20} = \frac{5}{20} = \frac{1}{4} s$$

در لحظه $t = \frac{1}{4} s$ نوسانگر در مرکز نوسان است و از آن عبور نکرده و نیرو تغییر علامت نمی‌دهد.

نکته در حرکت هماهنگ ساده هر بار که نوسانگر از مبدأ $x=0$ می‌گذرد بردار

نیرو و شتاب تغییر علامت می‌دهد.

B ۱۲۸۶ ۲

۲ دوره را حساب می‌کنیم:

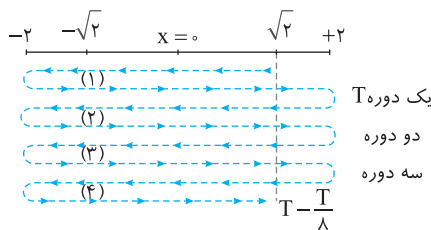
$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow 12\pi = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{1}{6} \text{ s}$$

۳ بازه زمانی داده شده را با دوره مقایسه می‌کنیم.

$$\frac{\Delta t}{T} = \frac{3 - \frac{1}{6}}{\frac{1}{6}} = \frac{31}{8} \Rightarrow \Delta t = 4T - \frac{T}{8}$$

۴ دقت کردید، تعداد دوره‌ها را از شکم Δt بیرون کشیدیم اکنون مسیر را رسم کرده و مسئله را حل می‌کنیم.به شکل مسیر دقت کنید. در هر قسمت $\frac{T}{4}$ جهت سرعت و جهت تکانه مثبت بودهبنابراین به مدت $4 \times \frac{T}{4}$ بردار تکانه مثبت است.

$$\Delta t = 4 \times \frac{1}{6} \Rightarrow \Delta t = \frac{2}{3} \text{ s}$$



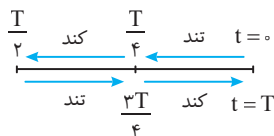
شما نیز با روش مثلثاتی مسئله را حل کنید.

B ۱۲۸۸ ۳

روش بازه‌های زمانی:

با توجه به مسیر حرکت ذره مکان‌هایی با حرکت کندشونده و تندشونده مشخص است. ابتدا دوره را حساب می‌کنیم:

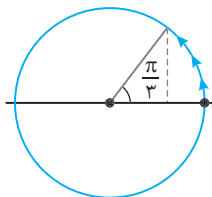
$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow 10\pi = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{1}{5} \text{ s} \Rightarrow \frac{T}{4} = \frac{1}{20} \text{ s}$$

بازه صفر تا $\frac{1}{30} \text{ s}$ از $\frac{1}{20} \text{ s}$ یعنی از $\frac{T}{4}$ کمتر است و متحرک از $+A$ در حال حرکت به سوی $x=0$ است و در تمام بازه حرکت تندشونده می‌باشد.

روش دایره مثلثاتی:

فاز حرکت در ابتدای بازه صفر و در لحظه $t = \frac{1}{30} \text{ s}$ خواهد شد:

$$\theta = \omega t = 10\pi \times \frac{1}{30} = \frac{\pi}{3}$$

یعنی در بازه صفر تا $\frac{1}{30} \text{ s}$ همچنان شناسه تابع کسینوسی (فاز) در ربع اول است و حرکت تندشونده است.

۱ ابتدا دوره را به دست می‌آوریم.

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow 20\pi = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{1}{10} \text{ s}$$

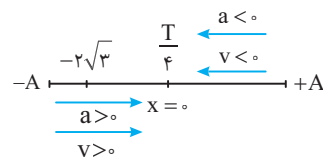
۲ بازه $t=0$ تا $t = \frac{1}{24} \text{ s}$ قطعاً از یک دوره $T = \frac{1}{10} \text{ s}$ کمتر است.با توجه به مسیر نوسانگر ساده در بازه $+A$ تا صفر و $-A$ تا صفر شتاب و سرعت هم‌جهت است.اکنون مکان متحرک را در $t = \frac{1}{24} \text{ s}$ حساب می‌کنیم.

$$x = 0.4 \cos 20\pi t \Rightarrow x = 0.4 \cos 20\pi \times \frac{1}{24} = 0.4 \cos \frac{5\pi}{6}$$

$$\Rightarrow x = 0.4 \times \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \Rightarrow x = -2\sqrt{3} \text{ cm}$$

از $t=0$ تا $\frac{1}{24} \text{ s}$ نوسانگر از $x=0$ به $x = -2\sqrt{3} \text{ cm}$ می‌رود و در بازه زمانی حرکتاز $+A$ تا $x=0$ بردار شتاب و سرعت هم‌جهت‌اند:

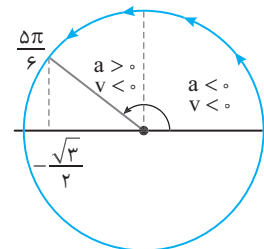
$$\Delta t = \frac{T}{4} = \frac{1}{40} = \frac{1}{40} \text{ s}$$



روش استفاده از دایره مثلثاتی:

فاز (شناسه تابع کسینوسی) در لحظه $t = \frac{1}{24} \text{ s}$ را حساب می‌کنیم.

$$\theta = \omega t \Rightarrow \theta = 20\pi \times \frac{1}{24} = \frac{5\pi}{6}$$

در حرکت از صفر تا $\frac{\pi}{4}$ یعنی ربع اول سرعت و شتاب هم‌علامت است در واقع به مدت

بردار سرعت و شتاب و هم‌جهت هستند.

$$\Delta t = \frac{T}{4} = \frac{1}{40} = \frac{1}{40} \text{ s}$$

C ۱۲۸۷ ۱

یادآوری تکانه برابر حاصل ضرب جرم در بردار سرعت ($\vec{P} = m\vec{v}$) بوده و تکانه برداری در جهت سرعت است.خط‌فکری هرگاه بردار تکانه مثبت باشد یعنی بردار سرعت مثبت است. حرکت هماهنگ ساده هرگاه نوسانگر از $-A$ به سوی $+A$ برود سرعت مثبت است یعنی در دایره مثلثاتی هرگاه فاز در ربع سوم و چهارم باشد سرعت مثبت است. اکنون باید شبیه مسائل قبلی، شما بررسی کنید که در بازه زمانی داده شده نوسانگر از کجا به کجا می‌رود تا بتوانید مدت زمانی که بردار تکانه مثبت است را مشخص کنید.

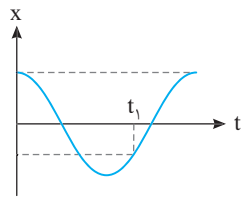
روش استفاده از بازه زمانی شناخته شده:

۱ مکان نوسانگر را در ابتدای بازه به دست می‌آوریم.

$$x = 0.2 \cos 12\pi t \xrightarrow{t_1 = \frac{1}{48}} x_1 = 0.2 \cos \frac{12\pi}{48}$$

$$\Rightarrow x_1 = 0.2 \cos \frac{\pi}{4} = 0.2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow x_1 = \sqrt{2} \text{ cm}$$

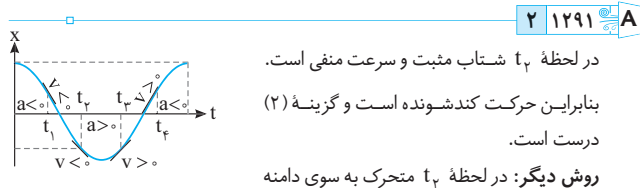
یادآوری هرگاه جهت تععر (دهانه) نمودار مکان - زمان رو به بالا باشد، شتاب مثبت است.
در لحظه t_1 جهت دهانه رو به بالاست و شتاب و نیرو مثبت است.



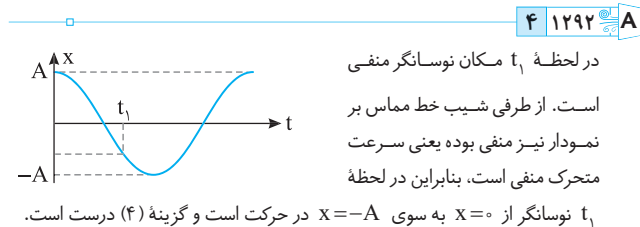
بازرسی با سوال نمودار مکان - زمان نوسانگری که روی سطح افقی در امتداد محور x ها در حال نوسان است، به صورت مقابل می باشد. کدام گزینه جهت شتاب و سرعت نوسانگر در لحظه t_1 را به ترتیب از راست به چپ درست بیان می کند؟

- (۱) \rightarrow ، \rightarrow (۲) \rightarrow ، \rightarrow (۳) \rightarrow ، \rightarrow (۴) \rightarrow ، \rightarrow

پاسخ در حل این نوع مسائل تمام بحث های حرکت هماهنگ ساده را فراموش کنید و تنها به حرکت شناسی و ویژگی های نمودار مکان زمان دقت کنید.
۱ شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان علامت سرعت را نشان می دهد.
۲ جهت تععر نمودار مکان - زمان علامت شتاب را نشان می دهد. در لحظه t_1 دهانه نمودار مکان - زمان رو به بالاست و شتاب مثبت و در جهت محور x مثبت و در جهت محور x هاست. بنابراین بردار سرعت و شتاب هر دو در جهت مثبت محور x ها خواهد بود و گزینه (۱) درست است.

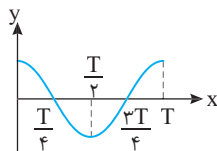


در لحظه t_1 شتاب مثبت و سرعت منفی است.
بنابراین حرکت کندشونده است و گزینه (۲) درست است.
روش دیگر: در لحظه t_1 متحرک به سوی دامنه منفی می رود. بنابراین تندی آن در حال کاهش بوده و حرکت کندشونده است. در مکان های منفی شتاب نوسانگر مثبت است. بنابراین لحظه t_1 جواب مسئله است.

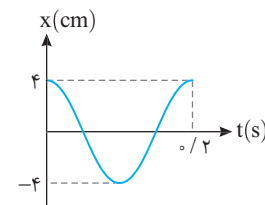


در لحظه t_1 مکان نوسانگر منفی است. از طرفی شیب خط مماس بر نمودار نیز منفی بوده یعنی سرعت متحرک منفی است، بنابراین در لحظه t_1 نوسانگر از $x=0$ به سوی $x=-A$ حرکت است و گزینه (۴) درست است.

یادآوری ریاضی در نمودار توابع کسینوسی خواهیم داشت:



با توجه به نمودار $A=4\text{cm}$ و $T=0.2\text{s}$
 $x = A \cos \omega t \Rightarrow x = A \cos \frac{2\pi}{T} t$
 $\Rightarrow x = 0.04 \cos \frac{2\pi}{0.2} t$
 $\Rightarrow x = 0.04 \cos 10\pi t$



B ۱۲۸۹

نکته در بازه زمانی که نوسانگر از دامنه $(+A$ یا $-A)$ به سوی مرکز نوسان می رود حرکت تندشونده است.

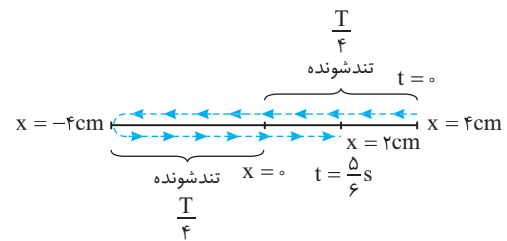
خط فکری شما باید مشخص کنید در بازه زمانی داده شده چه مدت نوسانگر در حال حرکت از $+A$ یا $-A$ به سوی حالت تعادل است.

۱ در $t=0$ و $t=\frac{\Delta}{6}$ مکان نوسانگر را به دست آورده سپس مسیر حرکت را رسم می کنیم.
 $t=0 \Rightarrow x_1 = 0.04\text{m} = 4\text{cm}$

$t=\frac{\Delta}{6} \text{ s} \Rightarrow x = 0.04 \cos(2\pi \times \frac{\Delta}{6}) = 0.04 \cos \frac{\Delta\pi}{3} \Rightarrow x_2 = 0.04 \times \frac{1}{2} = 0.02\text{m}$
 $\Rightarrow x_2 = 2\text{cm}$

۲ دوره را حساب می کنیم:
 $\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow 2\pi = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = 1\text{s}$

۳ اکنون مسیر را رسم می کنیم.



۴ با توجه به شکل در دو بازه $\frac{T}{4}$ یعنی به مدت $\frac{T}{4}$ حرکت تندشونده است.

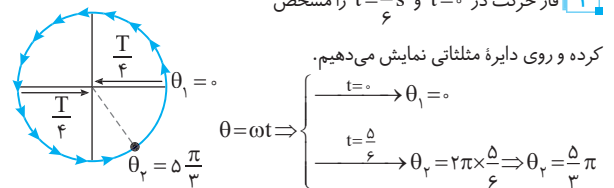
$\Delta t = \frac{T}{4} = \frac{1}{4}\text{s}$

بنابراین در مدت $\frac{T}{4} = \frac{1}{4}\text{s}$ حرکت تندشونده است. اما پرسشی مطرح است ما از کجا متوجه شدیم که متحرک در $t = \frac{\Delta}{6}$ برای بار دوم به مکان $+2\text{cm}$ می رسد. برای پاسخ به این پرسش باید به شناسه تابع کسینوسی (فاز) دقت کنید که با قرار دادن $t = \frac{\Delta}{6}$ مقدار آن $\frac{\Delta\pi}{3} = 2\pi - \frac{\pi}{3}$ شده است که کمانی در ربع چهارم است. بنابراین مسیر رسم شده کاملاً درست است.

روش استفاده از دایره مثلثاتی و فاز حرکت:

۱ فاز حرکت در $t=0$ و $t=\frac{\Delta}{6}$ را مشخص کرده و روی دایره مثلثاتی نمایش می دهیم.
 $\theta_1 = 0$
 $\theta_2 = \omega t \Rightarrow \begin{cases} t=0 \rightarrow \theta_1 = 0 \\ t=\frac{\Delta}{6} \rightarrow \theta_2 = 2\pi \times \frac{\Delta}{6} \Rightarrow \theta_2 = \frac{\Delta}{3}\pi \end{cases}$

از θ_1 به سوی θ_2 می رویم در مدتی که فاز در ربع اول و ربع سوم است. حرکت تندشونده است.



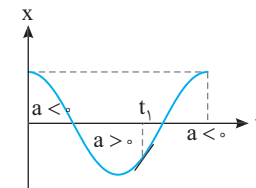
۲ مدت زمانی که حرکت متحرک تندشونده است خواهد شد:

$\Delta t = \frac{T}{4} + \frac{T}{4} = \frac{T}{2} = \frac{1}{2}\text{s}$

A ۱۲۹۰

با توجه به نمودار مکان - زمان در لحظه t_1 مکان منفی است.

یادآوری شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان برابر سرعت لحظه ای است. در لحظه t_1 شیب خط مماس مثبت بوده بنابراین سرعت و تکانه مثبت است.



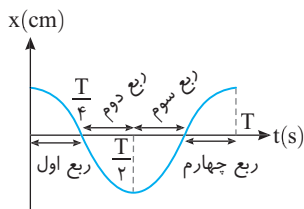
A ۱۲۹۶ ۴

خط فکری مختصات هر نقطه از نمودار باید در معادله $x = A \cos \omega t$ صدق کند. بنابراین معادله حرکت را نوشته به جای زمان $t = \pi/3$ s و به جای مکان $x = -2/5$ cm را قرار دهید. البته باید دقت کنید که در این لحظه نوسانگر برای اولین بار از مکان $-2/5$ cm می‌گذرد.

$$x = A \cos \omega t \Rightarrow -2/5 = 5 \cos \omega t \Rightarrow \cos \omega t = -1/5$$

البته $\cos \alpha = -1/5$ دو جواب دارد، یکی $\frac{2\pi}{3}$ و دیگری $\frac{4\pi}{3}$ است. اما چگونه تشخیص بدهیم که کدام یک را اختیار کنیم؟ برای این منظور به نمودار مکان - زمان حرکت هماهنگ ساده دقت کنید.

در نمودار مکان - زمان تقسیم‌بندی نمودار با توجه به دایره مثلثاتی به صورت روبه‌راست. در شکل مسئله در $\pi/3$ s، کمان در ربع دوم قرار دارد. بنابراین $\omega t = \frac{2\pi}{3}$ قابل قبول است.



با توجه به نمودار $A = 5$ cm است.

$$\omega t = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow \frac{2\pi}{T} \times \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow T = \frac{9}{10} \text{ s} \Rightarrow x = 5 \cos \frac{2\pi}{9} t$$

B ۱۲۹۷ ۳

۱ به کمک $t = \pi/4$ s که روی نمودار مشخص است، دوره قابل محاسبه است.

$$t = \pi/4 = \frac{3T}{4} \Rightarrow T = \pi/6 \text{ s}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{\pi/6} \Rightarrow \omega = 12 \text{ rad/s}$$

۲ بسامد زاویه‌ای را به دست می‌آوریم

$$x = A \cos \omega t \Rightarrow x = 6 \cos \frac{10\pi}{3} t$$

۳ دامنه حرکت برابر $A = 6$ cm بوده و معادله حرکت خواهد شد:

$$x = 6 \cos \frac{10\pi}{3} t \Rightarrow x = 6 \cos \frac{11\pi}{3} \Rightarrow x = 6 \cos(4\pi - \frac{\pi}{3})$$

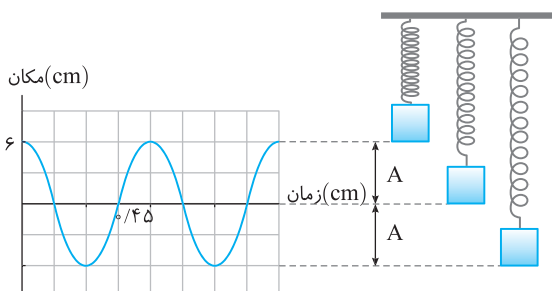
۴ مکان در لحظه $t = 1/15$ را حساب می‌کنیم:

$$x = 6 \cos \frac{10\pi}{3} \times \frac{1}{15} \Rightarrow x = 6 \cos \frac{2\pi}{9} \Rightarrow x = 6 \cos \frac{1}{3} = 3 \text{ cm}$$

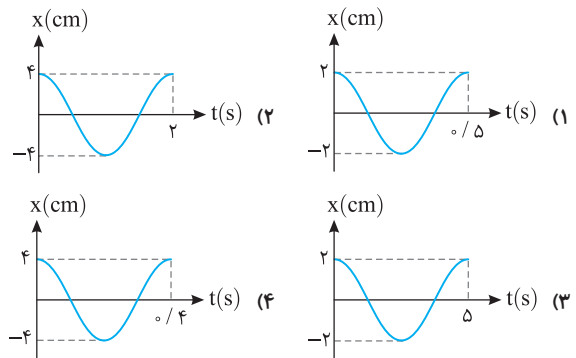
بنابراین نوسانگر در این لحظه در مکان $+3$ cm و در بالای نقطه تعادل قرار دارد.

۵ اما قسمت سخت مسئله در مورد رفتار تندی در این لحظه است. کمان $-\frac{\pi}{3}$ که

در آخر به دست آوریم در ربع چهارم قرار دارد و در ربع چهارم، نوسانگر از حالت تعادل به سوی $+A$ در حرکت بوده و تندی آن در حال کاهش است.



بازی با سؤال معادله مکان - زمان نوسانگری در SI به صورت $x = 0.2 \cos(\frac{2\pi}{\Delta} t)$ می‌باشد. کدام گزینه نمودار مکان - زمان این نوسانگر است؟



پاسخ دوره حرکت را به دست می‌آوریم:

$$x = 0.2 \cos(\frac{2\pi}{\Delta} t) \xrightarrow{\omega = \frac{2\pi \text{ rad/s}}{\Delta}} \frac{2\pi}{\Delta} = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \Delta \text{ s}$$

تنها گزینه‌ای که در آن $T = \Delta$ s است، گزینه (۳) می‌باشد. البته دامنه برابر $A = 0.2 \text{ m} = 2 \text{ cm}$ است.

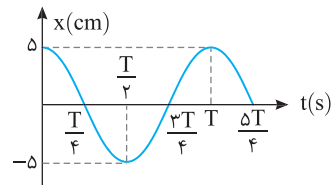
۳ گزینه ۳

A ۱۲۹۴ ۳

یادآوری مسافتی که نوسانگر در هر دوره طی می‌کند، چهار برابر دامنه (۴A) است.

۱ ابتدا با توجه به نمودار دوره را به دست می‌آوریم:

$$\frac{\Delta T}{4} = \Delta \Rightarrow T = 4 \text{ s}$$



۲ در مدت یک دقیقه تعداد دور کاملی که نوسانگر طی می‌کند برابر است با:

$$T = \frac{t}{n} \Rightarrow 4 = \frac{60}{n} \Rightarrow n = 15$$

۳ نوسانگر ۱۵ نوسان انجام داده بنابراین مسافتی که طی می‌کند خواهد شد:

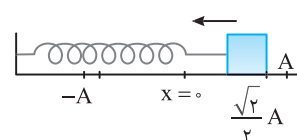
$$\ell = 15 \times (4A) = 15 \times 4 \times (5) \Rightarrow \ell = 300 \text{ cm} = 3 \text{ m}$$

A ۱۲۹۵ ۳

با توجه به نمودار در لحظه t_1 متحرک در مکان مثبت و در حال حرکت به سمت $+A$ می‌باشد. پس مسیر حرکت گزینه (۱) یا گزینه (۳) می‌باشد. مقدار $t = \frac{\sqrt{2}}{8}$ را در

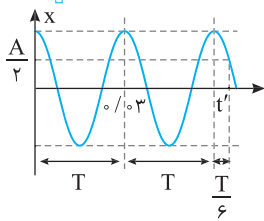
معادله قرار می‌دهیم و مکان نوسانگر را به دست می‌آوریم.

$$x = A \cos \omega t \Rightarrow x = A \cos \frac{2\pi}{T} \times \frac{\sqrt{2}}{8} \Rightarrow x = A \cos \frac{14\pi}{8} \Rightarrow x = A \cos \frac{7\pi}{4} \Rightarrow x = +\frac{\sqrt{2}}{2} A$$



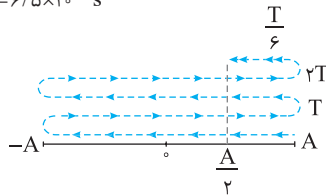
پس گزینه (۳) درست می‌باشد.

۳ ۱۳۰۰ B

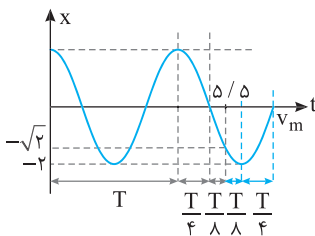


به نمودار دقت کنید. دوره حرکت $T = 0.3s$ است. مسیر حرکت را در بازه $t = 0$ تا t' رسم می‌کنیم. به کمک بازه‌های زمانی شناخته شده مسئله به راحتی حل می‌شود.

$$t' = 2T + \frac{T}{6} \Rightarrow t' = 2 \times 0.3 + \frac{0.3}{6} \Rightarrow t' = 0.6 + \frac{0.1}{2} \Rightarrow t' = 0.65s = 6/10 \times 10^{-2}s$$

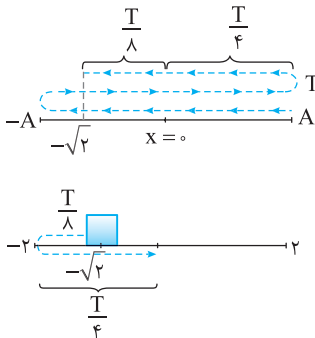


۴ ۱۳۰۱ B



راه حل اول: حل به کمک بازه‌های زمانی شناخته شده مسیر حرکت را مطابق نمودار رسم کرده و بازه‌های زمانی را روی آن می‌نویسیم.

$$T + \frac{T}{4} + \frac{T}{8} = \Delta/\Delta \Rightarrow \frac{\lambda + \lambda/2 + \lambda/4}{\lambda} T = \Delta/\Delta \Rightarrow T = 4s$$



مسیر حرکت را مطابق نمودار رسم کرده و بازه‌های زمانی را روی آن می‌نویسیم. تندی نوسانگر وقتی بیشینه می‌شود که نوسانگر از مرکز نوسان بگذرد. بنابراین مسیر نوسانگر در بازه t_1 تا گذر از حالت تعادل مطابق شکل زیر است.

$$\frac{T}{8} + \frac{T}{4} = \frac{3T}{8} = \frac{3}{8} \times 4 = 1.5s$$

راه حل دوم: حل به کمک معادله مکان - زمان: با توجه به نمودار در $t = \Delta/\Delta s$ نوسانگر برای سومین بار از $x = -\sqrt{2}cm$ عبور می‌کند.

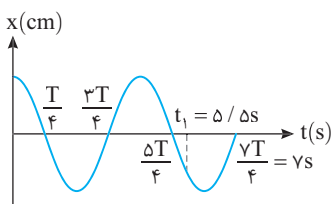
$$x = A \cos \omega t \Rightarrow -\sqrt{2} = 2 \cos \omega t \Rightarrow \cos \omega t = -\frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \omega t = (2k-1)\pi \pm \frac{\pi}{4} \Rightarrow \omega t = \frac{3\pi}{4} \text{ یا } \frac{5\pi}{4} \text{ یا } \frac{11\pi}{4}$$

با توجه به توضیح بالا $\omega t_1 = \frac{11\pi}{4}$ می‌باشد:

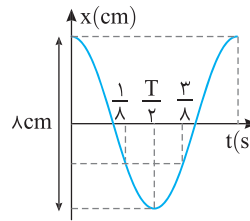
$$\omega \times \Delta/\Delta s = \frac{11\pi}{4} \Rightarrow \omega = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \frac{2\pi}{T} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow T = 4s$$

مطابق نمودار در لحظه $t = \Delta/\Delta s = 1s$ تندی بیشینه است. از این‌رو از $\Delta/\Delta s$ تا $1s$ طول می‌کشد تا تندی بیشینه شود. یعنی:

$$\Delta t = 1 - \Delta/\Delta s = 1/4s$$



۴ ۱۲۹۸ B



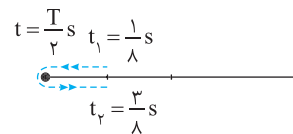
طول مسیر نوسان برابر $4cm$ است. از این رو دامنه حرکت خواهد شد.

$$A = \frac{\lambda}{2} = 4cm$$

در لحظه $t = \frac{3}{8}s$ و $t = \frac{1}{8}s$

مکان نوسانگر یکسان است. با توجه به نمودار $\frac{T}{2}$ وسط این بازه است. بنابراین:

$$\frac{\frac{3}{8} + \frac{1}{8}}{\frac{T}{2}} = \frac{1}{\lambda} \Rightarrow \frac{1}{\frac{T}{2}} = \frac{1}{\lambda} \Rightarrow T = \frac{1}{2}s$$



بسامد زاویه‌ای را به دست می‌آوریم:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{1/2} \Rightarrow \omega = 4\pi \frac{rad}{s}$$

$$x = 0.4 \cos 4\pi t$$

معادله حرکت خواهد شد:

۳ ۱۲۹۹ B

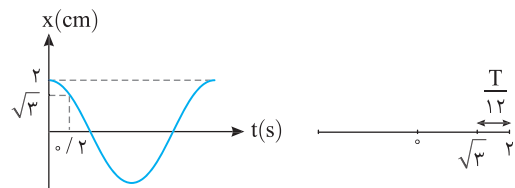
روش استفاده از بازه‌های زمانی

به کمک بازه‌های زمانی شناخته شده و با توجه به اینکه دامنه $A = 2cm$ است و

در لحظه $t = 0.2s$ مکان نوسانگر $x = \sqrt{3}cm = \frac{\sqrt{3}}{2}A$ می‌باشد. یعنی نوسانگر در

مدت $0.2s$ از $+A$ به $+\frac{\sqrt{3}}{2}A$ می‌رود که بازه زمانی این جابه‌جایی برابر $\frac{T}{12}$ است.

از این‌رو: $\frac{T}{12} = 0.2 \Rightarrow T = 2.4s \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{2.4} \Rightarrow \omega = \frac{5\pi}{6} rad/s$



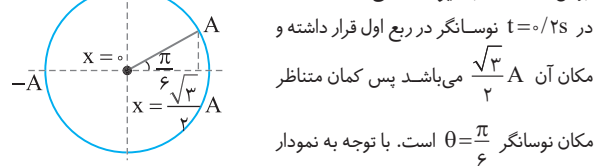
معادله حرکت را می‌نویسیم:

$$x = A \cos \omega t \Rightarrow x = 0.2 \cos \frac{5\pi}{6} t$$

زمان $t = 1s$ را در معادله حرکت قرار داده و مکان را به دست می‌آوریم:

$$x = 0.2 \cos \frac{5\pi}{6} \Rightarrow x = 0.2 \times \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{10}m \Rightarrow x = -\sqrt{3}cm$$

روش استفاده از دایره مثلثاتی



در $t = 0.2s$ نوسانگر در ربع اول قرار داشته و مکان آن $\frac{\sqrt{3}}{2}A$ می‌باشد پس کمان متناظر مکان نوسانگر $\theta = \frac{\pi}{6}$ است. با توجه به نمودار

از $\theta_0 = 0$ تا $\theta_1 = \frac{\pi}{6}$ در مدت $0.2s$ طی می‌شود پس:

$$\theta_1 - \theta_0 = \omega t_1 - \omega t_0 = \omega(\Delta t) = \frac{\pi}{6} \Rightarrow \omega \times \frac{2}{10} = \frac{\pi}{6} \Rightarrow \omega = \frac{5\pi}{6}$$

ادامه حل شبیه قسمت اول است.

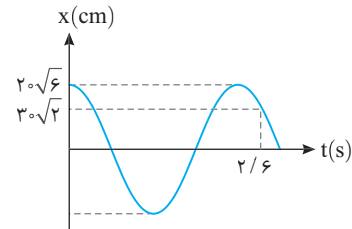
B ۱۳۰۲

خط فکری

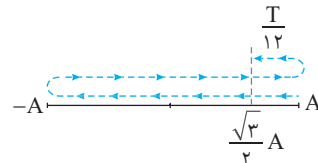
هرگاه دامنه داده شده و مکان در یک لحظه عجیب غریب باشد، شما نسبت $\frac{x}{A}$ را حساب کنید. سپس به سراغ محاسبه دوره بروید.

۱ نسبت $\frac{x}{A}$ را در لحظه $t = 2/6s$ به دست می‌آوریم.

$$\frac{x}{A} = \frac{3\sqrt{2}}{2\sqrt{6}} \Rightarrow \frac{x}{A} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow x = \frac{\sqrt{3}}{2} A$$



۲ مسیر حرکت را رسم کرده بازه‌های زمانی شناخته شده را روی آن می‌نویسیم.

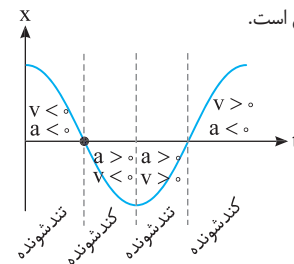


نوسانگر یک نوسان کامل انجام داده (T) سپس به مکان $\frac{\sqrt{3}}{2} A$ رفته که زمان

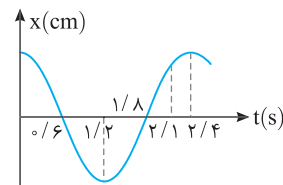
حرکت از $+A$ تا $\frac{\sqrt{3}}{2} A$ ، $\frac{T}{12}$ طول می‌کشد. بنابراین:

$$T + \frac{T}{12} = 2/6 \Rightarrow \frac{13T}{12} = 2/6 \Rightarrow T = 2/4s$$

یادآوری هنگام نزدیک شدن نوسانگر به حالت تعادل حرکت تندشونده و اندازه شتاب در حال کاهش است و هنگام دور شدن نوسانگر از حالت تعادل حرکت کندشونده و شتاب در حال افزایش است.



دوره $2/4s$ به دست آمده است و نمودار مطابق شکل زیر است.



۱ از لحظه صفر تا $0/6s$ و از لحظه $1/2s$ تا $1/8s$ که نوسانگر به حالت تعادل نزدیک می‌شود یعنی جمعاً $1/2s$ حرکت کندشونده و گزاره (الف) درست است.

۲ در بازه 0 تا $0/6s$ و در بازه $1/8s$ تا $2/1s$ شتاب منفی است که جمعاً $0/9s$ خواهد بود و گزاره (ب) نادرست است.

۳ در بازه 0 تا $1/2s$ سرعت منفی است و گزاره (پ) درست است.

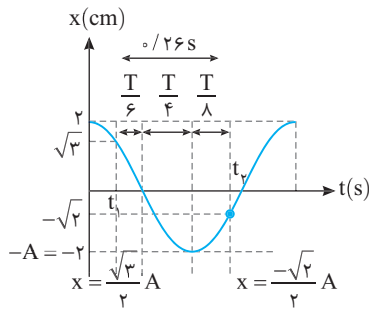
۴ در بازه $0/6s$ تا $1/2s$ ($1/2 - 0/6 = 0/6s$) و در بازه $1/8s$ تا $2/1s$ که نوسانگر به سوی دامنه در حرکت است، اندازه شتاب در حال افزایش است که جمعاً $0/9s$ می‌شود و گزاره (ت) نادرست است.

B ۱۳۰۳

دقت کنید با توجه به اینکه دامنه $A = 2cm$ است، مکان‌های $+\sqrt{3}cm$ و $-\sqrt{2}cm$ به ترتیب برابر $x = +\frac{\sqrt{3}}{2}A$ و $x = -\frac{\sqrt{2}}{2}A$ خواهد بود. بنابراین بازه زمانی $0/26s$ برابر است با:

$$\Delta t = \frac{T}{6} + \frac{T}{4} + \frac{T}{8} = \frac{4T+6T+3T}{24} \Rightarrow 0/26 = \frac{13T}{24} \Rightarrow T = 0/48s$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{0/48} = \frac{25}{6}\pi \Rightarrow x = 0/2 \cos \frac{25\pi}{6} t$$



حل به کمک دایره مثلثاتی و فاز حرکت:

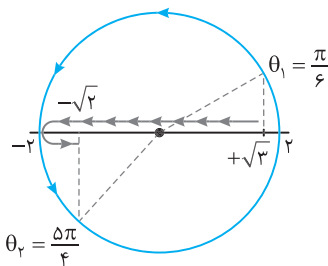
با رسم یک دایره مثلثاتی، کمان معادل مکان‌های $+\sqrt{3}cm$ و $-\sqrt{2}cm$ را روی دایره مشخص می‌کنیم. سپس به کمک آن مسئله را حل می‌کنیم.

$$\omega t_2 - \omega t_1 = \theta_2 - \theta_1 \Rightarrow \omega(\Delta t) = \frac{\Delta\pi}{4} = \frac{\pi}{6} \Rightarrow \omega \left(\frac{26}{100}\right) = \frac{15\pi - 2\pi}{12}$$

$$\Rightarrow \omega = \frac{25\pi}{6} \text{ rad/s}$$

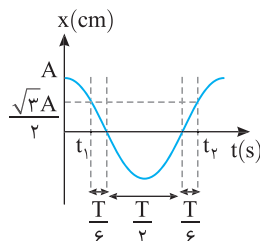
$$x = 0/2 \cos \frac{25\pi}{6} t$$

معادله حرکت خواهد شد:



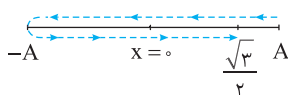
B ۱۳۰۴

کافی است روی نمودار بازه‌های زمانی شناخته شده از t_1 تا t_2 را مشخص کرده با هم جمع کنیم.



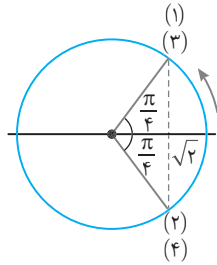
از $\frac{\sqrt{3}}{2} A$ تا $x = 0$ ، $x = 0$ تا $x = -A$ و از $\frac{T}{6}$ تا $x = -A$ ، $x = -A$ تا $x = 0$ و از $\frac{T}{4}$ تا $x = 0$ ، $x = 0$ تا $x = A$ و از $\frac{T}{6}$ تا $x = A$ را مشخص کرده با هم

جمع می‌کنیم. $\frac{T}{6} + \frac{T}{4} + \frac{T}{6} = \frac{5T}{6}$ طول می‌کشد، بنابراین:



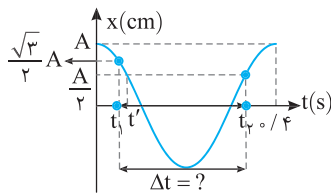
حال زمانی که نوسانگر برای چهارمین بار از $\sqrt{2}\text{cm}$ می‌گذرد را به دست می‌آوریم. نوسانگر در نوسان اولش دو بار از $+\sqrt{2}$ می‌گذرد و چهارمین بار در نوسان دوم رخ می‌دهد یعنی:

$$\omega t' = 2\pi + (2\pi - \frac{\pi}{4}) \Rightarrow \frac{5\pi}{4} \times t' = \frac{15\pi}{4} \Rightarrow t' = 9\text{s}$$



۴ ۱۳۰۶ B

هنگام حرکت نوسانگر از مکان $+\frac{\sqrt{3}}{2}A$ مطابق نمودار برای اولین بار متحرک در لحظه t' از $+\frac{A}{2}$ می‌گذرد اما در مسأله بیان شده بیشینه زمان در مدت یک دوره، بنابراین بار دومی که نوسانگر از مکان $+\frac{A}{2}$ می‌گذرد مورد نظر است.



با توجه به بازه‌های زمانی روی شکل می‌توان نوشت:

$$\Delta t = \frac{T}{6} + \frac{T}{4} + \frac{T}{4} + \frac{T}{12}$$

$$\Rightarrow \Delta t = \frac{2T + 3T + 3T + T}{12}$$

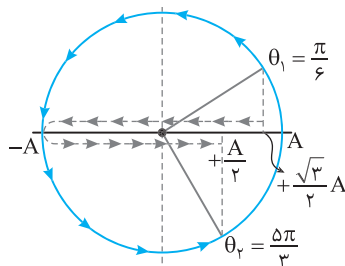
$$\Rightarrow \Delta t = \frac{9T}{4} \xrightarrow{T=4\text{s}} \Delta t = 9\text{s}$$

استفاده از دایره مثلثاتی:

کمان معادل مکان‌های $+\frac{\sqrt{3}}{2}A$ و $+\frac{A}{2}$ را روی دایره مثلثاتی مشخص می‌کنیم.

$$\omega t_p - \omega t_1 = \theta_p - \theta_1 \Rightarrow \frac{2\pi}{T}(t_p - t_1) = \frac{5\pi}{3} - \frac{\pi}{6} \Rightarrow \frac{2\pi}{4} \Delta t = \frac{9\pi}{6}$$

$$\Rightarrow \Delta t = \frac{9\pi}{2} \times \frac{4}{2\pi} \Rightarrow \Delta t = 9\text{s}$$

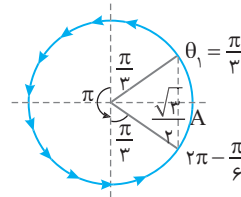


البته با یک تناسب ساده هم می‌توانستیم دوره را حساب کنیم.

2π	$T = 4\text{s}$
$\frac{5\pi}{3} - \frac{\pi}{6}$	Δt

$$\Rightarrow \Delta t = 9\text{s}$$

روش استفاده از دایره مثلثاتی و فاز حرکت ($\theta = \omega t$)



در لحظه‌های t_1 و t_p مکان نوسانگر $\frac{\sqrt{3}}{2}A$ بوده اما t_1 در ربع اول و t_p در ربع چهارم مثلثاتی است. فاز را در لحظه‌های t_1 و t_p روی دایره مشخص می‌کنیم.

در بازه t_1 تا t_p تغییر فاز را روی دایره به دست می‌آوریم:

$$\Delta\theta = \frac{\pi}{3} + \pi + \frac{\pi}{3} = \frac{5\pi}{3}$$

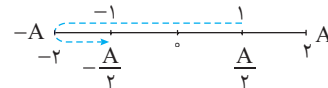
2π	T
$\frac{5\pi}{3}$	Δt

$$\Rightarrow \Delta t = \frac{5\pi}{3} \times \frac{T}{2\pi} \Rightarrow \Delta t = \frac{5T}{6}$$

یک تناسب ساده و حل مسئله:

۳ ۱۳۰۵ B

هرگاه در یک بازه زمانی مکان و سرعت نوسانگر قرینه شود، آن بازه زمانی برابر $\frac{T}{2}$ است.

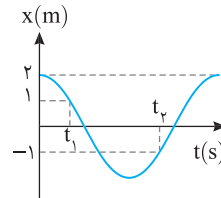


مسیر حرکت از t_1 تا t_p را رسم کنید. کاملاً مشخص است که مکان و سرعت نوسانگر در بازه

t_1 تا t_p قرینه شده است و این یعنی $t_p - t_1 = \frac{T}{2}$ بنابراین $t_p - t_1 = \frac{T}{2}$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{4\text{s}} \Rightarrow \omega = \frac{\pi}{2} \text{ rad/s}$$

بسامد زاویه‌ای را به دست می‌آوریم.



معادله حرکت را می‌نویسیم:

$$x = A \cos \omega t \Rightarrow x = 2 \cos \frac{\pi}{2} t$$

اکنون مشخص می‌کنیم در چه لحظه‌ای نوسانگر برای چهارمین بار از مکان $+\sqrt{2}\text{cm}$ می‌گذرد.

$$+\sqrt{2} = 2 \cos \frac{\pi}{2} t \Rightarrow \cos \frac{\pi}{2} t = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \frac{\pi}{2} t = (2k\pi \pm \frac{\pi}{4})$$

$$\text{بار اول: } \frac{\pi}{2} t = \frac{\pi}{4}, \text{ بار دوم: } \frac{\pi}{2} t = 2\pi - \frac{\pi}{4}, \text{ بار سوم: } \frac{\pi}{2} t = 2\pi + \frac{\pi}{4}$$

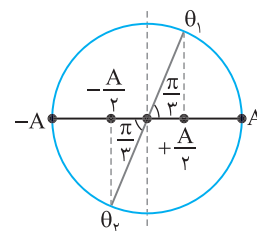
و بار چهارم:

$$\frac{\pi}{2} t = 4\pi - \frac{\pi}{4} \Rightarrow \frac{\pi}{2} t = \frac{15\pi}{4} \Rightarrow t = 9\text{s}$$

روش استفاده از دایره مثلثاتی: کمان متناظر با مکان در t_1 و t_p برابر است با:

$$1 = 2 \cos \theta_1 \xrightarrow{\text{در ربع اول}} \theta_1 = \frac{\pi}{3}$$

$$-1 = 2 \cos \theta_p \xrightarrow{\text{در ربع سوم}} \theta_p = \pi + \frac{\pi}{3}$$



با توجه به دایره مثلثاتی داریم:

$$\theta_p - \theta_1 = \omega t_p - \omega t_1 \Rightarrow \omega(t_p - t_1) = \pi, \omega(2/4) = \pi \Rightarrow \omega = \frac{\pi}{2} \text{ rad/s}$$

B ۱۳۰۷

بنابراین از $t_1 = 0$ تا $t_2 = \frac{11\pi}{6}$ کمان دایره مثلثاتی از $\theta_1 = 0$ به $\theta_2 = \frac{11\pi}{6}$ رسیده است:

$$\theta_2 - \theta_1 = \omega(t_2 - t_1) = \frac{11\pi}{6} \quad t_2 - t_1 = \frac{11\pi}{6\omega}$$

$$\omega = \frac{11\pi}{3} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\frac{11\pi}{3}} \Rightarrow T = \frac{6}{11} \text{ s}$$

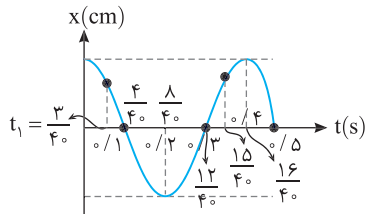
ادامه حل شبیه روش‌های قبلی است.

B ۱۳۰۸

$$\frac{\Delta T}{4} = \frac{0}{\Delta} \Rightarrow T = 0/4 \text{ s}$$

۱ دوره حرکت را به دست می‌آوریم:

۲ اکنون اعداد داده شده را روی نمودار نمایش می‌دهیم.



۳ هرگاه نمودار مکان - زمان حرکت هماهنگ ساده محور زمان را قطع کند ($x=0$) تندی بیشینه است.

۴ در بازه $t_1 = \frac{3}{4} \text{ s}$ تا $t_2 = \frac{15}{4} \text{ s}$ ، نمودار دو بار در لحظه $0/1 \text{ s}$ و $0/3 \text{ s}$ محور

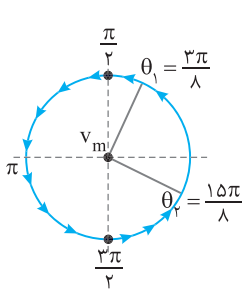
زمان را قطع کرده بنابراین دو بار تندی بیشینه می‌شود.

روش استفاده از دایره مثلثاتی و فاز حرکت ($\theta = \omega t$)

۵ بسامد زاویه‌ای را حساب می‌کنیم:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{0/4} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{0/4} \text{ rad/s}$$

۶ فاز در لحظه t_1 و t_2 را به دست آورده روی دایره نمایش می‌دهیم.



$$\theta = \omega t \Rightarrow \begin{cases} \theta_1 = \frac{2\pi}{0/4} \times \frac{3}{4} = \frac{3\pi}{8} \text{ rad} \\ \theta_2 = \frac{2\pi}{0/4} \times \frac{15}{4} = \frac{15\pi}{8} \text{ rad} \end{cases}$$

۷ از θ_1 در جهت مثلثاتی به سوی

θ_2 می‌رویم. هرگاه از $\frac{\pi}{2}$ و $\frac{3\pi}{2}$ بگذریم

تندی بیشینه است. بنابراین دو بار تندی

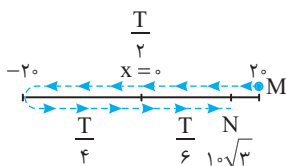
بیشینه می‌شود.

B ۱۳۰۹

۱ مسیر حرکت را رسم کرده و به کمک بازه‌های زمانی شناخته شده، مدت زمان

حرکت از M تا N را به دست می‌آوریم.

$$\Delta t = \frac{T}{2} + \frac{T}{4} + \frac{T}{6} = \frac{11T}{12} \Rightarrow \Delta t = \frac{11 \times 12}{12} = 11 \text{ s}$$



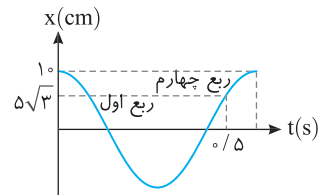
۲ مسافت طی شده را از روی مسیر حرکت حساب می‌کنیم:

$$\ell = 20 + 20 + 20 + 10\sqrt{3} = 60 + 10\sqrt{3} \Rightarrow \ell = 60 + 10 \times 1/7 = 77 \text{ cm}$$

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{77}{11} = 7 \text{ cm/s}$$

۳ تندی متوسط خواهد شد:

راه حل اول: با توجه به شکل در $t = 0/5 \text{ s}$ نوسانگر برای دومین بار از مکان $+5\sqrt{3}$ عبور کرده است و ωt در ربع چهارم مثلثاتی است.



$$x = A \cos \omega t \Rightarrow 5\sqrt{3} = 10 \cos \omega t$$

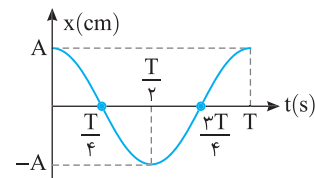
$$\Rightarrow \cos \omega t = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \omega t = 2\pi - \frac{\pi}{6} \Rightarrow \omega t = \frac{11\pi}{6}$$

$$\omega \times 0/5 = \frac{11\pi}{6} \Rightarrow \omega = \frac{11\pi}{3} \xrightarrow{\omega = \frac{2\pi}{T}} \frac{2\pi}{T} = \frac{11\pi}{3} \Rightarrow T = \frac{6}{11} \text{ s}$$

به A و $-A$ نقطه بازگشت گویند، پس با توجه به نمودار روبه‌رو در مدت $\frac{T}{2}$ پس از

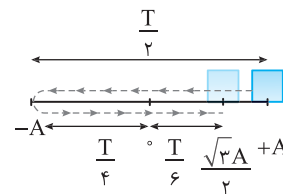
$t = 0$ برای اولین بار به نقطه بازگشت می‌رسیم:

$$\frac{T}{2} = \frac{6}{22} \text{ s} = \frac{3}{11} \text{ s}$$



راه حل دوم: (راه حل مورد علاقه ما) با توجه به بازه‌های زمانی شناخته شده نیز می‌توانیم مسیر حرکت را رسم کرده و به کمک بازه‌های زمانی تست را حل کنیم:

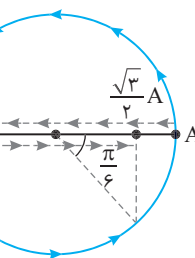
$$\Delta t_{\text{کل}} = \frac{T}{2} + \frac{T}{4} + \frac{T}{6} = \frac{11T}{12} = 0/5 \Rightarrow T = \frac{6}{11} \text{ s}$$



$$\frac{T}{2} = \frac{11}{22} \text{ s} = \frac{3}{11} \text{ s}$$

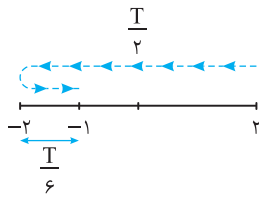
متحرک پس از $\frac{T}{2}$ به نقطه بازگشت خود می‌رسد:

$$\frac{x}{A} = \frac{5\sqrt{3}}{10} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow x = \frac{\sqrt{3}}{2} A$$



حال با توجه به دایره مثلثاتی، فاز حرکت خواهد شد:

$$x = A \cos \omega t \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} A = A \cos \theta \Rightarrow \theta = 2\pi - \frac{\pi}{6} = \frac{11\pi}{6}$$



۳ نوسانگر در مدت $\frac{\Delta t}{3}$ از مکان

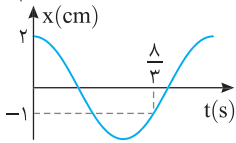
$$x = -1 = -\frac{A}{2} \quad A = 2 \text{ cm}$$

می‌رود. بازه‌های زمانی را روی مسیر نوشته، به کمک آن‌ها دوره را به دست می‌آوریم.

$$\Delta t = \frac{T}{2} + \frac{T}{6} = \frac{\Delta}{3} \Rightarrow \frac{2T}{3} = \frac{\Delta}{3} \Rightarrow T = \frac{\Delta}{2} \text{ s}$$

۴ اندازه سرعت متوسط خواهد شد:

$$|v_{av}| = \frac{|\Delta x|}{\Delta t} = \frac{2\sqrt{2}}{\frac{\Delta}{3}} = 2\sqrt{2} \text{ cm/s} \Rightarrow |v_{av}| = \frac{2\sqrt{2}}{100} = \frac{\sqrt{2}}{50} \text{ m/s}$$



۴ ۱۳۱۳ B

روش بازه زمانی: ۱ ابتدا با توجه به $t = \frac{2}{3} \text{ s}$ مکان x_1 را به دست می‌آوریم:

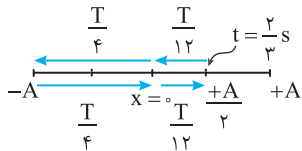
$$x_1 = A \cos \frac{\pi}{2} \times \frac{2}{3} \Rightarrow x_1 = \frac{A}{2}$$

۲ بنابراین در لحظه $t = \frac{2}{3} \text{ s}$ نوسانگر برای اولین بار از $+\frac{A}{2}$ به سمت مرکز عبور

می‌کند و کمینه زمان عبور مجدد از $+\frac{A}{2}$ ، یعنی نوسانگر به نقطه بازگشت $-A$ برود

و سپس به $+\frac{A}{2}$ برگردد، با توجه به بازه‌های زمانی شناخته شده و شکل زیر این بازه

$$\Delta t = \frac{T}{12} + \frac{T}{4} + \frac{T}{4} + \frac{T}{12} \Rightarrow \Delta t = \frac{2T}{3} \quad \text{زمانی را حساب می‌کنیم:}$$



$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \frac{\pi}{2} = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = 4 \text{ s} \quad \text{۳ دوره را به دست می‌آوریم:}$$

$$\Delta t = \frac{2}{3} \times 4 = \frac{8}{3} \text{ s} \quad \text{۴ } \Delta t \text{ را حساب می‌کنیم:}$$

روش استفاده از دایره مثلثاتی و فاز حرکت $(\theta = \omega t)$

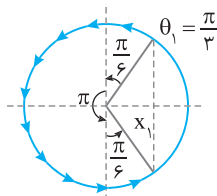
۱ فاز حرکت در مکان x_1 را حساب می‌کنیم و روی دایره مثلثاتی نشان می‌دهیم.

$$\theta = \omega t \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{2} \times \frac{2}{3} \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{3}$$

۲ برای آنکه مجدداً نوسانگر از $x_1 = +\frac{A}{2}$ بگذرد باید فاز آن روی دایره مثلثاتی به

$$\Delta\theta = \frac{\pi}{6} + \pi + \frac{\pi}{6} \Rightarrow \Delta\theta = \frac{4\pi}{3} \quad \text{اندازه روبرو تغییر کند:}$$

$$\Delta\theta = \omega \Delta t \Rightarrow \frac{4\pi}{3} = \frac{\pi}{2} \Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{8}{3} \text{ s} \quad \text{۳ زمان این تغییر فاز را حساب می‌کنیم.}$$



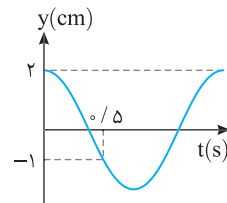
۱ ۱۳۱۰ B

۱ از روی نمودار دامنه حرکت 2 cm است.

۲ با توجه به نمودار در $t = 0 / \Delta s$ برای اولین بار متحرک به مکان -1 cm می‌رسد:

در معادله حرکت زمان را $0 / \Delta s$ و مکان $x = -1 \text{ m}$ قرار می‌دهیم و بسامد زاویه‌ای را حساب می‌کنیم.

$$x = A \cos \omega t \Rightarrow -1 = 2 \cos \omega \left(\frac{1}{2}\right) \Rightarrow \cos \frac{\omega}{2} = -\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{\omega}{2} = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow \omega = \frac{4\pi}{3} \text{ rad/s}$$



$$x = 0 = 2 \cos \frac{4\pi}{3} t \quad \text{۳ معادله حرکت را می‌نویسیم:}$$

۴ مکان را در لحظه $t = 1/2 \Delta s$ به دست می‌آوریم.

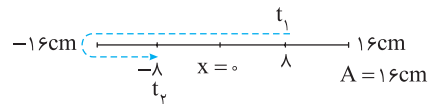
$$x_T = A \cos \omega t \Rightarrow x_T = 2 \cos \left(\frac{4\pi}{3} \times \frac{1}{2}\right) \Rightarrow x_T = 2 \cos \frac{2\pi}{3} = 1 \text{ cm}$$

۵ اکنون می‌توان سرعت متوسط را حساب کرد.

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{1 - (-1)}{1/2 - 0} = \frac{2}{1/2} = \frac{2}{100} = \frac{1}{50} \text{ cm/s}$$

۳ ۱۳۱۱ B

مسیر حرکت را از روی نمودار رسم می‌کنیم. با توجه به نمودار دامنه $A = 16 \text{ cm}$ است.



مسئله ساده‌ای است. جابه‌جایی در بازه t_1 تا t_2 برابر $d = -16 \text{ cm}$ و مسافت طی

$$\ell = 8 + 16 + 8 = 32 \text{ cm}$$

شده برابر است با:

نسبت تندی متوسط به سرعت متوسط خواهد شد:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t}, v_{av} = \frac{d}{\Delta t} \Rightarrow \frac{s_{av}}{v_{av}} = \frac{\ell}{d} = \frac{32}{-16} = -2$$

۳ ۱۳۱۲ C

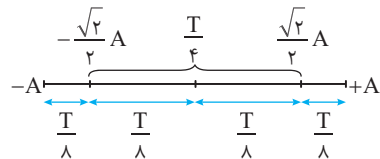
خط فکری: سرعت متوسط در یک بازه زمانی معین هنگامی بیشینه است که

جابه‌جایی در آن بازه بیشینه باشد. جابه‌جایی بیشینه در یک بازه معین در دو طرف نقطه تعادل رخ می‌دهد زیرا در نقطه تعادل سرعت بیشینه است.

بنابراین شما باید با تقسیم بازه زمانی به دو قسمت و یافتن مکان نوسانگر بیشینه جابه‌جایی آن را حساب کرده و سرعت متوسط بیشینه را به دست آورید.

۱ بازه $\frac{T}{4}$ را به دو بازه یکسان $\frac{T}{8}$ در دو طرف نقطه تعادل تقسیم می‌کنیم. با توجه

به بازه‌های زمانی شناخته شده مکان در این بازه به صورت زیر است.



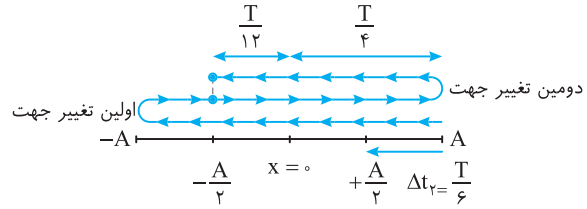
۲ در بازه $\frac{T}{4}$ بیشترین اندازه جابه‌جایی برابر است با:

$$|\Delta x| = \left| -\frac{\sqrt{2}}{2} A - \frac{\sqrt{2}}{2} A \right| = \sqrt{2} A \Rightarrow |\Delta x| = 2\sqrt{2} \text{ cm}$$

B ۱۳۱۴ ۲

خط فکری

شما باید مسیر حرکت را بنا بر صورت مسئله رسم کنید، سپس بازه‌های زمانی را روی شکل بنویسید تا بتوانید بازه‌های زمانی بیان شده در صورت مسئله را مشخص کنید.



۱ زمان حرکت از $+A$ با دو بار تغییر جهت و رسیدن به $-\frac{A}{2}$ خواهد شد:

$$\Delta t_1 = T + \frac{T}{4} + \frac{T}{12} \Rightarrow \Delta t_1 = \frac{16T}{12} = \frac{4T}{3}$$

۲ با توجه به بازه‌های زمانی شناخته شده، زمان حرکت از $+A$ تا $+\frac{A}{2}$ برابر $\Delta t_2 = \frac{T}{6}$ است.

۳ نسبت را به دست می‌آوریم:

$$\frac{\Delta t_1}{\Delta t_2} = \frac{\frac{4T}{3}}{\frac{T}{6}} = 8$$

B ۱۳۱۵ ۳

یادآوری ریاضی

هرگاه $\cos \alpha = \cos \beta$ باشد آنگاه: $\alpha = \beta$ یا $\alpha = 2\pi - \beta$. در لحظه t_1 و t_2 مکان نوسانگر یکسان و برابر $x = -4 \text{ cm}$ است. بنابراین در این دو لحظه معادله حرکت را نوشته و برابر قرار می‌دهیم.

$$x = A \cos \omega t \Rightarrow \begin{cases} t_1 \rightarrow x_1 = A \cos \omega t_1 \\ t_2 = 2t_1 \rightarrow x_2 = A \cos 2\omega t_1 \end{cases} \xrightarrow{x_1 = x_2}$$

$$\cos \omega t_1 = \cos 2\omega t_1 \Rightarrow \omega t_1 = 2\pi - 2\omega t_1 \Rightarrow 3\omega t_1 = 2\pi \Rightarrow \omega t_1 = \frac{2\pi}{3}$$

اکنون به کمک معادله حرکت A را حساب می‌کنیم:

$$x = A \cos \omega t_1 \Rightarrow -4 = A \cos \frac{2\pi}{3} \Rightarrow -4 = A \left(-\frac{1}{2}\right) \Rightarrow A = 8 \text{ cm}$$

C ۱۳۱۶ ۱

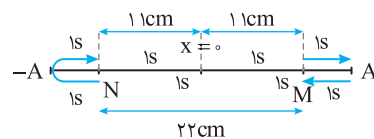
نکته

در حرکت هماهنگ ساده در نقاطی که فاصله آن‌ها از حالت تعادل یکسان است، اندازه سرعت برابر است.

خط فکری

سرعت نوسانگر در نقاط M و N هم‌اندازه است. بنابراین باید فاصله نقاط M و N از حالت تعادل یکسان باشد. اما عبارت «دو بار عبور متوالی» نیز بسیار مهم است و معنی آن این است که نوسانگر از یک نقطه به انتهای مسیر (نقطه بازگشت) برود و برگردد. اکنون با توجه به این مطالب، مسیر را رسم کرده، زمان‌های داده شده در مسئله را روی آن بنویسید و دوره را حساب کنید. سپس به کمک معادله حرکت دامنه را به دست بیاورید.

۱ نقاط M و N را روی شکل در مکان‌های $x_M = 11 \text{ cm}$ و $x_N = -11 \text{ cm}$ مشخص کنید.



۲ از M تا N دو ثانیه طول کشیده، بنابراین از M تا $x=0$ و از N تا $x=0$ نیز 1 s طول می‌کشد.

۳ دو بار عبور متوالی از نقطه N دو ثانیه طول کشیده، یعنی از نقطه N تا نقطه بازگشت 1 s و از نقطه بازگشت تا N نیز 1 s طول می‌کشد.

۴ از M تا N نیز 2 s طول می‌کشد و از M تا A و از A تا M هر یک 1 s طول می‌کشد.

$$T = 1 + 2 + 2 + 2 + 1 = 8 \text{ s}$$

۵ بنابراین دوره خواهد شد:

۶ در لحظه $t = 1 \text{ s}$ نوسانگر از A به M می‌رود، یعنی مکانش در $t = 1 \text{ s}$ برابر $x = 11 \text{ cm}$ است. اکنون دامنه را به دست می‌آوریم:

$$x = A \cos \omega t \Rightarrow 11 = A \cos \frac{2\pi}{8} \times 1 \Rightarrow A = 11\sqrt{2} \text{ cm}$$

C ۱۳۱۷ ۴

خط فکری

باید بررسی کنیم که این معادلات را می‌توانیم به صورت تابع سینوسی یا کسینوسی بنویسیم، زیرا معادله حرکت هماهنگ ساده یک تابع سینوسی است.

$$\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha$$

یادآوری ریاضی

بررسی گزینه (۱):

$$x = A \sin \omega t \cos \omega t \xrightarrow{2 \sin \alpha \cos \alpha = \sin 2\alpha} x = \frac{A}{2} \sin 2\omega t$$

معادله حرکت هماهنگ ساده است.

بررسی گزینه (۳):

$$x = 2A \cos^2 \omega t - A \Rightarrow x = A(2 \cos^2 \omega t - 1) \Rightarrow x = A \cos 2\omega t$$

این نیز معادله حرکت هماهنگ ساده است.

C ۱۳۱۸ ۳

به کمک ریاضی معادله را به صورت $x = A \cos \omega t$ درمی‌آوریم:

$$x = 1 - 2 \sin^2 \omega t \Rightarrow x = \cos^2 \omega t \xrightarrow{\frac{x}{2} = \cos^2 \omega t} \frac{1}{2} = \cos^2 \omega t \Rightarrow 1 = 2 \cos^2 \omega t \Rightarrow \cos^2 \omega t = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow t = \frac{1}{3\omega} \text{ s}$$

پنجره ۲

A ۱۳۱۹ ۳

دوره نوسان دستگاه جرم - فنر از رابطه $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$ به دست می‌آید که در آن m جرم وزنه متصل به فنر و k ثابت فنر است. در این صورت دوره با جذر ثابت فنر نسبت وارون دارد و گزینه (۳) درست است.

A ۱۳۲۰ ۴

دوره حرکت هماهنگ ساده جرم - فنر از رابطه $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$ به دست می‌آید و بسامد

$$f = \frac{1}{T} \Rightarrow f = \frac{1}{2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}} \Rightarrow f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$$

برابر با وارون دوره است. بنابراین:

A ۱۳۲۱ ۱

به کمک رابطه دوره سامانه جرم - فنر، ثابت فنر را به دست می‌آوریم:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow \frac{\pi}{2} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow \frac{1}{16} = \frac{\omega}{k} \Rightarrow k = 8 \text{ N/m}$$

A ۱۳۲۲ ۱

روش اول: دوره نوسان سامانه جرم - فنر برابر است با:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{0.4}{36}} \Rightarrow T = 2\pi \times \frac{1}{3} = \frac{\pi}{3} \text{ s}$$

جسم در هر $\frac{\omega}{2\pi}$ یک نوسان انجام می‌دهد و تعداد نوسان‌ها در 1 s خواهد شد:

$$T = \frac{t}{N} \xrightarrow{\frac{t=1\text{s}}{T=\pi/3}} \frac{1}{\pi/3} = \frac{3}{\pi} \Rightarrow N = 5$$

روش دوم: تعداد نوسان‌ها در مدت 1 ثانیه، همان بسامد نوسان است، پس

$$T = \frac{1}{f} \Rightarrow f = \frac{1}{T} = \frac{1}{\pi/3} = \frac{3}{\pi} \text{ Hz} \Rightarrow N = 5$$

۴ ۱۳۲۷ A

۱ دوره حرکت را به دست می آوریم:

$$T = \frac{t}{N} \Rightarrow T = \frac{60}{30} \Rightarrow T = 2s$$

نکته: دوره نوسان دستگاه جرم - فنر به دامنه بستگی ندارد.

۲ رابطه دوره را در دو حالت نوشته بر هم تقسیم کرده و دوره را در حالت دوم

به دست می آوریم:

$$\frac{T'}{T} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{m'}{k}}}{2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}} \Rightarrow \frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{m'}{m}} \Rightarrow T' = 4s$$

تعداد نوسانات در مدت ۳ دقیقه برابر است با:

$$N' = \frac{t}{T'} \Rightarrow N' = \frac{3 \times 60}{4} \Rightarrow N' = 45 \text{ نوسان}$$

۳ ۱۳۲۸ B

۱ جرم متصل به فنر از ۲kg افزایش یافته:

$$m_2 = m_1 + 2$$

۲ دوره ۵۰٪ زیاد شده:

$$T_2 = T_1 + \frac{50}{100} T_1$$

۳ رابطه دوره را در دو حالت نوشته بر هم تقسیم می کنیم و جرم اولیه را به دست

می آوریم:

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{m_1}{k}}}{2\pi\sqrt{\frac{m_2}{k}}} \Rightarrow \frac{T_1}{T_1 + \frac{50}{100} T_1} = \sqrt{\frac{m_1}{m_1 + 2}}$$

$$\Rightarrow \frac{T_1}{1.5 T_1} = \sqrt{\frac{m_1}{m_1 + 2}} \Rightarrow \frac{2}{3} = \sqrt{\frac{m_1}{m_1 + 2}} \Rightarrow 4m_1 = 3(m_1 + 2)$$

$$\Rightarrow 4m_1 = 3m_1 + 6 \Rightarrow m_1 = 6 \text{ kg}$$

۴ ۱۳۲۹ B

خط فکری ابتدا بسامد را بر حسب m و k بنویسید. سپس در دو حالت رابطه

بسامد را نوشته بر هم تقسیم کنید و یک رابطه بین بسامد دو حالت به دست بیاورید.

یادتان باشد که جرم کاهش یافته و بسامد افزایش می یابد یعنی $f_2 - f_1 = 2/5 \text{ Hz}$

است حال مسئله را حل کنید.

۱ بسامد خواهد شد:

$$f = \frac{1}{T} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow f = \frac{1}{2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}} \Rightarrow f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$$

۲ نسبت بسامدها را به دست می آوریم:

$$\frac{f_2}{f_1} = \frac{\frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m_2}}}{\frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m_1}}} \Rightarrow \frac{f_2}{f_1} = \sqrt{\frac{m_1}{m_2}} \Rightarrow \frac{f_2}{f_1} = \sqrt{\frac{400}{100}} \Rightarrow f_2 = 2f_1$$

۳ اکنون دو معادله و دو مجهول در اختیار دارید و می توانید f_1 را به دست بیاورید.

$$\begin{cases} f_2 - f_1 = 2/5 \\ f_2 = 2f_1 \end{cases} \Rightarrow 2f_1 - f_1 = 2/5 \Rightarrow f_1 = 2/5 \text{ Hz}$$

۴ ثابت فنر را حساب می کنیم:

$$f_1 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m_1}} \Rightarrow 2/5 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{0.4}} \Rightarrow 6/25 = \frac{1}{4\pi^2} \frac{k}{0.4}$$

$$\Rightarrow k = 6/25 \times 4 \times \pi^2 \times 0.4 \Rightarrow k = 100 \text{ N/m} = 1 \text{ N/cm}$$

بازی با سؤال: جسمی به جرم ۴۰۰g به فنری با ثابت ۹۰N/m متصل

است و روی سطح افقی نوسان می کند. این جسم در مدت ۴ دقیقه چند نوسان کامل انجام می دهد؟ ($\pi \approx 3$)

$$300 (4) \quad 30 (3) \quad 600 (2) \quad 60 (1)$$

پاسخ: با توجه به رابطه $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ دوره را به دست می آوریم:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{0.4}{90}} = 2\pi \times \frac{2}{3} = 4/3 \text{ s}$$

حال با توجه به رابطه $T = \frac{t}{N}$ تعداد نوسان کامل در مدت ۴ دقیقه را حساب

$$0.4 = \frac{4 \times 60}{N} \Rightarrow N = 600$$

می کنیم.

گزینه ۲

۱ ۱۳۲۳ A

نکته: دوره نوسان دستگاه جرم - فنر از رابطه $T = 2\pi\sqrt{m/k}$ به دست

می آید و در تمام حالت ها T تنها به جرم و ثابت فنر بستگی دارد. یعنی دوره نوسان

دستگاه جرم فنر در تمام امتدادها، افقی، قائم و سطح شیبدار و در تمام فواصل از سطح

زمین و در تمام سیارات مقدار ثابتی است.

با توجه به نکته بیان شده گزینه (۱) پاسخ درست است.

۴ ۱۳۲۴ A

خط فکری در اغلب مسائلی که نسبت خواسته شده است، روابط مورد نیاز را

نوشته و بر هم تقسیم می کنیم و نسبت های داده شده در مسئله را در آن قرار می دهیم تا

نسبت مورد نظر به دست آید. در این جا نیز رابطه دوره برای A و B نوشته بر هم تقسیم

می کنیم و مسئله را حل می کنیم.

دوره حرکت دستگاه جرم - فنر برابر با $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ است.

$$\begin{cases} T_A = 2\pi\sqrt{\frac{m_A}{k}} \\ T_B = 2\pi\sqrt{\frac{m_B}{k}} \end{cases} \Rightarrow \frac{T_A}{T_B} = \sqrt{\frac{m_A}{m_B}}$$

$$f = \frac{1}{T} \Rightarrow \frac{f_B}{f_A} = \sqrt{\frac{m_A}{m_B}} \Rightarrow f_B = 2f_A \Rightarrow \sqrt{\frac{m_A}{m_B}} = 2 \Rightarrow m_A = 4m_B$$

۳ ۱۳۲۵ A

نکته: هرگاه وزنه را از حالت تعادل کشیده و رها کنیم مقدار کشیدگی برابر دامنه

حرکت است.

نکته: دوره حرکت هماهنگ ساده $T = 2\pi\sqrt{m/k}$ از ویژگی های طبیعی

نوسانگر است و به دامنه بستگی ندارد. البته به شرط آنکه کشیدگی فنر به حدی نباشد

که فنر خاصیت کشسانی خود را از دست بدهد.

در این مسئله جرم و فنرها مشابه بوده بنابراین دوره ها یکسان ($T_A = T_B$) است و

مدت زمانی که نوسانگر از دامنه به حالت تعادل می رسد برابر $\frac{T}{4}$ است از این رو زمان

$$(t_A = t_B = \frac{T}{4})$$

۲ ۱۳۲۶ A

دوره نوسان دستگاه جرم - فنر ($T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$) تنها به جرم وزنه و ثابت فنر بستگی

دارد که هیچ کدام تغییر نکرده است. بنابراین دوره همچنان ۴s است.

A ۲ ۱۳۳۰

خط فکری → دوره نوسان دستگاه جرم - فنر برابر $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ است. فنر در هر

دو حالت یکسان بوده و $k_1 = k_2$ است.

۱ با توجه به دوره در دو حالت مختلف نسبت جرم را به دست می آوریم:

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{m_2}{k}}}{2\pi\sqrt{\frac{m_1}{k}}} \Rightarrow \frac{\sqrt{m_2}}{\sqrt{m_1}} = \frac{9\pi}{\pi} = 3 \Rightarrow \sqrt{\frac{m_2}{m_1}} = 3$$

۲ جرم ثانویه ۱۹۰ گرم کمتر از جرم اولیه است.

$$\frac{9}{10} = \sqrt{\frac{m_1 - 190}{m_1}} \Rightarrow \frac{81}{100} = \frac{m_1 - 190}{m_1} \Rightarrow 81m_1 = 100m_1 - 190 \times 10^3$$

$$\Rightarrow 19m_1 = 190 \times 10^3 \Rightarrow m_1 = 10^4 \text{ g} = 10 \text{ kg}$$

۳ حال با توجه به دوره اولیه، k را به دست می آوریم:

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{m_1}{k}} \Rightarrow \frac{1}{\pi} = 2\pi\sqrt{\frac{10}{k}} \Rightarrow \frac{1}{2\pi} = \sqrt{\frac{10}{k}} \Rightarrow k = 400 \text{ N/m}$$

نکته → برای تبدیل یکای ثابت فنر داریم:

$$\frac{N}{m} \xrightarrow{\div 100} \frac{N}{cm}$$

بنابراین ثابت فنر برابر $400 \text{ N/m} = 4 \text{ N/cm}$ است.

B ۲ ۱۳۳۱

۱ در انتهای مسیر یعنی وقتی که وزنه در دامنه حرکتش است، $\frac{3}{4}$ جرم آن را جدا

کرده ایم. بنابراین بیشینه کشیدگی فنر تغییر نمی کند و دامنه همان مقدار اولیه خواهد بود $A_2/A_1 = 1$.

۲ بسامد با دوره نسبت وارون دارد از این رو:

$$f = \frac{1}{T} \quad T = 2\pi\sqrt{m/k} \rightarrow f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$$

۳ نسبت f_2/f_1 خواهد شد:

$$\frac{f_2}{f_1} = \frac{\frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m_2}}}{\frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m_1}}} = \frac{f_2}{f_1} = \sqrt{\frac{m_1}{m_2}} \quad m_2 = m_1 \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{4} m_1 \rightarrow \frac{f_2}{f_1} = \sqrt{\frac{m_1}{\frac{1}{4} m_1}} = \frac{f_2}{f_1} = 2$$

A ۱ ۱۳۳۲

نکته → بسامد زاویه ای دستگاه جرم - فنر از رابطه $\omega = \sqrt{k/m}$ به دست

می آید که در آن m جرم وزنه و k ثابت فنر است.

با توجه به معادله حرکت $x = 0.2 \cos 50\pi t$ ، بسامد زاویه ای این نوسانگر برابر $\omega = 50\pi \text{ rad/s}$ است. از این رو خواهیم داشت:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad k = 500 \text{ N/m} \rightarrow 50\pi = \sqrt{\frac{500}{m}} \Rightarrow 2500\pi^2 = \frac{500}{m}$$

$$\Rightarrow m = \frac{1}{5\pi^2} \Rightarrow m = \frac{1}{50} \text{ kg} = 20 \text{ g}$$

B ۱ ۱۳۳۳

با توجه به فرض مسئله تغییر شناسه تابع کسینوس (تغییر فاز) نوسانگر (ωt) برابر π است از این رو می توان نوشت:

$$\left. \begin{aligned} t_1 \text{ در } \rightarrow \omega t_1 \\ t_2 \text{ در } \rightarrow \omega t_2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \omega t_2 - \omega t_1 = \omega \Delta t = \pi \Rightarrow \omega \times 0.8 = \pi \Rightarrow \omega = \frac{25}{4} \pi \text{ rad/s}$$

با داشتن بسامد زاویه ای، ثابت فنر را حساب می کنیم:

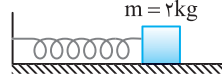
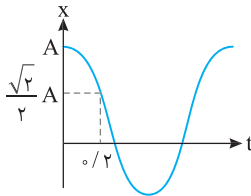
$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow \frac{25}{4} \pi = \sqrt{\frac{k}{0.8}} \Rightarrow \frac{625}{16} \pi^2 = \frac{k}{0.8} \Rightarrow k = 1250 \text{ N/m}$$

B ۲ ۱۳۳۴

راه حل اول: با توجه به معادله مکان - زمان داریم:

$$A \cos \omega t \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} A = A \cos \omega t \Rightarrow \cos \omega t = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow \omega t = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \frac{2\pi}{T} \times 0.2 = \frac{\pi}{4} \Rightarrow T = 1/6 \text{ s}$$

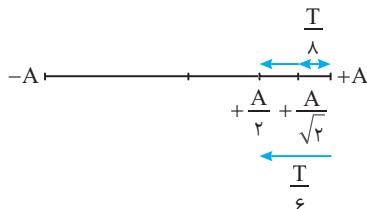


حال با توجه به رابطه $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ داریم:

$$1/6 = 2\pi\sqrt{\frac{2}{k}} \Rightarrow \frac{1}{6\pi} = \sqrt{\frac{2}{k}} \Rightarrow \frac{1}{36\pi^2} = \frac{2}{k} \Rightarrow k = \frac{2\pi^2}{0.64}$$

$$\Rightarrow k = \frac{20}{0.64} = 31.25 \text{ N/m}$$

راه حل دوم: قسمت اول سؤال را می توانستیم به کمک بازه های زمانی شناخته شده به دست آوریم.



نوسانگر در مدت 0.2 s از مکان $+A$ به مکان $+\frac{\sqrt{2}}{2}A$ رفته است که بازه زمانی این

جابه جایی برابر $\frac{T}{8}$ است بنابراین دوره خواهد شد: $\frac{T}{8} = 0.2 \Rightarrow T = 1/6 \text{ s}$

بقیه مراحل شبیه راه حل اول است.

B ۳ ۱۳۳۵

خط فکری → دامنه حرکت در دوره نوسانگر تأثیری ندارد با توجه به شکل دامنه

$A_2 > A_1 > A_2$ است. اما برای بررسی دوره با توجه به اینکه فنرها مشابه هستند $(k_1 = k_2 = k_3)$ ، شما با توجه به جرم وزنه ها باید دوره ها را با هم مقایسه کنید.

دوره در حرکت هماهنگ ساده از رابطه $T = 2\pi\sqrt{m/k}$ به دست می آید و دوره با جرم جرم نسبت مستقیم دارد:

$$m_1 = m_2 = m_3 \Rightarrow T_1 = T_2 = T_3$$

نمودار (الف):

و نمودار (الف) درست است.

$$m_1 < m_2 < m_3 \Rightarrow T_1 < T_2 < T_3$$

نمودار (ب):

نمودار (ب) درست است.

$$m_1 > m_2 > m_3 \Rightarrow T_1 > T_2 > T_3$$

نمودار (پ):

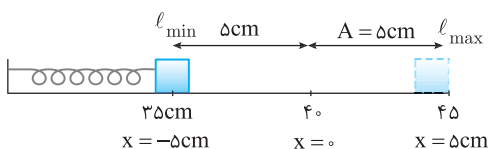
نمودار (پ) نیز درست است.

B ۱ ۱۳۳۶

نکته → تفاضل بیشینه طول فنر l_{\max} و کمینه طول فنر l_{\min} برابر طول

پاره خط مسیر نوسان است. از طرفی طول پاره خط مسیر نوسان دو برابر دامنه حرکت

است بنابراین می توان نوشت: $l_{\max} - l_{\min} = 2A$



۳ بسامد زاویه‌ای سامانه را به دست می‌آوریم:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{250}{1}} = 50 \text{ rad/s}$$

۴ زمان گذر وزنه از مکان $x = -4 \text{ cm}$ برای دومین بار را به کمک معادله حرکت هماهنگ ساده به دست می‌آوریم:

$$x = A \cos \omega t \Rightarrow -4 = 8 \cos 50t \Rightarrow \cos 50t = -\frac{1}{2}$$

برای بار اول $50t = \frac{2\pi}{3}$ و برای دومین بار $50t = \frac{4\pi}{3}$ است از این رو $t = \frac{4\pi}{150} \text{ s}$ جواب

$$t = \frac{4\pi}{150} \frac{\pi \approx 3}{50} \rightarrow t = \frac{4}{50} = 0.08 \text{ s}$$

البته با استفاده از بازه‌های زمانی شناخته شده قسمت ۴ حل مسئله بسیار کوتاه‌تر می‌شد.

از $+A$ تا $-A$ و از $\frac{T}{2}$ تا $\frac{T}{6}$ طول می‌کشد بنابراین:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow 50 = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{50}$$

$$\Delta t = \frac{T}{2} + \frac{T}{6} = \frac{2T}{3} \Rightarrow \Delta t = \frac{2}{3} \times \frac{2\pi}{50} = \frac{\pi}{75} \rightarrow \Delta t = \frac{4}{50} = 0.08 \text{ s}$$

۳ ۱۳۳۹ A

۱ مسافتی که نوسانگر در مدت یک دوره طی می‌کند چهار برابر دامنه

(۴A) و مسافتی که در مدت نیم دوره $\frac{T}{2}$ طی می‌کند دو برابر دامنه (۲A) است.

ابتدا باید دوره حرکت وزنه را حساب کنیم.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \quad m=2 \text{ kg}, k=200 \text{ N/m} \rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{2}{200}}$$

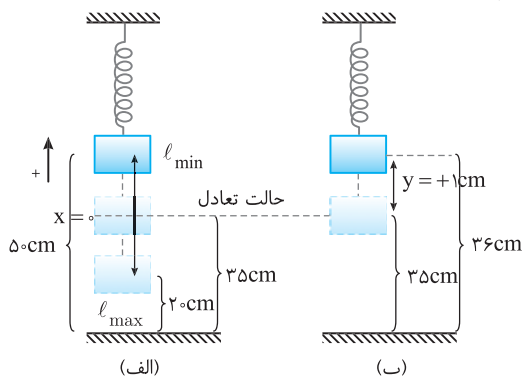
$$\frac{\pi = \sqrt{10}}{10} \rightarrow T = 2 \times \frac{1}{10} \rightarrow T = 0.2 \text{ s}$$

مدت زمانی که بیان شده 0.1 s است و این 0.1 s نصف دوره است و در مدت نیم دوره مسافت طی شده دو برابر دامنه یعنی $\ell = 2 \times 4 = 8 \text{ cm}$ است.

۳ ۱۳۴۰ B

۱ خط فکری با استفاده از کمترین و بیشترین فاصله وزنه از سطح میز، طول پاره خط

مسیر نوسان را حساب کنید و به کمک آن دامنه حرکت را بیابید تا بتوانید فاصله محل تعادل از سطح زمین را مشخص کنید با داشتن فاصله حالت تعادل از سطح زمین، می‌توانید مکان نوسانگر را نسبت به حالت تعادل به دست آورید و در مورد حرکت آن اظهار نظر کنید.



با توجه به شکل (الف)، طول پاره خط مسیر حرکت برابر $50 - 20 = 30 \text{ cm}$ است.

$$A = \frac{30}{2} = 15 \text{ cm}$$

وقتی فاصله نوسانگر از سطح زمین 36 cm است یعنی مکان آن $36 - 35 = 1 \text{ cm}$ بالاتر از حالت تعادل است و چون مکان مثبت است شتاب باید منفی یعنی رو به پایین باشد. اما جهت حرکت مشخص نیست و نوسانگر می‌تواند از این نقطه در حال حرکت رو به بالا یا رو به پایین باشد.

۱ طول مسیر حرکت $45 - 35 = 10 \text{ cm}$ و دامنه حرکت $A = \frac{10}{2}$ است.

۲ بسامد زاویه‌ای خواهد شد:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{400}{1/6}} = \sqrt{\frac{400 \times 6}{1}} = \sqrt{2400}$$

$$\Rightarrow \omega = \frac{20}{\sqrt{6}} \times \sqrt{10} = 5\sqrt{10} \xrightarrow{\sqrt{10} = \pi} \omega = 5\pi \text{ rad/s}$$

۳ معادله حرکت را می‌نویسیم:

۴ مکان را در لحظه‌های $t_1 = 0$ و $t_2 = 1.5 \text{ s}$ به دست می‌آوریم:

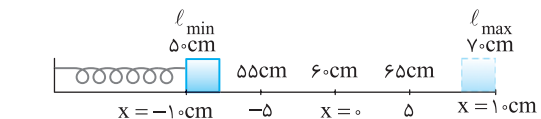
$$\begin{cases} t_1 = 0 \Rightarrow x_1 = +0.5 \text{ m} \\ t_2 = 1.5 \text{ s} \Rightarrow x_2 = -0.5 \text{ m} \end{cases}$$

۵ سرعت متوسط را به دست می‌آوریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-0.5 - 0.5}{1.5 - 0} \Rightarrow v_{av} = \frac{-1}{1.5} \text{ m/s}$$

۴ ۱۳۳۷ B

۱ طول مسیر حرکت را حساب می‌کنیم:



۲ دامنه حرکت نصف طول پاره خط مسیر است:

۳ محل تعادل وسط مسیر با نوسان است. بنابراین وقتی طول فنر 60 cm است

نوسانگر در حال گذر از محل تعادل ($x = 0$) است.

۴ دوره را به دست می‌آوریم:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{5 \times 10^{-2}}{500}} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{100} = \frac{\pi}{50} \text{ s} = \frac{3}{50} = 0.06 \text{ s}$$

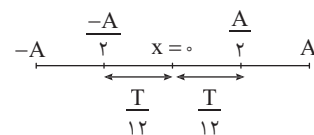
۵ مکان نوسانگر وقتی طول فنر 55 cm است برابر $x = 55 - 60 = -5 \text{ cm}$ و وقتی

طول فنر 65 cm می‌شود مکان نوسانگر $x = 65 - 60 = +5 \text{ cm}$ است.

۶ کمترین زمان حرکت از -5 cm تا $+5 \text{ cm}$ یعنی نوسانگر در مسیر تغییر جهت نداده و مستقیماً از -5 cm به $+5 \text{ cm}$ برود.

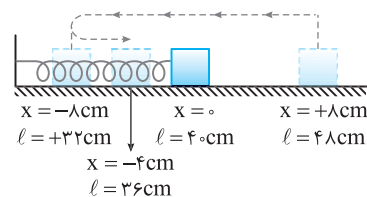
۷ به کمک بازه‌های زمانی شناخته شده زمان حرکت از -5 cm تا $+5 \text{ cm}$ خواهد

$$\Delta t = \frac{T}{12} + \frac{T}{12} = \frac{T}{6} \Rightarrow \Delta t = \frac{0.06}{6} = 0.01 \text{ s}$$



۳ ۱۳۳۸ A

۱ مقدار انحراف از حالت تعادل و رها شدن وزنه برابر دامنه نوسان است.



۱ طول طبیعی فنر 40 cm است وزنه را کشیده تا طول فنر 48 cm شود یعنی طول

فنر 8 cm افزایش باید و وزنه را رها کرده‌ایم از این رو دامنه حرکت $A = 8 \text{ cm}$ می‌شود.

۲ بنابراین وزنه بین $\ell_{min} = 40 - 8 = 32 \text{ cm}$ و $\ell_{max} = 48 \text{ cm}$ در حال نوسان

است. وقتی طول فنر 36 cm است یعنی مکان نوسانگر $x = -4 \text{ cm}$ خواهد بود.

A ۲ ۱۳۴۱

خط فکری

باید به سراغ دینامیک بروید. در حالت تعادل نیروهای وارد بر وزنه متوازن هستند و نیروی خالص وارد بر جسم صفر است. با توجه به این مطلب، می‌توانید ثابت فنر را حساب کرده، سپس دوره را به دست بیاورید. پس از آویزان کردن جسم، فنر ۲cm کشیده شده تا به تعادل برسد.

$$kx = mg \Rightarrow k \times \frac{2}{100} = 20 \Rightarrow k = 1000 \text{ N/m}$$

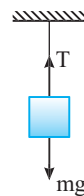
در حالت دوم به فنر وزنه‌ای ۱۰N وصل کرده‌ایم در واقع جرم وزنه برابر ۱kg می‌باشد. $(mg = 10 \text{ N} \Rightarrow m = 1 \text{ kg})$ از این رو دوره خواهد داشت:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{1}{1000}} = 2\pi\sqrt{10^{-3}} = 2\pi \times \frac{1}{\sqrt{1000}} = \frac{2}{\sqrt{1000}} = \frac{1}{\sqrt{250}} = \frac{1}{5\sqrt{10}} \text{ s}$$

B ۱ ۱۳۴۲

خط فکری

از حالت اول که وزنه را به نخ متصل کرده‌ایم می‌توانید جرم وزنه را به دست بیاورید سپس دوره را حساب کرده و تعداد نوسان‌ها را در مدت ۳s حساب کنید. با داشتن تعداد نوسان‌ها مسافت طی شده در مدت ۳s قابل محاسبه است. به حل مسئله می‌پردازیم:



۱. نیروی وزن با نیروی کشش نخ برابر است از این رو:

$$mg = T \Rightarrow mg = 2N \Rightarrow m = 0.2 \text{ kg}$$

۲. با وصل کردن وزنه به فنر، دوره نوسان خواهد شد:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\sqrt{10} \times \frac{1}{\sqrt{1000}} \Rightarrow T = 0.2 \text{ s}$$

۳. تعداد نوسان‌های وزنه در مدت ۳s برابر است با:

زمان	نوسان
۰.۲s	۱ N = 150 (نوسان)
۳s	N = ?

۴. در هر دوره نوسانگر مسافتی برابر $4A = 4 \times 5 = 20 \text{ cm}$ طی می‌کند. بنابراین

$$\text{مسافت طی شده در مدت ۱۵۰ دوره (نوسان) خواهد شد: } \ell = 150 \times \frac{20}{100} = 30 \text{ m}$$

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{30}{3} = 10 \text{ m/s} \quad \text{۵. تندی متوسط را حساب می‌کنیم:}$$

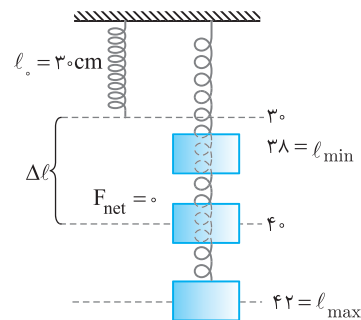
B ۳ ۱۳۴۳

۱

طول پاره‌خط مسیر حرکت را حساب می‌کنیم.

$$\text{طول مسیر} = \ell_{\max} - \ell_{\min} \Rightarrow \text{طول مسیر} = 42 - 38 = 4 \text{ cm}$$

۲. دامنه حرکت نصف مسیر نوسان است $A = \frac{4}{2} = 2 \text{ cm}$



۳. طول فنر در محل تعادل (وسط مسیر) خواهد شد:

$$\text{طول فنر در حالت تعادل} = 38 + 2 = 40 \text{ cm}$$

۴. تغییر طول فنر از حالت طبیعی تا حالت تعادل را به دست می‌آوریم.

$$\Delta \ell = 40 - 30 = 10 \text{ cm}$$

۵. در محل تعادل نیروهای وارد بر وزنه متوازن هستند. بر وزنه دو نیرو، یکی وزن و دیگری نیروی کشسانی فنر وارد می‌شود. بنابراین:

$$F_{\text{net}} = 0 \Rightarrow k\Delta \ell = mg \Rightarrow \frac{m}{k} = \frac{\Delta \ell}{g} = \frac{0.1}{100} = \frac{1}{1000}$$

۶. اکنون در رابطه دوره به جای نسبت $\frac{m}{k}$ می‌توانیم $\frac{1}{1000}$ را قرار داده و دوره را

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{1}{1000}} = \frac{\pi}{5} \text{ s} \quad \text{حساب کنیم.}$$

۷. میانبر: در حرکت سامانه جرم - فنر در امتداد قائم دوره را می‌توان از رابطه $T = 2\pi\sqrt{\Delta \ell / g}$ به دست آورد که در آن $\Delta \ell$ فاصله محل تعادل از طول طبیعی فنر است.

B ۲ ۱۳۴۴

۱. دوره را حساب می‌کنیم: $T = \frac{1}{f} \Rightarrow f = 0.5 \text{ Hz} \Rightarrow T = \frac{1}{0.5} \Rightarrow T = 2 \text{ s}$

۲. اگر تمام کمک‌فنرها را معادل یک فنر فرض کنیم ثابت فنر آن خواهد شد:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow \frac{m}{k} = \frac{T^2}{4\pi^2} = \frac{1000}{4\pi^2} \Rightarrow k = 10^4 \text{ N/m}$$

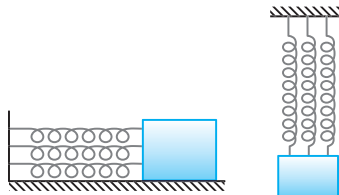
۳. وقتی یک مسافر به جرم ۱۰۰kg سوار ماشین می‌شود، با فرض این که به جای تمام فنرها فنری با ثابت 10^4 N/m وجود دارد. تغییر طول فنر خواهد شد:

$$mg = k\Delta \ell \Rightarrow 100 \times 10 = 10^4 \Delta \ell \Rightarrow \Delta \ell = 0.1 \text{ m} = 10 \text{ cm}$$

بنابراین ماشین ۱۰cm پایین می‌رود.

C ۴ ۱۳۴۵

۱. هرگاه با n فنر مشابه با ثابت k یک وزنه را به دیواره‌ای متصل کنیم و وزنه را به نوسان درآوریم می‌توانیم n فنر را یک فنر با ثابت nk فرض کنیم.



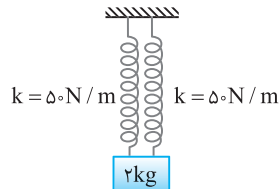
جسم به دو فنر مشابه با ثابت 400 N/m متصل است پس می‌توانیم در نظر بگیریم (مدل‌سازی کنیم) جسم به فنری با ثابت 800 N/m وصل است و دوره را به دست

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{2}{800}} = \frac{\pi}{10} = 0.3 \text{ s} \quad \text{بیاوریم.}$$

با توجه به رابطه $T = \frac{t}{N}$ زمان ۲۰ نوسان کامل خواهد شد. $0.3 = \frac{t}{20} \Rightarrow t = 6 \text{ s}$

برای درک این مدل‌سازی به مثال زیر توجه کنید.

مثال: در شکل روبه‌رو افزایش طول هر فنر چند سانتی‌متر است؟

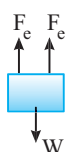


پاسخ: نیروهای وارد بر وزنه را رسم می‌کنیم و نیروی خالص را برابر صفر قرار می‌دهیم:

$$2F_e = W \Rightarrow 2k\Delta \ell = mg \Rightarrow 100 \Delta \ell = 20 \Rightarrow \Delta \ell = 0.2 \text{ m} = 20 \text{ cm}$$

به قسمت ۲k دقت کنید مانند این است که وزنه به یک فنر با ثابت $k' = 2k$ متصل است. در واقع وقتی n فنر با ثابت k را به طور موازی بین

دیوار و وزنه متصل کنیم، می‌تون فنرها را یک فنر با یک ثابت $k' = nk$ در نظر گرفت.



۱ ۱۳۵۲ A

نکته دوره نوسان آونگ ساده به جرم گلوله آن بستگی ندارد و اگر دامنه آن بیش از حد بزرگ نباشد، دوره به دامنه بستگی ندارد.
جرم گلوله m و یا ۳m باشد تأثیری در دوره ندارد. هم چنین زاویه انحراف ۲° یا ۴° نیز نقشی در دوره ندارد. نسبت دوره‌ها را به دست می‌آوریم.

$$\frac{T'}{T} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{\ell'}{g}}}{2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}} = \sqrt{\frac{\ell'}{\ell}} \xrightarrow{\ell' = 4\ell} \frac{T'}{T} = 2 \Rightarrow \frac{f'}{f} = \frac{1}{2}$$

۲ ۱۳۵۳ A

طول آونگ تغییر نکرده از این رو دوره آونگ را در دو محل نوشته و بر هم تقسیم می‌کنیم.

$$\begin{cases} T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g_1}} \Rightarrow T_2 = \sqrt{\frac{g_1}{g_2}} \Rightarrow \frac{5}{4} = \sqrt{\frac{10}{16}} \Rightarrow \frac{25}{16} = \frac{10}{g_2} \Rightarrow g_2 = 6.4 \text{ m/s}^2 \\ T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g_2}} \end{cases}$$

۱ ۱۳۵۴ A

دوره نوسان آونگ از رابطه $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$ به دست می‌آید:

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{\ell_2}{g}}}{2\pi\sqrt{\frac{\ell_1}{g}}} \xrightarrow{\ell_1 = 80 \text{ cm}, T_2 = \frac{T_1}{2}} \frac{1}{2} = \sqrt{\frac{\ell_2}{80}} \Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{\ell_2}{80} \Rightarrow \ell_2 = 20 \text{ cm}$$

بنابراین باید طول آونگ را به اندازه ۸۰-۲۰=۶۰cm کاهش دهیم.

بازی با سؤال دوره آونگ ساده‌ای ۳ ثانیه است. کاهش طول آونگ چه کسری از طول اولیه آونگ شود تا دوره آن یک ثانیه شود؟

$$\frac{1}{9} \quad (۴) \quad \frac{5}{9} \quad (۳) \quad \frac{4}{9} \quad (۲) \quad \frac{3}{9} \quad (۱)$$

پاسخ با توجه به رابطه دوره آونگ طول ثانویه را حساب می‌کنیم.

$$\begin{cases} T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} \Rightarrow \frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{\ell'}{\ell}} \Rightarrow \frac{1}{3} = \sqrt{\frac{\ell'}{\ell}} \Rightarrow \frac{1}{9} = \frac{\ell'}{\ell} \Rightarrow \ell' = \frac{\ell}{9} \\ T' = 2\pi\sqrt{\frac{\ell'}{g}} \end{cases}$$

$$\Delta\ell = \ell - \ell' = \ell - \frac{\ell}{9} = \frac{8}{9}\ell \quad \text{تغییر طول آونگ خواهد شد.}$$

کزینه ۴

۴ ۱۳۵۵ A

دوره آونگ را نوشته و بر هم تقسیم می‌کنیم.

$$\begin{cases} T_1 = \frac{t}{N_1} \Rightarrow \frac{N_2}{N_1} = \frac{T_1}{T_2} \\ T_2 = \frac{t}{N_2} \end{cases} \quad (I)$$

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{\ell_1}{g}}}{2\pi\sqrt{\frac{\ell_2}{g}}} \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{\ell_1}{\ell_2}} \quad (II)$$

از رابطه (I) و (II) نتیجه می‌شود که:

در حالت اول در مدت t، ۴ نوسان کامل و در حالت دوم در همان مدت t، یک نوسان بیشتر یعنی ۵ نوسان کامل انجام داده است بنابراین: $\ell_2 = \frac{16}{25}\ell_1$

$$\frac{\ell_2 - \ell_1}{\ell_1} \times 100 = \frac{-9}{25}\ell_1 \times 100 = -36\% \quad \text{حال درصد تغییرات طول را به دست می‌آوریم.}$$

که علامت منفی نشان دهنده کاهش می‌باشد.

۲ ۱۳۴۶ A

خط فکری فرض می‌کنیم که وزن خودرو و سرنشینانش به‌طور یکنواخت روی چهار فنر خودرو تقسیم می‌شود. در این حالت می‌توانیم چهار فنر مشابه با ثابت k را یک فنر با ثابت k'=4k فرض کرده و مسئله را با یک فنر حل کنیم.
ثابت فنر معادل این چهار فنر خواهد شد:

$$k' = 4k \Rightarrow k' = 4 \times 5 \times 10^3 = 2 \times 10^4 \text{ N/m}$$

بسامد زاویه‌ای برابر است با:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{2 \times 10^4}{1800}} = \sqrt{\frac{10^4}{900}} \Rightarrow \omega = \frac{10}{3} \text{ rad/s}$$

۲ ۱۳۴۷ A

یادآوری دوره آونگ ساده برابر با $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$ است که در آن ℓ طول آونگ و g میدان گرانش در محل است.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} \xrightarrow{\ell = 0.25 \text{ m}, g = \pi^2} T = 2\pi\sqrt{\frac{0.25}{\pi^2}} = 2 \times 0.5 \Rightarrow T = 1 \text{ s}$$

۴ ۱۳۴۸ A

دوره آونگ ساده $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$ است. از این رو:
 $T^2 = 4\pi^2 \frac{\ell}{g} \Rightarrow T^2 \propto \ell$
بنابراین a می‌تواند T^2 باشد.

۲ ۱۳۴۹ A

ابتدا با توجه به اینکه در مدت ۱min آونگ N=۳۰ نوسان کامل انجام داده، دوره حرکت را به دست می‌آوریم:

$$T = \frac{t}{N} \Rightarrow T = \frac{60}{30} \Rightarrow T = 2 \text{ s}$$

رابطه دوره آونگ را نوشته و شتاب گرانش در محل را به دست می‌آوریم:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} \Rightarrow 2 = 2\pi\sqrt{\frac{1/0.1}{g}} \Rightarrow \frac{1}{\pi} = \sqrt{\frac{1/0.1}{g}} \Rightarrow \frac{1}{\pi^2} = \frac{1/0.1}{g} \Rightarrow g = 1/0.1 \pi^2 \approx 10 \text{ m/s}^2$$

بازی با سؤال طول یک آونگ ساده کم‌دامنه چند سانتی‌متر باشد تا بتواند در مدت ۷۲ ثانیه ۴۰ نوسان کامل انجام دهد؟ ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

$$80 \quad (۴) \quad 40 \quad (۳) \quad 16/2 \quad (۲) \quad 81 \quad (۱)$$

پاسخ ابتدا دوره آونگ را به دست می‌آوریم:

$$T = \frac{t}{N} \Rightarrow T = \frac{72}{40} \Rightarrow T = 1.8 \text{ s}$$

اکنون طول آونگ را حساب می‌کنیم.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} \Rightarrow 1.8 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{10}} \Rightarrow 1.8 = 2\sqrt{\ell} \Rightarrow \ell = 0.81 \text{ m} \Rightarrow \ell = 81 \text{ cm}$$

کزینه ۱

۳ ۱۳۵۰ A

نکته در هر دوره نوسانگر (آونگ) دو بار طول مسیر نوسان را طی می‌کند. آونگ در هر دقیقه، ۶۰ بار مسیر AB را طی کرده بنابراین آونگ در هر دقیقه $\frac{60}{2} = 30$ نوسان انجام داده است.

$$T = \frac{t}{N} \Rightarrow T = \frac{60}{30} = 2 \text{ s}$$

دوره را حساب می‌کنیم.

طول آونگ را به دست می‌آوریم.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} \Rightarrow 2 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{10}} \Rightarrow \ell = 1 \text{ m} \Rightarrow \ell = 100 \text{ cm}$$

۲ ۱۳۵۱ A

دوره آونگ ساده به جرم آونگ بستگی ندارد، دوره را در دو حالت نوشته و بر هم تقسیم می‌کنیم.

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{\ell_1}{g}}}{2\pi\sqrt{\frac{\ell_2}{g}}} \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{\ell_1}{\ell_2}} \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{64}{25}} \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \frac{8}{5}$$

۲ طول آونگ جدید خواهد شد:

$$l_2 - l_1 = \frac{6/25g}{4\pi^2} - \frac{2/25g}{4\pi^2} = \frac{4g}{4\pi^2} \Rightarrow l_2 - l_1 = \frac{g}{\pi^2}$$

۳ دوره آونگ جدید را به دست می آوریم.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l_2 - l_1}{g}} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{g}{\pi^2 g}} \Rightarrow T = 2s$$

میانبر هرگاه دو آونگ با طول های l_1 و l_2 به ترتیب دارای دوره T_1 و T_2 و

T_2 باشد، دوره آونگی با طول $l_2 - l_1$ برابر $T = \sqrt{T_2^2 - T_1^2}$ می شود.

B ۱۳۵۹ ۳

۱ با توجه به صورت سؤال دوره یکی از آونگ ها دو برابر دیگری است. بنابراین

می توان به کمک این مطلب یک رابطه بین طول دو آونگ l_1 و l_2 پیدا کرد.

$$T_2 = 2T_1 \Rightarrow 2\pi\sqrt{\frac{l_2}{g}} = 2(2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}}) \Rightarrow l_2 = 4l_1 \quad (I)$$

۲ با توجه به فرض مسئله مجموع l_1 و l_2 برابر طول نخ اولیه یعنی 100cm

می شود.

$$l_2 + l_1 = 100\text{cm} \xrightarrow{(I)} 4l_1 + l_1 = 100\text{cm} \Rightarrow l_1 = 20\text{cm}$$

۳ آونگی که دوره تناوب بیشتری دارد طولش بزرگ تر است. بنابراین:

$$l_2 = 4l_1 \Rightarrow l_2 = 4 \times 20 = 80\text{cm}$$

B ۱۳۶۰ ۳

خط فکری با داشتن بسامد آونگ ها، طول هر آونگ را حساب کنید تا بتوانید طول

آونگی که بسامد آن مجهول (f) است را بیابید.

۱ رابطه بسامد آونگ به صورت زیر است.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \xrightarrow{f = \frac{1}{T}} f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{l}}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} f = 2/5\text{Hz} \rightarrow \frac{2}{5} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{l}} \Rightarrow l = \frac{g}{25\pi^2} \\ f_1 = 1/5\text{Hz} \rightarrow 1/5 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{l_1}} \Rightarrow l_1 = \frac{g}{400\pi^2} \\ f_2 = 5\text{Hz} \rightarrow 5 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{l_2}} \Rightarrow l_2 = \frac{g}{100\pi^2} \end{cases}$$

۲ مجموع طول سه آونگ جدید برابر طول ریسمان آونگ اول است. بنابراین:

$$l = l_1 + l_2 + l_3 \Rightarrow \frac{g}{25\pi^2} = \frac{g}{400\pi^2} + \frac{g}{100\pi^2} + l_3$$

$$\frac{g}{25\pi^2} - \frac{g}{400\pi^2} - \frac{g}{100\pi^2} = l_3 \Rightarrow \frac{16g - g - 4g}{400\pi^2} = l_3 \Rightarrow l_3 = \frac{11g}{400\pi^2}$$

۳ بسامد f را حساب می کنیم.

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{l_3}} \Rightarrow f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{400\pi^2}{11}} \Rightarrow f = \frac{20\pi}{2\pi\sqrt{11}}$$

$$\Rightarrow f = \frac{10}{\sqrt{11}} \Rightarrow f = \frac{10\sqrt{11}}{11}\text{Hz}$$

میانبر اگر دوره آونگ T باشد و آن را به n قسمت تقسیم کنیم و با هر قسمت

یک آونگ با دوره T_1, T_2, \dots, T_n بسازیم، آنگاه خواهیم داشت:

$$T = \sqrt{T_1^2 + T_2^2 + \dots + T_n^2}$$

B ۱۳۵۶ ۴

۱ با توجه به رابطه دوره آونگ داریم:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \xrightarrow{f = \frac{1}{T}} f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{l}}$$

با توجه به رابطه بالا بسامد آونگ به جرم آن بستگی ندارد.

۲ بسامد را در دو حالت نوشته بر هم تقسیم می کنیم و یک معادله برای f_1 و f_2

به دست می آوریم.

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{l_1}}}{\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{l_2}}} \Rightarrow \frac{f_1}{f_2} = \sqrt{\frac{l_2}{l_1}} \xrightarrow{l_2 = 16l_1} \frac{f_1}{f_2} = \sqrt{16} \Rightarrow f_2 = \frac{1}{4}f_1 \quad (I)$$

۳ f_1 بزرگ تر از f_2 بوده و بنا به فرض مسئله خواهیم داشت:

$$f_1 - f_2 = 60\text{Hz} \xrightarrow{(I)} f_1 - \frac{1}{4}f_1 = 60 \Rightarrow \frac{3}{4}f_1 = 60 \Rightarrow f_1 = 80\text{Hz}$$

B ۱۳۵۷ ۳

خط فکری ابتدا با داشتن دوره $T_1 = 3s$ و $T_2 = 4s$ ، طول هر آونگ را بر حسب

g حساب کنید، سپس l_1 را با l_2 جمع کرده و دوره آونگ جدید را به دست بیاورید.

با توجه به رابطه دوره آونگ ($T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$) طول هر آونگ را حساب می کنیم:

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}} \Rightarrow 3 = 2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}} \Rightarrow \sqrt{l_1} = \frac{3\sqrt{g}}{2\pi} \Rightarrow l_1 = \frac{9g}{4\pi^2}$$

$$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l_2}{g}} \Rightarrow 4 = 2\pi\sqrt{\frac{l_2}{g}} \Rightarrow \sqrt{l_2} = \frac{4\sqrt{g}}{2\pi} \Rightarrow l_2 = \frac{16g}{4\pi^2}$$

حال رابطه دوره آونگ را برای آونگ با طول $l_1 + l_2$ می نویسیم:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l_1 + l_2}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{9g}{4\pi^2} + \frac{16g}{4\pi^2}}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{25g}{4\pi^2 g}} = 2\pi\sqrt{\frac{25}{4\pi^2}} = 2\pi \times \frac{5}{2\pi} = 5s$$

میانبر اگر دو آونگ با طول های l_1 و l_2 به ترتیب با دوره های T_1 و T_2

در اختیار داشته باشیم دوره آونگی که طول ریسمان آن $l_1 + l_2$ است از رابطه

$$T = \sqrt{T_1^2 + T_2^2}$$

اثبات میانبر:

$$\begin{cases} T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}} \Rightarrow T_1^2 = 4\pi^2 \frac{l_1}{g} \\ T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l_2}{g}} \Rightarrow T_2^2 = 4\pi^2 \frac{l_2}{g} \end{cases} \xrightarrow{\text{دو رابطه را با هم جمع می کنیم}} T_1^2 + T_2^2 = 4\pi^2 \left(\frac{l_1}{g} + \frac{l_2}{g} \right)$$

$$\Rightarrow T_1^2 + T_2^2 = 4\pi^2 \left(\frac{l_1 + l_2}{g} \right) \Rightarrow \sqrt{T_1^2 + T_2^2} = 2\pi\sqrt{\frac{l_1 + l_2}{g}}$$

از طرفی دوره آونگی به طول $l_1 + l_2$ برابر $2\pi\sqrt{\frac{l_1 + l_2}{g}}$ است. بنابراین خواهیم

$$T = \sqrt{T_1^2 + T_2^2}$$

داشت:

B ۱۳۵۸ ۱

۱ طول هر آونگ را حساب می کنیم.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \Rightarrow \begin{cases} T_1 = 1/5s \rightarrow 1/5 = 2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}} \Rightarrow l_1 = \frac{2/25g}{4\pi^2} \\ T_2 = 2/5s \rightarrow 2/5 = 2\pi\sqrt{\frac{l_2}{g}} \Rightarrow l_2 = \frac{6/25g}{4\pi^2} \end{cases}$$

با توجه به شکل و تشابه مثلث‌های OPQ و OMN. خواهیم داشت:

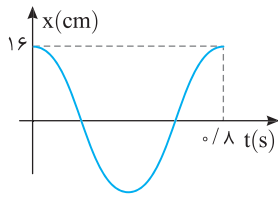
$$\frac{MN}{PQ} = \frac{\ell_2}{\ell_1} = 4 \Rightarrow MN = 4PQ \xrightarrow[\text{دامنه است}]{\text{طول مسیر دو برابر}} A_2 = 4A_1$$

بنابراین دامنهٔ آونگ جدید خواهد شد:

$$A_2 = 4 \times 4 = 16 \text{ cm}$$

دورهٔ آونگ $\omega/4\pi$ است. دورهٔ آونگ جدید را حساب می‌کنیم.

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{\ell_2}{g}}}{2\pi\sqrt{\frac{\ell_1}{g}}} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{\ell_2}{\ell_1}} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{4\ell_1}{\ell_1}} \Rightarrow T_2 = 2T_1 = 2 \times 0.8 \text{ s} = 1.6 \text{ s}$$



از این رو نمودار به شکل روبه‌روست و گزینهٔ (۲) درست است.

۲ ۱۳۶۱ B

خط فکری

طول آونگ از ما خواسته شده. دورهٔ آونگ دو برابر دورهٔ نوسان جرم - فنر است. جرم و ثابت فنر را داریم. بنابراین شما ابتدا دورهٔ سامانهٔ جرم - فنر را بیابید، سپس آن را دو برابر کرده دورهٔ آونگ را به دست آورده و از آنجا طول آونگ را حساب کنید.

۱. دورهٔ سامانهٔ جرم - فنر را حساب می‌کنیم.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \xrightarrow[m = 0.5 \text{ kg}]{k = 112/5 \text{ N/m}} T = 2\pi\sqrt{\frac{0.5}{112/5}} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{1}{224}} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\sqrt{224}} \Rightarrow T = \frac{\pi}{\sqrt{56}} \Rightarrow T = \frac{\pi}{2\sqrt{14}} \Rightarrow T = \frac{\pi}{2\sqrt{14}} \text{ s}$$

۲. دورهٔ آونگ دو برابر T است.

$$T' = 2T = 2 \times \frac{\pi}{2\sqrt{14}} \Rightarrow T' = \frac{\pi}{\sqrt{14}} \text{ s}$$

۳. طول آونگ را به دست می‌آوریم.

$$T' = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} \Rightarrow \frac{\pi}{\sqrt{14}} = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{10}} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{14}} = 2\sqrt{\frac{\ell}{10}} \Rightarrow \frac{1}{2\sqrt{14}} = \sqrt{\frac{\ell}{10}} \Rightarrow \frac{1}{4 \times 14} = \frac{\ell}{10} \Rightarrow \ell = \frac{10}{56} \text{ m} = \frac{5}{28} \text{ m} = 0.1785 \text{ m} = 17.85 \text{ cm}$$

۴ ۱۳۶۲ B

خط فکری

کافی است از روی معادلهٔ حرکت $x = 0.04 \cos \frac{\pi}{3} t$ ، بسامد زاویه‌ای ω را مشخص کرده و به کمک رابطهٔ $\omega = \sqrt{g/\ell}$ طول آونگ را به دست آورد.

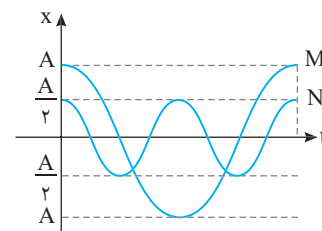
بسامد زاویه‌ای این آونگ $\omega = \frac{\pi \text{ rad}}{3 \text{ s}}$ است، بنابراین:

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{\ell}} \Rightarrow \frac{\pi}{3} = \sqrt{\frac{g}{\ell}} \Rightarrow \frac{\pi^2}{9} = \frac{g}{\ell} \Rightarrow \ell = \frac{9g}{\pi^2} \Rightarrow \ell = 9 \text{ m}$$

۳ ۱۳۶۳ B

دامنهٔ آونگ در دوره آن تأثیری ندارد. به نمودار دقت کنید. دوره نوسان آونگ M دو برابر دوره نوسان آونگ N است. بنابراین دوره آونگ را نوشته و رابطه ℓ_M با ℓ_N را به دست می‌آوریم.

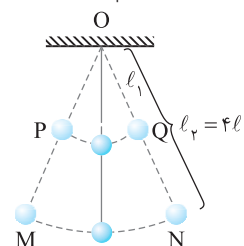
$$T_M = 2T_N \Rightarrow 2\pi\sqrt{\frac{\ell_M}{g}} = 2(2\pi\sqrt{\frac{\ell_N}{g}}) \Rightarrow \ell_M = 4\ell_N$$



۲ ۱۳۶۴ B

خط فکری

حرکت را از روی شکل به کمک هندسه و مثلثات به دست بیاورید. سپس دورهٔ جدید آونگ را به دست بیاورید تا مشخص شود کدام نمودار درست است.



۳ ۱۳۶۵ A

نسبت دورهٔ آونگ‌ها را به دست می‌آوریم.

$$\frac{T_B}{T_A} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{\ell_B}{g}}}{2\pi\sqrt{\frac{\ell_A}{g}}} \Rightarrow \frac{T_B}{T_A} = \sqrt{\frac{\ell_B}{\ell_A}} \xrightarrow[\ell_A = 40 \text{ cm}]{\ell_B = 20 \text{ cm}} \frac{T_B}{T_A} = \sqrt{\frac{20}{40}} = \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow T_B = \frac{T_A}{\sqrt{2}} \Rightarrow T_B = \frac{3}{\sqrt{2}} \text{ s} \quad (I)$$

نسبت تعداد نوسان‌ها در یک مدت معین را حساب می‌کنیم.

$$\frac{T_B}{T_A} = \frac{t}{N_B} \Rightarrow \frac{T_B}{T_A} = \frac{N_A}{N_B} \xrightarrow[N_B = 9]{N_A = 6} \frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{N_A}{9} \Rightarrow N_A = \frac{27}{\sqrt{2}} \approx 19 \text{ نوسان}$$

۴ ۱۳۶۶ B

دورهٔ آونگ ساده برابر با $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$ است. از طرفی به ازای هر ۵ نوسان آونگ A.

آونگ B، ۳ نوسان می‌کند، در این صورت:

$$1. \text{ نسبت دوره‌ها را از روی تعداد نوسان‌های دو آونگ به دست می‌آوریم.} \\ \begin{cases} T_A = \frac{t}{N_A} \Rightarrow \frac{T_A}{T_B} = \frac{N_B}{N_A} \Rightarrow \frac{T_A}{T_B} = \frac{3}{5} \\ T_B = \frac{t}{N_B} \end{cases} \quad (I)$$

۲. نسبت دوره‌ها بر حسب طول آونگ‌ها خواهد شد.

$$\begin{cases} T_A = 2\pi\sqrt{\frac{\ell_A}{g}} \Rightarrow \frac{T_A}{T_B} = \sqrt{\frac{\ell_A}{\ell_B}} \\ T_B = 2\pi\sqrt{\frac{\ell_B}{g}} \end{cases} \quad (II)$$

۳. از رابطهٔ (I) در رابطهٔ (II) جای‌گذاری کرده و نسبت طول‌ها را به دست می‌آوریم.

$$\frac{3}{5} = \sqrt{\frac{\ell_A}{\ell_B}} \Rightarrow \frac{\ell_A}{\ell_B} = \frac{9}{25} \Rightarrow \ell_B = \frac{25}{9} \ell_A$$

۴. با توجه به فرض مسئله ($\ell_B - \ell_A = 48 \text{ cm}$) اکنون می‌توان ℓ_A را به دست آورد.

$$\frac{25}{9} \ell_A - \ell_A = 48 \Rightarrow \frac{16}{9} \ell_A = 48 \Rightarrow \ell_A = \frac{48 \times 9}{16} = 27 \text{ cm}$$

۲ اکنون می‌توان نسبت دوره‌ها را به دست آورد.

$$\begin{cases} T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} \\ T' = 2\pi\sqrt{\frac{\ell'}{g'}} \end{cases} \Rightarrow \frac{T}{T'} = \sqrt{\frac{\ell}{\ell'}} \times \sqrt{\frac{g'}{g}} \Rightarrow \frac{T}{T'} = \sqrt{\frac{9\ell}{\ell}} \times \sqrt{\frac{4}{1}} \Rightarrow \frac{T}{T'} = 3 \times 2 \Rightarrow T' = \frac{T}{6}$$

۴ ۱۳۷۰ B

وقتی حالت بی‌وزنی وجود دارد، اگر آونگ ساعت را منحرف کنیم به جای اول باز نمی‌گردد یعنی اصولاً آونگ نوسان نمی‌کند در نتیجه ساعت آونگ‌دار نیز که عقربه‌هایش در اثر نوسان آونگ حرکت می‌کنند، کار نخواهد کرد.

۱ ۱۳۷۱ A

دوره حرکت آونگ $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$ و دوره نوسان دستگاه جرم-فنر $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ است. در این صورت دوره آونگ به شتاب گرانش (g) بستگی دارد اما دوره نوسان دستگاه جرم-فنر به شتاب گرانش (g) بستگی ندارد. بنابراین با دور شدن از سطح زمین و کاهش شتاب گرانش ($g = G \frac{M}{r^2}$) دوره حرکت آونگ افزایش می‌یابد اما دوره حرکت دستگاه جرم-فنر ثابت می‌ماند.

۴ ۱۳۷۲ B

یادآوری هرگاه دمای یک ریسمان یا میله فلزی با طول اولیه ℓ_1 و ضریب انبساط طولی α به اندازه $\Delta\theta$ افزایش یابد، طول ثانویه آن خواهد شد $\ell_2 = \ell_1(1 + \alpha\Delta\theta)$. دوره آونگ را در دو حالت نوشته بر هم تقسیم می‌کنیم.

$$\begin{cases} T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell_1}{g}} \\ T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell_2}{g}} \end{cases} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{\ell_2}{\ell_1}} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{\ell_1(1 + \alpha\Delta\theta)}{\ell_1}} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{1 + \alpha\Delta\theta}$$

دمای اولیه $^{\circ}\text{C}$ بوده و دمای نهایی θ است، از این رو $\Delta\theta = \theta$ بنابراین:

$$\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{1 + \alpha\theta}$$

۱ ۱۳۷۳ A

نکته هرگاه دوره آونگ ساعت آونگ‌دار افزایش یابد، ساعت کندتر کار کرده و عقب می‌ماند و هرگاه دوره کاهش یابد ساعت تندتر کار کرده و جلو می‌افتد.

نکته شتاب گرانش g در استوا از بقیه نقاط دیگر سطح زمین کمتر است.

اگر ساعت را از تهران به استوا ببریم با توجه به اینکه در استوا شتاب گرانش از بقیه نقاط سطح کره زمین کمتر است، دوره نوسان آونگ افزایش می‌یابد ($T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$) و ساعت کندتر کار کرده و عقب می‌ماند. بنابراین گزاره (الف) درست است. با افزایش دما، طول آونگ فلزی افزایش می‌یابد و دوره آونگ افزایش یافته و ساعت عقب می‌ماند بنابراین گزاره (ب) نیز درست است.

۲ ۱۳۷۴ C

دوره آونگ $2s$ بوده و $2s$ دوره کاهش می‌یابد، در این صورت دوره $T' = 2 - 0.2 = 1.8s$ و باعث می‌شود ساعت تندتر کار کند و جلو بیفتد. یعنی در هر $1.8s$ ساعت $0.2s$ جلو می‌افتد. با توجه به این مطلب می‌توان جلو افتادن ساعت در مدت $24h$ با یک تناسب ساده به دست می‌آید.

$1.8s$	$0.2s$	$\Rightarrow x = \frac{\Delta}{3} h = 160 \text{ min}$
$24h$	x	

۴ ۱۳۶۷ B

خط فکری اگر بسامد آونگی را که طولش بلندتر است f_1 و بسامد دیگری را f_2 بنامیم، چون دوره آونگ $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$ با جذر طول نسبت مستقیم دارد بنابراین آونگ بلندتر، دوره‌اش بیشتر و در نتیجه بسامد آن کوچک‌تر است ($f \propto \frac{1}{T}$) یعنی $f_1 < f_2$ است، بنابراین نسبت $\frac{f_1}{f_2} = \frac{0.9}{1}$ است. حال مسئله را حل می‌کنیم.

نسبت دوره‌ها را به کمک نسبت بسامدها به دست می‌آوریم.

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow \frac{f_1}{f_2} = \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow \frac{0.9}{1} = \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow T_2 = 0.9T_1 \quad (I)$$

آونگی که طول کوتاه‌تری دارد و بسامدش بیشتر است تعداد نوسانات آن در یک مدت معین بیشتر است بنابراین:

$$N_2 = N_1 + 3$$

۳ از رابطه $N = \frac{t}{T}$ می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} \frac{54}{T_2} &= \frac{54}{T_1} + 3 \Rightarrow \frac{54T_1 - 54T_2}{T_1T_2} = 3 \Rightarrow 18(T_1 - T_2) = T_1T_2 \\ \frac{T_2}{T_1} &= 0.9 \Rightarrow 18(T_1 - 0.9T_1) = 0.9T_1T_1 \\ \Rightarrow 18(0.1T_1) &= 0.9T_1^2 \Rightarrow T_1 = \frac{1.8}{0.9} = 2s \end{aligned}$$

بازر، با سؤال دو آونگ ساده A و B را با هم با دامنه کم به نوسان درمی‌آوریم. پس از گذشت ۲ دقیقه و ۲۴ ثانیه آونگ B، ۱۰ نوسان کامل از آونگ A جلو می‌افتد. اگر زمان نوسان کامل آونگ A برابر با $\frac{1}{8}$ ثانیه باشد، دوره آونگ B چند ثانیه می‌باشد؟

$$1) \frac{1}{2} \quad 2) \frac{1}{4} \quad 3) \frac{1}{6} \quad 4) \frac{1}{8}$$

پاسخ آونگ B در مدت ۲ دقیقه و ۲۴ ثانیه یعنی در مدت $144s$ از آونگ A، ۱۰ نوسان جلو افتاده است بنابراین می‌توانیم بنویسیم:

$$N_B = N_A + 10 \Rightarrow \frac{t}{T_B} = \frac{t}{T_A} + 10$$

$$\frac{t=144s}{T_B} = \frac{144}{1/8} + 10 \Rightarrow \frac{144}{T_B} = 80 + 10 \Rightarrow T_B = \frac{144}{90} = 1.6s$$

گزینه ۳

۳ ۱۳۶۸ B

نکته میدان گرانش در استوا کمترین مقدار و در قطبها بیشترین مقدار است، در واقع زمین کره کامل نیست و شعاع استوایی زمین از شعاع قطبی آن بیشتر است و هرچه از استوا به سمت قطبها برویم، g در حال افزایش است.

اگر از استوا به مدار 45° جغرافیایی برویم یعنی از استوا به سوی قطب برویم، g افزایش می‌یابد و دوره آونگ ($T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$) کمی کوچک‌تر می‌شود.

۲ ۱۳۶۹ B

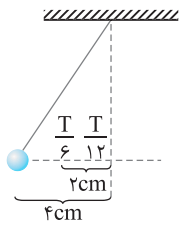
خط فکری ابتدا میدان گرانش در ارتفاع R_e (R_e شعاع کره زمین) از سطح

زمین را به دست بیاورید، سپس به سراغ به دست آوردن دوره بروید.

۱ شتاب گرانش در هر نقطه برابر $g = GM/R^2$ است که R فاصله از مرکز زمین است، بنابراین:

$$\left. \begin{aligned} \text{در سطح زمین: } g_e &= G \frac{M}{R_e^2} \\ \text{در ارتفاع } R_e: g' &= G \frac{M}{(R_e + R_e)^2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{g'}{g} = \frac{G \frac{M}{4R_e^2}}{G \frac{M}{R_e^2}} \Rightarrow \frac{g'}{g} = \frac{1}{4}$$

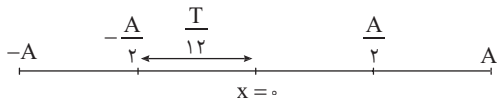
۴ ۱۳۷۸ C



۱. بیشترین انحراف آونگ از راستای قائم همان دامنه نوسان آونگ است، بنابراین دامنه نوسان $A=4\text{cm}$ است.
۲. مکان 2cm یعنی:

$$\frac{x}{A} = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{A}{2}$$

با دوری بازه زمانی که طول می کشد تا نوسانگر از مکان $\frac{A}{2}$ به مرکز نوسان برسد برابر $\frac{T}{12}$ است.



۳. با توجه به فرض مسئله دوره را حساب می کنیم:

$$\frac{T}{12} = \frac{1}{4} \Rightarrow T = 3\text{s}$$

۴. طول آونگ را به دست می آوریم.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} \Rightarrow 3 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} \Rightarrow \ell = \frac{9}{4}\text{m}$$

بنابراین طول نخ برابر $\frac{9}{4} \times 100 = 225\text{cm}$ می باشد.

۴ ۱۳۷۹ A

دوره آونگ به مقدار انحراف آن بستگی ندارد، بنابراین وقتی انحراف آن را از 3° به 5° تغییر می دهیم، دوره تغییری نمی کند و گزینه (۱) و (۲) نادرست است.
تندی گلوله آونگ هنگام گذر از راستای قائم (حالت تعادل) بیشینه و برابر $v_m = A\omega$ است، بسامد زاویه ای در دو حالت برابر است (طول آونگ ها برابر است)، اما دامنه در حالت دوم بزرگ تر بوده و تندی آونگ در حالت دوم بزرگ تر است بنابراین گزینه (۳) نادرست و گزینه (۴) درست است.

۱ ۱۳۸۰ B

خط فکری باید به سراغ کار و انرژی برویم و ابتدا به کمک پایستگی انرژی مکانیکی، طول آونگ را به دست بیاورید، سپس با داشتن طول آونگ، دوره را حساب کرد.

۱. پایین ترین نقطه مسیر حرکت را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی فرض می کنیم.

۲. ارتفاع گلوله آونگ را وقتی 60° منحرف می شود برحسب طول آونگ حساب می کنیم:

$$h = \ell - \ell \cos 60^\circ \Rightarrow h = \ell - \frac{\ell}{2} \Rightarrow h = \frac{\ell}{2}$$

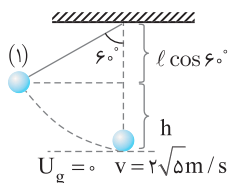
۳. پایستگی انرژی مکانیکی را می نویسیم:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow U_1 + K_1 = U_2 + K_2 \Rightarrow mgh + 0 = 0 + \frac{1}{2}mv^2$$

$$gh = \frac{1}{2}v^2 \Rightarrow 10 \times \left(\frac{\ell}{2}\right) = \frac{1}{2}(2\sqrt{5})^2 \Rightarrow \ell = 2\text{m}$$

۴. دوره آونگ را حساب می کنیم:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} \xrightarrow{\pi^2 = g} T = 2\sqrt{2}\text{s}$$



۳ ۱۳۷۵ B

دوره آونگ ساده $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$ است و در سطح کره ماه دوره آونگ طولانی تر می شود و دوره در سطح کره ماه خواهد شد:

$$\frac{T_p}{T_z} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g_p}}}{2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g_z}}} = \sqrt{\frac{g_z}{g_p}} \Rightarrow \frac{T_p}{T_z} = \sqrt{\frac{g_z}{\frac{1}{6}g_z}} = \sqrt{6} \Rightarrow T_p = \sqrt{6}T_z$$

چرخش عقربه های ساعت آونگ دار به کمک نوسان آونگ صورت می گیرد. دوره چرخش عقربه ساعت شمار در سطح زمین ۱۲ ساعت است، بنابراین دوره چرخش عقربه ساعت شمار در سطح کره ماه برابر است با:
 $12 \times \sqrt{6} = 12 \times 2.45 = 29.4\text{h}$

۲ ۱۳۷۶ B

۱. طول آونگ را در حالت اول به دست می آوریم:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} \Rightarrow 2 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} \Rightarrow 1 = \pi^2 \left(\frac{\ell}{g}\right) \Rightarrow \ell = 1\text{m}$$

۲. بنابراین طول آونگ جدید برابر است با $\ell' = 100 - 19 = 81\text{cm}$ و دوره آونگ جدید ساعت برابر خواهد شد با:

$$T' = 2\pi\sqrt{\frac{\ell'}{g}} \Rightarrow T' = 2\pi\sqrt{\frac{0.81}{g}} \Rightarrow T' = 1.8\text{s}$$

۳. در مدت $1/8\text{s}$ ساعت به اندازه $2 - 1/8 = 1.875\text{s}$ جلو می افتد. پس در مدت یک شبانه روز (86400s) مقدار مدتی که جلو می افتد برابر است با:

$1/8$	1.875
86400	Δt

$$\Rightarrow \Delta t = 9600\text{s} = 40\text{ دقیقه و } 2\text{ ساعت}$$

۲ ۱۳۷۷ C

خط فکری باید در حل این مسئله به کمک چگالی و جرم سیاره، شتاب گرانش در سطح سیاره را برحسب شتاب گرانش در سطح زمین به دست بیاورید. سپس دوره آونگ را در سطح سیاره حساب کنید تا بتوانید مقدار عقب افتادگی یا جلو افتادگی ساعت را بیابید.
۱. با توجه به فرض مسئله خواهیم داشت:

$$\rho_p = 3\rho_e \Rightarrow \frac{M_p}{V_p} = 3 \frac{M_e}{V_e} \xrightarrow{M_p = 4M_e} V_e = 8V_p$$

$$\frac{V = \frac{4}{3}\pi R^3}{\frac{4}{3}\pi R_p^3} \Rightarrow R_e = 2R_p$$

۲. اکنون با داشتن نسبت جرم ها و نسبت شعاع ها نسبت میدان گرانش در سطح سیاره (g_p) به میدان گرانش در سطح زمین (g_e) را حساب می کنیم.

$$\begin{cases} g_p = G \frac{M_p}{R_p^2} \\ g_e = G \frac{M_e}{R_e^2} \end{cases} \Rightarrow \frac{g_p}{g_e} = \frac{M_p}{M_e} \times \frac{R_e^2}{R_p^2} = 4 \times 4 = 16 \Rightarrow g_p = 16g_e$$

۳. دوره آونگ در سطح زمین ۲s است. دوره را در سطح سیاره به دست می آوریم.

$$\begin{cases} T_p = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g_p}} \\ T_e = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g_e}} \end{cases} \Rightarrow \frac{T_p}{T_e} = \sqrt{\frac{g_e}{g_p}} \Rightarrow \frac{T_p}{2} = \sqrt{\frac{1}{16}} \Rightarrow T_p = \frac{1}{2}\text{s}$$

۴. دوره آونگ ساعت کوتاه شده است، بنابراین ساعت تندتر کار می کند و جلو می افتد. ساعت هر $1/5\text{s}$ را به اشتباه 2s نشان می دهد یعنی در هر $1/5\text{s}$ ساعت $1/5\text{s}$ جلو می افتد. در مدت یک شبانه روز یعنی ۲۴ ساعت:

$1/5\text{s}$	2s
24h	Δt

$$\Rightarrow \Delta t = 24\text{h}$$

B ۱۳۸۱

خط فکری

در حرکت هماهنگ ساده هرگاه نوسانگر به حالت تعادل (مرکز نوسان) نزدیک می‌شود تندی‌اش افزایش می‌یابد. بنابراین در حل این مسئله باید مشخص کنیم که وقتی طول فنر 60cm و 65cm است، فاصله آن از مرکز نوسان چند سانتی‌متر است و هر کدام که به مرکز نوسان نزدیک‌تر باشد تندی در آن نقطه بیشتر است.

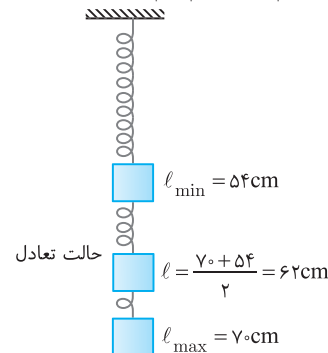
یادآوری: حرکت هماهنگ ساده، یک حرکت روی خط راست در دو طرف یک نقطه در وسط مسیر است.

۱. طول فنر را در حالتی که وزنه از مرکز نوسان (وسط مسیرش) می‌گذرد به دست می‌آوریم:

$$\ell = \frac{y_0 + \Delta f}{\gamma} = 62\text{cm}$$

حالت تعادل

۲. متحرک (نوسانگر) در 60cm در فاصله $62 - 60 = 2\text{cm}$ مرکز نوسان قرار دارد و در 65cm در فاصله $65 - 62 = 3\text{cm}$ مرکز قرار دارد و می‌دانیم که تندی متحرک در مرکز نوسان بیشینه است و با دور شدن از مرکز نوسان تندی کاهش می‌یابد. از این رو تندی s_1 بزرگ‌تر از تندی s_2 است. ($s_1 > s_2$)



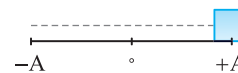
C ۱۳۸۲

خط فکری

تندی متوسط $\frac{2A\omega}{\pi}$ است. تندی متوسط را برحسب دامنه A و دوره T به دست می‌آوریم. سپس برای تک‌تک گزینه‌ها تندی را حساب کرده و با هم مقایسه می‌کنیم.

۱. با توجه به رابطه $\omega = \frac{2\pi}{T}$ خواهیم داشت:

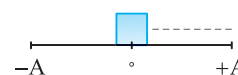
$$s_{av} = \frac{2A\omega}{\pi} \xrightarrow{\omega = \frac{2\pi}{T}} s_{av} = \frac{2A}{\pi} \left(\frac{2\pi}{T} \right) \Rightarrow s_{av} = \frac{4A}{T}$$



۲. در بازه صفر تا $\frac{T}{4}$ یعنی در مدت نصف دوره، نوسانگر از $+A$ تا $-A$ حرکت می‌کند: $s_{av} = \frac{2A}{\frac{T}{2}} = \frac{4A}{T}$ و گزینه (۱) درست است.

۳. در بازه صفر تا T یعنی در مدت یک دوره، نوسانگر مسافت $4A$ را طی می‌کند. پس تندی متوسط برابر است با: $s_{av} = \frac{4A}{T}$ و گزینه (۲) درست است.

۴. همچنین در بازه $\frac{3T}{4}$ تا T نوسانگر از مکان $x_1 = A \cos\left(\frac{3\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}A$ تا $x_2 = +A$ جابه‌جا می‌شود:

$$s_{av} = \frac{A - (-\frac{\sqrt{2}}{2}A)}{T - \frac{3T}{4}} = \frac{4A}{T}$$


پس در هر سه گزینه تندی متوسط برابر $\frac{4A}{T} = \frac{2A\omega}{\pi}$ است.

C ۱۳۸۳

نکته: هرگاه نوسانگر در حال نزدیک شدن به حالت تعادل باشد، اندازه شتاب در حال کاهش است.

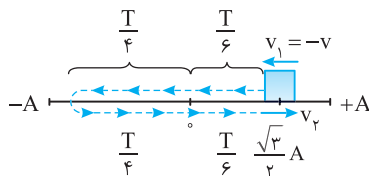
خط فکری: باید در حل مسئله به تک‌تک عبارتها و اطلاعات مسئله دقت کرد.

مکان در لحظه t_1 مثبت ($x = +\frac{\sqrt{3}}{2}A$) بوده و شتاب در حال کاهش است، یعنی نوسانگر به مرکز نوسان نزدیک شده و سرعت آن منفی است ($v_1 = -v$). عبارت «برای

اولین بار مجدداً نوسانگر از مکان $\frac{\sqrt{3}}{2}A$ بگذرد» یعنی نوسانگر به نقطه بازگشت $(-A)$ برود و از آن نقطه برگردد. در این صورت وقتی به مکان $\frac{\sqrt{3}}{2}A$ می‌رسد،

سرعت آن مثبت است ($v_2 = v$). اکنون مسیر را رسم کنید و به کمک بازه‌های زمانی شناخته شده بازه زمانی حرکت را بیابید تا بتوانید اندازه شتاب متوسط را به دست بیاورید.

۱. مسیر را مطابق شکل زیر رسم می‌کنیم:



۲. بازه زمانی کل مسیر خواهد شد:

$$\Delta t = 2\left(\frac{T}{6}\right) + 2\left(\frac{T}{4}\right) = \frac{T}{3} + \frac{T}{2} = \frac{5T}{6}$$

۳. شتاب متوسط را حساب می‌کنیم:

$$a_{av} = \frac{v_2 - v_1}{\Delta t} \Rightarrow a_{av} = \frac{v - (-v)}{\frac{5T}{6}} \Rightarrow a_{av} = \frac{12v}{5T}$$

C ۱۳۸۴

خط فکری

تکانه برابر $\vec{P} = m\vec{v}$ است، پس تکانه و سرعت هم‌جهت‌اند و می‌دانیم که نیرو نیز با شتاب هم‌جهت است ($\vec{F} = m\vec{a}$). بنابراین در لحظاتی که تکانه و نیرو هم‌جهت هستند، سرعت و شتاب نیز هم‌جهت بوده و حرکت تندشونده است. می‌دانیم هنگامی که نوسانگر در حال نزدیک شدن به مرکز تعادل است، اندازه سرعت در حال افزایش و حرکت تندشونده است. بنابراین شما باید مشخص کنید که در بازه $t_1 = 0.05\text{s}$ تا $t_2 = 0.25\text{s}$ نوسانگر از کجا به کجا رفته و چه مدت در حال نزدیک شدن به مرکز نوسان است.

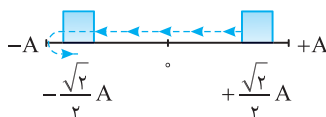
راه حل اول: دوره را به دست می‌آوریم:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \Delta\pi = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = 0.4\text{s}$$

بازه $t = 0.05\text{s}$ تا $t = 0.25\text{s}$ در یک دوره قرار می‌گیرد. مکان متحرک در لحظه‌های داده شده را به دست آورده و مسیر حرکت را رسم می‌کنیم.

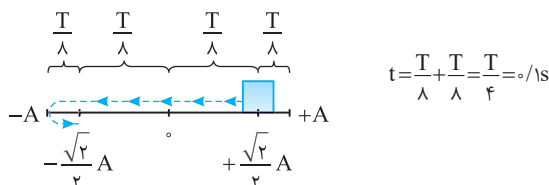
$$t_1 = 0.05\text{s} \Rightarrow x_1 = A \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}A, \quad t_2 = 0.25\text{s}$$

$$\Rightarrow x_2 = A \cos\left(\frac{3\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}A$$



حال با توجه به بازه‌های شناخته شده داریم:

از $\frac{\sqrt{2}}{2}A$ تا $-A$ و از $-A$ تا $-\frac{\sqrt{2}}{2}A$ حرکت تندشونده است. بنابراین



۲ معادله حرکت نوسانگر اول را می نویسیم.

$$x = A \cos \omega t \Rightarrow x_1 = A \cos \pi t$$

۳ بسامد زاویه‌ای نوسانگر دوم را به دست آورده و معادله حرکت آن را می نویسیم.

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \xrightarrow{T_1=6s} \omega_1 = \frac{2\pi}{6} \Rightarrow \omega_1 = \frac{\pi}{3} \text{ rad/s}$$

$$x = A \cos \omega t \Rightarrow x_2 = A \cos \frac{\pi}{3} t$$

۴ دو معادله را برابر قرار می دهیم.

$$x_1 = x_2 \Rightarrow A \cos \pi t = A \cos \frac{\pi}{3} t \Rightarrow \cos \pi t = \cos \frac{\pi}{3} t$$

$$\cos \alpha = \cos \beta \Rightarrow \alpha = \beta \text{ یا } \alpha = 2\pi - \beta$$

یادآوری ریاضی

$$\pi t = 2\pi - \frac{\pi}{3} t \Rightarrow \frac{4\pi}{3} t = 2\pi \Rightarrow t = \frac{3}{2} s = 1.5 s$$

۵ حال با جای گذاری $t = 1.5 s$ در x_1 یا x_2 مکان نوسانگرها را به دست

$$x_1 = A \cos \pi t \Rightarrow x_1 = A \cos \frac{3\pi}{2} \Rightarrow x_1 = 0$$

می آوریم:

۱۳۸۷ C

یادآوری مکان نوسانگر یعنی فاصله نوسانگر از مبدأ (حالت تعادل).

در $t = 1 s$ فاصله نوسانگر از حالت تعادلش $x_1 = A - b$ است. بنابراین خواهیم داشت:

$$x = A \cos \omega t \xrightarrow{t=1s} A - b = A \cos \omega \Rightarrow \cos \omega = \frac{A - b}{A}$$

در $t = 2s$ مکان نوسانگر برابر $x_2 = A - (b + c)$ می شود. از این رو می توان نوشت:

$$x = A \cos \omega t \xrightarrow{t=2s} A - b - c = A \cos 2\omega \Rightarrow \cos 2\omega = \frac{A - b - c}{A}$$

$$\cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$$

یادآوری ریاضی

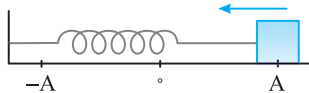
$$\cos 2\omega = 2 \cos^2 \omega - 1 \Rightarrow \frac{A - b - c}{A} = 2 \left(\frac{A - b}{A} \right)^2 - 1$$

$$\Rightarrow \frac{A - b - c}{A} = \frac{2A^2 - 4Ab + 2b^2 - A^2}{A^2}$$

$$\Rightarrow A^2 - Ab - Ac = A^2 - 4Ab + 2b^2 \Rightarrow 3Ab - Ac = 2b^2 \Rightarrow A = \frac{2b^2}{3b - c}$$

۱۳۸۸ B

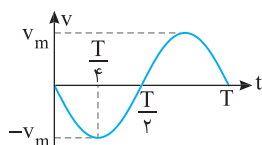
متحرک از $x = +A$ رها شده پس در لحظه $t = 0$ سرعت متحرک صفر می باشد و پس از رها شدن مطابق شکل نوسانگر در خلاف جهت محور x ها شروع به حرکت می کند و سرعت متحرک ابتدا منفی است.



یعنی نمودار باید در مدت $\frac{T}{4}$ که نوسانگر از A به $-A$ می رود، زیر محور زمان باشد.

البته در $\frac{T}{4}$ تندی بیشینه است و در برگشت از $-A$ به $+A$ سرعت مثبت و باید

نمودار بالای محور زمان باشد. بنابراین نمودار سرعت زمان به شکل روبه روست و گزینه (۴) درست است.



راه حل دوم: در $t = 0.5 s$ کمان دایره مثلثاتی (فاز) متناظر با $\theta_1 = \omega t_1 = \frac{\pi}{4}$ و در

$t = 0.25 s$ کمان دایره مثلثاتی متناظر با $\theta_2 = \omega t_2 = \frac{\pi}{6}$ است و در دایره مثلثاتی

زیر در دو کمان θ_1 تا $\frac{\pi}{4}$ و θ_2 تا π نوسانگر در حال نزدیک شدن به مرکز تعادل

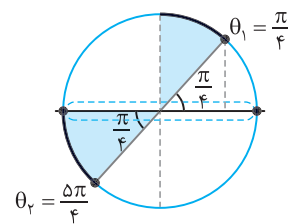
$x = 0$ است و تندی آن در حال افزایش است. پس در این بازه‌ها

حرکت تندشونده است و داریم:

$$\frac{\pi}{4} - \theta_1 = \omega \Delta t_1 \Rightarrow \frac{\pi}{4} = \Delta \pi \Delta t_1 \Rightarrow \Delta t_1 = \frac{1}{\pi} s \Rightarrow \Delta t_1 = 0.318 s$$

$$\theta_2 - \pi = \omega \Delta t_2 \Rightarrow \frac{\pi}{6} - \pi = \Delta \pi \Delta t_2 \Rightarrow \Delta t_2 = \frac{1}{\pi} s \Rightarrow \Delta t_2 = 0.318 s$$

پس به مدت $\Delta t_1 + \Delta t_2 = 0.636 s$ حرکت نوسانگر تندشونده است.



۱۳۸۵ B

هر دو متحرک در فاصله $\frac{A}{4}$ از نقطه تعادل قرار دارند و یکی از نوسانگرها در حال حرکت

به سمت نقطه تعادل بوده و نوسانگر دیگر در حال حرکت به سمت انتهای مسیر است.

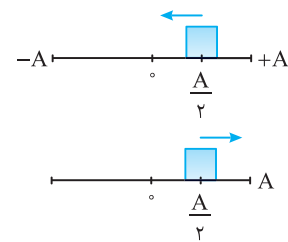
در معادله حرکت $x = A \cos \omega t$ به جای x را $\frac{A}{4}$ را قرار می دهیم و ωt را در هر

حالت به دست می آوریم:

$$\frac{A}{4} = A \cos \omega t_1 \xrightarrow[\text{ربع اول}]{\text{در حال حرکت به سمت مرکز}} \cos \omega t_1 = \frac{1}{4} \Rightarrow \omega t_1 = \frac{\pi}{3}$$

$$\frac{A}{4} = A \cos \omega t_2 \xrightarrow[\text{ربع چهارم}]{\text{در حال حرکت به سمت انتهای مسیر}} \cos \omega t_2 = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \omega t_2 = 2\pi - \frac{\pi}{3} = \frac{5\pi}{3}$$



بنابراین اختلاف شناسه تابع کسینوسی (اختلاف فاز) خواهد شد:

$$\Delta \theta = \omega t_2 - \omega t_1 = \frac{5\pi}{3} - \frac{\pi}{3} = \frac{4\pi}{3}$$

۱۳۸۶ B

خط فکری

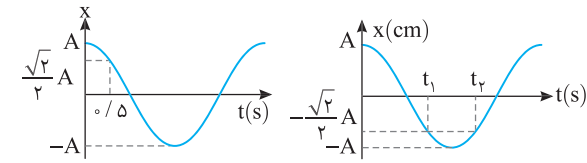
در حرکت شناسی یاد گرفتیم که هرگاه لحظه رسیدن دو به متحرک به

هم را از ما خواسته باشند، باید معادله حرکت هر دو متحرک را نوشته و با هم برابر قرار

دهیم. پس شما هم همین کار را بکنید.

۱ بسامد زاویه‌ای نوسانگر اول خواهد شد:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \xrightarrow{T_1=2s} \omega_1 = \frac{2\pi}{2} \Rightarrow \omega_1 = \pi \text{ rad/s}$$



با توجه به اینکه نوسانگر در t_1 و t_2 دو بار پشت سر هم از $-\frac{\sqrt{2}}{2}A$ عبور کرده پس

دو حالت داریم:

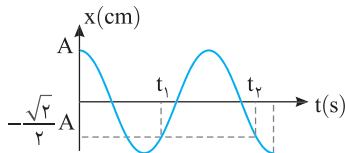
حالت اول:

$$x_1 = A \cos \frac{\pi}{2} t_1 \Rightarrow \frac{-\sqrt{2}}{2} A = \cos \frac{\pi}{2} t_1 \Rightarrow \frac{\pi}{2} t_1 = \frac{3\pi}{4} \Rightarrow t_1 = \frac{3}{2} s$$

$$x_2 = A \cos \frac{\pi}{2} t_2 \Rightarrow \frac{-\sqrt{2}}{2} A = \cos \frac{\pi}{2} t_2 \Rightarrow \frac{\pi}{2} t_2 = \frac{5\pi}{4} \Rightarrow t_2 = \frac{5}{2} s$$

اما نسبت به دست آمده با فرض مسئله سازگاری ندارد و قابل قبول نیست.

حالت دوم:



$$x = A \cos \frac{\pi}{2} t_1 \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} A = \cos \frac{\pi}{2} t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{1}{2} s$$

$$x = A \cos \frac{\pi}{2} t_2 \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} A = \cos \frac{\pi}{2} t_2 \Rightarrow t_2 = \frac{11}{2} s$$

بنابراین حالت دوم درست می‌باشد و $t_1 = 1/2$ s است.

روش دیگر: با رسم مسیر و بازه‌های زمانی شناخته شده

مدت زمانی که طول می‌کشد تا نوسانگر از مکان $+A$ به مکان $+\frac{\sqrt{2}}{2}A$ برود برابر

$$\frac{T}{8} = 0.5 \Rightarrow T = 4 s$$

است. بنابراین دوره خواهد شد:

$$t_1 = \frac{T}{8} + \frac{T}{8} = \frac{2T}{8} = \frac{1}{2} \times 4 = \frac{1}{2} s$$

حالت اول:

$$t_2 = \frac{T}{8} + \frac{T}{8} + \frac{T}{2} = \frac{3T}{8} = \frac{3}{8} \times 4 = \frac{3}{2} s$$

$$t_2 = \frac{T}{8} + \frac{T}{8} + \frac{T}{2} = \frac{5T}{8} \Rightarrow t_2 = \frac{5}{8} \times 4 = \frac{5}{2} s$$

$$\frac{t_2}{t_1} = \frac{5/2}{1/2} = 5$$

نسبت t_2 به t_1 را حساب می‌کنیم:

با فرض مسئله سازگاری ندارد و جواب نیست.

حالت دوم:

$$t_1 = \frac{T}{8} + \frac{T}{8} = \frac{2T}{8} = \frac{1}{2} s$$

$$t_2 = \frac{5}{8} \times 4 = \frac{5}{2} s$$

$$t_2 = T + \frac{T}{8} + \frac{T}{8} = \frac{11T}{8} \Rightarrow t_2 = \frac{11}{8} \times 4 = \frac{11}{2} s$$

$$\frac{t_2}{t_1} = \frac{11/2}{1/2} = 11$$

نسبت $\frac{t_2}{t_1}$ را حساب می‌کنیم:

بنابراین حالت دوم درست است و t_1 برابر $1/2$ s است.

B ۱۳۸۹

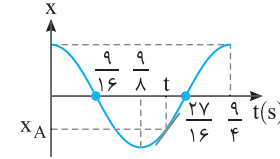
خط فکری ابتدا دوره حرکت را با توجه به نمودار $x-t$ به دست آورده و سپس به صورت تقریبی مشخص می‌کنیم که در $t = 1/3$ s نوسانگر در چه مکانی قرار می‌گیرد تا مشخص شود علامت سرعت و شتاب آن چگونه است.

۱ با توجه به نمودار در $t = 0.75$ s نوسانگر برای اولین بار به $x = -\frac{A}{2}$ رسیده

است. از این رو در معادله حرکت $t = 0.75$ s و $x = -\frac{A}{2}$ قرار می‌دهیم.

$$x = A \cos \omega t \Rightarrow -\frac{A}{2} = A \cos \omega t \Rightarrow \cos \omega t = -\frac{1}{2} \Rightarrow \omega t = \frac{2\pi}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{2\pi}{T} \times \frac{75}{100} = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow T = \frac{9}{4} s = 2.25 s$$



۲ نمودار را رسم می‌کنیم.

۳ مشخص می‌کنیم که لحظه

$t = 1/3$ s بین کدام لحظه‌های روی

شکل است: $\frac{9}{8} < 1/3 < \frac{27}{16}$

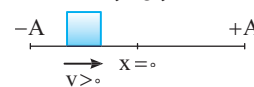
یعنی متحرک در لحظه $t = 1/3$ s در قسمت سوم نمودار بوده و مکان آن منفی است.

۴ در حرکت هماهنگ ساده شتاب و مکان هم علامت نیستند و وقتی مکان منفی است، شتاب مثبت است.

۵ شیب خط مماس بر نمودار در لحظه $t = 1/3$ s مثبت است، بنابراین سرعت

مثبت است. البته می‌توان این‌گونه استدلال کرد که متحرک از مکان‌های منفی در حال

حرکت به سوی حالت تعادل است، بنابراین سرعت آن مثبت است.



C ۱۳۹۰

خط فکری در حرکت هماهنگ ساده، هرچه مکان نوسانگر به حالت تعادل $x = 0$

نزدیک‌تر باشد، تندی نوسانگر بیشتر است. بنابراین باید مکان نوسانگر را در سه لحظه

بیان شده مشخص کرد تا بتوانیم درباره مقایسه تندی آن‌ها اظهار نظر کنیم.

ابتدا دوره حرکت را با توجه به نمودار به

دست می‌آوریم. در $t = 1/12$ s نوسانگر

برای اولین بار از $\frac{A}{2}$ عبور کرده است:

$$x = A \cos \omega t \Rightarrow \frac{1}{2} = \cos \omega t$$

$$\omega t = \frac{\pi}{3} \xrightarrow{t = 1/12 s} \omega \times \frac{1}{12} = \frac{\pi}{3} \Rightarrow \omega = 4\pi \xrightarrow{\omega = \frac{2\pi}{T}} T = \frac{1}{2} s$$

اکنون در لحظه‌های t_1 ، t_2 و t_3 مکان نوسانگر را مشخص می‌کنیم. هرچه مکان به

مبدأ (حالت تعادل) نزدیک‌تر باشد تندی بیشتر است. در $t_1 = 1/3$ s نوسانگر در مکان A

بوده و تندی صفر است و در $t_3 = 1/8$ s نوسانگر در نقطه B در حال گذر از مرکز نوسان

است و تندی‌اش بیشینه است. در لحظه $t_2 = 5/12$ s یعنی نقطه C نمودار تندی بین

صفر و v_m است. پس $v_m > v_2 > v_3 > 0$.

C ۱۳۹۱

با توجه به نمودار $x-t$ ، در لحظه $t = 0.5$ s نوسانگر برای اولین بار از $x = \frac{\sqrt{2}}{2}A$

عبور می‌کند. $x = A \cos \omega t \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} A = A \cos \omega t \Rightarrow \cos \omega t = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$$\omega t = \frac{\pi}{4} \xrightarrow{t = 0.5 s} \omega = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \omega = \frac{\pi}{2} \text{ rad/s}$$

۱ ۱۳۹۵ B

نکته: هرگاه n فنر مشابه به یک وزنه متصل شوند، می‌توان به جای n فنر، یک فنر با ثابت $k' = nk$ در نظر گرفته و مسئله را حل کرد.

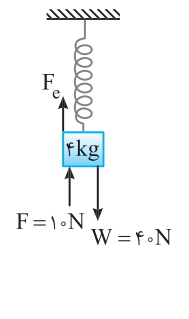
ابتدا دوره دستگاه با جرم m و ثابت k را به دست می‌آوریم: $T = \frac{t}{N} \Rightarrow T = \frac{6}{20} = 3s$
 رابطه دوره را در دو حالت نوشته بر هم تقسیم می‌کنیم و دوره در حالت دوم (T') را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \\ T' = 2\pi\sqrt{\frac{m'}{k'}} \end{cases} \Rightarrow \frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{m'}{m} \times \frac{k}{k'}} \xrightarrow{\substack{m' = \frac{m}{3} \\ k' = 3k}} \frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{1}{3} \times \frac{1}{3}} \Rightarrow \frac{T'}{T} = \frac{1}{3} \Rightarrow T' = 1s$$

$$f' = \frac{1}{T'} \Rightarrow f' = \frac{1}{1} \Rightarrow f' = 1Hz$$

بسامد خواهد شد:

۳ ۱۳۹۶ C




۱ نیروهای وارد بر وزنه وقتی که ساکن است متوازن است. نیروها را رسم کرده به کمک آن ثابت فنر را حساب می‌کنیم.
 طول فنر از طول طبیعی‌اش بیشتر شده بنابراین نیروی کشسانی فنر رو به بالا است.

$F_c = 10N$ $W = 40N$ $F_{net} = 0 \Rightarrow F_c + F = W \Rightarrow k\Delta l = 10 + 4 \xrightarrow{\Delta l = 3cm}$
 $30 = k \times \frac{3}{100} \Rightarrow k = 1000 N/m$

۲ با حذف F وزنه شروع به نوسان کرده و دوره حرکت آن خواهد شد:
 $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{4}{1000}} \Rightarrow T = 2\sqrt{\frac{4}{100}}$
 $T = 2 \times 0.2 = 0.4s$

۱ ۱۳۹۷ B



خط فکری صورت سؤال را مجدداً بخوانید. گلوله را می‌گیریم و در امتداد قائم تا محل آویز می‌بریم و از آن جا رها می‌کنیم. در این صورت گلوله با شتاب گرانش g پایین می‌آید و زمان پایین آمدن آن را باید از معادله جابه‌جایی زمان حرکت با شتاب ثابت به دست بیاورید. اما در حالت دوم آونگ را از راستای قائم رها می‌کنیم تا نوسان کند. در این حالت مدت زمان برگشت آونگ از دامنه به حالت تعادل (راستای قائم) $\frac{1}{4}$ دوره است و باید دوره آونگ را حساب کرد و $\frac{1}{4}$ آن را به دست آورد و با حالت اول مقایسه کرد.

گلوله را از ارتفاع ℓ (طول آونگ) رها کرده‌ایم. زمان رسیدن گلوله به حالت اولیه خواهد شد:

$$\Delta y = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow \ell = \frac{1}{2}gt_1^2 \Rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{2\ell}{g}}$$

زمان برگشت آونگ از انتهای مسیر به حالت قائم $\frac{1}{4}$ دوره آن است.

$$t_T = \frac{T}{4} = \frac{2\pi}{4} \sqrt{\frac{\ell}{g}} \Rightarrow t_T = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{\ell}{g}} \Rightarrow t_T = \sqrt{\frac{\pi^2 \ell}{4g}}$$

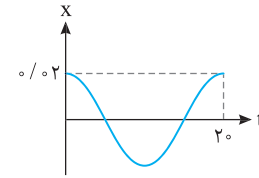
$$\frac{t_1}{t_T} = \frac{\sqrt{\frac{2\ell}{g}}}{\sqrt{\frac{\pi^2 \ell}{4g}}} = \sqrt{\frac{2}{\pi^2}} \xrightarrow{\pi^2 \approx 10} \frac{t_1}{t_T} \approx \sqrt{\frac{2}{10}} \approx \frac{1}{2.2} < 1$$

بنابراین آونگ اول زودتر به حالت اولیه برمی‌گردد.

۳ ۱۳۹۲ B

یادآور ریاضی

$\sin(\frac{\pi}{2} - \alpha) = \cos \alpha$
 معادله حرکت هماهنگ ساده را به شکل معادله کتاب درسی $x = A \cos \omega t$ درمی‌آوریم:
 $x = 0.2 \sin(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{10} t) \Rightarrow x = 0.2 \cos(\frac{\pi}{10} t)$
 دوره را حساب می‌کنیم:
 $\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \frac{\pi}{10} = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = 20s$
 اکنون می‌توان نمودار را رسم کرد.

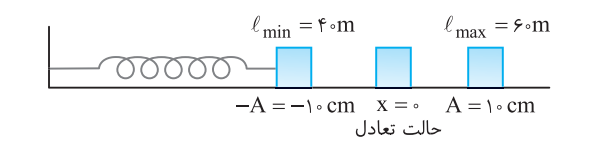


بنابراین گزینه (۳) درست است.

۲ ۱۳۹۳ C

۱ دوره سامانه جرم - فنر را حساب می‌کنیم.
 $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \xrightarrow{m=2kg, k=800N/m} T = 2\pi\sqrt{\frac{2}{800}} \xrightarrow{\pi=3} T = 2 \times 3 \times \frac{1}{20} \Rightarrow T = 0.3s$

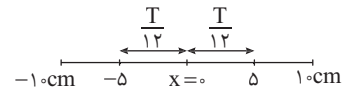
۲ طول پاره‌خط مسیر برابر اختلاف بیشینه طول فنر (ℓ_{max}) و کمینه طول فنر (ℓ_{min}) است.
 $\ell_{min} = 60 - 40 = 20cm$
 طول پاره‌خط مسیر برابر اختلاف بیشینه طول فنر (ℓ_{max}) و کمینه طول فنر (ℓ_{min}) است.
 $\ell_{min} = 60 - 40 = 20cm$



حالت تعادل: $-A = -10cm$ $x = 0$ $A = 10cm$

۳ دامنه حرکت نصف طول مسیر حرکت است.
 $A = \frac{20}{2} = 10cm$

۴ تغییر طول فنر در اطراف $x = 0$ (نقطه تعادل) در زمان کوتاه‌تری نسبت به مکان‌های دیگر انجام می‌شود زیرا در اطراف این نقطه تندی نوسانگر بیشینه است، بنابراین تغییر طول به اندازه $10cm$ در بین $x = +5cm$ تا $x = -5cm$ و بالعکس در زمان کوتاه‌تری نسبت به تغییر طول به اندازه $10cm$ در بقیه مسیر صورت می‌گیرد.
۵ به کمک بازه‌های زمانی شناخته شده زمان حرکت از $+5cm$ به $-5cm$ خواهد شد.
 $\Delta t = \frac{2}{12} T \Rightarrow \Delta t = \frac{T}{6} \xrightarrow{T=0.3s} \Delta t = \frac{0.3}{6} = 0.05s$



۳ ۱۳۹۴ B

خط فکری از مبحث دینامیک استفاده کنید. هنگامی که وزنه‌ها در حال تعادل هستند نیروی خالص وارد بر وزنه‌ها صفر بوده و نیروها متوازن هستند. با توجه به این مطلب می‌توانید، ثابت فنر را حساب کنید. بعد از جداسدن B، تنها A به فنر متصل بوده و دوره خواهد شد:

$T = 2\pi\sqrt{\frac{m_A}{k}}$
۱ ابتدا ثابت فنر را به دست می‌آوریم:

$F_{net} = 0 \Rightarrow (m_A + m_B)g = k\Delta l \Rightarrow (0.1 + 0.3) \times 10 = k(0.3 - 0.2) \Rightarrow k = 40 N/m$

۲ بعد از جدایی وزنه B، وزنه A حرکت هماهنگ ساده خواهد داشت، بنابراین:
 $T_A = 2\pi\sqrt{\frac{m_A}{k}} \Rightarrow T_A = 2\pi\sqrt{\frac{0.1}{40}} \Rightarrow T_A = \frac{\pi}{10} s$

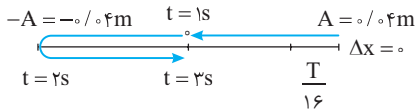
پنجره ۱ روبه روی ۲

۱۳۹۹ A

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \frac{\pi}{2} = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = 4s$$

دوره را به دست می آوریم:

۲. ثانیه سوم یعنی بازه زمانی بین $t=2s$ تا $t=3s$. با توجه به دوره $T=4s$ مشخص است که اگر $\Delta t=1s$ باشد این مقدار ربع دوره است و نوسانگر در این مدت از مکان $+A$ به مکان $x=0$ می رود در واقع در لحظه $t=1s$ ذره در مکان $x=0$ و در لحظه $t=2s$ در مکان $x=-A$ و در لحظه $t=3s$ در مکان $x=0$ است. بنابراین مسافت طی شده در ثانیه سوم همان $l=A=0.4m$ است.

۳. در بازه $t=1s$ تا $t=3s$ برابر $l'=2A=0.8m$ است.

۴. تندی متوسط در دو حالت خواهد شد:

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{0.4}{1} = 0.4 m/s$$

$$s'_{av} = \frac{l'}{\Delta t'} = \frac{0.8}{2} = 0.4 m/s$$

نمای ۲

۱۳۹۹ A

۲. **خط فکری** تکانه برابر $\vec{P}=m\vec{v}$ است. بنابراین به جای بررسی لحظه های تغییر جهت تکانه، لحظه های تغییر جهت حرکت (تغییر جهت سرعت) را بررسی می کنیم. در نقاط بازگشت ($x=\pm A$) سرعت تغییر علامت می دهد. در معادله حرکت به جای x .

۱. در لحظه $t=\frac{1}{15}s$ قرار دهید و مکان را در این لحظه بیابید سپس دوره را حساب کنید و مشخص کنید بازه زمانی چه کسری از دوره است و به کمک بازه های زمانی شناخته شده مسیر حرکت را رسم کرده و تعداد دفعات تغییر جهت بردار تکانه را بیابید.

۱. در لحظه $t=\frac{1}{15}s$ مکان نوسانگر خواهد شد.

$$x = 0.2 \cos 10\pi \times \frac{1}{15} \Rightarrow x = 0.2 \cos \frac{2\pi}{3} \Rightarrow x = 0.2 \left(-\frac{1}{2}\right) \Rightarrow x = -0.1m$$

$$\frac{x}{A} = \frac{-0.1}{0.2} \Rightarrow x = -\frac{A}{2}$$

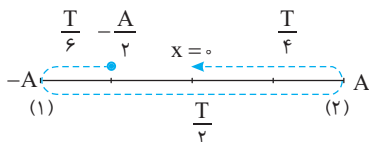
۲. نسبت $\frac{x}{A}$ را مشخص می کنیم:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow 10\pi = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2}{10}s \Rightarrow T = \frac{1}{5}s$$

دوره را به دست می آوریم:

۴. مشخص می کنیم بازه زمانی چه کسری از دوره است.

$$\frac{\Delta t}{T} = \frac{\frac{1}{15}}{\frac{1}{5}} = \frac{15-4}{12} = \frac{11}{12} \Rightarrow \Delta t = \frac{11T}{12}$$

۵. مسیر حرکت را در بازه $\frac{11T}{12}$ رسم می کنیم.

۶. دو بار تکانه تغییر جهت می دهد.

روش استفاده از معادله:

$$\pm A = A \cos \omega t \Rightarrow \cos \omega t = \pm 1 \Rightarrow \omega t = k\pi, \quad 10\pi t = k\pi \Rightarrow t = \frac{k}{10}$$

می توان به جای k مقدار ۱ و ۲ قرار داد که در بازه $\frac{1}{15}s$ تا $\frac{1}{5}s$ است. بنابراین نوسانگر در

این بازه زمانی دوبار به نقاط بازگشت خود می رسد و تکانه تغییر جهت می دهد. نمای ۲

۱۳۹۸ C

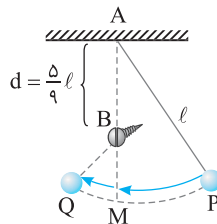
خط فکری دقت کنید وقتی ریسمان آونگ به مانع گیر می کند قسمت پایین

آونگ، خودش یک آونگ جدید با طول $\frac{4}{9}l$ می شود. یعنی مسیر رفت و برگشت PM

و MP را با یک آونگ به طول l و دوره $T=2\pi\sqrt{l/g}$ در نظر بگیرید. اما مسیر

رفت و برگشت MQ و QM را آونگی به طول $\frac{4}{9}l$ و دوره $T'=2\pi\sqrt{\frac{4}{9}l/g}$ سروکار

دارید. اکنون با توجه به این مطالب به سراغ حل مسئله می رویم.



۱. از P تا M تا P بازه زمانی نوسان

از $2 \times \frac{T}{4}$ است و از M تا Q تا Q تا M بازه زمانینوسان $2 \times \frac{T'}{4}$ است.

۲. زمان یک نوسان کامل این آونگ ترکیبی،

جمع این دو بازه زمانی است.

$$T_V = 2 \times \frac{T}{4} + 2 \times \frac{T'}{4} = \frac{T}{2} + \frac{T'}{2} \Rightarrow T_V = \frac{1}{2}(T+T')$$

$$T_V = \frac{1}{2} \left(2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} + 2\pi\sqrt{\frac{4}{9}l/g} \right) \Rightarrow T_V = \frac{1}{2} \times 2\pi \left(\sqrt{\frac{l}{g}} + \frac{2}{3}\sqrt{\frac{l}{g}} \right) = \frac{1}{2} \times \frac{5}{3} \times 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

$$\Rightarrow T_V = \frac{5}{6}T$$

۱۳۹۹ B

قبل از حل مسئله باید با هم یک مقداری ریاضی تمرین کنیم. به جواب هریک از پرانتزها دقت کنید.

$$(1+0.01)^2 = 1+0.02+0.0001=1.0201=1+2(0.01)$$

$$(1+0.01)^3 = 1+3(0.01)+3(0.0001)+0.000001=1.030301=1+3 \times 0.01$$

مثل این است که هرگاه یک عدد کمتر از ۱ را با یک جمع کنیم و به توان برسانیم با تقریب خوبی می توانیم بنویسیم:

$$(1+\epsilon)^n \sim 1+n\epsilon$$

در حل این مسئله باید از این تقریب استفاده کنید.

۱. طول ثانویه را برحسب طول اولیه به دست می آوریم.

$$l_V = l_1(1+\alpha\Delta\theta) \Rightarrow l_V = l_1(1+1/100 \times 10^{-5} \times 40)$$

$$\Rightarrow l_V = l_1(1+4/4 \times 10^{-4}) = 1.00044 l_1$$

۲. دوره آونگ در حالت اول ۲s است دوره را در حالت دوم به دست می آوریم.

$$\begin{cases} T_V = 2\pi\sqrt{\frac{l_V}{g}} \\ T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}} \end{cases} \Rightarrow \frac{T_V}{T_1} = \sqrt{\frac{l_V}{l_1}} \Rightarrow \frac{T_V}{T_1} = \sqrt{\frac{1.00044 l_1}{l_1}} \Rightarrow T_V = T_1 \sqrt{1.00044}$$

$$\Rightarrow T_V = T_1(1+0.00044)^{\frac{1}{2}}$$

اکنون از تقریب بالا استفاده می کنیم.

$$T_V = 2(1+\frac{1}{2} \times 0.00044) = 2.00044$$

تغییر دوره خواهد شد:

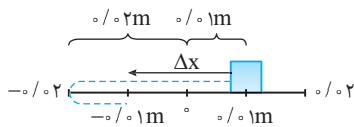
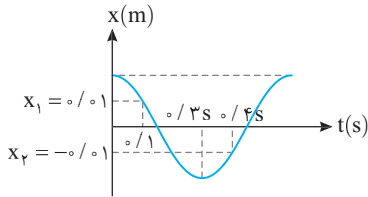
$$\Delta T = T_V - T_1 = 2.00044 - 2 = 0.00044s$$

۳ حال با جای گذاری $t_1 = 0/1s$ و $t_2 = 0/4s$ مکان نوسانگر در این دو لحظه را به دست می آوریم.

$$x_1 = 0/02 \cos\left(\frac{10\pi \times 0/1}{3}\right) \Rightarrow x_1 = 0/01 \text{ m}$$

$$x_2 = 0/02 \cos\left(\frac{10\pi \times 0/4}{3}\right) \Rightarrow x_2 = -0/01 \text{ m}$$

۴ دقت کنید که $t_2 = 0/4s$ از $T = 0/3s$ بزرگ تر است و $t_1 = 0/1s$ نیز از $0/15s$ کمتر است پس مکان نوسانگر روی نمودار در این دو لحظه به صورت زیر است:



۵ جابه جایی خواهد شد:

$$\Delta x = x_2 - x_1 = -0/02 \text{ m}$$

۶ مسافت طی شده برابر است با:

$$\ell = 0/01 + 0/02 + 0/01 = 0/04 \text{ m}$$

۷ نسبت $\ell / \Delta x$ را به دست می آوریم:

$$\frac{\ell}{|\Delta x|} = \frac{0/04}{0/02} = 2$$

نمای ۵ و ۱

۳ ۱۳۹۹ A

۵ دوره آونگ را از رابطه $T = \frac{t}{N}$ به دست می آوریم:

$$T_1 = \frac{t}{N_1} \Rightarrow T_1 = \frac{3/2}{40} = 1/8s, \quad T_2 = \frac{t}{N_2} \Rightarrow T_2 = \frac{3/2}{45} = 1/6s$$

دوره آونگ برابر $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$ است:

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell_1}{g}} \Rightarrow 1/8 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell_1}{\pi^2}} \Rightarrow \sqrt{\ell_1} = 0/9 \Rightarrow \ell_1 = 0/81 \text{ m} = 81 \text{ cm}$$

$$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell_2}{g}} \Rightarrow 1/6 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell_2}{\pi^2}} \Rightarrow \sqrt{\ell_2} = 0/8 \Rightarrow \ell_2 = 0/64 \text{ m} = 64 \text{ cm}$$

بنابراین طول آونگ $81 - 64 = 17 \text{ cm}$ کاهش می یابد.

نمای ۷

۲ ۱۳۹۹ A

۶ **خط فکری** مسافت های طی شده متوالی هستند، یعنی در مجموع زمان های t_1 و t_2 نوسانگر به اندازه مجموع $3/78 \text{ cm}$ و $4/22 \text{ cm}$ مسافت طی کرده است. این مسافت را به دست بیاورید و با دامنه مقایسه کنید.

کل مسافت طی شده در بازه زمانی $t_1 + t_2$ برابر است با: $4/22 + 3/78 = 8 \text{ cm}$

دامنه حرکت 2 cm است و در مدت یک دوره نوسانگر مسافتی برابر $4A = 4 \times 2 = 8 \text{ cm}$

طی می کند از این رو کل مدت حرکت یک دوره بوده است $(t_1 + t_2 = T)$. نمای ۸

۴ ۱۳۹۹ A

۱ دوره نوسان دستگاه برابر است با:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{0/2}{500}} \Rightarrow T = \frac{\pi}{25} \text{ s}$$

۲ طول مسیر برابر فاصله بین بیشینه طول ℓ_{\max} و کمینه طول ℓ_{\min} نوسانگر بوده و دامنه نوسان برابر نصف طول مسیر است:

$$2A = \ell_{\max} - \ell_{\min} \Rightarrow 2A = 62 - 48 = 14 \Rightarrow A = 7 \text{ cm}$$

۳ مطابق شکل وقتی طول فنر از $51/5 \text{ cm}$ به $58/5 \text{ cm}$ می رسد، در واقع وزنه

باید از مکان $\frac{-A}{2} = -3/5 \text{ cm}$ برای نخستین بار به مکان $\frac{A}{2} = 3/5 \text{ cm}$ برود و چون

جهت حرکت بیان نشده دو حالت ممکن است رخ دهد:

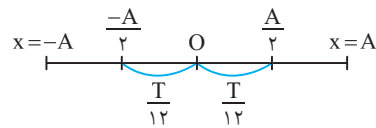
$$\begin{aligned} \ell = 48 \text{ cm} \quad & 51/5 \text{ cm} \quad & 58/5 \text{ cm} \quad & \ell = 62 \text{ cm} \\ A = -7 \text{ cm} \quad & -3/5 \quad & 3/5 \quad & A = 7 \text{ cm} \end{aligned}$$

حالت اول: وزنه بدون تغییر جهت از مکان $\frac{-A}{2} = -3/5 \text{ cm}$ به مکان

$$\frac{A}{2} = 3/5 \text{ cm} \text{ برود.}$$

در این صورت زمان جابه جایی برابر خواهد بود با:

$$\Delta t = \frac{T}{12} + \frac{T}{12} = \frac{T}{6} = \frac{25}{6} \Rightarrow \Delta t = \frac{\pi}{150} \text{ s}$$

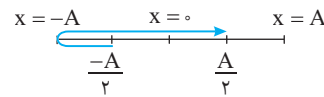


حالت دوم: آن است که وزنه از مکان $\frac{-A}{2} = -3/5 \text{ cm}$ به دامنه $-A$ یعنی به

انتهای مسیر رفته و در بازگشت به مکان $\frac{+A}{2} = 3/5 \text{ cm}$ برود. در این صورت زمان

جابه جایی برابر نصف دوره است.

$$\Delta t = \frac{T}{2} = \frac{25}{2} = \frac{\pi}{50} \text{ s}$$



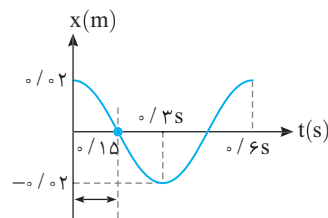
بنابراین هر دو مقدار $\frac{\pi}{150} \text{ s}$ و $\frac{\pi}{50} \text{ s}$ می توانند جواب باشند.

نمای ۶

۴ ۱۳۹۹ A

$$\frac{T}{4} = 0/15 \Rightarrow T = 0/6s$$

۱ با توجه به نمودار دوره را حساب می کنیم.



۲ معادله حرکت نوسانگر را می نویسیم:

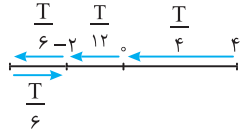
$$x = 0/02 \cos \omega t \Rightarrow x = 0/02 \cos \frac{2\pi}{0/6} t \Rightarrow x = 0/02 \cos \frac{10\pi}{3} t$$

۲ ۱۳۹۹

۷

با مقایسه معادله حرکت هماهنگ ساده $x = A \cos \omega t$ با معادله حرکت داده شده در مسئله $x = 0.04 \cos 5\pi t$ دامنه حرکت $A = 0.04 \text{ m}$ و بسامد زاویه‌ای $\omega = 5\pi \text{ rad/s}$ است.

۱ دوره را حساب می‌کنیم: $\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow 5\pi = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{1}{2.5} \text{ s}$



با توجه به بازه‌های زمانی شناخته شده از $A = 4 \text{ cm}$ تا $x = 0$ و از $x = 0$ تا $x = -\frac{A}{2} = -2 \text{ cm}$ طول می‌کشد.

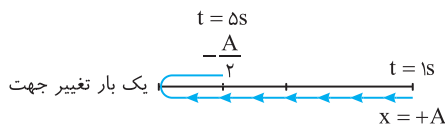
بار اول: $\Delta t_1 = \frac{T}{4} + \frac{T}{12} = \frac{T}{3} \Rightarrow \Delta t_1 = \frac{1}{7.5} \text{ s}$

نمای ۶: $\Delta t_2 = \frac{T}{2} + \frac{T}{6} = \frac{2T}{3} \xrightarrow{T = \frac{1}{2.5} \text{ s}} \Delta t_2 = \frac{2}{7.5} \text{ s}$

بازر، با سؤال: در یک حرکت هماهنگ ساده در $t = 1 \text{ s}$ نوسانگر در موقعیت $x = +A$ و در لحظه $t = 5 \text{ s}$ بعد از یک بار تغییر جهت در موقعیت $x = -\frac{A}{2}$ است. دوره نوسان چند ثانیه است؟

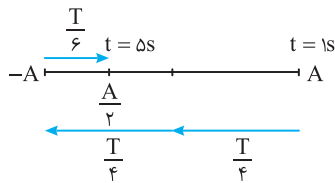
۱۲ (۱) ۶ (۲) ۱۶ (۳) ۳۲ (۴)

مسیر حرکت را رسم می‌کنیم.



با مقایسه بازه‌های زمانی روی مسیر با بازه‌های شناخته شده مسیر زمان را به دست می‌آوریم:

$5 - 1 = \frac{T}{4} + \frac{T}{4} + \frac{T}{6} \Rightarrow 4 = \frac{2T}{3} \Rightarrow T = 6 \text{ s}$



گزینه ۲

۲ ۱۳۹۹

۱۰

بسامد نوسانی سیستم جرم فنر از رابطه $f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$ و بسامد نوسانی

آونگ $f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{\ell}}$ است.

با توجه به اینکه بسامد دو سیستم با هم برابر است خواهیم داشت:

$f = f \Rightarrow \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{\ell}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \xrightarrow{m = 2 \text{ kg}} \sqrt{\frac{10}{\ell}} = \sqrt{\frac{k}{2}}$

$\ell = 1 \text{ m} \rightarrow 10 = \frac{k}{2} \Rightarrow k = 20 \text{ N/m}$

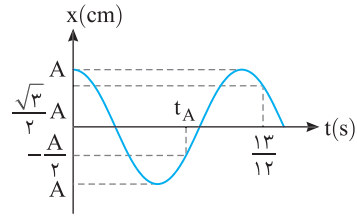
یکای ثابت فنر را به N/cm تبدیل می‌کنیم.

$20 \frac{\text{N}}{\text{m}} \times \frac{1 \text{ m}}{100 \text{ cm}} = 0.2 \text{ N/cm}$

نمای ۷ و ۸

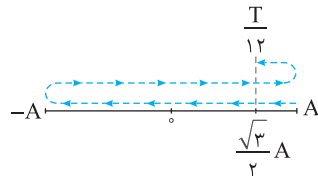
مسیر حرکت را از $t = 0$ تا $t = \frac{13}{12} \text{ s}$ رسم می‌کنیم و بازه‌های زمانی را روی آن نوشته با

هم جمع می‌کنیم.



نوسانگر در یک دوره کامل T و از A تا $A + \frac{\sqrt{3}}{2}A$ نیز $\frac{T}{12}$ در راه بوده و جمعاً Δt خواهد شد:

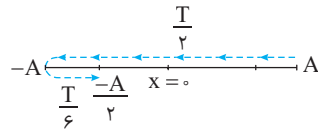
$\Delta t = T + \frac{T}{12} \Rightarrow \frac{13}{12} = \frac{13T}{12} \Rightarrow T = 1 \text{ s}$



اما مسیر از $x = 0$ تا $x = -\frac{A}{2}$ را رسم کرده t_A را به دست می‌آوریم.

از A تا $-A$ زمان $\frac{T}{2}$ و از $-A$ تا $-\frac{A}{2}$ مدت زمان طی مسیر $\frac{T}{6}$ است. بنابراین t_A خواهد شد:

$t_A = \frac{T}{2} + \frac{T}{6} = \frac{2T}{3} \Rightarrow t_A = \frac{2}{3} \times 1 = \frac{2}{3} \text{ s}$



نمای ۶

۲ ۱۳۹۹

۸

یادآوری: در دو انتهای مسیر (نقاط

بازگشت) حرکت هماهنگ ساده، سرعت صفر و شتاب (و نیرو) بیشینه و در مرکز نوسان سرعت بیشینه و شتاب (و نیرو) صفر است. از طرفی شتاب و مکان هم علامت نیستند.

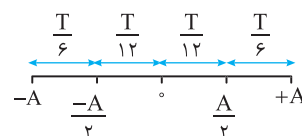
در نقطه M مکان مثبت و شتاب بیشینه منفی است و گزاره (الف) درست است. در نقطه O نقطه تعادل تندی بیشینه است و گزاره (ب) درست است. در نقطه N که مکان منفی است علامت شتاب مثبت است و گزاره (پ) نادرست است. در نقطه N فنر بیشترین فشردگی را دارد و N نقطه بازگشت است. بنابراین نیروی کشسانی فنر بیشینه است و گزاره (ت) نادرست است.

نمای ۷

۴ ۱۳۹۹

۹

یادآوری: بازه‌های زمانی زیر را بهتر است به خاطر بسپارید:



بسامد زاویه را حساب می‌کنیم: $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{\frac{1}{2}} \Rightarrow \omega = 4\pi \text{ rad/s}$

با توجه به رابطه شتاب بیشینه داریم:

$a_{\max} = A\omega^2 = A \times 16\pi^2 \Rightarrow A \times 16\pi^2 = 2 \Rightarrow A = 2 \times 10^{-2} \text{ m} = 2 \text{ cm}$

چون N و M دو سر پاره‌خط نوسان هستند پس طول MN برابر است با:

$MN = 2A = 4 \text{ cm}$

۴ ۱۴۰۵ A

با توجه به قانون دوم نیوتون $F = ma$ و قانون هوک $F = -kx$ خواهیم داشت:

$$\begin{cases} F_{\max} = ma_m \\ |F| = kx \end{cases} \Rightarrow ma_m = kA \Rightarrow a_m = \frac{k}{m} A \Rightarrow 2 = \frac{10}{m} \times \frac{1}{100}$$

$\Rightarrow m = \frac{1}{20} \text{ kg} = 50 \text{ g}$

۱ ۱۴۰۶ B

تمام روابطی که در بررسی سامانه جرم - فنر به دست آورده شده در حرکت

آونگ ساده نیز صادق است از جمله رابطه بین شتاب نوسانگر با مکان آن یعنی $a = -\omega^2 x$ در این صورت ابتدا بسامد زاویه‌ای را به دست می‌آوریم:

$\omega = \sqrt{\frac{g}{L}} \Rightarrow \omega = \sqrt{10} \text{ rad/s}$

طول مسیر ۶cm است بنابراین دامنه حرکت $A = \frac{6}{2} = 3 \text{ cm}$ است و وقتی آونگ در

فاصله ۱cm از انتهای مسیروش است، مکان آن $x = 2 \text{ cm}$ خواهد بود. بنابراین:

$a = -\omega^2 x \Rightarrow |a| = +(10)(2 \times 10^{-2}) = 2 \text{ m/s}^2$

بازی با سوال گلوله‌ای به جرم ۱۵g به انتهای نخ سبک به طول

۱۵cm آویخته شده و روی مسیری به طول ۱۰cm نوسان می‌کند. در لحظه‌ای

که گلوله در فاصله ۷cm از یک انتهای مسیر قرار دارد، اندازه شتاب چند متر

بر مجذور ثابته است؟ ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{4}{3}$ (۳) ۳ (۴) $\frac{1}{5}$

پایسج دامنه نوسان آونگ نصف طول مسیر آن است.

$A = \frac{10}{2} = 5 \text{ cm}$

وقتی گلوله آونگ در فاصله ۷cm از یک انتهای

مسیر است باید فاصله آن از حالت تعادل مطابق

شکل ۲cm باشد. ($x = 2 \text{ cm}$)

اکنون بسامد زاویه‌ای را به دست می‌آوریم.

$\omega = \sqrt{\frac{g}{L}} = \sqrt{\frac{10}{\frac{10}{2}}} = \sqrt{\frac{20}{10}} \Rightarrow \omega = \sqrt{2} \text{ rad/s}$

اندازه شتاب خواهد شد. $|a| = \omega^2 x \Rightarrow |a| = \frac{2}{100} \times \frac{2}{3} \Rightarrow a = \frac{4}{3} \text{ m/s}^2$

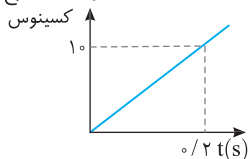
گزینه ۲

۱ ۱۴۰۷ A

دامنه نصف طول پاره‌خط مسیر است. $A = \frac{4}{2} = 2 \text{ cm}$

یادآوری کمان مثلثاتی در معادله $x = A \cos \omega t$ را شناسه تابع کسینوس یا فاز

θ شناسه تابع (ωt) گویند.



با توجه به نمودار در لحظه $t = \frac{\pi}{2} \text{ s}$,

شناسه تابع کسینوس (فاز) 10° رادیان

است. بنابراین بسامد زاویه‌ای خواهد شد:

$\omega t = 10^\circ \Rightarrow \omega \times \frac{\pi}{2} = 10^\circ \Rightarrow \omega = 5 \text{ rad/s}$

اندازه شتاب را به دست می‌آوریم.

$|a| = \omega^2 x \Rightarrow |a| = (50)^2 \times \frac{\sqrt{2}}{100} \Rightarrow |a| = 25\sqrt{2} \text{ m/s}^2$

پنجره ۳

۳ ۱۴۰۰ A

بنا به قانون دوم نیوتن $F = ma$ و در حرکت سامانه جرم فنر نیروی خالص وارد بر نوسانگر $F = kx$ است. بنابراین می‌توان نوشت:

$|ma| = k|x| \Rightarrow |a| = \frac{k}{m}|x| \Rightarrow |a| = \frac{200}{100} \times \left(\frac{-2}{100}\right) = 50 \text{ m/s}^2$

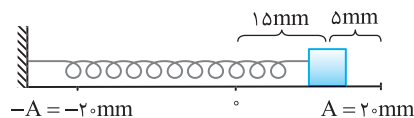
معادله شتاب - مکان نوسانگر به صورت $a = -\omega^2 x$ است.

۴ ۱۴۰۱ B

نوسانگر در هر دوره، دو بار از مرکز نوسان خود عبور می‌کند.

۱ نوسانگر در هر دقیقه $\frac{30}{2} = 15$ نوسان کامل انجام می‌دهد.

۲ فاصله دو انتهای مسیر از هم برابر ۴cm داده شده پس دامنه حرکت برابر $A = 2 \text{ cm} = 20 \text{ mm}$ است.



۳ دوره را به دست می‌آوریم. $T = \frac{t}{N} \Rightarrow T = \frac{6}{15} = 4 \text{ s}$

۴ بسامد زاویه‌ای برابر است با: $\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{4} \Rightarrow \omega = \frac{\pi}{2} \text{ rad/s}$

۵ فاصله نوسانگر از انتهای مسیر $5 \text{ mm} = 0.5 \text{ cm}$ بوده بنابراین مکان متحرک

خواهد شد: $x = 15 \text{ mm} = 1.5 \text{ cm}$

۶ اندازه شتاب خواهد شد:

$|a| = -\omega^2 x \Rightarrow a = \frac{\pi^2}{4} \times 1.5 = \frac{15}{4} = 3.75 \text{ cm/s}^2$

۱ ۱۴۰۲ B

خط فکری شتاب حرکت را در یک مکان معین باید به دست بیاوریم بنابراین شما

باید بسامد زاویه‌ای و مکان نوسانگر را دقیقاً مشخص کنید و با استفاده از رابطه $|a| = \omega^2 x$ مسئله را حل کنید.

۱ ابتدا بسامد زاویه‌ای را حساب می‌کنیم. $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{180}{\frac{10}{2}}} \Rightarrow \omega = 30 \text{ rad/s}$

هرگاه وزنه را از حالت تعادل منحرف و رها کنیم، مقدار انحراف برابر دامنه نوسان است.

۲ چون وزنه از فاصله ۵cm حالت تعادل رها شده است، دامنه نوسانگر ۵cm است. فاصله

نوسانگر از حالت تعادل وقتی پس از رها شدن ۲cm بالا رفته، برابر با $x = 3 \text{ cm}$ است. شتاب

در مکان $x = 3 \text{ cm}$ برابر است با: $|a| = \omega^2 x \Rightarrow a = 900 \times \frac{3}{100} = 27 \text{ m/s}^2$

۱ ۱۴۰۳ B

خط فکری رابطه $a + 4x = 0$ را به صورت $a = -4x$ نوشته و آن را با معادله شتاب

- مکان $a = -\omega^2 x$ مقایسه می‌کنیم. با مقایسه دو رابطه می‌توان نتیجه گرفت که:

$$\begin{cases} a = -4x \\ a = -\omega^2 x \end{cases} \Rightarrow \omega^2 = 4 \Rightarrow \omega = 2 \text{ rad/s}$$

دوره را حساب می‌کنیم: $\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow 2 = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \pi \text{ s}$

۳ ۱۴۰۴ A

یادآوری در حرکت هماهنگ ساده، بیشینه شتاب نوسانگر از رابطه $a_m = A\omega^2$

به دست می‌آید که در آن A دامنه و ω بسامد زاویه‌ای است.

نوسانگر در هر $\frac{\pi}{4}$ ثانیه ۲ نوسان کامل انجام می‌دهد، بنابراین دوره خواهد شد:

$T = \frac{\pi/4}{2} = \frac{\pi}{8} \text{ s}$



یادآوری ریاضی هرگاه $\cos \alpha = \pm \frac{1}{3}$ باشد در یک دوره برابر $\frac{2\pi}{3}$ ، $\frac{\pi}{3}$

$$\frac{4\pi}{3} \text{ و } \frac{5\pi}{3} \text{ است.}$$

با توجه به یادآوری ریاضی:

$$\frac{2\pi}{T} t_1 = \frac{\pi}{3} \Rightarrow t_1 = \frac{T}{6}, \quad \frac{2\pi}{T} t_2 = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow t_2 = \frac{T}{3}$$

$$\frac{2\pi}{T} t_3 = \frac{4\pi}{3} \Rightarrow t_3 = \frac{2T}{3}, \quad \frac{2\pi}{T} t_4 = \frac{5\pi}{3} \Rightarrow t_4 = \frac{5T}{6}$$

A ۱۴۱۰

نکته بزرگی شتاب بر حسب مکان نوسانگر از رابطه زیر به دست می آید:

$$|a| = \omega^2 |x|$$

مکان متحرک در نقطه M ، 1 cm است:

$$|a| = \omega^2 |x| \Rightarrow 4 = \omega^2 \times \frac{1}{100} \Rightarrow \omega^2 = 400 \Rightarrow \omega = 20 \text{ rad/s}$$

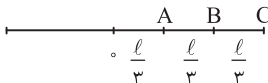
یادآوری بسامد زاویه‌ای سیستم جرم - فنر برابر $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ است:

بسامد زاویه‌ای سیستم جرم - فنر 20 rad/s و جرم آن 2 kg است:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow \omega^2 = \frac{k}{m} \Rightarrow 400 = \frac{k}{2} \Rightarrow k = 800 \text{ N/m}$$

یادآوری سوال در شکل زیر نوسانگری روی پاره خط نشان داده شده در

حال نوسان می‌باشد. شتاب در نقاط A ، B و C را به ترتیب با a_A ، a_B و a_C نشان می‌دهیم. کدام گزینه در مورد شتاب در این سه نقطه درست است؟



$$|a_C| = 3|a_B| = 1/5|a_A| \quad (2) \quad |a_A| = |a_B| = |a_C| \quad (1)$$

$$|a_C| = 3|a_A| = 2|a_B| \quad (4) \quad |a_C| = \frac{3}{2}|a_B| = 3|a_A| \quad (3)$$

یادآوری با توجه به معادله شتاب - مکان حرکت هماهنگ ساده

$(|a| = \omega^2 x)$ شتاب با مکان نسبت مستقیم دارد. شتاب در مکان‌های A و B

و C را به دست آورده و با هم مقایسه می‌کنیم.

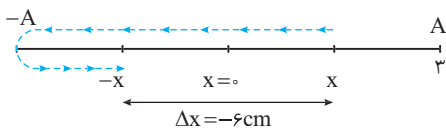
$$|a_A| = \omega^2 \frac{l}{3}, \quad |a_B| = \omega^2 \frac{2l}{3}, \quad |a_C| = \omega^2 l \Rightarrow |a_C| = \frac{3}{2}|a_B| = 3|a_A|$$

گزینه ۳

B ۱۴۱۱

خط فکری $0/25$ نصف دوره $(T = 0/4 \text{ s})$ است. در مدت $\frac{T}{4}$ ، مکان و سرعت

متحرک قرینه می‌شود و وقتی جایه‌جایی -6 cm است، مطابق شکل متحرک از مکان $+3 \text{ cm}$ به مکان -3 cm رفته است. با توجه به این مطلب اندازه شتاب قابل محاسبه است.



۱ بسامد زاویه‌ای را حساب می‌کنیم.

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{0/4} \Rightarrow \omega = 5\pi \text{ rad/s}$$

۲ اندازه شتاب را به دست می‌آوریم.

$$|a| = \omega^2 |x| \Rightarrow |a| = (5\pi)^2 \left(\frac{3}{100}\right) \Rightarrow |a| = 7/5 \text{ m/s}^2$$

۳ در ابتدای این بازه مکان نوسانگر مثبت است، بنابراین شتاب آن منفی است یعنی

$$a = -7/5 \text{ m/s}^2 \text{ است.}$$

یادآوری سوال شناسه تابع کسینوسی نوسانگری در لحظه t برابر π

است. اگر دامنه حرکت 2 cm و دوره آن π ثانیه باشد، پس از گذشت $\frac{T}{6}$

ثانیه از لحظه t ، اندازه شتاب نوسانگر چند متر بر مجذور ثانیه است؟

مشابه کنکور دهه‌های گذشته

$$(1) \quad \frac{\sqrt{3}}{25} \quad (2) \quad \frac{2\sqrt{3}}{25} \quad (3) \quad \frac{1}{25} \quad (4) \quad \frac{2}{25}$$

یادآوری لحظه‌ای که شناسه تابع کسینوسی برابر π است را به دست

$$\omega t = \pi \Rightarrow \frac{2\pi}{T} t = \pi \Rightarrow \frac{2\pi}{\pi} t = \pi \Rightarrow t = \frac{\pi}{2} \text{ s}$$

می‌آوریم:

مکان در $\frac{T}{6}$ بعد از t را حساب می‌کنیم:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{\pi} = 2 \text{ rad/s}$$

$$x = 0/2 \cos \omega \left(t + \frac{T}{6}\right) \Rightarrow x = 0/2 \cos 2 \left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{6}\right)$$

$$\Rightarrow x = 0/2 \cos \frac{4\pi}{3} = -0/1 \text{ m}$$

$$|a| = \omega^2 |x| = 4 \times 0/1 = \frac{4}{100} = \frac{1}{25} \text{ m/s}^2 \quad \text{اندازه شتاب برابر است با:}$$

گزینه ۳

A ۱۴۰۸

خط فکری معادله شتاب - مکان حرکت هماهنگ ساده به صورت $|a| = \omega^2 x$

است. بنابراین از روی معادله حرکت $x = 0/2 \cos \pi t$ بسامد زاویه‌ای نوسانگر و مکان نوسانگر در $t = \frac{1}{3} \text{ s}$ به دست می‌آوریم و اندازه شتاب را حساب می‌کنیم.

۱ با مقایسه معادله $x = 0/2 \cos \pi t$ با $x = A \cos \omega t$ مشخص است که بسامد زاویه‌ای برابر $\omega = \pi \text{ rad/s}$ است.

۲ مکان در لحظه $t = \frac{1}{3} \text{ s}$ خواهد شد:

$$x = 0/2 \cos \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = 0/2 \times \frac{1}{2} \Rightarrow x = 0/1 \text{ m}$$

۳ اندازه شتاب را به دست می‌آوریم:

$$|a| = \omega^2 x \Rightarrow |a| = \pi^2 \times 0/1 = \pi^2 = 10 \Rightarrow |a| = 10 \text{ m/s}^2 = 10 \text{ cm/s}^2$$

یادآوری در حرکت هماهنگ ساده مکان و شتاب هم علامت نیستند.

۴ مکان مثبت است از این رو شتاب باید منفی باشد:

$$a = -10 \text{ cm/s}^2$$

B ۱۴۰۹

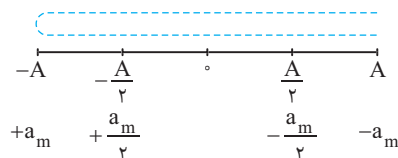
خط فکری در نقاط بازگشت یعنی نقاط $x = A$ و $x = -A$ شتاب نوسانگر

بیشینه است $(a_m = A\omega^2)$. اندازه شتاب با مکان نوسانگر نسبت مستقیم دارد $|a| = \omega^2 x$. بنابراین در لحظه‌هایی که اندازه شتاب نصف اندازه شتاب بیشینه است،

مکان نوسانگر $x = \pm \frac{A}{2}$ خواهد بود. بنابراین شما کافی است در معادله حرکت به جای

x مقدار $\pm \frac{A}{2}$ را قرار داده و زمان را به دست بیاورید.

$$x = A \cos \omega t \Rightarrow \pm \frac{A}{2} = A \cos \frac{2\pi}{T} t \Rightarrow \cos \frac{2\pi}{T} t = \pm \frac{1}{2}$$



۱ ۱۴۱۴ A

یادآوری بیشینه نیروی خالص وارد بر نوسانگر از رابطه $F = mA\omega^2$ به دست می‌آید که در آن A دامنه، m جرم نوسانگر و ω بسامد زاویه‌ای است.

۱ دامنه نصف طول پاره‌خط مسیر نوسانگر است. بنابراین $A = \frac{1}{2} \Delta s = 5 \text{ cm}$

۲ بسامد زاویه‌ای را به دست می‌آوریم.

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \xrightarrow{T = \frac{1}{2} \text{ s}} \omega = \frac{2\pi}{\frac{1}{2}} \Rightarrow \omega = 4\pi \text{ rad/s}$$

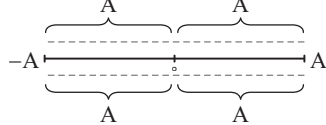
۳ اکنون بیشینه نیروی وارد بر ذره را به دست می‌آوریم.

$$F_{\text{max}} = mA\omega^2 \xrightarrow{m = 0.5 \text{ kg}} F_{\text{max}} = 0.5 \times 0.05 \times (4\pi)^2 \Rightarrow F_{\text{max}} = 4 \text{ N}$$

۱ ۱۴۱۵ A

۱ در هر دقیقه ۱۲۰ نوسان کامل انجام شده بنابراین دوره و بسامد زاویه‌ای خواهد شد:

$$T = \frac{t}{N} = \frac{60}{120} = \frac{1}{2} \text{ s} \xrightarrow{\omega = 2\pi/T} \omega = 4\pi \text{ rad/s}$$



۲ در هر دوره مسافت طی شده برابر $4A$ است از این رو دامنه برابر است با:

$$4A = 16 \Rightarrow A = 4 \text{ cm}$$

۳ شتاب را در مکان $x = -\frac{A}{2} = -2 \text{ cm}$ به دست می‌آوریم.

$$|a| = \omega^2 |x| \Rightarrow |a| = (4\pi)^2 \times \left(\frac{2}{100}\right) \Rightarrow |a| = 16 \times 10 \times \frac{2}{100} \Rightarrow |a| = 3.2 \text{ m/s}^2$$

۴ نیروی خالص وارد بر نوسانگر خواهد شد:

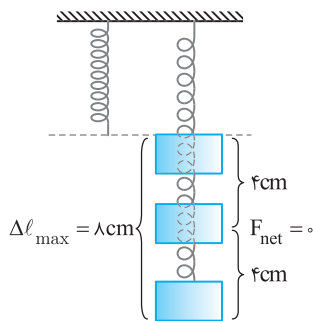
$$F = ma \xrightarrow{m = 2 \times 10^{-2} \text{ kg}} F = 2 \times 10^{-2} \times 3.2 \Rightarrow F = 6.4 \times 10^{-2} \text{ N}$$

میانبر معادله نیرو - مکان نوسانگر $|F| = m\omega^2 x$ است.

۲ ۱۴۱۶ C

خط فکری در حالت تعادل نیروها متوازن است. به کمک دینامیک باید ثابت فنر را بیابید.

بیشترین نیروی کشسانی فنر وقتی است که طول فنر به بیشینه مقدار خود برسد. بنابراین شما باید بیشینه طول فنر را هنگام نوسان پیدا کنید و به کمک قانون هوک $F = k\Delta\ell$ مسئله را حل کنید.



۱ ابتدا ثابت فنر را حساب می‌کنیم.

$$F_{\text{net}} = 0 \Rightarrow mg = k\Delta\ell \Rightarrow 5 = k \frac{8}{100} \Rightarrow k = \frac{5 \times 100}{8} = 62.5 \text{ N/m}$$

۲ در محل تعادل طول فنر 4 cm افزایش یافته اگر در این حالت با دامنه 4 cm وزنه را به نوسان درآوریم، وزنه تا طول طبیعی فنر بالا می‌رود و وقتی به پایین‌ترین نقطه مسیر می‌رود افزایش طول فنر مطابق شکل $\Delta\ell_{\text{max}} = 8 \text{ cm}$ می‌شود. از این رو بیشینه نیرو خواهد شد:

$$F_{\text{max}} = k\Delta\ell_{\text{max}} = 62.5 \times \frac{8}{100} = 5 \text{ N}$$

۴ ۱۴۱۲ C

خط فکری ابتدا باید مکان نوسانگر در لحظه‌ای که شتاب $8\pi^2 \sqrt{2} \text{ m/s}^2$ است را به دست بیاورید.

در بازه $t = \frac{1}{6} \text{ s}$ تا $t = \frac{1}{10} \text{ s}$ مکان نوسانگر را مشخص کنید تا بتوانید تعیین کنید چه مدت شتاب از $8\pi^2 \sqrt{2} \text{ m/s}^2$ کوچکتر است.

۱ با توجه به معادله حرکت $x = 0.04 \cos 20\pi t$ بسامد زاویه‌ای را به دست می‌آوریم.

$$\omega = 20\pi \text{ rad/s}$$

۲ مکان نوسانگر وقتی شتاب $8\pi^2 \sqrt{2} \text{ m/s}^2$ است را به دست می‌آوریم.

$$|a| = \omega^2 x \Rightarrow 8\pi^2 \sqrt{2} = (20\pi)^2 x \Rightarrow 8\pi^2 \sqrt{2} = 400\pi^2 x$$

$$\Rightarrow x = \frac{2\sqrt{2}}{100} \text{ m} = 2\sqrt{2} \text{ cm}$$

۳ مکان نوسانگر در لحظه‌های $t = \frac{1}{10} \text{ s}$ و $t = \frac{1}{6} \text{ s}$ خواهد شد:

$$x = 0.04 \cos 20\pi t \begin{cases} t = \frac{1}{6} \text{ s} \rightarrow x_1 = 0.04 \cos 20\pi \times \frac{1}{6} = 0.04 \cos \frac{\pi}{3} \\ t = \frac{1}{10} \text{ s} \rightarrow x_2 = 0.04 \cos 20\pi \times \frac{1}{10} \end{cases}$$

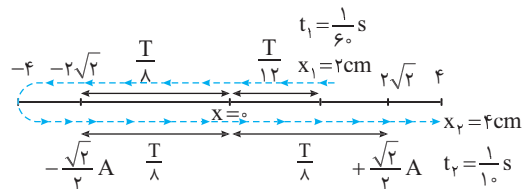
$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = 0.02 \text{ m} = 2 \text{ cm} \\ x_2 = 0.04 \cos 2\pi \Rightarrow x_2 = 0.04 \text{ m} = 4 \text{ cm} \end{cases}$$

۴ مسیر حرکت را رسم می‌کنیم و مکان‌های x_1 و x_2 را روی آن نشان می‌دهیم.

۵ دوره را به دست می‌آوریم. $\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow 20\pi = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = 0.1 \text{ s}$

۶ در مکان‌هایی که $-2\sqrt{2} \text{ cm} < x < 2\sqrt{2} \text{ cm}$ شتاب از $8\pi^2 \sqrt{2} \text{ m/s}^2$ کمتر است. به کمک بازه‌های زمانی شناخته شده مسئله را حل می‌کنیم.

$$\Delta t = \frac{T}{12} + \frac{T}{8} + \frac{T}{8} + \frac{T}{12} = \frac{T}{6} + \frac{2T}{8} + \frac{T}{6} = \frac{11T}{24} \Rightarrow \Delta t = \frac{11}{24} \times \frac{1}{10} = \frac{11}{240} \text{ s}$$



۴ ۱۴۱۳ C

خط فکری بیشینه شتاب نوسانگر $a_m = A\omega^2$ است از این رو شما باید بسامد زاویه‌ای $(\omega = \sqrt{g/\ell})$ را در ارتفاع R_e از سطح زمین پیدا کنید. اما ابتدا باید میدان گرانش در آن ارتفاع را برحسب میدان گرانش در سطح زمین بیابید.

۱ با توجه به رابطه میدان گرانش خواهیم داشت:

$$\begin{cases} \text{سطح زمین: } g_e = G \frac{M_e}{R_e^2} \\ R_e \text{ ارتفاع: } g_h = G \frac{M_e}{(R_e + R_c)^2} \end{cases} \Rightarrow \frac{g_h}{g_e} = \frac{(R_e)^2}{(2R_e)^2} = \frac{1}{4}$$

۲ نسبت بسامد زاویه‌ای را حساب می‌کنیم.

$$\frac{\omega_h}{\omega_e} = \sqrt{\frac{g_h}{g_e}} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{\omega_h}{\omega_e} = \frac{1}{2}$$

۳ اکنون نسبت بیشینه شتاب‌ها را می‌توانیم به دست بیاوریم.

$$\frac{a_h}{a_e} = \frac{A\omega_h^2}{A\omega_e^2} \xrightarrow{\text{دامنه‌ها یکسان}} \frac{a_h}{a_e} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

۳ ۱۴۱۷ A

یادآوری ۱ بسامد زاویه‌ای آونگ برابر $\omega = \sqrt{g/l}$ است.

۲ بیشینه نیروی خالص وارد بر نوسانگر برابر است با $F_{\max} = mA\omega^2$ که در آن A دامنه و m جرم نوسانگر است. بسامد زاویه‌ای را به دست می‌آوریم.

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{\ell}} \xrightarrow{\ell = 1\text{m}} \omega = \sqrt{10} \text{ rad/s}$$

بیشینه نیروی خالص وارد بر نوسانگر را حساب می‌کنیم.

$$F_{\max} = mA\omega^2 \xrightarrow[m = 0.2\text{kg}]{A = 0.1\text{cm}} F_{\max} = 0.2 \times 0.01 \times 10 = 0.02 \text{ N}$$

بازی با سؤال ۱ گلوله یک آونگ ساده با دامنه ۵ میلی‌متر نوسان می‌کند و بیشینه شتاب آن ۲ سانتی‌متر بر مربع ثانیه است. طول آونگ چند متر است؟ ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

$$2 \quad 1 \quad 1/5 \quad 2 \quad 2/5 \quad 3 \quad 4 \quad 4$$

یادآوری تمام روابطی که برای سامانه جرم - فنر به دست آورده‌ایم درباره آونگ نیز صادق است از جمله بیشینه شتاب برابر $a_{\max} = A\omega^2$ می‌باشد. از این می‌توان بسامد زاویه‌ای آونگ را حساب کرد.

$$\frac{2}{100} = 5 \times 10^{-3} \times \omega^2 \Rightarrow \omega^2 = 4 \Rightarrow \omega = 2 \text{ rad/s}$$

هم‌چنین می‌دانیم بسامد زاویه‌ای برابر $\omega = \sqrt{\frac{g}{\ell}}$ است از این رو:

$$\omega^2 = \frac{g}{\ell} \Rightarrow \frac{g}{\ell} = 4 \Rightarrow \ell = 2/5 \text{ m} \Rightarrow \ell = 2/5 \text{ dm}$$

گزینه ۳

۲ ۱۴۱۸ B

خط فکری بیشینه نیرو در دو حالت یکسان است. از طرفی فنر تغییر نکرده و ثابت فنر k ثابت مانده است. از این مطلب استفاده کنید و نسبت دامنه‌ها را به دست بیاورید سپس باید بسامد زاویه‌ای جدید را حساب کنید تا بتوانید معادله را بنویسید.

۱ با توجه به قانون هوک $F = kx$ بیشینه نیرو در مکان $x = \pm A$ خواهد بود یعنی $|F_{\max}| = kA$ است. بنابراین:

$$F_{\max_1} = F_{\max_2} \Rightarrow k_1 A_1 = k_2 A_2 \xrightarrow{k_1 = k_2} A_1 = A_2$$

$$\xrightarrow{A_1 = 0.1\text{m}} A_2 = 0.1\text{m}$$

۲ بسامد زاویه‌ای را به دست می‌آوریم:

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = \sqrt{\frac{k}{m_2}} \xrightarrow{\omega_1 = 5\pi} \frac{\omega_2}{5\pi} = \sqrt{\frac{m_1}{4m_2}} \Rightarrow \omega_2 = \frac{5\pi}{2} \text{ rad/s}$$

۳ معادله حرکت در حالت دوم خواهد شد:

$$x = A_2 \cos \omega_2 t \Rightarrow x = 0.1 \cos \frac{5\pi}{2} t \Rightarrow x = 0.1 \cos 2.5\pi t$$

بازی با سؤال ۱ جسمی به جرم ۵۰ گرم که از یک فنر آویخته است، نوسان می‌کند، معادله مکان نوسانگر در SI به صورت $x = 0.1 \cos 2.5\pi t$ است.

بیشترین نیروی وارد بر جسم چند نیوتون است؟ **مشابه کنکور دهه‌های گذشته**

$$0.1 \quad 1 \quad 2 \quad 2 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 4$$

یادآوری با توجه به معادله داده شده $A = 0.1 \text{ m}$ و $\omega = 2.5 \text{ rad/s}$ است.

$$F_{\max} = mA\omega^2 \Rightarrow F_{\max} = 0.05 \times 0.1 \times (2.5)^2$$

$$\Rightarrow F_{\max} = 0.05 \times 0.1 \times 6.25 = 0.03125 \text{ N}$$

گزینه ۲

۳ ۱۴۱۹ A

خط فکری در یک حرکت هماهنگ ساده، طول پاره‌خط مسیر نوسان دو برابر دامنه است و بازه زمانی که طول می‌کشد تا نوسانگر طول پاره‌خط را طی کند برابر نصف دوره $(\frac{T}{2})$ است. بنابراین کافی است ابتدا دامنه و دوره و سپس بیشینه سرعت را حساب کنید.

۱ دامنه نوسان یک حرکت هماهنگ ساده نصف طول مسیر آن است.

$$A = \frac{F}{\gamma} = 2 \text{ cm}$$

۲ نوسانگر در مدت $\frac{T}{2}$ (نصف دوره) یک بار طول پاره‌خط را طی می‌کند. با توجه به صورت سؤال $\frac{T}{2} = 1 \text{ s}$ است. بنابراین $T = 2 \text{ s}$ خواهد بود.

۳ بسامد زاویه‌ای را حساب می‌کنیم:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2} = \pi \text{ rad/s}$$

۴ بیشینه سرعت نوسانگر برابر است با:

$$v_m = A\omega \Rightarrow v_m = 0.02 \times \pi = 0.02\pi \text{ m/s} = 2\pi \text{ cm/s}$$

۲ ۱۴۲۰ A

خط فکری دوباره گرفتار بیشینه طول و کمینه طول فنر شدیم. البته طول مسیر راحت به دست می‌آید $(\ell_{\max} - \ell_{\min})$ و به کمک طول مسیر، دامنه در دسترس بوده و با داشتن ثابت فنر و جرم، بسامد زاویه‌ای را می‌توان حساب کرد و مسئله تمام است.

۱ طول پاره‌خطی که نوسانگر در آن نوسان می‌کند برابر $2A$ است.

$$2A = 52 - 42 = 10 \Rightarrow A = 5 \text{ cm}$$

۲ بسامد زاویه‌ای را حساب می‌کنیم.

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \xrightarrow[m = 0.1\text{kg}, F = 60\text{N}]{\omega = \frac{160}{0.1}} \omega = 4 \text{ rad/s}$$

۳ تندی بیشینه خواهد شد: $v_m = A\omega \Rightarrow v_m = 0.05 \times 4 \Rightarrow v_m = 2 \text{ m/s}$

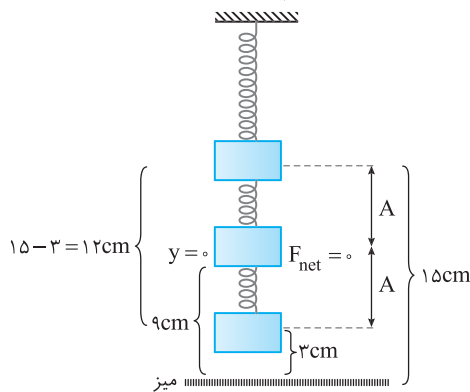
۲ ۱۴۲۱ B

خط فکری باید یک نقاشی مثل شکل زیر رسم کنید و به کمک آن طول مسیر و دامنه و مکان وزنه را وقتی فاصله آن از میز ۹ cm است به دست آورید. تا بتوانید مسئله را حل کنید.

۱ با توجه به صورت مسئله بالاترین نقطه از سطح میز ۱۵ cm و پایین‌ترین فاصله وزنه از سطح میز ۳ cm بوده، بنابراین طول مسیر $15 - 3 = 12 \text{ cm}$ و دامنه $A = \frac{12}{2} = 6 \text{ cm}$ است.

۲ بسامد زاویه‌ای سامانه جرم - فنر را حساب می‌کنیم.

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \xrightarrow[k = 0.4\text{N/m}, m = 0.1\text{kg}]{\omega = \frac{0.4}{0.1}} \omega = 2 \text{ rad/s}$$



۳ به شکل مجدداً نگاه کنید. فاصله وزنه وقتی از سطح میز ۹ cm است نوسانگر در حال گذر از حالت تعادل خود بوده، در حالت تعادل شتاب صفر و تندی بیشینه است.

تندی بیشینه خواهد شد:

$$v_m = A\omega \Rightarrow v_m = 6 \times 2 = 12 \text{ cm/s} \Rightarrow v_m = 0.12 \text{ m/s}$$

دامنه نوسانگر $A = \frac{6}{3} = 2 \text{ cm}$ بنابراین $x_{N'} = 1/\Delta \text{ cm}$ و $x_{M'} = -1/\Delta \text{ cm}$ یعنی

نقاط N' و M' به ترتیب در مکان $+\frac{A}{\Delta}$ و $-\frac{A}{\Delta}$ قرار دارند. مدت زمان حرکت از $-\frac{A}{\Delta}$ تا مرکز نوسان و از مرکز نوسان تا $+\frac{A}{\Delta}$ خواهد شد:

$$t = \frac{T}{12} + \frac{T}{12} = \frac{T}{6} \quad T = 2s \rightarrow t = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \text{ s}$$

۱ ۱۴۲۶ A

خط فکری در نقاط بازگشت شتاب و نیرو بیشینه و در نقطه تعادل شتاب و نیرو صفر است.

در نقاط بازگشت تندی صفر بوده و در نقطه تعادل تندی نوسانگر بیشینه است. تندی بیشینه برابر $A\omega$ و شتاب بیشینه برابر $A\omega^2$ است.

۱ با توجه به سؤال تندی بیشینه و شتاب بیشینه داده شده است:

$$\begin{cases} v_{\max} = A\omega = 0.2\pi \\ a_{\max} = A\omega^2 = 0.8\pi^2 \end{cases} \quad \frac{a_{\max} = A\omega^2}{v_{\max} = A\omega} \rightarrow \omega = \frac{0.8\pi^2}{0.2\pi} = 4\pi$$

۲ بزرگی شتاب نوسانگر در هر مکان از رابطه $|a| = \omega^2 |x|$ به دست می آید:

$$|a| = (4\pi)^2 \times \frac{1}{10} \Rightarrow |a| = 0.16\pi^2$$

۴ ۱۴۲۷ A

خط فکری تمام روابط حرکت هماهنگ ساده را می توانید در مورد آونگ به کار ببرید. بنابراین با نوشتن رابطه سرعت بیشینه و شتاب بیشینه مسئله را حل کنید.

ابتدا با استفاده از سرعت بیشینه و شتاب بیشینه، ω را حساب می کنیم:

$$\begin{cases} a_m = A\omega^2 \\ v_m = A\omega \end{cases} \rightarrow \frac{a_m}{v_m} = \frac{A\omega^2}{A\omega} = \omega \rightarrow \omega = \frac{a_m}{v_m} = \frac{0.2 \text{ m/s}^2}{\frac{\sqrt{2}}{10} \text{ m/s}} = \frac{\sqrt{2}}{10} \text{ rad/s}$$

بسامد زاویه ای را داریم. بنابراین طول آونگ را به دست می آوریم.

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{\ell}} \Rightarrow \sqrt{2} = \sqrt{\frac{10}{\ell}} \Rightarrow \ell = 5 \text{ m}$$

۲ ۱۴۲۸ A

یادآوری بیشینه تندی نوسانگر $v_m = A\omega$ و شتاب نوسانگر $|a| = \omega^2 x$ است.

۱ با استفاده از اندازه شتاب $|a| = 8 \text{ cm/s}^2$ در مکان $x = 2 \text{ cm}$ بسامد زاویه ای را به دست می آوریم.

$$|a| = \omega^2 x \Rightarrow 8 = \omega^2 (2) \Rightarrow \omega = 2 \text{ rad/s}$$

۲ تندی بیشینه خواهد شد:

$$v_m = A\omega \Rightarrow v_m = 5 \times 2 = 10 \text{ cm/s}$$

۳ ۱۴۲۹ A

۱ ابتدا باید مشخص کنیم وقتی جرم 50% افزایش می یابد با ثابت بودن فنر، بسامد زاویه ای چند برابر می شود.

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = \sqrt{\frac{k/m_2}{k/m_1}} \Rightarrow \frac{\omega_2}{\omega_1} = \sqrt{\frac{m_1}{m_2}} \quad m_2 = m_1 + \Delta m_1 = 1.5m_1 \rightarrow \frac{\omega_2}{\omega_1} = \sqrt{\frac{m_1}{1.5m_1}} = \sqrt{\frac{2}{3}}$$

۲ نسبت بیشینه تندی خواهد شد:

$$\frac{v_{r,\max}}{v_{1,\max}} = \frac{A\omega_2}{A\omega_1} \Rightarrow \frac{v_{r,\max}}{v_{1,\max}} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \sqrt{\frac{2}{3}}$$

۳ نسبت بیشینه شتاب برابر است با:

$$\frac{a_{r,\max}}{a_{1,\max}} = \frac{A\omega_2^2}{A\omega_1^2} = \left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2 = \frac{2}{3}$$

۴ ۱۴۲۲ B

خط فکری هنگام گذر از حالت تعادل تندی نوسانگر بیشینه و برابر $v_m = A\omega$

است. وقتی با دادن تندی اولیه دامنه از 4 cm به 9 cm افزایش می یابد شما باید تندی بیشینه با دامنه 4 cm و تندی بیشینه با دامنه 9 cm را پیدا کرده و از هم کم کنید تا تندی اولیه داده شده به نوسانگر را بیابید.

به کمک رابطه سرعت بیشینه، در دو حالت v_m را به دست آورده و مقادیرهای به دست آمده را از هم کم می کنیم:

$$\begin{cases} v_m = A\omega = 4 \times \frac{2\pi}{\pi} = 8 \text{ cm/s} \\ v'_m = A'\omega = 9 \times \frac{2\pi}{\pi} = 18 \text{ cm/s} \end{cases} \Rightarrow 18 - 8 = 10 \text{ cm/s} = 0.1 \text{ m/s}$$

۲ ۱۴۲۳ B

در لحظه t که فنر نه کشیده و نه فشرده است، وزنه در نقطه تعادل خود قرار دارد و در نقطه تعادل نیرو و شتاب صفر اما تندی بیشینه است. بنابراین تندی بیشینه نوسانگر 1.2 m/s است.

بسامد زاویه ای نوسانگر را به دست می آوریم:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad k = 900 \text{ N/m}, m = 4 \text{ kg} \rightarrow \omega = \sqrt{\frac{900}{4}} = \frac{30}{2} = 15 \text{ rad/s}$$

به کمک تندی بیشینه، دامنه را به دست می آوریم.

$$v_m = A\omega \Rightarrow 1.2 = A \times 15 \Rightarrow A = 0.08 \text{ m}$$

بنابراین معادله مکان - زمان وزنه به صورت زیر در می آید:

$$x = A \cos(\omega t) \Rightarrow x = 0.08 \cos 15t$$

۲ ۱۴۲۴ B

خط فکری برای نوشتن معادله مکان - زمان نوسانگر $(x = A \cos \omega t)$ باید

دامنه و بسامد زاویه ای را داشته باشیم. معادله حرکت نوسانگر $x = 0.1 \cos \pi t$ بوده و بسامد زاویه ای آن $\omega_A = \pi \text{ rad/s}$ است. با توجه به داده های مسئله ω_B و A_B را به دست بیاورید.

۱ دوره نوسانگر A برابر است با:

$$\omega_A = \frac{2\pi}{T_A} \Rightarrow \pi = \frac{2\pi}{T_A} \Rightarrow T_A = 2s$$

۲ دوره B ، $2s$ از دوره A بیشتر است. بنابراین:

$$T_B = T_A + 2 \Rightarrow T_B = 2 + 2 = 4s$$

۳ بسامد زاویه ای B خواهد شد:

$$\omega_B = \frac{2\pi}{T_B} = \frac{2\pi}{4} \Rightarrow \omega_B = \frac{\pi}{2} \text{ rad/s}$$

۴ بیشینه تندی A دو برابر بیشینه تندی B است، از این رو:

$$v_{m_A} = 2v_{m_B} \Rightarrow A_A \omega_A = 2A_B \omega_B \xrightarrow{A_A = 0.1 \text{ m}} 0.1 \times \pi = 2A_B \times \frac{\pi}{2} \Rightarrow A_B = 0.05 \text{ m}$$

۵ در نتیجه معادله مکان - زمان نوسانگر B به صورت زیر است:

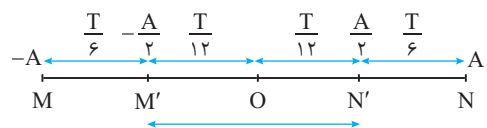
$$x = A_B \cos(\omega_B t) \Rightarrow x = 0.05 \cos\left(\frac{\pi}{2} t\right)$$

۳ ۱۴۲۵ B

تندی بیشینه برابر $A\omega$ است، دوره را حساب می کنیم.

$$v_m = A\omega \xrightarrow{v_m = 3\pi \text{ cm/s}} 3\pi = 3\omega \Rightarrow \omega = \pi \text{ rad/s}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \rightarrow \pi = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = 2s$$



B ۱۴۳۰

خط فکری

برای به دست آوردن شتاب متوسط باید تغییرات سرعت را به دست آوریم $(a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t})$. برای به دست آوردن سرعت، ابتدا مکان نوسانگر در $t_1 = 1s$ و $t_2 = 2s$ را بررسی می‌کنیم. اگر نوسانگر در انتهای مسیر قرار داشت $x = \pm A$ (نقاط بازگشت) سرعت متحرک صفر و اگر در مرکز نوسان $x = 0$ قرار داشت، اندازه سرعت بیشینه است $(|v| = A\omega)$.

ثابت دوم یعنی بازه زمانی بین $t = 1s$ تا $t = 2s$ ، مکان متحرک را در این دو لحظه به دست می‌آوریم و تندی متحرک در این مکان را حساب می‌کنیم.

$$x = 0.2 \cos\left(\frac{\pi}{2} \times 1\right) = 0 \quad \text{مرکز نوسان}$$

$$|v_1| = A\omega = 0.2 \times \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{10} \text{ m/s} \Rightarrow v_1 = \pi \text{ cm/s}$$

$$x = 0.2 \cos\left(\frac{\pi}{2} \times 2\right) = -0.2 \quad \text{در نقاط بازگشت} \Rightarrow v_2 = 0$$

$$|\bar{a}| = \left| \frac{\Delta v}{\Delta t} \right| = \left| \frac{v_2 - v_1}{2 - 1} \right| = \frac{\pi}{2} = \pi \text{ cm/s}^2 \quad \text{اندازه شتاب متوسط برابر است با:}$$

B ۱۴۳۱

یادآوری

تکانه برابر حاصل ضرب جرم در سرعت است $(\vec{P} = m\vec{v})$. تکانه وقتی بیشینه است که تندی بیشینه $(v_m = A\omega)$ باشد.

$$P = mv_m \Rightarrow P = mA\omega \Rightarrow 20 \times A \times \frac{2\pi}{1} = 16 \text{ g m/s} \Rightarrow 20 \times 20 \times A = 16$$

$$\Rightarrow A = 0.04 \text{ m} \Rightarrow \text{طول پاره خط} = 2A = 8 \text{ cm}$$

دقت کنید که واحد تکانه $g \cdot m/s$ است پس m را نیز با واحد گرم قرار دادیم.

B ۱۴۳۲

۱

معادله نیرو-مکان داده شده $|F| = 16\pi^2 x$ را با معادله نیرو-مکان حرکت هماهنگ ساده $|F| = m\omega^2 x$ مقایسه می‌کنیم.

$$m\omega^2 = 16\pi^2 \xrightarrow{m=1\text{kg}} \omega^2 = 16\pi^2 \Rightarrow \omega = 4\pi \text{ rad/s}$$

$$A = \frac{1}{2} \text{ cm} = 0.5 \text{ cm} = 5 \times 10^{-3} \text{ m} \quad \text{دامنه نصف پاره خط مسیر است.}$$

بیشینه تندی خواهد شد:

$$v_m = A\omega \Rightarrow v_m = 5 \times 10^{-3} \times 4\pi \Rightarrow v_m = 0.2\pi \text{ m/s}$$

B ۱۴۳۳

خط فکری

در حرکت هماهنگ ساده هرگاه سرعت $v = 0$ باشد شتاب ماکزیم $(a_m = \pm A\omega^2)$ بوده و هرگاه سرعت بیشینه $(v_m = A\omega)$ باشد، شتاب صفر است. بنابراین کافی است که در معادله شتاب-سرعت $\frac{a^2}{25} + \frac{v^2}{4} = \pi^2$ یکبار $v = 0$ و شتاب را a_m و بار دیگر سرعت را v_m و شتاب را صفر قرار دهید.

$$\frac{a_m^2}{25} + 0 = \pi^2 \Rightarrow a_m = 5\pi \text{ m/s}^2 \quad \text{سرعت را در معادله برابر صفر قرار می‌دهیم:}$$

$$\frac{0}{25} + \frac{v_m^2}{4} = \pi^2 \Rightarrow v_m = 2\pi \quad \text{شتاب را در معادله صفر قرار می‌دهیم.}$$

بسامد زاویه‌ای را به دست می‌آوریم:

$$a_m = A\omega^2 \Rightarrow \omega = \frac{a_m}{A} \Rightarrow \omega = \frac{5\pi}{2} \Rightarrow \omega = 2.5\pi \text{ rad/s}$$

$$v_m = A\omega \Rightarrow \omega = \frac{v_m}{A} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{2} \Rightarrow \omega = \pi \text{ rad/s}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow 2.5\pi = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{2.5\pi} \Rightarrow T = \frac{4}{5} \text{ s} \quad \text{دوره خواهد شد:}$$

$$T = 2\pi \frac{v_m}{a_m} \quad \text{میانبر} \quad \text{رابطه دوره با تندی بیشینه و شتاب بیشینه}$$

A ۱۴۳۴

خط فکری

در حل این مسئله نکات مهمی که از حرکت هماهنگ ساده باید برای خود یادآوری کنید این است که در حالت تعادل یعنی $x = 0$ ، تندی بیشینه است یعنی اگر در معادله $x^2 = 25\omega^2 z^2 - 25\omega^2 x^2$ را برابر صفر قرار دهیم تندی بیشینه می‌شود و در نقاط بازگشت $(x = \pm A)$ تندی صفر است، یعنی اگر تندی را صفر قرار دهیم x همان $\pm A$ خواهد شد. با این مطالب کافی است در معادله سرعت-مکان به جای v صفر قرار دهید و z را بررسی کنید.

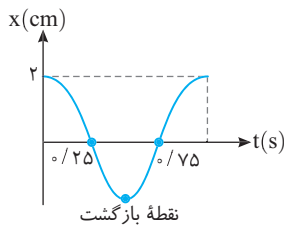
در نقاط بازگشت $x = \pm A$ سرعت صفر است بنابراین:

$$\begin{cases} x = \pm A \\ v = 0 \end{cases} \Rightarrow 0 = 25\omega^2 z^2 - 25\omega^2 A^2 \Rightarrow z = A$$

B ۱۴۳۵

با توجه به نمودار $\frac{T}{4} = 0.25s$ است پس دوره حرکت $T = 1s$ می‌باشد و در مدت $\frac{T}{4} = 0.25s$ ابتدایی متحرک از $x = A$ به $x = -A$ می‌رسد پس ابتدا نوسانگر به مرکز نوسان $(x = 0)$ که تندی بیشینه دارد نزدیک شده و حرکت آن تندشونده است و پس از آن از مرکز نوسان در حال دور شدن بوده و حرکت آن کندشونده است از این رو گزاره (الف) نادرست است.

در بازه $t = 0.25$ تا $t = 0.75$ مطابق شکل روبه‌رو یک‌بار متحرک به نقطه بازگشت خود رسیده است و گزاره (ب) درست است.



بیشینه تندی نوسانگر برابر $A\omega$ است.

$$A\omega = \frac{2}{100} \times \frac{2\pi}{1} \Rightarrow A\omega = \frac{2}{100} \times \frac{2\pi}{1} = \frac{4\pi}{100} \text{ m/s} = 4\pi \text{ cm/s}$$

گزاره (ب) درست است.

B ۱۴۳۶

با توجه به نمودار دوره و بسامد حرکت هر دو نوسانگر برابر است:

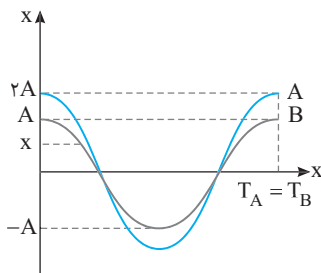
$$T_A = T_B \Rightarrow f_A = f_B \Rightarrow \omega_A = \omega_B$$

تندی بیشینه $v_m = A\omega$ است از این رو:

$$\begin{cases} v_{m_A} = A_A \omega_A \\ v_{m_B} = A_B \omega_B \end{cases} \Rightarrow \frac{v_{m_A}}{v_{m_B}} = \frac{A_A}{A_B} = 2$$

بنابراین تندی بیشینه آن‌ها برابر نیست.

شتاب در حرکت هماهنگ ساده $|a| = \omega^2 x$ است. در مکان x با توجه به یکسان بودن بسامد زاویه‌ای، شتاب برابر است، بنابراین دو کمیت بسامد و شتاب در مکان x برای دو نوسانگر یکسان است.



C ۱۱۴۴۰

ابتدا با توجه به بازه زمانی ۳s، بسامد زاویه‌ای را به دست می‌آوریم. در t_1 نوسانگر برای نخستین بار از مکان $2\sqrt{2}\text{cm}$ عبور کرده و در t_2 نیز نوسانگر برای دومین بار از مکان $2\sqrt{2}\text{cm}$ عبور می‌کند.

$$x = A \cos \omega t \quad \begin{cases} \cos \omega t_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \omega t_1 = \frac{\pi}{4} \\ \cos \omega t_2 = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \omega t_2 = \frac{7\pi}{4} \end{cases}$$

تفاضل شناسه‌های تابع کسینوسی برابر است با:

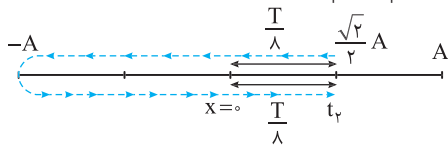
$$\omega t_2 - \omega t_1 = \frac{7\pi}{4} - \frac{\pi}{4} \Rightarrow \omega(t_2 - t_1) = \frac{3\pi}{2} \quad t_2 - t_1 = 3\text{s} \Rightarrow \omega = \frac{3\pi}{2 \times 3} = \frac{\pi}{2} \text{ rad/s}$$

شتاب نوسانگر برابر است با:

$$a = -\omega^2 x \Rightarrow a = -\left(\frac{\pi}{2}\right)^2 \times (-2) = \frac{\pi^2}{2} \text{ cm/s}^2 \Rightarrow a = \frac{1}{2} = 0.5 \text{ cm/s}^2$$

روش استفاده از بازه‌های زمانی شناخته شده: $\frac{x}{A} = \frac{2\sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow x = \frac{\sqrt{2}}{2} A$

مسیر حرکت را رسم می‌کنیم.



از مکان $+\frac{\sqrt{2}}{2}A$ تا $-A$ و برگشت به $+\frac{\sqrt{2}}{2}A$ بازه زمانی برابر است با:

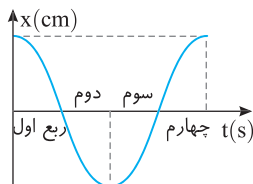
$$t_2 - t_1 = \frac{T}{2} + \frac{T}{4} + \frac{T}{4} = \frac{3T}{4} \Rightarrow 3 = \frac{3T}{4} \Rightarrow T = 4\text{s}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{4} \Rightarrow \omega = \frac{\pi}{2} \text{ rad/s}$$

بسامد زاویه‌ای خواهد شد:

ادامه مسئله مانند روش قبلی است.

روش استفاده از دایره مثلثاتی:

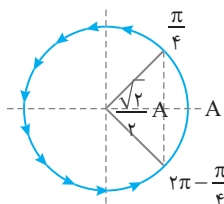


شناسه تابع کسینوس (فاز) حرکت در لحظه t_1 و t_2 را روی دایره نمایش می‌دهیم. در لحظه t_1 فاز در ربع اول و در لحظه t_2 فاز در ربع چهارم است.

تغییر فاز از t_1 تا t_2 مطابق شکل خواهد شد: $\omega t_2 - \omega t_1 = \frac{\pi}{4} + \pi + \frac{\pi}{4} = \frac{6\pi}{4} = \frac{3\pi}{2}$

$$\omega(t_2 - t_1) = \frac{3\pi}{2} \quad t_2 - t_1 = 3 \Rightarrow \omega \times 3 = \frac{3\pi}{2} \Rightarrow \omega = \frac{\pi}{2} \text{ rad/s}$$

ادامه مسئله مانند روش اول است.



B ۱۴۳۷۴

خط فکری در نقاط بازگشت $x = \pm A$ تندى نوسانگر صفر ($v = 0$) است. يعنى

اگر در معادله سرعت - مکان $1 = \frac{25}{\pi^2} v^2 + 2500 x^2$ به جای x ، $\pm A$ قرار دهيم،

تندى صفر و اگر در معادله به جای v ، تندى بیشینه ($v_m = A\omega$) قرار دهيم $x = 0$ خواهد بود، بنابراین شما یک بار $x = 0$ و بار دیگر $v = 0$ را در معادله قرار دهید.

$$\frac{25}{\pi^2} v^2 + 2500 x^2 = 1 \xrightarrow{x=0, v=v_m} \frac{25}{\pi^2} v_m^2 + 0 = 1 \Rightarrow v_m = \frac{\pi}{5} \text{ m/s}$$

دامنه را به دست می‌آوریم

$$\frac{25}{\pi^2} v^2 + 2500 x^2 = 1 \xrightarrow{v=0, x=A} 0 + 2500 A^2 = 1 \Rightarrow A = 0.02 \text{ m} = 2 \text{ cm}$$

بنابراین نمودارهای (۱) و (۲) نادرست هستند.

دوره را به دست آورده، $\frac{T}{4}$ را حساب می‌کنیم.

$$v_m = A\omega \Rightarrow \frac{\pi}{5} = 0.02 \left(\frac{2\pi}{T}\right) \Rightarrow T = 0.02 \text{ s} \Rightarrow \frac{T}{4} = \frac{1}{200} \text{ s}$$

بنابراین نمودار (۳) نادرست و نمودار (۴) درست است.

B ۱۴۳۸۴

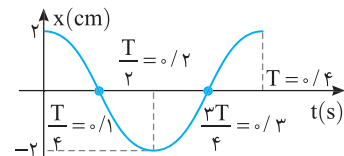
در این تست در معادله شتاب - مکان یک علامت منفی مشاهده می‌کنید که علت آن همان قانون هوک $F = -kx$ است* که در درسنامه بیان شده است و با توجه به قانون هوک معادله شتاب - مکان نوسانگر به صورت $a = -\omega^2 x$ است، بنابراین ضرب x همان ω^2 است و بسامد زاویه‌ای خواهد شد:

$$a = -2500 x, a = -\omega^2 x \Rightarrow \omega^2 = 2500 \Rightarrow \omega = 50 \text{ rad/s}$$

دوره را به دست می‌آوریم: $\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \frac{2\pi}{T} = 50 \Rightarrow T = 0.04 \text{ s}$

تندى بیشینه نوسانگر برابر $A\omega$ است. به کمک v_m دامنه را حساب می‌کنیم.

$$v_{\max} = A\omega \xrightarrow{v_{\max} = 10\pi \text{ cm/s}} 10\pi = A \times 50 \Rightarrow A = 2 \text{ cm}$$



B ۱۴۳۹۲

قبل از حل مسئله، به یادآوری‌های زیر دقت کنید.

یادآوری ۱ بنا به قانون دوم نیوتون نیروی خالص وارد بر نوسانگر برابر $F = ma$ است.

یادآوری ۲ در حرکت هماهنگ ساده رابطه بین شتاب و مکان به صورت زیر

$$|a| = \omega^2 x \xrightarrow{F=ma} |F| = m\omega^2 |x|$$

اولین کاری که باید بکنیم، به دست آوردن دوره حرکت به کمک نمودار است.

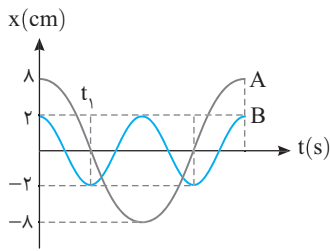
$$\Delta \frac{T}{4} = \frac{\pi}{4} \Rightarrow T = \frac{\pi}{5}$$

بسامد زاویه‌ای نوسانگر خواهد شد: $\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{\pi/5} \Rightarrow \omega = 10 \text{ rad/s}$

نیروی وارد بر نوسانگر در لحظه $t = t_1$ خواهد شد:

$$|F| = m\omega^2 |x| \xrightarrow{|x| = 1/5 \times 10^{-2} \text{ m}, m = 1 \text{ kg}} |F| = 1 \times (10)^2 \times 1/5 \times 10^{-2} \Rightarrow |F| = 0.2 \text{ N}$$

* قانون هوک در کتاب درسی بیان نشده است با آنکه علت اصلی حرکت هماهنگ ساده است.



۲ بسامد زاویه‌ای A و B را به دست می‌آوریم.

$$\omega_A = \frac{2\pi}{T_A} \Rightarrow \frac{\omega_A}{\omega_B} = \frac{T_B}{T_A} = \frac{1}{2} \Rightarrow \omega_B = 2\omega_A$$

$$\omega_B = \frac{2\pi}{T_B}$$

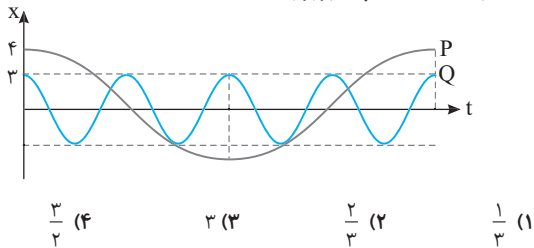
۳ بیشینه نیروی خالص وارد بر نوسانگر از رابطه $F_{\max} = mA\omega^2$ به دست می‌آید. از این رو:

$$\frac{|F_{\max A}|}{|F_{\max B}|} = \frac{(m\omega^2 A)_A}{(m\omega^2 A)_B} = \frac{m_A \times \omega_A^2 \times A_A}{m_B \times \omega_B^2 \times A_B} = 4 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times \left(\frac{1}{2}\right) = 1$$

۴ اکنون نسبت بیشینه تندی A به بیشینه تندی B را به دست می‌آوریم.

$$\frac{v_{\max A}}{v_{\max B}} = \frac{A_A \omega_A}{A_B \omega_B} \Rightarrow \frac{v_{\max A}}{v_{\max B}} = \frac{4 \times 1}{2 \times 2} = 1$$

بازی با سؤال: نمودار مکان - زمان دو نوسانگر P و Q مطابق شکل زیر است. بیشینه تندی P چند برابر بیشینه تندی Q است؟

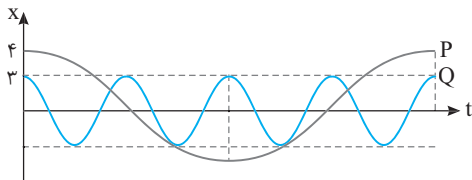


۱ با توجه به شکل دوره P چهار برابر دوره Q است.

$$T_P = 4T_Q \xrightarrow{\omega = \frac{2\pi}{T}} \omega_P = \frac{1}{4}\omega_Q$$

نسبت تندی بیشینه P و Q خواهد شد:

$$\frac{v_{\max P}}{v_{\max Q}} = \frac{A_P \omega_P}{A_Q \omega_Q} = \frac{4 \times \frac{1}{4} \omega_Q}{3 \times \omega_Q} = \frac{1}{3}$$



گزینه ۱

۴ ۱۴۴۴ A

با توجه به شکل روبه‌رو در مرکز تعادل انرژی جنبشی بیشینه و انرژی پتانسیل صفر است. در دو انتهای مسیر انرژی پتانسیل بیشینه

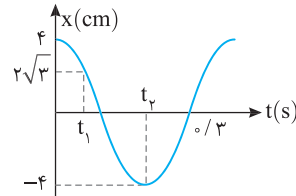
و انرژی جنبشی صفر است. پس گزینه (۱) نادرست است. بنابر قانون پایستگی انرژی $E = U + K$ همواره ثابت است. پس گزینه (۲) و (۳) نادرست است. بنا به پایستگی انرژی مکانیکی نوسانگر در تمام نقاط مسیر یکسان است و گزینه (۴) درست است.

۱ ۱۴۴۱ B

خط فکری: به نمودار نگاه کنید و در لحظه $t = t_1$ و $t = 0$ مکان نوسانگر را مشخص کنید تا بتوانید به کمک آن سرعت در دو لحظه را به دست آورده و شتاب متوسط در این بازه را حساب کنید.

۱ در لحظه $t = 0$ و $t = t_1$ نوسانگر در نقطه بازگشت خود قرار دارد بنابراین سرعت در این دو لحظه برابر صفر است و شتاب متوسط نیز صفر است.

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \xrightarrow[t=0 \Rightarrow v=0]{t=t_1 \Rightarrow v=0} a_{av} = \frac{0}{\Delta t} = 0$$



۲ با توجه به نمودار دوره را حساب می‌کنیم:

$$\frac{3T}{4} = \frac{0}{3} \Rightarrow T = \frac{0}{4} s$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{\frac{4}{10}} = 5\pi \text{ rad/s}$$

۳ بسامد زاویه‌ای را به دست می‌آوریم:

۴ در لحظه t_1 مکان نوسانگر $x = +2\sqrt{3} \text{ cm}$ است. به کمک معادله شتاب - مکان، شتاب را حساب می‌کنیم.

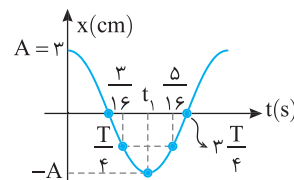
$$|a| = +\omega^2 |x| \Rightarrow |a| = +25\pi^2 \times \frac{2\sqrt{3}}{100} = +5\sqrt{3} \text{ m/s}^2$$

۴ ۱۴۴۲ B

۱ با توجه به تقارن نمودار در دو طرف لحظه t_1 که نوسانگر در مکان $-A$ قرار

دارد می‌توان نتیجه گرفت t_1 در وسط $\frac{3}{16}$ و $\frac{5}{16}$ و t_1 برابر $\frac{T}{2}$ است. از این رو:

$$t_1 = \frac{\frac{3}{16} + \frac{5}{16}}{2} = \frac{1}{4} s \xrightarrow{t_1 = \frac{T}{2}} \frac{1}{4} = \frac{T}{2} \Rightarrow T = \frac{1}{2} s$$



۲ لحظه $t = \frac{3}{8} s$ را بر حسب دوره مشخص می‌کنیم.

$$\frac{t}{T} = \frac{\Delta}{\lambda} \Rightarrow t = \frac{3}{4} T$$

۳ بسامد زاویه‌ای را حساب می‌کنیم.

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{\frac{1}{2}} = 4\pi \text{ rad/s}$$

۴ با توجه به نمودار در لحظه $\frac{3}{4} T$ نوسانگر در مکان $x = 0$ و دارای تندی بیشینه

است در نتیجه:

$$v_m = A\omega \Rightarrow v_m = 0.3 \times 4\pi \Rightarrow v_m = 0.12\pi \text{ m/s} \Rightarrow v_m = 12\pi \text{ cm/s}$$

۲ ۱۴۴۳ B

۱ با توجه به نمودار بازه زمانی صفر تا t_1 برای نوسانگر A برابر $\frac{T_A}{4}$ و برای

نوسانگر B برابر $\frac{T_B}{2}$ است. بنابراین:

$$t_1 = \frac{T_A}{4}, t_1 = \frac{T_B}{2} \Rightarrow \frac{T_A}{4} = \frac{T_B}{2} \Rightarrow T_A = 2T_B$$

بسامد زاویه‌ای را حساب می‌کنیم:

$$E = \frac{1}{2} m A^2 \omega^2 \xrightarrow[m = 2 \times 10^{-2} \text{ kg}, A = \frac{1}{\pi} \times 10^{-2} \text{ m}]{E = 0.04 \text{ J}} 0.04 = \frac{1}{2} \times 2 \times 10^{-2} \times \left(\frac{1}{\pi} \times 10^{-2}\right)^2 \times \omega^2$$

$$\Rightarrow 0.04 = \frac{10^{-4} \times 10^{-2}}{\pi^2} \omega^2 \Rightarrow 10^{-2} \omega^2 = 4\pi^2$$

$$\Rightarrow \omega^2 = \frac{4\pi^2}{10^{-2}} \Rightarrow \omega = 2\pi \times 10 \text{ rad/s} = 20\pi \text{ rad/s}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow 20\pi = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = 0.1 \text{ s}$$

دوره خواهد شد:

۴ ۱۴۴۹

خط فکری مجموع انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل در هر نقطه از مسیر برابر انرژی مکانیکی نوسانگر است، بنابراین کافی است K و U را با هم جمع کرده و بعد از به دست آوردن انرژی مکانیکی جرم جسم را حساب کنید.
مجموع انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل برابر با انرژی مکانیکی است.
 $E = K + U \Rightarrow E = 0.12 + 0.06 \Rightarrow E = 0.18 \text{ J}$

در این صورت می‌توان نوشت:

$$E = \frac{1}{2} m A^2 \omega^2$$

$$\xrightarrow[A = 4 \times 10^{-2} \text{ m}]{\omega = 5 \text{ rad/s}} 0.18 = \frac{1}{2} \times m \times (4 \times 10^{-2})^2 (5)^2 \Rightarrow m = 10^{-2} \text{ kg} \Rightarrow m = 10 \text{ g}$$

۱ ۱۴۵۰

در لحظه عبور نوسانگر از نقطه تعادل، تندی آن بیشینه (v_m) است. در این نقطه انرژی پتانسیل نوسانگر صفر ($U = 0$) و انرژی جنبشی آن بیشینه و برابر انرژی مکانیکی جسم است. از این رو می‌توان نوشت:

$$K_m = E \Rightarrow \frac{1}{2} m v_m^2 = E \Rightarrow v_m^2 = \frac{2E}{m} \Rightarrow v_m = \sqrt{\frac{2E}{m}} \Rightarrow v_m = \left(\frac{2E}{m}\right)^{\frac{1}{2}}$$

۲ ۱۴۵۱

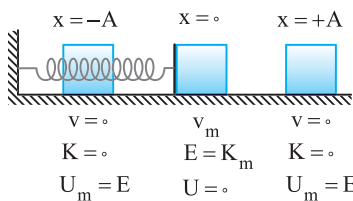
انرژی جنبشی نوسانگر در مبدأ نوسان بیشینه و برابر با انرژی مکانیکی نوسانگر است، بنابراین کافی است انرژی مکانیکی را حساب کنیم.

$$K_m = E = \frac{1}{2} k A^2 \xrightarrow[k = 100 \text{ N/m}, A = 4 \times 10^{-2} \text{ m}]{E = \frac{1}{2} \times 100 \times (4 \times 10^{-2})^2}$$

$$\Rightarrow K_m = 50 \times 16 \times 10^{-4} = 8 \times 10^{-2} = 0.08 \text{ J}$$

۲ ۱۴۵۲

خط فکری در حل مسائل انرژی نوسانگر بهتر است که شکل زیر را در ذهن خود مرور کنید و به خودتان بگویید که بیشینه انرژی جنبشی و بیشینه انرژی پتانسیل همان انرژی مکانیکی جسم است البته باید یادتان باشد که انرژی مکانیکی مجموع انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل نوسانگر ($E = K + U$) است.



۱ بیشینه انرژی جنبشی نوسانگر $\frac{1}{2} m v_m^2$ بیان شده که این مقدار برابر انرژی مکانیکی آن است از این رو:

$$E = K_m = 0.18 \text{ J}$$

۲ باتوجه به اصل پایستگی انرژی مکانیکی، انرژی جنبشی نوسانگر را وقتی که

$$E = U + K \Rightarrow 0.18 = 0.04 + K \Rightarrow K = 0.14 \text{ J}$$

است به دست می‌آوریم:

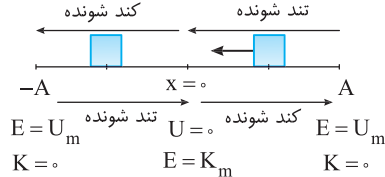
۳ حال می‌توان سرعت نوسانگر را به دست آورد.

$$K = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow 0.14 = \frac{1}{2} \times 10 \times v^2 \Rightarrow v^2 = \frac{0.28}{10}$$

$$v^2 = \frac{0.28}{10} = \frac{1}{35} \Rightarrow v = \frac{1}{\sqrt{35}} \text{ m/s} \Rightarrow v = \frac{20}{\sqrt{5}} \text{ cm/s} = \frac{20\sqrt{5}}{5} = 4\sqrt{5} \text{ cm/s}$$

۳ ۱۴۴۵

می‌دانیم تندی در مرکز نوسان (نقطه تعادل) بیشینه است. پس اگر نوسانگر در حال حرکت به سمت نقطه تعادل باشد حرکت آن تندشونده است. در نقطه تعادل شتاب و نیرو صفر می‌باشد و با نزدیک شدن به نقطه تعادل شتاب کاهش می‌یابد، بنابراین گزینه (۱) نادرست است و در طول مسیر انرژی مکانیکی ثابت و برابر $\frac{1}{2} k A^2$ بوده. پس گزینه (۲) و (۴) نادرست است. در دو انتهای مسیر ($x = \pm A$) فنر بیشینه تغییر طول را دارد، پس در دامنه‌ها انرژی پتانسیل بیشینه است و در مرکز نوسان که فنر نه کشیده و نه فشرده شده انرژی پتانسیل صفر است، بنابراین در حرکت به سمت مرکز تعادل انرژی پتانسیل کاهش می‌یابد.



۱ ۱۴۴۶

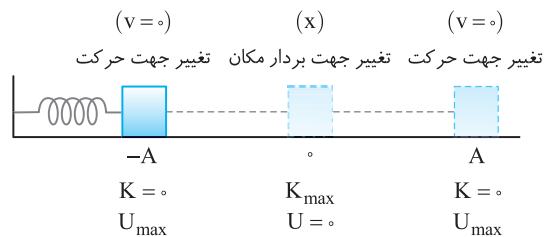
نقاط بازگشت ($x = \pm A$) انرژی پتانسیل نوسانگر بیشینه است و در این نقاط، اندازه نیرو، شتاب و مکان بیشینه است.

$x = -A$	$x < 0$	$x = 0$	$x > 0$	$x = A$
$v = 0$	$\frac{v > 0}{v < 0}$	v_m	$\frac{v > 0}{v < 0}$	$v = 0$
a_m	$a > 0$	$a = 0$	$a < 0$	a_m
F_m	$F > 0$	$F = 0$	$F < 0$	F_m

پایه سوال برای نوسانگری که روی پاره خطی در حال نوسان است، هنگام تغییر جهت حرکت آن بیشینه و هنگام تغییر جهت بردار مکان آن بیشینه می‌شود.

- (۱) انرژی جنبشی، انرژی پتانسیل (۲) انرژی پتانسیل، انرژی جنبشی
(۳) انرژی جنبشی، انرژی جنبشی (۴) انرژی پتانسیل، انرژی پتانسیل

پایه سوال در دو انتهای مسیر حرکت نوسانگر تغییر جهت می‌دهد پس هنگام تغییر جهت حرکت در انتهای مسیر ($x = \pm A$) انرژی پتانسیل بیشینه است و هنگام گذر از $x = 0$ بردار مکان نوسانگر تغییر جهت می‌دهد و در این مکان $x = 0$ انرژی جنبشی نوسانگر بیشینه است.



گزینه ۲

۱ ۱۴۴۷

انرژی مکانیکی یک نوسانگر ساده از رابطه $E = 2\pi^2 m A^2 f^2$ به دست می‌آید که در آن m جرم نوسانگر، A دامنه و f بسامد است، در نتیجه انرژی مکانیکی با مجذور دامنه و مجذور بسامد نسبت مستقیم دارد.

۱ ۱۴۴۸

پایه سوال انرژی مکانیکی یک نوسانگر برابر با $E = \frac{1}{2} m A^2 \omega^2$ است که در آن m جرم نوسانگر، A دامنه و ω بسامد زاویه‌ای نوسانگر است.

نکته هر ژول برابر ۱۰۰۰ میلی ژول است:

$$E = 4 \times 10^{-7} \text{ J} = 4 \times 10^{-1} \text{ mJ} = 0.4 \text{ mJ}$$

B ۱۴۵۵

خط فکری در کتاب درسی رابطه مستقلی برای انرژی پتانسیل نوسانگر گفته نشده است، پس در این سؤالات که انرژی پتانسیل خواسته می‌شود، باید ابتدا انرژی مکانیکی و انرژی جنبشی را حساب کرده و در نهایت با توجه به $E = K + U$ ، انرژی پتانسیل را حساب کنیم.

۱ نوسانگر در مدت یک دقیقه یا ۶۰s، ۱۵۰ نوسان کامل انجام داده است:

$$\frac{N}{1} = \frac{t}{T} \Rightarrow T = \frac{60}{150} = \frac{2}{5} = 0.4 \text{ s}$$

۲ طول پاره‌خط نوسان دو برابر دامنه حرکت نوسانگر است پس $A = 2cm$ است.

۳ انرژی مکانیکی نوسانگر که برابر مجموع انرژی جنبشی و پتانسیل یک جسم

$(E = U + K)$ است ثابت بوده و برابر $E = \frac{1}{2} m A^2 \omega^2$ است. ابتدا $\omega = \frac{2\pi}{T}$ را

حساب کرده و سپس انرژی مکانیکی را به دست می‌آوریم:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{0.4}$$

$$E = \frac{1}{2} m A^2 \omega^2 \Rightarrow E = \frac{1}{2} \times \frac{200}{1000} \times \left(\frac{2}{100}\right)^2 \times \left(\frac{2\pi}{0.4}\right)^2$$

$$\Rightarrow E = 0.1 \times 4 \times 10^{-4} \times \frac{4\pi^2}{0.16} = 0.1 \times 10^{-2} \times \pi^2 \xrightarrow{\pi^2=10} E = 10^{-2} \text{ J} = 10 \text{ mJ}$$

۴ انرژی جنبشی در لحظه‌ای که بزرگی سرعت نوسانگر $5\sqrt{2}\pi \text{ cm/s}$ بوده، برابر است با:

$$K = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow K = \frac{1}{2} \times 0.2 \times (\sqrt{2}\pi \times 10^{-2})^2$$

$$K = 0.1 \times 50 \times \pi^2 \times 10^{-4} = 5 \times 10^{-3} \text{ J} = 5 \text{ mJ}$$

۵ در نهایت با توجه به داشتن انرژی جنبشی و انرژی مکانیکی، انرژی پتانسیل را

$$E = K + U \Rightarrow 10 = 5 + U \Rightarrow U = 5 \text{ mJ}$$

به دست می‌آوریم:

B ۱۴۵۶

خط فکری تندی متحرک 10 cm/s کمتر از تندی در مرکز نوسان یعنی $v = v_m - 10$ است زیرا در مرکز نوسان تندی بیشینه است، بنابراین شما باید بسامد زاویه‌ای و دامنه، سپس تندی بیشینه را بیابید تا بتوانید با داشتن تندی (v)، انرژی جنبشی در آن لحظه را بیابید.

۱ دامنه حرکت نصف طول مسیر حرکت نوسانگر است. $A = \frac{1}{2} = 5 \text{ cm}$

۲ انرژی مکانیکی را به دست می‌آوریم:

$$E = \frac{1}{2} k A^2 \xrightarrow{k=20 \text{ N/m}} E = \frac{1}{2} \times 20 \times (5 \times 10^{-2})^2$$

$$\Rightarrow E = 10 \times 25 \times 10^{-4} = 25 \text{ mJ}$$

۳ بسامد زاویه‌ای را حساب می‌کنیم:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \xrightarrow{m=0.2 \text{ kg}} \omega = \sqrt{\frac{20}{0.2}} \Rightarrow \omega = 10 \text{ rad/s}$$

۴ تندی بیشینه خواهد شد: $v_m = A\omega \Rightarrow v_m = 5 \times 10 = 50 \text{ cm/s}$

۵ تندی در لحظه مورد نظر برابر است با:

$$v = v_m - 10 = 50 - 10 \Rightarrow v = 40 \text{ cm/s} = 0.4 \text{ m/s}$$

۶ انرژی جنبشی نوسانگر را به دست می‌آوریم:

$$K = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow K = \frac{1}{2} \times 0.2 \times (0.4)^2 \Rightarrow K = 0.1 \times 0.16$$

$$\Rightarrow K = 16 \times 10^{-3} \text{ J} = 16 \text{ mJ}$$

۷ اکنون می‌توان انرژی پتانسیل را حساب کرد.

$$E = K + U \Rightarrow 25 = 16 + U \Rightarrow U = 9 \text{ mJ}$$

بازی با سؤال

انرژی مکانیکی نوسانگری به جرم 100 g برابر 20 mJ است. در لحظه‌ای که انرژی پتانسیل کشسانی نوسانگر 15 mJ است، بزرگی سرعت نوسانگر چند سانتی‌متر بر ثانیه است؟

ریاضی - ۹۶

$$10\sqrt{10} \quad (2) \quad 20\sqrt{10} \quad (3) \quad \frac{\sqrt{3}}{10} \quad (4) \quad \frac{\sqrt{3}}{20}$$

پایسج خط فکری انرژی مکانیکی نوسانگر برابر مجموع انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل آن ($E = U + K$) در هر نقطه از مسیر است، بنابراین اگر به شما U و E را بدهند می‌توانید انرژی جنبشی را حساب کرده و تندی نوسانگر در آن لحظه را به دست بیاورید.

۱ انرژی جنبشی نوسانگر در لحظه مورد نظر برابر است با:

$$E = U + K \Rightarrow K = E - U = 20 - 15 \Rightarrow K = 5 \text{ mJ} = 5 \times 10^{-3} \text{ J}$$

۲ سرعت نوسانگر خواهد شد:

$$K = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow 5 \times 10^{-3} = \frac{1}{2} \times 0.1 \times v^2 \Rightarrow v^2 = 10^{-1} \Rightarrow v = \frac{\sqrt{10}}{10} \text{ m/s}$$

$$\Rightarrow v = 10\sqrt{10} \text{ cm/s}$$

گزینۀ ۱

A ۱۴۵۳

۱ زمان حرکت از مرکز نوسان به انتهای مسیر $\frac{1}{4}$ دوره و دامنه نصف طول پاره‌خط

مسیر است. دامنه را به دست می‌آوریم.

$$A = \frac{2}{4} = 10 \text{ cm}$$

۲ دوره و بسامد زاویه‌ای را حساب می‌کنیم.

$$\frac{T}{4} = \frac{1}{4} \Rightarrow T = 1 \text{ s} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega = 2\pi \text{ rad/s}$$

۳ انرژی جنبشی در مرکز نوسان بیشینه (K_m) و برابر انرژی مکانیکی است از این‌رو:

$$K_m = E \Rightarrow K_m = \frac{1}{2} m A^2 \omega^2 \Rightarrow K = \frac{1}{2} \times 0.1 \times (0.1)^2 \times (2\pi)^2$$

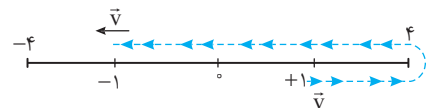
$$\Rightarrow K = 0.02 \text{ J} = 20 \text{ mJ}$$

A ۱۴۵۴

نکته هرگاه در یک حرکت هماهنگ ساده مکان و سرعت نوسانگر قرینه شود کوتاه‌ترین زمانی که این اتفاق می‌افتد برابر $\frac{T}{4}$ است.

خط فکری مسیر حرکت زیر از مکان $x_1 = +1 \text{ cm}$ در جهت مثبت محور تا رسیدن برای اولین بار به مکان $x_2 = -1 \text{ cm}$ مشخص می‌کند که هم مکان و هم

سرعت نوسانگر قرینه شده است. بنابراین این بازه زمانی برابر $\frac{T}{4}$ است. اکنون با دانستن این مطلب مسئله قابل حل است.



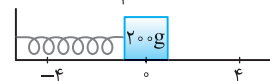
۱ با توجه به سؤال $\frac{T}{4}$ برابر ۲s است: $\frac{T}{4} = 2 \text{ s} \Rightarrow T = 8 \text{ s}$

۲ بسامد زاویه‌ای برابر است با: $\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{8} \Rightarrow \omega = \frac{\pi}{4} \text{ rad/s}$

۳ انرژی مکانیکی نوسانگر برابر خواهد شد با:

$$E = \frac{1}{2} m A^2 \omega^2 \xrightarrow{m=200 \text{ g}=0.2 \text{ kg}, A=4 \text{ cm}=4 \times 10^{-2} \text{ m}} E = \frac{1}{2} \times 0.2 \times (4 \times 10^{-2})^2 \times \left(\frac{\pi}{4}\right)^2$$

$$\xrightarrow{\pi^2=10} E = 0.1 \times 16 \times 10^{-4} \times \frac{10}{16} \Rightarrow E = 4 \times 10^{-4} \text{ J}$$



پاسخ ۱ با برداشتن وزنه C، جرم کاهش می‌یابد به همین دلیل دوره تناوب $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ کاهش می‌یابد. اما درباره انرژی مکانیکی باید بگوییم در انتهای مسیر تمام انرژی مکانیکی جسم به صورت انرژی پتانسیل $E = U_m = \frac{1}{2}kA^2$ است که با برداشتن وزنه C، دامنه و ثابت فنر هیچگونه تغییر نمی‌کند بنابراین انرژی مکانیکی ثابت می‌ماند و گزینه (۱) درست است.

گزینه ۱

۱ ۱۴۶۱ B

۱ دامنه حرکت را حساب می‌کنیم.

$$A = \frac{20}{2} = 10 \text{ cm} = 0.1 \text{ m}$$

۲ انرژی مکانیکی نوسانگر را به دست می‌آوریم:

$$E = \frac{1}{2}kA^2 \xrightarrow{k=100 \text{ N/m}} E = \frac{1}{2} \times 100 \times (0.1)^2 = 0.5 \text{ J}$$

۳ با توجه به صورت مسأله در یک لحظه انرژی جنبشی نوسانگر 0.1 J بیشتر از انرژی پتانسیل است و مجموع انرژی جنبشی و پتانسیل برابر انرژی مکانیکی است از این رو دستگاه دو معادله و دو مجهول می‌توان نوشت و K و U را حساب کرد.

$$\begin{cases} K - U = 0.1 \text{ J} \\ E = K + U = 0.5 \text{ J} \end{cases} \Rightarrow 2K = 0.6 \Rightarrow K = 0.3 \text{ J}, U = 0.2 \text{ J}$$

۴ نسبت $\frac{U}{K}$ خواهد شد:

$$\frac{U}{K} = \frac{0.2}{0.3} = \frac{2}{3}$$

بازی با سوال ۱ یک سامانه جرم - فنر با دامنه 10 cm در حال نوسان است. در یک لحظه انرژی پتانسیل نوسانگر 0.6 J از انرژی جنبشی آن کمتر است. اگر ثابت فنر 200 N/m باشد، در این لحظه انرژی جنبشی نوسانگر چند ژول است؟

(۱) 0.2 (۲) 0.4 (۳) 0.6 (۴) 0.8

پاسخ ۱ انرژی مکانیکی نوسانگر را حساب می‌کنیم.

$$E = \frac{1}{2}kA^2 \Rightarrow E = \frac{1}{2} \times 200 \times (0.1)^2 \Rightarrow E = 1 \text{ J}$$

۲ بنا به فرض مسئله داریم:

$$U = K - 0.6$$

۳ انرژی مکانیکی برابر است با:

$$E = U + K \Rightarrow 1 = K - 0.6 + K \Rightarrow 1.6 = 2K \Rightarrow K = 0.8 \text{ J}$$

گزینه ۴

۴ ۱۴۶۲ B

۱ ابتدا انرژی مکانیکی نوسانگر را به دست می‌آوریم:

$$E = \frac{1}{2}m\omega^2 \Rightarrow E = \frac{1}{2}m\frac{4\pi^2}{T^2} \Rightarrow E = \frac{1}{2}m \times \left(\frac{5}{100}\right)^2 \times \frac{4\pi^2}{\left(\frac{1}{5}\right)^2}$$

$$\Rightarrow E = \frac{1}{2}m \left(\frac{25}{100}\right) \times 4\pi^2 \times 100 \Rightarrow E = \frac{\pi^2}{2}m$$

۲ انرژی مکانیکی برابر مجموع انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل نوسانگر است و از طرفی مسئله تندی نوسانگر را در لحظه‌ای که انرژی جنبشی برابر انرژی پتانسیل است ($U = K$) از شما خواسته است بنابراین:

$$E = K + U \xrightarrow{K=U} \frac{\pi^2}{2}m = 2K$$

$$\xrightarrow{K = \frac{1}{2}mv^2} \frac{\pi^2}{2}m = mv^2 \Rightarrow v^2 = \frac{\pi^2}{2} \Rightarrow v = \frac{\sqrt{2}}{2} \pi \text{ m/s}$$

$$\xrightarrow{\text{m/s} \times 100 \rightarrow \text{cm/s}} v = 50\sqrt{2}\pi \text{ cm/s}$$

۱ ۱۴۵۷ B

دامنه ابتدا 4 cm و سپس $4 + 1 = 5 \text{ cm}$ است. بنابراین کافی است رابطه انرژی مکانیکی $E = \frac{1}{2}kA^2$ را در دو حالت بنویسیم و بر هم تقسیم کنیم و انرژی مکانیکی را در حالتی که دامنه 5 cm است به دست بیاوریم.

$$\frac{E_2 = \frac{1}{2}kA_2^2}{E_1 = \frac{1}{2}kA_1^2} \xrightarrow{E_1 = 16 \text{ J}, A_1 = 4 \times 10^{-2} \text{ m}, A_2 = 5 \times 10^{-2} \text{ m}} \frac{E_2 = A_2^2}{16 A_1^2}$$

$$\Rightarrow \frac{E_2 = (5 \times 10^{-2})^2}{16 (4 \times 10^{-2})^2} \Rightarrow E_2 = 2.5 \text{ J}$$

بنابراین باید به نوسانگر $2.5 - 1.6 = 0.9 \text{ J}$ انرژی داده شود.

۱ ۱۴۵۸ B

خط فکری

باید در جواب این مسئله به این فکر کنید که انرژی مکانیکی سامانه جرم - فنر به چه عواملی بستگی دارد. با توجه به رابطه $E = \frac{1}{2}kA^2$ ، ثابت فنر و دامنه حرکت انرژی مکانیکی نوسانگر را تعیین می‌کنند.

در این مسئله دامنه نوسان (A) و ثابت فنر (k) ثابت مانده است، بنابراین انرژی مکانیکی در دو حالت یکسان بوده و $\frac{E_2}{E_1} = 1$ است.

۴ ۱۴۵۹ B

خط فکری

با یک تست به شدت مفهومی سروکار داریم. اولاً انرژی مکانیکی نوسانگر از رابطه $E = \frac{1}{2}kA^2$ به دست می‌آید، بنابراین اگر ثابت فنر و دامنه ثابت بماند، انرژی مکانیکی تغییر نمی‌کند. ثانیاً در وسط مسیر نوسان انرژی مکانیکی نوسانگر تماماً انرژی جنبشی است ($K_m = \frac{1}{2}mv_m^2$) و اگر به هر نحوی بتوان جرم وزنه را کاهش داد، قطعاً انرژی مکانیکی تغییر می‌کند (کاهش می‌یابد).

حالت اول: اگر در نقاط بازگشت که سامانه به طور لحظه‌ای ساکن است وزنه m_1 را برداریم، دامنه نوسان همچنان بدون تغییر می‌ماند. ($A' = A$) از طرفی ثابت فنر نیز ثابت است. بنابراین انرژی مکانیکی ثابت می‌ماند.

حالت دوم: اگر هنگام گذر نوسانگر از وسط مسیر (حالت تعادل) وزنه m_1 را بتوان از روی m_1 برداشت، جرم سامانه کاهش می‌یابد و انرژی جنبشی نوسانگر ($K_m = \frac{1}{2}mv_m^2$) که همان انرژی مکانیکی است کاهش می‌یابد. بنابراین گزینه (۴) پاسخ درست است.

۳ ۱۴۶۰ C

در انتهای مسیر (نقطه بازگشت) نوسانگر به طور لحظه‌ای ساکن است و وقتی وزنه دیگری روی آن قرار می‌دهیم، نوسانگر از انتهای مسیر به حرکت درمی‌آید و دامنه حرکت تغییری نمی‌کند. از طرفی فنر نیز تغییر نکرده یعنی فنر ثابت بوده بنابراین انرژی مکانیکی $E = \frac{1}{2}kA^2$ تغییری نمی‌کند و نوسانگر با همان انرژی مکانیکی اولیه به حرکت خود ادامه می‌دهد تا به مرکز نوسان می‌رسد. در اینجا وزنه m را از روی نوسانگر برمی‌داریم، در اینجا تمام انرژی نوسانگر، انرژی جنبشی ($K = \frac{1}{2}mv_m^2$) است و با برداشتن نیمی از جرم، انرژی جنبشی یا همان انرژی مکانیکی نصف می‌شود.



بازی با سوال ۱ در شکل روبه‌رو، وزنه C بر روی وزنه D قرار دارد. جرم دو وزنه برابر است و دستگاه با دامنه A و دوره T دارای

حرکت هماهنگ ساده است. اگر در انتهای مسیر وزنه C را از روی وزنه D برداریم، انرژی مکانیکی و دوره حرکت دستگاه به ترتیب از راست به چپ چه تغییری می‌کند؟
 (۱) تغییر نمی‌کند، کاهش می‌یابد (۲) کاهش می‌یابد، کاهش می‌یابد
 (۳) تغییر نمی‌کند، افزایش می‌یابد (۴) کاهش می‌یابد، تغییر نمی‌کند

B ۱۴۶۳

۱ انرژی جنبشی در وسط مسیر بیشینه است. در یک لحظه تندی نصف تندی بیشینه است. در این لحظه باید مشخص کنیم که انرژی جنبشی چه کسری از انرژی جنبشی بیشینه است.

$$K = \frac{1}{2}mv^2, K_m = \frac{1}{2}mv_m^2 \Rightarrow \frac{K}{K_m} = \frac{v^2}{v_m^2} \Rightarrow K = \frac{1}{4}K_m$$

۲ با توجه به فرض مسئله در این لحظه انرژی پتانسیل ۲۰ ژول است، بنابراین انرژی مکانیکی خواهد شد:

$$E = K + U \Rightarrow E = K + 20$$

۳ انرژی مکانیکی برابر بیشینه انرژی جنبشی است.

$$E = K_m \Rightarrow K + 20 = K_m \xrightarrow{K = \frac{1}{4}K_m} \frac{1}{4}K_m + 20 = K_m$$

$$\Rightarrow \frac{3}{4}K_m = 20 \Rightarrow K_m = \frac{80}{3} \text{ J}$$

A ۱۴۶۴

۱ انرژی پتانسیل ۸ برابر انرژی جنبشی ($U = 8K$) است، بنابراین انرژی مکانیکی خواهد شد:

$$E = U + K \Rightarrow E = 8K + K = 9K \Rightarrow E = 9K \quad (I)$$

۲ انرژی مکانیکی برابر بیشینه انرژی جنبشی نوسانگر است، از این رو:

$$K_m = E \xrightarrow{(I)} K_m = 9K \Rightarrow \frac{1}{2}mv_m^2 = 9\left(\frac{1}{2}mv^2\right) \Rightarrow v_m = 3v$$

۳ با توجه به فرض مسئله در این لحظه $v = 2 \text{ m/s}$ است، در نتیجه v_m خواهد شد:

$$v_m = 3 \times 2 = 6 \text{ m/s}$$

B ۱۴۶۵

۱ انرژی مکانیکی برابر با مجموع انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل است، از این رو می توان نوشت:

$$E = U + K \xrightarrow{U=3K} E = 3K + K \Rightarrow E = 4K$$

۲ انرژی مکانیکی، برابر با انرژی جنبشی بیشینه نوسانگر است، بنابراین:

$$K_m = 4K \Rightarrow \frac{1}{2}mv_m^2 = 4\left(\frac{1}{2}mv^2\right) \Rightarrow v_m = 2v \Rightarrow v = \frac{v_m}{2} = \frac{5}{2} = 2.5 \text{ m/s}$$

B ۱۴۶۶

انرژی پتانسیل در $x = A$ بیشینه و در حرکت هماهنگ ساده، انرژی مکانیکی برابر بیشینه انرژی پتانسیل است، از این رو:

$$E = U_m = 0.36 \text{ J} \xrightarrow{E = K_m} K_m = 0.36 \text{ J}$$

انرژی جنبشی خواهد شد:

$$\begin{cases} K = \frac{1}{2}mv^2 \\ K_m = \frac{1}{2}mv_m^2 \end{cases} \xrightarrow{v = \frac{\sqrt{2}}{2}v_m} \frac{K}{K_m} = \frac{v^2}{v_m^2} = \frac{1}{2} \Rightarrow K = \frac{1}{2}K_m = \frac{1}{2} \times 0.36 \text{ J} = 0.18 \text{ J}$$

B ۱۴۶۷

انرژی مکانیکی برابر بیشینه انرژی جنبشی ($E = K_m$) است. وقتی گفته می شود انرژی

جنبشی $\frac{1}{n}$ انرژی مکانیکی باشد، یعنی $K = \frac{1}{n}K_m$ شود. در حالت تعادل انرژی

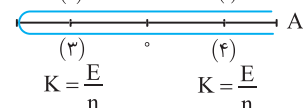
جنبشی بیشینه است، بنابراین وقتی که نوسانگر از $x = A$ به سوی $x = 0$ می رود و انرژی جنبشی از صفر به K_m می رسد حتماً در این مسیر یک بار انرژی جنبشی $\frac{1}{n}K_m$ خواهد

شد. همچنین در مسیر از $x = 0$ تا $x = A$ نیز یکبار این اتفاق می افتد. در برگشت نیز

همین اتفاق می افتد و جمعاً چهار بار انرژی جنبشی $\frac{1}{n}K_m$ خواهد شد:

$$K = \frac{E}{n} \quad K = \frac{E}{n}$$

$$K = 0 \quad (2) \quad E = K_m \quad (1) \quad K = 0$$



۱ نکته در یک حرکت هماهنگ ساده در مدت یک دوره، چهار بار تندی $\frac{1}{n}$

تندی بیشینه، چهار بار شتاب $\frac{1}{n}$ شتاب بیشینه، چهار بار انرژی جنبشی $\frac{1}{n}$ انرژی جنبشی بیشینه و ... خواهد بود.

B ۱۴۶۸

۱ انرژی جنبشی نوسانگر $12/5$ درصد انرژی پتانسیل است، بنابراین:

$$K = \frac{12/5}{100} U \Rightarrow U = 8K$$

۲ مجموع انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل نوسانگر برابر انرژی مکانیکی آن است.

$$E = U + K \Rightarrow E = 8K + K \Rightarrow E = 9K$$

۳ بیشینه انرژی جنبشی نوسانگر برابر انرژی مکانیکی نوسانگر بوده از این رو می توانیم

$$K_m = 9K \Rightarrow \frac{1}{2}mv_m^2 = 9\left(\frac{1}{2}mv^2\right) \Rightarrow v_m = 3v \Rightarrow v = \frac{v_m}{3} \quad (I)$$

۴ با توجه به فرض مسئله در لحظه مورد نظر تندی نوسانگر 3 m/s از بیشینه تندی کمتر است، بنابراین:

$$v = v_m - 3 \xrightarrow{(I)} \frac{v_m}{3} = v_m - 3 \Rightarrow 3 = \frac{2}{3}v_m \Rightarrow v_m = 4.5 \text{ m/s}$$

۵ بسامد زاویه ای را حساب می کنیم.

$$v_m = A\omega \xrightarrow{A=0.2 \text{ m}} 4.5 = 0.2\omega \Rightarrow \omega = \frac{4.5}{0.2} = 22.5 \text{ rad/s}$$

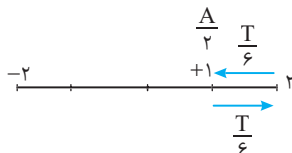
$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow 22.5 = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{22.5} \text{ s}$$

۶ دوره را به دست می آوریم:

۷ مسیر حرکت را رسم می کنیم. کمترین زمانی که طول می کشد تا نوسانگر دو بار از

مکان $+1 \text{ cm}$ بگذرد وقتی است که نوسانگر از مکان $+1 \text{ cm}$ به $+2 \text{ cm}$ رفته و این مسیر را برمی گردد بنابراین Δt خواهد شد:

$$\Delta t = \frac{T}{6} + \frac{T}{6} = \frac{T}{3} \Rightarrow \Delta t = \frac{2\pi}{3 \times 22.5} \Rightarrow \Delta t = \frac{2}{22.5} \text{ s}$$



A ۱۴۶۹

با توجه به معادله مکان - زمان $x = 0.05 \cos 20t$ ، دامنه حرکت برابر $A = 0.05 \text{ m}$ خواهد شد. از طرفی بیشینه انرژی جنبشی نوسانگر برابر انرژی مکانیکی آن است، بنابراین می توان نوشت:

$$K_m = E = \frac{1}{2}kA^2 \Rightarrow 6 \times 10^{-2} = \frac{1}{2}k(0.05)^2 \Rightarrow k = 48 \text{ N/m}$$

A ۱۴۷۰

۱ خط فکری انرژی پتانسیل یک نوسانگر در دو انتهای مسیر یعنی نقاط بازگشت

بیشینه می شود، بنابراین شما باید در معادله حرکت به جای $x = \pm A$ را قرار داده و لحظاتی که مکان بیشینه می شود را حساب کنید و مشخص کنید در بازه بیان شده در صورت مسئله چند بار $x = \pm A$ شده است.

روش استفاده از بازه های زمانی شناخته شده:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \pi = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = 2s$$

۱ دوره را حساب می کنیم.

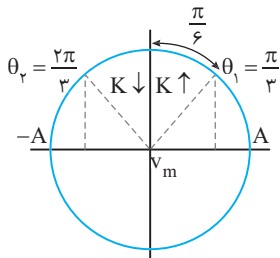
۲ در لحظه ابتدایی بازه $t_1 = 0.25 \text{ s}$ مکان نوسانگر را مشخص می کنیم.

$$x = 0.2 \cos \pi t \Rightarrow x_1 = 0.2 \cos \frac{\pi}{4} \Rightarrow x_1 = 0.2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow x_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} A$$

۳ مشخص می کنیم بازه زمانی ارائه شده چه کسری از دوره است.

$$\frac{\Delta t}{T} = \frac{2/5 - 0/25}{2} \Rightarrow \Delta t = \frac{9T}{8}$$

راه حل دوم: کمان (فاز) را در لحظه‌های $t_1 = \frac{1}{120} s$ و $t_2 = \frac{1}{60} s$ روی دایره مثلثاتی (مرجع) مشخص می‌کنیم.



$$\theta = \omega t \Rightarrow \begin{cases} \theta_1 = 40\pi \times \frac{1}{120} = \frac{\pi}{3} \\ \theta_2 = 40\pi \times \frac{1}{60} = \frac{2\pi}{3} \end{cases}$$

با توجه به دایره مرجع در مدتی که کمان (فاز) از $\frac{\pi}{3}$ به $\frac{2\pi}{3}$ تغییر می‌کند انرژی جنبشی در حال افزایش است.

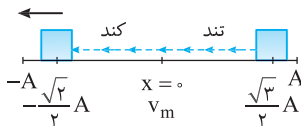
$$\Delta\theta = \omega t \Rightarrow \frac{\pi}{6} = 40\pi t \Rightarrow t = \frac{1}{240} s$$

B ۱۴۷۲

مکان نوسانگر را در دو حالت مشخص می‌کنیم:

$$x = A \cos \omega t \Rightarrow x = A \cos \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = \frac{\sqrt{3}}{2} A, \quad x = A \cos \frac{3\pi}{4} \Rightarrow x = -\frac{\sqrt{2}}{2} A$$

روی مسیر مطابق شکل مشخص است که نوسانگر ابتدا در حال حرکت به سوی مرکز نوسان بوده و سرعت و انرژی جنبشی در حال افزایش و پس از گذر از نقطه تعادل، سرعت و انرژی جنبشی در حال کاهش است و گزینه (۱) درست است.



A ۱۴۷۳

نکته: در یک تابع کسینوس مانند $y = A \cos x$ یا $y = A \cos^2 x$ بیشینه مقدار تابع برابر ضریب \cos یعنی A است.

۱ در معادله داده شده $\theta = K_0 \cos \omega t$ ، $K = K_0$ همان بیشینه مقدار انرژی جنبشی است ($K_0 = K_m$).

نکته: در حرکت هماهنگ ساده بیشینه انرژی جنبشی بیشینه انرژی پتانسیل نوسانگر مقدار یکسانی داشته و برابر انرژی مکانیکی نوسانگر هستند. $U_m = K_m = E$

۲ با توجه به نکته بالا بیشینه انرژی پتانسیل نوسانگر برابر K_0 است. $U_m = K_m = K_0$.

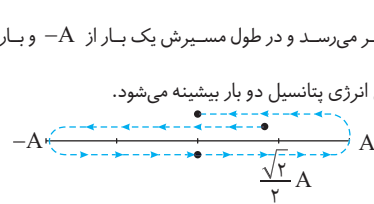
B ۱۴۷۴

خط فکری: در معادله‌های این چنینی ($K = 0.16 - 400x^2$) باید شما یادتان باشد که اگر $x = 0$ باشد، K بیشینه است (مرکز نوسان) و اگر $K = 0$ باشد یعنی نوسانگر در نقاط بازگشت ($x = \pm A$) قرار دارد، یعنی اگر به جای K صفر قرار دهیم باید به جای x ، A را قرار داده و مسئله را حل کنید.

انرژی جنبشی هنگامی صفر می‌شود که نوسانگر در نقطه بازگشت یعنی $x = \pm A$ باشد از این رو:

$$K = 0.16 - 400x^2 \xrightarrow{x = \pm A} 0 = 0.16 - 400A^2 \Rightarrow A^2 = \frac{0.16}{400} \Rightarrow A = 0.02 m \Rightarrow A = 2 cm$$

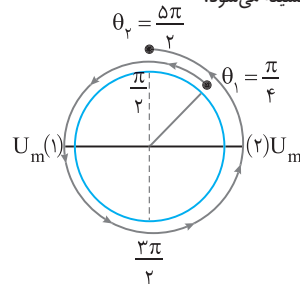
۴ مسیر را رسم می‌کنیم. Δt برابر $T + \frac{T}{8}$ شده یعنی نوسانگر از $\frac{\sqrt{2}}{2} A$ شروع به حرکت کرده و دوباره به همین نقطه برمی‌گردد (T) و سپس در مدت $\frac{T}{8}$ از $\frac{\sqrt{2}}{2} A$ به صفر می‌رسد و در طول مسیرش یک بار از $-A$ و بار دیگر از $+A$ می‌گذرد، بنابراین انرژی پتانسیل دو بار بیشینه می‌شود.



روش استفاده از معادله حرکت: در نقاط بازگشت ($x = \pm A$) انرژی پتانسیل بیشینه است، بنابراین بررسی می‌کنیم در بازه خواسته شده چند بار نوسانگر در انتهای مسیر بوده است. $x = 0.2 \cos \pi t \Rightarrow x = \pm 0.2 m \Rightarrow \cos \pi t = \pm 1 \Rightarrow \pi t = k\pi \Rightarrow t = k$
 $k = 0 \Rightarrow t = 0$, $k = 1 \Rightarrow t = 1 s$, $k = 2 \Rightarrow t = 2 s$, $k = 3 \Rightarrow t = 3 s$
 بازه زمانی داده شده $0.25 s$ تا $2.5 s$ که $t = 2 s$ و $t = 3 s$ در این بازه است بنابراین دو بار انرژی پتانسیل بیشینه می‌شود.

روش استفاده از دایره مثلثاتی: در لحظه‌های $t_1 = 0.25 s$ و $t_2 = 2.5 s$ کمان ωt (فاز) را به دست می‌آوریم. $\theta_1 = \pi(0.25) = \frac{\pi}{4}$, $\theta_2 = \pi(2.5) = \frac{5\pi}{4}$

روی دایره مثلثاتی در جهت مثلثاتی می‌چرخیم در عبور از $\theta = 0$ و $\theta = \pi$ انرژی پتانسیل بیشینه است و تعداد گذر از این نقاط را می‌شماریم که با توجه به دایره مثلثاتی ۲ بار انرژی پتانسیل بیشینه می‌شود.



B ۱۴۷۱

راه حل اول: دوره را به دست می‌آوریم.

$$x = A \cos 40\pi t \Rightarrow \omega = 40\pi \Rightarrow \frac{2\pi}{T} = 40\pi \Rightarrow T = \frac{1}{20} s$$

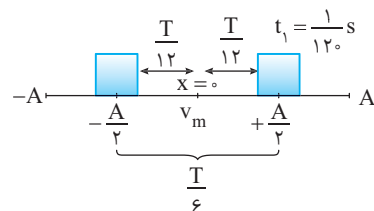
۲ مکان نوسانگر در ابتدای بازه را به دست می‌آوریم.

$$t = \frac{1}{120} s \Rightarrow x = A \cos \frac{40\pi}{120} \Rightarrow x_1 = A \cos \frac{\pi}{3} \Rightarrow x_1 = +\frac{A}{2}$$

۳ مشخص می‌کنیم بازه زمانی داده شده چه کسری از دوره است.

$$\frac{\Delta t}{T} = \frac{\frac{1}{60} - \frac{1}{120}}{\frac{1}{20}} \Rightarrow \frac{\Delta t}{T} = \frac{\frac{1}{120}}{\frac{1}{20}} \Rightarrow \frac{\Delta t}{T} = \frac{1}{6} \Rightarrow \Delta t = \frac{T}{6}$$

۴ مسیر حرکت را با توجه به بازه‌های زمانی شناخته شده مطابق شکل زیر است.

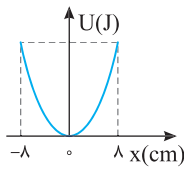


۵ بنابراین در بازه $\frac{T}{12}$ ابتدای حرکت تندشونده و انرژی جنبشی در حال افزایش

$$\frac{1}{T} = \frac{20}{12} = \frac{5}{3} s$$

است.

۱ با توجه به نمودار دامنه $A = 8 \text{ cm}$ است.



۲ در هر دقیقه نوسانگر 120 نوسان انجام می‌دهد بنابراین دوره برابر است با:

$$T = \frac{t}{N} \Rightarrow T = \frac{60}{120} \Rightarrow T = \frac{1}{2} \text{ s}$$

۳ بسامد زاویه‌ای را به دست می‌آوریم.

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{\frac{1}{2}} = 4\pi \text{ rad/s}$$

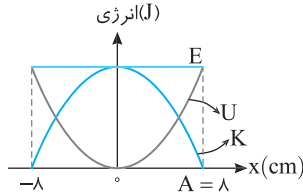
۴ انرژی جنبشی بیشینه را حساب می‌کنیم.

$$K_m = E = \frac{1}{2} mA^2 \omega^2 = \frac{1}{2} \times 2 \times (8 \times 10^{-2})^2 \times (4\pi)^2 = 64 \times 10^{-4} \times 144$$

$$K_m = 9216 \times 10^{-4} \text{ J} = 9216 \times 10^{-1} \text{ J}$$

۳ ۱۴۷۹ A

تکنه در حرکت هماهنگ ساده مسیر بدون اتلاف بوده و انرژی مکانیکی جسم ثابت است و در طول مسیر اگر انرژی جنبشی کاهش یابد، به همان اندازه انرژی پتانسیل افزایش خواهد یافت و بالعکس:



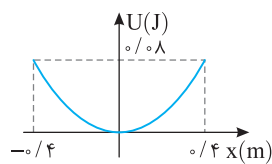
با توجه به نمودار انرژی مکانیکی نوسانگر $E = 4 \text{ J}$ و دامنه نوسان آن 8 cm است. انرژی مکانیکی نوسانگر از رابطه زیر به دست می‌آید بنابراین:

$$E = \frac{1}{2} mA^2 \omega^2 \xrightarrow{\omega = 2\pi f} E = 2m\pi^2 A^2 f^2$$

$$\Rightarrow 4 = 2 \times \left(\frac{1}{1000}\right) \times (\sqrt{10})^2 \times \left(\frac{1}{1000}\right)^2 \times f^2$$

$$4 = 10 \times \frac{64}{1000000} \times f^2 \Rightarrow \frac{10^4}{16} = f^2 \Rightarrow f = \frac{100}{4} = 25 \text{ Hz}$$

بازی با سوال نمودار انرژی پتانسیل نوسانگر ساده‌ای به جرم 40 گرم بر حسب مکان مطابق شکل روبه‌رو است. دوره نوسان این نوسانگر چند ثانیه است؟



$$\frac{3\pi}{2} \quad (1)$$

$$\frac{3\pi}{5} \quad (2)$$

$$\frac{4\pi}{5} \quad (3)$$

$$\frac{2\pi}{5} \quad (4)$$

پاسخ دامنه نوسانگر $A = 0.4 \text{ m}$ است.

با توجه به رابطه $E = U_{\max} = \frac{1}{2} mA^2 \omega^2$ ، بسامد زاویه‌ای را به دست می‌آوریم:

$$0.8 = \frac{1}{2} \times \frac{4}{1000} \times \left(\frac{0.4}{1000}\right)^2 \times \omega^2 \Rightarrow \omega^2 = 25 \Rightarrow \omega = 5 \text{ rad/s}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow 5 = \frac{2 \times \pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{5}$$

دوره را حساب می‌کنیم:

گزینه ۴

۳ ۱۴۷۵ B

۱ بیشینه انرژی جنبشی برابر انرژی مکانیکی نوسانگر است.

$$K_m = E = \frac{1}{2} mA^2 \omega^2 \quad (1)$$

۲ بیشینه نیروی وارد بر نوسانگر برابر است با:

$$F_m = mA\omega^2 \quad (2)$$

۳ دو رابطه (۱) و (۲) را بر هم تقسیم می‌کنیم و به جای F_m مقدار که مسئله داده یعنی 12 N را قرار می‌دهیم.

$$\frac{K_m}{F_m} = \frac{1}{2} A \Rightarrow \frac{K_m}{12} = \frac{1}{2} \times \frac{0.8}{12} \Rightarrow K_m = 0.48 \text{ J} = 480 \text{ mJ}$$

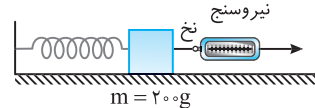
میانبر انرژی مکانیکی نوسانگر (E یا K_m یا U_m) برابر است با:

$$E = K_m = U_m = \frac{1}{2} F_m A$$

۱ ۱۴۷۶ B

خط فکری وقتی وزنه (۱) از حالت تعادل منحرف کرده و رها می‌کنیم دامنه حرکت $A = 2 \text{ cm}$ است. در این حالت نیروی فنر برابر 5 N بوده است. ($F_m = 5 \text{ N}$).

با توجه به این داده‌ها، انرژی مکانیکی را پیدا می‌کنیم سپس با داشتن آن، انرژی پتانسیل را به دست آورده و انرژی جنبشی را حساب می‌کنیم تا بتوانیم تندی وزنه را به دست بیاوریم.



۱ انرژی مکانیکی نوسانگر برابر است با:

$$E = \frac{1}{2} mA^2 \omega^2 \quad (I)$$

۲ بیشینه نیروی وارد بر نوسانگر برابر است با:

$$F_m = mA\omega^2 \quad (II)$$

۳ دو رابطه را بر هم تقسیم می‌کنیم.

$$\frac{E}{F_m} = \frac{\frac{1}{2} mA^2 \omega^2}{mA\omega^2} \Rightarrow \frac{E}{F_m} = \frac{1}{2} A \xrightarrow{\substack{F_m = 5 \text{ N} \\ A = 0.02 \text{ m}}} E = 5 \times \frac{1}{2} \left(\frac{0.02}{2}\right) \Rightarrow E = 0.05 \text{ J} = 50 \text{ mJ}$$

۴ انرژی جنبشی نوسانگر را به دست می‌آوریم.

$$E = U + K \Rightarrow 50 = 34 + K \Rightarrow K = 16 \text{ mJ}$$

۵ تندی را حساب می‌کنیم:

$$K = \frac{1}{2} mv^2 \Rightarrow 16 \times 10^{-3} = \frac{1}{2} \times \frac{0.2}{1000} \times v^2 \Rightarrow v^2 = 16 \times 10^{-2} \Rightarrow v = 0.4 \text{ m/s}$$

۳ ۱۴۷۷ B

۱ طول پاره‌خط برابر 10 cm است پس دامنه حرکت $\frac{1}{2} = 5 \text{ cm}$ است.

۲ انرژی مکانیکی که در طول مسیر ثابت است و برابر است با:

$$E = \frac{1}{2} kA^2 = 25 \times 10^{-3} \text{ J} = 25 \text{ mJ}$$

۳ در $x = 0$ تندی نوسانگر بیشینه است پس در $x = 0$ انرژی جنبشی بیشینه و انرژی پتانسیل صفر است و در $x = \pm A$ که انتهای مسیر است، تندی متحرک صفر است پس انرژی جنبشی صفر و انرژی پتانسیل بیشینه می‌باشد. با این اطلاعات نمودار گزینه (۳) پاسخ مسئله است.

۱ ۱۴۷۸ A

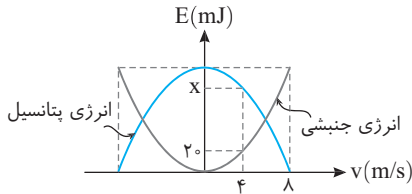
خط فکری بیشینه انرژی جنبشی همان انرژی مکانیکی است.

بنابراین شما از روی شکل دامنه را مشخص کنید و با استفاده از $E = \frac{1}{2} mA^2 \omega^2$

اطلاعات مسئله ω را بیابید تا مسئله حل شود.

۳ ۱۴۸۳ B

خط فکری نمودار انرژی بر حسب سرعت است آن را با نمودار انرژی بر حسب مکان اشتباه نکنید. تندی بیشینه $v_m = 4 \text{ m/s}$ و وقتی تندی $v = 4 \text{ m/s}$ است انرژی جنبشی 20 mJ است. به کمک این مطلب انرژی جنبشی بیشینه (K_m) یعنی انرژی مکانیکی نوسانگر ($E = K_m$) را به دست بیاورید. سپس به کمک پایستگی انرژی مکانیکی مقدار x یعنی انرژی پتانسیل را حساب کنید.



با توجه به نمودار می توان نوشت:

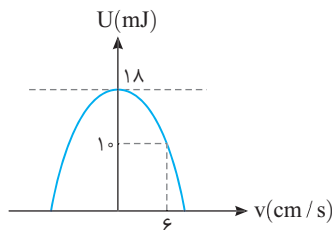
$$\begin{cases} K_m = \frac{1}{2}mv_m^2 \\ K = \frac{1}{2}mv^2 \end{cases} \Rightarrow \frac{K_m}{K} = \frac{v_m^2}{v^2} \Rightarrow \frac{K_m}{20} = \left(\frac{4}{2}\right)^2 \Rightarrow K_m = 80 \text{ mJ}$$

بنابراین انرژی مکانیکی نوسانگر $E = K_m = 80 \text{ mJ}$ است. در این صورت انرژی پتانسیل x خواهد شد:

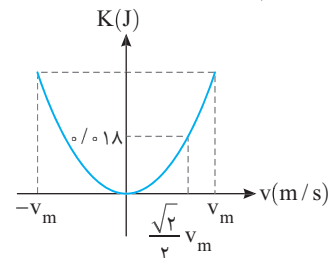
۱ ۱۴۸۴ B

نکته بیشینه انرژی پتانسیل نوسانگر برابر انرژی مکانیکی آن است. انرژی مکانیکی نوسانگر $E = 18 \text{ mJ}$ و ثابت فنر $k = 1000 \text{ N/m}$ است. بنابراین خواهیم داشت:

$$E = \frac{1}{2}kx^2 \Rightarrow 18 = \frac{1}{2} \times 1000 \times x^2 \Rightarrow x = \sqrt{\frac{36}{1000}} = 0.06 \text{ m} = 6 \text{ mm}$$



بازی با سوال نمودار انرژی جنبشی بر حسب سرعت نوسانگر ساده‌ای مطابق شکل است. انرژی مکانیکی نوسانگر چند ژول است؟



- ۱) ۰/۰۲۴
- ۲) ۰/۰۳۶
- ۳) ۰/۰۱۸√۲
- ۴) ۰/۰۱۸√۳

پایه انرژی مکانیکی برابر انرژی جنبشی بیشینه است. از این رو انرژی جنبشی بیشینه را حساب می کنیم:

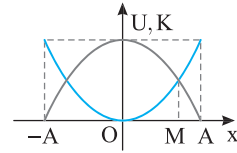
$$\begin{cases} K = \frac{1}{2}mv^2 \\ K_m = \frac{1}{2}mv_m^2 \end{cases} \Rightarrow \frac{K}{K_m} = \frac{v^2}{v_m^2} \Rightarrow \frac{18}{K_m} = \frac{(2\sqrt{2})^2}{v_m^2} \Rightarrow K_m = 36 \text{ J} \Rightarrow E = 36 \text{ J}$$

۲ گزینه

۳ ۱۴۸۰ A

به نمودار با دقت نگاه کنید. در نقطه M انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل برابر است این رو:

$$E = U + K \Rightarrow E = K + K \Rightarrow E = 2K$$



به جای انرژی مکانیکی، بیشینه انرژی جنبشی $K_m = \frac{1}{2}mv_m^2$ را قرار می دهیم.

$$E = 2K \Rightarrow \frac{1}{2}mv_m^2 = 2\left(\frac{1}{2}mv^2\right) \Rightarrow v = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}v_m$$

۱ ۱۴۸۱ B

۱ با توجه به نمودار انرژی جنبشی در نقطه x انرژی جنبشی نوسانگر 20 mJ از انرژی جنبشی بیشینه کمتر است.

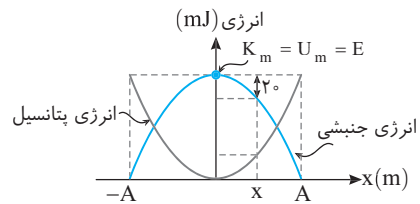
$$K = K_m - 20$$

۲ انرژی جنبشی بیشینه برابر انرژی مکانیکی نوسانگر است. از این رو:

$$K = E - 20 \quad (I)$$

۳ مجموع انرژی جنبشی و پتانسیل برابر انرژی مکانیکی است.

$$E = U + K \xrightarrow{(I)} E = U + E - 20 \Rightarrow U = 20 \text{ mJ}$$



۱ ۱۴۸۲ B

۱ مطابق نمودار انرژی جنبشی در مکان x_1 با انرژی پتانسیل در نقطه x_1 (U_1) برابر است.

$$U_1 = K_1$$

۲ انرژی مکانیکی برابر است با:

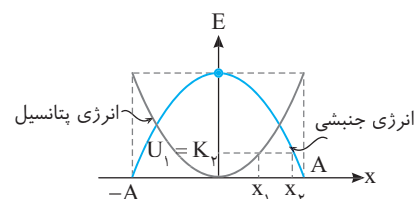
$$E_1 = U_1 + K_1 \xrightarrow{U_1 = K_1} E_1 = K_1 + K_1 \Rightarrow E = K_1 + K_1$$

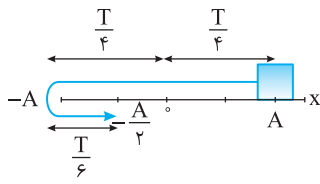
۳ بنابراین کافی است برای به دست آوردن انرژی مکانیکی نوسانگر K_1 و K_2 را حساب کرده با هم جمع کنیم.

$$E = \frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}mv_2^2 \quad m = 0.1 \text{ kg}$$

$$E = \frac{1}{2} \times 0.1 \times (2\sqrt{2})^2 + \frac{1}{2} \times 0.1 \times (2\sqrt{6})^2$$

$$E = \frac{1}{2} \times 0.1 \times 8 + \frac{1}{2} \times 0.1 \times 24 \Rightarrow E = 0.16 \text{ J}$$





با داشتن T و محاسبه انرژی مکانیکی را به دست می آوریم:

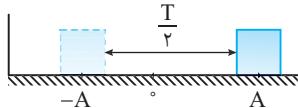
$$E = \frac{1}{2} m A^2 \omega^2 \quad \begin{matrix} m = \Delta \cdot g, A = 4 \text{ cm} \\ \omega = \frac{2\pi}{T} = \pi \end{matrix}$$

$$E = \frac{1}{2} \times (\Delta \times 10^{-3}) \times (4 \times 10^{-2})^2 \times (\pi)^2$$

$$\xrightarrow{\pi^2 = 10} E = \frac{1}{2} (\Delta \times 10^{-3}) = 4 \times 10^{-3} \text{ J} \Rightarrow E = \frac{4}{100} = \frac{1}{25} \text{ J}$$

۳ ۱۴۸۹ B

خط فکری بیشینه جابه جایی یک نوسانگر در مدت نیم دوره همواره وقتی رخ می دهد که نوسانگر از مکان A به $-A$ و یا از $-A$ به A برود. در این صورت مقدار جابه جایی برابر $2A$ است. با این توضیحات شما می توانید دامنه حرکت را بیابید و با داشتن دامنه حرکت و انرژی مکانیکی، دوره را حساب کرده و نمودار مورد نظر را تشخیص دهید.



۱ بیشینه جابه جایی در مدت $10 \text{ cm} \cdot \frac{T}{4}$ است. بنابراین دامنه خواهد شد:

$$2A = 10 \Rightarrow A = \frac{10}{2} \Rightarrow A = 5 \text{ cm}$$

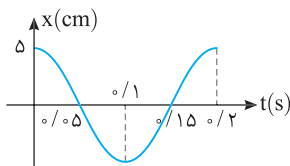
۲ رابطه انرژی مکانیکی را نوشته و بسامد زاویه ای را به دست می آوریم:

$$E = \frac{1}{2} m A^2 \omega^2 \quad \begin{matrix} E = \frac{1}{2} \Delta \times 10^{-3} \pi^2 \text{ J}, m = \Delta / \text{kg} \\ A = \Delta \times 10^{-2} \text{ m} \end{matrix}$$

$$E = \frac{1}{2} \Delta \times 10^{-3} \times \pi^2 = \frac{1}{2} \times \Delta \times 10^{-3} \times \pi^2 \times \omega^2 \Rightarrow \omega^2 = 10 \Rightarrow \omega = 10 \text{ rad/s}$$

۳ دوره را حساب می کنیم. $\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow 10 \cdot \pi = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2}{10} \text{ s}$

۴ بنابراین نمودار مکان - زمان به صورت روبه رو می باشد:

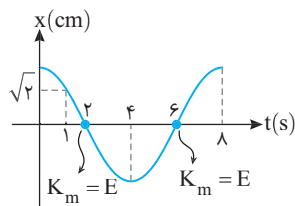


۴ ۱۴۹۰ B

۱ با توجه به نمودار $x-t$ در $t=1 \text{ s}$ برای اولین بار مکان نوسانگر برابر $x = \sqrt{2}$ می شود، بنابراین می توان دوره را حساب کرد.

$$x = A \cos \omega t \Rightarrow \sqrt{2} = 2 \cos \frac{2\pi}{T} t \xrightarrow{t=1 \text{ s}}$$

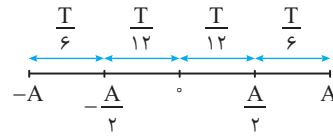
$$\cos \frac{2\pi}{T} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \frac{2\pi}{T} = \frac{\pi}{4} \Rightarrow T = 8 \text{ s}$$



۲ هنگام گذر نوسانگر از حالت تعادل یعنی در لحظه هایی که نمودار مکان - زمان محور زمان را قطع می کند، تمام انرژی مکانیکی جسم به صورت انرژی جنبشی است که با توجه به نمودار در لحظه $t=2 \text{ s}$ برای اولین بار و در $t=6 \text{ s}$ برای دومین بار این اتفاق می افتد.

۴ ۱۴۸۵ B

۱ طول پاره خط برابر 2 cm است بنابراین دامنه برابر $A = \frac{2}{2} = 1 \text{ cm}$ است.



۲ نوسانگر در مدت Δs به $\frac{A}{4}$ می رسد که با توجه به بازه های شناخته شده

$$\frac{T}{6} = \Delta s \Rightarrow T = 3 \text{ s}$$

داریم:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{3}$$

۳ بسامد زاویه ای خواهد شد:

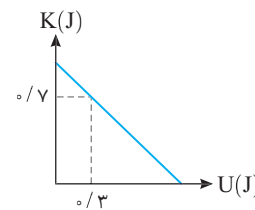
۴ انرژی مکانیکی همواره ثابت و برابر $E = \frac{1}{2} m v_m^2 = \frac{1}{2} m A^2 \omega^2$ است. بنابراین

نمودارهای (۱) و (۲) نادرست هستند. از طرفی دقت کنید که تندی همواره مثبت است و قسمت منفی در نمودار (۳) نادرست است و مقدار E نیز خواهد شد:

$$E = \frac{1}{2} m A^2 \omega^2 = \frac{1}{2} \times \frac{9}{9} \times (\frac{2\pi}{3})^2 = \frac{1}{2} \times \frac{4\pi^2}{9} = \frac{2\pi^2}{9} \text{ J}$$

بنابراین گزینه (۴) درست است.

۱ ۱۴۸۶ B



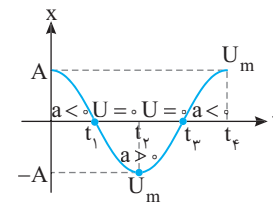
مجموع انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل برابر با انرژی مکانیکی است. با توجه به اینکه روی نمودار در لحظه ای که $U = \frac{2}{3} \text{ J}$ بوده، انرژی جنبشی برابر $\frac{1}{3} \text{ J}$ است، خواهیم داشت:

$$E = K + U \Rightarrow E = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} = 1 \text{ J}$$

انرژی مکانیکی از رابطه مقابل به دست می آید.

$$E = \frac{1}{2} k A^2 \Rightarrow 1 = \frac{1}{2} (k) (\frac{2}{3})^2 \Rightarrow k = \frac{2}{\frac{2}{9}} = 9 \text{ N/m}$$

۴ ۱۴۸۷ A



به نمودار روبه رو با دقت بنگرید. در حرکت به سمت انتهای مسیر انرژی پتانسیل نوسانگر رو به افزایش است یعنی از t_1 تا t_2 و یا از t_3 تا t_4 . می دانیم که علامت شتاب نوسانگر مخالف علامت مکان نوسانگر می باشد* و چون شتاب منفی مدنظر می باشد پس باید مکان مثبت باشد یعنی از t_3 تا t_4 هم شتاب منفی و هم انرژی پتانسیل در حال افزایش است.

۴ ۱۴۸۸ A

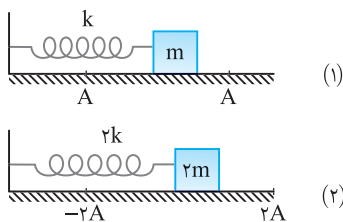
خط فکری از روی محور افقی (t) نمودار $x-t$ باید دوره نوسان را به دست آورد و با توجه به محور قائم دامنه و مکان نوسانگر مشخص خواهد شد. در گام اول دوره را حساب کرده و در گام دوم با توجه به رابطه $E = \frac{1}{2} m A^2 \omega^2$ انرژی مکانیکی را حساب می کنیم.

در لحظه $t_1 = \frac{2}{15}$ برای دومین بار مکان نوسانگر به -2 cm یا $-\frac{A}{2}$ رسیده است:

$$\Delta t = \frac{T}{4} + \frac{T}{4} + \frac{T}{6} = \frac{8T}{12} = \frac{2T}{3}$$

$$\Delta t = t_1 = \frac{2}{15} \text{ s} \Rightarrow \frac{2T}{3} = \frac{2}{15} \Rightarrow T = \frac{1}{5} \text{ s}$$

* هم علامت نبودن شتاب و مکان در کتاب درسی به طور مشخص بیان نشده است.



انرژی مکانیکی یک نوسانگر از رابطه $E = \frac{1}{2}kA^2$ به دست می‌آید. بنابراین:

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{\frac{1}{2}k_2 A_2^2}{\frac{1}{2}k_1 A_1^2} = \frac{(2k)(2A)^2}{k(A)^2} \Rightarrow E_2 = 8E_1$$

بنابراین E_2 بزرگ‌تر از E_1 است. اکنون E_1 و E_2 برحسب انرژی جنبشی و پتانسیل نوشته شده از هم کم می‌کنیم.

$$E_1 = U_1 + K_1, E_2 = U_2 + K_2 \Rightarrow E_2 - E_1 = (U_2 - U_1) + (K_2 - K_1)$$

با فرض مسئله $U_2 - U_1 = 46 \text{ mJ}$ و $K_2 - K_1 = 10 \text{ mJ}$ است. از این رو:

$$8E_1 - E_1 = 46 + 10 \Rightarrow 7E_1 = 56 \Rightarrow E_1 = 8 \text{ mJ}, E_2 = 8 \times 8 = 64 \text{ mJ}$$

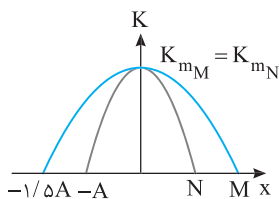
۳ ۱۴۹۳ B

خط فکری با توجه به نمودار بیشینه انرژی جنبشی نوسانگرهای M و N با هم برابر و دو نوسانگر هم جرم بوده و دامنه نوسان M، $1/5$ برابر دامنه نوسان N ($A_M = 1/5 A_N$) است. بنابراین همه چیز برای حل مسئله آماده است کافی است انرژی جنبشی بیشینه را با هم برابر قرار دهید.

۱ بیشینه انرژی جنبشی نوسانگر N و M با هم برابر است.

$$K_{mM} = K_{mN} \Rightarrow \frac{1}{2} m_M v_{mM}^2 = \frac{1}{2} m_N v_{mN}^2$$

$$\xrightarrow{m_N = m_M} v_{mM} = v_{mN}$$



۲ تندی بیشینه برابر $v_m = A\omega$ است. بنابراین:

$$v_{mM} = v_{mN} \Rightarrow A_M \omega_M = A_N \omega_N \xrightarrow{\omega = \frac{2\pi}{T}} 1/5 \left(\frac{2\pi}{T_M} \right) = \frac{2\pi}{T_N}$$

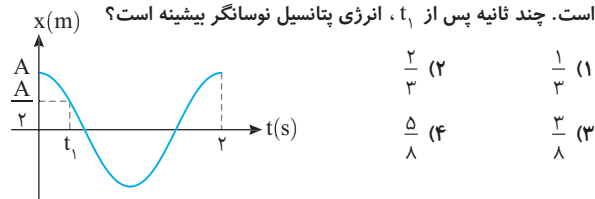
$$\frac{T_M}{T_N} = 1/5$$

۲ ۱۴۹۴ A

هرگاه بر جسمی که می‌تواند با دوره یا بسامد خاصی (دوره طبیعی) نوسان کند، یک نیروی دوره‌ای با همان دوره وارد شود، جسم شروع به نوسان می‌کند و دامنه نوسان تا مقدار بیشینه‌ای افزایش می‌یابد و از آن پس حرکت نوسانی بدون کاهش دامنه ادامه می‌یابد، این پدیده را تشدید می‌گویند.

در حالتی هم که بسامد نیروی اعمال شده با بسامد نوسانگر برابر نباشد، انرژی به نوسانگر منتقل می‌شود و نوسانگر را به حرکت درمی‌آورد اما بیشترین انرژی در حالت تشدید به نوسانگر منتقل می‌شود. با توجه به گفته‌های بالا گزینه (۲) درست است.

بازی با سوال - نمودار مکان - زمان نوسانگری مطابق شکل روبه‌رو است. چند ثانیه پس از t_1 ، انرژی پتانسیل نوسانگر بیشینه است؟



(۱) $\frac{1}{3}$

(۲) $\frac{2}{3}$

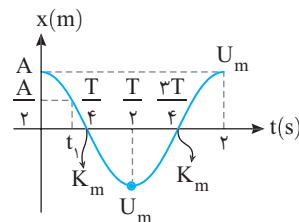
(۳) $\frac{3}{8}$

(۴) $\frac{5}{8}$

پاسخ با توجه به نمودار $T = 2s$ می‌باشد و t_1 اولین لحظه‌ای است که

متحرک به مکان $x = \frac{A}{2}$ رسیده است:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \pi \text{ rad/s}, \frac{A}{2} = A \cos \omega t_1 \Rightarrow \cos \pi t_1 = \frac{1}{2} \Rightarrow \pi t_1 = \frac{\pi}{3} \Rightarrow t_1 = \frac{1}{3} s$$



در انتهای مسیر $x = \pm A$ ، انرژی پتانسیل نوسانگر بیشینه است پس از t_1 در

$t = \frac{T}{2}$ انرژی پتانسیل نوسانگر بیشینه می‌شود.

$$\frac{T}{2} - t_1 = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3} s$$

۲ گزینه

۱ ۱۴۹۱ B

۱ با توجه به نمودار، دو دوره نوسانگر B برابر نصف دوره A است، بنابراین:

$$2T_B = \frac{T_A}{2} \Rightarrow T_A = 4T_B \quad (I)$$

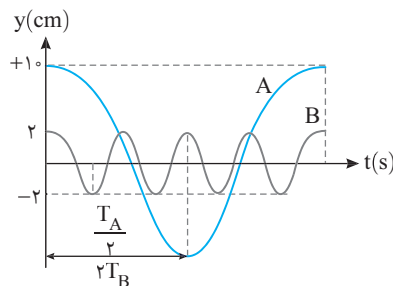
۲ نسبت بسامد زاویه‌ای دو نوسانگر را به دست می‌آوریم.

$$\frac{\omega_B}{\omega_A} = \frac{T_A}{T_B} \xrightarrow{(I)} \frac{\omega_B}{\omega_A} = 4 \Rightarrow \omega_A = \frac{1}{4} \omega_B$$

۳ دامنه A، 10 cm و دامنه B برابر 2 cm است.

۴ انرژی مکانیکی نوسانگر A و B را نوشته بر هم تقسیم می‌کنیم.

$$\frac{E_A}{E_B} = \frac{\frac{1}{2} m_A A_A^2 \omega_A^2}{\frac{1}{2} m_B A_B^2 \omega_B^2} \xrightarrow{m_B = 5m_A} \frac{E_A}{E_B} = \frac{1}{5} \times \left(\frac{1}{4}\right)^2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 \Rightarrow \frac{E_A}{E_B} = \frac{5}{16}$$



۴ ۱۴۹۲ C

خط فکری ابتدا به کمک نوشته‌های روی دو شکل نسبت انرژی مکانیکی آن‌ها را

به دست آورید سپس به سراغ حل مسئله بروید.

B ۱۴۹۵ ۲

یادآوری هرگاه با اعمال نیروی خارجی نوسانگری را به نوسان درآوریم چنین نوسانی را نوسان واداشته گویند.

خط فکری هرگاه بسامد نوسانهای واداشته با بسامد نوسانگر برابر باشد، تشدید رخ می دهد و دامنه نوسانگر افزایش می یابد. اما اگر نوسانگر را با بسامدهایی بیشتر یا کمتر از بسامد طبیعی آن به نوسان درآوریم، دامنه نوسان کوچکتر از حالت تشدید است، بنابراین شما باید بسامد طبیعی سامانه جرم - فنر را حساب کرده با بسامدهای داده شده در مسئله مقایسه کنید.

بسامد طبیعی سامانه جرم و فنر را به دست می آوریم:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{900}{0.1}} = 15 \text{ Hz}$$

بسامد $f_p = 15 \text{ Hz}$ با بسامد طبیعی f_0 سامانه برابر است. بنابراین دامنه نوسان برای بسامد (فرکانس) f_p از دو فرکانس دیگر بزرگتر است.

A ۱۴۹۶ ۳

بسامد سامانه جرم - فنر اول را حساب می کنیم.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \quad f = \frac{1}{T}$$

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\Rightarrow f_p = f_1 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{200}{0.5}} = \frac{2}{\pi} \text{ Hz}$$

هنگامی تشدید رخ می دهد که بسامد طبیعی دو سامانه با هم برابر باشند، بنابراین بسامد سامانه (۲) نیز برابر است با:

بسامد زاویه ای سامانه (۲) را حساب می کنیم.

$$\omega_p = 2\pi f_p \Rightarrow \omega_p = 2\pi \times \frac{2}{\pi} \Rightarrow \omega_p = 2 \text{ rad/s}$$

تنها گزینه ای که در آن بسامد زاویه 2 rad/s است، گزینه (۳) است.

B ۱۴۹۷ ۲

هنگامی بین دو سامانه تشدید رخ می دهد که بسامد (دوره) آن ها با هم برابر باشد.

$$T_2 = T_1 \Rightarrow 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}} \Rightarrow \frac{m}{k} = \frac{\ell}{g}$$

در حالت اول:

در حالت دوم: طول آونگ $\ell' = 2\ell$ شده است. در این صورت دوره آونگ خواهد شد:

$$\frac{T'}{T} = \frac{2\pi \sqrt{\frac{\ell'}{g}}}{2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}}} \Rightarrow \frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{\ell'}{\ell}} \Rightarrow \frac{T'}{T} = \sqrt{2}$$

باید دوره سامانه جرم فنر نیز $\sqrt{2}$ برابر $(T'_2 = \sqrt{2}T_2)$ باشد تا مجدداً تشدید رخ

$$2\pi \sqrt{\frac{m}{k'}} = \sqrt{2} (2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}) \Rightarrow k' = \frac{1}{2} k$$

دهد، بنابراین

B ۱۴۹۸ ۳

طول آونگ (۱) و آونگ (۴) با هم برابر است، بنابراین دوره $(T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}})$ هر دو آونگ

$$T_1 = T_4 \Rightarrow f_{01} = f_{04}$$

یکی است.

از این رو هرگاه آونگ (۱) را به نوسان درآوریم چون بسامد طبیعی آونگهای (۱) و (۴) با هم برابر است، برای آونگ (۴) تشدید رخ می دهد و دامنه نوسان آونگ (۴) از بقیه بیشتر است و گزینه (۳) درست است. دقت کنید با حرکت آونگ (۱) انرژی به همه آونگها منتقل می شود و همه می جنبند اما برای آونگ (۴) تشدید رخ می دهد و دامنه اش از بقیه بیشتر است.

B ۱۴۹۹ ۲

خط فکری هرگاه طول دو آونگ برابر باشد بسامد طبیعی (دوره طبیعی) آن ها یکسان بوده و می توانند با هم تشدید انجام دهند. در حل این تست باید دقت کنید در اثر افزایش دما که طول آونگها افزایش می یابد و سپس بررسی کنید طول کدامها با هم برابر می شود.

طول آونگهای (۱) و (۴) با هم برابر است و بسامد طبیعی آونگهای (۱) و (۴)

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$$

رخ می دهد.

با افزایش دما، طول آونگهای (۲) و (۳) و (۴) افزایش می یابد و با افزایش دما ممکن است طول آونگ (۳) با آونگ (۱) برابر شده و با نوسان آونگ (۱)، آونگ (۳) شروع به تشدید می کند اما با افزایش طول آونگ (۴) بسامد آن دیگر با بسامد آونگ (۱) برابر نیست و برای آن تشدید رخ نمی دهد.

طول آونگ (۲) که در هر دو حالت از طول آونگ (۱) بیشتر است و تشدید برای آونگ (۲) رخ نمی دهد.

B ۱۵۰۰ ۳

خط فکری میله با بسامد زاویه ای در گستره 1 rad/s تا 2 rad/s نوسان می کند یعنی تمام بسامد بین این دو مقدار را می تواند ایجاد کند بنابراین اگر بسامد آونگها بین این دو مقدار باشد برای آن ها تشدید رخ می دهد اما ما به جای اینکه بسامد تک تک آونگها را حساب کنیم مسیر دیگری را انتخاب کرده ایم، محدوده طول آونگها بین این دو بسامد زاویه ای را به دست آورده و طول آونگها را با این محدوده مقایسه می کنیم.

یادآوری بسامد زاویه ای آونگ برابر $\omega = \sqrt{\frac{g}{\ell}}$ است.

بسامد زاویه ای (ω) در گستره 1 rad/s تا 2 rad/s می باشد و با توجه به $\omega = \sqrt{\frac{g}{\ell}}$ خواهیم داشت:

$$1 \leq \omega \leq 2 \Rightarrow 1 \leq \sqrt{\frac{g}{\ell}} \leq 2 \Rightarrow 1 \leq \frac{g}{\ell} \leq 4 \Rightarrow \frac{1}{4} \leq \frac{\ell}{g} \leq 1 \xrightarrow{g=10} 2.5 \leq \ell \leq 10$$

بنابراین اگر طول آونگ در بازه 2.5 m تا 10 m باشد، آونگ تشدید می کند یعنی آونگهای به طولهای 2.5 m ، 3 m ، 4 m ، 6 m ، 8 m دچار تشدید می شوند.

B ۱۵۰۱ ۴

خط فکری با توجه به متن کتاب برای اینکه نوسان نامیرا باشد باید یک نیروی دوره ای مناسب که دامنه را عوض نکند در انتهای مسیر به آونگ وارد شود و چون آونگ را به سمت راست کشیده و رها می کنیم، این نیرو باید در انتهای راست مسیر وارد شود، بنابراین در هر دوره (T) یک بار این نیرو وارد می شود.

دوره را حساب می کنیم.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}} \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{24/5 \times 10^{-2}}{9.8}} \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{2/5 \times 10^{-2}}$$

$$\xrightarrow{\pi=\sqrt{10}} T = 2 \times \sqrt{10} \times \sqrt{2/5 \times 10^{-2}} \Rightarrow T = 2\sqrt{2 \times 10^{-2}} \Rightarrow T = 1 \text{ s}$$

بنابراین در لحظه های $t=1\text{s}$ ، $t=2\text{s}$ ، $t=3\text{s}$ ، $t=4\text{s}$ ، $t=5\text{s}$ ، ... باید آونگ تحت تأثیر این نیرو قرار گیرد.

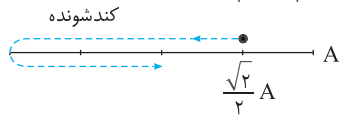
B ۱۵۰۲ ۳

وقتی یک نیروی خارجی با بسامدی برابر بسامد طبیعی نوسانگر به آن وارد می شود، نوسانگر شروع به نوسان کرده و دامنه آن افزایش می یابد. بنابراین دامنه باید در نمودار در حال افزایش باشد اما دوره و بسامد نوسانگر به دامنه بستگی ندارد و ثابت می ماند.

A ۱۵۰۳ ۲

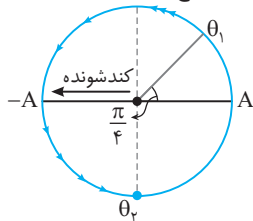
با توجه به رابطه شتاب، $a = -kx$ است و با توجه به فرض مسأله که k یک مقدار ثابت است، شتاب متحرک و در نتیجه نیروی خالص وارد بر متحرک ثابت است، درحالی که می دانیم حرکت هماهنگ ساده حرکت با شتاب متغیر است پس حرکت هماهنگ ساده نیست.

۷ مسیر حرکت را رسم می‌کنیم



در مدت $\frac{T}{4} = \frac{0.4}{4} = 0.1s$ یعنی حرکت کندشونده است.

روش استفاده از دایره مثلثاتی: این روش در این مسئله سریع‌تر به جواب می‌رسد.



کمان متناظر با $t_1 = \frac{1}{300}s$ و $t_2 = \frac{3}{100}s$

روی دایره مثلثاتی را مشخص می‌کنیم.

$$\theta_1 = \omega t_1 = 50\pi \times \frac{1}{300} = \frac{\pi}{6}$$

$$\theta_2 = \omega t_2 = 50\pi \times \frac{3}{100} = \frac{3\pi}{2}$$

می‌دانیم که با حرکت به سمت دامنه‌ها حرکت کندشونده است، پس در حرکت از θ_1 تا

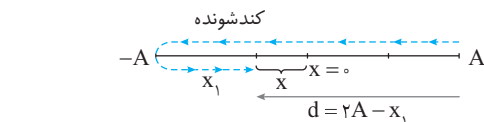
θ_2 تنها در بازه π تا $x=0$ حرکت کندشونده است که این بازه

برابر $\frac{T}{4} = 0.1s$ است.

۱۱۵۰۶ C

خط فکری از لحظه صفر تا t برای اولین بار تندی متوسط دو برابر بزرگی سرعت متوسط شده است. یعنی مسافت طی شده دو برابر جابه‌جایی است. تا لحظه‌ای که نوسانگر در یک جهت در حرکت است، تندی متوسط و سرعت متوسط یکسان است، بنابراین t بعد از تغییر جهت در مکان $-4cm$ اتفاق می‌افتد. مسیر حرکت را به‌طور فرضی از صفر تا t رسم می‌کنیم و مسافت را دو برابر جابه‌جایی می‌نویسیم. به حل دقت کنید.

با توجه به مسیر اگر فاصله محل مورد نظر را از $-A$ برابر x_1 قرار دهیم، مسافت طی شده خواهد شد:



$d = 2A - x_1$ و جابه‌جایی خواهد شد:

با توجه به فرض مسئله:

$$S_{av} = 2v_{av} \Rightarrow \ell = 2d \Rightarrow 2A + x_1 = 2(2A - x_1) \Rightarrow 2A + x_1 = 4A - 2x_1$$

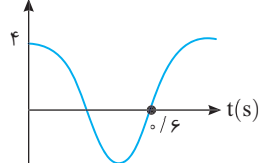
$$\Rightarrow x_1 = \frac{2}{3}A$$

مکان نوسانگر یعنی فاصله نوسانگر از مبدأ مکان. بنابراین مکان در لحظه $(x)t$ خواهد

شد:

$$x_1 + x = A \Rightarrow \frac{2}{3}A + x = A \Rightarrow x = \frac{1}{3}A = \frac{1}{3} \times 4 = \frac{4}{3} cm$$

دوره حرکت را حساب می‌کنیم.



$$\frac{2T}{4} = 0.6 \Rightarrow T = 1.2s$$

بسامد زاویه‌ای را به‌دست می‌آوریم.

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{1.2} \Rightarrow \omega = \frac{5\pi}{3} rad/s$$

شتاب حرکت خواهد شد:

$$|a| = \omega^2 |x| \Rightarrow |a| = \left(\frac{5\pi}{3}\right)^2 \times \left(\frac{4}{3} \times 10^{-2}\right) \Rightarrow |a| = \frac{25\pi^2}{9} \times \frac{4}{3} \times 10^{-2}$$

$$\Rightarrow |a| = \frac{5}{6} m/s^2$$

۱۱۵۰۴ B

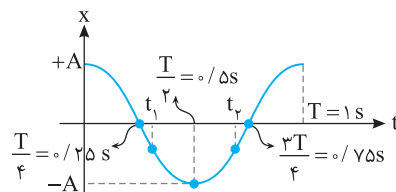
با توجه به رابطه $a = -\omega^2 x$ ابتدا بسامد زاویه‌ای را به‌دست می‌آوریم:

$$\omega^2 = 4\pi^2 \Rightarrow \omega = 2\pi \xrightarrow{\omega = \frac{2\pi}{T}} \frac{2\pi}{T} = 2\pi \Rightarrow T = 1s$$

نمودار $x-t$ نوسانگر را رسم می‌کنیم. در t_1 نوسانگر در حال حرکت به سمت انتهای

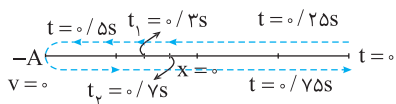
مسیر $(x=-A)$ است، پس حرکت متحرک کندشونده است. در t_2 نوسانگر در حال

حرکت به سمت مرکز تعادل $x=0$ است، پس حرکت متحرک تندشونده است.



روش دیگر: مسیر حرکت را رسم می‌کنیم. مطابق شکل در $t_1 = 0.25s$ حرکت

کندشونده و در $t_2 = 0.5s$ حرکت تندشونده است.



۱۱۵۰۵ A

خط فکری ابتدا به کمک قانون دوم نیوتون ($F=ma$)، قانون هوک

($F=-kx$) و بسامد زاویه‌ای ($\omega = \sqrt{k/m}$) معادله کلی شتاب - زمان در حرکت

همانگ ساده را به‌دست می‌آوریم. سپس معادله شتاب - زمان داده شده در مسئله را با آن مقایسه می‌کنیم و به کمک آن بسامد زاویه‌ای، دامنه و دوره را به‌دست می‌آوریم، سپس بازه زمانی داده شده را با دوره مقایسه کرده با رسم مسیر حرکت و به کمک بازه‌های زمانی شناخته شده مدت زمانی که حرکت کندشونده است را به‌دست می‌آوریم.

۱ با توجه به قانون دوم نیوتون ($F=ma$) و قانون هوک ($F=-kx$) معادله

شتاب - زمان را در حالت کلی به‌دست می‌آوریم.

$$ma = -kx \Rightarrow ma = -kA \cos \omega t \Rightarrow a = -\frac{k}{m} A \cos \omega t$$

$$\frac{\omega^2 = k}{m} \Rightarrow a = -A\omega^2 \cos \omega t$$

۲ معادله شتاب - زمان داده شده را با حالت کلی مقایسه کرده بسامد زاویه‌ای را

به‌دست می‌آوریم.

$$a = -100\pi^2 \cos 50\pi t \Rightarrow \omega = 50\pi rad/s$$

$$a = -A\omega^2 \cos \omega t$$

$$100\pi^2 = A\omega^2 \Rightarrow 100\pi^2 = A(50\pi)^2 \Rightarrow A = 0.4m = 4cm$$

۳ دوره را حساب می‌کنیم:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow 50\pi = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = 0.04s$$

۴ معادله حرکت را می‌نویسیم.

$$x = 0.4 \cos 50\pi t$$

۵ بازه زمانی $t_1 = \frac{1}{200}s$ تا $t_2 = \frac{3}{100}s$ را با دوره مقایسه می‌کنیم.

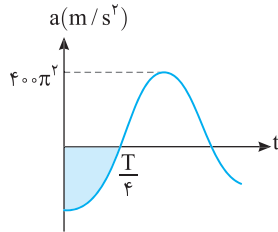
$$\frac{\Delta t = \frac{3}{100} - \frac{1}{200}}{\frac{1}{100}} \Rightarrow \frac{\Delta t = \frac{200}{4}}{\frac{1}{100}} \Rightarrow \Delta t = \frac{5}{8} T$$

۶ مکان متحرک در $t_1 = \frac{1}{200}s$ را به‌دست می‌آوریم.

$$x_1 = 0.4 \cos 50\pi \times \frac{1}{200} \Rightarrow x_1 = 0.4 \cos \frac{\pi}{4} \Rightarrow x_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} (0.4) = \frac{\sqrt{2}}{2} A$$

C ۱۵۱۱ ۲

یادآوری مساحت سطح محصور بین نمودار شتاب - زمان و محور زمان برابر تغییر سرعت است.



۱ در بازه صفر تا $\frac{T}{4}$ ، تغییر سرعت $2\pi m/s$ است. در این صورت در لحظه $\frac{T}{4}$

که نوسانگر از مکان $x=0$ می‌گذرد، سرعت بیشینه و در $t=0$ سرعت صفر است. بنابراین بیشینه سرعت خواهد شد: $2\pi = v_m - 0 \Rightarrow v_m = 2\pi$

۲ شتاب بیشینه برابر $a_m = 400\pi^2 m/s^2$ است، بنابراین می‌توان نوشت:

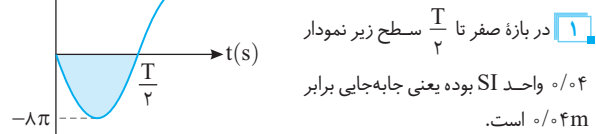
$$v_m = A\omega \Rightarrow \frac{v_m}{a_m} = \frac{1}{400\pi^2} \Rightarrow \frac{2\pi}{400\pi^2} = \frac{1}{\omega} \Rightarrow \omega = 200\pi \text{ rad/s}$$

$$a_m = A\omega^2 \Rightarrow \frac{v_m}{a_m} = \frac{1}{400\pi^2} \Rightarrow \frac{2\pi}{400\pi^2} = \frac{1}{\omega} \Rightarrow \omega = 200\pi \text{ rad/s}$$

۳ دوره را حساب می‌کنیم. $\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow 200\pi = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = 0.01 \text{ s}$

B ۱۵۱۲ ۱

یادآوری مساحت سطح زیر نمودار سرعت - زمان و محور زمان برابر جابه‌جایی است.



۱ در بازه صفر تا $\frac{T}{2}$ سطح زیر نمودار 0.4 واحد SI بوده یعنی جابه‌جایی برابر 0.4 m است.

۲ در مدت صفر تا $\frac{T}{2}$ نوسانگر از مکان $+A$ به مکان $-A$ می‌رود و جابه‌جایی آن برابر $2A$ است. از این رو می‌توان نوشت: $2A = 0.4 \Rightarrow A = 0.2 \text{ m}$

۳ با توجه به نمودار $v-t$ ، بیشینه تندی برابر $8\pi \text{ m/s}$ است. در نتیجه خواهیم داشت: $v_m = A\omega \Rightarrow 8\pi = 0.2\omega \Rightarrow \omega = 40\pi \text{ rad/s}$

۴ بسامد را حساب می‌کنیم. $\omega = 2\pi f \Rightarrow 40\pi = 2\pi f \Rightarrow f = 20 \text{ Hz}$

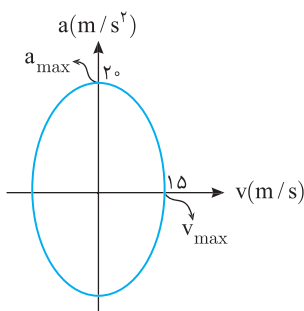
B ۱۵۱۲ ۲

خط فکری مسئله سختی نیست از روی شکل می‌توانید شتاب بیشینه a_m و سرعت بیشینه v_m را مشخص کنید سپس روابط v_m و a_m را نوشته، بسامد زاویه‌ای و از آنجا طول آونگ را حساب کنید. با توجه به نمودار:

$$\begin{cases} a_{\max} = 20 \xrightarrow{a_{\max} = A\omega^2} A\omega^2 = 20 \Rightarrow \omega = \frac{20}{15} = \frac{4}{3} \text{ rad/s} \\ v_{\max} = 15 \xrightarrow{v_{\max} = A\omega} A\omega = 15 \end{cases}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}} \Rightarrow \frac{4}{3} = \sqrt{\frac{10}{l}} \Rightarrow \frac{16}{9} = \frac{10}{l} \Rightarrow l = \frac{9}{16} \Rightarrow l = \frac{45}{8} \text{ m}$$

بنابراین:



B ۱۵۰۷ ۱

خط فکری صورت مسئله کمی گنگ است. شتاب تکرار شونده یعنی چی؟ به نظر می‌رسد با یک قطعه الکترونیک در حال نوسان روبه‌رو هستیم که شتاب آن می‌تواند حداکثر $16g$ شود و اگر شتاب از این مقدار بیشتر شود قطعه آسیب می‌بیند. در حرکت هماهنگ ساده بیشینه شتاب در نقاط بازگشت خواهد بود $(a_m = A\omega^2)$ بنابراین شما باید شتاب بیشینه را برابر $16g$ قرار داده مسئله را حل کنید.

در صورت سؤال بیشینه شتاب قابل تحمل $16g$ بیان شده است از این رو:

$$a_m = 16g \Rightarrow A\omega^2 = 16g \Rightarrow \frac{f}{100} \omega^2 = 16g \Rightarrow \omega^2 = 400g \Rightarrow (2\pi f)^2 = 400g$$

$$\Rightarrow 2\pi f = 20\sqrt{g} \xrightarrow{g=10} 2\pi f = 20\pi \Rightarrow f = 10 \text{ Hz}$$

B ۱۵۰۸ ۱

۱ بسامد زاویه‌ای آونگ را حساب می‌کنیم. $\omega = \sqrt{\frac{g}{l}} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{10}{0.4}} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{100}{4}} = 5 \text{ rad/s}$

۲ نیروی خالص در نقطه بازگشت یا محل رهاشدن آونگ همان بیشینه نیرو در حرکت هماهنگ ساده است. $F_{\max} = mA\omega^2$

۳ تندی هنگام گذر از نقطه تعادل یعنی تندی بیشینه نوسانگر: $v_m = A\omega$ (II)

رابطه (I) و (II) را بر هم تقسیم می‌کنیم. $\frac{v_m}{F_m} = \frac{A\omega}{mA\omega^2} \Rightarrow \frac{v_m}{F_m} = \frac{1}{m\omega}$

۴ اکنون داده‌های مسئله را جای گذاری می‌کنیم. $\frac{v_m}{0.1} = \frac{1}{0.2 \times 5} \Rightarrow v_m = 1 \text{ m/s}$

B ۱۵۰۹ ۲

خط فکری وقتی وزنه به فنر برخورد می‌کند، آن را فشرده کرده و متوقف می‌شود. سرعت v در لحظه برخورد همان تندی بیشینه $v_m = A\omega$ در حرکت هماهنگ ساده است و فاصله محل توقف از محل برخورد نیز برابر دامنه است. بنابراین شما باید بسامد زاویه‌ای را حساب کنید تا بتوانید دامنه‌ها را با هم مقایسه کنید.

بسامد زاویه‌ای فنر A: $\omega_A = \sqrt{\frac{k}{m}}$

بسامد زاویه‌ای فنر B: $\omega_B = \sqrt{\frac{k}{2m}}$

نسبت ω_A / ω_B خواهد شد: $\frac{\omega_A}{\omega_B} = \sqrt{\frac{2m}{m}} = \sqrt{2}$

تندی بیشینه A و B را نوشته بر هم تقسیم می‌کنیم.

$$\frac{v_{m_A} = A_A \omega_A}{v_{m_B} = A_B \omega_B} \xrightarrow{\frac{v_{m_A} = v}{v_{m_B} = 2v}} \frac{1}{2} = \frac{A_A}{A_B} \times \sqrt{2} \Rightarrow \frac{A_B}{A_A} = 2\sqrt{2}$$

C ۱۵۱۰ ۴

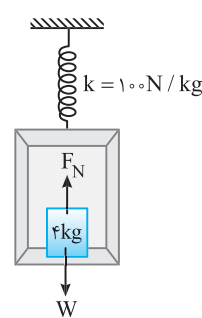
خط فکری بر وزنه دو نیروی یکی $(W = mg)$ و دیگری نیروی عمودی سطح (F_N) وارد می‌شود. یعنی نیروی خالص وارد بر وزنه برابری این دو نیرو است. در پایین‌ترین نقطه مسیر (نقطه بازگشت) بیشینه نیروی خالص به وزنه وارد می‌شود که برابر $F_{\max} = mA\omega^2$ است.

۱ بسامد زاویه‌ای سامانه را حساب می‌کنیم.

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{1000}{6+4}} \Rightarrow \omega = 10 \text{ rad/s}$$

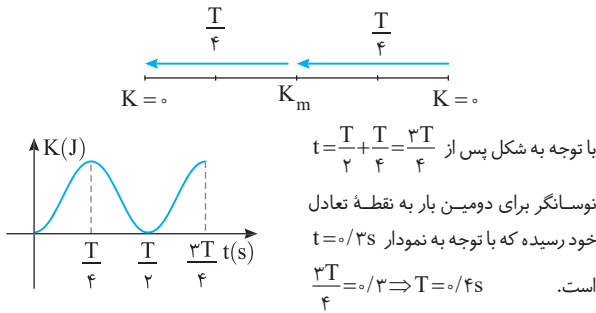
۲ برابری نیروهای F_N و ω را برابر F_{\max} قرار می‌دهیم.

$$F_N - mg = mA\omega^2 \xrightarrow{A=2\text{cm}} F_N - 40 = 4 \times 2 \times 10^{-2} \times 10^2 \Rightarrow F_N = 48 \text{ N}$$



۲ ۱۵۱۷ B

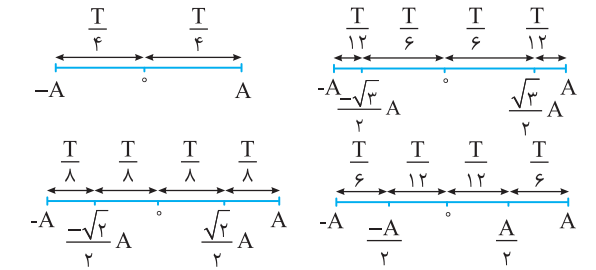
خط فکری به نمودار به دقت نگاه کنید. در مسیر حرکت نوسانگر در هر $\frac{T}{4}$ انرژی جنبشی نوسانگر از صفر به بیشینه و در $\frac{T}{4}$ بعدی از بیشینه به صفر می‌رسد. بنابراین روی نمودار از $t=0$ تا اولین بیشینه (max) برابر $\frac{T}{4}$ است. با توجه به این مطلب می‌توانید دوره نوسان را حساب کنید. در ضمن انرژی جنبشی همواره مثبت است و نمودار آن نمی‌تواند زیر محور زمان قرار گیرد.



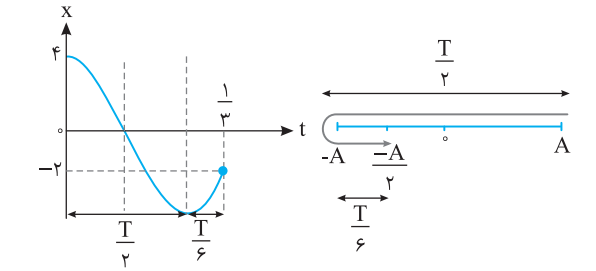
۲ ۱۵۱۸ B

در ابتدای این تست به شما می‌گوییم که این تست با اطلاعات کتاب درسی قابل حل نیست. زیرا در کتاب درسی به صراحت بیان شده که نباید براساس رابطه انرژی پتانسیل نوسانگر ($U = \frac{1}{2}kx^2$) مسئله‌ای طرح شود.

خط فکری در نمودار $x-t$ حرکت هماهنگ ساده، از محور افقی دوره و از محور قائم دامنه حرکت به دست می‌آید. **یادآوری** باید بازه‌های زمانی شناخته شده مربوط به جابه‌جایی‌های معروف را به خاطر بسپارید.



با توجه به نمودار مدت زمانی که طول می‌کشد متحرک برای دومین بار به $-2cm$ یعنی $-\frac{A}{2}$ برسد، $\frac{1}{3}$ ثانیه است: مسیر را رسم می‌کنیم، بازه‌های شناخته شده را روی آن می‌نویسیم.



$\Delta t = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{T}{6} + \frac{T}{6} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{2T}{6} = \frac{1}{3} \Rightarrow T = \frac{1}{2}s$

بسامد زاویه‌ای خواهد شد:

$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{\frac{1}{2}} \Rightarrow \omega = 4\pi \frac{rad}{s}$

۴ ۱۵۱۴ B

خط فکری با استفاده از انرژی مکانیکی A و B، ثابت فنر هر یک را حساب کرده سپس آن‌ها را با هم جمع می‌کنیم و ثابت فنر جدید را به دست می‌آوریم و انرژی مکانیکی در حالت جدید را حساب می‌کنیم. با توجه به رابطه انرژی مکانیکی دستگاه جرم- فنر ($E = \frac{1}{2}kA^2$) ثابت فنر k_A و k_B را حساب می‌کنیم. **۱** با استفاده از

$$E = \frac{1}{2}kA^2 \Rightarrow \begin{cases} E_A = \frac{1}{2}k_A \times (10 \times 10^{-2})^2 \Rightarrow \Delta = \frac{1}{2}k_A \times 10^{-2} \\ \Rightarrow k_A = 1000 N/m \\ E_B = \frac{1}{2}k_B \times (10 \times 10^{-2})^2 \Rightarrow 10 = \frac{1}{2}k_B \times 10^{-2} \\ \Rightarrow k_B = 2000 N/m \end{cases}$$

۲ ثابت فنر جدید خواهد شد: $k_T = k_A + k_B = 1000 + 2000 = 3000 N/m$
۳ انرژی مکانیکی سامانه جرم و فنر جدید را به دست می‌آوریم
 $E = \frac{1}{2}k_T A^2 = \frac{1}{2} \times 3000 \times (10 \times 10^{-2})^2 = \frac{1}{2} \times 3000 \times 10^{-2} = 15 J$

۳ ۱۵۱۵ B

خط فکری با توجه به این که برای جابه‌جا کردن جسم $4J$ کار انجام شده است، بنابر قانون پایستگی انرژی این کار به انرژی مکانیکی جسم تبدیل می‌شود. بنابراین انرژی مکانیکی جسم برابر با $4J$ است.

۱ با توجه به رابطه انرژی مکانیکی ($E = \frac{1}{2}kA^2$) داریم:

$E = \frac{1}{2}kA^2 \Rightarrow 4 = \frac{1}{2} \times 200 \times A^2 \Rightarrow 10 = A^2 \Rightarrow A = \sqrt{10} = 2\sqrt{2} cm$

۲ دوره حرکت، تنها به جرم جسم و ثابت فنر بستگی دارد و از رابطه $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ محاسبه می‌شود. بنابراین:

$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{2}{200}} = 2\pi\sqrt{\frac{1}{100}} = 2\pi \times \frac{1}{10} = \frac{2}{5}\pi s$

۱ ۱۵۱۶ B

خط فکری دقت کنید که در مکان‌های $+10cm$ و $-10cm$ اندازه نیرو بیشینه شده و برابر $F_m = 40$ است. بنابراین نوسانگر بین مکان‌های $+10cm$ و $-10cm$ در نوسان بوده و دامنه برابر $A = 10cm$ است.

در $x = 10cm$ یعنی در دامنه انرژی پتانسیل بیشینه و برابر انرژی مکانیکی ($E = U_m$) است. از این رو شما باید به کمک نمودار، ثابت فنر را بیابید و انرژی مکانیکی را به دست آورید. **۱** با توجه به نمودار هرگاه $x = 10cm$ باشد، اندازه $F = 40N$ است بنابراین می‌توان نوشت:

$|F| = k|x| \Rightarrow 40 = k|10| \Rightarrow k = 400 N/m$

۲ انرژی پتانسیل نوسانگر در $x = 10cm$ بیشینه مقدار را دارد و برابر انرژی مکانیکی نوسانگر است بنابراین

$U_m = E = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2} \times 400 \times (0/1)^2 = 2 J$

میانبر رابطه بین انرژی مکانیکی، بیشینه نیرو و دامنه به صورت زیر است.
 $E = \frac{1}{2}AF_m$

معادله حرکت نوسانی را می‌نویسیم:

$$x = A \cos \omega t \xrightarrow{A=4\text{cm}=0.04\text{m}} x = 0.04 \cos 4\pi t$$

$$\xrightarrow{t=\frac{3}{16}\text{s}} x = 0.04 \cos 4\pi \times \frac{3}{16} \Rightarrow x = 0.04 \cos \frac{3\pi}{4} = -0.02\sqrt{2}\text{m}$$

از اینجا به بعد شما باید از کتاب درسی خارج شوید و از رابطه $U = \frac{1}{2}kx^2$ استفاده کنید.

$$\frac{U}{E} = \frac{\frac{1}{2}kx^2}{\frac{1}{2}kA^2} \Rightarrow \frac{U}{E} = \frac{x^2}{A^2} \quad \frac{x = -0.02\sqrt{2}\text{m}}{A = 0.04\text{m}} \Rightarrow$$

$$\frac{U}{E} = \frac{(-0.02\sqrt{2})^2}{(0.04)^2} = \frac{1}{2} \Rightarrow U = \frac{1}{2}E$$

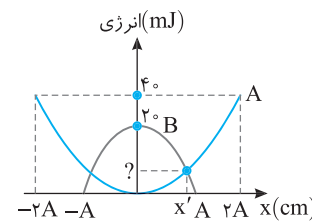
با توجه به تعریف انرژی مکانیکی خواهیم داشت:

$$E = U + K \Rightarrow E = \frac{1}{2}E + K \Rightarrow K = \frac{1}{2}E$$

۱۵۱۹ B

نکته در حرکت هماهنگ

ساده بیشینه انرژی پتانسیل و بیشینه انرژی جنبشی یکسان و برابر انرژی مکانیکی نوسانگر هستند. ($E = U_m = K_m$)



۱ بیشینه انرژی جنبشی نوسانگر B برابر ۲۰ mJ است، یعنی انرژی مکانیکی

نوسانگر B نیز ۲۰ mJ است. در صورت مسئله انرژی پتانسیل نوسانگر B در مکان x' برابر ۱۵ mJ بیان شده از این رو انرژی جنبشی نوسانگر B در مکان x' خواهد شد.

۲ با توجه به نمودارها در مکان x' ، انرژی جنبشی نوسانگر B برابر انرژی پتانسیل نوسانگر A است، از این رو خواهیم داشت.

۳ با توجه به نمودار انرژی پتانسیل A، بیشینه مقدار انرژی پتانسیل $U_{A \max} = 40 \text{ mJ}$ است، بنابراین انرژی مکانیکی A نیز $U_m = E = 40 \text{ mJ}$ بوده و می‌توان نوشت:

$$E_A = K_A + U_A \Rightarrow 40 = K_A + 5 \Rightarrow K_A = 35 \text{ mJ}$$

۱۵۲۰ C

خط نگرش

پدیده تشدید وقتی اتفاق می‌افتد که دو سامانه دارای بسامد یکسان (بسامد زاویه‌ای یکسان) باشند. بنابراین وقتی بیان می‌شود که سامانه (۱) تنها با سامانه (۳) تشدید ایجاد می‌کند یعنی $\omega_1 = \omega_3$ است. سامانه (۲) نیز تنها با سامانه (۴) تشدید ایجاد می‌کند ($\omega_2 = \omega_4$)، شما باید به کمک این تساوی‌ها رابطه‌ای بین k_1 و k_2 با k به دست بیاورید. سپس در حالت جدید بسامدهای زاویه‌ای را حساب کرده و با هم مقایسه کنید. هر کدام که با هم برابر هستند تشدید ایجاد می‌کنند.

۱ وقتی سامانه (۳) با به نوسان درآمدن سامانه (۱)، به نوسان در می‌آید یعنی:

$$\omega_1 = \omega_3 \Rightarrow \sqrt{\frac{k}{m_1}} = \sqrt{\frac{k_1}{m_3}} \Rightarrow \frac{k}{m} = \frac{k_1}{m} \Rightarrow k_1 = \frac{1}{2}k$$

وقتی سامانه (۲) با به نوسان در آمدن سامانه (۴) به نوسان در می‌آید:

$$\omega_2 = \omega_4 \Rightarrow \sqrt{\frac{k}{m_2}} = \sqrt{\frac{k_2}{m_4}} \Rightarrow \frac{k}{m} = \frac{k_2}{4m} \Rightarrow k_2 = 4k$$

۲ با تعویض جرم سامانه (۳) ($m_3 = \frac{m}{2}$) با جرم سامانه (۱). ($m_1 = m$) بسامد

زاویه‌ای سامانه‌ها به ترتیب خواهد شد:

$$\omega'_1 = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{2} \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{2} \omega_1, \quad \omega_2 = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{2} \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{2} \omega_1$$

$$\omega'_2 = \sqrt{\frac{k_1}{m}} = \sqrt{\frac{1}{2} \frac{k}{m}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \omega_1, \quad \omega_3 = \sqrt{\frac{k_2}{4m}} = \sqrt{\frac{4k}{4m}} = \sqrt{\frac{k}{m}} = \omega_1$$

دقت کنید بسامد زاویه‌ای $\omega_2 = \omega'_1$ و $\omega'_2 = \omega_3$ است. بنابراین در این حالت با نوسان سامانه (۱) برای سامانه‌های (۲) و (۴) تشدید رخ می‌دهد.

۱۵۲۱ B

بیاوریم تشدید هنگامی رخ می‌دهد که دو نوسانگر هم بسامد باشند.

۱ آونگ نوسانات سامانه جرم فنر را تشدید کرده است بنابراین بسامد آن‌ها با هم برابر است.

۲ با بردن آونگ به سیاره دیگر دوره و بسامد آونگ تغییر می‌کند بنابراین

$$\frac{2\pi \sqrt{\frac{l_p}{g_p}}}{T_p} = \frac{2\pi \sqrt{\frac{l_e}{g_e}}}{T_e} \Rightarrow \frac{T_p}{T_e} = \sqrt{\frac{g_e}{g_p}} \times \sqrt{\frac{l_p}{l_e}}$$

$$\frac{g_p = \frac{1}{2}g_e}{l_p = \frac{1}{4}l_e} \Rightarrow \frac{T_p}{T_e} = \sqrt{2} \times \sqrt{\frac{1}{4}} \Rightarrow \frac{T_p}{T_e} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow T_p = \frac{\sqrt{2}}{2} T_e$$

۳ بنابراین باید دوره سامانه جرم فنر نیز $\frac{\sqrt{2}}{2}$ حالت اول شود تا مجدداً تشدید رخ دهد.

$$\text{فنر: } \frac{T'}{T} = \frac{2\pi \sqrt{\frac{m}{k'}}}{2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}} \Rightarrow \frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{k}{k'}} \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{\frac{k}{k'}} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{k}{k'} \Rightarrow k' = 2k$$

پنجره ۲ روبه‌روی ۳

۱۵۲۱ A

۱ نسبت x/A را برای نوسانگر A به دست می‌آورید. $\frac{x}{A} = \frac{-1/5}{3} \Rightarrow x = -\frac{A}{3}$

۲ مسیر حرکت A مطابق نمودار خواهد شد:

۳ بازه زمانی مسیر روی شکل را حساب می‌کنیم.

$$\Delta t_A = \frac{T_A}{2} + \frac{T_A}{6} \Rightarrow \Delta t_A = \frac{2T_A}{3}$$

۴ نسبت x/A را برای نوسانگر B به دست می‌آوریم.

$$\frac{x}{A} = \frac{-1/5}{\sqrt{3}} = \frac{-1/5\sqrt{3}}{3} = \frac{x}{A} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

۵ مسیر حرکت B را رسم می‌کنیم و بازه زمانی Δt_B را مشخص می‌کنیم.

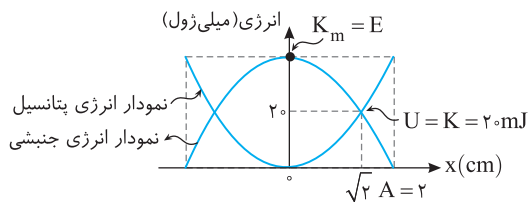
$$-\sqrt{3} \xrightarrow{\frac{-\sqrt{3}}{2}} \frac{T}{6} \xrightarrow{\frac{T}{6}} \sqrt{3} \quad \Delta t_B = \frac{T_B}{4} + \frac{T_B}{6} \Rightarrow \Delta t_B = \frac{5T_B}{12}$$

۶ با توجه به نمودار $\Delta t_A = \Delta t_B$ است. بنابراین: $\frac{2T_A}{3} = \frac{5T_B}{12} \Rightarrow \frac{T_A}{3} = \frac{5T_B}{12} \Rightarrow \frac{T_A}{T_B} = \frac{5}{4}$

۷ نسبت بیشینه تندی خواهد شد:

$$\frac{v_{mA}}{v_{mB}} = \frac{A_A \omega_A}{A_B \omega_B} = \frac{3}{\sqrt{3}} \times \frac{T_A}{T_B} \Rightarrow \frac{v_{mA}}{v_{mB}} = \sqrt{3} \times \frac{T_B}{T_A} = \sqrt{3} \times \frac{4}{5} = \frac{4\sqrt{3}}{5}$$

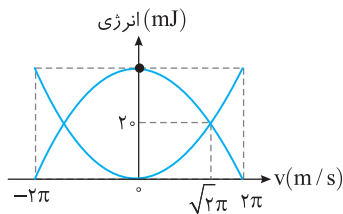
نمای ۱۳



نمای ۱۳

بازی با سوال شکل زیر، نمودار انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل سامانه جرم - فنر را برحسب سرعت نشان می‌دهد اگر حداقل زمانی که طول می‌کشد تا انرژی پتانسیل نوسانگر از ۴۰ mJ به صفر برسد، برابر ۰/۵ s باشد، دامنه حرکت نوسانگر چند سانتی‌متر است؟

ریاضی - ۸۸

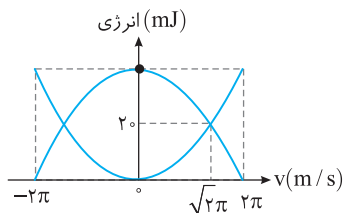


پایان در لحظه‌ای که سرعت نوسانگر $\sqrt{2}\pi$ m/s است، انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل نوسانگر برابر است.

$$K = U = 20 \text{ mJ}$$

مجموع انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل نوسانگر برابر انرژی مکانیکی نوسانگر است، از این‌رو:

$$E = K + U \Rightarrow E = 20 + 20 \Rightarrow E = 40 \text{ mJ}$$

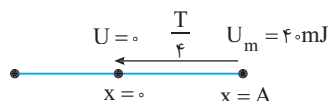


بیشینه انرژی پتانسیل نوسانگر برابر انرژی مکانیکی نوسانگر است

$$U_m = E = 40 \text{ mJ}$$

انرژی پتانسیل نوسانگر در نقاط بازگشت دو انتهای مسیر بیشینه است و وقتی در مسئله بیان می‌کند که حداقل بازه زمانی که انرژی پتانسیل از ۴۰ mJ به صفر می‌رسد ۰/۵ s است یعنی مدت زمانی که نوسانگر از دامنه به مبدأ می‌رود برابر ۰/۵ s است که این بازه زمانی برابر $\frac{T}{4}$ است از این‌رو:

$$\frac{T}{4} = 0.5 \Rightarrow T = 2 \text{ s}$$



بسامد زاویه‌ای را حساب می‌کنیم.

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{2} \Rightarrow \omega = 1 \pi \text{ rad/s}$$

با توجه به نمودار بیشینه تندی نوسانگر $v_m = 2\pi$ m/s است بنابراین:

$$v_m = A\omega \Rightarrow 2\pi = A(1\pi) \Rightarrow A = 2 \text{ cm}$$

گزینه ۴

۱ ۱۵۲۱ A

خط فکری ۲

در گام اول انرژی مکانیکی نوسانگر را حساب می‌کنیم تا در گام بعدی با داشتن انرژی مکانیکی و براساس رابطه $E = U + K$ ، با جایگذاری انرژی پتانسیل در نقطه مورد نظر انرژی جنبشی نوسانگر و پس از آن سرعت نوسانگر را به دست آوریم.

۱ انرژی مکانیکی نوسانگر برابر است با:

$$K = \Delta N/cm = 500 \text{ N/m}, E = \frac{1}{2} kA^2 \Rightarrow E = \frac{1}{2} 500 (16 \times 10^{-4}) = 4 \text{ J}$$

۲ انرژی پتانسیل نوسانگر در نقطه مورد نظر ۰/۲ J است، در نتیجه:

$$E = U + K \Rightarrow 4 = 0.2 + K \Rightarrow K = 3.8 \text{ J}$$

۳ در نهایت براساس رابطه انرژی جنبشی خواهیم داشت:

$$K = \frac{1}{2} mv^2 \Rightarrow 3.8 = \frac{1}{2} \times 1 \times v^2 \Rightarrow v^2 = 7.6$$

$$v^2 = \frac{4}{10} \Rightarrow v = \frac{2}{\sqrt{10}} \text{ m/s}$$

$$v = \frac{2}{\sqrt{10}} \times \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{10}} = \frac{2\sqrt{10}}{10} \text{ m/s}$$

تندی برحسب سانتی‌متر بر ثانیه خواسته شده است:

$$v = \frac{2\sqrt{10}}{10} \times 100 \text{ cm/s} = 2\sqrt{10} \text{ cm/s}$$

نمای ۱۲

۱ ۱۵۲۱ A

خط فکری ۳

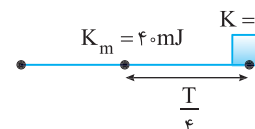
بیشینه و برابر $v_m = A\omega$ است بنابراین شما باید دامنه (A) و همچنین دوره (T) را به دست بیاورید. اما شما نمودار انرژی - مکان را در اختیار دارید پس با توجه به اصل پایستگی انرژی مکانیکی ($E = K + U$) باید به کمک انرژی مکانیکی نوسانگر، دوره را حساب کنید.

۱ با توجه به نمودار دامنه نوسانگر $A = 2 \text{ cm}$ است و در مکان $x = \sqrt{2} \text{ cm}$ انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل نوسانگر با هم برابر بوده و مقدار آن‌ها ۲۰ mJ است، بنابراین انرژی مکانیکی نوسانگر خواهد شد: $E = U + K = 20 + 20 \Rightarrow E = 40 \text{ mJ}$

نکته در حرکت هماهنگ ساده همواره بیشینه انرژی جنبشی، بیشینه انرژی پتانسیل و انرژی مکانیکی نوسانگر با هم برابرند ($E = K_m = U_m$).

۲ انرژی مکانیکی نوسانگر ۴۰ mJ شده است بنابراین بیشینه انرژی جنبشی نوسانگر نیز $K_m = 40 \text{ mJ}$ است. در صورت مسئله بازه زمانی که انرژی جنبشی از $K = 0$ به $K = 40 \text{ mJ}$ می‌رسد را برابر ۰/۵ s بیان کرده این یعنی نوسانگر از نقطه بازگشت به مرکز نوسان رفته که این بازه برابر $\frac{T}{4}$ است. از این‌رو:

$$\frac{T}{4} = 0.5 \Rightarrow T = 2 \text{ s}$$



۳ بسامد زاویه‌ای را حساب می‌کنیم.

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2} \Rightarrow \omega = 1 \pi \text{ rad/s}$$

۴ در لحظه گذر از مرکز نوسان ($x = 0$) تندی بیشینه و برابر است با:

$$v_m = A\omega \Rightarrow v_m = 2 \times 1 \pi = 2\pi \text{ m/s}$$

پایسج با توجه به رابطه $F = -180x$ و مقایسه آن با $F = -kx$ مشخص است که $k = 180 \text{ N/m}$ است از این رو:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{180}{0.2}} = 30 \text{ rad/s}$$

بیشینه انرژی جنبشی برابر است با:

$$K_m = \frac{1}{2} m v_m^2 = \frac{1}{2} m (A\omega)^2 = \frac{1}{2} m A^2 \omega^2 = 225 \times 10^{-3} \text{ J}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times 0.2 \times A^2 \times 900 = 225 \times 10^{-3} \Rightarrow A^2 = 25 \times 10^{-4} \Rightarrow A = 0.05 \text{ m}$$

حال معادله مکان - زمان نوسانگر را می نویسیم:

$$x = A \cos \omega t \Rightarrow x = 0.05 \cos 30t$$

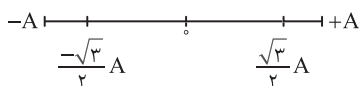
تجزیه ۱

خط فکری بزرگی شتاب نوسانگر از رابطه $|a| = \omega^2 |x|$ به دست می آید. پس بزرگی شتاب و اندازه مکان نوسانگر با یکدیگر رابطه مستقیم دارند و هنگامی که نوسانگر

به طور مثال در مکان $\frac{A}{2}$ قرار دارد شتاب نیز نصف شتاب بیشینه است.

۱ با توجه به رابطه شتاب - مکان و همچنین فرض مسئله خواهیم داشت:

$$|a| = \frac{\sqrt{3}}{2} a_m \quad \frac{|a| = \omega^2 |x|}{a_m = A\omega^2} \Rightarrow \omega^2 |x| = \frac{\sqrt{3}}{2} A\omega^2 \Rightarrow x = \pm \frac{\sqrt{3}}{2} A$$



۲ با توجه به فرض مسئله جابه جایی در این بازه زمانی صفر نیست. بنابراین در این

بازه زمانی نوسانگر از مکان $\frac{\sqrt{3}}{2} A$ به مکان $-\frac{\sqrt{3}}{2} A$ می رود و یا بالعکس.

نکته هرگاه مکان و سرعت نوسانگر برای اولین بار قرینه شود، مسافت طی شده

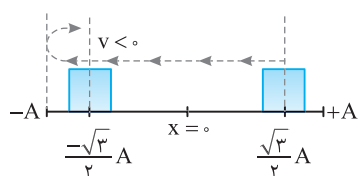
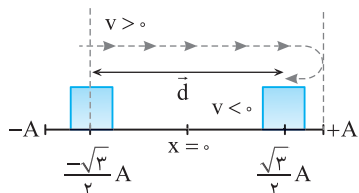
برابر $2A$ و مدت زمان این تغییر نصف دوره $(\frac{T}{2})$ است.

۳ در مکان $-\frac{\sqrt{3}}{2} A$ با توجه به فرض مسئله، سرعت مثبت است و نوسانگر با

گذشت زمان از مکان $\frac{\sqrt{3}}{2} A$ با سرعت منفی می گذرد. یعنی مسافت طی شده مطابق

شکل زیر ($\ell = 2A$) است و اندازه جابه جایی خواهد شد:

$$d = \frac{\sqrt{3}}{2} A + \frac{\sqrt{3}}{2} A \Rightarrow d = \sqrt{3} A$$



$$\frac{\ell}{d} = \frac{2A}{\sqrt{3}A} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

۴ نسبت $\frac{\ell}{d}$ خواهد شد:

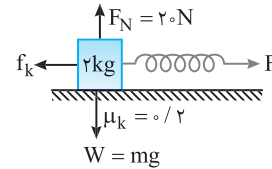
نمای ۴

۱ ۱۵۲۱ B

۴

خط فکری ابتدا نیروهای وارد بر وزنه ۲ کیلوگرمی را رسم کرده و به کمک قانون دوم نیوتون ثابت فنر را به دست آورید. سپس بسامد زاویه ای نوسان سامانه جرم - فنر را حساب کنید تا بتوانید شتاب بیشینه را به دست آورید.

یادآوری نیروی کشسانی فنر $F = k\Delta\ell$ و نیروی اصطکاک برابر $f_k = \mu_k F_N$ است.



۱ بنا به قانون دوم نیوتون:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow F - f_k = ma \Rightarrow k\Delta\ell - \mu_k F_N = ma$$

$$\Delta\ell = 0.1 \text{ m} \rightarrow k(0.1) - 0.2 \times 20 = 2 \times 2 \Rightarrow 0.1k = 8 \Rightarrow k = 80 \text{ N/m}$$

۲ بسامد زاویه ای سامانه جرم - فنر را حساب می کنیم.

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{80}{2}} \Rightarrow \omega = \sqrt{40} \Rightarrow \omega = 2\sqrt{10} \text{ rad/s}$$

۳ مقدار انحراف وزنه از حالت

تعداد و رها کردن وزنه برابر دامنه است. بنابراین: $A = 0.05 \text{ m}$

۴ شتاب بیشینه نوسانگر خواهد

$$a_m = A\omega^2 \Rightarrow a_m = 0.05 \times 40 \Rightarrow a_m = 2 \text{ m/s}^2$$

نمای ۹

۳ ۱۵۲۱ A

۵

نکته دوره نوسان آونگ به جرم و جنس گلوله بستگی ندارد.

چون طول آونگ های A و B با هم برابر است، پس دوره آن ها یکسان است و پدیده

تشدید رخ می دهد. **نمای ۱۴**

۲ ۱۵۲۱ A

۶

۱ با مقایسه $F = -200x$ با توجه به قانون هوک $F = -kx$ مشخص می شود که

ثابت فنر $k = 200 \text{ N/m}$ است.

۲ مسافتی که نوسانگر در مدت یک دوره طی می کند چهار برابر دامنه است. از

این رو دامنه خواهد شد:

$$4A = 20 \Rightarrow A = 5 \text{ cm}$$

۳ انرژی مکانیکی را حساب می کنیم.

$$E = \frac{1}{2} k A^2 \Rightarrow E = \frac{1}{2} \times 200 \times (5 \times 10^{-2})^2 = 100 \times 25 \times 10^{-4} \Rightarrow E = 0.25 \text{ J}$$

۴ بیشینه انرژی جنبشی برابر انرژی مکانیکی است از این رو:

$$E = K_m = 0.25 \text{ J}$$

۵ انرژی جنبشی $\frac{1}{5}$ انرژی مکانیکی است از این رو:

$$K = \frac{1}{5} E \Rightarrow K = \frac{1}{5} \times 0.25 \Rightarrow K = 0.05 \text{ J}$$

۶ انرژی پتانسیل در این لحظه خواهد شد:

$$E = K + U \Rightarrow 0.25 = 0.05 + U \Rightarrow U = 0.2 \text{ J}$$

نمای ۱۲

بازی با سوال معادله نیرو - مکان نوسانگر ساده ای به جرم 200 g در

SI به صورت $F = -180x$ است. اگر بیشینه انرژی جنبشی این نوسانگر 225

میلی ژول باشد، معادله مکان - زمان این نوسانگر در SI، کدام است؟

مشابه خارج ریاضی - ۹۷

$$x = 0.03 \cos 30t \quad (2)$$

$$x = 0.05 \cos 30t \quad (1)$$

$$x = 0.02 \cos 30\pi t \quad (4)$$

$$x = 0.05 \cos 30\pi t \quad (3)$$

۲ حال با توجه به اینکه دوره آونگ برابر $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$ است، از نسبت دوره‌ها می‌توان نسبت طول‌ها را به دست آورد.

$$T_A = \frac{5}{12} T_B \Rightarrow 2\pi\sqrt{\frac{\ell_A}{g}} = \frac{5}{12} (2\pi\sqrt{\frac{\ell_B}{g}}) \Rightarrow \sqrt{\ell_A} = \frac{5}{12} \sqrt{\ell_B}$$

$$\Rightarrow \ell_A = \frac{25}{144} \ell_B$$

۳ طول آونگ جدید برابر مجموع طول دو آونگ یعنی $\ell_A + \ell_B$ است.

$$\ell_A + \ell_B = \frac{25}{144} \ell_B + \ell_B = \frac{169}{144} \ell_B$$

۴ دوره حرکت آونگ جدید را حساب می‌کنیم.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell_A + \ell_B}{g}} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{169}{144} \frac{\ell_B}{g}} \Rightarrow T = \frac{13}{12} (2\pi\sqrt{\frac{\ell_B}{g}})$$

$$\frac{2\pi\sqrt{\frac{\ell_B}{g}} = T_B}{\rightarrow T = \frac{13}{12} T_B}$$

۵ در همان مدت زمانی که نوسان‌های آونگ B برابر ۶۵ شده، تعداد نوسان‌های نوسانگر جدید خواسته شده:

$$T = \frac{13}{12} T_B \xrightarrow{T = \frac{t}{n}} \frac{t}{n} = \frac{13}{12} \times \frac{t}{n_B} \xrightarrow{n_B = 65} \frac{1}{n} = \frac{13}{12} \times \frac{1}{65} \Rightarrow n = 60$$

نمای ۸

پنجره ۴

۳ ۱۵۲۲ A

یادآوری امواج دو دسته هستند: امواج مکانیکی - امواج الکترومغناطیسی

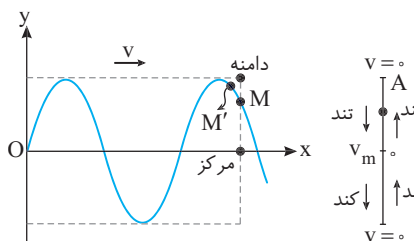
امواج رادیویی و نور مرئی از نوع امواج الکترومغناطیسی هستند و برای انتشار به محیط مادی نیاز ندارند و گزاره (الف) نادرست است.

امواج صوتی از نوع امواج مکانیکی‌اند که برای انتشار به محیط مادی نیاز دارند و گزاره (ب) نیز نادرست است.

منشأ امواج مکانیکی و امواج الکترومغناطیسی متفاوت است اما همگی آن‌ها مشخصه‌های یکسانی دارند و رفتار آن‌ها از قاعده‌های کلی پیروی می‌کند که در هر پدیده موجی برقرار است بنابراین گزاره‌های (پ) و (ت) درست هستند.

۴ ۱۵۲۳ B

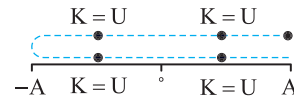
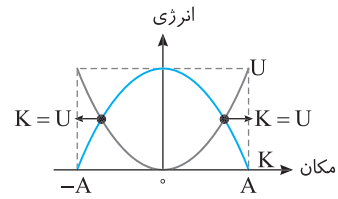
نکته در انتشار موج سینوسی در یک محیط، تمام ذره‌های محیط دارای حرکت هماهنگ ساده‌اند و هر ذره حرکت ذره قبل از خود را در راستای پیشروی موج تکرار می‌کند.



به ذره قبل از M (یعنی M') روی شکل نگاه کنید، بالاتر از نقطه M است، بنابراین نقطه M رو به بالا در حرکت است و از مرکز نوسانش به سوی دامنه در حرکت است. هرگاه یک نوسانگر ساده از مرکز به سوی دامنه برود حرکتش کندشونده است، پس نقطه M دارای حرکت کندشونده و رو به بالا است.

۲ ۱۵۲۱ A

خط فکری با توجه به نمودار انرژی - مکان در یک دوره چهار بار انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل نوسانگر با هم برابر می‌شود:

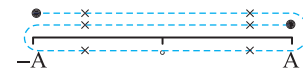


۱ با توجه به معادله $x = A \cos \omega t$ ، بسامد زاویه‌ای برابر $2/5 \pi \text{ rad/s}$ است. دوره را حساب می‌کنیم.

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow 2/5\pi = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2}{2/5} = \frac{5}{1} = 5 \text{ s}$$

۲ بازه زمانی ۰ تا $1/25$ را با دوره $T = 5 \text{ s}$ مقایسه می‌کنیم.

$$\Delta t = \frac{1/2}{5} \Rightarrow \Delta t = \frac{1}{10} T = T + \frac{T}{10}$$



۳ در مدت T، چهار بار و در مدت $T/2$ دو بار یعنی در مجموع ۶ بار انرژی جنبشی و پتانسیل با هم برابر می‌شوند.

نمای ۱۳

۱ ۱۵۲۱ B

یادآوری تندی بیشینه از رابطه $v_{\max} = A\omega$ به دست می‌آید.

۱ بسامد زاویه‌ای (ω) را به دست می‌آوریم:

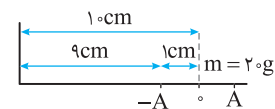
$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \xrightarrow{m = 20g = \frac{20}{1000} \text{ kg}} \omega = \sqrt{\frac{32}{0.02}}$$

$$\Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{3200}{2}} = \sqrt{1600} = 40 \text{ rad/s}$$

۲ با استفاده از تندی بیشینه دامنه را حساب می‌کنیم:

$$v_{\max} = A\omega \Rightarrow 40 = A \times 40 \Rightarrow A = \frac{1}{100} \text{ m} = 1 \text{ cm}$$

۳ مسیر حرکت نوسانگر به صورت زیر است:



نمای ۷

بنابراین کمینه فاصله جسم از دیوار ۹ cm است.

۳ ۱۵۲۱ A

۱ دوره نوسان از رابطه $T = \frac{t}{n}$ به دست می‌آید. نسبت دوره آونگ A به دوره آونگ B را حساب می‌کنیم:

$$\left\{ \begin{array}{l} T_A = \frac{t_A}{n_A} \\ T_B = \frac{t_B}{n_B} \end{array} \right. \xrightarrow[\text{بازه زمانی‌ها یکسان است } t_A = t_B]{\text{دو معادله را بر هم تقسیم می‌کنیم}} \frac{T_A}{T_B} = \frac{n_B}{n_A} \Rightarrow \frac{T_A}{T_B} = \frac{65}{156}$$

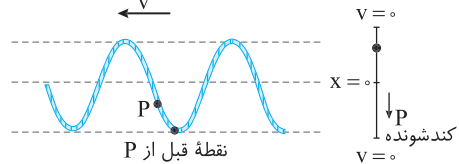
$$\Rightarrow T_A = \frac{5}{12} T_B$$

۴ ۱۵۲۴ B

خط فکری

باید در انتشار موج به جهت پیشروی موج دقت کنید تا بتوانید نقطه قبل از P را تشخیص دهید.

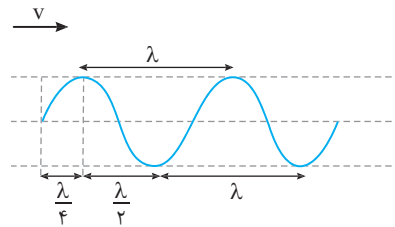
پیشروی موج از راست به چپ است. در انتشار موج، هر ذره حرکت ذره قبل از خود در راستای پیشروی موج را تکرار می‌کند. با توجه به شکل، ذره قبل از P پایین‌تر از P است بنابراین P رو به پایین حرکت می‌کند. از طرفی هر ذره از محیط دارای حرکت هماهنگ ساده است و در حال حرکت به سوی انتهای مسیرش است، بنابراین دارای حرکت کندشونده است.



۱ ۱۵۲۵ B

نکته

در انتشار موج در یک محیط، هر ذره حرکت ذره قبل از خود را تکرار می‌کند و ذره دارای حرکت هماهنگ ساده است. هرگاه ذره به سوی انتهای مسیرش در حرکت باشد حرکت آن کندشونده و هرگاه به سوی مرکز نوسانش در حرکت باشد حرکت آن تندشونده است.



به جهت پیشروی موج دقت کنید، جهت پیشروی در جهت مثبت محور X است. با توجه به شکل نقطه P' قبل از نقطه P پایین‌تر از P است از این رو ذره P در حال حرکت رو به پایین به سمت مرکز نوسانش بوده و حرکتش تندشونده است.

نقطه Q' نقطه قبل از Q بوده و بالاتر از Q است از این رو ذره Q در حال حرکت رو به بالا به سمت انتهای مسیرش بوده و حرکتش کندشونده است.

برای نقاط M و N با همین استدلال می‌توان گفت:

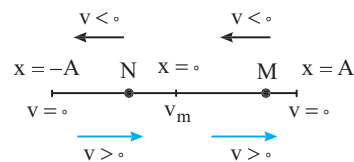
ذره M در حال حرکت رو به بالا به سمت مرکز نوسانش بوده و حرکتش تندشونده است. بنابراین نقطه M پاسخ تست است.

ذره N در حال حرکت رو به پایین به سمت انتهای مسیرش بوده و حرکتش کندشونده است.

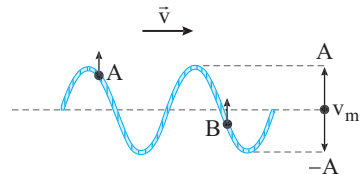
۲ ۱۵۲۶ B

یادآوری

ذرات محیط دارای حرکت هماهنگ ساده هستند و هرچه نوسانگر به مبدأ (حالت تعادل) نزدیک‌تر باشد، تندی نوسان آن بزرگتر است و هرچه به نقطه بازگشت نزدیک‌تر باشد تندی کمتر است به طور مثال:



اگر ذره در حال حرکت رو به بالا باشد سرعت مثبت و اگر در حال حرکت رو به پایین باشد سرعت منفی است.

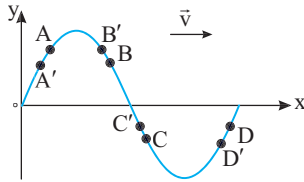


با توجه به جهت پیشروی موج، ذره A و ذره B هر دو در حال حرکت رو به بالا هستند و سرعت هر دو مثبت است. ذره B به مرکز نوسان نزدیک بوده و تندی آن بیشتر است. بنابراین گزینه (۲) درست است.

۳ ۱۵۲۷ B

نکته

هرگاه نقش موج رسم شده باشد، برای اظهار نظر کردن در مورد حرکت هر ذره از محیط، ابتدا به جهت پیشروی موج (v) نگاه می‌کنیم، سپس حرکت نقطه قبلی را بررسی می‌کنیم. اگر نقطه قبلی پایین‌تر باشد، ذره در حال حرکت به سمت پایین و اگر نقطه قبلی بالاتر باشد ذره در حال حرکت به سمت بالاست.



اگر ذره به سمت محور X حرکت کند حرکت آن تندشونده و اگر در حال دور شدن از محور X باشد حرکت آن کندشونده است و در نقاط بیشینه و کمینه تندی ذره صفر می‌شود.

نقطه A: نقطه قبل A (A')

پایین‌تر از A است، بنابراین A در حال حرکت رو به پایین بوده و حرکت آن تندشونده است. نقطه B: نقطه قبل B (B') بالاتر از B است، بنابراین B در حال حرکت رو به بالا بوده و حرکت آن کندشونده بوده و سرعت آن در حال صفر شدن است.

نقطه C: نقطه قبل C (C') بالاتر از C بوده و در حال حرکت رو به بالا و نزدیک شدن به محور X بوده و تندی آن در حال افزایش است.

نقطه D: نقطه قبل D (D') پایین‌تر از D بوده و در حال حرکت رو به پایین و دور شدن از محور افقی X بوده و حرکت آن کندشونده و سرعت آن در حال صفر شدن است، اما فاصله آن از نقطه بیشینه بیشتر از فاصله نقطه B از نقطه بیشینه است. بنابراین تندی نقطه B زودتر از بقیه صفر می‌شود.

۲ ۱۵۲۸ A

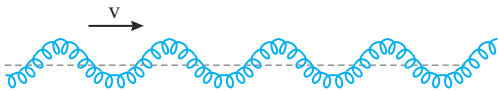
یادآوری

امواج مکانیکی به دو دسته تقسیم می‌شوند:

۱. امواج مکانیکی عرضی: در این امواج راستای نوسان ذره‌های محیط بر راستای پیشروی موج عمود است، مانند امواج منتشر شده در یک طناب و یا یک فنر.

امواج عرضی دارای برآمدگی و فرورفتگی هستند.

امواج مکانیکی عرضی تنها در جامدات منتشر می‌شوند.



۲. امواج مکانیکی طولی: در این امواج راستای نوسان ذره‌های محیط بر راستای پیشروی موج منطبق است.

در امواج مکانیکی طولی، نوسان‌ها به صورت تپ‌های تراکمی و انبساطی در محیط منتشر می‌شوند. امواج مکانیکی طولی در هر سه محیط جامد، مایع و گاز پیشروی می‌کنند.

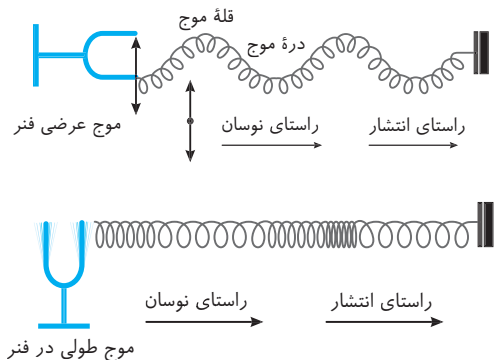


با توجه به تعاریف بیان شده گزینه (۲) درست است.

۳ ۱۵۲۹ A

نکته

در یک فنر موج عرضی و همچنین موج طولی مطابق شکل‌های زیر منتشر می‌شود.



۱ ۱۵۳۶ A

تندی انتشار موج در تار برابر $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$ است. که در آن F نیروی کشش و μ چگالی خطی جرم $(\mu = \frac{m}{\ell})$ است.

$$\mu = \frac{m}{\ell} \Rightarrow \mu = \frac{0.16}{0.8} = 0.2 \text{ kg/m}$$

چگالی خطی جرم را به دست می‌آوریم.

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \xrightarrow{F=20N} v = \sqrt{\frac{20}{0.2}} = 10 \text{ m/s}$$

تندی انتشار موج خواهد شد:

۴ ۱۵۳۷ A

۱. ابتدا سرعت انتشار موج در ریسمان را به دست می‌آوریم:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \xrightarrow{\mu = \frac{m}{\ell}} v = \sqrt{\frac{F\ell}{m}} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{32 \times 1}{8 \times 10^{-3}}} = \sqrt{4 \times 10^4} = 200 \text{ m/s}$$

۲. سرعت انتشار موج ثابت است و زمان پیشروی موج در طول تار برابر است با:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow 200 = \frac{1}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{1}{200} = \frac{5}{20000} = 0.00025 \text{ s} \Rightarrow \Delta t = 0.00025 \text{ s}$$

۴ ۱۵۳۸ A

فاصله افقی A تا B برابر 20 m بوده و تپ این فاصله را در مدت 4 s طی کرده است.

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v = \frac{20}{4} = 5 \text{ m/s}$$

بنابراین تندی پیشروی موج خواهد شد.

اکنون به کمک رابطه تندی طناب، چگالی خطی جرم را حساب می‌کنیم.

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \xrightarrow{F=25N} 5 = \sqrt{\frac{25}{\mu}} \Rightarrow 25 = \frac{25}{\mu} \Rightarrow \mu = 1 \text{ kg/m}$$

$$\Rightarrow \mu = \frac{1 \text{ kg} \times 10^3 \text{ g}}{1 \text{ kg} \times 10^2 \text{ cm}} \Rightarrow \mu = 10 \text{ g/cm}$$

بنابراین هر سانتی‌متر آن 10 g جرم دارد.

۱ ۱۵۳۹ A

تندی انتشار موج عرضی در فنر از رابطه روبه‌رو به دست می‌آید:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

چگالی خطی $\mu = 4 \times 10^{-5} \text{ kg/cm}$ بوده بنابراین:

$$\mu = 4 \times 10^{-5} \text{ kg/cm} \Rightarrow \mu = 4 \times 10^{-5} \times 100 \frac{\text{kg}}{\text{m}} \Rightarrow \mu = 4 \times 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{m}}$$

$$v = \sqrt{\frac{250}{4 \times 10^{-3}}} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{250000}{4}} \Rightarrow v = \frac{500}{2} = 250 \text{ m/s}$$

تندی را حساب می‌کنیم:

۱ ۱۵۴۰ A

رابطه تندی انتشار موج در یک سیم به صورت $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$ است. اکنون می‌خواهیم یک رابطه

برای تندی انتشار موج برحسب چگالی و مساحت سطح مقطع پیدا کنیم و آن را به خاطر بسپاریم.

$$\mu = \frac{m}{\ell} \quad m = \rho V \Rightarrow \mu = \frac{\rho V}{\ell}$$

$$\xrightarrow{V=A\ell} \mu = \frac{\rho A \ell}{\ell} \Rightarrow \mu = \rho A$$

اکنون به جای μ ، حاصل ضرب ρA را قرار می‌دهیم.

$$v = \sqrt{\frac{F}{\rho A}}$$

داده‌های مسئله را در رابطه جای گذاری می‌کنیم ($F = 4 \text{ N}$ ، $\rho = 6400 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$)

مساحت مقطع سیم 10^{-6} m^2 .

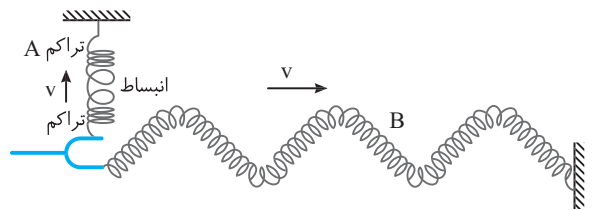
بنابراین تندی انتشار موج در سیم برابر خواهد شد با:

$$v = \sqrt{\frac{4}{6/4 \times 10^3 \times 10^{-6}}} \Rightarrow v = 25 \text{ m/s}$$

۳ ۱۵۳۰ A

خط فکری

باید بدانید که تیغه‌های دیابازون در شکل هنگام نوسان بالا و پایین می‌روند (\updownarrow) و در امتداد قائم نوسان می‌کنند و موج در امتداد فنر پیشروی می‌کند. از این رو با توجه به شکل سؤال، نوسان ایجاد شده در فنر A در راستای محور قائم بوده یعنی حلقه‌های فنر A بالا و پایین می‌روند و راستای نوسان حلقه A با راستای پیشروی موج یکی است، بنابراین موج منتشر شده در A طولی است. اما با بالا و پایین رفتن شاخه‌های دیابازون، نوسان ذره‌های فنر B در راستای قائم و پیشروی موج در راستای افقی است بنابراین در فنر B موج عرضی است.



۳ ۱۵۳۱ A

موج با تندی ثابت در یک محیط منتشر می‌شود. تجربه و محاسبات نظری نشان می‌دهد که تندی انتشار موج به جنس و ویژگی‌های محیط انتشار بستگی دارد و در یک محیط با ویژگی‌های ثابت تندی انتشار موج ثابت بوده و انتشار موج حرکت یکنواخت با تندی ثابت است.

۲ ۱۵۳۲ A

تندی انتشار موج به ویژگی‌های فیزیکی محیط انتشار موج بستگی دارد و در یک محیط همگن که شرایط فیزیکی در تمام جهت‌های آن یکسان است، تندی انتشار موج مقدار ثابتی است.

تندی انتشار موج به ویژگی‌های چشمه موج مانند بسامد، دوره، شدت، انرژی و ... بستگی ندارد. بنابراین با دو برابر شدن بسامد چشمه، تندی انتشار موج تغییر نمی‌کند.

۲ ۱۵۳۳ A

تندی انتشار موج در یک محیط مقدار ثابتی است و با گذشت زمان تغییر نمی‌کند، بنابراین نمودار آن برحسب زمان یک خط راست افقی است.

۳ ۱۵۳۴ B

خط فکری

به شکل دقت کردید، موج در حال حرکت رو به بالا در امتداد محور y هاست و راستای نوسان ذرات محیط در امتداد محور افقی و در جهت مثبت محور x هاست، یعنی شما باید ذره‌ای را شناسایی کنید که در لحظه نشان داده شده به سمت راست در حرکت باشد.

در گزینه (۱) و (۲) موج در حال پیشروی در امتداد محور افقی است که با توجه به فرض مسئله نادرست است.

در گزینه‌های (۳) و (۴) جهت پیشروی موج درست است بنابراین شما باید بررسی کنید که در کدام شکل نقطه P در حال حرکت به سمت راست است.

با توجه به اینکه نقطه P' قبل از نقطه P قرار دارد و در سمت راست P است، پس به سمت راست می‌رود و گزینه (۳) درست اما گزینه (۴) نادرست است.

۱ ۱۵۳۵ A

تندی انتشار موج در یک طناب برابر $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$ است که در آن F نیروی کشش و μ

چگالی خطی جرم $(\mu = \frac{m}{\ell})$ می‌باشد، بنابراین تندی انتشار موج در طناب با جذر

چگالی خطی جرم طناب نسبت وارون دارد.

۲ ۱۵۴۱ B

ابتدائی تندی انتشار موج در سیم را به دست می آوریم: $v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v = \frac{0.8}{0.02} \Rightarrow v = 40 \text{ m/s}$

تندی انتشار موج در یک سیم برابر $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$ است.

$$\mu = \frac{m}{\ell} = \frac{\rho V}{\ell} = \frac{\rho A \ell}{\ell} = \rho A \Rightarrow v = \sqrt{\frac{F}{\rho A}}$$

از طرفی سطح مقطع سیم برابر $A = \pi \frac{D^2}{4}$ است که در آن D قطر سیم می باشد و

به جای A در تندی انتشار موج $\pi \frac{D^2}{4}$ را قرار داده و رابطه زیر را به دست می آوریم و

$$v = \frac{2}{D} \sqrt{\frac{F}{\pi \rho}}$$

آن را به خاطر می سپاریم.

$$40 = \frac{2}{10^{-2}} \sqrt{\frac{F}{3 \times 10^3 \times 10^3}} \Rightarrow F = 9/6 \text{ N}$$

داده های مسئله را جای گذاری می کنیم:

۱ ۱۵۴۲ B

پداوری: برای تندی انتشار موج عرضی در تار سه رابطه داریم که با توجه به

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}, v = \sqrt{\frac{F}{\rho A}}, v = \frac{2}{D} \sqrt{\frac{F}{\pi \rho}}$$

داده های مسئله باید یکی را انتخاب کنیم. در این مسئله از سطح مقطع نام برده شده و گفته شده تندی انتشار موج در دو تار برابر است بنابراین خواهیم داشت:

$$v_1 = v_2 \Rightarrow \sqrt{\frac{F_1}{\rho_1 A_1}} = \sqrt{\frac{F_2}{\rho_2 A_2}} \Rightarrow \frac{A_1 = A_2}{\rho_1} \Rightarrow \frac{20}{\rho_1} = \frac{15}{\rho_2} \Rightarrow \frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{20}{15} = \frac{4}{3}$$

۳ ۱۵۴۳ A

خط نگر: کافی است ابتدا چگالی خطی جرم دو تار را با هم مقایسه کنید سپس نسبت تندی انتشار موج را به دست بیاورید.

نسبت $\frac{\mu'}{\mu}$ را به دست می آوریم:

$$\mu = \frac{m}{\ell}, \mu' = \frac{m'}{\ell'} \Rightarrow \frac{\mu'}{\mu} = \frac{\ell'}{\ell} \Rightarrow \frac{\mu'}{\mu} = \frac{m'}{m} \times \frac{\ell}{\ell'}$$

$$\frac{m' = 0.8m}{\ell' = \frac{5}{4}\ell} \Rightarrow \frac{\mu'}{\mu} = 0.8 \times \frac{1}{5} \Rightarrow \frac{\mu'}{\mu} = 0.16$$

نسبت تندی ها خواهد شد:

$$\left\{ \begin{array}{l} v' = \sqrt{\frac{F'}{\mu'}} \Rightarrow \frac{v'}{v} = \sqrt{\frac{F'}{F} \times \frac{\mu}{\mu'}} \xrightarrow{F'=F} \frac{v'}{v} = \sqrt{\frac{\mu}{\mu'}} = \sqrt{\frac{\mu}{0.16\mu}} = \frac{1}{0.4} = \frac{5}{4} \\ v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \end{array} \right.$$

۱ ۱۵۴۴ B

در صورت مسئله چگالی و در شکل ها نیروی کشش و قطر سطح مقطع داده شده است.

بنابراین از رابطه $v = \frac{2}{D} \sqrt{\frac{F}{\pi \rho}}$ استفاده می کنیم.

$$\frac{v_B}{v_A} = \frac{\frac{2}{D_B} \sqrt{\frac{F_B}{\pi \rho_B}}}{\frac{2}{D_A} \sqrt{\frac{F_A}{\pi \rho_A}}} \Rightarrow \frac{v_B}{v_A} = \sqrt{\frac{F_B}{F_A}} \times \sqrt{\frac{\rho_A}{\rho_B}} \times \frac{D_A}{D_B}$$

$$\Rightarrow \frac{v_B}{v_A} = \sqrt{\frac{F}{4F}} \times \sqrt{\frac{4\rho_B}{\rho_B}} \times \frac{2D}{D} \Rightarrow \frac{v_B}{v_A} = \frac{3}{2}$$

تندی انتشار موج عرضی در ریسمان به طول ریسمان بستگی ندارد.

۲ ۱۵۴۵ B

رابطه تندی انتشار موج در تار را در دو حالت می نویسیم و بر هم تقسیم می کنیم:

$$\left\{ \begin{array}{l} v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \\ v' = \sqrt{\frac{F'}{\mu}} \end{array} \Rightarrow \frac{v'}{v} = \sqrt{\frac{F'}{F}} \xrightarrow{\substack{v_1 = 160 \text{ m/s} \\ v_2 = 200 \text{ m/s}, F = 128 \text{ N}}} \frac{200}{160} = \sqrt{\frac{F'}{128}}$$

$$\Rightarrow \frac{5}{4} = \sqrt{\frac{F'}{128}} \Rightarrow \frac{25}{16} = \frac{F'}{128} \Rightarrow F' = 200 \text{ N}$$

بنابراین مقدار افزایش نیروی کشش خواهد شد: $\Delta F = F' - F = 200 - 128 = 72 \text{ N}$

۳ ۱۵۴۶ A

در صورت مسئله مساحت سطح مقطع تار داده شده بنابراین از سه رابطه تندی انتشار

موج عرضی در تار، از رابطه $v = \sqrt{\frac{F}{\rho A}}$ استفاده می کنیم.

مساحت سطح مقطع تار ۶۴ درصد کاهش یافته است بنابراین مساحت سطح مقطع در حالت جدید خواهد شد:

$$A_2 = A_1 - 0.64 A_1 \Rightarrow A_2 = 0.36 A_1$$

$$\left\{ \begin{array}{l} v_1 = \sqrt{\frac{F_1}{\rho_1 A_1}} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{F}{\rho A}} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{F_2 \times A_1}{F_1 \times A_2}} \\ v_2 = \sqrt{\frac{F_2}{\rho_2 A_2}} \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{4F_1 \times A_1}{F_1 \times 0.36 A_1}} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{2}{0.6} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{10}{3}$$

۳ ۱۵۴۷ B

نیروی کشش تار را ۶۹ درصد افزایش داده ایم بنابراین می توان نوشت:

$$F_2 = F_1 + 0.69 F_1 \Rightarrow F_2 = 1.69 F_1$$

تندی انتشار موج عرضی در تار در اثر افزایش نیروی کشش $(v \uparrow = \sqrt{\frac{F}{\mu}})$

افزایش می یابد و بنا بر فرض مسئله تندی 30 m/s زیاد می شود. (I)

نسبت تندی انتشار موج را در دو حالت به دست می آوریم.

$$\left\{ \begin{array}{l} v_2 = \sqrt{\frac{F_2}{\mu_2}} \xrightarrow{\mu_2 = \mu_1} \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{F_2}{F_1}} = \sqrt{1.69 F_1 / F_1} \\ v_1 = \sqrt{\frac{F_1}{\mu_1}} \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = 1.3 \Rightarrow v_2 = 1.3 v_1 \quad \text{(II)}$$

از رابطه (I) و (II) نتیجه می شود که:

$$1.3 v_1 = v_1 + 30 \Rightarrow 0.3 v_1 = 30 \Rightarrow v_1 = 100 \text{ m/s}$$

۳ ۱۵۴۸ B

در این مسئله قطر مطرح شده بنابراین از سه رابطه تندی انتشار موج باید به سراغ

$$v = \frac{2}{D} \sqrt{\frac{F}{\pi \rho}}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} v_2 = \frac{2}{D_2} \sqrt{\frac{F_2}{\pi \rho_2}} \xrightarrow{F_2 = F_1, \rho_2 = \rho_1} \frac{v_1}{v_2} = \frac{D_2}{D_1} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{D_2}{1/25 D_1} \\ v_1 = \frac{2}{D_1} \sqrt{\frac{F_1}{\pi \rho_1}} \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = 0.8 \Rightarrow v_1 = 0.8 v_2$$

درصد اختلاف تندی انتشار صوت در دو ریسمان خواهد شد:

$$\frac{v_1 - v_2}{v_2} \times 100 = \frac{0.8 v_2 - v_2}{v_2} \times 100 = -20\%$$

بنابراین تندی انتشار موج عرضی در ریسمان اول، ۲۰ درصد از تندی انتشار موج در ریسمان دوم کمتر است.

۲ این تار جدید را از دستگاه گذرانده‌ایم تا مجدداً طول آن برابر طول اولیه شود. بنابراین طول تار ۳ برابر شده و مساحت سطح مقطع آن کاهش می‌یابد.

$$v'_p = v_p \Rightarrow A' \ell'_p = A \ell_p \Rightarrow A' \times \frac{\ell_1}{3} = A \times \ell_1 \Rightarrow A' = \frac{1}{3} A$$

۳ جنس تار تغییر نکرده بنابراین چگالی آن ثابت می‌ماند. برای بررسی تندی انتشار موج از سه رابطه تندی، رابطه $v = \sqrt{F/\rho A}$ را استفاده می‌کنیم. قرار است تندی انتشار موج تغییر نکند، از این رو:

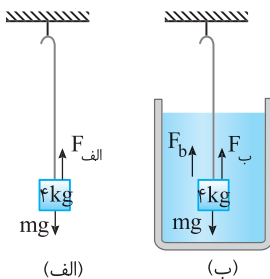
$$v' = v \Rightarrow \sqrt{\frac{F'}{\rho' A'}} = \sqrt{\frac{F}{\rho A}} \xrightarrow{\rho' = \rho} \frac{F'}{A'} = \frac{F}{A} \Rightarrow F' = \frac{1}{3} F$$

۲ ۱۵۵۴ B

۱ نیروهای وارد بر ریسمان را در هر شکل به دست می‌آوریم:

الف) جسم در حال تعادل $F_{\text{net}} = 0 \Rightarrow F_{\text{الف}} = mg \xrightarrow{m=4\text{kg}} F_{\text{الف}} = 40\text{N}$

ب) جسم در حال تعادل $F_{\text{net}} = 0 \Rightarrow F_{\text{ب}} + F_b = mg \xrightarrow{m=4\text{kg}} F_{\text{ب}} = 40 - F_b$



۲ تندی انتشار تار برابر $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$ است و چون دو تار مشابه است پس چگالی خطی آنها $(\mu = m/\ell)$ یکسان است.

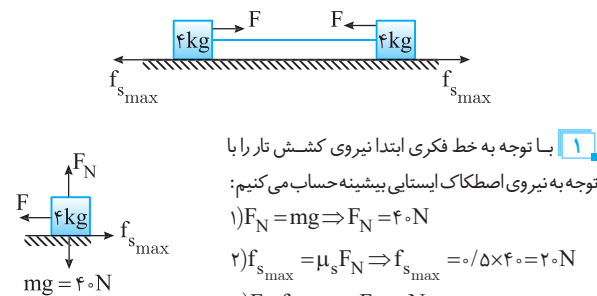
$$\frac{v_{\text{الف}}}{v_{\text{ب}}} = \frac{\sqrt{\frac{F_{\text{الف}}}{\mu}}}{\sqrt{\frac{F_{\text{ب}}}{\mu}}} \xrightarrow{\frac{v_{\text{الف}}}{v_{\text{ب}}} = 2} 2 = \sqrt{\frac{F_{\text{الف}}}{F_{\text{ب}}}} \Rightarrow \frac{F_{\text{الف}}}{F_{\text{ب}}} = 4 \xrightarrow{F_{\text{الف}} = 40\text{N}} \frac{40}{F_{\text{ب}}} = 4 \Rightarrow F_{\text{ب}} = 10\text{N}$$

$$\frac{40}{40 - F_b} = 4 \Rightarrow 40 = 160 - 4F_b \Rightarrow 4F_b = 120 \Rightarrow F_b = 30\text{N}$$

۱ ۱۵۵۵ B

خط فکری با توجه به رابطه تندی تار $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$ ، این تندی بیشینه است

که نیروی کشش تار بیشینه باشد. چون در سؤال گفته شده جعبه‌ها ساکن هستند پس باید نیروهای وارد بر جعبه‌ها متوازن باشد یعنی نیروی کشش تار وارد بر جعبه‌ها و نیروی اصطکاک ایستایی با هم برابر باشد و چون نیروی کشش تار بیشینه بوده پس باید نیروی اصطکاک ایستایی نیز بیشینه باشد.



- ۱ با توجه به خط فکری ابتدا نیروی کشش تار را با توجه به نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه حساب می‌کنیم:
- $F_N = mg \Rightarrow F_N = 40\text{N}$
 - $f_{s_{\text{max}}} = \mu_s F_N \Rightarrow f_{s_{\text{max}}} = 0.5 \times 40 = 20\text{N}$
 - $F = f_{s_{\text{max}}} \Rightarrow F = 20\text{N}$

۲ حال تندی انتشار موج در تار را حساب می‌کنیم:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{20}{2.0}} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{1}{0.1}} \Rightarrow v = 10\text{m/s}$$

۱ ۱۵۴۹ A

وقتی از این تار، طولی برابر $\frac{\ell}{3}$ انتخاب شود، جرم آن نیز $\frac{m}{3}$ می‌شود و چگالی خطی جرم $\mu = m/\ell$ تغییر نمی‌کند. با توجه به فرض پرسش، نیروی کشش نیز یکسان است. بنابراین v تغییر نمی‌کند $(v = \sqrt{\frac{F}{\mu}})$ و نسبت $\frac{v_1}{v_2}$ برابر یک خواهد شد.

۳ ۱۵۵۰ A

خط فکری وقتی سیم را دولا می‌کنیم، مساحت سطح مقطع سیم دو برابر می‌شود و برای مقایسه تندی انتشار موج باید به سراغ رابطه $v = \sqrt{F/\rho A}$ بروید.

جنس ریسمان تغییر نکرده بنابراین چگالی نیز تغییر نکرده است $(\rho' = \rho)$. نیروی کشش بنا به فرض مسئله ثابت است $(F' = F)$ بنابراین تندی انتشار موج خواهد شد.

$$\left\{ \begin{aligned} v' &= \sqrt{\frac{F'}{\rho' A'}} \Rightarrow \frac{v'}{v} = \sqrt{\frac{F'}{F} \times \frac{\rho}{\rho'} \times \frac{A}{A'}} \Rightarrow \frac{v'}{v} = \sqrt{\frac{A}{A'}} = \sqrt{\frac{A}{2A}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \\ v &= \sqrt{\frac{F}{\rho A}} \end{aligned} \right.$$

۴ ۱۵۵۱ B

نکته اگر سیمی را از وسط دو لا کنیم سطح مقطع آن دو برابر می‌شود و اگر مجدداً سیم را دو لا کنیم سطح مقطع آن $2^2 = 4$ برابر می‌شود و اگر n بار این عمل را تکرار کنیم و سیم را n بار از وسط تا کنیم، سطح مقطع آن 2^n برابر سطح اولیه می‌شود $(A' = 2^n A)$.

یادآوری تندی انتشار موج از سه رابطه زیر به دست می‌آید:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}, \quad v = \sqrt{\frac{F}{\rho A}}, \quad v = \frac{2}{D} \sqrt{\frac{F}{\pi \rho}}$$

از رابطه $v = \sqrt{\frac{F}{\rho A}}$ استفاده می‌کنیم:

$$\frac{v'}{v} = \frac{\sqrt{\frac{F'}{\rho' A'}}}{\sqrt{\frac{F}{\rho A}}} \xrightarrow{F'=F, \rho=\rho'} \frac{v'}{v} = \sqrt{\frac{A}{A'}} \Rightarrow \frac{v'}{v} = \sqrt{\frac{A}{2^n A}} \Rightarrow \frac{v'}{v} = \sqrt{\frac{1}{2^n}} = \frac{1}{\sqrt{2^n}}$$

۳ ۱۵۵۲ B

نکته با عبور سیم از دستگاه، جرم سیم تغییر نکرده و با توجه به ثابت ماندن چگالی، حجم سیم ثابت می‌ماند بنابراین با افزایش طول سطح مقطع کاهش می‌یابد:

- ۱ طول جدید برابر است با: $\ell' = \ell + 0.44\ell \Rightarrow \ell' = 1.44\ell$
- ۲ نسبت سطح مقطع در دو حالت خواهد شد:

$$\left\{ \begin{aligned} \rho &= \rho' \Rightarrow V = V' \Rightarrow A\ell = A'\ell' \xrightarrow{\ell'=1.44\ell} A\ell = A' \times (1.44\ell) \\ m &= m' \end{aligned} \right. \Rightarrow \frac{A}{A'} = 1/1.44$$

۳ تندی انتشار را حساب می‌کنیم.

$$\frac{v'}{v} = \frac{\sqrt{\frac{F}{\rho A'}}}{\sqrt{\frac{F}{\rho A}}} \Rightarrow \frac{v'}{v} = \sqrt{\frac{A}{A'}} = \sqrt{1/1.44} \Rightarrow \frac{v'}{v} = 1/1.2 \Rightarrow v' = 1/1.2 v$$

۴ درصد تغییر تندی انتشار خواهد شد: $\frac{v_2 - v_1}{v_1} \times 100 \Rightarrow \frac{1/1.2 v - v}{v} \times 100 = 16.7\%$

بنابراین تندی ۱۶.۷ درصد افزایش می‌یابد.

۲ ۱۵۵۳ B

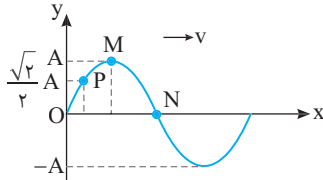
مرحله به مرحله باید تغییرات تار را بررسی کنید.

۱ تار را بریده و کنار گذاشته‌ایم بنابراین طول تار جدید $\frac{1}{3}$ طول اولیه است: $\ell_p = \frac{1}{3} \ell_1$

B ۱۵۵۹ ۴

در انتشار موج در یک محیط، تمام ذرات محیط با یک دوره و یک بسامد به نوسان در می‌آیند. از این رو بسامد زاویه‌ای تمام ذرات $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$ یکسان است و گزینه (۴) پاسخ تست است.

تکنه در بررسی حرکت ذره‌های محیط انتشار موج هر ذره را به عنوان یک نوسانگر ساده فرض می‌کنیم. برای بررسی گزینه‌های (۱)، (۲) و (۳) به شکل انتشار موج عرضی در طناب شکل زیر دقت کنید.



به‌طور مثل در بازه زمانی $\frac{T}{4}$ ، ذره M دامنه $+A$ به دامنه $-A$ می‌رسد و جابه‌جایی

آن $-2A$ و مسافت طی شده آن $\ell = +2A$ و شتاب متوسط آن صفر می‌شود. زیرا از یک نقطه بازگشت که در آن سرعت صفر است به نقطه بازگشت دیگری که سرعت آنجا نیز صفر است می‌رود. بنابراین Δv مساوی صفر شده و شتاب متوسط نیز صفر می‌شود.

اما نقطه N در مدت $\frac{T}{4}$ از مرکز نوسان به نقطه A رفته سپس به مرکز نوسان بر می‌گردد. یعنی جابه‌جایی آن صفر و مسافت طی شده آن $2A$ است و شتاب متوسط آن نیز برابر است با:

$$a_{av} = \frac{-v_m - v_m}{\frac{T}{4}} = \frac{-2v_m}{T}$$

بنابراین برای نقطه‌های M و N جابه‌جایی و شتاب متوسط یکسان نیست. برای مسافت‌های مختلف هم می‌توانید حرکت نقطه P را با حرکت نقطه M در مدت $\frac{T}{4}$ مقایسه کنید تا مشخص شود در بازه زمانی معین، مسافت طی شده توسط ذرات محیط ممکن است یکسان نباشد.

A ۱۵۶۰ ۲

حالت اول: تندی انتشار موج در یک محیط (ریسمان) به بسامد چشمه بستگی ندارد. بنابراین در حالت اول وقتی بسامد (f) را افزایش می‌دهیم دوره ($\downarrow T = \frac{1}{f}$) کاهش می‌یابد. با افزایش بسامد، بسامد زاویه‌ای ($\uparrow \omega = 2\pi f$) و از آنجا بیشینه تندی ذرات ($\uparrow v_m = A\omega$) افزایش می‌یابد. با ثابت بودن تندی انتشار موج و افزایش بسامد، طول موج ($\downarrow \lambda = \frac{v}{f}$) کاهش می‌یابد بنابراین در حالت اول تنها تندی انتشار موج یعنی تنها یک کمیت بدون تغییر است.

حالت دوم: اگر نیروی کشش را افزایش دهیم ($\uparrow v = \sqrt{F/\mu}$) تندی انتشار موج افزایش می‌یابد. با ثابت بودن بسامد نوسان‌ساز، طول موج افزایش می‌یابد ($\uparrow \lambda = \frac{v}{f}$) اما دوره ($T = \frac{1}{f}$) تغییر نمی‌کند. هم‌چنین بیشینه تندی نوسان ذرات ($v = A\omega$) ثابت می‌ماند یعنی دو کمیت بدون تغییر است.

A ۱۵۶۱ ۳

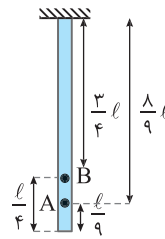
۱ طول موج مسافتی است که موج در مدت یک دوره طی می‌کند. بنابراین:

$$v = \frac{\lambda}{T} \xrightarrow{T = \frac{1}{f}} v = \lambda f \quad \lambda = \frac{v}{f} = \frac{50}{100} = 0.5 \text{ m/s}$$

۲ زمان طی 10 m با تندی $v = 50 \text{ m/s}$ خواهد شد:

$$\Delta x = v \Delta t \Rightarrow 10 = 50(\Delta t) \Rightarrow \Delta t = \frac{1}{5} \text{ s}$$

B ۱۵۵۶ ۴



خط‌فکر وقتی که یک طناب سنگین را آویزان می‌کنیم، کشش در نقاط مختلف آن یکسان نخواهد بود و هر چه از پایین طناب به سمت محل آویز برویم، کشش بیشتر می‌شود و در هر نقطه از طناب، کشش طناب برابر وزن قسمت زیرین آن نقطه است. بنابراین شما باید نیروی کشش در نقاط A و B را بر حسب وزن طناب پیدا کرده تا بتوانید تندی موج در نقاط A و B را با هم مقایسه کنید.

۱ نقطه B وزن $\frac{\ell}{4}$ طناب پایین‌تر از خود را تحمل می‌کند. بنابراین:

$$F_B = \frac{1}{4} W_{\text{طناب}}$$

۲ نقطه A وزن $\frac{\ell}{9}$ طناب پایین‌تر از خود را تحمل می‌کند. بنابراین:

$$F_A = \frac{1}{9} W_{\text{طناب}}$$

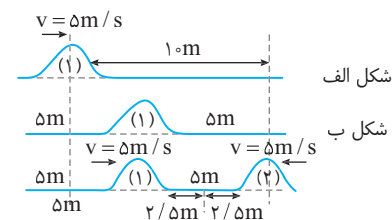
۳ در طول طناب، چگالی خطی جرم ثابت است ($\mu_A = \mu_B$) بنابراین نسبت تندی‌ها خواهد شد:

$$\frac{v_A}{v_B} = \frac{\sqrt{\frac{F_A}{\mu_A}}}{\sqrt{\frac{F_B}{\mu_B}}} \Rightarrow \frac{v_A}{v_B} = \sqrt{\frac{F_A}{F_B}} \Rightarrow \frac{v_A}{v_B} = \sqrt{\frac{mg}{\frac{9}{4}mg}} = \frac{2}{3}$$

B ۱۵۵۷ ۲

۱ تندی انتشار موج در طناب مقدار ثابتی بوده و برابر است با:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{5}{10}} \Rightarrow v = 0.5 \text{ m/s}$$



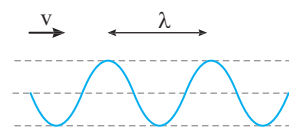
شکل الف

شکل ب

۲ جابه‌جایی آشفته‌گی اول پس از 1 s برابر است با: $\Delta x = v \Delta t \Rightarrow \Delta x = 0.5 \times 1 = 0.5 \text{ m}$

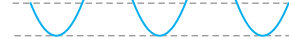
۳ وقتی تپ اول 0.5 m جلو آمده تپ دوم با همان تندی 0.5 m/s به راه می‌افتد. در این حالت فاصله دو تپ از هم 0.5 m است و چون سرعت آن‌ها یکی است، هر دو آشفته‌گی در وسط فاصله 0.5 m به هم می‌رسند. یعنی هر آشفته‌گی $2/0.5$ پیشروی می‌کند. بنابراین آشفته‌گی (۱) جمعاً $5 + 2/0.5 = 7/0.5$ و آشفته‌گی (۲) تنها $2/0.5$ پیشروی کرده تا دو آشفته‌گی به هم برسند.

A ۱۵۵۸ ۴



یادآوری فاصله بین دو برآمدگی یا دو فرورفتگی مجاور، طول موج نامیده می‌شود. طول موج λ برابر مسافتی است که موج در مدت دوره نوسان

چشمه طی می‌کند.



$$\lambda = vT$$

با توجه به یادآوری بالا، در مدت نیم‌دوره نوسان هر ذره از محیط، موج مسافتی را به اندازه نصف طول موج می‌پیماید.

پایسج تندی پیشروی موج را حساب می‌کنیم:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{12}{3.0 \times 10^{-3}}} \Rightarrow v = 20 \text{ m/s}$$

در این صورت طول موج خواهد شد:

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow \lambda = \frac{20}{100} = 0.2 \text{ m} = 20 \text{ cm}$$

گزینه ۳

۱ ۱۵۶۵ B

با توجه به تعریف طول موج، تندی انتشار موج در طناب را حساب می‌کنیم.

$$\lambda = vT \xrightarrow{T = \frac{1}{f}} v = f\lambda \xrightarrow{f = 600 \text{ Hz}, \lambda = 0.2 \text{ m}}$$

$$v = 600 \times 0.2 \Rightarrow v = 120 \text{ m/s}$$

نکته تندی انتشار موج عرضی در یک سیم (طناب) دارای سه رابطه زیر است

که با توجه به داده‌های مسئله یکی از آن‌ها را استفاده می‌کنیم.

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}, v = \sqrt{\frac{F}{\rho A}}, v = \frac{2}{D} \sqrt{\frac{F}{\pi \rho}}$$

$\mu = \frac{m}{l}$ چگالی خطی
 $\rho = \frac{m}{V}$ چگالی سیم
 قطر سیم
 مساحت سطح مقطع سیم

تندی انتشار موج در سیم برابر است با:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\rho A}} \xrightarrow{F = 36 \text{ N}, \rho = 1000 \text{ kg/m}^3} 120 = \sqrt{\frac{36}{1000 \times A}} \Rightarrow 120 \times 120 = \frac{36}{1000 \times A}$$

$$\Rightarrow A = \frac{1}{400000} \text{ m}^2 = \frac{1}{400000} \times 10^6 \text{ mm}^2 \Rightarrow A = 0.25 \text{ mm}^2$$

۱ ۱۵۶۶ A

نکته تندی انتشار موج در یک محیط برای بسامدهای مختلف، یکسان است.

تندی انتشار موج‌های A و B با هم برابر است ($v_A = v_B$) بنابراین می‌توانیم بنویسیم:

$$v_A = v_B \xrightarrow{v = f\lambda} f_A \lambda_A = f_B \lambda_B$$

$$\Rightarrow \frac{\lambda_A}{\lambda_B} = \frac{f_B}{f_A} \xrightarrow{f_A = 4f_B} \frac{\lambda_A}{\lambda_B} = \frac{1}{4}$$

میانبر در یک محیط برای دو موج با بسامدهای f_1 و f_2 ، طول موج با

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{f_2}{f_1} \quad \text{بسامد نسبت وارون دارد.}$$

۲ ۱۵۶۷ B

نکته بسامد از ویژگی‌های چشمه موج است و اگر چشمه تغییر نکند بسامد

موج تغییر نمی‌کند. اما تندی انتشار موج از ویژگی‌های محیط است و چنانچه ویژگی‌های

محیط تغییر کند، تندی و در نتیجه طول موج تغییر می‌کند.

۱ در این مسئله چشمه همان دیاپازون است بنابراین بسامد ثابت می‌ماند ($f' = f$).

۲ با ۴ برابر شدن نیروی کشش ($F' = 4F$) تندی خواهد شد:

$$\frac{v'}{v} = \sqrt{\frac{F'}{F}} = \sqrt{\frac{4F}{F}} \Rightarrow \frac{v'}{v} = \sqrt{4} \Rightarrow \frac{v'}{v} = 2$$

۳ با توجه به تعریف طول موج خواهیم داشت:

$$\left\{ \begin{array}{l} f = \frac{v}{\lambda} \\ f' = \frac{v'}{\lambda'} \end{array} \right. \xrightarrow{f' = f} \frac{v}{\lambda} = \frac{v'}{\lambda'} \Rightarrow \frac{\lambda'}{\lambda} = \frac{v'}{v} = 2$$

۴ ۱۵۶۲ A

۱ فاصله یک برآمدگی از فرورفتگی مجاورش برابر نصف طول موج است بنابراین با

توجه به فرض مسئله $\frac{\lambda}{2} = 15 \text{ cm}$ و $\lambda = 30 \text{ cm}$ است.

۲ دوره را حساب می‌کنیم:

$$\lambda = vT \xrightarrow{v = 6 \text{ m/s}} 0.3 = 6T \Rightarrow T = \frac{1}{20} \text{ s}$$

۳ هر ذره از محیط انتشار موج دارای حرکت هماهنگ ساده است و مدت زمانی که

طول می‌کشد تا تندی یک نوسانگر برای نخستین بار از صفر به بیشینه مقدار برسد برابر

$$\frac{T}{4} \text{ است. از این رو:}$$

$$\Delta t = \frac{T}{4} \Rightarrow \Delta t = \frac{1}{80} \text{ s}$$

۲ ۱۵۶۳ B

خط فکری هر ذره از محیط انتشار موج دارای حرکت هماهنگ ساده است و تمام

ویژگی‌های حرکت هماهنگ ساده در مورد آن صدق می‌کند. به عنوان نمونه، هر ذره از

محیط در مدت یک دوره مسافتی چهار برابر دامنه ($4A$) می‌کند، بنابراین با توجه به

مسافت طی شده می‌توانید تعداد نوسان‌ها را پیدا کرده سپس دوره را به دست بیاورید و

مسئله را حل کنید.

۱ دامنه 2 cm است و مسافت طی شده در هر دوره $4A = 4 \times 2 = 8 \text{ cm}$ است.

۲ کل مسافت طی شده در 0.2 s برابر 32 cm بوده است بنابراین تعداد نوسان‌ها

خواهد شد:

$$\frac{8 \text{ cm}}{32 \text{ cm}} \left| \begin{array}{l} N = 1 \\ N = ? \end{array} \right. \Rightarrow N = 4 \text{ نوسان}$$

۳ دوره را به دست می‌آوریم:

$$T = \frac{t}{N} \Rightarrow T = \frac{0.2}{4} \Rightarrow T = 0.05 \text{ s}$$

۴ با توجه به تعریف طول موج، تندی انتشار موج را حساب می‌کنیم:

$$v = \frac{\lambda}{T} \Rightarrow v = \frac{1/5}{0.05} = 30 \text{ m/s}$$

۵ پیشروی موج در مدت 0.2 s خواهد شد:

$$\Delta x = v\Delta t \Rightarrow \Delta x = 30 \times 0.2 \Rightarrow \Delta x = 6 \text{ m}$$

۳ ۱۵۶۴ B

نکته تندی انتشار موج عرضی در طناب (تار) یا فنر از رابطه زیر به دست

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{FL}{m}} = \sqrt{\frac{F}{\rho A}} = \frac{2}{D} \sqrt{\frac{F}{\pi \rho}}$$

می‌آید:

۱ ابتدای تندی موج را به دست می‌آوریم:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{250}{4 \times 10^{-3}}} = \sqrt{\frac{250}{4} \times 10^3} = \frac{5}{2} \times 10^2 \Rightarrow v = 250 \text{ m/s}$$

۲ با توجه به رابطه $\lambda = \frac{v}{f}$ طول موج را به دست می‌آوریم:

$$\lambda = \frac{250}{312/5} = \frac{2500}{3125} = \frac{100}{125} = \frac{4}{5} = 0.8 \text{ m}$$

بازی با سؤال نیروی کشش طنابی 12 N و چگالی خطی جرم آن

30 g/m است. اگر سر این طناب را با دیاپازونی که بسامد آن 100 Hz است،

عمود بر راستای طناب به نوسان درآوریم، طول موج ایجاد شده در طناب چند

سانتی‌متر خواهد بود؟

- ۲۰۰ (۴) ۲۰ (۳) ۲ (۲) ۰/۲ (۱)

۲ ۱۵۶۸ B

خط فکری دقت کنید. نیروی کشش تار تغییر کرده بنابراین تندی انتشار موج در تار تغییر می کند از طرفی بسامد چشمه تغییر کرده است در نتیجه طول موج تحت تأثیر دو عامل تغییر می کند. تغییرات تندی و بسامد را مشخص کنید تا تغییر طول موج را بتوانید حساب کنید.

۱ در مسئله فاصله دو قلعه متوالی ۴ متر بیان شده بنابراین طول موج در ابتدا $\lambda = 4\text{m}$ است.

۲ نیروی کشش ۵۱ درصد کاهش یافته بنابراین:

$$F_2 = F_1 - 0.51F_1 \Rightarrow F_2 = 0.49F_1$$

۳ تندی موج در حالت جدید را حساب می کنیم. البته چون تار تغییر نکرده است چگالی خطی جرم ثابت است $(\mu_2 = \mu_1)$. پس:

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{\sqrt{\frac{F_2}{\mu_2}}}{\sqrt{\frac{F_1}{\mu_1}}} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{F_2}{F_1}} = \sqrt{\frac{0.49F_1}{F_1}} \Rightarrow v_2 = 0.7v_1$$

۴ طول موج جدید با بسامد چشمه 100Hz را به دست می آوریم:

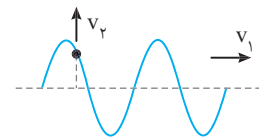
$$\begin{cases} \lambda_1 = \frac{v_1}{f_1} \\ \lambda_2 = \frac{v_2}{f_2} \end{cases} \Rightarrow \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{v_2}{v_1} \times \frac{f_1}{f_2} \Rightarrow \frac{\lambda_2}{4} = 0.7 \times \frac{100}{50} \Rightarrow \lambda_2 = 1.4\text{m}$$

۵ فاصله یک قله (ستیغ) از دره (پاستیغ) مجاورش برابر نصف طول موج است.

$$\frac{\lambda_2}{2} = 0.7\text{m}$$

۱ ۱۵۶۹ A

سرعت v_1 ، سرعت انتشار موج در محیط است و v_2 تندی نوسان یک ذره از محیط در لحظه نشان داده شده در شکل است و با گذشت زمان v_2 بین دو مقدار صفر و v_m تغییر می کند و جهت آن در نقاط بازگشت نیز عوض می شود. بنابراین گزاره های (الف) و (ب) نادرست هستند. سرعت انتشار موج (v_1) در یک محیط مقدار ثابتی است و به محیط انتشار موج بستگی دارد در حالی که تندی نوسان ذرات محیط (v_2) به بسامد نوسان چشمه بستگی دارد و گزاره (ب) درست است.



۳ ۱۵۷۰ A

یادآوری ذرات محیط انتشار موج دارای حرکت هماهنگ ساده بوده و بیشینه تندی آن ها $v_m = A\omega$ است.

خط فکری تندی پیشروی موج در یک محیط ثابت و برابر $v = f\lambda$ است. بیشینه تندی ذرات محیط $v' = A\omega$ است البته اگر به گزینه ها نگاه کنید در هیچ یک خبری از ω نیست بنابراین شما باید در حل مسئله از فرمول $\omega = 2\pi f$ استفاده کنید تا بتوانید گزینه مورد نظر را بیابید.

نسبت $\frac{v}{v'}$ را حساب می کنیم:

$$\frac{v}{v'} = \frac{f\lambda}{A\omega} \xrightarrow{\omega = 2\pi f} \frac{v}{v'} = \frac{f\lambda}{A(2\pi f)} \Rightarrow \frac{v}{v'} = \frac{\lambda}{2\pi A}$$

۱ ۱۵۷۱ B

۱ ابتدا دوره تناوب نوسان ساز که در اینجا یک سامانه جرم - فنر فرض شده است به دست می آوریم.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \xrightarrow{\substack{m=1\text{kg} \\ k=100\text{N/m}}} T = 2\pi\sqrt{\frac{1}{100}} \Rightarrow T = \frac{\pi}{5}\text{s}$$

۲ تندی پیشروی موج در طناب را حساب می کنیم:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \xrightarrow{\substack{F=200\text{N} \\ \mu=20\text{g/m}=20\times 10^{-3}\text{kg/m}}} v = \sqrt{\frac{200}{20\times 10^{-3}}} \Rightarrow v = 100\text{m/s}$$

۳ طول موج خواهد شد:

$$\lambda = vT \Rightarrow \lambda = 100 \times \frac{\pi}{5} = 20\pi\text{m}$$

۴ فاصله بین قله (ستیغ) از دره (پاستیغ) مجاورش برابر $\frac{\lambda}{2}$ است بنابراین:

$$\frac{\lambda}{2} = \frac{20\pi}{2} = 10\pi\text{m}$$

۲ ۱۵۷۲ B

۱ چگالی خطی جرم را حساب می کنیم: $\mu = \frac{m}{\ell} \xrightarrow{\substack{m=1\text{kg} \\ \ell=6\text{m}}} \mu = \frac{1}{6}\text{kg/m}$

۲ تندی انتشار موج در فنر را به دست می آوریم:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \xrightarrow{\substack{F=6\text{N} \\ \mu=\frac{1}{6}}} v = \sqrt{\frac{6}{\frac{1}{6}}} \Rightarrow v = 6\text{m/s}$$

۳ بسامد موج همان بسامد چشمه موج (دیپازون) است. بسامد را به کمک طول موج به دست می آوریم:

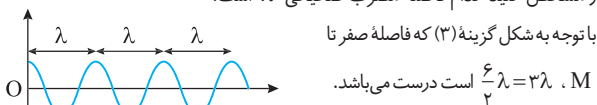
$$v = f\lambda \xrightarrow{\lambda=1/5\text{cm}} f = f(1/5 \times 10^{-2}) \Rightarrow f = 400\text{Hz}$$

۴ تعداد نوسان های دیپازون در هر دقیقه خواهد شد:

$$\frac{1\text{s}}{60\text{s}} \left| \begin{array}{l} 400 \\ N \end{array} \right. \Rightarrow N = 24000$$

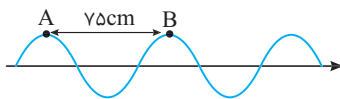
۳ ۱۵۷۳ B

خط فکری فاصله هر دو برآمدگی متوالی برابر λ است و هرگاه فاصله دو نقطه از هم λ باشد، یعنی در هر لحظه دو نقطه در یک وضعیت قرار دارند. در لحظه ای که O در دامنه مثبت است تمام نقاطی که در فاصله λ ، 2λ ، 3λ ، ... (مضرب صحیح λ)، از O قرار دارند در دامنه مثبت هستند. بنابراین شما باید گزینه ها را بررسی کنید و مشخص کنید کدام فاصله مضرب صحیحی λ است.



۲ ۱۵۷۴ B

قرار است دو نقطه A و B دو ستیغ (قله) متوالی باشند و فاصله دو قله متوالی برابر یک طول موج است. بنابراین طول موج که در ابتدا $\lambda_1 = 50\text{cm}$ بوده است اکنون باید $\lambda_2 = 75\text{cm}$ شود تا A و B دو برآمدگی متوالی باشند.



از طرفی تندی انتشار موج در یک محیط (یک ریسمان) برای هر بسامدی مقدار یکسانی است بنابراین می توان نوشت:

$$\frac{v}{f_1} = \frac{v}{f_2} \xrightarrow{v_2 = v_1} \frac{f_2}{f_1} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \Rightarrow \frac{f_2}{75} = \frac{50}{f_1} \Rightarrow \frac{f_2}{f_1} = \frac{5}{3}$$

میابیر دقت کنید برای آن که طول موج افزایش یابد باید بسامد کاهش یابد و تنها گزینه ای که در آن بسامد کاهش یافته گزینه (۲) است.

۳ ۱۵۷۹ B

خط فکری فاصله دو برآمدگی متوالی برابر طول موج است. فاصله هر ذره از محیط تا حالت تعادلش برابر یک دامنه است.

۱ فاصله Δx همان طول موج بوده یعنی $\lambda = 4 \text{ cm} = 0.04 \text{ m}$ است.

۲ فاصله Δy همان دامنه است یعنی $A = 1.5 \text{ cm} = 0.015 \text{ m}$ است.

۳ تندی انتشار موج در محیط خواهد شد:

$$v = f\lambda \xrightarrow{f = 8 \text{ Hz}} v = 8 \times 0.04 \Rightarrow v = 0.32 \text{ m/s}$$

۴ بسامد زاویه‌ای را حساب می‌کنیم:

$$\omega = 2\pi f \Rightarrow \omega = 2\pi \times 8 \Rightarrow \omega = 16\pi \text{ rad/s}$$

۵ پیشینه تندی نوسان ذرات محیط برابر است با:

$$v_m = A\omega \Rightarrow v_m = 0.015 \times 16\pi \Rightarrow v_m = 2.4\pi \text{ m/s}$$

۱ ۱۵۸۰ A

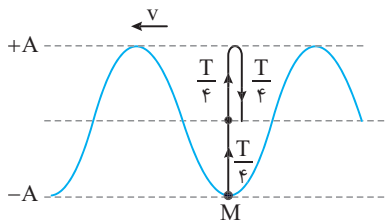
خط فکری هر ذره از محیط انتشار موج سینوسی دارای حرکت هماهنگ ساده

است. بنابراین وقتی از شما درباره یک ذره از محیط پرسش می‌شود، شما باید تنها به حرکت هماهنگ ساده فکر کنید. به طور مثال اگر ذره در $+A$ باشد بعد از $\frac{T}{4}$ به حالت

تعادل می‌رسد. $\frac{T}{4}$ بعد به مکان $-A$ می‌رسد و تمام بازه‌های زمانی در مورد آن صدق می‌کند. با توجه به این مطلب، مسئله را بررسی کنید.

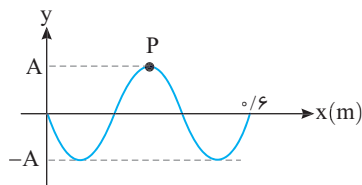
مطابق شکل M در مکان $-A$ است و پس از $\frac{T}{4}$ به مرکز می‌رود، $\frac{T}{4}$ بعد به $+A$

رفته و در $\frac{T}{4}$ آخر به مرکز بر می‌گردد، بنابراین پس از $\frac{3T}{4}$ در مرکز نوسان است.



۴ ۱۵۸۱ A

خط فکری شما باید ابتدا مشخص کنید که ذره مورد نظر در لحظه $t = 0$ در چه وضعیتی است؟ برای این منظور باید طول موج را پیدا کرده و به کمک آن محل ذره را بیابید. یادتان باشد ذره دارای حرکت هماهنگ ساده است.



طول موج را به دست می‌آوریم:

$$3 \frac{\lambda}{4} = 0.6 \Rightarrow \lambda = 0.8 \text{ m} = 8 \text{ cm}$$

ذره‌ای در فاصله 3 cm از چشمه، نقطه‌ای مانند P است که در $t = 0$ بعد آن $+A$ است و این نقطه شبیه نوسانگر ساده‌ای است که از دامنه مثبت شروع به حرکت کرده و نمودار مکان آن یک نمودار سینوسی است که گزینه (۴) تنها گزینه‌ای است که این موضوع را نشان می‌دهد.

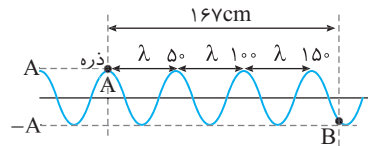
۳ ۱۵۷۵ B

خط فکری شکل موج را رسم کنید. نام یکی از قله‌های رسم شده را A بگذارید. حال اگر به اندازه یک طول موج جلو بروید به قله بعدی می‌رسید. تعداد قله‌های مسیر را بشمارید. در این صورت تعداد ذره‌هایی که همزمان با A در دامنه مثبت $(+A)$ قرار دارند به دست می‌آید. البته ابتدا باید طول موج را حساب کنید.

در انتشار موج وقتی ذره A در دامنه مثبت است مطابق شکل تمام ذره‌هایی که فاصله آن‌ها از A مضرب صحیحی از طول موج است همزمان در دامنه مثبت قرار دارند.

ابتدا طول موج را به دست می‌آوریم.

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{100}{200} = 0.5 \text{ m} = 50 \text{ cm}$$

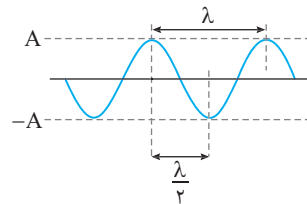


بنابراین نقاطی که در فاصله 50 cm ، 100 cm و 150 cm از A قرار دارند همزمان با ذره A در دامنه مثبت قرار دارند.

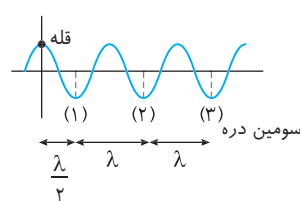
۱ ۱۵۷۶ B

مطابق شکل زیر نزدیک‌ترین فاصله دو نقطه که همزمان یکی در دامنه مثبت و دیگری در دامنه منفی باشد یعنی یکی ستیغ (قله) و دیگری پاستیغ (دره) باشد $\frac{\lambda}{4}$ است. طول

موج را به دست آورده و $\frac{\lambda}{4}$ را حساب می‌کنیم: $\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow \lambda = \frac{4}{20} = 0.2 \text{ m} = 20 \text{ cm}$



۲ ۱۵۷۷ B



خط فکری در حل این مسائل لازم است شکل رسم کنیم. فاصله سومین دره از قله مورد نظر $\frac{5\lambda}{4}$ است بنابراین طول موج را می‌توانید به دست بیاورید و مسئله را حل کنید.

۱ با توجه به شکل می‌توان نوشت:

$$5 \frac{\lambda}{4} = 1.4 \Rightarrow \lambda = \frac{2.8}{5} = 0.56 \text{ cm}$$

۲ بسامد موج همان بسامد چشمه است. بسامد چشمه را از معادله حرکت آن

$$x = 0.5 \cos 4\pi t \text{ حساب می‌کنیم:}$$

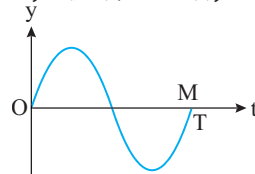
$$\omega = 4\pi \Rightarrow \frac{2\pi}{T} = 4\pi \Rightarrow T = \frac{1}{2} \text{ s}$$

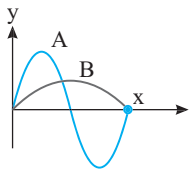
۳ تندی انتشار موج خواهد شد:

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{0.56}{\frac{1}{2}} \Rightarrow v = 1.12 \text{ m/s}$$

۲ ۱۵۷۸ A

دقت کنید که OM روی محور زمان است و زمان یک نوسان کامل برابر دوره است.



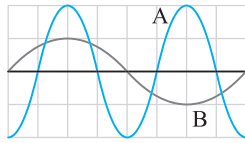


$$\begin{cases} x = \lambda_A \\ x = \frac{\lambda_B}{2} \end{cases} \Rightarrow \lambda_A = \frac{\lambda_B}{2} \Rightarrow \lambda_B = 2\lambda_A$$

۲ از طرفی بنا به رابطه $\lambda = \frac{v}{f} = vT$ می‌توان نوشت:

$$\lambda_B = 2\lambda_A \xrightarrow{\lambda = vT} v_B T_B = 2v_A T_A \xrightarrow{v_A = v_B} T_B = 2T_A \Rightarrow \frac{T_A}{T_B} = \frac{1}{2}$$

بازی با سوال در شکل زیر دو موج عرضی A و B نشان داده شده است. کدام رابطه در مورد دامنه و طول موج آن دو درست است؟ از کتاب درسی



$$A_A = A_B, \lambda_A = 2\lambda_B \quad (۲) \quad A_A = A_B, \lambda_A = \frac{\lambda_B}{2} \quad (۱)$$

$$A_A = 2A_B, \lambda_A = \frac{\lambda_B}{2} \quad (۴) \quad A_A = 2A_B, \lambda_A = \lambda_B \quad (۳)$$

پاسخ با توجه به شکل فاصله دو سستیغ مجاور در موج A (λ_A) برابر

فاصله سستیغ از پاسستیغ مجاورش در موج B ($\frac{\lambda_B}{2}$) است، بنابراین $\lambda_A = \frac{\lambda_B}{2}$

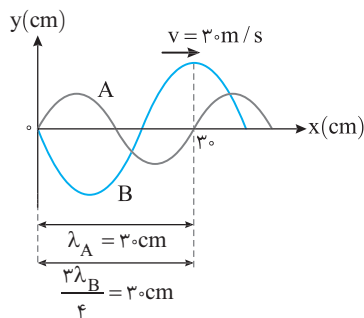
است. از طرفی ارتفاع سستیغ A دو برابر B است، بنابراین $A_A = 2A_B$ است.

مگزینۀ ۴

۴ ۱۵۸۵ A

۱ با توجه به شکل طول موج A برابر 3cm است بنابراین دوره A خواهد شد:

$$\lambda_A = 3\text{cm} = 0.03\text{m} \xrightarrow{v = \lambda/T} 30 = \frac{0.03}{T_A} \Rightarrow T_A = 0.001\text{s}$$



۲ طول موج B برابر است با:

$$\frac{3}{4}\lambda_B = 30 \Rightarrow \lambda_B = 40\text{cm} = 0.4\text{m} \xrightarrow{v = \lambda/T} 30 = \frac{0.4}{T_B} \Rightarrow T_B = \frac{4}{300}\text{s}$$

۳ حال با توجه به رابطه $T = \frac{t}{N}$ ، تعداد نوسان‌های کامل A و B را در مدت 2s

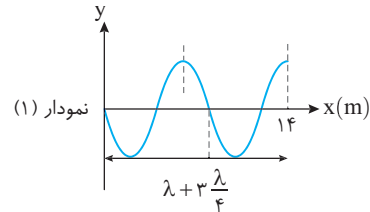
به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} 0.001 = \frac{2}{N_A} \Rightarrow N_A = 2000 \\ \frac{4}{300} = \frac{2}{N_B} \Rightarrow N_B = 1500 \end{cases} \Rightarrow N_A - N_B = 500 \text{ نوسان}$$

۳ ۱۵۸۲ A

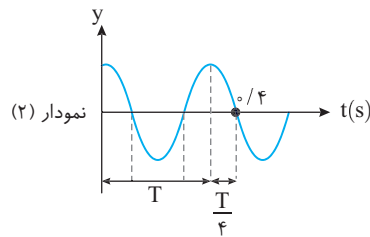
۱ نمودار (۱) نقش موج در تار است و در نقش موج فاصله دوبرآمدگی برابر یک طول موج است. با توجه به نمودار خواهیم داشت:

$$\frac{v\lambda}{4} = 14 \Rightarrow \lambda = 8\text{m}$$



۲ نمودار (۲)، نمودار مکان - زمان، حرکت هماهنگ ساده یک ذره از محیط است و محور افقی، محور زمان است از این رو می‌توان نوشت:

$$T + \frac{T}{4} = 0.4 \Rightarrow \frac{5T}{4} = 0.4 \Rightarrow T = \frac{16}{50}\text{s}$$



۳ تندی انتشار موج در تار را حساب می‌کنیم:

$$v = \frac{\lambda}{T} \Rightarrow v = \frac{8}{\frac{16}{50}} = v = 25\text{m/s}$$

۴ چگالی خطی جرم را به دست می‌آوریم:

$$\mu = \frac{m}{\ell} \Rightarrow \mu = \frac{4 \times 10^{-2}}{10 \times 10^{-2}} = 4 \times 10^{-2} \text{kg/m}$$

۵ نیروی کشش تار خواهد شد:

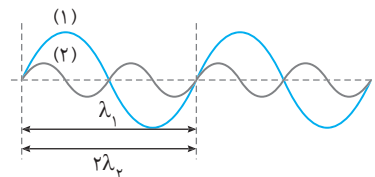
$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \Rightarrow 25 = \sqrt{\frac{F}{4 \times 10^{-2}}} \Rightarrow 625 = \frac{F}{4 \times 10^{-2}} \Rightarrow F = 25\text{N}$$

۱ ۱۵۸۳ A

۱ با توجه به شکل طول موج λ_1 ، دو برابر طول موج λ_2 است و گزینه (۱) الزاماً درست است.

۲ طناب‌ها به دو چشمه مختلف متصل هستند بنابراین در مورد بسامد موج‌ها نمی‌توان اظهار نظر کرد.

۳ درباره دو طناب اطلاعاتی نداریم بنابراین اگر دو طناب مشابه باشند تندی انتشار موج در آن‌ها یکی است و اگر مشابه نباشند تندی یکسان نیست یعنی درباره تندی آن‌ها نمی‌توان اظهار نظر کرد.



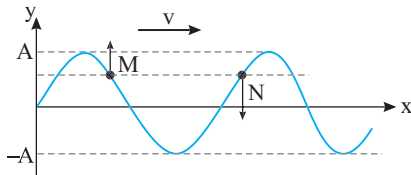
۴ ۱۵۸۴ B

خط فکری سرعت انتشار موج از ویژگی‌های محیطی است که موج در آن در حال انتشار است، چون هر دو موج در یک محیط منتشر می‌شوند پس $v_A = v_B$ است.

۱ در گام اول با توجه به نقش موج و محور افقی نسبت طول موج A و B را به دست می‌آوریم:

۴ ۱۵۸۸ A

۱ نقطه M در حال حرکت رو به بالا و نقطه N در حال حرکت رو به پایین است، بنابراین در یک لحظه از حالت تعادل نمی‌گذرند و گزینه (۱) نادرست است.



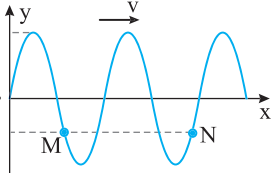
۲ حرکت M رو به بالا و در حال دور شدن از حالت تعادلش بوده و کندشونده است اما N در حال نزدیک شدن به حالت تعادل بوده و دارای حرکت تندشونده است، بنابراین گزینه (۲) نادرست است.

۳ جهت حرکت هر دو، قرینه هم (M رو به بالا و N رو به پایین) است و در یک مکان دو نوسانگر دارای تندی یکسان هستند اما سرعت آن‌ها قرینه است و گزینه (۳) نادرست و گزینه (۴) درست است.

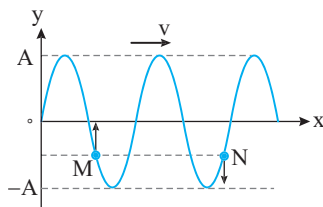
بازی با سوال شکل روبه‌رو موج عرضی را در طناب نشان می‌دهد.

ریاضی - ۹۵

کدام مورد درباره دو نقطه M و N از طناب درست است؟
 (۱) سرعت آن‌ها در هر لحظه یکسان است.
 (۲) دامنه و بسامد یکسانی دارند.
 (۳) در هر لحظه فاصله آن‌ها از مرکز نوسان یکسان است.
 (۴) هر سه گزینه درست است.



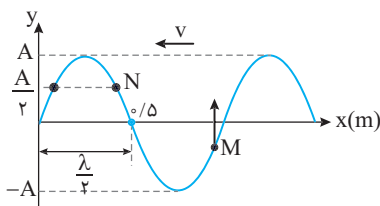
۱ پاسخ با توجه به جهت پیشروی موج، ذره M در حال حرکت رو به بالا و نزدیک شدن به حالت تعادلش است اما ذره N در حال حرکت رو به پایین و نزدیک شدن به نقطه بازگشت است. با آن که در این لحظه تندی آن‌ها یکسان است اما در لحظه‌های بعدی تندی آن‌ها یکسان نخواهد بود. همچنین با گذشت زمان فاصله آن‌ها از مرکز نوسان تغییر خواهد کرد و گزینه‌های (۱) و (۳) نادرست است.



بسامد تمام نقاط محیط یکسان است و دامنه نقاط مختلف برای یک موج عرضی که در یک بُعد در حال انتشار است، با صرف نظر از اتلاف انرژی نیز برای تمام نقاط یکسان است و گزینه (۲) درست است.

۴ ۱۵۸۹ C

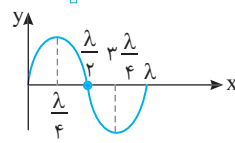
بنا به فرض مسئله نقطه M در حال حرکت رو به بالاست، به شکل نگاه کنید. برای آن که M رو به بالا در حرکت باشد باید قله موج در حال نزدیک شدن به نقطه M باشد و نقطه قبل از M در مسیر موج باید بالاتر از M باشد. نقطه سمت راست M بالاتر از M است یعنی نقطه قبل از M در سمت راست آن قرار دارد بنابراین باید جهت پیشروی موج از راست به چپ باشد.



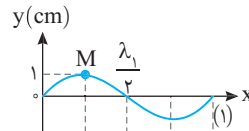
با توجه به نمودار برابر $\frac{\lambda}{2}$ برابر Δ است بنابراین طول موج خواهد شد:

$$\frac{\lambda}{2} = \Delta \Rightarrow \lambda = 2\Delta$$

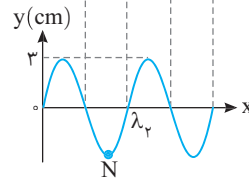
۴ ۱۵۸۶ B



یادآوری در نقش موج به کمک مؤلفه افقی نمودار می‌توان طول موج را حساب کرد: با توجه به شکل دو نمودار، طول موج نار (۱) دو برابر طول موج نار (۲) است.



$$\frac{\lambda_1}{2} = \lambda_2 \Rightarrow \lambda_1 = 2\lambda_2$$



۲ حال با توجه به رابطه $\lambda = \frac{v}{f}$ می‌توان بسامد نوسان ذرات موج را حساب کرد و

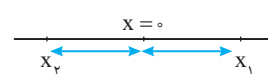
به کمک $f = \frac{1}{T}$ دوره نوسان آن‌ها را به دست آورد:

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda_1 = \frac{v_1}{f_1} \\ \lambda_2 = \frac{v_2}{f_2} \end{array} \right. \xrightarrow{v_1=v_2} \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{f_2}{f_1} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{T_1} = 2 \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = 2$$

۳ دوره نوسان ذرات موج (۱) (مثل نقطه M) دو برابر دوره نوسان ذرات موج (۲) (مثل نقطه N) است:

$$\left\{ \begin{array}{l} T_M = \frac{t_M}{N_M} \\ T_N = \frac{t_N}{N_N} \end{array} \right. \xrightarrow{T_M = 2T_N} \frac{T_M}{T_N} = \frac{N_N}{N_M} \Rightarrow 2 = \frac{N_N}{N_M} \Rightarrow N_N = 2N_M$$

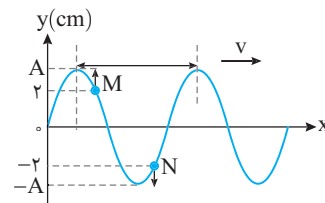
۲ ۱۵۸۷ A



یادآوری در حرکت هماهنگ ساده هرگاه فاصله نوسانگر از مرکز نوسان یکسان باشد، تندی نیز یکسان است.

$$|v_1| = |v_2|$$

با توجه به جهت پیشروی موج، ذره M در حال حرکت رو به بالا و نزدیک شدن به انتهای مسیر (نقطه بازگشت) است بنابراین حرکت آن کندشونده است. هم‌چنین ذره N در حال حرکت رو به پایین و نزدیک شدن به نقطه بازگشت بوده و حرکت آن کندشونده است بنابراین گزینه‌های (۱) و (۳) نادرست است.



مکان دو ذره M و N از محیط نسبت به مرکز نوسانشان یکسان و قرینه است. پس تندی در آن نقطه‌ها برابر بوده و در نتیجه گزینه (۲) درست است.

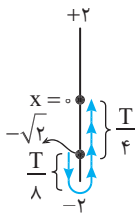
فاصله دو برآمدگی از هم λ است و M و N بین دو قله متوالی قرار دارند و فاصله آن‌ها از هم کمتر از λ است و گزینه (۴) نادرست است.

۲ گام دوم: پیدا کردن دوره به کمک تندی انتشار موج:

$$f = \frac{v}{\lambda} \Rightarrow f = \frac{\lambda}{\lambda} \Rightarrow f = 200 \text{ Hz} \Rightarrow T = \frac{1}{200} \text{ s}$$

۳ گام سوم: تعیین جهت حرکت ذره M: با توجه به جهت پیشروی موج دره موج

در حال نزدیک شدن به ذره M است و ذره قبل از M از M پایین تر است بنابراین M از مکان $-\sqrt{2} \text{ cm}$ در حال حرکت به سوی دامنه منفی A است.



۴ اکنون با یک حرکت هماهنگ ساده سر و کار داریم

که در آن نوسانگر از مکان $-\frac{\sqrt{2}}{2} A$ به سوی $-A$ رفته

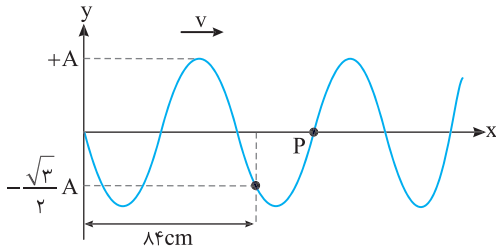
سپس به مکان $x=0$ می‌رود. به کمک بازه‌های زمانی شناخته شده زمان را به دست می‌آوریم:

$$\Delta t = \frac{T}{4} + \frac{T}{4} = \frac{2T}{4} \Rightarrow \Delta t = \frac{2}{4} \times \frac{1}{200} \Rightarrow \Delta t = \frac{1}{400} \text{ s}$$

۱ بازی با سؤال: مطابق شکل زیر یک موج عرضی با دامنه A با تندی

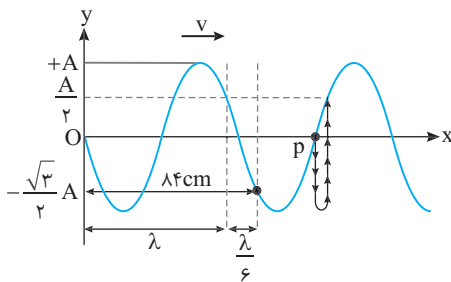
50 m/s در یک تار در حال پیشروی است. چند ثانیه پس از لحظه نشان داده

شده در شکل، نقطه P از محیط برای نخستین بار به مکان $+\frac{A}{2}$ می‌رسد؟



$$1) \lambda/4 \times 10^{-2} \quad 2) 1/2 \times 10^{-2} \quad 3) \lambda/4 \times 10^{-2} \quad 4) \lambda \times 10^{-2}$$

۱ پاسخ: با توجه به بازه‌های مکانی شناخته شده می‌توان نوشت:



$$\lambda + \frac{\lambda}{4} = 84 \Rightarrow \frac{5\lambda}{4} = 84 \Rightarrow \lambda = 67.2 \text{ cm}$$

$$T = \frac{\lambda}{v} \Rightarrow T = \frac{67.2}{50} \Rightarrow T = 1.344 \text{ s}$$

اکنون به مسیر حرکت P دقت کنید. P در مدت $\frac{T}{4}$ از مرکز به دامنه $-A$

می‌رود و پس از $\frac{T}{4}$ دیگر به تعادلش بازمی‌گردد و از محل تعادل در مدت $\frac{T}{4}$

به مکان $+\frac{A}{2}$ می‌رود از این‌رو:

$$\Delta t = \frac{T}{4} + \frac{T}{4} + \frac{T}{4} \Rightarrow \Delta t = \frac{3T}{4} \Rightarrow \Delta t = \frac{3}{4} \times 1.344 \times 10^{-2}$$

$$\Rightarrow \Delta t = 1.008 \times 10^{-2} \text{ s}$$

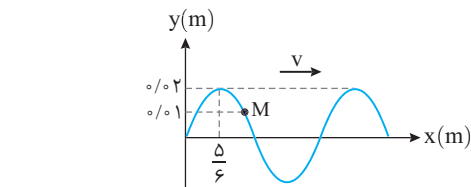
۱ گزینه

۲ ۱۵۹۰ A

خط فکری: ذره M در هر ثانیه چند نوسان انجام می‌دهد؟ یعنی بسامد موج را

بباید. به کمک محور افقی نقش موج طول موج را به دست می‌آوریم و با استفاده از تندی موج $(v=10 \text{ m/s})$ بسامد را حساب می‌کنیم. بسامد موج برای تمام نقاط یکسان است.

۱ با توجه به نمودار طول موج خواهد شد:



$$T = \frac{\lambda}{v} = \frac{1}{10} \Rightarrow T = \frac{1}{3} \text{ s}$$

۲ دوره را حساب می‌کنیم:

۳ تعداد نوسانات در هر ثانیه یعنی بسامد در این صورت:

$$f = \frac{1}{T} = 3 \text{ Hz}$$

۴ ۱۵۹۱ B

خط فکری: در اغلب مسائل نقش موج دو کار را همان ابتدا باید انجام دهید:

۱ پیدا کردن طول موج از روی محور افقی

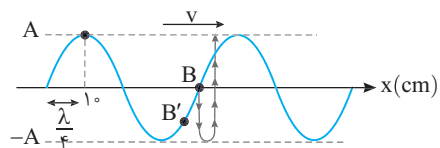
۲ به دست آوردن دوره به کمک تندی انتشار موج و هرگاه درباره رفتار یک ذره از

محیط از شما سؤال شود شما باید جهت حرکت ذره را تشخیص دهید (بالا می‌رود یا پایین می‌آید) و سپس با ذره شبیه یک نوسانگر ساده برخورد کنید.

۱ با توجه به نقش موج طول موج را حساب می‌کنیم:

$$\frac{\lambda}{4} = 10 \Rightarrow \lambda = 40 \text{ cm} = 0.4 \text{ m}$$

y(cm)



۲ دوره را حساب می‌کنیم:

۳ با توجه به نقش موج دره موج در حال نزدیک شدن به نقطه B است و ذره قبل

از B یعنی B'، از B پایین تر است پس B رو به پایین در حرکت است.

۴ ذره B از مرکز نوسان تا $-A$ ، $\frac{T}{4}$ و از $-A$ تا $+A$ ، یعنی جمعاً $\frac{3T}{4}$

در حال حرکت خواهد بود بنابراین مدت زمانی که طول می‌کشد تا ذره B برای اولین بار

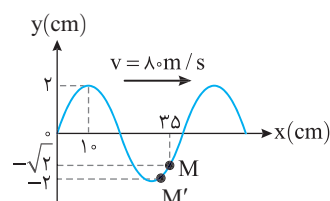
به مکان $+A$ برسد خواهد شد:

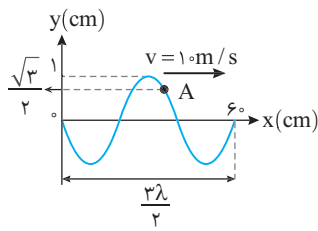
$$\Delta t = \frac{3T}{4} \Rightarrow \Delta t = \frac{3}{4} \times 0.4 \Rightarrow \Delta t = 0.3 \text{ s}$$

۱ ۱۵۹۲ B

۱ گام اول: پیدا کردن طول موج از روی محور افقی:

$$\frac{\lambda}{4} = 10 \Rightarrow \lambda = 40 \text{ cm} = 0.4 \text{ m}$$





۲ گام دوم: یافتن دوره به کمک تندی انتشار موج:

$$T = \frac{\lambda}{v} = \frac{0.4}{10} = 0.04 \text{ s}$$

۳ بسامد زاویه‌ای موج را به دست می‌آوریم:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{0.04} = 50\pi \text{ rad/s}$$

۴ اکنون ذره A یک نوسانگر هماهنگ ساده است که مکان آن $x = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ cm}$ می‌باشد و روابط حرکت هماهنگ ساده در مورد آن صدق می‌کند.

یادآوری: شتاب یک نوسانگر ساده برحسب مکان آن از رابطه $|a| = \omega^2 x$ به دست می‌آید.

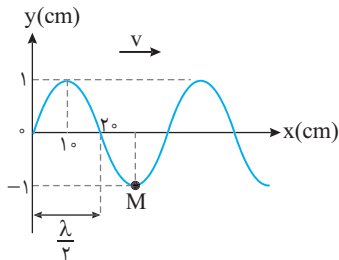
۵ شتاب ذره A در لحظه نشان داده شده خواهد شد:

$$|a| = \omega^2 x \Rightarrow |a| = (50\pi)^2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times 10^{-2} \Rightarrow |a| = 12500\pi^2 \sqrt{3} \text{ m/s}^2$$

۴ ۱۵۹۵ C

۱ گام اول: یافتن طول موج از روی محور افقی:

$$\frac{\lambda}{2} = 20 \Rightarrow \lambda = 40 \text{ cm} = 0.4 \text{ m}$$



۲ گام دوم: یافتن دوره به کمک تندی انتشار موج:

$$T = \frac{\lambda}{v} \Rightarrow T = \frac{0.4}{4} \Rightarrow T = 0.1 \text{ s}$$

۳ گام سوم: تعیین جهت حرکت ذره مورد نظر. ذره M در دامنه -A قرار دارد بنابراین یقیناً رو به بالا حرکت خواهد کرد.

۴ گام چهارم: مشخص می‌کنیم بازه زمانی داده شده چه کسری از دوره است:

$$\frac{\Delta t}{T} = \frac{0.25}{0.1} \Rightarrow \frac{\Delta t}{T} = \frac{1}{4} \Rightarrow \Delta t = \frac{T}{4}$$

۵ ذره M دارای حرکت هماهنگ ساده است بنابراین در مدت $\frac{T}{4}$ از مکان -A به مرکز نوسان می‌رسد. بنابراین بعد از $\frac{T}{4}$ تندی ذره M بیشینه مثبت خواهد بود.

($v_m = +A\omega$) اما ابتدا باید بسامد زاویه‌ای را حساب کنیم:

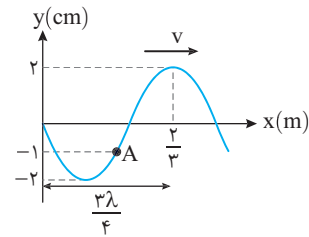
$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{0.1} \Rightarrow \omega = 20\pi \text{ rad/s}$$

$$v_m = +A\omega \xrightarrow{A=1 \text{ cm}} v_m = +(1 \times 20\pi) \Rightarrow v_m = +20\pi \text{ cm/s}$$

۳ ۱۵۹۳ B

راه‌حل اول: ۱ گام اول: طول موج را از روی محور افقی حساب می‌کنیم:

$$3 \frac{\lambda}{4} = \frac{2}{3} \Rightarrow \lambda = \frac{8}{9} \text{ m}$$



۲ گام دوم: به کمک تندی انتشار موج دوره را به دست می‌آوریم.

$$T = \frac{\lambda}{v} \Rightarrow T = \frac{8}{10} \Rightarrow T = \frac{4}{5} \text{ s}$$

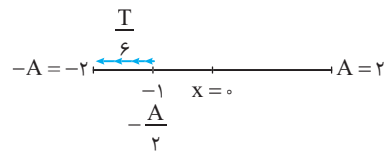
۳ گام سوم: ذره A در حال حرکت به کدام جهت است؟ با توجه به جهت پیشروی موج دره موج در حال نزدیک شدن به نقطه A است و نقطه قبل از A از A پایین‌تر است بنابراین A در حال حرکت به سمت پایین است.

۴ اکنون ذره A شبیه یک حرکت هماهنگ ساده برخورد می‌کنیم. ابتدا مشخص می‌کنیم که بازه زمانی داده شده چه کسری از دوره است.

$$\frac{\Delta t}{T} = \frac{2}{\frac{4}{5}} = \frac{2 \times 5}{4} = \frac{10}{4} = \frac{5}{2} \Rightarrow \Delta t = \frac{T}{2}$$

۵ یک نوسانگر وقتی در مکان $-\frac{A}{2}$ قرار دارد در مدت $\frac{T}{6}$ به مکان -A می‌رسد

بنابراین ذره A در این مدت به مکان -2 cm می‌رسد.

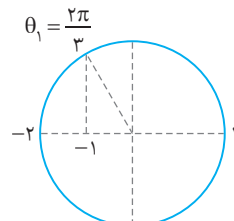


راه‌حل دوم: استفاده از دایره مثلثاتی برای حرکت هماهنگ ساده ذره A

$$\theta_2 - \theta_1 = \omega t_2 - \omega t_1 \Rightarrow \theta_2 - \frac{2\pi}{3} = \frac{2\pi}{T} \left(\frac{2}{5} \right)$$

$$\Rightarrow \theta_2 - \frac{2\pi}{3} = \frac{2\pi}{\frac{4}{5}} \times \frac{2}{5} \Rightarrow \theta_2 - \frac{2\pi}{3} = \frac{\pi \times 90}{2 \times 135}$$

$$\Rightarrow \theta_2 - \frac{2\pi}{3} = \frac{\pi}{3} \Rightarrow \theta_2 = \pi$$



بنابراین ذره A به مکان -2 cm می‌رسد.

۳ ۱۵۹۴ B

۱ گام اول: یافتن طول موج از روی محور افقی نقش موج:

$$3 \frac{\lambda}{2} = 60 \Rightarrow \lambda = 40 \text{ cm} = 0.4 \text{ m}$$

B ۱۵۹۶ ۳

خط فکری

این بار خوشبختانه نیازی به پیدا کردن طول موج نداریم. مسئله راجع به سرعت متوسط نقطه M سؤال کرده و شما در حقیقت یک حرکت هماهنگ ساده را باید بررسی کنید که در آن دامنه ۲cm و مکان ذره $\sqrt{3}$ cm یعنی $\frac{\sqrt{3}}{2}A$ است.

تنها نکته مهم تعیین جهت حرکت ذره M است.

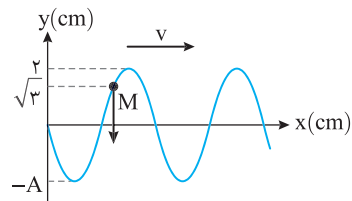
$$T = \frac{1}{f} \Rightarrow T = \frac{1}{20} \text{ s}$$

۱. دوره را حساب می‌کنیم:

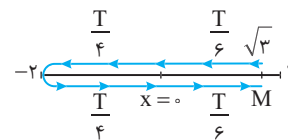
$$\frac{\Delta t}{T} = \frac{24}{100} \Rightarrow \Delta t = \frac{24}{100} T = \frac{24}{100} \times \frac{1}{20} = \frac{1}{100} \text{ s}$$

۲. مشخص می‌کنیم که $\Delta t = \frac{1}{100}$ s چه کسری از دوره است: $\frac{\Delta t}{T} = \frac{24}{100} \Rightarrow \Delta t = \frac{24}{100} T$

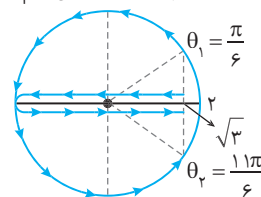
راه حل اول: با توجه به جهت پیشروی موج، ذره M در حال حرکت رو به پایین است. اکنون مسیر حرکت آن را رسم کرده و به کمک بازه‌های زمانی شناخته شده، مکان ذره را پس از $\frac{\Delta t}{T}$ مشخص کرده و مسافت طی شده را از روی مسیر حرکت معین می‌کنیم.



ذره M پس از $\frac{T}{6}$ از مرکز می‌رسد و پس از $\frac{T}{4}$ به مرکز برمی‌گردد و $\frac{T}{6}$ بعد به M می‌رسد که جمعاً $\frac{T}{2} + \frac{T}{6} + \frac{T}{6} = \frac{\Delta t}{T}$ می‌شود و M به مکان اولیه باز می‌گردد و سرعت متوسط صفر است.



راه حل دوم: اکنون به کمک دایره مثلثاتی مجدداً قسمت آخر مسئله را حل می‌کنیم:



$$\theta_2 - \theta_1 = \omega t_2 - \omega t_1 = \omega(t_2 - t_1)$$

$$\Rightarrow \theta_2 - \frac{\pi}{6} = 2\pi \times \left(\frac{1}{24}\right) \Rightarrow \theta_2 = \frac{11\pi}{6}$$

کمان $\frac{11\pi}{6}$ معادل مکان $\sqrt{3}$ است و ذره به

جای اول باز می‌گردد و سرعت متوسط صفر است.

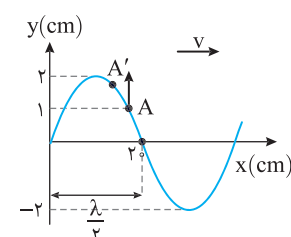
B ۱۵۹۷ ۱

خط فکری

حل مسئله به همان شکل همیشگی است. حساب کردن طول موج، پیدا کردن دوره، بررسی جهت حرکت ذره و اینکه بازه زمانی داده شده چه کسری از دوره است، بنابراین مراحل بیان شده را طی کنید.

$$\frac{\lambda}{2} = 20 \Rightarrow \lambda = 40 \text{ cm} = 0.4 \text{ m}$$

۱. گام اول: یافتن طول موج:



۲. گام دوم: یافتن دوره از روی

تندی انتشار موج:

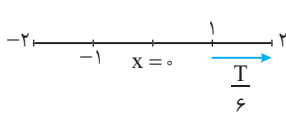
$$T = \frac{\lambda}{v} \Rightarrow T = \frac{0.4}{10}$$

$$\Rightarrow T = \frac{4}{100} \text{ s}$$

۳. مشخص کردن جهت حرکت ذره مورد نظر: با توجه به جهت انتشار موج، قله موج در حال نزدیک شدن به ذره A بوده و ذره قبل از آن بالاتر از A قرار دارد بنابراین A در حال حرکت رو به بالاست.

۴. مشخص می‌کنیم که $\Delta t = \frac{1}{150}$ s چه کسری از دوره است:

$$\frac{\Delta t}{T} = \frac{150}{100} \Rightarrow \frac{\Delta t}{T} = \frac{1}{6} \Rightarrow \Delta t = \frac{T}{6}$$

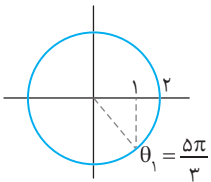


۵. راه حل اول: ذره A از مکان

$\frac{A}{2} = 1 \text{ cm}$ در حال حرکت رو به

بالاست. با توجه به بازه‌های زمانی شناخته شده ذره A در مدت $\frac{T}{6}$ از

مکان $\frac{+A}{2}$ به $+A$ می‌رسد یعنی $x = 2 \text{ cm}$ می‌شود و ذره به اندازه $2 - 1 = 1 \text{ cm}$ جابه‌جا می‌شود.



راه حل دوم: این بار مجدداً مکان

ذره A را به کمک رسم دایره مثلثاتی به دست می‌آوریم. ابتدا کمان معادل مکان را روی دایره مشخص می‌کنیم.

$$\theta_2 - \theta_1 = \omega(t_2 - t_1) \Rightarrow \theta_2 - \theta_1 = \omega(\Delta t) = \frac{2\pi}{T}(\Delta t)$$

$$\Rightarrow \theta_2 - \frac{5\pi}{3} = \frac{2\pi}{T} \times \frac{1}{150} \Rightarrow \theta_2 - \frac{5\pi}{3} = \frac{\pi}{75} \Rightarrow \theta_2 = \frac{5\pi}{3} + \frac{\pi}{75} = \frac{125\pi}{75} = \frac{5\pi}{3}$$

معادل مکانی $x = 2 \text{ cm}$ است.

B ۱۵۹۸ ۴

تذکر

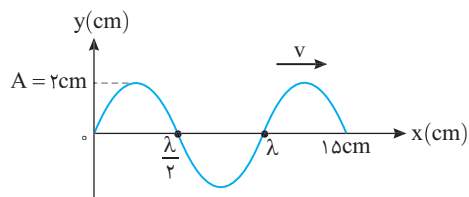
دقت شود ذرات ریسمان فقط در جهت عمود بر پیشروی موج (یعنی در راستای محور y) ارتعاش (یا نوسان) می‌کنند و مسافت طی شده هر ذره ارتباطی به سرعت پیشروی موج در جهت x ندارد.

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{A_0}{0.2}} = 20 \text{ m/s}$$

۱. تندی موج در ریسمان برابر است با:

۲. با توجه به نقش موج داده شده طول موج را به دست می‌آوریم:

$$\lambda + \frac{\lambda}{2} = 15 \text{ cm} \Rightarrow \frac{3\lambda}{2} = 15 \Rightarrow \lambda = 10 \text{ cm} = 0.1 \text{ m}$$



۳. دوره نوسان موج خواهد شد:

$$v = \frac{\lambda}{T} \Rightarrow \lambda = vT \Rightarrow 0.1 = 20 \cdot T \Rightarrow T = \frac{1}{200} \text{ s} = 0.005 \text{ s}$$

۴. در حل این نوع مسائل پس از به دست آوردن دوره، بازه زمانی داده شده را با آن

$$\frac{\Delta t}{T} = \frac{0.01}{0.005} \Rightarrow \Delta t = 2T$$

مقایسه می‌کنیم:

۵. بازه ارائه شده دو دوره کامل است و در هر دوره ذره مسافت $4A$ را طی می‌کند

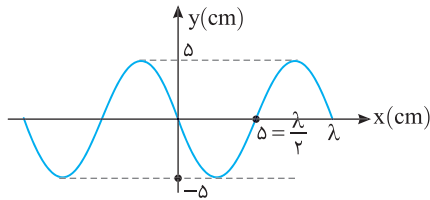
بنابراین:

۱ نوسان کامل	$4A = 8 \text{ cm}$
۲ نوسان کامل	16 cm

جهت حرکت هر ذره از محیط با توجه به نقطه قبل به دست می آید، به طور مثال وقتی موج به سمت راست حرکت می کند ذره P که قبل از M است بالاتر از M قرار دارد یعنی ذره M رو به بالا در حال حرکت است. ذره قبل از N یعنی ذره Q پایین تر از N بوده و نقطه N در حال حرکت به سمت پایین است.

۱ با توجه به محور افقی طول موج را به دست می آوریم:

$$\frac{\lambda}{2} = 5 \Rightarrow \lambda = 10 \text{ cm}$$

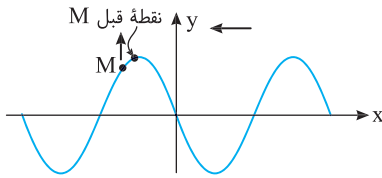


با توجه به رابطه $\lambda = \frac{v}{f} = vT$ ، دوره نوسان ذرات موج و بسامد نوسان ذرات موج به دست می آید:

$$\lambda = vT \Rightarrow 10 \text{ cm} = 20 \frac{\text{cm}}{\text{s}} \times T \Rightarrow T = \frac{1}{2} \text{ s}$$

۲ در مدت T ذرات محیط یک نوسان کامل انجام داده و به مکان قبلی و در همان جهت نوسان قبلی باز می گردند و در مدت $\frac{T}{2}$ مکان و جهت نوسان ذرات محیط قرینه می شوند.

۲ با توجه به مکان M و جهت انتشار موج نقطه قبل M بالاتر از آن قرار دارد بنابراین در لحظه t_1 مکان نوسانگر $x = 3 \text{ cm}$ بوده و به سمت بالا در حال حرکت است.



۳ در مدت $\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{1}{4} \text{ s}$ باید دید نوسانگر چه مقدار جابه جا شده است. دقت کنید که $\frac{1}{4} \text{ s}$ نصف دوره نوسان $(T = \frac{1}{2} \text{ s})$ است. بنابراین مطابق شکل روبه رو مکان و جهت نوسانگر در این مدت قرینه می شود و جابه جایی آن خواهد شد:

$$\Delta x = x_2 - x_1 \Rightarrow \Delta x = -3 - 3 = -6 \text{ cm}$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

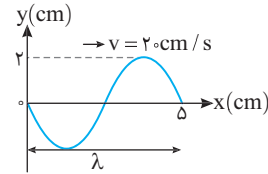
۴ بزرگی سرعت متوسط ذره M را حساب می کنیم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v_{av} = \frac{-6 \text{ cm}}{\frac{1}{4} \text{ s}} \Rightarrow v_{av} = -24 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

$$|v_{av}| \rightarrow \text{بزرگی سرعت متوسط خواسته شده } |v_{av}| = 24 \text{ cm/s}$$

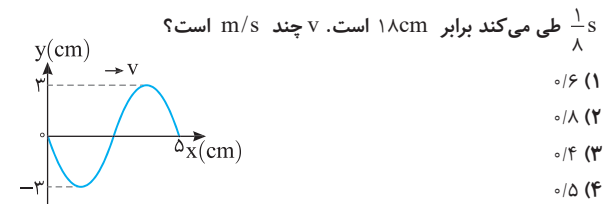
خط فکری در مسائل مربوط به نقش موج معمولاً می توان از روی نمودار، طول موج و سپس دوره و بسامد را حساب کرد. سپس باید مشخص کنیم که بازه زمانی که در مسئله بیان شده چه کسری از دوره است تا بتوانیم به کمک آن، مسئله را حل کنیم. با توجه به نقش موج داده شده طول موج برابر ۵ cm است:

$$\lambda = vT \Rightarrow 5 = 20 \times T \Rightarrow T = \frac{1}{4} \text{ s}$$



دوره $\frac{1}{4} \text{ s}$ است و بازه $\frac{1}{8} \text{ s}$ برابر نصف دوره است و یک نوسانگر در مدت نصف دوره مسافتی دو برابر دامنه (2A) را طی می کند، با توجه به نمودار دامنه 2 cm است از این رو مسافت طی شده در مدت $\frac{1}{8} \text{ s}$ برابر $2 \times 2 = 4 \text{ cm}$ می شود.

بازی با سوال نقش یک موج عرضی که در یک طناب با تندی v در حال انتشار است، مطابق شکل زیر است. مسافتی که یک ذره از طناب در مدت



۱ باسج به نمودار نگاه کنید دامنه نوسان ذره های طناب 3 cm است و هر ذره در مدت یک دوره (T) مسافتی برابر $(4A = 4 \times 3 = 12 \text{ cm})$ طی می کند.

مسافت طی شده در مدت $\frac{1}{8} \text{ s}$ ، برابر ۱۸ cm است.

مسافت ۱۸ cm، برابر مسافتی است که یک ذره در مدت یک و نیم دوره $(\frac{3}{2} T)$ طی می کند.

$$\frac{\Delta t}{T} = \frac{18}{12} \Rightarrow \Delta t = \frac{3}{2} T$$

بنابراین می توانیم بنویسیم:

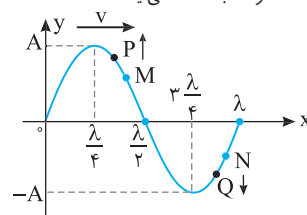
$$\frac{3}{2} T = \frac{1}{8} \Rightarrow T = \frac{1}{12} \text{ s}$$

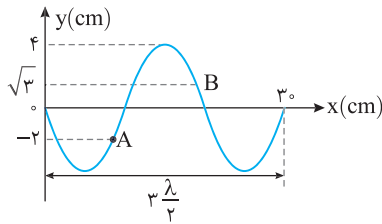
با توجه به نقش موج، طول موج برابر $\lambda = 5 \text{ cm}$ است در نتیجه تندی انتشار موج خواهد شد:

$$v = \frac{\lambda}{T} \Rightarrow v = \frac{5 \times 10^{-2}}{\frac{1}{12}} \Rightarrow v = 0.6 \text{ m/s}$$

گزینه ۱

خط فکری در نمودار y-x یک موج که تصویر آن است، از محور افقی طول موج و از محور قائم دامنه حرکت به دست می آید:





۲ گام دوم: با استفاده از تندی انتشار موج، دوره را به دست می آوریم:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow T = \frac{1}{f} = \frac{1}{40} \text{ s}$$

۳ مشخص می کنیم بازه زمانی داده شده چه کسری از دوره است:

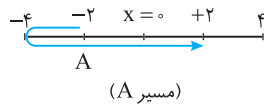
$$\frac{\Delta t}{T} = \frac{\lambda_0}{\lambda} \Rightarrow \Delta t = \frac{T}{4}$$

۴ نکته: در مدت $\frac{T}{4}$ مکان و سرعت نوسانگر قرینه می شود.

۴ ذره A در مکان -2 cm قرار دارد بنابراین بعد از $\frac{T}{4}$ مکان آن قرینه می شود

یعنی مکانش $+2 \text{ cm}$ خواهد شد و جابه جایی آن از -2 cm تا $+2 \text{ cm}$ برابر $+4 \text{ cm}$ خواهد بود.

$$\Delta y_A = 2 + 2 = 4 \text{ cm}$$



۵ ذره B در مکان $+3\sqrt{3} \text{ cm}$ قرار دارد و در مدت $\frac{T}{4}$ مکان آن قرینه شده و برابر

$-3\sqrt{3} \text{ cm}$ می شود بنابراین جابه جایی آن از $+3\sqrt{3} \text{ cm}$ تا $-3\sqrt{3} \text{ cm}$ برابر $|\Delta y_B| = 3\sqrt{3} + 3\sqrt{3} = 6\sqrt{3} \text{ cm}$ خواهد شد:



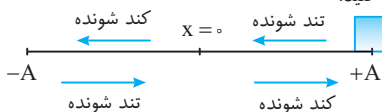
مسیر (B)

۶ نسبت جابه جایی ها برابر است با:

$$\frac{|\Delta y_B|}{\Delta y_A} = \frac{6\sqrt{3}}{4} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

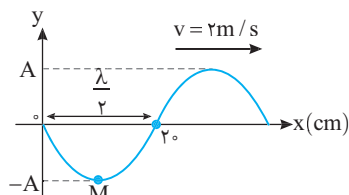
۱۶۰۳ B

خط فکری: در حل مسائل نقش موج، معمولاً شما باید از روی نمودار، طول موج سپس به کمک تندی انتشار موج، دوره موج یعنی دوره حرکت هماهنگ ساده ذرات محیط را حساب کنید.



از طرفی هر گاه در مورد رفتار یک ذره از محیط از شما سؤال شود، باید به سراغ حرکت هماهنگ ساده بروید و به کمک دانسته های خود در مورد حرکت هماهنگ ساده، حرکت آن ذره را بررسی کنید. اگر ذره از مرکز نوسان به سوی دامنه حرکت کند حرکت آن کندشونده و اگر از دامنه به سوی مرکز برود حرکت آن تندشونده است. اکنون به سراغ حل مسئله بروید.

ابتدا طول موج را به دست می آوریم.

$$\frac{\lambda}{2} = 2A \Rightarrow \lambda = 4A = 4 \text{ cm}$$


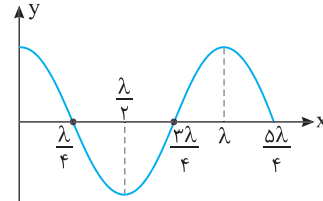
دوره را حساب می کنیم:

$$T = \frac{\lambda}{v} \Rightarrow T = \frac{4}{2} = 2 \text{ s}$$

۱۶۰۱ B

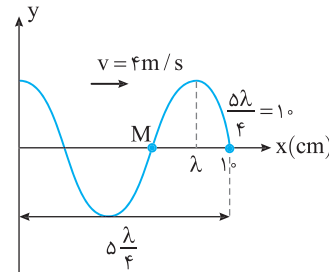
خط فکری: در سؤالاتی مانند این سؤال که با تصویر موج یا به اصطلاح نقش موج سروکار داریم از محور قائم دامنه موج و از محور افقی طول موج را به دست می آوریم. دقت کنید در یک موج ذرات محیط دارای حرکت نوسانی اند پس برای بررسی حرکت ذرات محیط باید از رابطه $\lambda = \frac{v}{f} = vT$ دوره نوسان را حساب کنید.

۱ نکته: برای به دست آوردن طول موج در یک نقش موج به شکل زیر دقت کنید:



۱ با توجه به شکل $\frac{\Delta \lambda}{\lambda} = 10\%$ شده است، پس طول موج خواهد شد:

$$\frac{\Delta \lambda}{\lambda} = 10\% \Rightarrow \lambda = 8 \text{ cm}$$



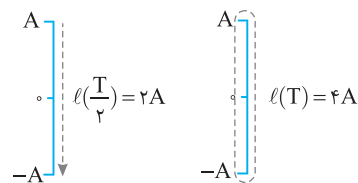
۲ با استفاده از رابطه $\lambda = vT$ دوره را به دست می آوریم:

$$\lambda = vT \Rightarrow T = \frac{\lambda}{v} \Rightarrow T = \frac{8}{4} = 2 \text{ s}$$

۳ بازه 0.25 s را با دوره مقایسه می کنیم:

$$\frac{\Delta t}{T} = \frac{0.25}{2} \Rightarrow \Delta t = \frac{1}{8} T \Rightarrow \Delta t = \frac{1}{8} T + \frac{T}{8}$$

۴ نکته: در هر دوره مسافتی که ذره M در حرکت هماهنگ ساده طی می کند برابر $4A$ و در نصف دوره برابر $2A$ است.



۴ بنابراین در مدت $12T + \frac{T}{8}$ مسافت طی شده خواهد شد:

$$\ell = 12(4A) + 2A \Rightarrow \ell = 50A$$

یادآوری: تندی متوسط برابر است با:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t}$$

۵ تندی متوسط ذره M در این مدت برابر 6 m/s است از این رو خواهیم داشت:

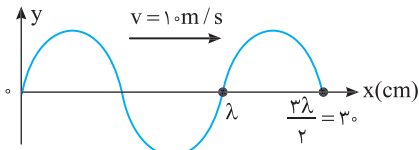
$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \Rightarrow 6 = \frac{50A}{2.125} \Rightarrow A = 0.3 \text{ m} \Rightarrow A = 3 \text{ cm}$$

۱۶۰۲ B

خط فکری: در این مسئله با دو ذره از محیط سر و کار دارید اما مهم نیست زیرا تمام مراحل حل مسئله مثل قبل است. نکته دیگر در حل این مسئله این است که مکان ذره B بر حسب دامنه $\frac{x_B}{A} = \frac{\sqrt{3}}{4}$ است که شناخته شده نیست. نگران نباشید حل را ببینید.

۱ گام اول: طول موج را از روی محور افقی نقش موج به دست می آوریم:

$$\frac{3\lambda}{4} = 3 \text{ cm} \Rightarrow \lambda = 4 \text{ cm}$$

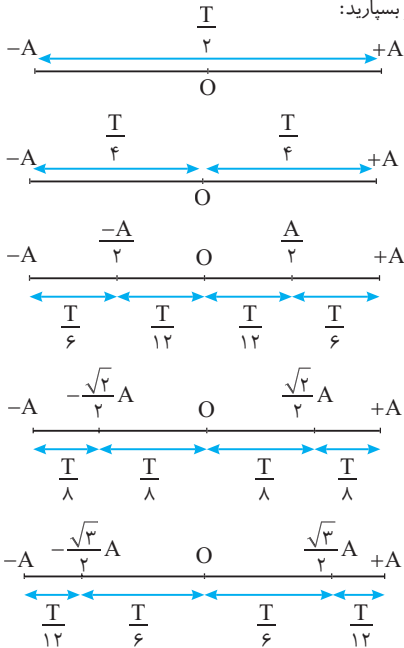


۲) حال دوره موج را حساب می‌کنیم: $v = \frac{\lambda}{T} \Rightarrow 1.0 = \frac{3.0}{T} \Rightarrow T = 3.0 \text{ s}$

۳) بازه زمانی داده شده را بر حسب دوره به دست می‌آوریم:

$$\Delta t = \frac{9}{100}, T = \frac{3}{100} \Rightarrow \frac{\Delta t}{T} = \frac{9}{100} \Rightarrow \Delta t = \frac{9}{100} T = T + \frac{T}{10}$$

نکته: برای بررسی نوسان ذره‌های موج در هر لحظه لازم است بازه‌های زمانی زیر را به خاطر بسپارید:

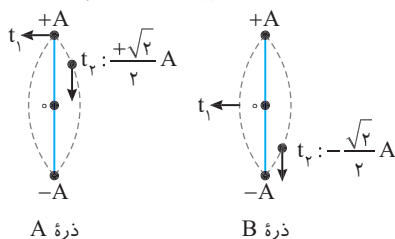


۴) حال حرکت ذره‌های A و B را بررسی می‌کنیم.

ذرات A و B روی ریسمان در حال نوسان‌اند.

نوسان A: ذره A ابتدا در دامنه مثبت قرار دارد پس از یک دوره (T) مجدد به همان مکان می‌رسد و $\frac{T}{4}$ ثانیه بعد به مکان $+\frac{\sqrt{2}}{2}A$ می‌رسد.

نوسان B: ذره B ابتدا در $x=0$ قرار دارد و با توجه به جهت انتشار موج، ذره قبلی B پایین‌تر از آن قرار داد و این ذره ابتدا به سمت پایین شروع به نوسان کرده و پس از T مجدد به همان مکان می‌رسد و در مدت $\frac{T}{4}$ به مکان $-\frac{\sqrt{2}}{2}A$ می‌رسد:



نکته: برای یک نوسانگر تندی در دامنه‌ها $v = 0 \rightarrow v_{max} \rightarrow v = 0$

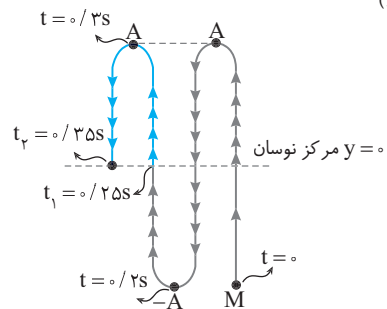
صفر و در $x=0$ بیشینه است:

۵) مکان ذره‌های A و B در $x=0$ و $x=A$ نیست پس گزینه‌های (۱) و (۲) نادرست است.

۶) ذره A در حال حرکت به سمت $x=0$ است، پس ذره A در حال حرکت به سمت مکانی است که تندی در آن بیشینه می‌شود و حرکت این ذره تندشونده است. ذره B در حال حرکت به سمت $x=-A$ است، پس ذره B در حال حرکت به سمت مکانی است که تندی آن صفر می‌شود، پس حرکت این ذره کندشونده است و گزینه (۳) درست است.

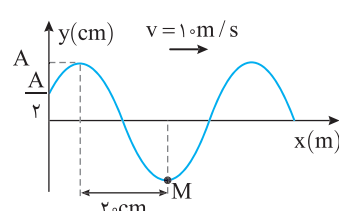
دوره را $T = 3.0 \text{ s}$ به دست آورده‌ایم. نمودار مربوط به لحظه $t=0$ است اما طرح بازه زمانی را از $t_1 = 0.25 \text{ s}$ شروع کرده است یعنی ابتدا شما باید بررسی کنید که ذره M در لحظه t_1 در چه مکانی است. در مدت یک دوره یک نوسانگر به جای اولیه خود باز می‌گردد، بنابراین در نقطه M در مکان $-A$ است. دقت کنید که 0.5 s در این حرکت برابر $\frac{T}{4}$ دوره است و در $\frac{T}{4}$ متحرک از دامنه به مرکز نوسان و بالعکس می‌رود. اکنون ادامه حرکت را بررسی می‌کنیم. در مدت $0.5 \text{ s} - 0.25 \text{ s} = 0.25 \text{ s}$ متحرک به محل تعادل خود می‌رسد ($y=0$) و از آن جا به مدت 0.5 s به انتهای مسیر (نقطه A) می‌رود که حرکت کندشونده است ($t = 0.75 \text{ s}$) و در 0.5 s باقیمانده از A به تعادل بر می‌گردد و حرکت تندشونده است.

(البته این مسیر روی خط راست است که برای درک بهتر آن به صورت شکل زیر نمایش داده شده است.)



بازی با سؤال: شکل زیر، نقش موج عرضی طنابی را در یک لحظه نشان

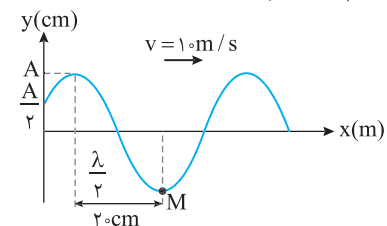
می‌دهد. حرکت ذره M در بازه زمانی $0 \leq t \leq \frac{1}{100} \text{ s}$ چگونه است؟ **مشابه ریاضی - ۹۰**



- ۱) کندشونده
- ۲) تندشونده
- ۳) ابتدا تندشونده و سپس کندشونده
- ۴) ابتدا کندشونده و سپس تندشونده

پایسج: طول موج و سپس دوره را به دست می‌آوریم:

$$\frac{\lambda}{2} = 2.0 \text{ cm} \Rightarrow \lambda = 4.0 \text{ cm} = 0.04 \text{ m}, \quad T = \frac{\lambda}{v} \Rightarrow T = \frac{0.04}{1.0} \Rightarrow T = \frac{4}{100} \text{ s}$$



مشخص می‌کنیم که $\frac{1}{100} \text{ s}$ چه کسری از دوره است: $\frac{\Delta t}{T} = \frac{1/100}{4/100} \Rightarrow \Delta t = \frac{T}{4}$

با توجه به شکل در مدت $\frac{T}{4}$ ، M از مکان $-A$ به مرکز نوسان می‌رود و حرکتش تندشونده است.

۳۱۶۰۴ B

خط فکری: معمولاً در مسائل موج و نوسان لازم است نسبت $\frac{\Delta t}{T}$ را محاسبه

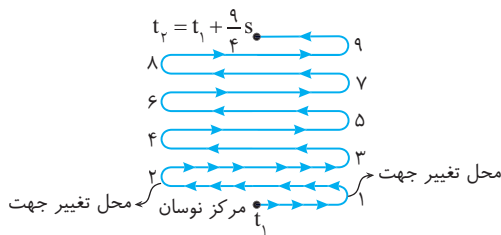
کنیم. برای این منظور مراحل زیر را طی می‌کنیم:

۱) با توجه به نمودار طول موج را حساب می‌کنیم: $\frac{2\lambda}{2} = 3.0 \Rightarrow \lambda = 3.0 \text{ cm} = 0.03 \text{ m}$

۴ اکون $\Delta t = \frac{9}{4} s$ را با دوره مقایسه می‌کنیم:

$$\frac{\Delta t}{T} = \frac{\frac{9}{4}}{\frac{1}{2}} \Rightarrow \Delta t = \frac{9}{2} T$$

۵ وقتی که در مسئله درباره حرکت یک ذره از محیط پرسش می‌شود، یعنی شما باید به سراغ حرکت هماهنگ ساده بروید. در حرکت هماهنگ ساده در هر دوره، نوسانگر به موقعیت قبلی خود بازمی‌گردد یعنی مکان و سرعت خود را تکرار می‌کند. با توجه به جهت پیشروی موج نقطه M در مرکز نوسانش در حال حرکت رو به بالاست و در هر بازه $\frac{T}{4}$ ، یکبار جهت حرکتش عوض می‌شود بنابراین در مدت $9 \cdot (\frac{T}{4})$ ، ۹ بار جهت حرکتش عوض می‌شود.



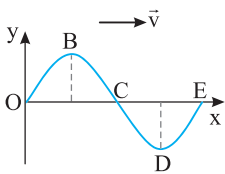
۱ نکته: دقت کنید در صورت مسئله به جای تعداد تغییر جهت حرکت می‌توانست پرسش‌های زیر را مطرح کند:

- (۱) تندی نوسانگر چند بار صفر می‌شود؟ ۹ بار
- (۲) بزرگی شتاب نوسانگر چند بار بیشینه می‌شود؟ ۹ بار
- (۳) انرژی پتانسیل نوسانگر چند بار بیشینه می‌شود؟ ۹ بار
- (۴) انرژی جنبشی نوسانگر چند بار صفر می‌شود؟ ۹ بار

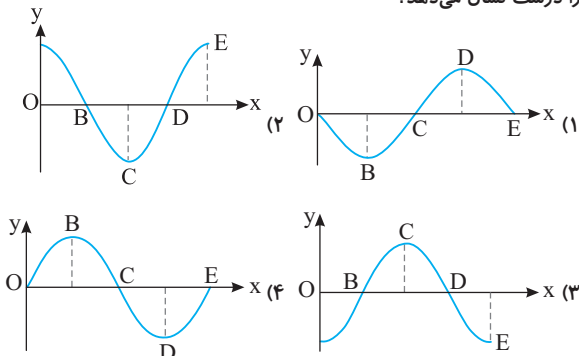
۱۶۰۷ B

۱ خط فکری: در حل این مسائل باید یک نقطه از محیط مثلاً نقطه M را انتخاب کنید سپس با توجه به جهت حرکت آن مشخص کنید که در بازه زمانی بیان شده نقطه M به چه مکانی می‌رود. یک نقطه دیگر را نیز انتخاب کنید سپس نمودارهای داده شده در گزینه‌ها را بررسی کنید و ببینید در کدام نمودار وضعیت دو نقطه‌ای که انتخاب کرده‌اید درست نشان داده شده است.

موج در حال حرکت به سمت چپ است بنابراین دره موج در حال نزدیک شدن به نقطه M است و نقطه قبل از M نیز پایین‌تر از M قرار دارد بنابراین M رو به پایین حرکت می‌کند و در مدت $\frac{T}{4}$ نقطه M به دامنه $-A$ می‌رسد بنابراین نمودار گزینه (۱) پاسخ مسئله است.



۲ بازی با سؤال: در شکل روبه‌رو، شکل یک موج نشان داده شده است. پس از گذشت زمان $\frac{T}{4}$ ، کدام گزینه شکل موج را درست نشان می‌دهد؟



۱۶۰۵ B

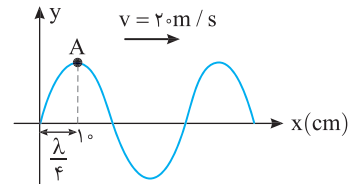
۱ نکته: هنگام گذر نوسانگر از حالت تعادل ($y=0$) جهت بردار مکان تغییر می‌کند.

۱ گام اول: یافتن طول موج از روی محور افقی:

$$\frac{\lambda}{4} = 10 \Rightarrow \lambda = 40 \text{ cm} = 0.4 \text{ m}$$

۲ گام دوم: یافتن دوره با استفاده از تندی انتشار موج:

$$\lambda = vT \Rightarrow 0.4 = 20 \cdot T \Rightarrow T = 0.02 \text{ s}$$



۳ گام سوم: نقطه مورد نظر در چه جهتی حرکت خواهد کرد؟ نقطه A در دامنه قرار دارد و قطعاً رو به پایین حرکت خواهد کرد و به مرکز نوسان نزدیک می‌شود.

۴ گام چهارم: مشخص می‌کنیم که $\frac{1}{8} s$ چه کسری از دوره است:

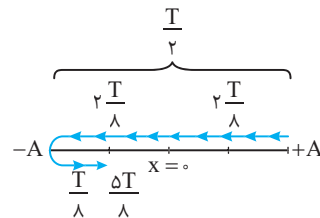
$$\frac{\Delta t}{T} = \frac{\frac{1}{8}}{0.02} = \frac{5}{1} \Rightarrow \Delta t = 5 T$$

۵ مسیر حرکت را رسم می‌کنیم. نوسانگر در بازه حرکت از $+A$ با $-A$ یعنی $\frac{T}{2}$

یکبار از مرکز نوسان می‌گذرد و بردار مکان تغییر جهت می‌دهد.

اما در ادامه بازه یعنی $\frac{\Delta T}{8} - \frac{T}{2} = \frac{T}{8}$ نوسانگر دیگر به مرکز نوسان نمی‌رسد. بنابراین

بردار مکان ذره A در مدت $\frac{1}{8} s$ تنها یک بار تغییر جهت می‌دهد.

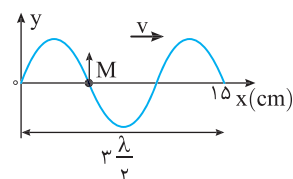


۱۶۰۶ B

۱ خط فکری: از روی نمودار نقش موج، طول موج را به دست بیاورید و دوره حرکت ذرات محیط را حساب کنید. در مسئله راجع به رفتار یک ذره از محیط (ذره M) از شما

سؤال شده است بنابراین پس از پیدا کردن دوره، شما باید حرکت هماهنگ ساده ذره M را بررسی کنید و بازه زمانی داده شده را با دوره مقایسه کنید تا متوجه شوید در بازه زمانی داده شده برای ذره M چه اتفاقی می‌افتد و از کجا به کجا می‌رود؟

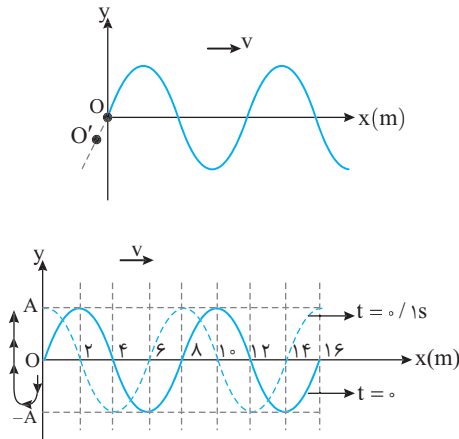
۱ با توجه به شکل طول موج خواهد شد: $3 \frac{\lambda}{2} = 15 \Rightarrow \lambda = 10 \text{ cm}$



۲ بسامد موج را به دست می‌آوریم: $v = f\lambda \Rightarrow 20 = f(10) \Rightarrow f = 2 \text{ Hz}$

۳ دوره را حساب می‌کنیم: $T = \frac{1}{f} \Rightarrow T = \frac{1}{2} s$

مطابق شکل باید O به -A رفته $(\frac{T}{4})$ و از -A به +A رفته باشد یعنی $\frac{3T}{4}$ برابر $\frac{3}{4}$ است. حال مسئله قابل حل است.



با توجه به جهت سرعت انتشار موج نقطه O در حال پایین رفتن است و مطابق شکل $\frac{3}{4}$ معادل $\frac{3T}{4}$ می باشد از این رو دوره خواهد شد:

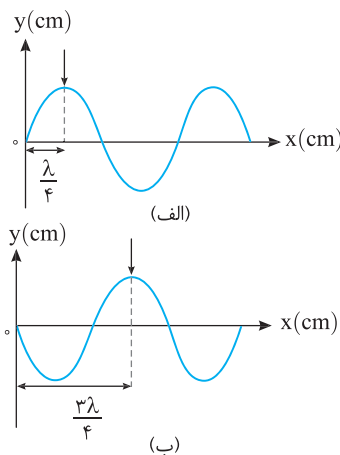
$$\frac{3}{4}T = \frac{0.1}{1} \Rightarrow T = \frac{4}{3} \text{ s} \Rightarrow f = \frac{3}{4} = \nu / \Delta \text{ Hz}$$

با توجه به شکل $\lambda = 8 \text{ m}$ است از این رو:

$$v = f \lambda \Rightarrow v = \nu / \Delta \times \lambda = 60 \text{ m/s}$$

۳ ۱۶۱۰

خط فکری برای نمایش یک نقطه از موج که در حال پیشروی در یک محیط است، آن را با یک فلش مشخص می کنند. در شکل (الف)، نقطه مورد نظر در فاصله $\frac{\lambda}{4}$ از مبدأ قرار دارد و در بازه $\Delta t = t_2 - t_1$ به فاصله $\frac{3\lambda}{4}$ از مبدأ رسیده است (شکل ب). در این مدت موج $\frac{3\lambda}{4} - \frac{\lambda}{4} = \frac{\lambda}{2}$ پیشروی می کند. مدت زمانی که طول می کشد موج $\frac{\lambda}{2}$ پیشروی کند برابر $\frac{T}{2}$ است. با توجه به این نکته مسئله قابل حل است.



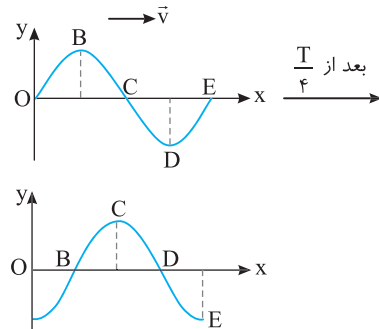
۱ دوره را حساب می کنیم:

$$T = \frac{1}{f} \xrightarrow{f=50 \text{ Hz}} T = \frac{1}{50} = 0.02 \text{ s}$$

۲ بازه زمانی $t_2 - t_1$ برابر نصف دوره است بنابراین:

$$\Delta t = \frac{T}{2} = \frac{0.02}{2} = 0.01 \text{ s} \Rightarrow \Delta t = 10^{-2} \text{ s}$$

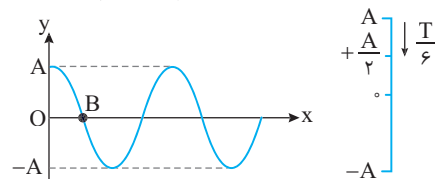
پایه نقطه B را در نظر می گیریم. پس از $\frac{T}{4}$ نقطه B از +A به مرکز نوسان می آید بنابراین B باید روی محور x باشد. اما نقطه C از مرکز نوسان در حال حرکت رو به بالاست و بعد از $\frac{T}{4}$ به +A می رسد یعنی C باید در دامنه +A باشد. تنها گزینه ای که چنین است گزینه (۳) است.



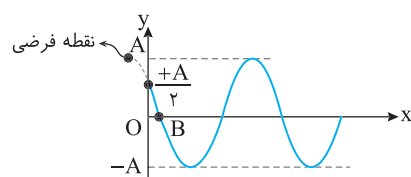
۳ گزینه

۲ ۱۶۰۸

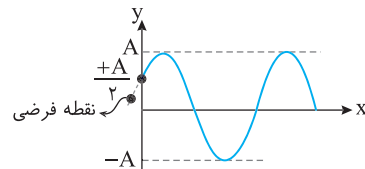
به مبدأ نمودار نگاه کنید. نقطه مبدأ در دامنه +A قرار دارد و قطعاً با گذشت زمان باید به پایین بیاید اما یک نوسانگر ساده در مدت $\frac{T}{6}$ از مکان +A به مکان $+\frac{A}{2}$ می رسد. بنابراین گزینه های (۳) و (۴) نادرست هستند زیرا مکان $+\frac{\sqrt{3}}{2}A$ شده است. بعد از این لحظه همچنان ذره O باید رو به پایین در حرکت باشد.



در شکل گزینه (۱) اگر نقطه ای قبل از مبدأ فرض کنید آن نقطه بالاتر از $+\frac{A}{2}$ است بنابراین O در حال حرکت رو به بالاست و گزینه (۱) نادرست است.



در شکل گزینه (۲) نقطه فرضی قبل از مبدأ در حال حرکت رو به پایین است و جواب مسئله گزینه (۲) است.

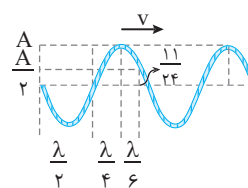
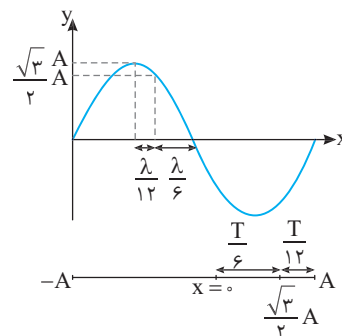
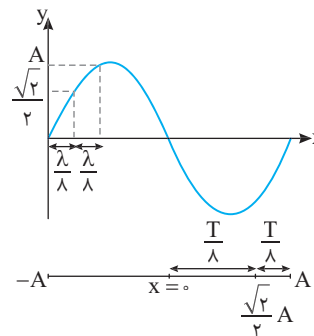
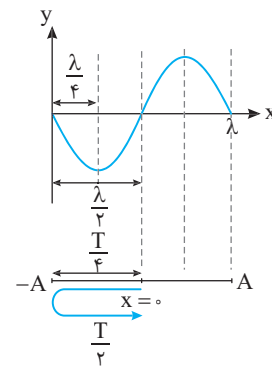
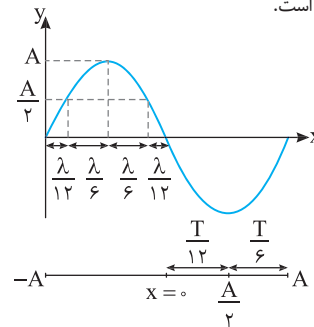


۱ ۱۶۰۹

خط فکری سؤال عجیب و زیبایی است. نقش موج در دو لحظه $t=0$ و $t=0.1 \text{ s}$ رسم شده است یعنی موج در 0.1 s پیشروی کرده و جلو رفته است. باید به نمودار در لحظه $t=0$ دقت کنید. نمودار را در قسمت منفی x ادامه دهید، خواهید دید که در لحظه $t=0$ قله موج از O گذشته و نقطه فرضی قبل از O پایین تر از O بوده یعنی O رو به پایین در حال حرکت است اما نمودار در لحظه $t=0.1 \text{ s}$ نشان می دهد که O در این لحظه به مکان +A رسیده است این چگونه ممکن است؟

B ۱۶۱۱ ۳

خط فکری طول موج فاصله‌ای است (مسافتی) که موج در مدت یک دوره طی می‌کند. جالب است بدانید تمام تقسیمات در بازه‌های زمانی شناخته شده، عیناً در مورد بازه‌های مکانی برقرار است.



با توجه به شکل و بازه‌های مکانی شناخته شده می‌توان نوشت:

$$\frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{4} + \frac{\lambda}{6} = \frac{11}{24}$$

$$\Rightarrow \frac{6\lambda + 3\lambda + 2\lambda}{12} = \frac{11}{24} \Rightarrow \lambda = \frac{11}{24} \text{ m}$$

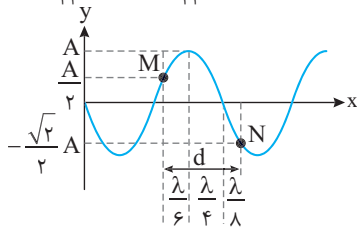
تندی انتشار موج برابر است با:

$$v = f\lambda = 50 \times \frac{11}{24} = 229 \text{ m/s}$$

B ۱۶۱۲ ۴

۱ با توجه به بازه‌های مکانی شناخته شده مسافت طی شده را بر حسب طول موج به دست می‌آوریم:

$$d = \frac{\lambda}{6} + \frac{\lambda}{4} + \frac{\lambda}{8} = \frac{4\lambda + 6\lambda + 3\lambda}{24} \Rightarrow d = \frac{13}{24} \lambda$$



۲ نکته مهم این است که موج، مسافت λ را در مدت یک دوره (T) طی می‌کند بنابراین

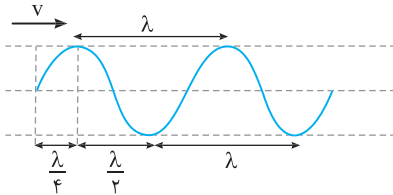
$$\frac{13\lambda}{24} = \frac{13T}{24} \Rightarrow T = \frac{13}{24} T$$

$$N = \frac{t}{T} \Rightarrow N = \frac{1/6 \times 60}{13/24} = 200$$

A ۱۶۱۳ ۲

یادآوری در موج عرضی، راستای نوسان ذره‌های محیط بر راستای پیشروی موج عمود است و در شکل ظاهری موج عرضی، برآمدگی و فرورفتگی قابل مشاهده است. در موج عرضی فاصله بین دو برآمدگی یا دو فرورفتگی متوالی برابر یک طول موج (λ) بوده و فاصله بین یک برآمدگی از فرورفتگی مجاورش $\frac{\lambda}{2}$ است. در این پرسش، کافی است طول موج را به دست آوریم:

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow \lambda = \frac{0.5}{2/5} \Rightarrow \lambda = 0.125 \text{ m} = 12.5 \text{ cm}$$



B ۱۶۱۴ ۲

خط فکری منظور از ضربه موج بر ساحل، برخورد برآمدگی موج به ساحل است. بنابراین وقتی اختلاف زمانی دو ضربه متوالی ۲s باشد، یعنی دوره نوسان موج ۲s است. از طرفی فاصله دو برآمدگی متوالی یعنی طول موج بنابراین به راحتی می‌توانید تندی انتشار موج را حساب کرده و زمانی که این موج مسافت ۱۲۰m را طی می‌کند به دست بیاورید.

$$v = \frac{\lambda}{T} \Rightarrow v = \frac{1 \text{ m}}{2 \text{ s}} = 0.5 \text{ m/s}$$

۲ زمان رسیدن موج از چشمه به نقطه‌ای در فاصله ۱۲۰ متری خواهد شد:

$$\Delta x = v\Delta t \Rightarrow 120 = 0.5 \Delta t \Rightarrow \Delta t = 240 \text{ s} = 4 \text{ min}$$

B ۱۶۱۵ ۴

نکته تندی امواج سطحی آب در آب‌های کم عمق به عمق بستگی دارد و هرچه عمق آب کمتر باشد، تندی انتشار موج سطحی کمتر می‌شود.

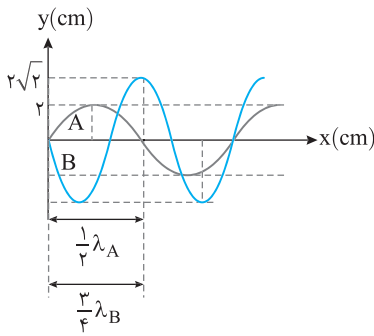
عمق ظرف (۲) از عمق ظرف (۱) کمتر است و تندی انتشار امواج سطحی در ظرف (۱) از ظرف (۲) بیشتر است. ($v_2 > v_1$)

اما در مورد بشینه تندی ذرات محیط ($v_m = A\omega$) باید بسامد زاویه‌ای نوسان‌سازها را به دست بیاوریم:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow \omega_1 = \sqrt{\frac{k}{m}}, \omega_2 = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow \frac{\omega_1}{\omega_2} = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}} = \sqrt{\frac{2}{1}} = \sqrt{2}$$

بنا به فرض مسئله دامنه‌ها یکسان است بنابراین:

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{A\omega_2}{A\omega_1} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{\sqrt{2}}{1} \Rightarrow v_2 < v_1$$



۲ نصف طول موج A برابر طول موج B است. بنابراین:

$$\frac{1}{2}\lambda_A = \frac{3}{4}\lambda_B \Rightarrow \frac{\lambda_B}{\lambda_A} = \frac{2}{3}$$

۳ با توجه به این که هر دو موج در طناب واحدی منتشر می‌شوند، بنابراین سرعت انتشار هر دو موج یکسان است و می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} v_A = \lambda_A f_A \\ v_B = \lambda_B f_B \end{cases} \xrightarrow{v_A = v_B} \lambda_A f_A = \lambda_B f_B \Rightarrow \frac{f_B}{f_A} = \frac{\lambda_A}{\lambda_B} = \frac{3}{2}$$

۴ نسبت توان‌ها خواهد شد:

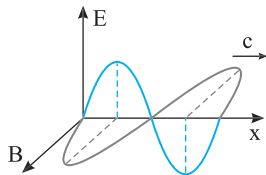
$$\frac{\bar{P}_B}{\bar{P}_A} = \left(\frac{A_B}{A_A}\right)^2 \times \left(\frac{f_B}{f_A}\right)^2 = (\sqrt{2})^2 \times \left(\frac{3}{2}\right)^2 = 2 \times \frac{9}{4} = \frac{9}{2}$$

۲ ۱۶۲۱ A

یادآوری امواج الکترومغناطیسی از دو میدان الکتریکی و مغناطیسی هم‌بسامد، هم‌گام و عمود بر هم تشکیل شده‌اند که این میدان‌ها بر امتداد پیشروی موج عمودند. با توجه به یادآوری گزینه (۲) درست است.

۲ ۱۶۲۲ A

میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی موج الکترومغناطیسی، هم‌بسامد و هم‌گام هستند یعنی در هر لحظه یکی از آن‌ها بیشینه باشد دیگری نیز بیشینه است. از طرفی این دو میدان بر هم عمودند بنابراین گزینه (۲) درست است.



۴ ۱۶۲۳ A

موج الکترومغناطیسی از دو میدان الکتریکی و مغناطیسی هم‌بسامد و عمود بر هم تشکیل شده که این میدان‌ها بر مسیر حرکت عمود بوده و این امواج عرضی هستند و گزینه (۱) درست است. تمام امواج الکترومغناطیسی در خلأ با سرعت $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$ منتشر می‌شوند و گزینه (۲) درست است. بسامد نوسان میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی موج الکترومغناطیسی یکسان بوده بنابراین تعداد نوسان‌های این دو میدان در واحد زمان (۱s) برابر است و گزینه (۳) درست است. طول موج میدان الکتریکی و مغناطیسی تمام امواج الکترومغناطیسی با هم برابرند و گزینه (۴) نادرست است.

پایه با سوال کدام یک از گزینه‌های زیر جزء ویژگی‌های موج الکترومغناطیسی نیست؟

- (۱) حامل انرژی و حامل بار الکتریکی هستند.
- (۲) عرضی بوده و در میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی منحرف نمی‌شود.
- (۳) تندی انتشار تمام طول موج‌های موج الکترومغناطیسی یکسان است.
- (۴) میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی آن‌ها بر مسیر پیشروی موج عمود است.

۴ ۱۶۱۶ A

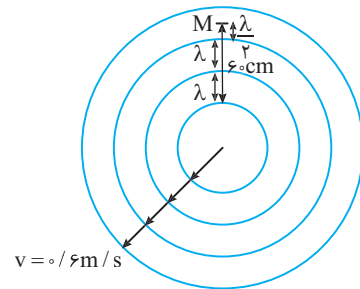
خط فکری نقطه M وسط دو جبهه موج متوالی قرار دارد بنابراین فاصله نقطه M از جبهه موج مجاورش $\frac{\lambda}{2}$ است و فاصله دو جبهه متوالی λ است. با توجه به این نکته بررسی کنید 60cm معادل چند λ است و λ را به دست آورده سپس با استفاده از تندی انتشار امواج، بسامد را حساب کنید.

۱ با توجه به شکل فاصله 60cm معادل $\lambda + \lambda + \frac{\lambda}{2} = \frac{5\lambda}{2}$ است بنابراین طول موج خواهد شد:

$$5 \frac{\lambda}{2} = 60 \Rightarrow \lambda = \frac{120}{5} \Rightarrow \lambda = 24\text{m}$$

۲ بسامد را حساب می‌کنیم:

$$v = f\lambda \Rightarrow 60 = f \times 24 \Rightarrow f = 2.5\text{Hz}$$



۲ ۱۶۱۷ A

۱ در شکل B، فاصله جبهه‌های موج بیشتر است بنابراین طول موج در تشت موج B از طول موج در تشت موج A بلندتر است. چشمه‌های موج مشابه بوده یعنی بسامد یکسان است از این‌رو:

$$\begin{cases} \lambda_B > \lambda_A \Rightarrow v_B > v_A \\ f_B = f_A \end{cases}$$

نکته تندی امواج در سطح آب به عمق آب بستگی دارد و در عمق بیشتر تندی امواج بیشتر است.

۲ تندی انتشار امواج سطحی در تشت موج B از تشت امواج در تشت موج A بیشتر است، بنابراین عمق تشت موج B از عمق تشت موج A بیشتر است.

۱ ۱۶۱۸ A

ثابت می‌شود مقدار متوسط آهنگ انتقال انرژی (توان متوسط) در یک موج سینوسی برای همه انواع امواج مکانیکی با مربع دامنه (A^2) و نیز مربع بسامد (f^2) موج متناسب است.

۲ ۱۶۱۹ A

مقدار متوسط آهنگ انتقال انرژی با مربع دامنه (A^2) و مربع بسامد (f^2) متناسب است، بنابراین با دو برابر شدن دامنه و نصف شدن بسامد مقدار متوسط آهنگ انتقال انرژی تغییر نمی‌کند (دقت کنید با دو برابر شدن دوره بسامد نصف می‌شود).

$$\frac{\bar{P}_2}{P_1} = \left(\frac{f_2}{f_1}\right)^2 \times \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\frac{f_1}{f_1}\right)^2 \times \left(\frac{2A_1}{A_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{\bar{P}_2}{P_1} = 1$$

۲ ۱۶۲۰ B

یادآوری توان متوسط انتقال انرژی با مربع دامنه (A^2) و مربع بسامد (f^2) موج متناسب است.

۱ با توجه به شکل مسئله، دامنه نوسان ذرات محیط در موج A برابر 2cm و دامنه نوسان ذرات در موج B برابر $2\sqrt{2}\text{cm}$ است، پس

$$\frac{A_B}{A_A} = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$$

A ۱۶۲۸

سرعت تمام موج‌های الکترومغناطیسی در خلأ یکسان و برابر با $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$ است. از

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \Rightarrow c^2 = \frac{1}{\epsilon_0 \mu_0} \Rightarrow \epsilon_0 \mu_0 = c^{-2}$$

این‌رو:

با توجه به فرض مسئله $\epsilon_0 \mu_0 = c^k$ است. بنابراین:

$$c^{-2} = c^k \Rightarrow k = -2$$

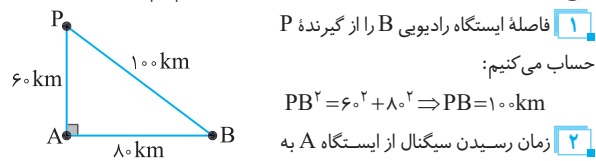
A ۱۶۲۹

سرعت انتشار موج در یک محیط مقدار ثابتی است و معادله انتشار موج همان معادله حرکت یکنواخت با سرعت ثابت روی خط راست است.

$$\Delta x = vt \Rightarrow \frac{\Delta x = 3 \times 10^8 \text{ m}}{v = c} \rightarrow 3 \times 10^8 \text{ m} = 3 \times 10^8 \text{ m} \Rightarrow t = 1 \times 10^{-3} \text{ s}$$

A ۱۶۳۰

خط‌فکری ← یک مسئله بسیار ساده حرکت‌شناسی است، شما باید زمان رسیدن موج از ایستگاه‌های A و B به گیرنده P را حساب کرده از هم کم کنید.



$$\Delta x = vt \Rightarrow 60 \times 10^3 \text{ m} = 3 \times 10^8 \text{ m/s} \cdot t_A \Rightarrow t_A = 2 \times 10^{-5} \text{ s}$$

۳ زمان رسیدن سیگنال از ایستگاه B به گیرنده P را حساب می‌کنیم.

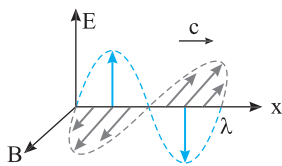
$$\Delta x = vt \Rightarrow 100 \times 10^3 \text{ m} = 3 \times 10^8 \text{ m/s} \cdot t_B \Rightarrow t_B = \frac{1}{3} \times 10^{-5} \text{ s}$$

۴ اختلاف زمانی خواهد شد:

$$\Delta t = t_B - t_A = \frac{1}{3} \times 10^{-5} \text{ s} - 2 \times 10^{-5} \text{ s} = \frac{1 - 6}{3} \times 10^{-5} \text{ s} \Rightarrow \Delta t = \frac{4}{3} \times 10^{-6} \text{ s}$$

A ۱۶۳۱

در یک موج الکترومغناطیسی، نوسان‌های میدان الکتریکی و میدان مغناطیسی دارای بسامد یکسان بوده و سرعت انتشار آن‌ها یکی است، در نتیجه طول موج آن‌ها نیز برابر است.



A ۱۶۳۲

با توجه به رابطه بین طول موج، بسامد و سرعت انتشار موج می‌توان نوشت:

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow \frac{v = c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}}{f} = \lambda = 6 \times 10^{-6} \text{ m} \Rightarrow f = \frac{c}{\lambda}$$

$$\Rightarrow f = \frac{3 \times 10^8}{6 \times 10^{-6}} \Rightarrow f = 5 \times 10^{14} \text{ Hz}$$

بازی با سوال ← در یک موج الکترومغناطیسی، طول موج $3 \times 10^5 \text{ nm}$ است.

دوره تناوب موج در SI کدام است؟ ($c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$) **کنکوردهه‌های گذشته**

$$1 \times 10^{-13} \quad (1) \quad 1 \times 10^{-12} \quad (2) \quad \frac{1}{3} \times 10^{-13} \quad (3) \quad \frac{1}{3} \times 10^{-12} \quad (4)$$

پاسخ ← با توجه به تعریف طول موج، دوره را به دست می‌آوریم.

$$\lambda = vT \Rightarrow T = \frac{\lambda}{v} \Rightarrow \frac{\lambda = 3 \times 10^5 \times 10^{-9}}{c = 3 \times 10^8} \rightarrow T = \frac{3 \times 10^5 \times 10^{-9}}{3 \times 10^8} \Rightarrow T = 1 \times 10^{-12} \text{ s}$$

گزینه ۲

پاسخ یادآوری ویژگی‌های امواج الکترومغناطیسی:

۱ موج‌های الکترومغناطیسی از یک میدان الکتریکی و یک میدان مغناطیسی هم‌دوره، هم‌گام و عمود بر هم تشکیل شده‌اند.

۲ این امواج حامل انرژی بوده و

۳ حامل بار الکتریکی نیستند و گزینه (۱) نادرست است.

۴ در میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی منحرف نمی‌شوند.

۵ این امواج عرضی هستند و گزینه (۲) درست است.

۶ سرعت آن‌ها در خلأ یکسان و برابر $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$ است و گزینه (۳) درست است.

۷ میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی بر مسیر پیشروی موج عمودند و گزینه (۴) درست است.

گزینه ۱

B ۱۶۲۴

در اطراف بار الکتریکی چه ساکن و چه متحرک میدان الکتریکی وجود دارد. از طرفی هرگاه میدان مغناطیسی در ناحیه‌ای از فضا تغییر کند، در آن ناحیه میدان الکتریکی القا می‌شود و وجود می‌آید و گزینه (۱) درست است.

در اطراف آهن‌ریا و سیم حامل جریان الکتریکی، میدان مغناطیسی وجود دارد. از طرفی هرگاه میدان الکتریکی در ناحیه‌ای از فضا تغییر کند در آن ناحیه میدان مغناطیسی به وجود می‌آید و گزینه (۲) درست است.

در موج‌های الکترومغناطیسی، میدان الکتریکی و مغناطیسی بر راستای انتشار موج عمودند و گزینه (۳) نادرست است.

امواج الکترومغناطیسی از رابطه متقابل میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی به وجود می‌آیند، بنابراین گزینه (۴) نادرست است.

بازی با سوال ← امواج الکترومغناطیسی در کدام یک از این مواد می‌تواند منتشر شوند؟

۱ شیشه

۲ آب

۳ آهن

۴ هر سه گزینه درست هستند.

پاسخ ← موج‌های الکترومغناطیسی در تمام محیط‌ها حتی در خلأ منتشر می‌شوند. برای مثال، نور مرئی از آب و شیشه می‌گذرد و امواج X و γ از آهن می‌گذرند.

گزینه ۴

A ۱۶۲۵

بنا به نظریه ماکسول، تغییر هر کدام از میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی با زمان، میدان دیگری را ایجاد می‌کند. بنابراین گزینه (۲) درست است.

A ۱۶۲۶

بنابر قانون القای الکترومغناطیسی فاراده: تغییر شار مغناطیسی گذرنده از یک مدار بسته سبب ایجاد نیروی محرکه القایی می‌شود، بنابراین گزینه (۱) نظریه فاراده بوده و نظریه ماکسول نیست و گزینه (۱) نادرست است.

نکته ← طبق نظریه ماکسول، عامل ایجاد امواج الکترومغناطیسی حرکت شتاب‌دار ذره باردار است. در گزینه (۲) تنها به حرکت بار اشاره شده و این گزینه نادرست است.

گزینه (۳) بنابر قانون لنز درست است، نه ماکسول، گزینه (۴) بیان مستقیم ماکسول است. پس گزینه (۴) درست است.

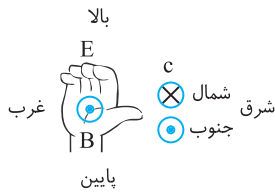
A ۱۶۲۷

تندی انتشار تمام امواج الکترومغناطیسی در خلأ یکسان و برابر $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$ است که

در آن ϵ_0 ضریب گذردهی الکتریکی خلأ و μ_0 قابلیت تراوایی مغناطیسی خلأ بوده

یعنی $\frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$ از جنس سرعت است.

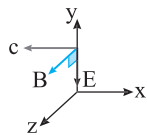
۳ ۱۶۳۷ A



چهار انگشت دست راست خود را رو به بالا بگیرد (در جهت میدان الکتریکی) به گونه‌ای که انگشت شست دست راست شما در راستای انتشار موج (به سمت شرق (سمت راست بدنتان)) باشد، در این حالت کف دست شما در راستای

میدان مغناطیسی (رو به جنوب (رو به پشت سر شما)) خواهد بود. اگر جهت رو به شمال درونسو و جهت رو به جنوب برونسو باشد، جهت B رو به جنوب خواهد بود.

۱ ۱۶۳۸ A

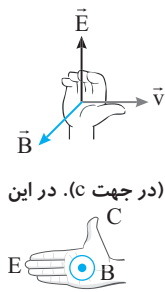


با توجه به قانون دست راست برای موج الکترومغناطیسی باید انگشت شست در جهت پیشروی موج یعنی خلاف جهت محور X باشد، به گونه‌ای که کف دست در جهت B یعنی محور Z باشد، در این حالت چهار انگشت باز دست راست

به سمت ی‌های منفی است، یعنی جهت میدان الکتریکی در خلاف جهت محور y هاست. جهت انتشار موج الکترومغناطیسی گسلی از یک آنتن فرستنده رادیویی در نقطه M در لحظه نشان داده شده پیشینه است. همان لحظه میدان مغناطیسی موج چگونه است؟

- ۱) صفر است.
- ۲) پیشینه رو به بالاست.
- ۳) پیشینه و برونسو است.
- ۴) پیشینه و درونسو است.

پاسخ: میدان الکتریکی و میدان مغناطیسی موج الکترومغناطیسی هم‌بسامد و همگام هستند. بنابراین هنگامی که میدان الکتریکی پیشینه است، میدان مغناطیسی نیز پیشینه است.



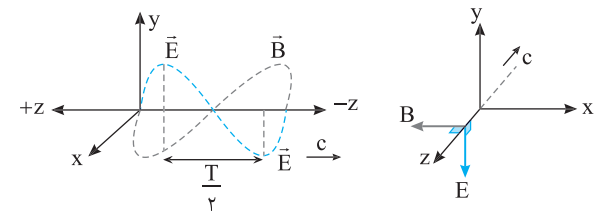
قاعده دست راست برای موج الکترومغناطیسی: چهار انگشت: جهت میدان الکتریکی، انگشت شست: راستای پیشروی موج، کف دست: جهت میدان مغناطیسی. چهار انگشت باز دست راست را در جهت E به سمت چپ بگیرید به طوری که انگشت باز شست به سمت بالای صفحه کاغذ باشد (در جهت C). در این صورت کف دست شما به سمت خارج صفحه یعنی برونسو است. در نتیجه میدان مغناطیسی در این لحظه پیشینه و برونسو است.

مغزینه ۳

۳ ۱۶۳۹ B

خط فکری: ابتدا جهت میدان الکتریکی E را بعد از $\frac{T}{4}$ مشخص می‌کنیم، سپس به کمک قاعده دست راست، جهت میدان مغناطیسی را معین می‌کنیم.

- ۱) در مدت $\frac{T}{4}$ جهت بردار میدان الکتریکی \vec{E} قرینه می‌شود، یعنی جهت میدان E که در جهت مثبت محور y هاست، قرینه شده و در جهت منفی محور y ها می‌شود.
- ۲) چهار انگشت باز دست راست خود را در خلاف جهت محور y ها به گونه‌ای بگیرید که انگشت باز شست در خلاف جهت محور Z باشد، در این صورت کف دست شما در جهت منفی محور X ها خواهد بود.



۱ ۱۶۳۳ A

در صورت مسئله بیان شده که طول آنتن $\frac{1}{4}$ طول موج دریافتی است، بنابراین وقتی طول آنتن $6/5 \text{ cm}$ باشد، طول موج خواهد شد:

$$\lambda = 4 \times \frac{6}{5} = 4.8 \text{ cm}$$

بسامد موج را به دست می‌آوریم:

$$v = f\lambda \Rightarrow f = \frac{v}{\lambda} = \frac{3 \times 10^8}{4.8 \times 10^{-2}} = 6.25 \times 10^9 \text{ Hz} = 6.25 \text{ GHz}$$

۲ ۱۶۳۴ B

۱) بسامد از ویژگی چشمه موج بوده و با تغییر محیط ثابت می‌ماند. یعنی بسامد نور در هوا و در زجاجه چشم باهم برابر است. تندی نور در هوا و طول موج نور در هوا را در اختیار داریم بنابراین می‌توانیم بسامد را حساب کنیم

$$\lambda_{\text{hava}} = \frac{v_{\text{hava}}}{f} \Rightarrow f = \frac{v_{\text{hava}}}{\lambda_{\text{hava}}} = \frac{3 \times 10^8}{0.45 \times 10^{-6}} = 6.67 \times 10^{14} \text{ Hz}$$

۲) با در اختیار داشتن طول موج این پرتو در زجاجه ($\lambda' = 0.45 \mu\text{m}$) و همچنین با داشتن بسامد نور $f = 6.67 \times 10^{14} \text{ Hz}$ به سادگی تندی انتشار نور در زجاجه به دست می‌آید.

۳ ۱۶۳۵ B

۱) بنا به فرض مسئله طول موج پرتو A، 120 nm از طول موج پرتو B، کمتر است.

۲) بسامد A، 25% درصد از بسامد B بیشتر است، در نتیجه:

$$f_A = f_B + 0.25f_B \Rightarrow f_A = 1.25f_B \Rightarrow \frac{f_A}{f_B} = 1.25 \quad (I)$$

۳) در یک محیط تندی انتشار موج ثابت است، از این رو نسبت طول موج‌های A و B عکس نسبت بسامدهای آن‌هاست.

$$\frac{\lambda_B}{\lambda_A} = \frac{f_A}{f_B} \Rightarrow \frac{\lambda_B}{\lambda_A} = \frac{f_A}{f_B} \Rightarrow \frac{\lambda_B}{\lambda_A} = 1.25 \Rightarrow \lambda_B = 1.25\lambda_A = 150 \text{ nm}$$

۲ ۱۶۳۶ A

یادآوری: در امواج الکترومغناطیسی، میدان الکتریکی و میدان مغناطیسی همگام (همفاز) هستند، یعنی باهم پیشینه، باهم صفر و باهم کمینه می‌شوند و در هر لحظه‌ای که E پیشینه است در همان لحظه B نیز پیشینه است.

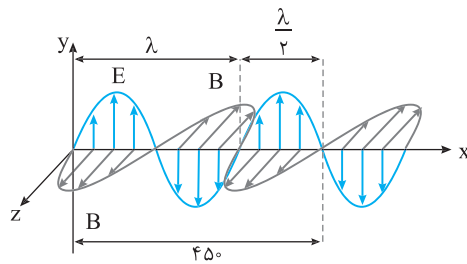
خط فکری: مانند حرکت هماهنگ ساده کمترین فاصله زمانی رسیدن نوسانگر از +A به صفر برابر $\frac{T}{4}$ است، در اینجا نیز کمترین فاصله زمانی رسیدن میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی از حالت پیشینه به صفر $\frac{T}{4}$ است، بنابراین شما باید دوره را حساب کنید. کمینه اختلاف زمانی بین t_1 و t_2 ، $\frac{T}{4}$ است.

دوره را به دست می‌آوریم.

$$\lambda = vT \Rightarrow T = \frac{\lambda}{v} = \frac{450}{3 \times 10^8} = 1.5 \times 10^{-6} \text{ s}$$

۲) اختلاف زمانی $t_2 - t_1$ خواهد شد:

$$t_2 - t_1 = \frac{T}{4} = \frac{1.5 \times 10^{-6}}{4} = 3.75 \times 10^{-7} \text{ s} = 375 \text{ ns}$$



۲ دوره را حساب می‌کنیم.

$$\lambda = vT \rightarrow v=c \rightarrow T = \frac{\lambda}{c} \Rightarrow T = \frac{300 \times 10^{-9}}{3 \times 10^8} \Rightarrow T = 10^{-15} \text{ s}$$

بنابراین گزینه (۱) درست است.

۳ بسامد نوسان خواهد شد:

$$f = \frac{1}{T} \Rightarrow f = 10^{15} \text{ Hz}$$

گزینه (۲) نادرست است.

۴ تندی حرکت موج الکترومغناطیسی در خلأ ثابت و برابر $3 \times 10^8 \text{ m/s}$ است:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \rightarrow v = 3 \times 10^8 \text{ m/s} \rightarrow \Delta x = 3 \times 10^8 \text{ m}$$

بنابراین موج الکترومغناطیسی در مدت یک ثانیه، $3 \times 10^8 \text{ m}$ طی می‌کند که برابر با $3 \times 10^{17} \text{ nm}$ است، بنابراین گزینه (۳) نادرست است.

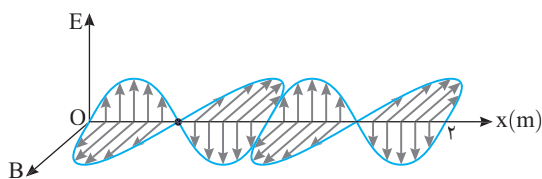
نکته: طول موج‌های بین 400 nm (بنفش) تا 700 nm (قرمز) در محدوده نور مرئی قرار دارند.

۵ طول موج این موج 300 nm است در حالی که محدوده تقریبی طول موج‌های مرئی بین 400 nm (بنفش) تا 700 nm (قرمز) است بنابراین گزینه (۴) نادرست است.

بازی با سؤال: نمودار میدان الکترومغناطیسی بر حسب مکان یک موج

الکترومغناطیسی که در خلأ منتشر می‌شود، مطابق شکل زیر است. کدام مورد با توجه به نمودار درست است؟ ($c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$)

مشابه ریاضی - ۹۷



(۱) طول موج 0.5 متر است. (۲) دوره موج یک ثانیه است.

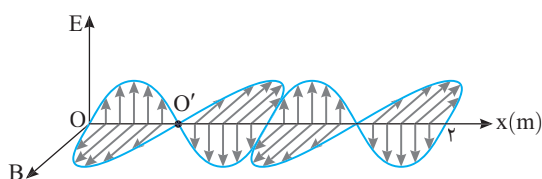
(۳) بسامد زاویه‌ای π رادیان بر ثانیه است. (۴) بسامد موج $3 \times 10^8 \text{ Hz}$ است.

۱ پاسخ: با توجه به نمودار طول موج خواهد شد:

$$2\lambda = 2 \Rightarrow \lambda = 1 \text{ m}$$

۲ بسامد موج را حساب می‌کنیم:

$$v = f\lambda \Rightarrow 3 \times 10^8 = f \times 1 \Rightarrow f = 3 \times 10^8 \text{ Hz}$$



گزینه ۴

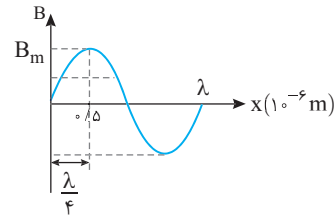
۱۶۴۰ A

خط فکری: نمودار میدان مغناطیسی بر حسب مکان برای موج الکترومغناطیسی شبیه نمودار جابه‌جایی - مکان موج مکانیکی است. از روی محور افقی (ها) طول موج را به دست بیاورید، سپس بسامد را حساب کنید.

۱ طول موج را به دست می‌آوریم: $\frac{\lambda}{4} = 0.5 \times 10^{-6} \Rightarrow \lambda = 2 \times 10^{-6} \text{ m}$

۲ بسامد میدان الکتریکی و میدان مغناطیسی موج الکترومغناطیسی برابر است.

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{3 \times 10^8}{2 \times 10^{-6}} \Rightarrow f = 1.5 \times 10^{14} \text{ Hz}$$



۱۶۴۱ B

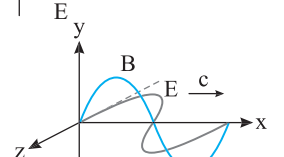
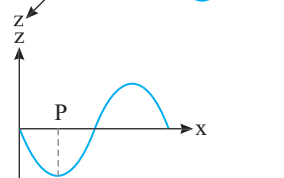
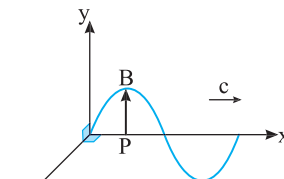
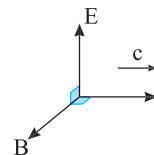
یادآوری: در موج الکترومغناطیسی

میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی برهم عمودند و این میدان‌ها بر جهت پیشروی موج نیز عمودند و از قاعده دست راست پیروی می‌کنند.

یک نقطه مانند P در نظر بگیرید. کف دست راست خود را رو به بالا در جهت مثبت محور yها بگیرید به گونه‌ای که انگشت شست باز دست راست شما در جهت مثبت محور xها باشد، در این صورت چهار انگشت باز شما به سمت منفی محور zها خواهد بود.

یعنی میدان الکتریکی موج در نقطه P باید در خلاف جهت محور zها باشد.

بنابراین نمودار E-x به صورت شکل روبه‌روست.



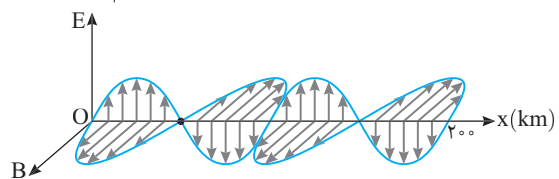
۱۶۴۲ A

۱ به شکل نگاه کنید و از روی محور افقی طول موج را حساب کنید.

$$2\lambda = 200 \Rightarrow \lambda = 100 \text{ km} = 10^5 \text{ m}$$

۲ بسامد را به دست می‌آوریم.

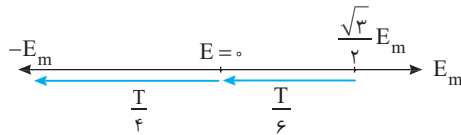
$$f = \frac{v}{\lambda} \Rightarrow f = \frac{3 \times 10^8}{10^5} = 3 \times 10^3 \text{ Hz}$$



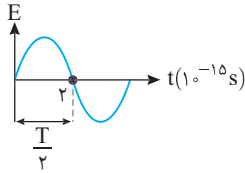
۱۶۴۳ B

۱ با توجه به نمودار می‌توان طول موج را حساب کرد.

$$3 \frac{\lambda}{2} = 450 \Rightarrow \lambda = 300 \text{ nm}$$



۳ ۱۶۴۶ A



با توجه به نمودار:
۱ از روی محور زمان نمودار E-t دوره را حساب می‌کنیم:

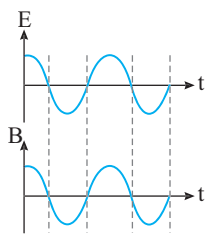
$$\frac{T}{2} = 2 \times 10^{-15} \Rightarrow T = 4 \times 10^{-15} \text{ s}$$

۲ طول موج میدان الکتریکی و میدان

مغناطیسی موج الکترومغناطیسی برابر است. با توجه به تعریف طول موج، خواهیم داشت:

$$\lambda = cT \Rightarrow \lambda = 3 \times 10^8 \times 4 \times 10^{-15} = 12 \times 10^{-7} \text{ m} = 1200 \text{ nm}$$

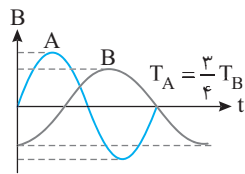
۲ ۱۶۴۷ B



۱ یادآوری در موج‌های الکترومغناطیسی، میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی همگام بوده و طول موج و دوره یکسانی دارند.

میدان الکتریکی و مغناطیسی همگام هستند و هر لحظه که میدان الکتریکی بیشینه است در همان لحظه میدان مغناطیسی بیشینه است و در هر لحظه‌ای که میدان الکتریکی صفر است میدان مغناطیسی صفر است بنابراین گزینه (۲) درست است.

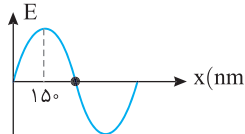
۱ ۱۶۴۸ B



با توجه به شکل، رابطه زیر بین دوره موج الکترومغناطیسی B و دوره موج الکترومغناطیسی A برقرار است:

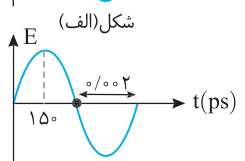
$$T_A = \frac{3}{4} T_B \xrightarrow{\lambda = cT} \lambda_A = \frac{3}{4} \lambda_B$$

۱ ۱۶۴۹ A



۱ با توجه به شکل (الف) می‌توان طول موج را به دست آورد:

$$\frac{\lambda}{4} = 150 \Rightarrow \lambda = 600 \text{ nm}$$



۲ با توجه به شکل (ب)، دوره به دست

$$\frac{T}{2} = 0.002 \Rightarrow T = 0.004 \text{ ps}$$

۳ بنابراین سرعت انتشار موج در این محیط برابر است با:

$$v = \frac{\lambda}{T} \Rightarrow v = \frac{600 \times 10^{-9}}{0.004 \times 10^{-12}} \Rightarrow v = \frac{6 \times 10^{-7}}{4 \times 10^{-15}} \Rightarrow v = 1.5 \times 10^8 \text{ m/s}$$

۳ ۱۶۵۰ B

خط فکری همان‌گونه که برای هر ذره از محیط انتشار موج مکانیکی سینوسی که دارای حرکت هماهنگ ساده است، معادله $x = A \cos \omega t$ نوشته می‌شود، می‌توان برای میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی موج معادله‌هایی شبیه معادله حرکت هماهنگ ساده به صورت مقابل نوشت:

$$E = E_m \cos \omega t, \quad B = B_m \cos \omega t$$

در این معادله‌ها ضریب کسینوس مقدار بیشینه میدان‌ها است. با توجه به معادله داده شده، میدان الکتریکی بیشینه را مشخص کنید، سپس با توجه به تعریف میدان الکتریکی

$$E = \frac{F}{q}$$

با توجه به معادله $E = 2 \times 10^{-3} \cos \omega t$ ، بیشینه میدان الکتریکی برابر $E = 2 \times 10^{-3} \text{ N/C}$ است. از این رو بیشینه نیروی وارد بر بار الکتریکی خواهد شد:

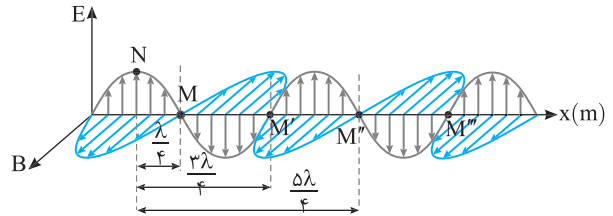
$$F_{\max} = qE_{\max} \Rightarrow F = 2 \times 2 \times 10^{-3} = 4 \times 10^{-3} \text{ N}$$

۲ ۱۶۴۴ B

خط فکری میدان مغناطیسی و میدان الکتریکی موج الکترومغناطیسی هم‌گام هستند، یعنی با هم بیشینه و با هم صفر می‌شوند. در نقطه N میدان الکتریکی بیشینه است، پس در

نقطه N میدان مغناطیسی نیز بیشینه است. در صورت مسأله بیان شده در همان لحظه میدان مغناطیسی نقطه M صفر است. در این صورت اگر نقطه N را روی نقش موج شکل

زیر مشخص کنیم نقطه M باید $\frac{\lambda}{4}, \frac{3\lambda}{4}, \frac{5\lambda}{4}, \dots$ و با N فاصله داشته باشد.



اکنون طول موج را حساب می‌کنیم.

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow \lambda = \frac{3 \times 10^8}{100 \times 10^6} = 3 \text{ m}$$

۱ طول موج را به دست می‌آوریم.

۲ فاصله نقطه M از نقطه N خواهد شد.

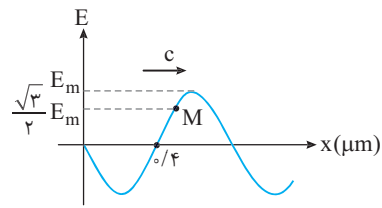
$$\frac{\lambda}{4} = \frac{3}{4} \text{ m}, \quad \frac{3\lambda}{4} = \frac{9}{4} \text{ m}, \quad \frac{5\lambda}{4} = \frac{15}{4} \text{ m}, \dots$$

که در گزینه‌ها $\frac{9}{4} \text{ m}$ وجود دارد.

۴ ۱۶۴۵ B

خط فکری نمودار E-x شبیه نمودار جابه‌جایی مکان (نقش موج) است. شما

تمام گام‌های مربوط به نقش موج را باید طی کنید.



۱ گام اول: از روی محور افقی طول موج را حساب می‌کنیم

$$\frac{\lambda}{2} = 0.4 \mu\text{m} \Rightarrow \lambda = 0.8 \mu\text{m}$$

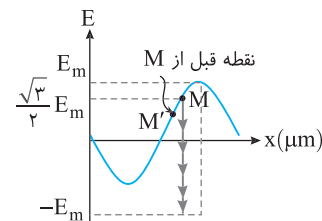
۲ گام دوم: یافتن دوره به کمک تندی انتشار موج

$$T = \frac{\lambda}{v} \Rightarrow T = \frac{0.8 \times 10^{-6}}{3 \times 10^8} \Rightarrow T = \frac{8}{3} \times 10^{-15} \text{ s}$$

۳ گام سوم: بررسی جهت حرکت نقطه M (بررسی جهت تغییر میدان در نقطه M)

با توجه به جهت پیشروی موج.

به نقطه M نگاه کنید. برآمدگی موج از این نقطه عبور کرده و نقطه قبل از M، پایین‌تر از M است، یعنی میدان الکتریکی E در حال کاهش و صفر شدن است.



اکنون به کمک بازه‌های زمانی شناخته شده در حرکت هماهنگ ساده و با توجه به اینکه میدان نقطه M در حال صفر شدن (حرکت رو به پایین) است، مسأله را حل می‌کنیم.

$$\Delta t = \frac{T}{6} + \frac{T}{4} = \frac{5T}{12} = \frac{5}{12} \times \frac{8}{3} \times 10^{-15} = \frac{10}{9} \times 10^{-15} \text{ s}$$

B ۱ ۱۶۵۱

بسامد و طول موج را به دست می آوریم:

۱ با توجه به معادله $B = B_m \cos \frac{3}{4} \pi \times 10^8 t$ بسامد زاویه‌ای موج برابر $\omega = \frac{3}{4} \pi \times 10^8 \text{ rad/s}$ است. بنابراین بسامد خواهد شد.

$$\omega = 2\pi f \Rightarrow \frac{3}{4} \times 10^8 \pi = 2\pi f \Rightarrow f = \frac{3}{8} \times 10^8 \text{ Hz}$$

۲ طول موج را حساب می کنیم: $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{3 \times 10^8}{\frac{3}{8} \times 10^8} = 8 \text{ m}$

با توجه به شکل صفحه ۷۶ کتاب درسی درباره طیف امواج الکترومغناطیسی این طول موج در ناحیه رادیویی است.

A ۱ ۱۶۵۲

سرعت تمام پرتوهای الکترومغناطیسی در خلأ یکسان و برابر $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$ است.

بنابراین گزینه (۱) درست است.

البته طول موج و بسامد امواج الکترومغناطیسی مختلف، متفاوت بوده و گزینه (۲) و (۳) نادرست است.

موج الکترومغناطیسی، موج عرضی است و گزینه (۴) نادرست است.

A ۱ ۱۶۵۳

امواج الکترومغناطیسی از قوانین یکسانی پیروی کرده و سرعت انتشار آن‌ها در خلأ یکسان است و گزینه (۱) درست است.

این امواج در محیط‌های شفاف غیر خلأ تندی انتشار یکسانی ندارند و گزینه (۲) نادرست است.

نحوه تولید این امواج متفاوت است، به طور مثال یک جسم داغ از خود نور مرئی و امواج فرسرخ گسیل می کند، منشأ پرتوهای گاما واکنش‌های هسته‌ای است، بنابراین گزینه (۳) نادرست است.

نحوه آشکارسازی این امواج متفاوت است، مثلاً امواج رادیویی به کمک گیرنده رادیویی قابل آشکارسازی‌اند و یا نور مرئی توسط چشم دیده می‌شود. بنابراین گزینه (۴) نادرست است.

بازری با سؤال موج‌های الکترومغناطیسی در کدام ویژگی با هم فرق

می کنند؟

(۱) سرعت آن‌ها در خلأ (۲) ماهیت آن‌ها

(۳) طولی یا عرضی بودن آن‌ها (۴) نحوه تولید و آشکارسازی آن‌ها

بیا سنج نحوه تولید و آشکارسازی پرتوهای الکترومغناطیسی با هم متفاوت است.

گزینه ۴

A ۳ ۱۶۵۴

پرتوهای ایکس و پرتوهای گاما از جنس امواج الکترومغناطیسی هستند و این امواج حامل بار الکتریکی نیستند، بنابراین میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی بر این پرتوها بی‌تأثیر است.

A ۳ ۱۶۵۵

با توجه به شکل صفحه ۷۶ کتاب درسی فیزیک (۳)، میکروموج‌ها در اجاق برای آشپزی کاربرد دارند.

A ۱ ۱۶۵۶

با توجه به طیف امواج الکترومغناطیسی در صفحه ۷۶ کتاب درسی فیزیک (۳)، امواج رادیویی در بخش تلویزیونی و رادیویی، یعنی در سیستم‌های مخابراتی کاربرد دارد.

A ۲ ۱۶۵۷

گستره امواج الکترومغناطیسی به ترتیب کاهش طول موج و افزایش بسامد به قرار زیر است: رادیویی ← میکروموج ← فرسرخ ← نورمرئی ← فرابنفش ← پرتو ایکس ← پرتو گاما

بنابراین قسمت R مربوط به طیف فرسرخ است و گزاره (الف) درست است. بسامد طیف S، از بسامد طیف P (نورمرئی) کمتر است، و گزاره (ب) نادرست است.

طیف T مربوط به امواج رادیویی است و بیشترین طول موج را دارد، بنابراین گزاره (پ) درست است.

A ۴ ۱۶۵۸

بیاورری در طیف موج‌های الکترومغناطیسی به صورت زیر است که در آن از رادیویی به گاما بسامد افزایش و طول موج کاهش می‌یابد.

رادیویی ← میکروموج ← فرسرخ ← نورمرئی ← فرابنفش ← پرتو X ← پرتوگاما
امواج رادیویی بلندترین طول موج و اشعه گاما بیشترین بسامد را دارد.

بازری با سؤال در طیف امواج الکترومغناطیسی از فرابنفش تا فرسرخ، طول موج ... و بسامد ... می‌یابد.

(۱) افزایش، کاهش (۲) افزایش یافته، نیز افزایش
(۳) کاهش، افزایش (۴) کاهش یافته، نیز کاهش

بیا سنج در طیف امواج الکترومغناطیسی (رادیویی، میکروموج، فرسرخ، نور مرئی، پرتو فرابنفش، پرتو X و پرتو γ) از راست به چپ بسامد افزایش و طول موج کاهش می‌یابد.

گزینه ۳

A ۱ ۱۶۵۹

در نور مرئی (قرمز، نارنجی، زرد، سبز، آبی، بنفش) از راست به چپ، بسامد زیاد می‌شود.

B ۲ ۱۶۶۰

طیف امواج الکترومغناطیسی به صورت زیر است:

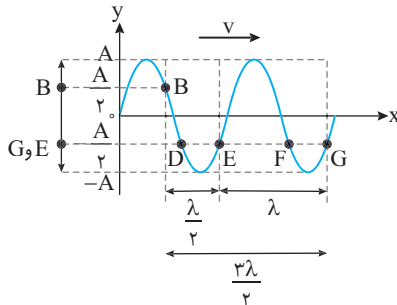
γ ← X ← فرابنفش ← مرئی ← فرسرخ ← میکروموج ← رادیویی

ELF-AM-FM

که از راست به چپ بسامد کاهش و طول موج افزایش می‌یابد. بنابراین گزینه (۲) درست است.

A ۳ ۱۶۶۱

با توجه به جهت پیشروی موج نقطه B در حال حرکت رو به بالا است و نقاط D و F هم در حال حرکت رو به بالا هستند وقتی B به دامنه +A می‌رسد، قطعاً آن‌ها به دامنه -A نمی‌رسند اما نقاط E و G هر دو در حال حرکت رو به پایین هستند و در بازه زمانی که B از $\frac{+A}{2}$ به $\frac{-A}{2}$ می‌رود قطعاً نقاط E و G نیز از $\frac{-A}{2}$ به $-A$ می‌روند و گزینه (۳) درست است.



A ۲ ۱۶۶۲

در طول یک ریسمان همگن کشش یکسان است.

خط فکر وزن A ساکن است. بنابراین نیروهای وارد بر آن متوازن هستند، نیروهای وارد بر وزن A را رسم کنید و نیروی کشش سیم را حساب کنید.

۱ نیروی کشش سیم برابر نیروی وزن
 $F = mg$ وزن A است.
۲ در طول سیم، چگالی خطی جرم ثابت است، از این رو:

$$\frac{v'}{v} = \sqrt{\frac{F'}{F}} \quad \mu = \mu \Rightarrow \frac{v'}{v} = \sqrt{\frac{F'}{F}} \quad F = mg \Rightarrow \frac{v'}{v} = \sqrt{\frac{m'g}{mg}}$$

$$\Rightarrow \frac{v'}{v} = \sqrt{\frac{100 - 75}{100}} \Rightarrow \frac{v'}{v} = \sqrt{\frac{25}{100}} = \frac{1}{2}$$

میانبر هرگاه دو ذره از محیط دارای مکان و سرعت قرینه باشند، فاصله بین

آن‌ها $\frac{\lambda}{2}$ است و بالعکس.

B ۱۶۶۶ ۴

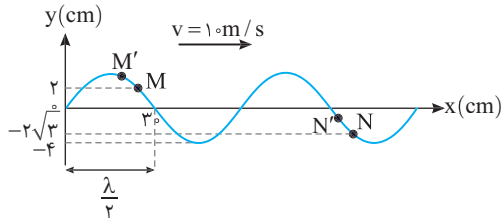
۱ گام اول: یافتن طول موج از روی محور افقی $\frac{\lambda}{2} = 30 \Rightarrow \lambda = 60 \text{ cm} = 0.6 \text{ m}$

۲ گام دوم: یافتن دوره به کمک تندی انتشار موج $T = \frac{\lambda}{v} \Rightarrow T = \frac{0.6}{10} = 0.06 \text{ s}$

۳ گام سوم: مشخص می‌کنیم مدت زمان $\frac{1}{30} \text{ s}$ چه کسری از دوره است.

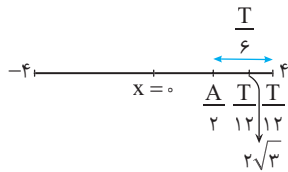
$$\frac{\Delta t}{T} = \frac{\frac{1}{30}}{0.06} \Rightarrow \Delta t = \frac{T}{12}$$

۴ اکنون مشخص می‌کنیم که ذره M و ذره N در کدام جهت در حال حرکت هستند. با توجه به جهت پیشروی موج قله موج در حال نزدیک شدن به نقطه M است و نقطه M' نقطه قبل از M بالاتر از M است. یعنی M در حال حرکت رو به بالاست. ذره موج از N گذشته و قله موج در حال نزدیک شدن به نقطه N بوده و ذره N' که قبل از N قرار دارد، بالاتر از N بوده یعنی نقطه N رو به بالا در حرکت است.



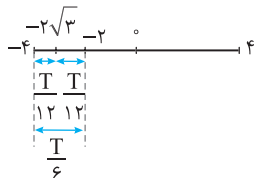
۵ باید مکان M و N را پس از گذشت $\frac{1}{30} \text{ s} = \frac{T}{12}$ تعیین کنید. ذره M در مکان

$\frac{A}{2} = 2 \text{ cm}$ قرار دارد و با توجه به بازه‌های زمان شناخته شده در مدت $\frac{T}{12}$ به مکان $\frac{\sqrt{3}}{2} A = 2\sqrt{3} \text{ cm}$ می‌رسد.



ذره N در مکان $-\frac{\sqrt{3}}{2} A = -2\sqrt{3} \text{ cm}$ قرار دارد و در مدت $\frac{T}{12}$ به مکان

$-\frac{A}{2} = -2 \text{ cm}$ می‌رسد.

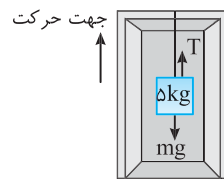


۶ رابطه شتاب - مکان در حرکت هماهنگ ساده یک ذره از محیط به صورت

$|a| = \omega^2 x$ است که در این مسئله ذرات در راستای محور y نوسان می‌کنند، بنابراین خواهیم داشت:

$$\left| \frac{a_M}{a_N} \right| = \left| \frac{\omega^2 y_M}{\omega^2 y_N} \right| = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$$

B ۱۶۶۳ ۲



۱ ابتدا با توجه به قانون دوم نیوتون نیروی کشش تار در این حرکت را به دست می‌آوریم: حرکت کندشونده بوده و a منفی است

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow T - mg = ma$$

آسانسور در حال حرکت به سمت بالا

$$T - 50 = 50(-2) \Rightarrow T = 40 \text{ N}$$

۲ نیروی کشش تار برابر 40 N است و با توجه به رابطه $v = \frac{1}{2D} \sqrt{\frac{F}{\rho \pi}}$ تندی

انتشار موج در تار را حساب می‌کنیم:

$$D = 1 \text{ mm} = 10^{-3} \text{ m}, F = T = 40 \text{ N}, \rho = 3 \text{ g/cm}^3 = 3000 \text{ kg/m}^3$$

$$v = \frac{1}{2 \times 10^{-3}} \sqrt{\frac{40}{3000 \times \pi}} \Rightarrow v = \frac{1}{2 \times 10^{-3}} \sqrt{\frac{4}{900}}$$

$$\Rightarrow v = \frac{1}{2 \times 10^{-3}} \times \frac{2}{30} \Rightarrow v = \frac{10^3}{30} = \frac{100}{3} \text{ m/s}$$

B ۱۶۶۴ ۴

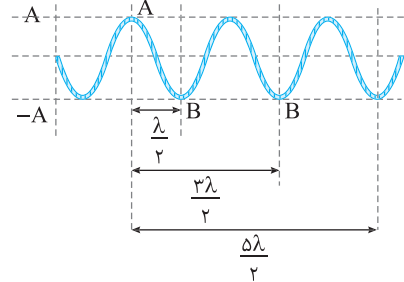
خط فکری شکل ساده‌ای از انتشار موج در طناب رسم می‌کنیم. در صورت مسئله

بیان کرده که ذره A در دامنه مثبت (+A) قرار دارد و در همان لحظه ذره B در دامنه

منفی (-A) قرار دارد. بنابراین با توجه به شکل، فاصله A تا B می‌تواند $\frac{3\lambda}{2}$ ، $\frac{\lambda}{2}$

و ... یعنی مضارب فرد $\frac{\lambda}{2}$ باشد. از این رو شما باید فاصله A تا B ($AB = 45 \text{ cm}$)

را برابر این مقادیر قرار دهید و طول موج‌های ممکن را به دست بیاورید.

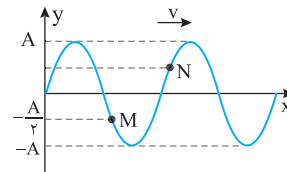


طول موج را حساب می‌کنیم:

$$\frac{\lambda}{2} = 45 \Rightarrow \lambda = 90 \text{ cm}, \frac{3\lambda}{2} = 45 \Rightarrow \lambda = 30 \text{ cm}, \frac{5\lambda}{2} = 45 \Rightarrow \lambda = 18 \text{ cm}, \dots$$

بنابراین هر سه گزینه می‌تواند طول موج این موج باشد.

A ۱۶۶۵ ۲



اگر به نقش موج دقت کنید فاصله یک قله از ذره $\frac{\lambda}{2}$ است و وقتی M

در حال حرکت به سوی بالا است

نقطه N در حال حرکت رو به پایین

است و وقتی M از مرکز نوسانش

می‌گذرد N نیز از مرکز نوسان

می‌گذرد. اکنون به نقش موج مسأله

نگاه کنید. M و N، از هم

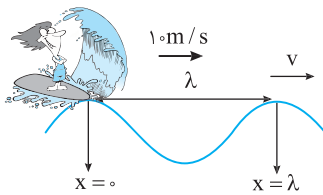
فاصله دارند و M در حال حرکت رو

به بالا و N نیز در حال حرکت رو به

پایین است و همان‌گونه که گفتیم باید با هم از مرکز نوسان بگذرند بنابراین اگر M در

به سوی مرکز در حرکت باشد باید در $\frac{+A}{2}$ به سوی مرکز در حرکت باشد و

گزینه (۲) درست است.



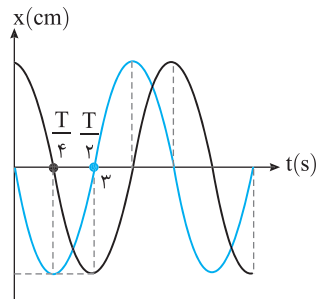
حال با توجه به معادله به دست آمده v و λ را به دست می آوریم:

$$\begin{cases} 0/3v + \lambda = 5 \\ -0/3v + \lambda = 3 \end{cases} \xrightarrow{+} 2\lambda = 8 \Rightarrow \lambda = 4 \text{ m}$$

۱ ۱۶۷۰ C

ابتدا دقت کنید که نمودار داده شده نمودار $x-t$ است یعنی نمودار نوسان دو ذره A و B است. از روی محور زمان دوره نوسان ذرات محیط را به دست می آوریم:

$$\frac{T}{2} = 3 \text{ ms} \Rightarrow T = 6 \text{ ms}$$



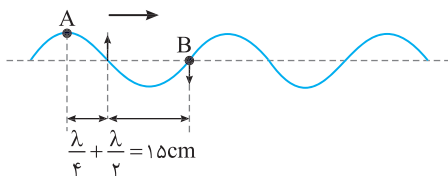
برای ادامه حل ابتدا به دو نکته دقت کنید:

۱) فاصله دو ذره از محیط 15 cm است، چون بیشینه تندی موج خواسته شده است

۲) پس باید این دو ذره را دو ذره متوالی با مشخصات نوسانی داده شده در نظر گرفت تا طول موج بیشینه باشد.

۳) ذره A از دامنه مثبت در لحظه $t=0$ نوسان می کند و ذره B از $x=0$ در لحظه $t=0$ به سمت پایین شروع به نوسان می کند.

یک موج مطابق شکل در لحظه $t=0$ می کشیم، جهت انتشار موج به سمت راست است. نقطه A در مکان یکی از قله ها است تا از دامنه مثبت شروع به نوسان کند، اما نقطه B در $x=0$ بوده و به سمت پایین شروع به نوسان می کند پس این دو نقطه به صورت زیر می شود:



$$\frac{\lambda}{4} + \frac{\lambda}{2} = 15 \Rightarrow \frac{3\lambda}{4} = 15 \text{ cm} \Rightarrow \lambda = 20 \text{ cm}$$

حال با توجه به دوره و طول موج تندی انتشار را به دست می آوریم:

$$v = \frac{\lambda}{T} \Rightarrow v = \frac{20 \times 10^{-2}}{6 \times 10^{-3}} \Rightarrow v = \frac{100}{3} \text{ m/s}$$

۳ ۱۶۷۱ B

یادآوری: میدان های الکتریکی و مغناطیسی موج الکترومغناطیسی هم بسامد و همگام هستند. از این رو در هر نقطه شناسه تابع کسینوس این میدان ها یکسان است.

وقتی میدان الکتریکی موج به صورت $E = E_m \cos(\omega t + \frac{\pi}{4})$ باشد، میدان مغناطیسی

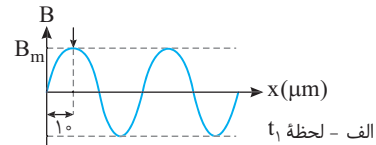
آن نیز به صورت $B = B_m \cos(\omega t + \frac{\pi}{4})$ است.

۱ ۱۶۶۷ B

خط فکری: علامت پیکان یک قله (ستیغ) موج را نشان می دهد که در حال حرکت در جهت مثبت محور x هاست و در مدت $36 \mu\text{s}$ از 10 cm مبدأ به 82 cm مبدأ می رود. بنابراین شما می توانید تندی انتشار موج را حساب کنید. از روی شکل (الف) نیز طول موج را به دست بیاورید و سرانجام بسامد را حساب کنید.

۱) در مدت $36 \mu\text{s}$ پیکوتائیه، موج به اندازه $72 \mu\text{m}$ پیشروی کرده است، بنابراین سرعت انتشار موج در این محیط شفاف برابر است با:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v = \frac{72 \times 10^{-6}}{36 \times 10^{-12}} \Rightarrow v = 2 \times 10^6 \text{ m/s}$$



۲) با توجه به شکل (الف)، طول موج برابر است با: $\frac{\lambda}{4} = 10 \Rightarrow \lambda = 40 \mu\text{m}$

۳) اکنون می توان بسامد نور را به دست آورد:

$$f = \frac{v}{\lambda} \Rightarrow f = \frac{2 \times 10^6}{40 \times 10^{-6}} \Rightarrow f = 5 \times 10^{11} \text{ Hz}$$

۲ ۱۶۶۸ B

کمینه فاصله بین یک دره و یک قله $\frac{\lambda}{2}$ است، بنابراین طول موج خواهد شد:

$$\frac{\lambda}{2} = 0/2 \Rightarrow \lambda = 0/4 \text{ m}$$

بسامد نوسان ذره های محیط را حساب می کنیم:

$$f = \frac{v}{\lambda} \Rightarrow f = \frac{0/4 \text{ m/s}}{0/4} = 10 \text{ Hz}$$

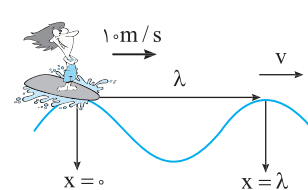
بسامد زاویه ای موج را به دست می آوریم:

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \times 10 = 20\pi$$

در حرکت هماهنگ ساده ذرات محیط، بیشینه شتاب برابر است با:

$$a_m = A\omega^2 \Rightarrow a_m = 320 \text{ m/s}^2 \Rightarrow 320 = A(20\pi)^2 \Rightarrow A = 0/8 \text{ m} \Rightarrow A = 8 \text{ cm}$$

۴ ۱۶۶۹ C



حالت اول: در این حالت موج با سرعت v و شخص با سرعت 10 m/s در یک جهت در حال حرکت اند و این دو پس از 5 s به هم می رسند. فاصله یک قله تا قله دیگر نیز که در 5 s طی شده برابر

طول موج است، حال با توجه به حرکت شناسی معادله حرکت قله موج و معادله حرکت شخص را می نویسیم، هنگام رسیدن این دو به هم یعنی $t = 5 \text{ s}$ لحظه ای است که مکان آن ها با هم برابر شود:

$$\begin{aligned} x_{\text{موج}} = vt + x_0 &\Rightarrow x_{\text{قله}} = vt + \lambda \\ x_{\text{شخص}} = vt + x_0 &\Rightarrow x_{\text{شخص}} = 10t + 0 \end{aligned} \quad \begin{aligned} x_{\text{قله}} = x_{\text{شخص}} \\ t = 5 \text{ s} \end{aligned} \Rightarrow 0/3v + \lambda = 5 \text{ (I)}$$

حالت دوم: در این حالت قله موج با سرعت v و شخص با سرعت 10 m/s به سمت هم در حال حرکت بوده و پس از 3 s به هم می رسند:

$$x_{\text{قله}} = -vt + \lambda, \quad x_{\text{شخص}} = 10t$$

$$\begin{aligned} t = 3 \text{ s} \\ x_{\text{قله}} = x_{\text{شخص}} \end{aligned} \Rightarrow -0/3v + \lambda = 3 \text{ (II)}$$

۳ ۱۶۷۴ A

خط فکری پیشینه نیرویی که میدان الکترومغناطیسی بر یک ذره باردار متحرک می تواند وارد کند، جمع پیشینه نیروی میدان الکتریکی وارد بر ذره $F_{E_m} = qE_m$ و پیشینه نیروی میدان مغناطیسی وارد بر ذره $F_{B_m} = qvB$ است.

یعنی باید جهت حرکت بار به گونه ای باشد که این دو نیرو هم جهت شده و با هم جمع شوند. F_{E_m} و F_{B_m} را حساب کرده، با هم جمع کنید.

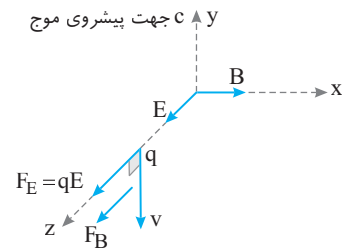
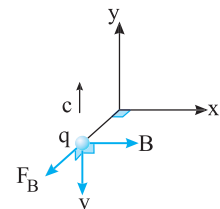
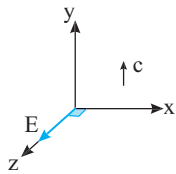
۱. پیشینه نیروی الکتریکی وارد بر ذره بار $1 \times 10^{-3} C$ را حساب می کنیم.

$$F_{E_m} = qE_{max} \xrightarrow{E_{max} = 3000 V/m} F_{E_m} = 10^{-3} \times 3000 \Rightarrow F_{E_m} = 3 N$$

۲. پیشینه نیروی مغناطیسی وارد بر ذره را به دست می آوریم.

$$F_{B_m} = qvB_m \xrightarrow{v = 4 \times 10^6 m/s, B_m = 10^{-5} T} F_{B_m} = 10^{-3} \times 4 \times 10^6 \times 10^{-5} \Rightarrow F_{B_m} = 0.04 N$$

۳. نیروها را با هم جمع می کنیم: $F_m = F_{E_m} + F_{B_m} = 3 + 0.04 \Rightarrow F_m = 3.04 N$



ممکن است که شما سؤال کنید چگونه چنین حالتی ممکن است. فرض کنید موج در حال پیشروی در جهت مثبت محور z است و ذره باردار در جهت منفی محور z در حرکت باشد. اگر میدان الکتریکی موج در جهت محور z باشد، نیرویی که بر بار وارد می کند، در جهت محور z است. در این حالت میدان مغناطیسی موج قطعاً در جهت محور x است. اکنون به کمک قاعده دست راست، جهت نیروی میدان مغناطیسی وارد بر ذره باردار را مشخص می کنیم: چهار انگشت دست راست در جهت v و کف دست در جهت B ، انگشت شست در جهت F یعنی در جهت محور z است.

بنابراین F_{E_m} و F_{B_m} هر دو در جهت مثبت محور z بوده و با هم جمع می شوند: به شکل نهایی دقت کنید.

۴ ۱۶۷۵ A

ذره باردار که دارای حرکت شتابدار است، موج الکترومغناطیسی گسیل می کند. هنگام تخلیه خازن، یک میدان الکتریکی متغیر با زمان ایجاد می شود که می تواند به طور لحظه ای موج الکترومغناطیسی گسیل کند. همچنین جریان متناوب با بسامد بالا نیز به دلیل تغییر دائمی میدان مغناطیسی آن با زمان می تواند موج الکترومغناطیسی ایجاد کند. بنابراین گزینه (۴) درست است.

پایه سوال از دیدگاه ماکسول عامل اصلی ایجاد موج های

- الکترومغناطیسی،
- ۱) میدان های الکتریکی است.
 - ۲) حرکت شتابدار ذره دارای بار الکتریکی است.
 - ۳) میدان های مغناطیسی است.
 - ۴) حرکت یکنواخت بار الکتریکی است.

پاسخ بنابر نظریه ماکسول، هرگاه ذره باردار دارای حرکت شتابدار شود

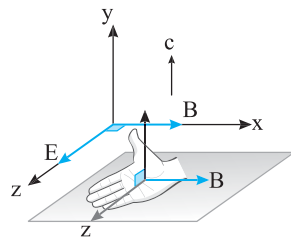
از خود موج الکترومغناطیسی گسیل می کند. **گزینه ۲**

۲ ۱۶۷۲ C

یادآوری در امواج الکترومغناطیسی میدان الکتریکی و میدان مغناطیسی همگام هستند. **خط فکری** هرگاه در یک مسئله مربوط به امواج الکترومغناطیسی در مورد میدان مغناطیسی (یا الکتریکی) به شما اطلاعاتی داده شود، با توجه به همگام بودن این دو میدان، اطلاعات در مورد میدان دیگر صادق است. وقتی در مسئله بیان می شود که

$B = \frac{\sqrt{2}}{2} B_m$ و در حال کاهش است، یعنی میدان الکتریکی در آن لحظه نیز $E = \frac{\sqrt{2}}{2} E_m$ و در حال کاهش است.

۱. جهت میدان الکتریکی در لحظه t را مشخص می کنیم. با توجه به قاعده دست راست، کف دست خود را به سمت راست در جهت محور x به گونه ای قرار دهید که انگشت شست رو به بالا در جهت محور z نشان دهد. در این حالت چهار انگشت باز دست راست شما در جهت محور z خواهد بود.



۲. بنابراین در لحظه $t=0$ ، میدان الکتریکی $E = \frac{+\sqrt{2}}{2} E_m$ بوده و باید در حال

کاهش باشد.

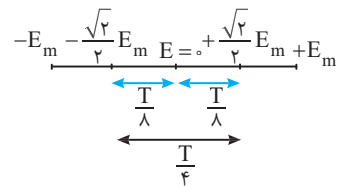
۳. دوره را حساب می کنیم.

$$T = \frac{1}{f} \Rightarrow T = \frac{1}{2 \times 10^{15}} s \Rightarrow T = 5 \times 10^{-16} s$$

۴. مشخص می کنیم که $1/25 \times 10^{-16} s$ چه کسری از دوره است.

$$\frac{\Delta t}{T} = \frac{1/25 \times 10^{-16}}{5 \times 10^{-16}} \Rightarrow \Delta t = \frac{T}{4}$$

۵. در مدت $\frac{T}{4}$ ، میدان الکتریکی از $+\frac{\sqrt{2}}{2} E_m$ به $-\frac{\sqrt{2}}{2} E_m$ تغییر کرده و اندازه آن در حال افزایش است.



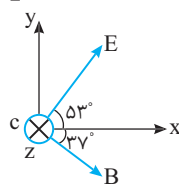
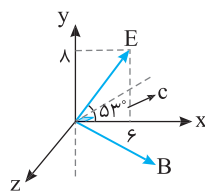
۱ ۱۶۷۳ C

بردار میدان الکتریکی و میدان مغناطیسی موج الکترومغناطیسی بر هم عمودند. بردار میدان الکتریکی $\vec{E} = 6\vec{i} + 8\vec{j}$ را روی دستگاه محورها نمایش می دهیم.

زاویه بین میدان E با محور x خواهد شد:

$$\tan \alpha = \frac{E_y}{E_x} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3} \Rightarrow \alpha = 53^\circ$$

انتشار موج در امتداد محور z است، از این رو باید در هر دو میدان E و B در صفحه xoy باشد و این دو میدان بر هم عمود باشند و در قاعده دست راست نیز صدق کنند، بنابراین گزینه (۱) درست است.



۳ دوره خواهد شد:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow 20 = \frac{2 \times \pi}{T} \Rightarrow T = 0.3 \text{ s}$$

۴ مشخص می‌کنیم $\Delta t = 0.5 \text{ s}$ چه کسری از دوره است.

$$\frac{\Delta t}{T} = \frac{0.5}{0.3} \Rightarrow \frac{\Delta t}{T} = \frac{5}{3} \Rightarrow \Delta t = \frac{T}{6}$$

۵ بیشینه تندی متوسط نوسانگر در یک مدت معین یعنی بیشینه جابه‌جایی، بنابراین باید حرکت نوسانگر در دو طرف حالت تعادل و در اطراف جایی که تندی بیشینه است را بررسی می‌کنیم.

۶ بازه $\frac{T}{6}$ را به دو قسمت مساوی $\frac{T}{12}$ تقسیم می‌کنیم. در مدت $\frac{T}{6}$ نوسانگر از

$$\text{مکان } -\frac{A}{2} \text{ به مکان } +\frac{A}{2} \text{ می‌رود.}$$

$$|\Delta x_{\max}| = A$$

$$\Delta x = A = 0.05 \text{ m}$$

$$-A \quad -\frac{A}{2} \quad +\frac{T}{12} \quad +\frac{T}{12} \quad +\frac{A}{2} \quad +A$$

$$\Delta t = \frac{T}{6}$$

۷ بیشینه تندی متوسط خواهد شد:

$$v_{\text{av},m} = \frac{|\Delta x_m|}{\Delta t} = \frac{0.05}{0.5} \Rightarrow v_{\text{av},m} = 0.1 \text{ m/s}$$

نمای ۱۰

۲ ۱۶۷۵ B

۱ مجموع انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل نوسانگر برابر انرژی مکانیکی آن است:

$$E = K + U$$

۲ سرعت در لحظه‌ای خواسته شده که انرژی جنبشی (K) و انرژی پتانسیل (U)

با هم برابر است:

$$E = K + U \xrightarrow{K=U} E = 2K$$

۳ انرژی مکانیکی $\lambda \text{ mJ} = \lambda \times 10^{-3} \text{ J}$ و انرژی جنبشی از رابطه $K = \frac{1}{2}mv^2$

به دست می‌آید:

$$\lambda \times 10^{-3} = 2 \left(\frac{1}{2} m v^2 \right) \Rightarrow \lambda \times 10^{-3} = 0.1 \times v^2$$

$$\Rightarrow v^2 = \lambda \times 10^{-2} \Rightarrow v = \sqrt{\lambda} \times 10^{-1} = \frac{\sqrt{\lambda}}{10} = \frac{\sqrt{\lambda}}{5} \text{ m/s}$$

نمای ۱۱

۲ ۱۶۷۵ B

۶ یادآوری مسافتی که موج در مدت یک دوره طی می‌کند برابر طول موج است.

$$\lambda = vt$$

تکنه مسافتی که هر ذره از محیط انتشار موج طی می‌کند چهار برابر دامنه

است. (۴A)

۱ با توجه به فرض مسئله طول موج چهار برابر دامنه است.

$$\lambda = 4A$$

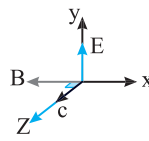
۲ نسبت تندی بیشینه نوسان به تندی انتشار موج خواهد شد:

$$\frac{v_m}{v} = \frac{A\omega}{\frac{\lambda}{T}} \xrightarrow{\lambda=4A} \frac{v_m}{v} = \frac{A \frac{2\pi}{T}}{\frac{4A}{T}} \Rightarrow \frac{v_m}{v} = \frac{\pi}{2}$$

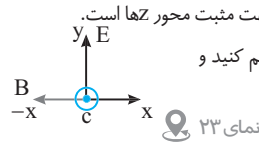
نمای ۱۸

پنجره ۳ روبه‌روی ۴

۲ ۱۶۷۵ B



۱ اگر می‌توانید شکل محورهای X, Y و Z را مطابق شکل روبه‌رو تجسم کنید. با توجه به قاعده دست راست ابتدا چهار انگشت باز دست راست خود را در جهت مثبت محور Yها رو به بالا به گونه‌ای قرار دهید که کف دست شما در جهت منفی محور Xها (یعنی جهت میدان مغناطیسی) قرار گیرد. در این حالت انگشت باز شست شما در جهت مثبت محور Zها است. البته می‌توانید محورها را به صورت روبه‌رو نیز رسم کنید و محور Z را به صورت برون‌سو نمایش دهید.



نمای ۲۳

۳ ۱۶۷۵ B

۲ ریسمان را از دستگاهی گذرانده‌ایم و قطر ریسمان نصف شده است. بنابراین از سه رابطه

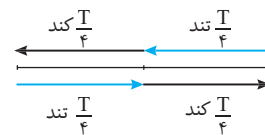
تندی انتشار موج در ریسمان رابطه $v = \frac{1}{D} \sqrt{\frac{F}{\rho}}$ را انتخاب می‌کنیم.

$$\frac{v'}{v} = \frac{\frac{1}{D'} \sqrt{\frac{F'}{\rho'}}}{\frac{1}{D} \sqrt{\frac{F}{\rho}}} \quad F'=F, \rho'=\rho \rightarrow \frac{v'}{v} = \frac{D}{D'} \quad D' = \frac{1}{2}D \rightarrow v' = 2v$$

نمای ۱۷

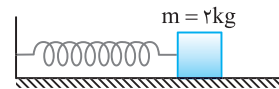
۴ ۱۶۷۵ A

تکنه در مدت یک دوره، جمعاً $\frac{T}{2}$ حرکت کندشونده و $\frac{T}{2}$ حرکت تندشونده است.



۱ دوره حرکت را به دست می‌آوریم.

$$\frac{T}{2} = 0.2 \Rightarrow T = 0.4 \text{ s}$$



۲ بسامد زاویه‌ای را حساب می‌کنیم:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{0.4} \Rightarrow \omega = 5\pi \text{ rad/s}$$

۳ بیشینه نیروی وارد بر نوسانگر خواهد شد:

$$F_m = mA\omega^2 \xrightarrow{A=5 \times 10^{-2} \text{ m}} F_m = 2 \times 5 \times 10^{-2} \times (5\pi)^2$$

$$\Rightarrow F_m = 10^{-1} \times 25 \times \pi^2 \Rightarrow F_m = 25 \text{ N}$$

نمای ۹

۱ ۱۶۷۵ B

۱ بسامد زاویه‌ای نوسانگر را حساب می‌کنیم.

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad k=900 \text{ N/m}, m=2/25 \text{ kg} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{900}{2/25}} = \frac{30}{1/5} \Rightarrow \omega = 20 \text{ rad/s}$$

۲ با استفاده از بیشینه تندی، دامنه نوسان را به دست می‌آوریم.

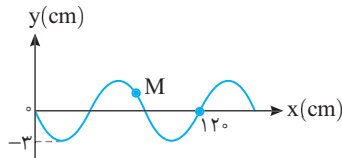
$$v_m = A\omega \xrightarrow{v_m=1 \text{ m/s}} 1 = A \times 20 \Rightarrow A = \frac{1}{20} \text{ m} = 0.05 \text{ m}$$

۲ ۱۶۷۵ B

یک نوسانگر ساده در مدت زمان یک دوره مسافت $4A$ و در مدت زمان نصف دوره مسافت $2A$ را طی می کند. اما این تناسب برای مدت زمان یک چهارم دوره صدق نمی کند و مسافت الزاماً برابر A نخواهد بود. در این حالت میزان مسافت طی شده در مدت یک چهارم دوره بستگی به نقطه شروع حرکت نوسانگر دارد. با توجه به نمودار طول موج را حساب می کنیم:

$$3 \frac{\lambda}{4} = 12 \Rightarrow \lambda = 8 \text{ cm}$$

حال با داشتن طول موج و تندی، دوره را به دست می آوریم:



$$T = \frac{\lambda}{v} \Rightarrow T = \frac{8}{10} = 0.8 \text{ s}$$

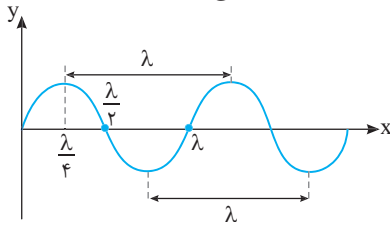
مدت زمان طی شده برابر $t_2 - t_1 = 0.4 \text{ s}$ یعنی $\frac{T}{2}$ است.

بنابراین بازه زمانی داده شده نصف دوره است و در نصف دوره یک نوسانگر ساده همواره مسافت $2A$ را طی می کند. بنابراین $2 \times 3 = 6 \text{ cm}$ مسافت طی شده است.

نمای ۱۹

۲ ۱۶۷۵ A

تندی انتشار موج در یک محیط به جنس و ویژگی های محیط بستگی دارد و تندی انتشار امواجی که در محیط یکسان منتشر می شوند با هم برابر است. **یادآوری ۱** در نمودار جابه جایی - مکان (نقش موج)، فاصله دو برآمدگی متوالی و دو فرورفتگی متوالی برابر یک طول موج است.

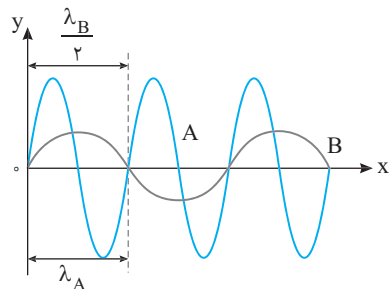


دو موج در یک محیط در حال انتشار هستند و تندی انتشار آنها با هم برابر است.

$$\frac{v_A}{v_B} = 1$$

بنابراین:

$$\lambda_B = 2\lambda_A$$



بنا به تعریف طول موج $\lambda = vT$ خواهیم داشت:

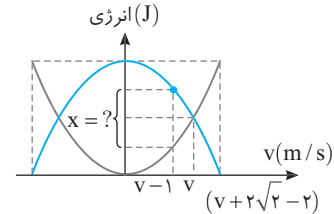
$$v_B T_B = 2v_A T_A \xrightarrow{v_A = v_B} T_B = 2T_A \Rightarrow \frac{T_A}{T_B} = \frac{1}{2}$$

نمای ۲۱

۳ ۱۶۷۵ B

در سرعت v ، انرژی پتانسیل و انرژی جنبشی نوسانگر با هم برابر است و بنا به پایستگی انرژی مکانیکی می توان نوشت:

$$E = U + K \xrightarrow{U=K} E = K + K \Rightarrow E = 2K \Rightarrow E = 2\left(\frac{1}{2}mv^2\right) \quad (I)$$



بیشینه انرژی جنبشی نوسانگر برابر انرژی مکانیکی آن است. با توجه به نمودار بیشینه تندی نوسانگر برابر $v_m = v + 2\sqrt{2} - 2$ است. بنابراین انرژی مکانیکی نوسانگر خواهد شد:

$$E = K_m = \frac{1}{2}mv_m^2 \Rightarrow E = \frac{1}{2}m(v + 2\sqrt{2} - 2)^2 \quad (II)$$

از رابطه (I) و (II) نتیجه می شود:

$$2\left(\frac{1}{2}mv^2\right) = \frac{1}{2}m(v + 2\sqrt{2} - 2)^2 \Rightarrow 2v^2 = (v + 2\sqrt{2} - 2)^2$$

$$\xrightarrow{\text{از دو طرف جذر می گیریم}} \sqrt{2}v = v + 2\sqrt{2} - 2 \Rightarrow \sqrt{2}v - v = 2(\sqrt{2} - 1)$$

$$v(\sqrt{2} - 1) = 2(\sqrt{2} - 1) \Rightarrow v = 2 \text{ m/s}$$

تندی $v - 1$ برابر است با:

$$v - 1 = 2 - 1 = 1 \text{ m/s}$$

انرژی مکانیکی نوسانگر خواهد شد:

$$\xrightarrow{(I)} E = 2\left(\frac{1}{2} \times 0.2 \times (2)^2\right) \Rightarrow E = 0.8 \text{ J}$$

انرژی جنبشی نوسانگر وقتی تندی $v - 1 = 1 \text{ m/s}$ است برابر خواهد شد با:

$$K = \frac{1}{2}m(v - 1)^2 = \frac{1}{2} \times 0.2 \times (1)^2 \Rightarrow K = 0.1 \text{ J}$$

انرژی پتانسیل در این لحظه برابر است با:

$$E = U + K \Rightarrow 0.8 = U + 0.1 \Rightarrow U = 0.7 \text{ J}$$

اختلاف انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل را به دست می آوریم.

$$U - K = 0.7 - 0.1 = 0.6 \text{ J}$$

نمای ۱۲

۴ ۱۶۷۵ B

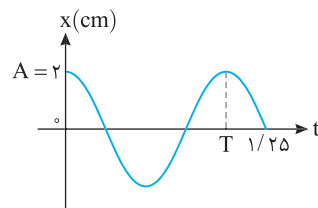
$$\frac{\Delta T}{T} = 1/25 \Rightarrow T = 1 \text{ s} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi$$

با توجه به نمودار داریم:

انرژی مکانیکی برابر است با:

$$E = \frac{1}{2}mA^2\omega^2 = \frac{1}{2}m(A\omega)^2 = \frac{1}{2} \times 0.1 \times (4\pi \times 10^{-2})^2$$

$$= \frac{1}{2} \times 10^{-1} \times 16\pi^2 \times 10^{-4} = 8\pi^2 \times 10^{-5} \text{ J} = 8\pi^2 \times 10^{-2} \text{ mJ} = 0.8\pi^2 \text{ mJ}$$



نمای ۱۲

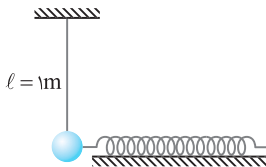
۶ مسافتی که در مدت $T = 0.5s$ هر ذره از محیط طی می کند خواهد شد:

$$\Delta x' = 2A \xrightarrow{A=0.4m} \Delta x' = 2 \times 0.4 = 0.8m$$

۴ ۱۶۷۹ B

۱ دوره و بسامد از ویژگی های چشمه موج هستند. در این مسئله آونگ چشمه موج است. دوره آونگ را حساب می کنیم.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \xrightarrow{\pi^2 \sim g} T = 2\pi \sqrt{\frac{1}{\pi^2}} \Rightarrow T = 2s$$



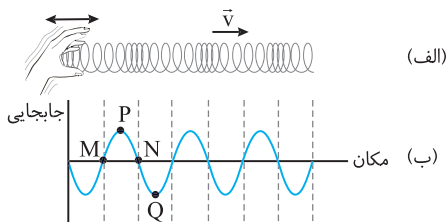
۲ طول موج را به دست می آوریم.

$$\lambda = vT \xrightarrow{v=2m/s} \lambda = 0.2 \times 2 \Rightarrow \lambda = 0.4m$$

۳ با توجه به مدل سازی موج طولی در فاصله یک جمع شدگی بیشینه شبیه نقطه

N از وسط یک جمع شدگی و بازشدگی بیشینه مانند نقطه P برابر $\frac{\lambda}{4}$ است. بنابراین

$$\frac{\lambda}{4} = \frac{0.4}{4} = 0.1$$



۲ ۱۶۸۰ B

تکته در امواج لرزه ای، (زمین لرزه ها)، معمولاً تندی انتشار موج اولیه P از تندی انتشار موج ثانویه S بیشتر است. P امواج طولی و S امواج عرضی هستند.

۱ موجی که تندی آن $9km/s$ است و زودتر به مقصد رسیده است. موج طولی (P) بوده و زمان رسیدن آن به مقصد برابر است با:

$$t = \frac{\Delta x}{v} \Rightarrow t = \frac{1620}{9} = 180s \Rightarrow t_1 = 3min$$

۲ موج دیگر ۳ دقیقه دیرتر به این فاصله رسیده است بنابراین این موج عرضی بوده و زمان رسیدن آن $3+3=6min$ است و تندی آن خواهد شد.

$$v = \frac{\Delta x}{t} = \frac{1620}{6 \times 60} \Rightarrow v = 4.5km/s$$

۴ ۱۶۸۱ B

تندی امواج عرضی در جامدات از تندی امواج طولی در جامدات کمتر است و زمان رسیدن موج عرضی به عقب از زمان رسیدن موج طولی به عقب بیشتر است.

زمان رسیدن موج از طعمه به عقب برای موج طولی خواهد شد:

$$\Delta x = vt \Rightarrow d = v_T t_T \Rightarrow t_T = \frac{d}{v_T}$$

زمان رسیدن موج از طعمه به عقب برای موج عرضی خواهد شد:

$$\Delta x = vt \Rightarrow d = v_L t_L \Rightarrow t_L = \frac{d}{v_L}$$

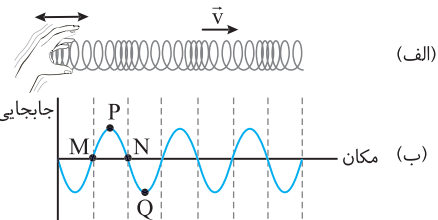
اختلاف زمانی رسیدن موج های طولی و عرضی به عقب خواهد شد:

$$\Delta t = t_L - t_T \Rightarrow \Delta t = \frac{d}{v_L} - \frac{d}{v_T} \Rightarrow \Delta t = \frac{v_T - v_L}{v_L v_T} d \Rightarrow d = \frac{v_L v_T}{v_T - v_L} \Delta t$$

پنجره ۵

۴ ۱۶۷۶ B

در انتشار موج طولی در یک فنر بلند کشیده، موج به صورت جمع شدگی و بازشدگی در طول فنر منتشر می شود. برای مدل سازی این موج به ناحیه های جمع شدگی و بازشدگی بیشتر دقت می کنیم. در مکان هایی که بیشترین بازشدگی حلقه رخ می دهد، جابه جایی هر جزء فنر از وضعیت تعادل صفر است. (مانند نقاط M و N در یک موج عرضی). در وسط فاصله بین یک جمع شدگی بیشینه و یک بازشدگی بیشینه مجاور آن، اندازه جابه جایی هر جزء فنر از وضعیت تعادل بیشینه است (مانند نقاط P و Q شبیه قله و دره یک موج عرضی) با این توضیحات گزینه (۲) و (۳) درست است.



۲ ۱۶۷۷ B

تکته فاصله بین دو تراکم متوالی یا دو انبساط متوالی برابر طول موج (λ) است.

۱ با توجه به شکل فاصله بین تراکم و انبساط نشان داده شده در شکل $6cm$

$$\lambda + \frac{\lambda}{2} = 6 \Rightarrow \frac{3}{2}\lambda = 6 \Rightarrow \lambda = 4cm$$

است. از این رو:

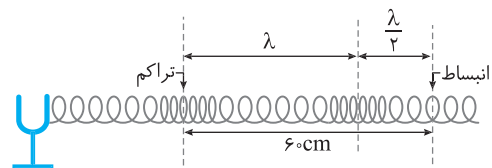
۲ تندی انتشار موج را بر حسب یکای m/s می نویسیم.

$$v = 54 \frac{km}{h} \times \frac{1000m}{1km} \times \frac{1h}{3600s} \Rightarrow v = 15m/s$$

۳ دوره را به دست می آوریم. $T = \frac{\lambda}{v} \Rightarrow T = \frac{0.4}{15} \Rightarrow T = \frac{4}{150} s \Rightarrow T = \frac{2}{75} s$

۴ تعداد نوسان های هر حلقه (ذره) را حساب می کنیم.

$$T = \frac{t}{N} \Rightarrow \frac{2}{75} = \frac{6}{N} \Rightarrow N = 30 \times 75 \Rightarrow N = 2250 \text{ نوسان دقیقه}$$



۱ ۱۶۷۸ B

یادآوری در امواج طولی، طول موج برابر فاصله بین دو تراکم (برای جمع شدگی) و یا دو انبساط (برای فنر، بازشدگی) متوالی است.

۱ طول موج با توجه به فرض مسئله برابر است با: $\lambda = 10m$

۲ دوره را حساب می کنیم. $T = \frac{1}{f} \xrightarrow{f=10Hz} T = \frac{1}{10} \Rightarrow T = 0.1s$

۳ تندی انتشار موج در محیط خواهد شد:

$$v = f\lambda \Rightarrow v = 10 \times 10 \Rightarrow v = 100m/s$$

۴ مسافتی که موج در مدت $0.5s$ طی می کند را به دست می آوریم.

$$\Delta x = v\Delta t \Rightarrow \Delta x = 50 \times 0.5 \Rightarrow \Delta x = 25m$$

۵ مشخص می کنیم $\Delta t = 0.5s$ چه کسری از دوره $T = 0.1s$ است.

$$\frac{\Delta t}{T} = \frac{0.5}{0.1} \Rightarrow \Delta t = \frac{T}{2}$$

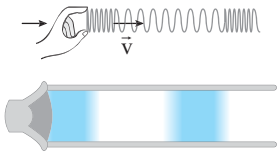
تکته مسافتی که یک ذره دارای حرکت هماهنگ ساده در مدت $\frac{T}{2}$

می کند دو برابر دامنه است.

و تندی آن‌ها برابر تندی انتشار نور است و از تندی صوت بسیار بزرگ‌تر است و گزینه (۲) درست است. البته هر دو موج بوده و انرژی را منتقل می‌کنند.

۱ ۱۶۸۷ A

در مدل‌سازی صوت درون لوله، جمع‌شدگی فنر معادل تراکم و بازشدگی فنر معادل انبساط در نظر گرفته می‌شود. در شکل در محل دست فنر جمع شده بنابراین باید در لوله کنار دیافراگم تراکم داشته باشیم. بنابراین گزینه (۱) یا گزینه (۳) درست است. برای ایجاد تراکم باید دیافراگم به سمت راست شکم پیدا کرده و هوا را فشرده کند. بنابراین گزینه (۱) درست است.



۴ ۱۶۸۸ A

دیافراگم دارای حرکت هماهنگ ساده است و مدت زمانی که طول می‌کشد تا از برآمدگی سمت راست ($+A$) به فرورفتگی سمت چپ ($-A$) برود، به اندازه $\frac{T}{2}$ طول می‌کشد.

بازه زمانی داده شده $\Delta t = 0.2s$ را با دوره $T = 0.4s$ مقایسه می‌کنیم.

$$\frac{\Delta t}{T} = \frac{0.2}{0.4} \Rightarrow \Delta t = \frac{T}{2}$$

در مدت $\frac{T}{2}$ باید تراکم به انبساط تبدیل شود. از طرفی در مدت $\frac{T}{2}$ موج به اندازه

$\frac{\lambda}{2}$ جلو می‌رود و تنها باید در شکل یک تراکم و یک انبساط را شاهد باشیم. از این رو

گزینه (۴) درست است.

۳ ۱۶۸۹ A

امواج صوتی از نوع امواج طولی هستند و سرعت انتشار صوت معمولاً در جامدها از مایع‌ها بیشتر است.

۱ ۱۶۹۰ B

بسامد یک موج از ویژگی‌های چشمه موج است و در هنگام انتشار موج تغییر نمی‌کند.

سرعت صوت در آهن از سرعت صوت در آب بیشتر و سرعت صوت در آب از سرعت صوت در اکسیژن بیشتر است. با توجه به نکات ارائه شده می‌توان نوشت:

$$\lambda = \frac{v}{f_0} \Rightarrow \begin{cases} \text{آهن: } \lambda_1 = \frac{v_1}{f} \\ \text{اکسیژن: } \lambda_2 = \frac{v_2}{f} \\ \text{آب: } \lambda_3 = \frac{v_3}{f} \end{cases} \xrightarrow{v_1 > v_2 > v_3} \lambda_1 > \lambda_2 > \lambda_3$$

۴ ۱۶۹۱ A

بسامد موج توسط چشمه موج تعیین می‌شود و هنگام پیشروی موج، بسامد موج ثابت می‌ماند، بنابراین گزینه‌های (۱) و (۲) نادرست‌اند. برای بررسی چگونگی تغییر طول موج باید چگونگی تغییر تندی انتشار موج را بررسی کنیم.

تندی انتشار صوت در یخ از تندی انتشار صوت در آب و تندی انتشار صوت در آب از تندی انتشار صوت در هوا بیشتر است.

$$v_{\text{یخ}} > v_{\text{آب}} > v_{\text{هوا}} \xrightarrow{\lambda = \frac{v}{f}} \lambda_{\text{یخ}} > \lambda_{\text{آب}} > \lambda_{\text{هوا}}$$

بنابراین وقتی صوت از هوا وارد یخ می‌شود طول موج ابتدا افزایش می‌یابد ($\lambda_{\text{یخ}} > \lambda_{\text{هوا}}$) و سپس وقتی از یخ وارد آب می‌شود، طول موج کاهش می‌یابد ($\lambda_{\text{آب}} < \lambda_{\text{یخ}}$).

۴ ۱۶۸۲ B

خط فکری

یکسان است. از این رو نمودار نقش موج طول موج P و S را پیدا کرده، تندی انتشار موج P را به دست بیاورید. با اختلاف زمانی رسیدن موج‌های P و S به مقصد فاصله محل مورد نظر تا مرکز زمین لرزه را حساب کنید.

ابتدا طول موج هر موج را به دست می‌آوریم.

$$\text{شکل (۱): } \frac{\lambda}{4} = 15 \Rightarrow \lambda = 60 \text{ m}, \quad \text{شکل (۲): } \frac{\lambda}{4} = 30 \Rightarrow \lambda = 120 \text{ m}$$

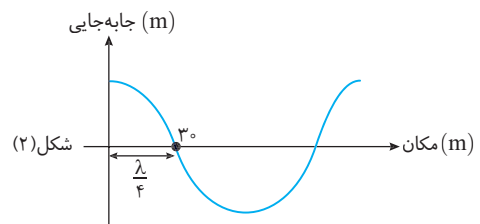
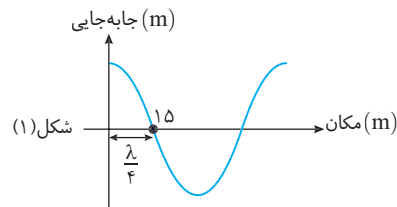
تندی انتشار هر موج را حساب می‌کنیم.

$$v = f\lambda \Rightarrow v = 100 \times 60 = 6 \text{ km/s}, \quad v = f\lambda \Rightarrow v = 100 \times 120 = 12 \text{ km/s}$$

موج شکل (۱) دارای تندی کمتری است بنابراین نمودار شکل (۱) مربوط به موج عرضی S است و نمودار شکل (۲) مربوط به موج طولی P است.

اختلاف زمانی دو موج ۱۲۰s است. بنابراین می‌توانیم بنویسیم:

$$t_S - t_P = 120 \text{ s} \xrightarrow{t = \frac{\Delta x}{v}} \frac{\Delta x}{v_S} - \frac{\Delta x}{v_P} = 120 \Rightarrow \frac{\Delta x}{6} - \frac{\Delta x}{12} = 120 \Rightarrow \frac{\Delta x}{12} = 120 \Rightarrow \Delta x = 1440 \text{ km}$$



۳ ۱۶۸۳ A

موج صوتی یک موج مکانیکی و طولی است که به صورت لایه‌های تراکمی و انبساطی منتشر می‌شود. بنابراین گزینه‌های (۱)، (۲) و (۴) درست است، اما در مورد گزینه (۳) عموماً در محیط‌های غلیظ‌تر سرعت انتشار صوت بیشتر است و در این مورد استثناهایی وجود دارد.

به‌طور مثال سرعت صوت در هیدروژن (گاز) از سرعت صوت در متیل الکل (مایع) (25°C) بیشتر است. به جدول صفحه ۷۹ کتاب درسی رجوع کنید.

۴ ۱۶۸۴ A

صوت موج است و در انتشار موج، ذره‌های محیط منتشر نمی‌شود و گزینه (۱) نادرست است، بلکه ذرات محیط در مسیر حرکت موج، در جای خود مرتعش می‌شوند و گزینه (۲) درست است. از طرفی صوت، موج طولی است و به‌صورت لایه‌های تراکمی و انبساطی در هوا منتشر می‌شود، بنابراین گزینه‌های (۲) و (۳) درست‌اند و جواب گزینه (۴) می‌باشد.

۲ ۱۶۸۵ A

امواج الکترومغناطیسی که تلفن همراه با آن کار می‌کند از شیشه و خلأ درون جعبه می‌گذرند، بنابراین تماس برقرار می‌شود، اما صدای زنگ تلفن همراه که موج مکانیکی است و از خلأ نمی‌گذرد و صدای زنگ تلفن شنیده نمی‌شود.

۲ ۱۶۸۶ A

امواج صوتی از نوع امواج مکانیکی و طولی هستند و در خلأ منتشر نمی‌شوند و گزینه‌های (۱)، (۳) و (۴) نادرست است و امواج فرابنفش از جنس امواج الکترومغناطیسی هستند

۲ طول موج را حساب می‌کنیم.

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow \lambda = \frac{1500}{6 \times 10^6} = 2/5 \times 10^{-4} \text{ m} = 2/5 \times 10^{-1} \text{ mm} = 0.25 \text{ mm}$$

۳ ۱۶۹۷ A

خط فکری علت شنیدن دو صدای مختلف، تفاوت تندی صوت در فلز و هوا

است، یک صوت توسط فلز و با تندی بیشتر و صوت دیگر توسط هوا و با تندی کمتر منتقل می‌شود. بنابراین در حل این تست ابتدا باید زمان سیر صوت در هوا را به دست بیاورید. سپس با توجه به اختلاف زمانی رسیدن دو موج زمان پیشروی صوت در فلز را بیابید و سرانجام تندی انتشار موج در فلز را به دست بیاورید.

۱ زمان پیشروی صوت در هوا تا رسیدن به شخص را حساب می‌کنیم.

$$\Delta x = v_1 t_1 \Rightarrow 140 = 350 t_{\text{هوا}} \Rightarrow t_{\text{هوا}} = 0.4 \text{ s}$$

۲ تندی صوت در فلز بیشتر و زمان حرکت صوت در فلز کوتاه‌تر است، بنابراین:

$$t_{\text{فلز}} = t_{\text{هوا}} - 0.36 = 0.4 - 0.36 = 0.04 \text{ s}$$

۳ تندی انتشار صوت در فلز خواهد شد:

$$\Delta x = v_{\text{فلز}} t_{\text{فلز}} \Rightarrow 140 = v_{\text{فلز}} \times 0.04 \Rightarrow v_{\text{فلز}} = 3500 \text{ m/s}$$

۴ ۱۶۹۸ A

خط فکری ابتدا سر شخص درون آب است. صدای انفجار به گوشش می‌رسد.

این صدا از طریق آب منتقل شده است، شخص هیچان زده سر خود را از آب بیرون می‌آورد، اما مجدداً صدای انفجار می‌شنود و دوباره وحشت زده می‌شود، اما انفجار دومی در کار نیست، بلکه صدای همان انفجار اول است که با تندی کمتری و در زمان طولانی‌تری به گوش شخص رسیده است. محل انفجار تا شخص در هر دو حالت یکی است. اگر شما زمان حرکت صوت در آب را t_1 فرض کنید، زمان حرکت صوت در هوا بنا به داده‌های مسئله برابر $t_2 = t_1 + 1/7$ ثانیه می‌شود. اکنون کافی است جابه‌جایی‌ها را برابر قرار داده و از حرکت‌شناسی مسئله را حل کنید.

جابه‌جایی‌ها را برابر قرار می‌دهیم.

$$\Delta x_1 = \Delta x_2 \Rightarrow v_1 t_1 = v_2 t_2 \Rightarrow 1540 t_1 = 350 (t_1 + 1/7)$$

$$\Rightarrow 4/7 t_1 = t_1 + 1/7 \Rightarrow t_1 = 0.5 \text{ s}$$

فاصله محل انفجار از شخص خواهد شد:

$$\Delta x = vt \Rightarrow \Delta x = 1540 \times 0.5 \Rightarrow \Delta x = 770 \text{ m}$$

۲ ۱۶۹۹ B

سرعت نور در هوا حدود $3 \times 10^8 \text{ m/s}$ است و سرعت انتشار صوت در هوا بسیار کمتر از آن و حدود 340 m/s است. بنابراین می‌توان گفت که نور حاصل از آذرخش بلافاصله به چشم می‌رسد، یعنی همین که شما نور را مشاهده کردید، می‌توانید با یک کرومتر زمان شنیدن صدای رعد (تندر) را حساب کرده و فاصله تقریبی ابر تا سطح زمین را به دست بیاورید.

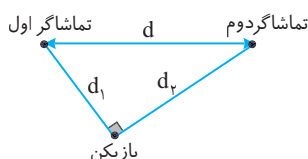
۱ ۱۷۰۰ A

خط فکری با توجه به زمانی که طول می‌کشد تا تماشاگرها صدای ضربه را

بشنوند، به کمک تندی انتشار صوت، فاصله هر شخص از بازیکن را حساب کنید. سپس به کمک رابطه فیثاغورس فاصله دو تماشاگر را به دست بیاورید.

۱ فاصله هر تماشاگر از بازیکن را حساب می‌کنیم.

$$d_1 = vt_1 = 360 \times 0.75 = 270 \text{ m}, \quad d_2 = vt_2 = 360 \times 1 = 360 \text{ m}$$



۲ فاصله دو تماشاگر از هم را به دست می‌آوریم.

$$d^2 = d_1^2 + d_2^2 \Rightarrow d^2 = 270^2 + 360^2 \Rightarrow d^2 = 90^2 (3^2 + 4^2) \Rightarrow d_2 = 90^2 (25)$$

$$\Rightarrow d_2 = 90 \times 5 = 450 \text{ m}$$

بازی با سؤال هرگاه موج‌های صوتی از هوا وارد آب شوند

۱ طول موج و سرعت آن‌ها کاهش می‌یابد.

۲ طول موج کاهش و بسامد آن‌ها افزایش می‌یابد.

۳ طول موج و سرعت آن‌ها افزایش می‌یابد.

۴ طول موج کاهش و بسامد آن‌ها ثابت می‌ماند.

پایان سرعت انتشار صوت در آب از سرعت انتشار صوت در هوا بیشتر

است و هنگام گذر صوت از هوا به آب، بسامد ثابت می‌ماند، اما با زیاد شدن سرعت انتشار صوت، طول موج نیز افزایش می‌یابد.

۴ ۱۶۹۲ A

تندی انتشار موج توسط چشمه موج تعیین می‌شود و بسامد چشمه موج نیز به دامنه موج بستگی ندارد، از این رو تندی انتشار موج حاصل از دو چشمه با هم برابر است.

$$(v' = v)$$

بسامد دو موج یکسان نیست، بنابراین طول موج آن‌ها نیز یکسان نخواهد بود.

$$\left\{ \begin{aligned} \lambda &= \frac{v}{f} \xrightarrow{v'=v} \frac{\lambda'}{\lambda} = \frac{f}{f'} \xrightarrow{f'=2f} \frac{\lambda'}{\lambda} = \frac{f}{2f} \Rightarrow \lambda' = \frac{\lambda}{2} \\ \lambda' &= \frac{v'}{f'} \end{aligned} \right.$$

بازی با سؤال دو صوت با بسامدهای متفاوت در یک نقطه تولید و در

هوا منتشر می‌شوند. طول موج آن‌ها در هوا

۱ با هم برابر است.

۲ متناسب با جذر بسامد آن‌ها است.

۳ متناسب با بسامد آن‌ها است.

۴ متناسب با عکس بسامد آن‌ها است.

پایان سرعت انتشار صوت در یک محیط به ویژگی‌های فیزیکی محیط

بستگی دارد و به ویژگی‌های چشمه صوت بستگی ندارد، بنابراین سرعت انتشار این دو صوت در محیط برابر است.

۴ گزینه ۴

$$\left\{ \begin{aligned} \lambda_1 &= \frac{v}{f_1} \Rightarrow \lambda_1 = \frac{f_2}{f_1} \\ \lambda_2 &= \frac{v}{f_2} \end{aligned} \right.$$

۱ ۱۶۹۳ A

چشمه تولید موج یکسان است، بنابراین بسامد صوت در آب و هوا با هم یکسان بوده و خواهیم داشت:

$$v = \lambda f \Rightarrow \left\{ \begin{aligned} v_{\text{آب}} = f \lambda_{\text{آب}} \Rightarrow \frac{v_{\text{آب}}}{v_{\text{هوا}}} = \frac{\lambda_{\text{آب}}}{\lambda_{\text{هوا}}} = 5 \Rightarrow v_{\text{آب}} = 5 v_{\text{هوا}} \\ v_{\text{هوا}} = f \lambda_{\text{هوا}} \end{aligned} \right.$$

۴ ۱۶۹۴ B

سرعت انتشار موج در یک محیط به ویژگی‌های فیزیکی محیط بستگی دارد و به ویژگی‌های چشمه موج مانند بسامد، دوره، انرژی موج و ... بستگی ندارد، از این رو سرعت انتشار موج‌های صوتی A و B در یک محیط با هم برابرند. نسبت طول موج‌ها خواهد شد:

$$\left\{ \begin{aligned} \lambda_A &= \frac{v}{f_A} \\ \lambda_B &= \frac{v}{f_B} \end{aligned} \Rightarrow \frac{\lambda_A}{\lambda_B} = \frac{f_B}{f_A} \Rightarrow \frac{\lambda_A}{\lambda_B} = \frac{100}{600} = \frac{1}{6}$$

۴ ۱۶۹۵ A

با توجه به تعریف طول موج:

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow \frac{\lambda = 2/3 \times 10^{-2} \text{ m}}{v = 330 \text{ m/s}} \Rightarrow f = \frac{v}{\lambda} = \frac{330}{2/3 \times 10^{-2}} = 10000 \text{ Hz}$$

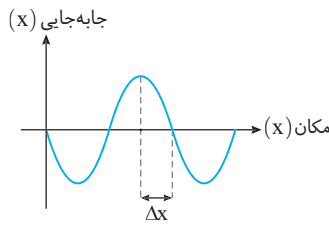
۲ ۱۶۹۶ A

خط فکری کافی است از روی معادله نوسان $x = A \cos 1/2 \times 10^7 \pi t$ دوره را

حساب کرده، سپس طول موج را به دست آورید.

۱ بسامد زاویه‌ای موج $\omega = 1/2 \times 10^7 \pi \text{ rad/s}$ است. از این رو بسامد خواهد شد:

$$\omega = 2\pi f \Rightarrow 1/2 \times 10^7 \pi = 2\pi f \Rightarrow f = 6 \times 10^6 \text{ Hz}$$



۱ ۱۷۰۵ A

بنا به تعریف مقدار انرژی صوتی را که در واحد زمان از واحد سطح عمود بر راستای پیشروی صوت می‌گذرد شدت صوت می‌نامند.

۳ ۱۷۰۶ A

به مقدار انرژی صوتی گذرنده از یکای سطح عمود بر راستای پیشروی صوت در واحد زمان شدت صوت گویند، بنابراین رابطه شدت صوت خواهد شد:

$$I = \frac{E}{A \cdot t} \rightarrow \frac{P}{A} = \frac{E}{t \cdot A}$$

یکای توان، وات و یکای مساحت متر مربع است، بنابراین یکای شدت صوت برابر W/m^2 است

۴ ۱۷۰۷ A

یادآوری شدت صوت برابر مقدار انرژی‌ای است که در یکای زمان از یک سطح عمود بر راستای پیشروی موج می‌گذرد.

۲ شدت صوت با مجذور فاصله از چشمه نسبت وارون دارد. $(I \propto \frac{1}{r^2})$

۳ شدت صوت با مجذور بسامد چشمه نسبت مستقیم دارد. $(I \propto f^2)$

۴ شدت صوت با مجذور دامنه نسبت مستقیم دارد. $(I \propto A^2)$

۵ شدت صوت به محیط انتشار صوت بستگی دارد.

شدت صوت با مجذور فاصله از چشمه نسبت وارون دارد $(I \propto \frac{1}{r^2})$ ، بنابراین

گزینه‌های (۱) و (۲) نادرست هستند. شدت صوت برابر $I = \frac{E}{At}$ است و به انرژی

امواج صوتی بستگی دارد، بنابراین گزینه (۳) نادرست است.

شدت صوت به محیط انتشار صوت بستگی دارد. به عنوان نمونه لوله آگروز اتومبیل شدت صوت صدای موتور را با جذب انرژی صوتی کاهش می‌دهد. همچنین هنگام انتشار صوت در هوا صداهایی که دارای بسامد بالا هستند، بیشتر جذب می‌شوند، پس شدت صوت به محیط بستگی دارد.

باز با سوال اگر شدت صوت در فاصله r_1 از چشمه صوتی I_1 و در

فاصله r_2 از چشمه صوتی I_2 باشد، در این صورت $\frac{I_2}{I_1}$ برابر است با

کنکور دهه‌های گذشته

$$\frac{r_2}{r_1} \quad (۴) \quad \frac{r_1^2}{r_2^2} \quad (۳) \quad \frac{r_1}{r_2} \quad (۲) \quad \frac{r_1}{r_2} \quad (۱)$$

پاسخ شدت صوت برابر مقدار انرژی‌ای است که در یکای زمان از یکای

سطح عمود بر راستای پیشروی صوت می‌گذرد. $I = \frac{E}{At} = \frac{P}{A} (W/m^2)$

در رابطه بالا A سطحی است که صوت در آن منتشر می‌شود. صوت به صورت امواج کروی در محیط منتشر می‌شود و سطح جبهه‌های کروی صوت با مجذور فاصله نسبت مستقیم دارد $(A = 4\pi r^2)$ ، بنابراین شدت صوت با مجذور فاصله

$$\frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$$

گزینه ۲

۳ ۱۷۰۱ A

بسامد موج توسط چشمه موج تعیین می‌شود. بسامد صوت حاصل از ارتعاش سیم همان بسامد نوسانات سیم است، یعنی وجه مشترک این دو موج منتشر شده در سیم و هوا، بسامد است. اما تندی انتشار موج به محیط بستگی دارد و تندی انتشار آن‌ها یکی نیست. بنابراین طول موج آن‌ها هم یکی نیست.

۱ ۱۷۰۲ B

خط فکری نسبت طول موج در هوا به طول موج در تار از شما خواسته شده است. بسامد موج در هوا و تار یکسان است. بنابراین با توجه به رابطه $v = f\lambda$ شما برای مقایسه طول موج‌ها باید سرعت انتشار موج در دو محیط را با هم مقایسه کنید. بنابراین تندی موج در تار را حساب کرده و مسئله را حل کنید.

۱ چگالی خطی جرم تار را حساب می‌کنیم.

$$\mu = \frac{m}{\ell} \quad m = \rho \cdot \ell = \rho \cdot \lambda m \rightarrow \mu = \frac{\rho \cdot \lambda m}{\lambda} \rightarrow \mu = \frac{\rho \cdot \lambda}{\lambda} \rightarrow \mu = \frac{\rho}{\lambda} \rightarrow \mu = \frac{2 \times 10^{-3}}{4} = 0.5 \times 10^{-3} \text{ kg/m}$$

۲ تندی انتشار موج در تار را به دست می‌آوریم.

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{100}{0.5 \times 10^{-3}}} = \sqrt{4 \times 10^4} \Rightarrow v = 200 \text{ m/s}$$

۳ بسامد موج عرضی ایجاد شده در تار و بسامد صوت حاصل از نوسان تار در هوا یکسان است، از این رو:

$$\begin{cases} f_{\text{صوت}} = f_{\text{تار}} = f \\ \lambda = \frac{v}{f} \end{cases} \Rightarrow \frac{\lambda_{\text{صوت}}}{\lambda_{\text{تار}}} = \frac{v_{\text{صوت}}}{v_{\text{تار}}} = \frac{340}{200} = \frac{\lambda}{5} = 1/6$$

۲ ۱۷۰۳ B

نمودار داده شده نمودار جابه‌جایی - مکان است که محور افقی آن نشان‌دهنده طول موج و محور قائم آن دامنه را نشان می‌دهد. بنابراین:

$$\lambda_B = 2\lambda_A, A_A = 2A_B$$

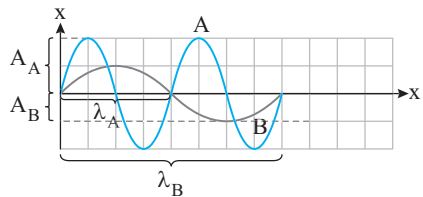
بنابراین گزاره (الف) $(A_A = 2A_B)$ و گزاره (ت) $(\lambda_B = 2\lambda_A)$ درست است.

دو موج در یک محیط منتشر شده‌اند، در این صورت تندی انتشار آن‌ها برابر است $(v_A = v_B)$ و گزاره (پ) نادرست است.

نسبت بسامد دو موج خواهد شد:

$$\lambda = \frac{v}{f} \quad v_A = v_B \rightarrow \frac{\lambda_A}{\lambda_B} = \frac{f_B}{f_A} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{f_B}{f_A} \Rightarrow f_A = 2f_B$$

بنابراین گزاره (ب) نادرست هستند.



۲ ۱۷۰۴ A

۱ با توجه به معادله ارتعاشی چشمه $x = A \cos 1700\pi t$ بسامد زاویه‌ای موج

$\omega = 1700\pi \text{ rad/s}$ است. از این رو بسامد موج خواهد شد:

$$\omega = 2\pi f \Rightarrow 1700\pi = 2\pi f \Rightarrow f = 850 \text{ Hz}$$

۲ طول موج صوت را به دست می‌آوریم:

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{340}{850} = \frac{2}{5} = 0.4 \text{ m} = 40 \text{ cm}$$

۳ با توجه به نمودار جابه‌جایی مکان، فاصله Δx نشان داده شده روی نمودار برابر

$\frac{\lambda}{4}$ است. در نتیجه:

$$\Delta x = \frac{\lambda}{4} = 10 \text{ cm}$$

۱ ۱۷۰۸ A

بنا بر تعریف شدت صوت:

$$I = \frac{E}{At} = \frac{A=3 \times 10^{-4} \text{ m}^2}{E=1/5 \times 10^{-11} \text{ J}, t=5\text{s}} \rightarrow I = \frac{1/5 \times 10^{-11}}{3 \times 10^{-4} \times 5}$$

$$\Rightarrow I = 10^{-8} \text{ W/m}^2 = 0.1 \mu\text{W/m}^2$$

۱ ۱۷۰۹ A

خط فکری

چشمه صوت به طور یکنواخت صوت را در همه جهت‌ها منتشر می‌کند و جبهه‌های موج به صورت سطوح کروی شکل هستند که انرژی چشمه روی این سطوح پخش می‌شود. بنابراین در فاصله r از چشمه مساحت سطح جبهه برابر $A = 4\pi r^2$ خواهد بود و این مقدار در رابطه شدت صوت باید به جای A قرار گیرد.

با توجه به تعریف شدت صوت:

$$I = \frac{P}{A} \Rightarrow I = \frac{P}{4\pi r^2} \Rightarrow I = \frac{6}{4 \times 3 \times 10^6} = 5 \times 10^{-6} \text{ W/m}^2 = 5 \mu\text{W/m}^2$$

۲ ۱۷۱۰ A

شدت صوت برابر مقدار انرژی است که در یکای زمان از یکای سطح عمود بر راستای

انتشار موج می‌گذرد.

$$I = \frac{E}{At} = \frac{P}{A}$$

از طرفی، جبهه‌های موج صوتی، کروی هستند و مساحت این جبهه‌های صوت $A = 4\pi r^2$ است که r برابر فاصله از چشمه صوت است.

$$I = \frac{P}{4\pi r^2} \Rightarrow 10^{-3} = \frac{4\pi \times 10^{-3}}{4\pi r^2} \Rightarrow r = 1 \text{ m}$$

۳ ۱۷۱۱ A

شدت صوت با مجذور فاصله نسبت وارون دارد. $I \propto \frac{1}{r^2}$

شدت صوت در فاصله 160 متری خواهد شد:

$$\frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 = \frac{r_1=640 \text{ m}, r_2=160 \text{ m}}{I_1=0.1 \text{ W/m}^2} \rightarrow \frac{I_2}{0.1} = \left(\frac{640}{160}\right)^2 \Rightarrow I_2 = 0.1 \times (4)^2$$

$$\Rightarrow I_2 = 1.6 \text{ W/m}^2$$

۲ ۱۷۱۲ A

شدت صوت با مجذور دامنه، نسبت مستقیم و با مجذور فاصله، نسبت وارون دارد.

کافی است در رابطه زیر اطلاعات مسئله را قرار دهیم.

$$\frac{I'}{I} = \left(\frac{A'}{A}\right)^2 \times \left(\frac{r}{r'}\right)^2 = \frac{A'=25, r'=1}{A=1, r=4} \rightarrow \frac{I'}{I} = (25 \times 4)^2 = 10^4$$

۳ ۱۷۱۳ A

شدت صوت با مجذور فاصله از چشمه نسبت وارون دارد.

با توجه به اطلاعات مسئله خواهیم داشت:

$$\frac{I'}{I} = \left(\frac{r}{r'}\right)^2 \xrightarrow{I'=9I, d'=d+r} \frac{9}{1} = \frac{d^2}{(d+r)^2} \Rightarrow \frac{3}{1} = \frac{d}{d+r} \Rightarrow 3d+6=3d$$

$$\Rightarrow d=6 \text{ m}$$

۴ ۱۷۱۴ B

شدت صوت با مجذور فاصله از چشمه نسبت وارون دارد بنابراین:

$$\frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{30}{10}\right)^2 \Rightarrow I_2 = 9I_1 \quad (I)$$

$$I_2 - I_1 = 1/6 \text{ W/m}^2 \quad (II)$$

با توجه به فرض مسئله:

از رابطه (I) و (II) خواهیم داشت:

$$9I_1 - I_1 = 1/6 \Rightarrow I_1 = 0.2 \text{ W/m}^2 \Rightarrow I_2 = 9 \times 0.2 = 1.8 \text{ W/m}^2$$

شدت صوت در فاصله 30 cm چشمه برابر 0.2 W/m^2 شده است. بنابراین شدت صوت در فاصله 1 m منبع خواهد شد:

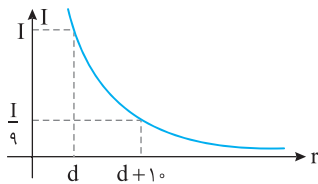
$$\frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 \Rightarrow \frac{I_2}{0.2} = \left(\frac{0.3}{1}\right)^2 \Rightarrow I_2 = 0.2 \times 0.09 = 0.018 \text{ W/m}^2$$

۴ ۱۷۱۵ B

شدت صوت با مربع فاصله از منبع صوت نسبت وارون دارد بنابراین با توجه به نمودار خواهیم داشت:

$$\frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 \Rightarrow \frac{9}{1} = \left(\frac{d}{d+10}\right)^2 \Rightarrow \frac{3}{1} = \left(\frac{d}{d+10}\right) \Rightarrow \frac{d}{1} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow 3d = d+10 \Rightarrow d = 5 \text{ m}$$



اگر در فاصله d' از چشمه صوت شدت صوت $I' = \frac{I}{25}$ شود داریم:

$$\frac{I'}{I} = \left(\frac{d}{d'}\right)^2 \Rightarrow \frac{1/25}{1} = \left(\frac{d}{d'}\right)^2 \Rightarrow \frac{1}{5} = \left(\frac{d}{d'}\right) \Rightarrow \frac{d}{5} = \frac{1}{5} \Rightarrow d' = 5d$$

$$\Rightarrow d' = 5 \times 5 = 25 \text{ m}$$

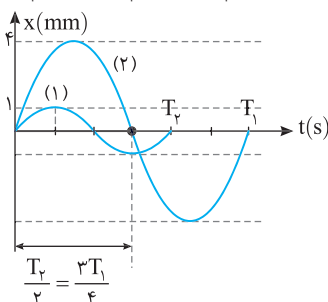
۴ ۱۷۱۶ B

شدت صوت چشمه (۱)، $\frac{9}{4}$ برابر شدت صوت چشمه (۲) است. از

طرفی شدت صوت با مجذور بسامد و مجذور دامنه نسبت مستقیم و با مجذور فاصله نسبت وارون دارد. از روی نمودار رابطه دوره T_1 و T_2 و همچنین دامنه‌های $A_1 = 1 \text{ mm}$ و $A_2 = 4 \text{ mm}$ را مشخص کنید سپس نسبت شدت صوت‌ها را به دست آورید.

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{3}{4} \Rightarrow T_2 = \frac{3}{4} T_1 \Rightarrow f_2 = \frac{4}{3} f_1 \Rightarrow f_1 = \frac{3}{4} f_2$$

با توجه به نمودار



شدت صوت با مجذور دامنه و مجذور بسامد نسبت مستقیم و با مجذور فاصله نسبت وارون دارد. از این رو:

$$\frac{I_1}{I_2} = \left(\frac{f_1}{f_2}\right)^2 \times \left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2 \times \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{9}{4} = \left(\frac{3}{4}\right)^2 \times \left(\frac{1}{4}\right)^2 \times \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{d_2}{d_1} = 4$$

۱ ۱۷۱۷ A

بادآوری تراز شدت صوت به صورت $\beta = 10 \log \frac{I}{I_0}$ تعریف می‌شود که در آن I_0

شدت صوت مینا است.

کافی است در رابطه تراز شدت صوت داده‌های مسئله را قرار دهیم.

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \xrightarrow{\beta = 13 \text{ dB}, I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2} 13 = 10 \log \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow \log \frac{I}{10^{-12}} = 1.3$$

$$\log_{10} a = b \Rightarrow a = 10^b$$

بادآوری ریاضی

$$\frac{I}{10^{-12}} = 10^{1.3} \Rightarrow I = 10 \text{ W/m}^2$$

بنابراین خواهیم داشت:

۲ ۱۷۲۳ B

با توجه به اینکه در صورت مسئله $\log 3 = 0.5$ داده شده است، به سراغ حل مسئله بروید. بنا به تعریف تراز شدت صوت بنویسیم:

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \quad \beta = 25 \text{ dB}, I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2 \rightarrow 25 = 10 \log \frac{I}{10^{-12}}$$

$$\Rightarrow 2.5 = \log \frac{I}{10^{-12}} \xrightarrow{2.5 = 2.5 + 0.5} 2 + 0.5 = \log \frac{I}{10^{-12}}$$

به جای ۲، $\log 10^2$ و به جای ۰.۵، $\log 3$ را قرار می‌دهیم.

$$\log 10^2 + \log 3 = \log \frac{I}{10^{-12}} \xrightarrow{\log a + \log b = \log ab}$$

$$\log 3 \times 10^2 = \log \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow \frac{I}{10^{-12}} = 3 \times 10^2 \Rightarrow I = 3 \times 10^{-10} \text{ W/m}^2$$

۱ ۱۷۲۴ B

رابطه تراز شدت صوت را می‌نویسیم:

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow 66 = 10 \log \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow 6.6 = \log \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow 6 + 0.6 = \log \frac{I}{10^{-12}}$$

به جای ۰.۶، $\log 2$ و به جای ۶، $2 \log 2$ قرار می‌دهیم.

$$\log 10^6 + 2 \log 2 = \log \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow 4 \times 10^6 = \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow I = 4 \times 10^{-6} \text{ W/m}^2$$

دقت کنید در حل این تست نباید به جای عدد ۶/۶ مقدار 22×10^2 یا $22 \times \log 2$ را

$$22 \log 2 = \log \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow I = 2^{22} \times 10^{-12}$$

قرار داد زیرا خواهیم داشت:

که در گزینه‌ها نیست و نیز در روش اول ما دو بار از تقریب $\log 2 = 0.3$ استفاده کرده‌ایم در حالی که در روش دوم ۲۲ بار این تقریب به کار برده شده پس جواب در حالت اول به مقدار واقعی نزدیک‌تر است.

باز با سوال ۱۱ تراز شدت صوتی ۲۶ دسی‌بل است. شدت این صوت،

چند وات بر مترمربع است؟ $(\log 2 = 0.3, I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2)$ ریاضی - ۹۰

- (۱) 4×10^{-10} (۲) 2×10^{-4} (۳) 4×10^{-4} (۴) 2×10^{-10}

پاسخ: تراز شدت صوت بر حسب دسی‌بل، بنا به تعریف برابر است با:

$$\beta = \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow 26 = \log \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow 2.6 = \log \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow 2 + 0.6 = \log \frac{I}{10^{-12}}$$

به جای عدد ۲، $\log 10^2$ و به جای عدد ۰.۶، $2 \log 2$ را جای گذاری می‌کنیم:

$$\log 10^2 + 2 \log 2 = \log \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow \log(2^2 \times 10^2) = \log \frac{I}{10^{-12}}$$

$$\Rightarrow 2^2 \times 10^2 = \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow I = 4 \times 10^{-10} \text{ W/m}^2$$

گزینه ۱

۳ ۱۷۲۵ B

خط فکری در حل این تست باید از $\log 5 = 0.7$ استفاده کنید یعنی هر جا که ۰.۷ دیده شد، $\log 5$ را به جای آن قرار دهید.

تراز شدت صوت بر حسب دسی‌بل بنا بر تعریف برابر است با:

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \quad \beta = 37 \text{ dB}, I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2 \rightarrow 37 = 10 \log \frac{I}{10^{-12}}$$

$$\Rightarrow 3.7 = \log \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow 3 + 0.7 = \log \frac{I}{10^{-12}}$$

به جای عدد ۰.۷، $\log 5$ و به جای عدد ۳، $\log 10^3$ را قرار می‌دهیم.

$$\log 10^3 + \log 5 = \log \frac{I}{10^{-12}} \xrightarrow{\log a + \log b = \log ab}$$

$$\log(5 \times 10^3) = \log \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow I = 5 \times 10^{-9} \text{ W/m}^2$$

۲ ۱۷۱۸ B

یادآوری تراز شدت صوت از رابطه $\beta = 10 \log \frac{I}{I_0}$ و شدت صوت از رابطه

$I = P/A$ محاسبه می‌شود و نباید این دو مفهوم را با یکدیگر اشتباه گرفت.

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \quad \text{تراز شدت صوت برابر است با:}$$

$$80 = 10 \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow 8 = \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow 10^8 = \frac{I}{I_0} \Rightarrow I = 10^8 I_0 = 10^{-4} \frac{W}{m^2}$$

۲ شدت صوت از رابطه $I = \frac{P}{A}$ به دست می‌آید که چون جبهه‌های موج صوتی

کروی هستند، $A = 4\pi r^2$ است:

$$10^{-4} = \frac{4\pi \lambda}{A} \Rightarrow A = 4\pi \lambda \times 10^4 \Rightarrow 4\pi r^2 = 4\pi \lambda \times 10^4 \xrightarrow{\pi = \pi} r = 10^2 \text{ m}$$

$$12r^2 = 4\pi \lambda \times 10^4 \Rightarrow r^2 = 4 \times 10^4 \Rightarrow r = 2 \times 10^2 = 200 \text{ m}$$

۳ ۱۷۱۹ A

۱ شدت صوت را در محل پرده گوش شخص به دست می‌آوریم:

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \quad \beta = 5 \text{ dB}, I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2 \rightarrow 5 = 10 \log \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow I = 10^{-7} \text{ W/m}^2$$

۲ با توجه به تعریف شدت صوت، انرژی صوتی گذرنده از پرده گوش شنونده در مدت ۵۰S خواهد شد:

$$I = \frac{E}{At} \Rightarrow E = IAt \Rightarrow E = 10^{-7} \times 6 \times 10^{-6} \times 50 = 3 \times 10^{-10} \text{ J} = 3 \times 10^{-4} \mu\text{J}$$

۴ ۱۷۲۰ B

یادآوری ریاضی $\log a \times b = \log a + \log b$, $\log a^n = n \log a$

ابتدا شدت صوت در محل میکروفون را به دست می‌آوریم:

$$I = \frac{E}{At} \quad \frac{E = \lambda \times 10^{-12} \text{ J}}{A = 2 \times 10^{-2} \text{ m}^2, t = 2 \text{ s}} \rightarrow I = \frac{\lambda \times 10^{-12}}{2 \times 10^{-2} \times 2} = 2 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2$$

اکنون تراز شدت صوت را حساب می‌کنیم:

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow \beta = 10 \log \frac{2 \times 10^{-8}}{10^{-12}} \Rightarrow \beta = 10 \log(2 \times 10^4)$$

$$\Rightarrow \beta = 10 [\log 2 + \log 10^4] = 10 (0.3 + 4) = 43 \text{ dB}$$

۴ ۱۷۲۱ B

خط فکری در اطلاعات مسئله $\log 2 = 0.3$ داده شده است. بنابراین شما در

محاسبه تراز شدت صوت باید از این مطلب استفاده کنید. به حل دقت کنید.

بنا به تعریف شدت صوت خواهیم داشت:

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \quad I = 2 \times 10^2 \text{ W/m}^2 \rightarrow$$

$$\beta = 10 \log \frac{2 \times 10^2}{10^{-12}} = 10 \log 2 \times 10^{14} = 10 (\log 2 + \log 10^{14})$$

تکلیف $\log 10^8$ معلوم است مقدار آن ۸ است اما $\log 32$ را چکار باید کرد؟ 32 را به صورت 2^5 بنویسید.

$$\beta = 10 (\log 2^5 + \log 10^{14}) = 10 (5 \log 2 + 14) \Rightarrow \beta = 10 (5 \times 0.3 + 14) = 10 (9.5)$$

$$\Rightarrow \beta = 95 \text{ dB}$$

۳ ۱۷۲۲ A

بنا بر تعریف تراز شدت صوت داریم:

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow 15 = 10 \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow 1.5 = \log \frac{I}{I_0}$$

با توجه به اینکه $\log 2 = 0.3$ است، عدد $1/5$ را به صورت 5×10^{-3} می‌نویسیم و به جای $0.3/5$ ، $\log 2$ را قرار می‌دهیم.

$$5 \times 10^{-3} = \log \frac{I}{I_0} \xrightarrow{\log 2 = 0.3} 5 \log 2 = \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow \log 2^5 = \log \frac{I}{I_0}$$

$$\Rightarrow \frac{I}{I_0} = 2^5 \Rightarrow \frac{I}{I_0} = 32$$



یادآوری شدت صوت برابر مقدار انرژی است که در مدت ۱s از سطحی به مساحت

$$I = \frac{E}{A \cdot t} \quad \text{می‌گذرد.} \quad 1 \text{ m}^2$$

با توجه به تعریف شدت صوت، مقدار انرژی گذرنده از سطحی به مساحت 1 mm^2 خواهد شد:

$$E = IA \cdot t \xrightarrow{A=10^{-6} \text{ m}^2, t=6 \cdot 10^{-6} \text{ s}} E = 4 \times 10^{-3} \times 10^{-6} \times 6 \cdot 10^{-6} \\ \Rightarrow E = 0.24 \times 10^{-6} \Rightarrow E = 0.24 \mu\text{J}$$

B ۱۷۲۹

خط فکری تراز شدت صوت یک تابع لگاریتمی به صورت $\beta = 10 \log \frac{I}{I_0}$ است. اما

یادتان باشد که اگر در مسئله برای دو حالت مختلف، تراز شدت صوت به شما داده شود معمولاً شما باید برای هر دو حالت رابطه تراز شدت صوت را بنویسید، سپس آن‌ها را از هم کم کنید. دقت کنید که از تقسیم دو رابطه برهم شما به تقسیم دو لگاریتم می‌رسید که کاربردی در حل مسئله ندارد. البته شما در ریاضی یاد گرفته‌اید که $\log a - \log b = \log \frac{a}{b}$.

شدت صوت 1000 برابر شده است از این رو برای هر دو حالت رابطه تراز شدت صوت به صورت زیر است و خواهیم داشت:

$$\begin{cases} \beta_1 = 10 \log \frac{I_1}{I_0} \\ \beta_2 = 10 \log \frac{I_2}{I_0} \end{cases} \Rightarrow \beta_2 - \beta_1 = 10 (\log \frac{I_2}{I_0} - \log \frac{I_1}{I_0}) = 10 \log \frac{I_2}{I_1} \\ \Rightarrow \beta_2 - \beta_1 = 10 \log 10^3 \Rightarrow \Delta\beta = 30 \text{ dB}$$

بنابراین تراز شدت صوت 30 دسی‌بل افزایش می‌یابد.

B ۱۷۳۰

خط فکری تراز شدت صوت‌ها را در دو حالت می‌نویسیم و آن‌ها را از هم کم می‌کنیم و رابطه بین I_1 و I_2 را به دست می‌آوریم.

یادآوری ریاضی $\log a - \log b = \log \frac{a}{b}$

$$\begin{cases} \beta_1 = 10 \log \frac{I_1}{I_0} \\ \beta_2 = 10 \log \frac{I_2}{I_0} \end{cases} \Rightarrow \beta_2 - \beta_1 = 10 \log \frac{I_2}{I_0} - 10 \log \frac{I_1}{I_0} \Rightarrow \beta_2 - \beta_1 = 10 \log \frac{I_2}{I_1} \\ \Rightarrow \beta_2 - \beta_1 = 10 \log \frac{I_2}{I_1}$$

تراز شدت صوت‌ها را به ترتیب 27 dB و 47 dB را در رابطه قرار می‌دهیم و نسبت شدت صوت‌ها را حساب می‌کنیم.

$$47 - 27 = 10 \log \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow 20 = 10 \log \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow \log \frac{I_2}{I_1} = 2 \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = 100$$

A ۱۷۳۱

یادآوری ریاضی $\log a - \log b = \log \frac{a}{b}$

اختلاف تراز شدت صوت این دو صوت برابر است با:

$$\beta_2 - \beta_1 = 0/3 \xrightarrow{\beta = 10 \log \frac{I}{I_0}} \log \frac{I_2}{I_0} - \log \frac{I_1}{I_0} = 0/3 \Rightarrow \log \frac{I_2}{I_1} = \log 2 \\ \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = 2$$

یازاری با سؤال تراز شدت صوتی از 30 دسی‌بل به 36 دسی‌بل می‌رسد.

خارج ریاضی - ۹۷ شدت صوت چند برابر شده است؟ ($\log 2 = 0/3$)

$$\frac{36}{25} \quad (4) \quad \frac{6}{5} \quad (3) \quad 6 \quad (2) \quad 4 \quad (1)$$

یازاری با سؤال تراز شدت صوتی 37 دسی‌بل است. اگر شدت صوت مینا

10^{-12} W/m^2 باشد، شدت این صوت، چند وات بر متر مربع است؟ ($\log 2 = 0/3$)

$$1 \quad (1) \quad 7 \times 10^{-5} \quad (2) \quad 10^{-7} \quad (3) \quad 5 \times 10^{-9} \quad (4) \quad 1/5 \times 10^{-9}$$

دقت کنید در فرض مسئله $\log 2 = 0/3$ داده شده است. بنابراین از آن استفاده می‌کنیم. $\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow 37 = 10 \log \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow 3/7 = \log \frac{I}{10^{-12}}$

به جای $3/7$ مقدار $4 - 0/3$ را قرار می‌دهیم.

$$4 - 0/3 = \log \frac{I}{10^{-12}} \xrightarrow{4 = \log 10^4, \log 2 = 0/3} \log 10^4 - \log 2 = \log \frac{I}{10^{-12}} \\ \xrightarrow{\log a - \log b = \log \frac{a}{b}} \log \frac{10^4}{2} = \log \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow I = 5000 \times 10^{-12} \\ \Rightarrow I = 5 \times 10^{-9} \text{ W/m}^2$$

B ۱۷۲۶

تراز شدت صوت بر حسب دسی‌بل برابر است با:

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \xrightarrow{\beta = 159 \text{ dB}} 159 = 10 \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow 15/9 = \log \frac{I}{I_0} \\ \Rightarrow 15 + 0/9 = \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow 15 + 3(0/3) = \log \frac{I}{I_0}$$

به جای عدد 15 ، مقدار 10^{15} و به جای عدد $0/3$ مقدار $\log 2$ را قرار می‌دهیم.

$$I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2 \rightarrow \log 10^{15} + 3 \log 2 = \log \frac{I}{10^{-12}} \\ \xrightarrow{n \log a = \log a^n} \log 10^{15} + \log 2^3 = \log \frac{I}{10^{-12}} \\ \Rightarrow 8 \times 10^{15} = \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow I = 8000 \text{ W/m}^2$$

B ۱۷۲۷

ابتدا شدت صوت دریافتی توسط شنونده را به دست می‌آوریم:

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \xrightarrow{\beta = 90 \text{ dB}, I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2} 90 = 10 \log \frac{I}{10^{-12}} \\ \Rightarrow 10^9 = \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow I = 10^{-3} \text{ W/m}^2$$

امواج صوتی به صورت امواج کروی در محیط منتشر می‌شوند و سطح جبهه‌های کروی صوت $A = 4\pi r^2$ است که r فاصله از چشمه صوت است. بنا به تعریف شدت صوت خواهیم داشت:

$$I = \frac{P}{A} \Rightarrow I = \frac{P}{4\pi r^2} \xrightarrow{P=120 \text{ W}, \pi=3} 10^{-3} = \frac{120}{4 \times 3 \times r^2} \Rightarrow r^2 = 10^4 \Rightarrow r = 100 \text{ m}$$

B ۱۷۲۸

در گام اول به کمک تعریف تراز شدت صوت، شدت صوت در مکان مورد نظر را به دست می‌آوریم.

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \xrightarrow{\beta = 96 \text{ dB}, I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2} 96 = 10 \log \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow 9/6 = \log \frac{I}{10^{-12}} \\ \text{به سراغ ریاضی می‌رویم و عدد } 9/6 \text{ را به صورت } 9 + 0/6 \text{ می‌نویسیم. به جای عدد } 9, \\ \log 10^9 \text{ و به جای عدد } 0/6, 2 \log 2 \text{ را قرار می‌دهیم. از این رو می‌نویسیم:}$$

$$\log 10^9 + 2 \log 2 = \log \frac{I}{10^{-12}}$$

$$\log a^n = n \log a, \log a + \log b = \log ab$$

به توجه به یادآوری ریاضی خواهیم داشت:

$$\log 10^9 + \log 2^2 = \log \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow \log 2^2 \times 10^9 = \log \frac{I}{10^{-12}} \\ \Rightarrow 4 \times 10^9 = \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow I = 4 \times 10^{-3} \text{ W/m}^2$$

یادآوری ریاضی

پایه سوال اگر شدت صوت چشمه‌ای را ۸ برابر کنیم. تراز شدت صوت برای شنونده‌ای که به فاصله معینی از چشمه قرار دارد، $1/3$ برابر می‌شود. تراز شدت صوت اولیه برای شنونده چند دسی‌بل بوده است؟
($\log 2 = 0.3$)

۲۰ (۱) ۲۴ (۲) ۳۰ (۳) ۳۹ (۴)

پایه سوال با توجه به رابطه ریاضی $\log ab = \log a + \log b$ به جای $\log \frac{I}{I_0}$

می‌نویسیم $\log 8 + \log \frac{I}{I_0} = 1/3 \log \frac{I}{I_0}$:

$\Rightarrow \log 8 = 1/3 \log \frac{I}{I_0} - \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow \log 8 = -2/3 \log \frac{I}{I_0}$

به جای $\log 8$ ، $\log 2^3$ می‌نویسیم.

$\log 2^3 = -2/3 \log \frac{I}{I_0} \rightarrow 3 \log 2 = -2/3 \log \frac{I}{I_0}$

$\rightarrow 3 \times 0.3 = -2/3 \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow \log \frac{I}{I_0} = -3$

تراز شدت صوت اولیه خواهد شد: $\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} = 10 \times -3 = -30 \text{ dB}$

گزینه ۳

۴ ۱۷۳۵ B

خط فکری هرگاه شدت صوت منبع صوتی I باشد و n منبع مشابه با این شدت صوت در کنار هم صوت تولید کنند شدت صوت حاصل از آن $I' = nI$ خواهد بود. از شما تغییر تراز شدت صوت خواسته شده است. بنابراین تراز شدت صوت را در دو حالت نوشته از هم کم کنید و به جای I_1 ، ΔI_1 قرار دهید.

با توجه به تعریف تراز شدت صوت خواهیم داشت:

$$\beta_2 - \beta_1 = 10 \log \frac{I_2}{I_0} - 10 \log \frac{I_1}{I_0} = 10 \log \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow \beta_2 - \beta_1 = 10 \log \frac{I_2}{I_1}$$

$\xrightarrow{I_2 = \Delta I_1} \beta_2 - \beta_1 = 10 \log \frac{\Delta I_1}{I_1} = \log \Delta$

به جای $\log \frac{1}{\Delta}$ ، $\log \Delta$ را قرار می‌دهیم.

$\beta_2 - \beta_1 = 10 \log \frac{1}{\Delta} = 10 (\log 10 - \log \Delta) \xrightarrow{\log 10 = 1, \log 2 = 0.3} \rightarrow$

$\beta_2 - \beta_1 = 10 \times (1 - 0.3) = 7 \text{ dB}$

بنابراین تراز شدت صوت 7 dB افزایش می‌یابد.

۴ ۱۷۳۶ B

تراز شدت صوت برحسب دسی‌بل بنا به تعریف برابر است با:

$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow \beta_B - \beta_A = 10 \log \frac{I_B}{I_0} - 10 \log \frac{I_A}{I_0} = 10 \log \frac{I_B}{I_A}$

$\Rightarrow \beta_B - \beta_A = 10 \log \frac{I_B}{I_A}$ (I)

از طرفی شدت صوت با مجذور فاصله از چشمه نسبت وارون دارد.

$\frac{I_B}{I_A} = \left(\frac{r_A}{r_B}\right)^2 \Rightarrow \frac{I_B}{I_A} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 \Rightarrow \frac{I_B}{I_A} = 2^2$

در رابطه (I) به جای $\frac{I_B}{I_A} = 2^2$ را قرار می‌دهیم.

$\beta_B - \beta_A = 10 \log 2^2 = 20 \log 2 \xrightarrow{\log 2 = 0.3} \beta_B - \beta_A = 20 \times 0.3 = 6 \text{ dB}$

پایه سوال تراز شدت صوت برحسب دسی‌بل بنا به تعریف برابر است با:

$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow \beta_2 - \beta_1 = 10 \log \frac{I_2}{I_0} - 10 \log \frac{I_1}{I_0}$

$\Rightarrow \beta_2 - \beta_1 = 10 \log \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow \beta_2 - \beta_1 = 10 \log \frac{I_2}{I_1}$

$36 - 30 = 10 \log \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow \log \frac{I_2}{I_1} = 0.6$

به جای 0.6 ، مقدار 2×0.3 یعنی $2 \log 2$ را قرار می‌دهیم.

$\log \frac{I_2}{I_1} = 2 \times 0.3 = 2 \log 2 \Rightarrow \log \frac{I_2}{I_1} = \log 2^2 \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = 4$

گزینه ۱

۱ ۱۷۳۲ A

با توجه به تعریف تراز شدت صوت:

$\beta_1 - \beta_2 = 10 \log \frac{I_1}{I_0} - 10 \log \frac{I_2}{I_0} \Rightarrow 12 = 10 \log \frac{I_1}{I_2} \Rightarrow 1/2 = \log \frac{I_1}{I_2}$

$\Rightarrow 4 \log 2 = \log \frac{I_1}{I_2} \Rightarrow \log 2^4 = \log \frac{I_1}{I_2} \Rightarrow \frac{I_1}{I_2} = 16$

۴ ۱۷۳۳ B

تراز شدت صوت را در دو حالت نوشته از هم کم می‌کنیم:

$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow \beta_2 - \beta_1 = 10 \log \frac{I_2}{I_0} - 10 \log \frac{I_1}{I_0}$

$\xrightarrow{\log a - \log b = \log \frac{a}{b}} \beta_2 - \beta_1 = 10 \log \frac{I_2}{I_1} = 10 \log \frac{5}{10}$

$\Rightarrow \beta_2 - \beta_1 = 10 \log 5$

اکنون به جای $5 = \frac{1}{2}$ را قرار می‌دهیم و به جای $\log \frac{1}{2}$ می‌نویسیم $\log 10 - \log 2$

$\beta_2 - \beta_1 = 10 \log \frac{1}{2} = 10 (\log 10 - \log 2) \xrightarrow{\log 2 = 0.3} \rightarrow$

$\beta_2 - \beta_1 = 10 \times (1 - 0.3) = 7 \text{ dB}$

بنابراین:

پایه سوال تراز شدت صوت دو چشمه صوت در یک نقطه به ترتیب $\beta_1 = 90 \text{ dB}$ و $\beta_2 = 95 \text{ dB}$ است. نسبت شدت صوت دو چشمه در این نقطه

کدام است؟ ($\log 3 = 0.5$)

۳ (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴)

پایه سوال بنا به تعریف تراز شدت صوت، خواهیم داشت:

$\beta_2 - \beta_1 = 10 \log \frac{I_2}{I_0} - 10 \log \frac{I_1}{I_0} \Rightarrow 95 - 90 = 10 \log \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow 0.5 = \log \frac{I_2}{I_1}$

$\Rightarrow \log 3 = \log \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = 3$

گزینه ۱

۱ ۱۷۳۴ A

خط فکری با توجه به صورت مسئله $\beta_2 = 5 \beta_1$ و $I_2 = 16 I_1$ است. بنا به تعریف

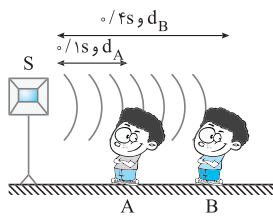
تراز شدت صوت به جای β_1 و β_2 قرار دهید و به کمک روابط لگاریتم مسئله را حل کنید.

با توجه به فرض مسئله:

$\beta_2 = 5 \beta_1 \xrightarrow{\beta = 10 \log \frac{I}{I_0}} \log \frac{I_2}{I_0} = 5 \log \frac{I_1}{I_0} \xrightarrow{I_2 = 16 I_1} \rightarrow$

$\log \frac{16 I_1}{I_0} = 5 \log \frac{I_1}{I_0} \xrightarrow{n \log a = \log a^n} \log \frac{16 I_1}{I_0} = \log \left(\frac{1}{I_0}\right)^5$

$\Rightarrow \frac{16 I_1}{I_0} = \left(\frac{1}{I_0}\right)^5 \Rightarrow 16 = \left(\frac{1}{I_0}\right)^4 \Rightarrow I_1 = 2 I_0 \Rightarrow I_1 = 2 \times 10^{-12} \text{ W/m}^2$



یادآوری: اختلاف تراز شدت صوت برابر $\Delta B = 10 \log \frac{I_1}{I_2}$ است.

۲ نسبت شدت صوت‌ها را حساب می‌کنیم:

$$\frac{I_A}{I_B} = \left(\frac{f_A}{f_B}\right)^2 \times \left(\frac{A_A}{A_B}\right)^2 \times \left(\frac{d_B}{d_A}\right)^2 \quad \frac{f_A = f_B}{A_A = A_B} \rightarrow \frac{I_A}{I_B} = \left(\frac{d_B}{d_A}\right)^2 \Rightarrow \frac{I_A}{I_B} = 16$$

۳ اختلاف تراز شدت صوت را به دست می‌آوریم:

$$\Delta B = 10 \log \frac{I_A}{I_B} \Rightarrow \Delta B = 10 \log 16 \Rightarrow \Delta B = 10 \log 2^4 \Rightarrow \Delta B = 4 \times 10 \log 2 \Rightarrow \Delta B = 4 \times 0.3 = 1.2 \text{ dB}$$

۱۷۴۰ B

۱ با توجه به تعریف تراز شدت صوت می‌توان نوشت:

$$\beta_1 - \beta_2 = 10 \log \frac{I_1}{I_2} - 10 \log \frac{I_1}{I_2} \Rightarrow \beta_1 - \beta_2 = 10 \log \frac{I_1}{I_2} \Rightarrow \beta_1 - \beta_2 = 10 \log \frac{I_1}{I_2} \quad (I)$$

۲ شدت صوت با مربع فاصله نسبت وارون دارد.

۳ با توجه به فرض مسئله $\beta_1 = 54 \text{ dB}$ و $\beta_2 = 40 \text{ dB}$ است اکنون رابطه (I)

$$54 - 40 = 10 \log \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 \Rightarrow 14 = 10 \log \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2$$

به جای عدد $1/4$ مقدار $2 - 0.6$ و به جای $0.6 = 2 \times 0.3$ را قرار می‌دهیم.

$$2 - 0.6 = \log \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 \Rightarrow 2 - 2 \times 0.3 = \log \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 \xrightarrow{\log 10^x = x \log 10 = x} \log 10^2 = 2 \log 10 = 2 \times 1 = 2$$

$$\log 10^2 - 2 \log 2 = \log \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{100}{4} = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 \Rightarrow r_2 = 5 r_1$$

۴ با توجه به فرض $r_2 - r_1 = 36 \text{ m}$ است.

۱۷۴۱ B

۱ نسبت شدت صوت در محل سطح (۲) به شدت صوت در محل سطح (۱) برابر است با:

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{P_2}{A_2} \quad \frac{I_1}{I_1} = \frac{P_1}{A_1} \quad \text{توان چشمه } P_1 = P_2 \rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \frac{A_1}{A_2} \quad A_2 = 5A_1 \rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \frac{1}{5}$$

۲ تراز شدت صوت در دو محل را نوشته از هم کم می‌کنیم:

$$\beta_1 - \beta_2 = 10 \log \frac{I_1}{I_2} - 10 \log \frac{I_1}{I_2} \xrightarrow{\log a - \log b = \log \frac{a}{b}}$$

$$\beta_1 - \beta_2 = 10 \log \frac{I_1}{I_2} \Rightarrow \beta_1 - \beta_2 = 10 \log \frac{1}{5} \Rightarrow \beta_1 - \beta_2 = 10 \log 5 \xrightarrow{\frac{5-1}{2}}$$

$$\beta_1 - \beta_2 = 10 \log \frac{10}{5} = 10 \log 2 = 10 \log 2 = 3 \text{ dB}$$

$$\beta_1 - \beta_2 = 10 \log 2 = 3 \text{ dB}$$

بنابراین شنونده (۱) صوت را ۳ دسی‌بل بلندتر می‌شنود.

۱۷۳۷ B

خط فکری

نسبت دوشدت صوت با بسامد و دامنه رابطه مستقیم و مجذوری و با فاصله رابطه عکس و مجذوری دارد:

$$\frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{f_2}{f_1}\right)^2 \times \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2 \times \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$$

اگر چشمه ثابت باشد و تنها فاصله تغییر کند بسامد و دامنه ثابت می‌ماند:

$$\frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$$

با توجه به تعریف تراز شدت صوت، اختلاف تراز شدت صوت برابر با:

$$\beta_1 - \beta_2 = 10 \log \frac{I_1}{I_2} - 10 \log \frac{I_1}{I_2} = 10 \log \frac{1}{8} = 10 \log 10^{-0.9} = -9 \text{ dB}$$

در حالت کلی با توجه به عدد به دست آمده، مضاربی از $10/3$ یا نزدیک‌ترین عدد صحیح را که بتوان با جمع و یا تفریق $10/3$ یا مضاربی از آن به عدد مذکور رسید را پیدا می‌کنیم. در این سؤال می‌توان $10/8$ را به صورت 6×0.3 نوشت:

$$6 \times 0.3 = \log \left(\frac{1}{8}\right) \xrightarrow{0.3 = \log 2} \rightarrow 6 \log 2 = \log \left(\frac{1}{8}\right) \Rightarrow 2^6 = \left(\frac{1}{8}\right)^{-1}$$

شدت صوت با مجذور فاصله رابطه عکس دارد:

$$\frac{I_1}{I_2} = \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2 = 2^6 \Rightarrow \frac{d_2}{d_1} = 2^3 \Rightarrow \frac{d_2}{d_1} = 8$$

پاسخ به سؤال: شنونده‌ای که در فاصله ۸ متری یک منبع صوت قرار

دارد، چند متر به منبع صوت نزدیک شود تا صوت منبع را با تراز شدت ۱۲ دسی‌بل بیشتر از حالت قبل احساس کند؟ $(\log 2 = 0.3)$ **ریاضی - ۹۱**

$$2 \quad (4) \quad 4/5 \quad (3) \quad 6 \quad (2) \quad 7/5 \quad (1)$$

پاسخ: با توجه به تعریف تراز شدت صوت:

$$\beta_2 - \beta_1 = 10 \log \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow 12 = 10 \log \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 \Rightarrow 1.2 = \log \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2$$

$$\Rightarrow 4 \times 0.3 = \log \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 \Rightarrow 4 \log 2 = \log \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 \Rightarrow 2^4 = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2$$

$$\Rightarrow 2^2 = \frac{d_1}{d_2} \Rightarrow 2^2 = \frac{8}{d_2} \Rightarrow d_2 = 2 \text{ m}$$

گزینۀ ۲

بنابراین باید $8 - 2 = 6 \text{ m}$ به چشمه نزدیک شود.

۱۷۳۸ B

۱ امواج صوتی در یک فضای باز به صورت جبهه‌های کروی در محیط منتشر می‌شوند و سطح این جبهه‌ها $A = 4\pi r^2$ است که در آن r فاصله از چشمه صوت است. شدت صوت با مجذور

فاصله از چشمه نسبت وارون دارد. از این رو خواهیم داشت:

$$\frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \frac{1}{100}$$

۲ تراز شدت صوت بنا به تعریف برابر $\beta = 10 \log \frac{I}{I_0}$ است.

$$\beta_2 - \beta_1 = 10 \log \frac{I_2}{I_1} - 10 \log \frac{I_2}{I_1} = 10 \log \frac{10}{1} \Rightarrow \beta_2 - \beta_1 = 10 \log \frac{I_2}{I_1}$$

$$\Rightarrow \beta_2 - \beta_1 = 10 \log \frac{1}{100} = 10 \log 10^{-2} \Rightarrow \beta_2 - \beta_1 = -20 \text{ dB}$$

تراز شدت صوت 20 dB کاهش می‌یابد.

۱۷۳۹ B

یادآوری: سرعت انتشار موج در یک محیط ثابت است:

۱ با توجه به سؤال شخص A زودتر صدا را شنیده و به منبع نزدیک‌تر است:

$$v_{\text{موج}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad \text{پیشروی} \quad v_{\text{صوت}} = \frac{d_A}{\Delta t_A} = \frac{d_A}{0.1}, \quad v_{\text{صوت}} = \frac{d_B}{\Delta t_B} = \frac{d_B}{0.4}$$

$$\frac{v_{\text{صوت}}}{v_{\text{صوت}}} = \frac{d_A}{d_B} \Rightarrow \frac{d_A}{0.1} = \frac{d_B}{0.4} \Rightarrow \frac{d_A}{d_B} = \frac{1}{4} \Rightarrow d_B = 4 d_A$$

ت) نسبت شدت صوت در دو نقطه برابر است با:

$$\frac{I_r}{I_1} = \frac{P_r}{P_1} \times \frac{A_1}{A_r} \xrightarrow{P \propto f^2, P \propto A^2} \frac{I_r}{I_1} = \left(\frac{f_r}{f_1}\right)^2 \times \left(\frac{A_r}{A_1}\right)^2 \times \left(\frac{r_1}{r_r}\right)^2$$

دائمه چشمه موج
بسامد چشمه موج

مساحت سطح جبهه صوت

$$\frac{I_r}{I_1} = \left(\frac{r_1}{r_r}\right)^2 \quad \text{که اگر چشمه ثابت باشد:}$$

جمع بندی از نکات لگاریتم که در این بخش به آن نیاز داریم:

$$\log a + \log b = \log ab \quad \log a - \log b = \log \frac{a}{b}$$

$$\log a^b = b \log a \quad \log a = \log b \Rightarrow a = b$$

$$\log 10^a = a \log 10 = a$$

۱) اختلاف تراز شدت صوت در دو نقطه A و B را به دست می آوریم:

$$\Delta\beta = \beta_A - \beta_B \xrightarrow{\beta_A = 10 \log \frac{I_A}{I_0} = \beta \quad \beta_B = 10 \log \frac{I_B}{I_0} = \beta_A} \Delta\beta = \beta_A - \beta_B$$

$$\beta_A - \frac{\Delta}{6} \beta_A = 10 \left(\log \frac{I_A}{I_0} - \log \frac{I_B}{I_0} \right) \Rightarrow \frac{\beta_A}{6} = 10 \log \frac{I_A}{I_B}$$

۲) چشمه ثابت است و شدت صوت با مربع فاصله نسبت وارون دارد یعنی $\frac{I_A}{I_B}$

برابر $\left(\frac{r_B}{r_A}\right)^2$ است:

$$\frac{\beta_A}{6} = 10 \log \left(\frac{r_B}{r_A}\right)^2 \xrightarrow{r_B = r_A} \frac{\beta_A}{6} = 10 \log (r)^2$$

$$\xrightarrow{\log a^b = b \log a} \frac{\beta_A}{6} = 20 \log r$$

$$\xrightarrow{\log r = \frac{\beta}{20}} \frac{\beta_A}{6} = 6 \Rightarrow \beta_A = 36 \text{ dB}$$

۳) حال اختلاف تراز شدت صوت بین A و C را به دست می آوریم:

$$\beta_A - \beta_C = 10 \log \frac{I_A}{I_0} - 10 \log \frac{I_C}{I_0} \Rightarrow 36 - \beta_C = 10 \left(\log \frac{I_A}{I_C} \right)$$

$$\xrightarrow{\frac{I_A}{I_C} = \left(\frac{r_C}{r_A}\right)^2 = 16} \xrightarrow{r_A = r_C} 36 - \beta_C = 10 \log 16$$

$$\xrightarrow{\log a^b = b \log a} 36 - \beta_C = 40 \log 2$$

$$\xrightarrow{\log 2 = \frac{\beta}{20}} 36 - \beta_C = 40 \Rightarrow \beta_C = 24 \text{ dB}$$

۳ ۱۷۴۶ B

۱) شدت صوت، با مجذور دامنه نسبت مستقیم و با مجذور فاصله از چشمه نسبت وارون دارد. با توجه به فرض مسئله نسبت شدت صوتها را به دست می آوریم:

$$\frac{I_r}{I_1} = \left(\frac{A_r}{A_1}\right)^2 \left(\frac{r_1}{r_r}\right)^2 = (25)(r)^2 = 100 \quad (I)$$

۲) تراز شدت صوت به صورت $\beta = 10 \log \frac{I}{I_0}$ تعریف می شود. از این رو خواهیم داشت:

$$\beta_r - \beta_1 = 10 \log \frac{I_r}{I_0} - 10 \log \frac{I_1}{I_0} = 10 \log \frac{I_r}{I_1} \Rightarrow \beta_r - \beta_1 = 10 \log \frac{I_r}{I_1}$$

$$\xrightarrow{(I)} \beta_r - \beta_1 = 10 \log 100 = 10 \log 10^2 \Rightarrow \beta_r - \beta_1 = 20 \text{ dB}$$

بنابراین شدت صوت ۲۰ دسی بل افزایش می یابد.

۳ ۱۷۴۲ B

خط فکری حد پایین گستره شنوایی نزدیک 10^{-12} W/m^2 است. یعنی اگر

شدت صوت از این مقدار کمتر شود، شخص دیگر صدا را نمی شنود. بنابراین حداکثر فاصله ای که شخص از چشمه دور می شود تا جایی است که شدت صوت به 10^{-12} W/m^2 برسد، بنابراین با استفاده از تعریف شدت صوت مسئله حل می شود. دقت کنید بسامد چشمه در حل این مسئله نقشی ندارد.

با نوشتن رابطه شدت صوت، فاصله از چشمه را به دست می آوریم.

$$I = \frac{\bar{P}}{A} \xrightarrow{\bar{P} = \frac{\pi \times 10^{-3}}{2/5}, A = 4\pi r^2} 10^{-12} = \frac{\frac{\pi \times 10^{-3}}{4}}{4\pi r^2} \Rightarrow 10^{-12} = \frac{10^{-3}}{16r^2} \Rightarrow r^2 = 10^9 \Rightarrow r = 10^4 \text{ m}$$

۲ ۱۷۴۳ B

خط فکری جمله «صدا به زحمت شنیده می شود» یعنی شدت صوتی که به گوش

می رسد در حد آستانه شنوایی یعنی 10^{-12} W/m^2 است. بنابراین ابتدا شدت صوت را در حالی که تراز شدت صوت ۴۰ dB را به دست بیاورید، سپس فاصله را حساب کنید.

۱) ابتدا شدت صوت را در فاصله ۲ متری چشمه به دست می آوریم:

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow 40 = 10 \log \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow \frac{I}{10^{-12}} = 10^4 \Rightarrow I = 10^{-8} \text{ W/m}^2$$

۲) شدت صوت با مجذور فاصله از چشمه نسبت وارون دارد.

$$\frac{I_r}{I_1} = \left(\frac{r_1}{r_r}\right)^2 \Rightarrow \frac{10^{-8}}{10^{-12}} = \left(\frac{r}{2}\right)^2 \Rightarrow 10^4 = \frac{r^2}{4} \Rightarrow r = 200 \text{ m}$$

۴ ۱۷۴۴ B

۱) صوت A به اندازه ۵ dB بلندتر از صوت B شنیده می شود. بنابراین:

$$\beta_A - \beta_B = 5 \text{ dB} \quad (I)$$

۲) صوت A، ۱۵ dB از صوت C کوتاه تر شنیده می شود. در نتیجه:

$$\beta_C - \beta_A = 15 \text{ dB} \quad (II)$$

۳) در مسئله از شما رابطه بین شدت صوت C و شدت صوت B خواسته شده است بنابراین باید A را از روابط حذف کنیم. از این رو دو رابطه (I) و (II) را با هم جمع می کنیم.

$$\beta_A - \beta_B + \beta_C - \beta_A = 5 + 15 \Rightarrow \beta_C - \beta_B = 20 \text{ dB}$$

۴) اکنون به کمک تعریف تراز شدت صوت، مسأله را پاسخ می دهیم.

$$\beta_C - \beta_B = 10 \log \frac{I_C}{I_0} - 10 \log \frac{I_B}{I_0} \Rightarrow \beta_C - \beta_B = 10 \log \frac{I_C}{I_B}$$

$$\Rightarrow 20 = 10 \log \frac{I_C}{I_B} \Rightarrow \frac{I_C}{I_B} = 10^2 = 100$$

بنابراین شدت صوت C، ۱۰۰ برابر شدت صوت B است و گزینه (۴) درست است.

۱ ۱۷۴۵ B

خط فکری در سؤالاتی که تراز شدت صوت در چند نقطه داده می شود به نکات

زیر دقت کنید:

الف) شدت صوت برابر $I = \frac{P}{A}$ است که در این رابطه $A = 4\pi r^2$ و فاصله از چشمه صوت و P توان چشمه صوت است.

ب) اگر چشمه صوت یکسان و فاصلهها در حال تغییر باشند، توان چشمه P در هر نقطه ثابت اما A با توجه به فاصله از چشمه در حال تغییر است.

پ) تراز شدت صوت برابر است با:

شدت صوت در نقطه خواسته شده $\beta = 10 \log \frac{I}{I_0}$ ← تراز شدت صوت بر حسب دسی بل
 تراز شدت صوت مبنا →

اختلاف تراز شدت صوت در دو نقطه دلخواه (۱) و (۲) برابر است:

$$\Delta\beta = \beta_r - \beta_1 \Rightarrow \Delta\beta = 10 \log \frac{I_r}{I_0} - 10 \log \frac{I_1}{I_0}$$

$$\Delta\beta = 10 \left(\log \frac{I_r}{I_0} - \log \frac{I_1}{I_0} \right) \xrightarrow{\log a - \log b = \log \frac{a}{b}} \Delta\beta = 10 \log \frac{I_r}{I_1}$$

تراز شدت صوت β_v خواهد شد: $\beta_v = 3/5\beta_1 \Rightarrow \beta_v = 3/5 \times 8 \Rightarrow \beta_v = 2.4 \text{ dB}$

۱ ۱۷۵۰ B

نکته شدت صوت با مربع دامنه و مربع بسامد نسبت مستقیم و با مربع فاصله از چشمه نسبت وارون دارد:

$$\frac{I_v}{I_1} = \left(\frac{A_v}{A_1}\right)^2 \times \left(\frac{f_v}{f_1}\right)^2 \times \left(\frac{d_1}{d_v}\right)^2$$

۱ شرایط محیط ثابت است. بنابراین:

$$\begin{cases} v = f_1 \lambda_1 \\ v = f_v \lambda_v \end{cases} \Rightarrow f_1 \lambda_1 = f_v \lambda_v \Rightarrow \frac{f_v}{f_1} = \frac{\lambda_1}{\lambda_v} \xrightarrow{\lambda_v = 4\lambda_1} f_v = \frac{1}{4} f_1$$

۲ دامنه چهار برابر ($A_v = 4A_1$) و فاصله نصف شده ($d_v = \frac{d_1}{2}$) و بسامد نیز

$\frac{1}{4}$ شده است، بنابراین نسبت شدت صوت خواهد شد.

$$\frac{I_v}{I_1} = \left(\frac{A_v}{A_1}\right)^2 \times \left(\frac{f_v}{f_1}\right)^2 \times \left(\frac{d_1}{d_v}\right)^2 \Rightarrow \frac{I_v}{I_1} = 4^2 \times \left(\frac{1}{4}\right)^2 \times (2)^2 = 2^2$$

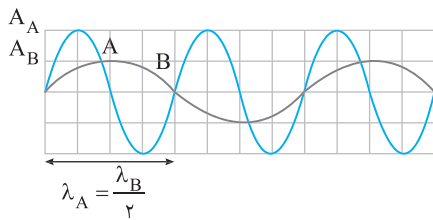
۳ با توجه به تعریف تراز شدت صوت خواهیم داشت:

$$\begin{cases} \beta' = 10 \log \frac{I_v}{I_0} \\ \beta = 10 \log \frac{I_1}{I_0} \end{cases} \Rightarrow \beta' - \beta = 10 \left(\log \frac{I_v}{I_0} - \log \frac{I_1}{I_0} \right) = 10 \log \frac{I_v}{I_1} = 10 \log 2^2$$

$$= 20 \log 2 \Rightarrow \Delta\beta = 20 \times 0.3 = 6 \text{ dB}$$

۱ ۱۷۵۱ B

نظری با توجه به نمودارها ابتدا نسبت دامنه‌ها و طول موج‌ها را مشخص کنید. تندی انتشار موج در محیط برای دو موج A و B یکسان است. به کمک این مطلب، نسبت بسامدها را به دست بیاورید تا بتوانید نسبت شدت صوت‌ها و از آنجا اختلاف تراز شدت صوت‌ها را حساب کنید.



۱ دامنه A دو برابر دامنه B است.

$$A_A = 2A_B$$

۲ طول موج A نصف طول موج B است، بنابراین:

$$\lambda_A = \frac{\lambda_B}{2} \xrightarrow{\lambda = \frac{v}{f}} \frac{v_A}{f_A} = \frac{1}{2} \frac{v_B}{f_B} \xrightarrow{v_A = v_B} f_A = 2f_B$$

۳ شدت صوت با مجذور دامنه و مجذور بسامد نسبت مستقیم دارد.

$$\frac{I_A}{I_B} = \left(\frac{A_A}{A_B}\right)^2 \times \left(\frac{f_A}{f_B}\right)^2 \Rightarrow \frac{I_A}{I_B} = (2)^2 \times (2)^2 \Rightarrow \frac{I_A}{I_B} = 2^4$$

۴ اختلاف تراز شدت صوت خواهد شد:

$$\beta_A - \beta_B = 10 \log \frac{I_A}{I_B} \Rightarrow \beta_A - \beta_B = 10 \log 2^4 \Rightarrow \beta_A - \beta_B = 40 \log 2$$

$$\xrightarrow{\log 2 = 0.3} \beta_A - \beta_B = 12 \text{ dB}$$

۲ ۱۷۴۷ A

۱ دامنه ۲۰٪ کاهش یافته است، بنابراین:

$$A_v = A_1 - 0.2A_1 \Rightarrow A_v = 0.8A_1$$

۲ شدت صوت با مجذور دامنه نسبت مستقیم دارد و نسبت شدت صوت‌ها را حساب می‌کنیم.

$$\frac{I_v}{I_1} = \left(\frac{A_v}{A_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{I_v}{I_1} = \left(\frac{0.8A_1}{A_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{I_v}{I_1} = 0.64$$

۳ تراز شدت صوت را در هر حالت نوشته از هم کم می‌کنیم:

$$\beta_v - \beta_1 = 10 \log \frac{I_v}{I_1} - 10 \log \frac{I_1}{I_0} \Rightarrow \beta_v - \beta_1 = 10 \left(\log \frac{I_v}{I_1} - \log \frac{I_1}{I_0} \right)$$

$$\Rightarrow \beta_v - \beta_1 = 10 \log \frac{I_v}{I_1} \Rightarrow \beta_v - \beta_1 = 10 \log 0.64 = 10 \log \frac{64}{100}$$

$$\xrightarrow{\log \frac{a}{b} = \log a - \log b} \beta_v - \beta_1 = 10 (\log 64 - \log 100)$$

به جای ۶۴ مقدار 2^6 را قرار می‌دهیم.

$$\beta_v - \beta_1 = 10 (\log 2^6 - \log 10^2) \xrightarrow{\log a^n = n \log a}$$

$$\beta_v - \beta_1 = 10 (6 \log 2 - 2 \log 10) \xrightarrow{\log 1 = 0, \log 2 = 0.3}$$

$$\beta_v - \beta_1 = 10 (6 \times 0.3 - 2 \times 1) \Rightarrow \beta_v - \beta_1 = 10 (1.8 - 2) = -2 \text{ dB}$$

بنابراین تراز شدت صوت ۲ dB کاهش می‌یابد.

۴ ۱۷۴۸ B

نظری ابتدا باید مشخص کنید وقتی دامنه ۴ برابر می‌شود، شدت صوت چند برابر می‌شود و در نتیجه تراز شدت صوت چند دسی‌بل تغییر می‌کند تا بتوانید مسئله را حل کنید. شدت صوت با مجذور فاصله نسبت وارون و با مجذور دامنه نسبت مستقیم دارد.

$$\frac{I_v}{I_1} = \left(\frac{A_v}{A_1}\right)^2 \xrightarrow{A_v = 4A_1} \frac{I_v}{I_1} = \left(\frac{4A_1}{A_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{I_v}{I_1} = 16$$

۲ تغییر تراز شدت صوت را حساب می‌کنیم.

$$\beta_v - \beta_1 = 10 \log \frac{I_v}{I_1} \Rightarrow \beta_v - \beta_1 = 10 \log 16 \xrightarrow{16 = 2^4} \beta_v - \beta_1 = 10 \log 2^4$$

$$\Rightarrow \beta_v - \beta_1 = 40 \log 2 \xrightarrow{\log 2 = 0.3} \beta_v - \beta_1 = 40 \times 0.3$$

$$\Rightarrow \beta_v - \beta_1 = 12 \text{ dB (I)}$$

۳ بنا به فرض مسئله $\beta_v = 1/3 \beta_1$ است از این رو در رابطه (I) به جای β_v .

$$1/3 \beta_1 - \beta_1 = 12 \Rightarrow -2/3 \beta_1 = 12 \Rightarrow \beta_1 = \frac{12 \times 3}{-2} = -18 \text{ dB}$$

۴ در صورت مسئله بیان شده که در این حالت «تراز شدت صوت چند دسی‌بل» یعنی β_v چند دسی‌بل است.

$$\beta_v = 1/3 \beta_1 = 1/3 \times (-18) = -6 \text{ dB}$$

۳ ۱۷۴۹ C

۱ شدت صوت با مجذور بسامد و مجذور دامنه نسبت مستقیم دارد. از این رو:

$$\frac{I_v}{I_1} = \left(\frac{f_v}{f_1}\right)^2 \times \left(\frac{A_v}{A_1}\right)^2 \xrightarrow{f_v = 3f_1, A_v = 2A_1} \frac{I_v}{I_1} = (3)^2 (2)^2$$

$$\Rightarrow \frac{I_v}{I_1} = 3^4$$

۲ تغییر تراز شدت صوت را به دست می‌آوریم.

$$\beta_v - \beta_1 = 10 \log \frac{I_v}{I_1} \xrightarrow{\beta_v = 3/5 \beta_1} 3/5 \beta_1 - \beta_1 = 10 \log 3^4$$

$$\Rightarrow 2/5 \beta_1 = 10 \times 4 \log 3 \xrightarrow{\log 3 = 0.5} 2/5 \beta_1 = 10 \times 4 \times 0.5$$

$$\Rightarrow 2/5 \beta_1 = 20 \Rightarrow \beta_1 = \frac{20 \times 5}{2} \Rightarrow \beta_1 = 50 \text{ dB}$$

۱ ابتدا شدت صوت دریافتی توسط شنونده را به دست می آوریم:

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow 10 = 10 \log \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow 10^1 = \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow I = 10^{-4} \text{ W/m}^2$$

۲ توان در محل شنونده را حساب می کنیم:

$$I = \frac{P'}{A} \Rightarrow I = \frac{P'}{4\pi R^2} \Rightarrow 10^{-4} = \frac{P'}{4\pi \times (20)^2} \Rightarrow P' = 4800 \times 10^{-4} \times 10^3 \text{ W}$$

$$\Rightarrow P' = 480 \text{ mW}$$

۳ درصد اتلاف (جذب) توان در محیط برابر است با:

$$\text{درصد جذب توان} = \frac{P - P'}{P} \times 100 = \frac{480 - 500}{500} \times 100 = -4\%$$

۴ درصد توان جذب محیط می شود.

۳ ۱۷۵۵ B **خط فکری** اختلاف تراز شدت صوت در محل A و B را در اختیار داریم بنابراین می توانیم نسبت فاصله d_A و d_B را به دست بیاوریم و با استفاده از آن SA را حساب کرده سپس به کمک رابطه فیثاغورس AB را بیابیم.

۱ با توجه به تعریف تراز شدت صوت، اختلاف ترازاها را حساب می کنیم.

$$\beta_A - \beta_B = 10 \log \frac{I_A}{I_0} - 10 \log \frac{I_B}{I_0} \Rightarrow \beta_A - \beta_B = 10 \log \frac{I_A}{I_B}$$

$$\frac{\beta_A - \beta_B}{10} = \log \frac{I_A}{I_B} \Rightarrow 9 = \log \frac{I_A}{I_B}$$

$$\frac{9}{10} = \log \frac{I_A}{I_B} \Rightarrow \frac{9}{10} = \log \frac{I_A}{I_B}$$

$$\frac{9}{10} = \log \frac{I_A}{I_B} \Rightarrow \frac{9}{10} = \log \frac{I_A}{I_B}$$

$$\frac{9}{10} = \log \frac{I_A}{I_B} \Rightarrow \frac{9}{10} = \log \frac{I_A}{I_B}$$

۲ شدت صوت با مربع فاصله نسبت وارون دارد.

$$\frac{I_A}{I_B} = \left(\frac{SB}{SA}\right)^2 \Rightarrow 10 = \left(\frac{24}{SA}\right)^2 \Rightarrow 2\sqrt{10} = \frac{24}{SA} \Rightarrow SA = 6\sqrt{10} \text{ m}$$

۳ فاصله AB را حساب می کنیم:

$$AB^2 = SA^2 + SB^2 \Rightarrow AB^2 = (6\sqrt{10})^2 + (24)^2 \Rightarrow AB^2 = 6^2[(\sqrt{10})^2 + 4^2]$$

$$\Rightarrow AB^2 = 6^2(18) \Rightarrow AB = 6 \times 3\sqrt{2} \Rightarrow AB = 18\sqrt{2} \text{ m}$$

۲ ۱۷۵۶ B **۱** شدت صوت چشمه A در محل P برابر است با:

$$I_A = \frac{P_A}{A_A} = \frac{P_A}{4\pi r_A^2} \Rightarrow I_A = \frac{3600}{4\pi(6)^2} \Rightarrow I_A = \frac{25}{\pi} \text{ W/m}^2$$

۲ فاصله منبع B تا گیرنده P را به کمک رابطه فیثاغورس به دست می آوریم.

$$PB^2 = 6^2 + 8^2 \Rightarrow PB = 10 \text{ m}$$

۳ شدت صوت چشمه B در محل گیرنده P را حساب می کنیم.

$$I_B = \frac{P_B}{A_B} = \frac{P_B}{4\pi r_B^2} \Rightarrow I_B = \frac{10000}{4\pi(100)^2} \Rightarrow I_B = \frac{25}{\pi} \text{ W/m}^2$$

۴ شدت صوت دریافتی توسط گیرنده موج

$$I_{\text{ج}} = I_A + I_B = \frac{50}{\pi} \text{ W/m}^2$$

۳ ۱۷۵۷ A شدت صوت را می توان با یک آشکارساز اندازه گرفت. با اندازه گیری شدت صوت های مختلف درمی یابیم نسبت شدت های صوت در گستره شنوایی انسان می تواند در حدود 10^{12} باشد بنابراین گزاره (الف) درست است.

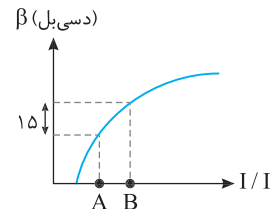
شنیداری انسان است. گزاره (ب) نادرست می باشد.

وقتی دیپازونی را با ضرب های به ارتعاش می آوریم، دیپازون نوسان هایی انجام می دهد که به دلیل میرایی کم، به حرکت هماهنگ ساده نزدیک است. به صوت حاصل از چنین چشمه های تِن موسیقی یا به اختصار تِن گفته می شود و گزاره «پ» درست است.

۳ ۱۷۵۲ B

با توجه به نمودار و تعریف تراز شدت صوت می توانیم بنویسیم:

$$\beta_B - \beta_A = 10 \log \frac{I_B}{I_0} - 10 \log \frac{I_A}{I_0} = 10 \log \frac{I_B}{I_A} \Rightarrow \beta_B - \beta_A = 10 \log \frac{I_B}{I_A}$$



داده های نمودار را جای گذاری می کنیم.

$$10 = 10 \log \frac{I_B}{I_A} \Rightarrow 10 = 10 \log \frac{I_B}{I_A} \Rightarrow 10 = 10 + 10 \log \frac{I_B}{I_A}$$

$$10 = 10 + 10 \log \frac{I_B}{I_A} \Rightarrow 0 = 10 \log \frac{I_B}{I_A} \Rightarrow \log \frac{I_B}{I_A} = 0 \Rightarrow \frac{I_B}{I_A} = 1$$

شدت صوت با مجذور فاصله نسبت وارون دارد.

$$\frac{I_B}{I_A} = \left(\frac{r_A}{r_B}\right)^2 \Rightarrow 1 = \left(\frac{r_A}{r_B}\right)^2 \Rightarrow \frac{r_A}{r_B} = 1$$

۴ ۱۷۵۳ B

خط فکری در حل این مسئله باید دقت کنید که جذب انرژی صوتی توسط هوا قابل ملاحظه است بنابراین با دور شدن از چشمه، شدت صوت به شدت کاهش می یابد یعنی اگر فاصله ۳ برابر شود، شدت صوت $\frac{1}{9}$ نمی شود و از $\frac{1}{9}$ نیز کمتر خواهد شد.

ابتدا اختلاف تراز شدت صوت در نقاط d و ۳d را بدون در نظر گرفتن اتلاف انرژی به دست می آوریم. سپس با توجه به اتلاف انرژی اختلاف β_A و β_B از عددی که به دست آورده ایم بزرگ تر است.

شدت صوت با مربع فاصله نسبت وارون دارد از این رو:

$$\frac{I_B}{I_A} = \left(\frac{d_A}{d_B}\right)^2 \Rightarrow \frac{I_B}{I_A} = \left(\frac{d}{3d}\right)^2 \Rightarrow I_A = 9I_B$$

اختلاف تراز شدت صوت را به دست می آوریم.

$$\beta_A - \beta_B = 10 \log \left(\frac{I_A}{I_B}\right) = 10 \log 9 = 10 \log 3^2$$

$$\Rightarrow \beta_A - \beta_B = 20 \log 3 = 20 \times 0.5 = 10 \text{ dB}$$

بنابراین اگر اتلاف انرژی نبود، اختلاف β_A و β_B ۱۰dB می شد، یعنی از β_A ۱۰dB کاسته می شد اما چون جذب انرژی قابل ملاحظه است از β_A مقدار بیشتری کاسته می شود و اختلاف β_A و β_B از ۱۰dB بزرگ تر خواهد شد.

$$\beta_A - \beta_B > 10 \text{ dB}$$

۲ ۱۷۵۴ B

خط فکری در محیط جذب انرژی صوتی وجود دارد. برای آنکه مشخص کنیم که چند درصد انرژی جذب شده است، شدت صوت در فاصله ۲۰ متری را به کمک تراز شدت صوت شنیده شده در محل (۸۰dB) به دست می آوریم. سپس به کمک شدت صوت، توان رسیده به فاصله ۲۰ متری را حساب می کنیم تا مشخص شود چه مقدار توان در مسیر جذب شده است.

۱ ۱۷۵۸ A

ارتفاع، بسامدی است که گوش انسان درک می‌کند اما بلندی، شدتی است که گوش انسان از صوت درک می‌کند. وقتی که در فاصله‌ای دورتر از چشمه قرار می‌گیریم بسامد صوت که توسط چشمه صوت تعیین می‌شود تغییر نمی‌کند بنابراین ارتفاع صوت ثابت می‌ماند. اما به دلیل این که شدت صوت با مربع فاصله نسبت وارون دارد وقتی فاصله شخص از چشمه بیشتر می‌شود، بلندی صوت کمتر احساس می‌شود و گزینه (۱) درست است.

۲ ۱۷۵۹ A

ارتفاع، بسامدی است که گوش انسان درک می‌کند و بلندی، شدتی است که گوش انسان از صوت درک می‌کند بنابراین بلندی و ارتفاع صوت علاوه بر اینکه به چشمه صوت بستگی دارند به حس شنوایی ما وابسته هستند. در واقع بلندی متفاوت با شدت است. شدت را می‌توان با یک آشکارساز اندازه گرفت در حالی که بلندی چیزی است که شخص حس می‌کند و قابل اندازه‌گیری نیست. از این رو گزینه (۲) درست است.

۱ ۱۷۶۰ A

بیشترین حساسیت گوش انسان به بسامدهایی در گستره 2000 Hz تا 5000 Hz است. در حالی که گوش انسان قادر به شنیدن تن‌های صدای 20 Hz تا 20000 Hz است.

۴ ۱۷۶۱ A

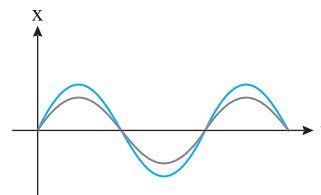
برای تقویت صوت از بلندگو استفاده می‌شود و بلندگو با افزایش دامنه ارتعاش صوت، انرژی صوت (و همچنین شدت صوت) را افزایش می‌دهد و سبب می‌گردد که صدای تقویت شده تا فاصله‌های دورتری شنیده شود.

۲ ۱۷۶۲ A

ارتفاع صوت به بسامد بستگی دارد که چون چشمه یکسان است بنابراین ارتفاع صوت رسیده به هر دو شخص یکسان می‌باشد. با توجه به رابطه $I = \frac{\bar{P}}{A}$ شدت صوت با سه برابر شدن مساحت سطح، $\frac{1}{3}$ می‌شود ($I_2 = 3I_1$) و صوتی که شخص B می‌شنود ضعیف‌تر (آهسته‌تر) است.

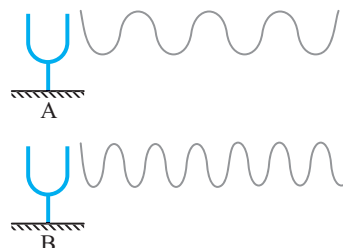
۳ ۱۷۶۳ A

ارتفاع، بسامدی است که گوش انسان درک می‌کند. با توجه به شکل، دوره صوت‌های تولیدی و در نتیجه بسامد آن‌ها با هم برابر است، بنابراین ارتفاع دو صوت با هم یکسان است. بلندی، شدتی است که گوش انسان از صوت درک می‌کند شدت صوت با موج دامنه نسبت مستقیم دارد. دامنه دو صوت یکسان نیست در نتیجه شدت صوت‌ها متفاوت است بنابراین بلندی دو صوت متفاوت است.



۳ ۱۷۶۴ A

ارتفاع، بسامدی است که گوش انسان درک می‌کند و هرچه بسامد صوت بیشتر باشد، ارتفاع آن بیشتر است. با توجه به شکل طول موج صوت حاصل از دیابازون A بلندتر از طول موج صوت حاصل از دیابازون B است. با توجه به ثابت بودن تندی صوت و بنا بر رابطه $f = \frac{v}{\lambda}$ می‌توان نتیجه گرفت که $f_B > f_A$ است و ارتفاع صوت B بیشتر از ارتفاع صوت A است.



۲ ۱۷۶۵ B

۱ بلندی، شدتی است که گوش انسان از صوت درک می‌کند. حساسیت گوش برای این دو بسامد یکسان فرض شده است بنابراین وقتی دو صوت با یک بلندی شنیده می‌شود یعنی شدت دو صوت رسیده به شخص یکسان است. ($I_1 = I_2$)

۲ شدت صوت با مربع دامنه و مربع بسامد نسبت مستقیم و با مربع فاصله نسبت وارون دارد.

$$\frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{f_2}{f_1}\right)^2 \times \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2 \times \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 \Rightarrow 1 = 16 \times \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 \Rightarrow \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 = \frac{1}{16}$$

$$\Rightarrow \frac{d_1}{d_2} = \frac{1}{4} \Rightarrow d_2 = 4d_1$$

۱ ۱۷۶۶ A

گوش یک انسان با شنوایی معمولی بسامدهای بین 20 Hz و 20000 Hz را می‌شنود. اکنون طول موج این بسامدها را به دست می‌آوریم.

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow \lambda = \frac{340}{20} \Rightarrow \lambda = 17\text{ m}, \lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow \lambda = \frac{340}{20000} \Rightarrow \lambda = 1.7 \times 10^{-2}\text{ m}$$

۴ ۱۷۶۷ A

هرگاه چشمه موج در حرکت باشد جبهه‌های موج در جلوی چشمه به هم نزدیک می‌شوند و طول موج کاهش می‌یابد و در پشت چشمه، جبهه‌ها از هم فاصله می‌گیرند و طول موج افزایش می‌یابد یعنی طول موج با حرکت چشمه تغییر می‌کند. تندی انتشار موج در محیط ثابت است و با تغییر طول موج، بسامد نیز تغییر می‌کند. (ثابت $f = \frac{v}{\lambda}$ متغیر)

۳ هرگاه چشمه موج ساکن باشد، طول موج در جلو و عقب آن یکسان است. از این رو خواهد بود اما هنگام نزدیک شدن شنونده به چشمه ساکن بسامد دریافتی توسط شنونده از بسامد واقعی چشمه بیشتر است ($f_r > f_s$) و هنگام دور شدن از چشمه بسامد دریافتی توسط شنونده از بسامد واقعی چشمه کمتر است ($f_r < f_s$). بنابراین بسامد دریافتی شنونده هنگام نزدیک شدن (f_r) از بسامد دریافتی شنونده هنگام دور شدن (f_r) بیشتر است. ($f_r > f_L$)



در مدت زمان یکسان، خودرویی که به چشمه ساکن صوت نزدیک می‌شود با جبهه‌های موج بیشتری برخورد می‌کند، در حالی که خودرویی که از این چشمه دور می‌شود، با جبهه‌های موج کم‌تری برخورد می‌کند.

۴ ۱۷۶۹ A

تکنه هرگاه چشمه صوت ساکن باشد، طول موج دریافتی توسط ناظر با طول موج چشمه یکسان است. در گزینه (۱) و (۲) که چشمه در حال حرکت است نمی‌تواند $\lambda_0 = \lambda_s$ باشد و این دو گزینه نادرست هستند.

تکنه هرگاه ناظر به چشمه نزدیک شود بسامد دریافتی (f_0) از بسامد چشمه (f_s) بیشتر است.

در گزینه (۳) ناظر در حال دور شدن از چشمه است و بسامد دریافتی ناظر از بسامد چشمه کمتر است ($f_0 < f_s$) و این گزینه نادرست است.

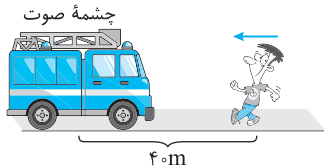
در گزینه (۴) ناظر در حال نزدیک شدن به چشمه است و $f_0 > f_s$ بوده و چون چشمه ساکن طول موج ثابت بوده و $\lambda_0 = \lambda_s$ است از این رو گزینه (۴) درست است.

۲ ۱۷۷۳ B

X_1 و X_2 در واقع همان طول موج‌های چشمه‌های S_1 و S_2 می‌باشند و چون در طرف X_1 و X_2 فاصله بین جبهه‌های موج بیشتر از طرف دیگر است می‌فهمیم که X_1 و X_2 باید در عقب چشمه باشند، بنابراین چشمه S_2 به سمت راست و چشمه S_1 به سمت چپ می‌رود و چون $X_2 > X_1$ است تندی چشمه S_2 بیشتر است.

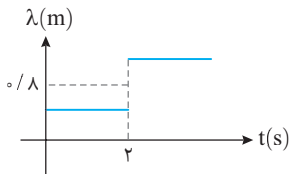
۱ ۱۷۷۴ A

هرگاه چشمه موج ساکن باشد، طول موج در تمام محیط با طول موج چشمه برابر بوده و طول موج ثابت است. در این مسئله چشمه صوت ساکن است و با گذشت زمان طول موج ثابت می‌ماند و گزینه (۱) درست است، نیازی به محاسبه طول موج نیست.



۲ ۱۷۷۵ B

۱ ابتدا زمان رسیدن چشمه به شنونده را حساب می‌کنیم. $v = \frac{d}{t} \Rightarrow 20 = \frac{40}{t} \Rightarrow t = 2s$



۲ سپس طول موج صوت چشمه را وقتی که چشمه ساکن است، به دست می‌آوریم.

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow \lambda = \frac{320}{400} \Rightarrow \lambda = 0.8m$$

۳ در هنگام نزدیک شدن چشمه به شنونده، طول موج در جلوی چشمه از $\lambda = 0.8m$ کمتر است و هنگام دور شدن چشمه که شنونده در پشت چشمه قرار دارد طول موج از $0.8m$ بزرگ‌تر است بنابراین گزینه (۲) درست است.

۳ ۱۷۷۶ A

شخص A درون آمبولانس است و به همراه چشمه صوت با یک تندی در حرکت است و نسبت به چشمه صوت ساکن است بنابراین اثر دوپلر برای او رخ نمی‌دهد. اما شخص B در جلوی چشمه بوده و چشمه صوت در حال نزدیک شدن به اوست در این حالت طول موج‌های جلوی چشمه کوتاه‌تر و بسامد دریافتی شخص B بیشتر از f_s خواهد بود ($f_B > f_s$) و گزینه (۳) درست است.

۲ ۱۷۷۷ A

خط فکر: شنونده در حال نزدیک شدن به چشمه ساکن است بنابراین طول موج ثابت است اما بسامد دریافتی شنونده از بسامد چشمه بیشتر است. بسامد زاویه‌ای موج را از روی معادله ($x = 5 \times 10^{-2} \cos 800\pi t$) به دست می‌آوریم، بسامد چشمه و طول موج را حساب می‌کنیم. هر بسامدی که در گزینه‌ها از بسامد چشمه بیشتر باشد می‌تواند جواب مسئله باشد.

۱ بسامد موج را حساب می‌کنیم. $\omega = 2\pi f \Rightarrow 800\pi = 2\pi f \Rightarrow f_s = 400 \text{ Hz}$

۲ طول موج را به دست می‌آوریم.

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{330 \text{ m/s}}{400} \Rightarrow \lambda = 0.825 \text{ m}$$

۳ چشمه ساکن است بنابراین طول موج رسیده به شخص همان 0.825 است و گزینه‌های (۱) و (۴) نادرست است.

۴ شخص به چشمه نزدیک می‌شود بنابراین بسامد دریافتی شخص باید از بسامد چشمه بیشتر ($f_0 > 400 \text{ Hz}$) باشد. در این صورت گزینه (۲) درست است.

۳ ۱۷۷۰ A

نکته: وقتی چشمه صوت ساکن است طول موج تغییر نمی‌کند و به حرکت ناظر بستگی ندارد.

هر دو ناظر نسبت به یک چشمه ساکن در حرکت هستند بنابراین طول موج دریافتی توسط هر دو ناظر برابر طول موج چشمه بوده و $\lambda_B = \lambda_A$ خواهد بود.

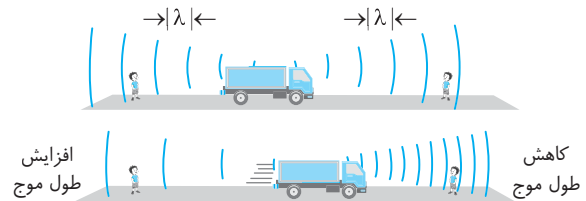
۴ ۱۷۷۱ B

با توجه به حرکت چشمه به سمت شخص، فاصله جبهه‌های موج در جلوی چشمه از هم کم می‌شود، پس طول موج صوت کاهش می‌یابد ($\lambda \downarrow$). هم‌چنین شرایط محیطی یکسان است پس تندی صوت در حالت سکون و یا حرکت چشمه یکسان از نظر شنونده ثابت است.

$$\downarrow \lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow f \uparrow$$

بسامد افزایش می‌یابد $f \uparrow$ چون فاصله چشمه از شخص در حال کاهش است بنابراین شدت صوت ($I \propto 1/d^2$) در حال افزایش می‌باشد.

ارتفاع صوت به بسامد صوت و بلندی صوت به شدت صوت بستگی دارد. بسامد و شدت صوت در حال افزایش است بنابراین بلندی و ارتفاع صوت در حال افزایش است.



۱ ۱۷۷۲ A

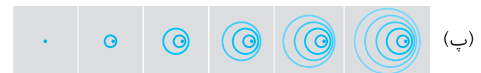
یادآوری: اگر چشمه ساکن باشد، جبهه‌های موج به صورت دایره‌هایی هم‌مرکز با فواصل یکسان مدل‌سازی می‌شود. ($v_s = 0$)



۲ اگر چشمه حرکت کند در جهتی که حرکت می‌کند جبهه‌های موج به هم نزدیک می‌شود و اگر سرعت چشمه از سرعت صوت (موج) کمتر باشد، ($v_s < v$) جبهه‌های موج به صورت زیر است. در این شکل چشمه به سمت راست در حرکت است.



۳ اگر سرعت چشمه v_s برابر سرعت صوت باشد، جبهه‌های موج در جهت پیشروی موج بر هم مماس می‌شوند. ($v_s = v$)



۴ اگر سرعت چشمه ($v_s > v$) باشد، جبهه‌های جدید از جبهه‌های قدیمی‌تر، جلوی می‌زنند و چشمه جبهه‌های خود را پشت سر می‌گذارد.



با توجه به جهت حرکت چشمه به سمت چپ، جبهه‌های موج در سمت راست دارای فاصله بیشتر و در سمت چپ جلوی چشمه دارای فاصله کمتر هستند. از طرفی هرگاه تندی چشمه از تندی صوت بیشتر می‌شود، جبهه‌هایی که زودتر تولید شده‌اند از جبهه‌هایی که بعداً ایجاد شده‌اند عقب می‌مانند و شکل جبهه‌های موج مانند گزینه (۱) خواهد بود.



B ۱۷۷۸ ۳

خط فکری

در حرکت چشمه (شخص در حال سقوط) هرچه تندی بیشتر می‌شود، جبهه‌های موج در جلوی چشمه فشرده‌تر شده و طول موج کوتاه‌تر و کوتاه‌تر شده یعنی با گذشت زمان و افزایش تندی، بسامد در جلوی چشمه در حال افزایش خواهد بود. اکنون بررسی کنید هنگام سقوط شخص، تندی آن چگونه تغییر می‌کند.

یادآوری: ارتفاع، بسامدی است که گوش انسان درک می‌کند.

هنگام سقوط دائماً بر سرعت شخص در حال سقوط افزوده می‌شود، به همین دلیل بسامد دریافتی توسط شخص کنار استخر به علت پدیدهٔ دوپلر افزایش می‌یابد، بنابراین ارتفاع صوت دریافتی بیشتر می‌شود.

B ۱۷۷۹ ۳

نکته

هرگاه چشمهٔ موج دارای حرکت شتابدار باشد و به ناظر نزدیک شود، اگر چشمه تندشونده باشد؛ بسامد دریافتی توسط ناظر (f_0) در حال افزایش بوده و $f_0 > f_s$ است و اگر حرکت چشمه کندشونده باشد چون به ناظر نزدیک می‌شود $f_0 > f_s$ است اما f_0 در حال کاهش خواهد بود.

این یک سؤال علمی تخیلی است زیرا باید گوش حساسی داشته باشید تا بتوانید در آن مدت کوتاه تغییر ارتفاع را حس کنید. اما پاسخ چیست؟

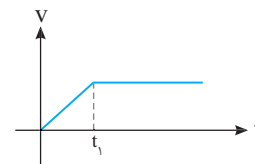
ارتفاع در حال کاهش است یعنی بسامد در حال کاهش است بنابراین تندی آمبولانس در حال کاهش است که سبب می‌گردد بسامد دریافتی توسط شما کاهش یابد و سپس ممکن است تندی آن ثابت و یا ساکن شود که در این صورت بسامد دریافتی ثابت می‌ماند بنابراین گزینه (۳) درست است.

A ۱۷۸۰ ۴

نکته ۱-۱

هرگاه چشمه با حرکت شتابدار کندشونده در حال دور شدن از ناظر باشد بسامد دریافتی توسط ناظر f_0 از بسامد چشمه f_s کمتر است ($f_0 < f_s$) و علاوه بر آن f_0 در حال کاهش است.

نکته ۱-۲: هرگاه چشمه با حرکت شتابدار کندشونده در حال دور شدن از ناظر باشد $f_0 < f_s$ بوده و علاوه بر آن f_0 در حال افزایش و نزدیک شدن به f_s است.



چشمه در حال دور شدن از ناظر است و بسامد دریافتی توسط ناظر از بسامد چشمه کمتر است اما تا لحظه t_1 سرعت چشمه در حال افزایش است. به همین دلیل بسامد دریافتی در حال کاهش است و بعد از t_1 چشمه با تندی ثابت در حال دور شدن از ناظر است بنابراین بسامد دریافتی توسط ناظر ثابت می‌ماند، اما همچنان $f_0 < f_s$ است.

A ۱۷۸۱ ۲

هنگام نزدیک شدن چشمه به ناظر طول موج کاهش و بسامد افزایش می‌یابد و هنگام دور شدن چشمه از ناظر طول موج افزایش و بسامد کاهش می‌یابد و گزینه (۲) درست است.

A ۱۷۸۲ ۱

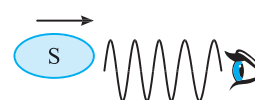
انتقال به سرخ به معنی افزایش طول موج و دور شدن چشمهٔ نور از ناظر است و گزینه (۱) درست است.

A ۱۷۸۳ ۱

چشمهٔ نور از آشکارساز (۱) دور می‌شود، پس طول موج دریافتی آن در حال افزایش است و با توجه به رابطه $\lambda = \frac{v}{f}$ با افزایش طول موج بسامد کاهش می‌یابد. $f_1 < f_0$

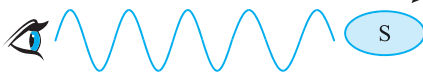
چشمهٔ نور به آشکارساز (۲) نزدیک می‌شود پس طول موج دریافتی آن در حال کاهش است و با توجه به رابطه $\lambda = \frac{v}{f}$ با کاهش طول موج، بسامد افزایش می‌یابد. $f_2 > f_0$

B ۱۷۸۴ ۳



هنگام نزدیک شدن جسم نوری به شخص، طول موج نور کاهش یافته و نور به رنگی با طول موج کمتر از زرد یعنی به رنگ‌های سبز یا آبی یا نیلی یا بنفش دیده خواهد شد.

هنگام دور شدن جسم نوری از شخص، طول موج در حال افزایش خواهد بود و نوری که به شخص می‌رسد طول موج بیشتری از زرد خواهد داشت و به رنگ نارنجی و یا قرمز دیده می‌شود.

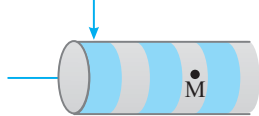


بنابراین گزینه (۳) رنگ نورهایی است که احتمال دارد شخص ببیند.

B ۱۷۸۵ ۳

جهان در حال انبساط است. بنابراین کهکشان‌ها در حال دور شدن از هم هستند و طول موج نور آنها که به زمین می‌رسد باید افزایش یابد و انتقال به سرخ صورت می‌گیرد.

A ۱۷۸۶ ۴



با توجه به شکل فاصله نقطه M و تپ انبساطی که با پیکان نشان داده شده $\frac{3\lambda}{2}$ است. در مدت $t = \frac{T}{2}$ ، موج به اندازه $\frac{\lambda}{2}$

پیشروی می‌کند و تپ انبساطی نشان داده شده به نقطه M به اندازه $\frac{\lambda}{2}$ نزدیک می‌شود و فاصله تپ انبساطی از نقطه M، λ می‌شود. از طرفی با حرکت موج به اندازه $\frac{\lambda}{2}$ باید در محل قبلی تپ انبساطی یک ناحیه تراکمی ایجاد شود. با توجه به مطالب گفته شده گزینه (۴) درست است.

B ۱۷۸۷ ۴

خط فکری

شدت صوت با مربع بسامد و مربع دامنه نسبت مستقیم و با مربع فاصله نسبت وارون دارد. در اینجا فاصله‌ها یکسان بوده بنابراین $\frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2 \times \left(\frac{f_2}{f_1}\right)^2$ است یعنی هر کدام که حاصل ضرب Af یا $A\omega$ در آنها بزرگ‌تر باشد، شدت صوت آن چشمه بیشتر است. حاصل ضرب $A\omega$ را برای هر گزینه به دست می‌آوریم.

گزینه (۱): $(8\pi)^2 = 64\pi^2$ ، گزینه (۲): $2^2 \times (4\pi)^2 = 64\pi^2$ ، گزینه (۳): $(16\pi)^2 = 256\pi^2$

بنابراین شدت صوت هر سه چشمه باهم برابر است و گزینه (۴) درست است.

B ۱۷۸۸ ۱

۱ شدت صوت با مجذور فاصله رابطه عکس دارد:

$$\frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{1}{10\sqrt{2}}\right)^2 \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \frac{1}{200} \Rightarrow I_1 = 200 \cdot I_2$$

۲ اکنون مقدارهای I_1 و I_2 را جایگزین می‌کنیم:

$$10^{\beta_1 - 12} = 200 \times 5 \times 10^{\beta_2 - 19} \Rightarrow 10^{\beta_1 - 12} = 10^3 \times 10^{2\beta_2 - 19} \\ \Rightarrow 10^{\beta_1 - 12} = 10^{2\beta_2 - 16} \Rightarrow \beta_1 - 12 = 2\beta_2 - 16 \Rightarrow \beta_1 = 2\beta_2 - 4 \\ \Rightarrow I_1 = 10^{\beta_1 - 12} \Rightarrow I_1 = 10^{-8} \text{ W/m}^2$$

C ۱۷۸۹ ۲

با توجه به تعریف تراز شدت صوت خواهیم داشت:

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \quad \beta = 28 \text{ dB} \Rightarrow 28 = 10 \log \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow 2/10 = \log \frac{I}{10^{-12}}$$

اکنون باید فکر کنیم $2/10$ را چگونه بنویسیم تا بتوانیم مسئله را حل کنیم. با توجه به فرض مسئله $(\log 2 = 0/3)$ باید به سراغ تولید $0/3$ برویم. $2/10$ را به صورت $4 \times 0/7$ می‌نویسیم و به جای $0/7$ نیز $(1 - 0/3)$ را قرار می‌دهیم بنابراین:

$$4 \times 0/7 = \log \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow 4(1 - 0/3) = \log \frac{I}{10^{-12}} \quad \log 1 = 0, \log 2 = 0/3 \rightarrow$$

$$4(\log 10 - \log 2) = \log \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow 4 \log \frac{10}{2} = \log \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow 4 \log 5 = \log \frac{I}{10^{-12}} \\ \Rightarrow 5^4 = \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow I = 6/25 \times 10^{-10} \text{ W/m}^2$$

۱ نصف مساحت یک کره یعنی $A = \frac{4\pi r^2}{4} = \pi r^2$ است. با دانستن این مطلب ابتدا شدت صوت و سپس تراز شدت صوت در فاصله ۵۰ متری بلندگو را به دست می‌آوریم. شدت صوت خواهد شد:

$$I = \frac{P}{A} \Rightarrow I = \frac{P}{\pi r^2} \xrightarrow{P=1/5W, \pi=3} I = \frac{1/5}{\pi \times 3^2} \Rightarrow I = 10^{-4} W/m^2$$

۲ تراز شدت صوت در این محل را حساب می‌کنیم.

$$\beta = \log \frac{I}{I_0} = \log \frac{10^{-4}}{10^{-12}} = \log 10^8 \Rightarrow \beta = 8B$$



۴ ۱۷۹۵ B

۱ بسامد چشمه ۴۴ درصد افزایش یافته بنابراین بسامد خواهد شد:

$$f_v = f_1 + \frac{44}{100} f_1 = 1/44 f_1$$

۲ فاصله از چشمه نیز ۲۰ درصد افزایش می‌یابد بنابراین می‌توان نوشت:

$$d_v = d_1 + \frac{20}{100} d_1 = 1/2 d_1$$

۳ شدت صوت با مربع بسامد نسبت مستقیم و با مربع فاصله نسبت وارون دارد.

نسبت شدت صوت‌ها را به دست می‌آوریم:

$$\frac{I_v}{I_1} = \left(\frac{f_v}{f_1}\right)^2 \times \left(\frac{d_1}{d_v}\right)^2 = (1/44)^2 \times \left(\frac{1}{1/2}\right)^2 = 1/44$$

۴ تغییرات تراز شدت صوت برابر است با:

$$\beta_v - \beta_1 = 10 \log \frac{I_v}{I_1} = 10 \log \frac{1}{44} \Rightarrow \beta_v - \beta_1 = 10 \log \frac{I_v}{I_1} = 10 \log 1/44 = 10 \log \frac{144}{100}$$

$$= 10 (\log 144 - \log 100) = 10 (\log 2^4 \times 3^2 - 2) \Rightarrow$$

$$\beta_v - \beta_1 = 10 (4 \log 2 + 2 \log 3 - 2) \xrightarrow{\log 2=0.3, \log 3=0.5}$$

$$\beta_v - \beta_1 = 10 (1.2 + 1 - 2) = 2dB \Rightarrow \beta_v - \beta_1 = 2dB$$

۴ ۱۷۹۶ C

۱ ابتدا فاصله نقطه B از چشمه را به کمک رابطه فیثاغورس حساب می‌کنیم:

$$AB^2 = S_A^2 + S_B^2 = d_A^2 + d_B^2 = 26d^2$$

$$\xrightarrow{d_A=d} d_B^2 = 25d^2 \Rightarrow d_B = 5d$$

۲ شدت صوت با مربع فاصله نسبت وارون دارد، از

$$\frac{I_B}{I_A} = \left(\frac{d_A}{d_B}\right)^2 \xrightarrow{d_B=5d} \frac{I_B}{I_A} = \frac{1}{25}$$

این‌رو:

۳ اختلاف تراز شدت صوت برابر است با:

$$\beta_B - \beta_A = 10 \log \frac{I_B}{I_A} = 10 \log \frac{1}{25} \Rightarrow$$

$$\beta_B - \beta_A = 10 \log \frac{1}{25} = 10 \log 5^{-2} \Rightarrow \beta_B - \beta_A = -20 \log 5 (I)$$

۴ اکنون $\log 5$ را حساب می‌کنیم.

$$\log 2 \times 5 = 1 \Rightarrow \log 2 + \log 5 = 1 \xrightarrow{\log 2=0.3} \log 5 = 0.7$$

۵ $\log 5$ در رابطه (I) قرار می‌دهیم: $\beta_B - \beta_A = -20 \times (0.7) = -14dB$

۶ تراز شدت صوت ۱۴dB کاهش می‌یابد.

۳ ۱۷۹۰ B

۱ ابتدا فرض می‌کنیم که اتلاف انرژی وجود ندارد و شدت صوت در ۴ متری چشمه صوت را حساب می‌کنیم.

$$\frac{I'}{I} = \left(\frac{r}{r'}\right)^2 \xrightarrow{I=500W/m^2, r=2m, r'=4m} \frac{I'}{I} = \left(\frac{2}{4}\right)^2 \Rightarrow I' = 125W/m^2$$

۲ ۵۰٪ این مقدار توسط محیط جذب شده و ۵۰٪ آن به ۴ متری رسیده است بنابراین شدت صوت در ۴ متری خواهد شد:

$$I'' = \frac{50}{100} I' \Rightarrow I'' = \frac{50}{100} \times 125 \Rightarrow I'' = 62.5W/m^2$$

۴ ۱۷۹۱ C

۱ شدت صوت با مربع فاصله نسبت وارون دارد. بنابراین اگر اتلاف انرژی وجود نداشته باشد نسبت شدت صوت در نقاط A و B خواهد شد:

$$\frac{I_B}{I_A} = \left(\frac{d_A}{d_B}\right)^2 \Rightarrow \frac{I_B}{I_A} = \left(\frac{5}{10}\right)^2 \Rightarrow \frac{I_B}{I_A} = \frac{1}{4} \Rightarrow I_B = \frac{1}{4} I_A$$

۲ با توجه به تعریف تراز شدت صوت، به کمک اختلاف تراز شدت در نقاط A و B، نسبت شدت صوت را حساب می‌کنیم.

$$\beta_A - \beta_B = 10 \log \frac{I_A}{I_B} \xrightarrow{\beta_A=45dB, \beta_B=35dB}$$

$$45 - 35 = 10 \log \frac{I_A}{I_B} \Rightarrow \log \frac{I_A}{I_B} = 1 \Rightarrow \frac{I_A}{I_B} = 10 \Rightarrow I_B = \frac{1}{10} I_A$$

۳ درصد اتلاف انرژی خواهد شد:

$$\frac{I'_B - I_B}{I_B} \times 100 = \frac{\frac{1}{10} I_A - \frac{1}{4} I_A}{\frac{1}{4} I_A} \times 100 = \frac{4-10}{4} \times 100 = -60\%$$

۶۰ درصد انرژی تلف شده است.

۳ ۱۷۹۲ B

خط فکری مسئله جالبی است. شما ابتدا باید شدت صوت حاصل از صدای گوینده در فاصله $r = 0.5m$ از گوینده را حساب کرده، سپس سهم میکروفون از این شدت صوت را به دست بیاورید.

۱ شدت صوت در فاصله ۵۰cm برابر است با:

$$I = \frac{P}{A} \xrightarrow{A=4\pi r^2} I = \frac{P}{4\pi r^2}$$

$$\xrightarrow{P=10\pi \times 10^{-6}W} I = \frac{10\pi \times 10^{-6}}{4\pi \times (0.5)^2} \Rightarrow I = 10^{-5} W/m^2$$

۲ اکنون باید حساب کنیم که در مدت یک دقیقه با این شدت صوت از سطحی به مساحت $10cm^2 = 10^{-4}m^2$ میکروفون A چند ژول انرژی می‌گذرد.

$$E = IA_{\text{میکروفون}} t \Rightarrow E = 10^{-5} \times 10^{-4} \times 10^{-4} \times 60 \Rightarrow E = 6 \times 10^{-13} J$$

۱ ۱۷۹۳ B

یادآوری آستانه شنوایی، ضعیف‌ترین صدایی است که گوش می‌تواند بشنود. $10^{-8} W/m^2$ برای گوش ضعیف‌ترین صدای بسامد $5kHz$ برابر $5 \times 10^{-8} W/m^2$ است. بنابراین شخص تا جایی می‌تواند از چشمه دور شود که شدت صوت از $10^{-8} W/m^2$ کمتر نشود. با این مطلب، می‌توان بیشینه فاصله شخص از چشمه را حساب کرد. با توجه به تعریف شدت صوت خواهیم داشت:

خط فکری برای گوش ضعیف‌ترین صدای بسامد $5kHz$ برابر $5 \times 10^{-8} W/m^2$ است. بنابراین شخص تا جایی می‌تواند از چشمه دور شود که شدت صوت از $10^{-8} W/m^2$ کمتر نشود. با این مطلب، می‌توان بیشینه فاصله شخص از چشمه را حساب کرد. با توجه به تعریف شدت صوت خواهیم داشت:

$$I = \frac{P}{A} \xrightarrow{A=4\pi r^2, P=\frac{\pi}{100}W} 10^{-8} = \frac{100}{4\pi r^2} \Rightarrow r^2 = \frac{\pi}{4\pi \times 10^{-6}}$$

$$\Rightarrow r^2 = \frac{10^6}{4} \Rightarrow r = \frac{1000}{2} = 500m$$

۳ ۱۷۹۴ B

خط فکری در رابطه $I = P/A$ وقتی چشمه جبهه‌های موج کروی را به‌طور یکنواخت در تمام جهات منتشر می‌کند، در فاصله r از چشمه مساحتی که توان روی آن توزیع می‌شود برابر $A = 4\pi r^2$ است. در این مسئله بلندگو تنها در جلوی خود جبهه‌های موج نیم‌کره را گسیل می‌کند بنابراین مساحت جبهه موج در فاصله r برابر

A ۱۷۹۷ ۳

نکته هر گاه چشمه صوت ساکن باشد، طول موج در تمام اطراف آن یکسان و برابر طول موج چشمه است و طول موج به حرکت ناظر بستگی ندارد. در این مسئله چشمه ساکن است بنابراین در تمام طول مسیر حرکت کودک، طول موج ثابت است. $(\lambda_A = \lambda_B = \lambda_C)$

B ۱۷۹۸ ۱

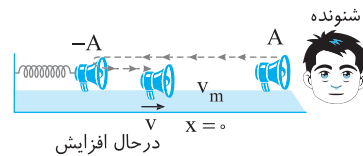
خط فکری هر گاه چشمه با حرکت شتاب دار تندشونده به ناظر نزدیک شود به دلیل نزدیک شدن به ناظر بسامد دریافتی شنونده $f_o > f_s$ است و به دلیل افزایش تندی، جبهه‌های موج به هم فشرده‌تر شده و بسامد دریافتی افزایش می‌یابد. بنابراین شما باید با به‌دست آوردن دوره نوسان سامانه جرم - فنر مشخص کنید که در لحظه $t = 0/4s$ بلندگو به ناظر (شنونده) نزدیک و یا دور می‌شود و حرکت آن در این لحظه چگونه است. **۱** دوره نوسان سامانه جرم - فنر را به دست می‌آوریم.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow T = 2 \times 2 \times \sqrt{\frac{0/2}{20}} \Rightarrow T = 0/6s$$

۲ بررسی می‌کنیم که $\Delta t = 0/4s$ چه کسری از دوره است.

$$\frac{\Delta t}{T} = \frac{0/4}{0/6} = \frac{2}{3} \Rightarrow \Delta t = \frac{2}{3}T$$

مدت زمان $\frac{2}{3}T$ از $\frac{T}{4}$ بیشتر و از $\frac{3}{4}T$ کمتر است. از این رو در لحظه $t = 0/4s$ بلندگوز مکان $+A$ به مکان $-A$ رفته و از مکان $-A$ به سوی حالت تعادل در حرکت است و چون به ناظر نزدیک می‌شود $f_o > f_s$ است و از طرفی سرعتش در حال افزایش است و f_o نیز در حال افزایش است.



C ۱۷۹۹ ۳

چشمه در حال نزدیک شدن به صخره است بنابراین ناظر ساکن کنار صخره بسامدی که دریافت می‌کند (f_o) از بسامد چشمه (f_s) بیشتر است $(f_o > f_s)$. صوت با بسامد f_o به صخره برخورد کرده و به سوی راننده برمی‌گردد. در این حالت صخره شبیه یک چشمه ساکن رفتار می‌کند که امواجی با بسامد f_o به سوی شنونده متحرک می‌فرستد. از این رو شنونده متحرک که در حال نزدیک شدن به چشمه است بسامد دریافتی اش (f_{o_1}) از f_o بیشتر است بنابراین: $f_s < f_{o_1} < f_o$

پنجره ۴ روبه‌روی ۵

B ۱۷۹۹ ۳

۱ به دیپازون نگاه کنید. تیغه‌های دیپازون وقتی به ارتعاش در می‌آیند به چپ و راست می‌روند. وقتی تیغه به چپ می‌رود فنر ۲ را می‌کشد و فنر باز می‌شود و وقتی تیغه به سمت راست می‌رود، فنر ۲ جمع می‌شود و این باز شدگی و جمع شدگی سبب انتشار موج طولی در فنر ۲ می‌شود.

در فنر ۱ با حرکت تیغه حلقه‌ها به سمت چپ و راست می‌روند و موج به بالا می‌رود یعنی راستای نوسان حلقه بر راستای پیشروی موج عمود بوده و موج در فنر (۱) عرضی است. **نکته** تندی انتشار امواج طولی در جامدات از تندی انتشار امواج عرضی بیشتر است. **۱** فنرها یکسان هستند اما در فنر (۲) موج طولی و در فنر (۱) موج عرضی است بنابراین $v_p > v_t$ است.

۲ بسامد موج را چشمه موج تعیین می‌کند. چشمه موج در هر دو فنر، دیپازون است بنابراین بسامد موج در دو فنر یکسان است. $(f_1 = f_2)$

۳ با ثابت بودن بسامد موج، با توجه به تعریف طول موج $(\lambda = v/f)$ چون $(v_2 > v_1)$ است بنابراین $(\lambda_2 > \lambda_1)$ خواهد شد.

۴ دامنه چشمه برای هر دو موج یکسان است بنابراین دامنه موج در فنر (۱) و (۲) برابر است. $(A_1 = A_2)$ در نتیجه گزینه (۳) درست است.

نمای ۲۴

B ۱۷۹۹ ۴

نکته فاصله بین یک تراکم و یک انبساط متوالی در امواج طولی برابر $\frac{\lambda}{2}$ است.

۱ بنا به فرض مسئله فاصله یک تراکم از یک انبساط مجاورش 40cm است. طول موج را حساب می‌کنیم.

$$\frac{\lambda}{2} = 40 \Rightarrow \lambda = 80\text{cm} \Rightarrow \lambda = 0/8\text{m}$$

۲ دوره را به دست می‌آوریم.

$$\lambda = vT \xrightarrow{v=6\text{m/s}} 0/8 = 6T \Rightarrow T = \frac{1}{75}\text{s}$$

۳ هر ذره از محیط دارای حرکت هماهنگ ساده است و در مدت یک دوره مسافتی

چهار برابر دامنه $(\ell = 4A)$ طی می‌کند. بنابراین در مدت $\Delta t = \frac{1}{75}\text{s}$ مسافت طی شده خواهد شد:

$$\ell = 4A \xrightarrow{A=5\text{cm}} \ell = 4 \times 5 = 20\text{cm}$$

نمای ۲۴

B ۱۷۹۹ ۴

۳ تندی انتشار موج به دوره و دامنه موج بستگی ندارد و برای بسامدهای مختلف یکسان است. $(v_2 = v_1)$

یادآوری توان متوسط انتقال انرژی با مربع دامنه و مربع بسامد نسبت مستقیم دارد. دوره نصف شده است، بنابراین بسامد خواهد شد:

$$f = \frac{1}{T} \Rightarrow \frac{f_2}{f_1} = \frac{T_1}{T_2} \Rightarrow \frac{f_2}{f_1} = \frac{1}{2}$$

توان متوسط انتقال انرژی خواهد شد:

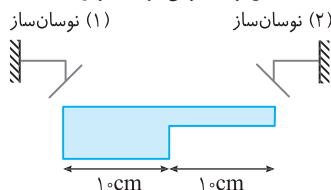
$$\frac{\bar{P}_2}{\bar{P}_1} = \left(\frac{f_2}{f_1}\right)^2 \times \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{\bar{P}_2}{\bar{P}_1} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times (2)^2 = 16$$

نمای ۲۱

B ۱۷۹۹ ۳

نکته در آب‌های کم عمق، تندی انتشار امواج سطحی آب در مناطق کم عمق‌تر، کمتر است.

امواج نوسان‌ساز (۱) در آب عمیق‌تر منتشر می‌شوند بنابراین تندی انتشار آن‌ها بیشتر است.



بنابراین محل اولین ملاقات دو موج باید از نوسان‌ساز (۱) دورتر و به نوسان‌ساز (۲) نزدیک باشد. در نتیجه گزینه (۳) که در آن فاصله از نوسان (۱) را 12cm بیان کرده می‌تواند جواب مسئله باشد.

نمای ۲۰

با توجه به نسبت خواسته شده، لازم است دو تراز شدت صوت داده شده را از هم کم کنیم، تا لگاریتم $\frac{I_2}{I_1}$ را به دست آوریم:

$$\Delta\beta = \beta_2 - \beta_1 \Rightarrow 10 \cdot \log \frac{I_2}{I_1} - 10 \cdot \log \frac{I_1}{I_1} = 92 - 28 = 64$$

$$\Rightarrow 10 \cdot \left(\log \frac{I_2}{I_1} \right) = 64 \Rightarrow \log \frac{I_2}{I_1} = 6.4$$

نکته: $\log 10^n$ برابر n است و $\log a - \log b$ برابر $\log \frac{a}{b}$ است.

می‌توان عدد 6.4 به دست آمده را به صورت $7 - 2(0.3)$ نوشت و به جای 7 ، $\log 10^7$ و به جای 0.3 از $\log 2$ استفاده کرد:

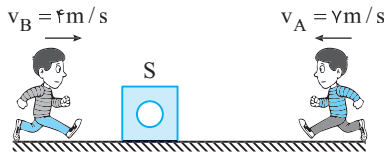
$$\log \frac{I_2}{I_1} = 7 - 2(0.3) \Rightarrow \log \frac{I_2}{I_1} = \log 10^7 - 2 \log 2$$

$$\Rightarrow \log \frac{I_2}{I_1} = \log \frac{10^7}{2^2} \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \frac{10^7}{4} = 2.5 \times 10^6$$

نمای ۲۶

۱ ۱۷۹۹ B

چشمه ساکن است و هر گاه چشمه ساکن باشد، فاصله جبهه‌های موج منتشر شده در محیط تغییر نمی‌کند و طول موج ثابت است بنابراین $\lambda_A > \lambda_B$ مقایسه نادرستی است.



تندی حرکت ناظر A از تندی حرکت ناظر B بیشتر است و در مدت $1s$ ، تعداد جبهه‌های موجی که دریافت می‌کند بیشتر بوده بنابراین بسامد دریافتی توسط ناظر A از بسامد دریافتی توسط ناظر B بیشتر است و مقایسه $f_A > f_B$ درست است. ناظر A در لحظه نشان داده شده در فاصله دورتری از چشمه قرار دارد و شدت صوت دریافتی ناظر A از شدت صوت دریافتی ناظر B کمتر است و مقایسه $I_A > I_B$ نادرست است.

نمای ۲۷

۱ ۱۷۹۹ B

خط فکری ۹ شدت صوت برابر توان صوتی گذرنده از یکای سطح عمود بر راستای پیشروی صوت است ($I = P/A$) که در این رابطه $A = 4\pi r^2$ بوده که r فاصله نقطه مورد نظر از منبع صوت است. در صورت مسئله تراز شدت صوت در محل $5m$ از منبع $\beta = 60 \text{ dB}$ بیان شده پس شما ابتدا باید شدت صوت در محل را به کمک تراز شدت صوت به دست آورده و سپس توان منبع صوت را حساب کنید. ابتدا با توجه به تراز شدت صوت، شدت صوت تولیدی را به دست می‌آوریم:

$$\beta = 10 \cdot \log \frac{I}{I_0} \quad \beta = 60 \text{ dB} \Rightarrow 10 \cdot \log \frac{I}{I_0} = 60 \Rightarrow \log \frac{I}{I_0} = 6 \Rightarrow \frac{I}{I_0} = 10^6$$

$$\frac{I}{10^{-12} \text{ W/m}^2} \Rightarrow I = 10^{-6} \text{ W/m}^2$$

با توجه به تعریف شدت صوت می‌توانیم توان منبع را حساب کنیم. شدت صوت برابر است با:

$$I = \frac{P}{A} \Rightarrow 10^{-6} = \frac{P}{4\pi \times 25} \Rightarrow 10^{-6} = \frac{P}{4 \times \pi \times 25}$$

$$\Rightarrow P = 10^{-4} \pi W = 0.1 \pi mW$$

نمای ۲۶

۳ ۱۷۹۹ B

تندی انتشار موج برابر است با:

$$v = \frac{\lambda}{T}$$

یک ذره از محیط دارای حرکت هماهنگ ساده است و در مدت یک دوره، مسافتی چهار برابر دامنه ($L = 4A$) طی می‌کند. بنابراین تندی متوسط هر ذره از محیط در مدت یک دوره خواهد شد:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \Rightarrow s_{av} = \frac{4A}{T}$$

بنا به فرض مسئله تندی انتشار موج با تندی متوسط ذرات محیط در یک دوره برابر است، از این رو می‌توان نوشت:

$$v = s_{av} \Rightarrow \frac{\lambda}{T} = \frac{4A}{T} \Rightarrow \lambda = 4A \Rightarrow \frac{\lambda}{A} = 4$$

در نتیجه نموداری درست است که در آن طول موج چهار برابر دامنه باشد.

بررسی گزینه‌ها:

گزینه (۱):

$$\frac{\lambda}{4} = 3 \Rightarrow \lambda = 12 \text{ cm}, A = 4 \text{ cm} \Rightarrow \frac{\lambda}{A} = \frac{12}{4} = 3 \neq 4 \quad \times$$

گزینه (۲):

$$\frac{\lambda}{4} = 3 \Rightarrow \lambda = 12 \text{ cm}, A = 2 \Rightarrow \frac{\lambda}{A} = \frac{12}{2} = 6 \neq 4 \quad \times$$

گزینه (۳):

$$\frac{\lambda}{2} = 8 \Rightarrow \lambda = 16 \text{ cm}, A = 4 \text{ cm} \Rightarrow \frac{\lambda}{A} = \frac{16}{4} = 4 \quad \checkmark$$

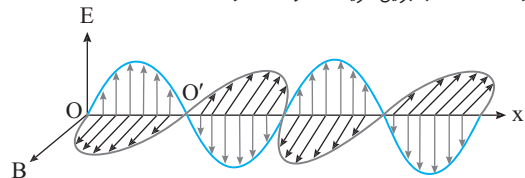
گزینه (۴):

$$\frac{\lambda}{2} = 8 \Rightarrow \lambda = 16 \text{ cm}, A = 2 \text{ cm} \Rightarrow \frac{\lambda}{A} = \frac{16}{2} = 8 \neq 4 \quad \times$$

نمای ۱۹

۲ ۱۷۹۹ A

بسامد و دوره نوسان میدان الکتریکی و میدان مغناطیسی موج الکترومغناطیسی در همه نقاط یکسان است. بنابراین گزینه (۱) و (۴) نادرست است.



برای بررسی گزینه‌های (۲) و (۳) باید طول موج را حساب کنیم.

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{3 \times 10^8 \text{ m/s}}{2 \times 10^6 \text{ Hz}} \Rightarrow \lambda = \frac{3 \times 10^8}{2 \times 10^6} \Rightarrow \lambda = 150 \text{ m}$$

با توجه به نمودار فاصله O تا O' برابر $\frac{\lambda}{2}$ است از این رو:

$$OO' = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow OO' = \frac{150}{2} \Rightarrow OO' = 75 \text{ m}$$

بنابراین گزینه (۲) درست و گزینه (۳) نادرست است.

نمای ۲۲

۱ ۱۷۹۹ B

نکته: اختلاف تراز شدت دو صوت برابر لگاریتم نسبت شدت آن دو صوت می‌شود:

$$\beta_A - \beta_B = 10 \cdot \log \frac{I_A}{I_0} - 10 \cdot \log \frac{I_B}{I_0}$$

$$\log a - \log b = \log \frac{a}{b} \Rightarrow \Delta\beta = 10 \cdot \log \frac{I_A}{I_B} \Rightarrow \Delta\beta = 10 \cdot \log \frac{I_A}{I_B}$$

۲ داده‌های مسئله را جای گذاری می‌کنیم، $\beta_1 = 80 \text{ dB}$ و $\beta_2 = 120 \text{ dB}$

$$120 - 80 = 10 \log \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow \log \frac{I_2}{I_1} = 4 \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = 10^4$$

۱ یادآوری: شدت صوت با مجذور فاصله نسبت وارون دارد.

۳ به کمک نسبت شدت صوت‌ها، فاصله نقطه از منبع صوت در حالت دوم را

به دست می‌آوریم.

$$\frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \xrightarrow{r_1 = 20 \text{ m}} 10^4 = \left(\frac{20}{r_2}\right)^2$$

$$10^2 = \frac{20}{r_2} \Rightarrow r_2 = 0.2 \text{ m} = 20 \text{ cm}$$

نمای ۲۶

۱۸۰۰ B

۳

۱ نکته: شدت صوت یک چشمه صوتی I است. اگر n چشمه صوت شبیه آن با هم و در کنار هم صوت ایجاد کنند در همان فاصله از چشمه، شدت صوت nI خواهد شد.

۲ سه چشمه به چشمه اول اضافه شده یعنی جمعاً ۴ چشمه با هم صوت تولید

می‌کنند و شدت صوت خواهد شد:

$$I_2 = 4I_1$$

۳ اختلاف تراز شدت صوت را در دو حالت به دست می‌آوریم.

$$\beta_2 - \beta_1 = 10 \log \frac{I_2}{I_1} - 10 \log \frac{I_1}{I_1} \Rightarrow \beta_2 - \beta_1 = 10 \log \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow \beta_2 - \beta_1 = 10 \log \frac{4I_1}{I_1}$$

$$\beta_2 - \beta_1 = 10 \log 4 = 10 \log 2^2 \xrightarrow{\log a^n = n \log a} \beta_2 - \beta_1 = 20 \log 2$$

$$\xrightarrow{\log 2 = 0.3} \beta_2 - \beta_1 = 20 \times 0.3 = 6 \text{ dB}$$

نمای ۲۶

۱۸۰۰ A

۴

۱ خط فکری: هر ذره از محیط انتشار موج سینوسی دارای حرکت هماهنگ ساده

است. از طرفی در حرکت هماهنگ ساده بیشینه شتاب نوسانگر در نقاط بازگشت (دو انتهای مسیر) اتفاق می‌افتد. یعنی نقاطی که در برآمدگی و یا فرورفتگی موج قرار دارند دارای بیشینه شتاب هستند.

نقاط Q, P, N در بیشترین فاصله از حالت تعادلشان یعنی در نقاط بازگشت قرار دارند.

بنابراین دارای بیشینه شتاب هستند.

نمای ۱۴

۱۸۰۰ B

۵

۱ تندی انتشار تمام امواج الکترومغناطیسی در خلأ یکسان است. بنابراین:

$$\begin{cases} \lambda_A = \frac{c}{f_A} \Rightarrow \lambda_A = \frac{f_B}{f_A} \frac{\lambda_B}{\delta} \rightarrow \frac{f_B}{f_A} = \frac{\delta}{\lambda_B} \rightarrow f_A = \frac{\delta}{\lambda_B} f_B \\ \lambda_B = \frac{c}{f_B} \end{cases} \quad (1)$$

۲ با توجه به صورت مسئله:

$$f_B - f_A = 100 \text{ MHz} \xrightarrow{(1)} f_B - \frac{\delta}{\lambda_B} f_B = 100 \Rightarrow \frac{f_B}{\lambda_B} = 100 \Rightarrow f_B = 600 \text{ Hz}$$

نمای ۲۲

۱۸۰۰ B

۶

۱ تندی انتشار موج را به دست می‌آوریم:

$$v = f\lambda \xrightarrow{f = 40 \text{ Hz}, \lambda = 1/2 \text{ m}} v = 40 \times 1/2 \Rightarrow v = 20 \text{ m/s}$$

بنابراین گزینه‌های (۱) و (۲) نادرست هستند.

۲ بیشینه تندی نوسان ذرات طناب را حساب می‌کنیم.

$$v_m = A\omega \xrightarrow{\omega = 2\pi f} v_m = A(2\pi f) \xrightarrow{A = 2 \text{ cm}, f = 40 \text{ Hz}} \rightarrow$$

$$v_m = 0.2 \times 2\pi \times 40 \Rightarrow v_m = 16\pi \text{ m/s}$$

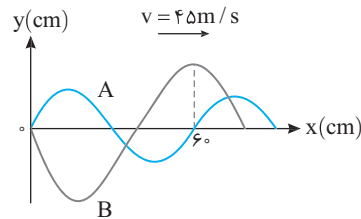
نمای ۱۸

۱۷۹۹ B

۱۰

۱ از روی محور افقی طول موج هر موج را حساب می‌کنیم.

$$A: \lambda_A = 6 \text{ cm}, B: \frac{3}{4} \lambda_B = 6 \text{ cm} \Rightarrow \lambda_B = 8 \text{ cm}$$



۲ بسامد موج‌های A و B را به دست می‌آوریم.

$$v = f\lambda \Rightarrow f = \frac{v}{\lambda} \begin{cases} \xrightarrow{A} f_A = \frac{45}{6} \Rightarrow f_A = \frac{45}{6} \Rightarrow f_A = 7.5 \text{ Hz} \\ \xrightarrow{B} f_B = \frac{45}{8} \Rightarrow f_B = \frac{45}{8} \Rightarrow f_B = 5.625 \text{ Hz} \end{cases}$$

۳ تعداد نوسان‌های A و B را در مدت ۲ s حساب می‌کنیم.

$$A: \frac{1 \text{ s}}{2 \text{ s}} \left| \begin{array}{c} \text{نوسان} \\ 7.5 \end{array} \right. \Rightarrow N_A = 1500$$

$$B: \frac{1 \text{ s}}{2 \text{ s}} \left| \begin{array}{c} \text{نوسان} \\ 5.625 \end{array} \right. \Rightarrow N_B = 1125$$

$$N_A - N_B = 1500 - 1125 = 375$$

۴ اختلاف نوسان‌ها خواهد شد:

نمای ۱۹

پنجره تو در تو

۱۸۰۰ B

۱

۱ خط فکری: علت این که شخص دو صدا با اختلاف زمانی Δt دریافت می‌کند

متفاوت بودن تندی انتشار صوت در هوا و فلز است. صوتی که از درون فلز منتقل می‌شود سریع‌تر از صوتی که از درون هوا منتقل می‌شود به سر دیگر لوله می‌رسد. تندی انتشار موج ثابت است و معادله انتشار موج یک معادله سرعت ($\Delta x = vt$) است.

کافی است زمان را به دست آورده از هم کم کنیم.

$$\Delta x = v_{\text{هوا}} t_{\text{هوا}} \xrightarrow{\Delta x = \ell} t_{\text{هوا}} = \frac{\ell}{v_{\text{هوا}}}$$

$$\Delta x = v_{\text{فلز}} t_{\text{فلز}} \Rightarrow t_{\text{فلز}} = \frac{\ell}{v_{\text{فلز}}}$$

$$\Delta t = t_{\text{هوا}} - t_{\text{فلز}} = \frac{\ell}{v_{\text{هوا}}} - \frac{\ell}{v_{\text{فلز}}} \Rightarrow \Delta t = \frac{v_{\text{فلز}} - v_{\text{هوا}}}{v_{\text{هوا}} v_{\text{فلز}}} \ell$$

بنابراین:

نمای ۲۵

۱۸۰۰ B

۲

۱ با توجه به تعریف تراز شدت صوت می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} \beta_1 = 10 \log \frac{I_1}{I_0} \\ \beta_2 = 10 \log \frac{I_2}{I_0} \end{cases} \quad \text{دو رابطه را از هم کم می‌کنیم} \rightarrow$$

$$\beta_2 - \beta_1 = 10 \log \frac{I_2}{I_0} - 10 \log \frac{I_1}{I_0}$$

با توجه به خاصیت لگاریتم $\log a - \log b = \log \frac{a}{b}$ می‌توان نوشت:

$$\beta_2 - \beta_1 = 10 \log \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow \beta_2 - \beta_1 = 10 \log \frac{I_2}{I_1}$$

۲ ۱۸۰۰ B

۱۰ با توجه به فرض مسئله دوره آونگ ۳ برابر دوره سامانه جرم فنر بوده بنابراین کافی است
 به جای دوره آونگ $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$ و به جای دوره سامانه جرم - فنر، $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ را
 قرار دهیم.

$$T_{\text{آونگ}} = 3T_{\text{فنر}} \Rightarrow 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} = 3 \times 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow \frac{\ell}{g} = 9 \times \frac{m}{k} \Rightarrow \frac{\ell}{10} = 9 \times \frac{0.5}{450} \Rightarrow \frac{\ell}{10} = 9 \times \frac{1}{900}$$

$$\Rightarrow \ell = 0.1 \text{ m} = 10 \text{ cm}$$

نمای ۸

۱ ۱۸۰۰ B

۱۱ هنگامی که سرنشینان درون ماشین قرار گرفتند، فنرها فشرده شده‌اند، بنابراین
 ثابت فنر کل فنرها (فنر آرمانی) خواهد شد:

$$mg = F_e \Rightarrow 4000 = k \times \frac{4}{100} \Rightarrow k = 10^5 \text{ N/m}$$

۲ هنگامی که اتومبیل دارای سرنشین می‌باشد، دوره تناوب کمک فنرها ی اتومبیل
 (فنر آرمانی) برابر ۱.۵ شده است از این رو می‌توان جرم اتومبیل را حساب کرد.

$$\begin{cases} \text{جرم اتومبیل } m \\ \text{جرم سرنشینان } m' \end{cases} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{m+m'}{k}} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{m+400}{10^5}}$$

$$\Rightarrow 1.5 = 2\pi\sqrt{\frac{m+400}{10^5}} \Rightarrow m+400 = 2500 \Rightarrow m = 2100 \text{ kg}$$

۳ حال اگر اتومبیل خالی باشد، روی فنرها تنها جرم اتومبیل ($m = 2100 \text{ kg}$) قرار دارد.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{2100}{10^5}} = \frac{2\pi\sqrt{21}}{10\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{21}}{5} \text{ s}$$

نمای ۷

۲ ۱۸۰۰ B

۱۲ هرگاه حرکت نوسانگر به سمت نقطه تعادل باشد حرکت نوسانگر
 تندشونده است.

نکته همواره برای استفاده از بازه زمانی باید نسبت $\frac{x}{A}$ را به دست بیاورید.

۱ نسبت $\frac{x}{A}$ را حساب می‌کنیم.

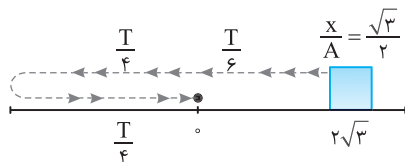
$$\frac{x}{A} = \frac{+2\sqrt{3}}{4} \Rightarrow x = \frac{\sqrt{3}}{2} A$$

۲ حرکت در این مکان تندشونده است، یعنی نوسانگر به سوی مرکز نوسان در حال
 حرکت است.

۳ در بازه زمانی $\frac{4}{150}$ s، دو بار شتاب صفر شده است. شتاب نوسانگر در نقطه
 تعادل $x=0$ ، صفر می‌شود. بنابراین در این بازه نوسانگر از مکان $x = +\frac{\sqrt{3}}{2} A$ به

مکان $-A$ رفته و به $x=0$ برمی‌گردد.

۴ مسیر حرکت را رسم می‌کنیم.



۵ به کمک بازه‌های زمانی شناخته شده دوره را حساب می‌کنیم.

$$\Delta t = \frac{4}{150} \text{ s} \Rightarrow \frac{T}{4} + \frac{T}{4} + \frac{T}{4} = \frac{4}{150} \text{ s} \Rightarrow \frac{3T}{4} = \frac{4}{150} \text{ s} \Rightarrow T = \frac{4}{3 \times 150} \text{ s} \Rightarrow T = \frac{4}{450} \text{ s}$$

۶ بنابراین بسامد زاویه‌ای برابر $\omega = \frac{2\pi}{T} = 50\pi \text{ rad/s}$ می‌باشد و معادله حرکت

$$x = A \cos \omega t \xrightarrow{A=4 \text{ cm}} x = 0.4 \cos(50\pi t) \quad \text{خواهد شد:}$$

نمای ۳

۲ ۱۸۰۰ B

۷ با توجه به رابطه $f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$ با افزایش جرم بسامد کاهش می‌یابد
 $(\downarrow f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m \uparrow}})$. تندی انتشار موج به محیط بستگی دارد و در این سؤال چشمه

در حال تغییر است پس تندی انتشار موج ثابت می‌ماند. برای طول موج $\lambda = \frac{v}{f}$
 توجه به ثابت ماندن v و کاهش بسامد $(\uparrow \lambda = \frac{v}{f \downarrow})$ طول موج افزایش می‌یابد.

نمای ۷

۴ ۱۸۰۰ B

۸ با توجه به سؤال شدت صوت ثانویه $3 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2$ بیشتر از شدت صوت اولیه
 است.

افزایش تراز شدت صوت یعنی $\beta_2 - \beta_1$ نیز β داده شده است.

$$\beta_2 - \beta_1 = 10 \log \frac{I_2}{I_1} - 10 \log \frac{I_1}{I_0} \xrightarrow{\beta_2 - \beta_1 = 4} \log a - \log b = \log \frac{a}{b}$$

$$4 = 10 \log \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow 0.4 = \log \frac{I_2}{I_1} \quad (1)$$

۰/۴ برابر ۱-۰/۶ است اما چرا باید ۰/۴ به صورت ۱-۰/۶ نوشته شود:

$$1 - 0.6 = 0.4 \xrightarrow{1 = \log 10} \log 10 - 0.6 = \log 10 - 2 \log 2 = 0.4$$

$$\Rightarrow \log 10 - \log 4 = 0.4 \Rightarrow \log \frac{10}{4} = 0.4$$

در معادله (۱) به جای ۰/۴ مقدار $\log \frac{10}{4}$ قرار می‌دهیم:

$$\log \frac{I_2}{I_1} = \log \frac{10}{4} \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \frac{10}{4} \Rightarrow \frac{I_2 + 3 \times 10^{-8}}{I_1} = \frac{10}{4} \Rightarrow 4I_2 = 10I_1 + 12 \times 10^{-8} = 10I_1$$

$$4I_2 = 10I_1 + 12 \times 10^{-8} \Rightarrow I_2 = 2.5I_1 + 3 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2$$

نمای ۲۷

۲ ۱۸۰۰ B

۹ خط فکری دوره آونگ به میدان گرانش (g) بستگی دارد. بنابراین شما باید ابتدا
 شتاب گرانش در سیاره (g_p) را برحسب شتاب گرانش (g_e) حساب کنید.

۱ نسبت حجم سیاره به حجم کره زمین خواهد شد:

$$\frac{V_p}{V_e} = \frac{\frac{4}{3} \pi R_p^3}{\frac{4}{3} \pi R_e^3} = \frac{R_p^3}{R_e^3} \xrightarrow{R_p = 2R_e} \frac{V_p}{V_e} = (2)^3 = 8 \Rightarrow V_p = 8V_e$$

۲ با توجه به نسبت چگالی‌ها، نسبت جرم سیاره به جرم کره زمین را به دست
 می‌آوریم.

$$\rho_p = 3\rho_e \Rightarrow \frac{M_p}{V_p} = 3 \frac{M_e}{V_e} \Rightarrow \frac{M_p}{8V_e} = 3 \frac{M_e}{V_e} \Rightarrow M_p = 24M_e$$

۳ نسبت میدان گرانش در سطح سیاره به میدان گرانش در سطح زمین خواهد شد:

$$\frac{g_p}{g_e} = \frac{G \frac{M_p}{R_p^2}}{G \frac{M_e}{R_e^2}} \Rightarrow \frac{g_p}{g_e} = \frac{M_p}{M_e} \times \left(\frac{R_e}{R_p}\right)^2 = 24 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 \Rightarrow g_p = 6g_e$$

۴ اکنون دوره آونگ را در سیاره جدید به دست می‌آوریم:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} \Rightarrow \frac{T_p}{T_e} = \sqrt{\frac{g_e}{g_p}} \xrightarrow{T_e = 2 \text{ s}} \frac{T_p}{2} = \sqrt{\frac{1}{6}} \Rightarrow T_p = \frac{\sqrt{6}}{3} \text{ s}$$

میانبر برای میدان گرانش سیاره‌ای که چگالی و شعاع آن را برحسب چگالی و

شعاع زمین در اختیار داریم، می‌توان از رابطه مقابل استفاده کرد.

نمای ۸

۲ ۱۸۰۰ B

۱۳ خط فکری

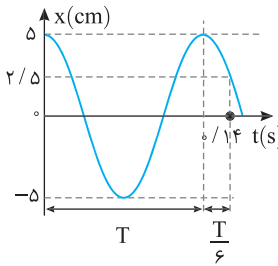
هنگامی که یک بازه زمانی تندی متوسط و اندازه سرعت متوسط با هم برابر است که جابه‌جایی و مسافت طی شده یکسان باشد، یعنی در آن بازه مشترک تغییر جهت ندهد. بنابراین شما باید دوره را به دست بیاورید و بازه‌های زمانی داده شده در گزینه‌ها بررسی کنید. در هر بازه‌ای که نوسانگر تغییر جهت ندهد، جواب مسئله را یافته‌اید.

با توجه به بازه‌های زمانی شناخته شده می‌توان نوشت:

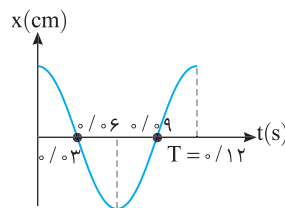
$$\Delta t = T + \frac{T}{6} = \frac{7T}{6}$$

$$\Rightarrow 0.14 = \frac{7T}{6}$$

$$\Rightarrow T = 0.12 \text{ s}$$



بنابراین نمودار $x-t$ به صورت روبرو می‌باشد. در بازه‌ای که نوسانگر تغییر جهت ندهد باشد تندی متوسط و سرعت متوسط با هم برابر می‌باشد، یعنی در بازه‌های $t_1 = 0.06 \text{ s}$ تا $t_2 = 0.12 \text{ s}$ و $t_3 = 0.18 \text{ s}$ تا $t_4 = 0.24 \text{ s}$.



در بازه $t = 0$ تا $t = 0.06 \text{ s}$ تندی متوسط با سرعت متوسط برابر است و گزینه (۲) در بازه $t = 0$ تا $t = 0.06 \text{ s}$ و پاسخ تست است.

نمای ۵ و ۱۰

۱ ۱۸۰۰ B

۱۴ خط فکری

هرگاه به شما معادله سرعت - مکان یک حرکت هماهنگ ساده داده شود. اگر $x = 0$ را در معادله قرار دهید، تندی برابر تندی بیشینه می‌شود ($v = v_m$) زیرا در نقطه تعادل ($x = 0$) تندی بیشینه است و اگر به جای v ، صفر قرار دهید، x برابر $\pm A$ می‌شود.

در لحظه‌ای که نوسانگر از مبدأ مکان می‌گذرد، سرعت بیشینه است:

$$v^2 = \frac{\pi^2}{400} - \frac{\pi^2}{4} x^2 \xrightarrow{x=0, v=v_m} v_m^2 = \frac{\pi^2}{400} \Rightarrow v_m = \frac{\pi}{20} \text{ m/s}$$

در دو انتهای مسیر یعنی هرگاه $x = \pm A$ است، سرعت صفر می‌باشد:

$$v^2 = \frac{\pi^2}{400} - \frac{\pi^2}{4} x^2 \xrightarrow{v=0, x=\pm A} 0 = \frac{\pi^2}{400} - \frac{\pi^2}{4} A^2 \Rightarrow \frac{\pi^2}{400} = \frac{\pi^2}{4} A^2$$

$$\Rightarrow A^2 = \frac{1}{100} \Rightarrow A = 0.1 \text{ m}$$

بسامد زاویه‌ای خواهد شد: $v_m = A\omega \Rightarrow \frac{\pi}{20} = 0.1\omega \Rightarrow \omega = \frac{\pi}{2} \text{ rad/s}$

دوره را حساب می‌کنیم: $\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \frac{\pi}{2} = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = 4 \text{ s}$

نمای ۱۰

۴ ۱۸۰۰ B

۱۵

انرژی مکانیکی برابر مجموع انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل است. با توجه به فرض مسئله اگر $U = K$ باشد، آنگاه:

$$E = U + K \xrightarrow{U=K} E = K + K = 2K \xrightarrow{E=K_m} K_m = 2K$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} m v_m^2 = 2 \left(\frac{1}{2} m v^2 \right) \Rightarrow v = \frac{\sqrt{2}}{2} v_m \quad (I)$$

از روی معادله $x = 0.2 \cos 20t$ ، بیشینه تندی نوسانگر را به دست می‌آوریم.

$$v_m = A\omega \Rightarrow v_m = 0.2 \times 20 \Rightarrow v_m = 4 \text{ m/s}$$

در معادله (I) به جای v_m ، 4 m/s قرار می‌دهیم.

$$v = \frac{\sqrt{2}}{2} \times 4 \Rightarrow v = 2\sqrt{2} \text{ m/s}$$

نمای ۱۱

۳ ۱۸۰۰ C

۱۶

دو آونگ هم‌طول هستند و با توجه به رابطه $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ دوره دو نوسانگر یکسان است.

در یک لحظه تندی یکی از آونگ‌ها

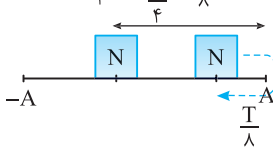
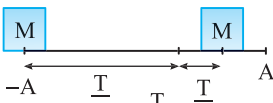
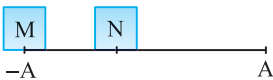
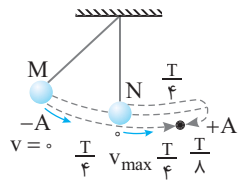
صفر است. بنابراین این آونگ در نقطه بازگشت قرار دارد مانند آونگ M در شکل روبرو. آونگ دیگر در این لحظه دارای بیشینه تندی است. یعنی مانند آونگ N در حال گذر از نقطه تعادل است.

دو آونگ در یک جهت در

حرکت هستند. در مدت $\frac{T}{4}$ آونگ M

به مرکز نوسان می‌رسد و آونگ N به دامنه $(+A)$ می‌رسد و تغییر جهت می‌دهد. اکنون دو متحرک هرکدام باید

به مدت $\frac{T}{8}$ حرکت کنند تا به هم برسند. بنابراین دو آونگ پس از مدت Δt از کنار هم می‌گذرند:



$$\Delta t = \frac{T}{4} + \frac{T}{8} = \frac{3T}{8}$$

نمای ۷

۳ ۱۸۰۰ B

۱۷

با توجه به رابطه تکانه و انرژی جنبشی و اینکه بیشینه انرژی جنبشی آن‌ها با هم برابر است، می‌توان نسبت جرم سامانه‌ها را به دست آورد.

$$\begin{cases} P = mv \\ K = \frac{1}{2} m v^2 \end{cases} \Rightarrow K_{\max} = \frac{P_{\max}^2}{2m} \quad K_1 = K_2 \rightarrow \frac{P_1^2}{2m_1} = \frac{P_2^2}{2m_2}$$

$$\xrightarrow{P_1 = 3P_2} \frac{9P_2^2}{m_1} = \frac{P_2^2}{m_2} \Rightarrow m_2 = 9m_1$$

بیشینه انرژی جنبشی آن‌ها با هم برابر است:

$$K_{\max 1} = K_{\max 2} \Rightarrow \frac{1}{2} m_1 v_{1\max}^2 = \frac{1}{2} m_2 v_{2\max}^2 \xrightarrow{m_2 = 9m_1}$$

$$m_1 v_{1\max}^2 = 9m_1 v_{2\max}^2 \Rightarrow v_{1\max} = 3v_{2\max}$$

اندازه بیشینه سرعت نوسانگر $v_m = A\omega$ است از این رو:

$$A_1 \omega_1 = 3A_2 \omega_2 \xrightarrow{A_1 = A_2} \omega_1 = 3\omega_2 \xrightarrow{\omega = 2\pi f} 2\pi f_1 = 3(2\pi f_2)$$

$$\Rightarrow \frac{f_1}{f_2} = \frac{1}{3}$$

نمای ۱۱

۴ ۱۸۰۰ A

۱۸

هنگامی که نوسانگر وادارنده باعث تشدید مابقی نوسانگرها می‌شود که بسامد آن با بسامد دیگر نوسانگرها برابر باشد. از طرفی بسامد یک آونگ به جرم آونگ

بستگی ندارد و بسامد به طول آونگ بستگی دارد ($f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{l}}$) و هرگاه طول دو

آونگ برابر باشد، بسامد طبیعی آن‌ها با هم برابر است و می‌توانند سبب تشدید یکدیگر شوند. بنابراین شما باید ببینید طول کدام آونگ‌ها با آونگ ۳ برابر است.

طول آونگ‌های (۱)، (۲) و (۷) با هم برابر است. ($l_1 = l_2 = l_7$) بنابراین اگر آونگ (۳) را به نوسان درآوریم آونگ‌های (۱) و (۷) نوسان آونگ (۳) را تشدید می‌کنند.

نمای ۱۳

۳ بسامد موج را به دست می آوریم

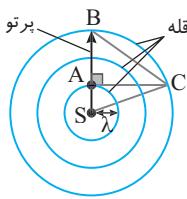
$$\omega = 2\pi f \Rightarrow \pi \times 10^6 = 2\pi f \Rightarrow f = 5 \times 10^5 \text{ Hz}$$

۴ طول موج را حساب می کنیم.

$$\lambda = \frac{v}{f} \quad v = c = 3 \times 10^8 \text{ m/s} \rightarrow \lambda = \frac{3 \times 10^8}{5 \times 10^5} \Rightarrow \lambda = 600 \text{ m}$$

طول موج نور مرئی بین ۴۰۰nm تا ۷۰۰nm است. بنابراین این موج الکترومغناطیسی نور مرئی نبوده و موج رادیویی است و گزینه (۱) درست است.

نمای ۱۳



۱ نقطه S را به نقطه C وصل کنید. اکنون یک مثلث (ASC) در اختیار دارید که در آن طول ضلع SC برابر ۳λ و طول ضلع SA برابر λ است. به کمک رابطه فیثاغورس طول AC را حساب می کنیم.
 $AS^2 + AC^2 = SC^2 \Rightarrow \lambda^2 + AC^2 = (3\lambda)^2$
 $\Rightarrow AC^2 = 8\lambda^2 \Rightarrow AC = 2\sqrt{2}\lambda$

۲ نقطه B را به C وصل می کنیم در مثلث قائم الزاویه ABC می توان نوشت:

$$AB^2 + AC^2 = BC^2 \quad AB = 2\lambda \rightarrow (2\lambda)^2 + (2\sqrt{2}\lambda)^2 = 18\lambda^2$$

$$\Rightarrow 4\lambda^2 + 8\lambda^2 = 18\lambda^2 \Rightarrow 12\lambda^2 = 18\lambda^2 \Rightarrow \lambda^2 = 1.5 \Rightarrow \lambda = 3\sqrt{3} \text{ cm}$$

نمای ۲۰

۳ ۱۸۰۰ B

۲۳ نکته اختلاف تراز شدت صوت با شدت های I_1 و I_2 از رابطه

$$\beta_2 - \beta_1 = 10 \log \frac{I_2}{I_1} \quad \text{شدت صوت } I_2 = 2\sqrt{10} I_1 \text{ است. بنابراین}$$

$$\beta_2 - \beta_1 = 10 \log \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow \beta_2 - \beta_1 = 10 \log 2\sqrt{10}$$

$$\Rightarrow \beta_2 - \beta_1 = 10(\log 2 + \log \sqrt{10}) = 10(0.3 + 0.5) \Rightarrow \beta_2 - \beta_1 = 8 \text{ dB}$$

تراز شدت صوت ۸ دسی بل افزایش می یابد.

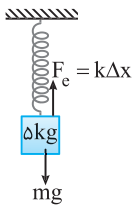
نمای ۲۷

۴ ۱۸۰۰ B

۲۴ با توجه به شکل جبهه های موج، چشمه به سمت چپ در حال حرکت بوده که در ناحیه سمت چپ فاصله جبهه های موج که همان طول موج بوده کم شده و در ناحیه سمت راست چشمه، جبهه های موج از هم فاصله بیشتری گرفته و طول موج در حال افزایش است. طول موج برای ناظر A در حال کاهش بوده و انتقال به آبی دارد. طول موج برای ناظر B در حال افزایش بوده و انتقال به سرخ دارد.

نمای ۳۰

۲ ۱۸۰۰ B



۱ با توجه به صورت سؤال در شکل (ب) جسم در تعادل است:

$$F_c = mg \Rightarrow k\Delta x = mg \Rightarrow k \times \frac{5}{100} = 5 \Rightarrow k = 1000 \text{ N/m}$$

۲ بسامد زاویه ای برابر است با:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{1000}{5}} = 10\sqrt{2} \text{ rad/s}$$

۳ بیشینه تندى نوسانگر از رابطه $v_{\max} = A\omega$ به دست می آید. وقتی جسم راز حالت

تعادل ۲cm منحرف کرده و رها می کنیم، جسم با دامنه ۲cm نوسان می کند بنابراین:

$$v_{\max} = A\omega \quad \frac{A = 0.02 \text{ m}}{\omega = 10\sqrt{2}} \rightarrow v_{\max} = 0.02 \times 10\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow v_{\max} = 0.2\sqrt{2} \Rightarrow v_{\max} = \frac{\sqrt{2}}{5} \text{ m/s}$$

نمای ۲۷

۲ ۱۸۰۰ B

۱۹ فاصله دو برآمدگی متوالی یعنی یک طول موج بنابراین $\lambda = 8 \text{ cm}$ است.

۲ فاصله یک برآمدگی از فرورفتگی مجاورش نصف طول موج است از این رو:

$$\frac{\lambda'}{2} = 8 \Rightarrow \lambda' = 16 \text{ cm}$$

۳ نسبت تندى انتشار موج در دو سیم خواهد شد:

$$\frac{v'}{v} = \frac{f'\lambda'}{f\lambda} \quad f' = 2f \rightarrow \frac{v'}{v} = 2 \times \frac{16}{8} \Rightarrow \frac{v'}{v} = 4$$

۴ نیروی کشش F' را بر حسب F به دست می آوریم.

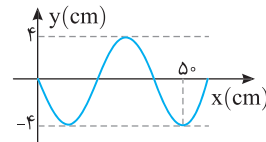
$$\frac{v'}{v} = \sqrt{\frac{F'}{\mu}} = \sqrt{\frac{F'}{F}} \Rightarrow 4 = \sqrt{\frac{F'}{F}} \Rightarrow \frac{F'}{F} = 16$$

نمای ۱۹

۲ ۱۸۰۰ B

۲۰ با توجه به نمودار دامنه $A = 4 \text{ cm}$ است و طول موج برابر است با:

$$\frac{\Delta x}{4} = 5 \Rightarrow \lambda = 40 \text{ cm}$$



۲ نسبت بیشینه سرعت نوسان ذرات $(v_m = A\omega)$ به سرعت انتشار موج

$v = f\lambda$ خواهد شد:

$$\frac{v_m}{v} = \frac{A\omega}{f\lambda} \quad \omega = 2\pi f \rightarrow \frac{v_m}{v} = \frac{A(2\pi f)}{f\lambda} \Rightarrow \frac{v_m}{v} = \frac{2\pi A}{\lambda} \Rightarrow \frac{v_m}{v} = \frac{2\pi \times 4}{40}$$

$$\Rightarrow \frac{v_m}{v} = \frac{\pi}{5}$$

نمای ۱۹

۱ ۱۸۰۰ A

۲۱ از شکل معادله $\vec{B} = B_m \cos(\pi \times 10^6 t)$ ترس به دلتان راه ندهید. در واقع میدان مغناطیسی بردار است و با این نحوه نمایش، مشخص می شود که میدان مغناطیسی در راستای محور y هاست.

۱ در لحظه $t = 75 \text{ ns}$ ، میدان مغناطیسی B را به دست می آوریم.

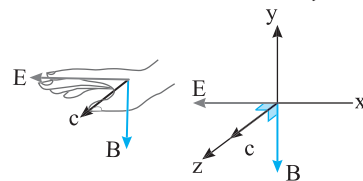
$$\vec{B} = B_m \cos(\pi \times 10^6 t) \hat{j} \Rightarrow \vec{B} = B_m \cos(\pi \times 10^6 \times 75 \times 10^{-9}) \hat{j}$$

$$\vec{B} = B_m \cos(0.75\pi) \hat{j} \Rightarrow \vec{B} = B_m \cos\left(\frac{3\pi}{4}\right) \hat{j} \Rightarrow \vec{B} = B_m \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \hat{j}$$

$$\Rightarrow \vec{B} = -\frac{\sqrt{2}}{2} B_m \hat{j}$$

۲ در این لحظه میدان مغناطیسی موج در جهت منفی محور y هاست و جهت انتشار

موج در جهت مثبت محور z هاست.



به کمک قاعده دست راست برای امواج الکترومغناطیسی کف دست خود را به سمت y های منفی به گونه ای قرار دهید که انگشت باز شست دست شما در جهت مثبت محور z هاست، در این حالت چهار انگشت باز دست راست شما در خلاف جهت محور x هاست خواهد بود. یعنی میدان الکتریکی در جهت منفی محور x هاست.

فصل چهارم

برهم کنش های موج



پنجره ۱

B ۱۸۰۱ ۳

یادآوری هرگاه یک تپ به انتهای ثابت رسیده و بر آن فرود آید، تپ بازتاب از مانع وارون و قرینه تپ فرودی است.

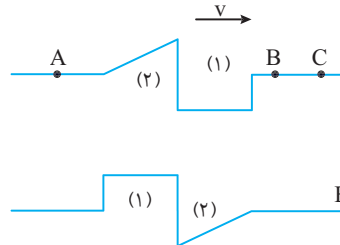
دقت کنید هر قسمت از تپ که زودتر به مانع برخورد می کند زودتر بازمی گردد، یعنی قسمت (۱) تپ به مانع برخورد کرده وارونه می شود و به بالا می رود و قسمت (۲) پس از آن به مانع رسیده وارون شده به سمت پایین می آید و به دنبال (۱) حرکت خواهد کرد.



تپ فرودی بر انتهای ثابت بازتاب از انتهای ثابت

B ۱۸۰۲ ۳

خط فکری تپ فرضی می خواهد از A به C برسد، اما نقطه B غیر قابل حرکت است، از این رو نقطه B یک انتهای ثابت است. بنابراین تپ بازتابیده وارون و قرینه تپ فرودی است.



نقطه B شبیه انتهای ثابت عمل کرده و تپ از آن بازتابیده می شود و تپ بازتابیده نسبت به تپ فرودی وارونگی دارد. قسمت مستطیل شکل تپ ابتدا به نقطه B می رسد، بنابراین در بازتاب نیز، ابتدا برمی گردد و در سمت چپ تپ قرار می گیرد. با این توضیحات، گزینه (۳) تپ بازتابیده است.

B ۱۸۰۳ ۴

خط فکری هرگاه یک موج به مانعی برخورد کرده از مانع بازتاب کند، محیط انتشار موج قبل و بعد از برخورد به مانع تغییر نمی کند. بنابراین تندی انتشار موج که به ویژگی های محیط وابسته است تغییر نمی کند. بسامد موج نیز از ویژگی های چشمه موج است، بنابراین هنگام انتشار موج در محیط بسامد آن ثابت می ماند ($f_1 = f_2$). از این رو طول موج $\lambda = v/f$ نیز ثابت می ماند.

اکنون با یادآوری هایی که در خط فکری بیان شده گزاره ها را بررسی می کنیم. بازتاب موج از هر سطحی از قانون بازتاب عمومی پیروی می کند و گزاره (الف) درست است. طول موج، بسامد و تندی انتشار موج در بازتاب موج ثابت می مانند، بنابراین گزاره های (ب)، (پ) و (ت) نیز درست هستند.

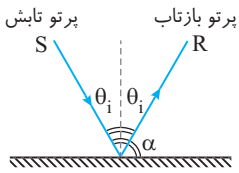
B ۱۸۰۴ ۱

یادآوری بنا به قانون بازتاب عمومی همواره زاویه بین پرتو تابش و خط عمود در نقطه تابش (زاویه تابش) با زاویه بین پرتو بازتاب و خط عمود در نقطه تابش (زاویه بازتاب) برابر است. در صورت مسأله بیان شده که زاویه بین راستای پرتو تابش و راستای پرتو بازتاب یعنی $2\theta_1$ برابر $\frac{1}{4}$ زاویه α است، از این رو خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \theta_1 + \theta_1 &= \frac{1}{4}\alpha \Rightarrow \alpha = 4\theta_1 \\ \alpha + \theta_1 &= 90^\circ \Rightarrow 4\theta_1 + \theta_1 = 90^\circ \\ \Rightarrow \theta_1 &= 18^\circ \end{aligned}$$

B ۱۸۰۵ ۲

خط فکری قرار است پرتو بازتاب نیمساز زاویه بین پرتو تابش و سطح آینه باشد. یعنی زاویه بین پرتو تابش و پرتو بازتاب ($2\theta_1$) برابر زاویه بین پرتو بازتاب و سطح آینه (α) باشد. با توجه به این مطلب مسئله به راحتی قابل حل است.



مجموع زاویه تابش θ_1 و زاویه بین پرتو با سطح آینه α برابر 90° است، از این رو:

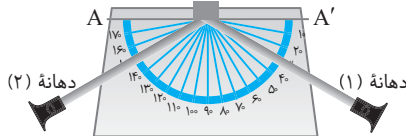
$$\begin{cases} \alpha = 2\theta_1 \\ \theta_1 + \alpha = 90^\circ \end{cases} \Rightarrow 3\theta_1 = 90^\circ \Rightarrow \theta_1 = 30^\circ$$

B ۱۸۰۶ ۲

خط فکری امواج صوتی مانند تمام امواج دیگر از قانون بازتاب عمومی پیروی می کنند. یعنی زاویه تابش با زاویه بازتاب برابر است. اگر شنونده دوم بخواهد صدا را با بیشترین بلندی بشنود باید گوش او (دهانه دوم) در امتداد صوت بازتاب قرار گیرد. زاویه بین دو لوله 120° است، بنابراین زاویه بین هر لوله با خط عمود بر سطح مانع خواهد شد:

$$\theta_1 + \theta_r = 120^\circ \xrightarrow{\theta_i = \theta_r} 2\theta_1 = 120^\circ \Rightarrow \theta_1 = 60^\circ$$

زاویه بین لوله متصل به دهانه (۱) با خط AA' برابر $90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$ می باشد.



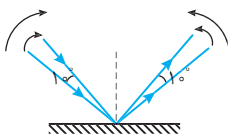
B ۱۸۰۷ ۴

نکته برای آن که بیشینه بلندی به دهانه دوم برسد باید زاویه تابش موج صوتی و بازتابش با هم برابر باشند.

زاویه ای که دهانه (۱) با خط عمود می سازد $90^\circ - 15^\circ = 75^\circ$ و زاویه ای که دهانه (۲) با خط عمود می سازد $90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$ است، بنابراین برای آن که صدای دریافتی بیشینه شود باید زاویه دهانه (۱) با خط عمود 45° شود. یعنی لوله متصل به دهانه (۱) 15° ساعتگرد بچرخد و یا زاویه دهانه (۲) با خط عمود از 45° به 60° تغییر کند، یعنی لوله متصل به دهانه (۲) نیز 15° ساعتگرد بچرخد.

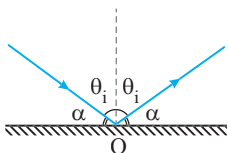
B ۱۸۰۸ ۱

خط فکری با توجه به قانون بازتاب عمومی، زاویه تابش و زاویه بازتاب با هم برابر است و اگر زاویه تابش کاهش (و یا افزایش) یابد زاویه بازتاب نیز کاهش (و یا افزایش) می یابد. البته با کاهش زاویه تابش و کاهش زاویه بازتاب زاویه ای که پرتوهای تابش و بازتاب با سطح آینه می سازند افزایش می یابد.



پرتو SI به اندازه 10° ساعتگرد چرخیده و در این صورت پرتو بازتاب 10° پادساعتگرد می چرخد. بنابراین زاویه بازتاب نیز 10° کاهش می یابد و زاویه بین پرتو بازتاب و سطح 10° افزایش می یابد.

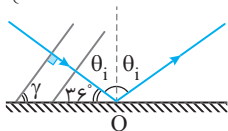
B ۱۸۰۹ ۱



یادآوری زاویه بین پرتو تابش و پرتو بازتاب دو برابر زاویه تابش ($2\theta_1$) است. از طرفی اگر زاویه بین پرتو تابش با سطح آینه را α بنامیم مجموع θ_1 و α همواره برابر 90° است.

بنابه فرض مسئله زاویه α ، زاویه بین پرتو تابش و پرتو بازتاب است از این رو:

$$\begin{cases} \alpha = \frac{1}{3}(2\theta_1) \\ \alpha + \theta_1 = 90^\circ \end{cases} \Rightarrow \frac{2}{3}\theta_1 + \theta_1 = 90^\circ \Rightarrow \frac{5}{3}\theta_1 = 90^\circ \Rightarrow \theta_1 = 54^\circ \text{ و } \alpha = 36^\circ$$



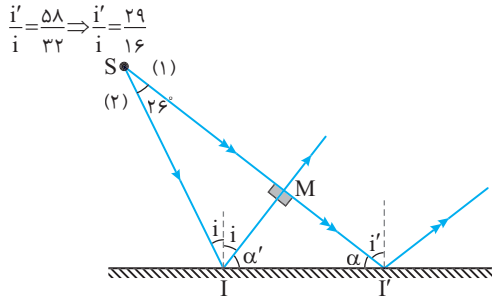
پرتو نور بر جبهه های موج عمود می باشد بنابراین: $\gamma = 180^\circ - (90^\circ + 36^\circ) \Rightarrow \gamma = 54^\circ$

میانبر همواره زاویه بین جبهه های موج با سطح آینه (مانع) برابر زاویه بین پرتو تابش و خط عمود است.

۳ اکتون زاویه i' را حساب می‌کنیم.

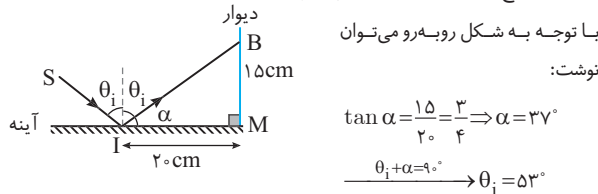
$$\alpha + i' = 90^\circ \Rightarrow 32 + i' = 90^\circ \Rightarrow i' = 58^\circ$$

۴ نسبت زوایای تابش خواهد شد.



۱ ۱۸۱۴ B

خط فکری پرتو SI بعد از بازتاب آینه در نقطه‌ای در فاصله ۱۵cm از سطح آینه به دیوار برخورد کرده بنابراین به کمک مثلث قائم‌الزاویه IBM می‌توانید زاویه بین پرتو بازتاب و سطح آینه (α) را حساب کرده سپس زاویه تابش را به دست آورید.



با توجه به شکل روبه‌رو می‌توان نوشت:

$$\tan \alpha = \frac{15}{20} = \frac{3}{4} \Rightarrow \alpha = 37^\circ$$

$$\theta_i + \alpha = 90^\circ \Rightarrow \theta_i = 53^\circ$$

۴ ۱۸۱۵ B

میکروفون سهموی برای ثبت صداهای ضعیف استفاده می‌شود. پس گزینه (۱) نادرست است. / در دستگاه لیتوتریپسی برای شکستن سنگ‌های کلیه از بازتابنده‌های بیضوی استفاده می‌شود. پس گزینه (۲) نادرست است. برای تعیین تندی خودرها از اثر دوپلر امواج الکترومغناطیسی استفاده می‌شود پس گزینه (۳) نادرست است. / از مکان‌یابی پژواکی امواج فراصوت به همراه اثر دوپلر برای تعیین تندی شارش خون (گویچه‌های قرمز) در رگ استفاده می‌شود و گزینه (۴) درست است. بنابراین نتیجه می‌گیریم که باید مبحث فناوری و کاربرد را در کتاب درسی به خوبی فرابگیریم.

۱ ۱۸۱۶ A

۱ صوت در مدت $2S$ ، 100 متر فاصله بین وال با مانع رفته و بازگشته یعنی مسافت $100 + 100$ متر را در مدت $2S$ طی می‌کند. بنابراین تندی صوت در محیط برابر است با:

$$v = \frac{d}{\Delta t} = \frac{100 + 100}{2} = \frac{200}{2} = 100 \text{ m/s}$$

۲ حال با توجه به سرعت صوت و بسامد داده شده طول موج را حساب می‌کنیم.

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow \lambda = \frac{100}{100 \times 10^3} = 10^{-2} \text{ m} = 1 \text{ cm}$$

یادآوری تندی موج در یک محیط که شرایط فیزیکی آن ثابت بوده و تغییر نمی‌کند مقدار ثابتی است و معادله انتشار موج همان معادله حرکت با سرعت ثابت است.

$$l = vt$$

۲ ۱۸۱۷ A

تندی صوت در محیط را به دست می‌آوریم:

$$v = f\lambda = \frac{f \times \lambda}{\lambda} = \frac{400 \times 10^3 \times 8.75 \times 10^{-3}}{8.75 \times 10^{-3}} = 350 \text{ m/s}$$

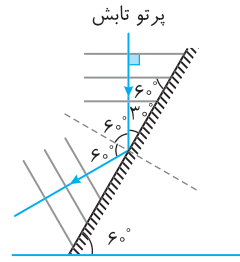
زمان رفت و برگشت صوت $4S$ است، بنابراین زمان رفت صوت $2S$ است.

از این رو فاصله دیوار از چشمه خواهد شد:

$$d = vt = 350 \times 2 = 700 \text{ m}$$

۱ ۱۸۱۰ B

نکته زاویه بین جبهه‌های موج و سطح صیقلی برابر زاویه بین پرتو تابش و خط عمود است.

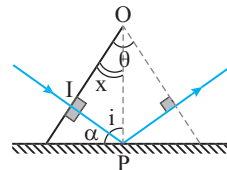


با توجه به صورت مسأله جبهه‌های موج موازی افق هستند و بنا به خاصیت خطوط موازی و مورب، جبهه‌های موج با سطح صیقلی زاویه 60° می‌سازند از این رو زاویه تابش نیز 60° می‌شود و زاویه بازتاب نیز 60° خواهد بود.

۲ ۱۸۱۱ B

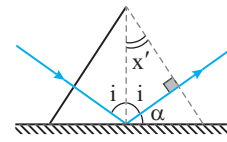
خط فکری زاویه 84° در شکل را با حرف θ نمایش می‌دهیم و ابتدا رابطه‌ای بین θ و α پیدا می‌کنیم تا مسئله را حل کنیم.

جبهه‌های موج بر پرتوی موج عمود است. در مثلث قائم‌الزاویه OIP مجموع زاویه i و x ، 90° است. از طرفی مجموع α و i نیز 90° است:



$$\begin{cases} i + x = 90^\circ \\ \alpha + i = 90^\circ \end{cases} \Rightarrow x = \alpha \quad (1)$$

با توجه به قانون بازتاب عمومی زاویه تابش و بازتاب با هم یکسان و برابر i است:



$$\begin{cases} \alpha + i = 90^\circ \\ i + x' = 90^\circ \end{cases} \Rightarrow x' = \alpha \quad (2)$$

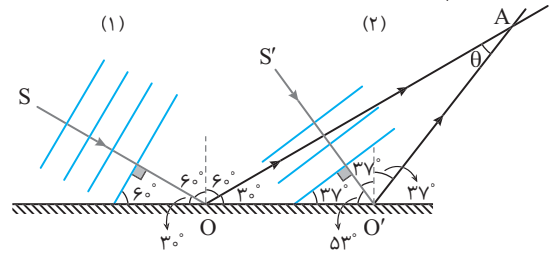
با توجه به شکل و روابط (۱) و (۲) خواهیم داشت:

$$\theta = x + x' = 2\alpha$$

$$84 = 2\alpha \Rightarrow \alpha = 42^\circ$$

۲ ۱۸۱۲ B

خط فکری به جای جبهه‌های موج شما باید با رسم پرتو مسئله را حل کنید و همواره یادتان باشد که زاویه‌ای که جبهه‌های موج با سطح بازتابنده می‌سازند برابر زاویه بین پرتو و خط عمود است. اکنون بر جبهه‌های موج تابش و بازتاب، پرتو تابش SO و $S'O'$ را رسم کرده و پرتوهای بازتاب را رسم می‌کنیم، سپس زاویه بین دو پرتو بازتاب را به دست می‌آوریم.



زاویه تابش پرتو SO، 60° و زاویه تابش پرتو $S'O'$ برابر 37° است. پرتوهای بازتاب OA و $O'A'$ نیز زاویه 60° و 37° با خط عمود می‌سازند. در مثلث $OO'A'$ مجموع زوایا 180° است بنابراین θ خواهد شد: $\theta = 180 - (30 + 53 + 74) = 23^\circ$

۲ ۱۸۱۳ B

باید به سراغ هندسه برویم. مجموع زوایای داخلی یک مثلث 180° است.

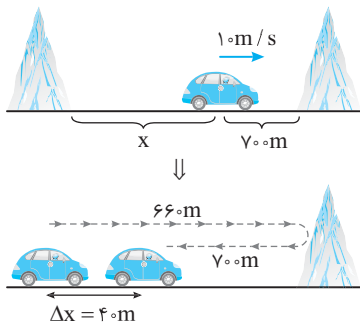
۱ در مثلث قائم‌الزاویه SMI می‌توان نوشت:

$$2i + 26 + 90 = 180 \Rightarrow 2i + 26 = 90 \Rightarrow i + 13 = 45 \Rightarrow i = 32^\circ$$

۲ در مثلث قائم‌الزاویه IMI خواهیم داشت:

$$\alpha' = 90 - i \Rightarrow \alpha' = 90 - 32 \Rightarrow \alpha' = 58^\circ$$

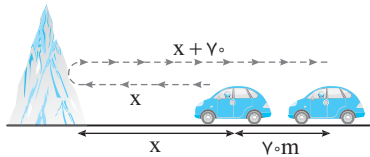
$$\alpha' + \alpha + 90 = 180 \Rightarrow 58 + \alpha + 90 = 180 \Rightarrow \alpha = 32^\circ$$



۲ اما پژواک دوم از صخره دورتر پس از ۷s به گوش شخص می‌رسد و در این مدت خودرو $\Delta x = v \times 10 = 70 \text{ m}$ از صخره دور شده است.

و اگر فاصله صخره دورتر از خودرو در ابتدا x باشد، هنگام دریافت پژواک این فاصله $x + 70$ است یعنی صوت مسافت $(x + x + 70)$ متر را طی می‌کند تا به گوش راننده برسد از این رو:

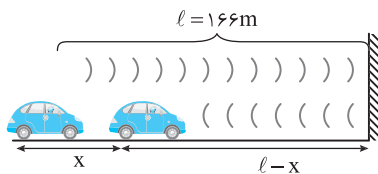
$$v = \frac{x + (x + 70)}{\Delta t'} \Rightarrow 340 = \frac{2x + 70}{7} \Rightarrow 2x + 70 = 2380 \Rightarrow x = 1155 \text{ m}$$



بنابراین فاصله دو صخره از هم $1155 + 70 = 1825 \text{ m}$ می‌باشد.

۲ ۱۸۲۱ B

خط فکری در حل تمام این مسائل شما باید دقت کنید که اگر فاصله خودرو تا مانع در لحظه تولید صوت l باشد، صوت در مسیر رفت l را طی می‌کند، اما در برگشت خودرو در حال نزدیک شدن به مانع است و صوت مسیر کوتاه‌تری را طی می‌کند زیرا خودرو به طور مثال به اندازه x جلو آمده بنابراین کل مسافت طی شده توسط صوت $(l + l - x)$ خواهد بود.



۱ اگر مدت رفت و برگشت صوت را t بنامیم، پیشروی ماشین در این مدت خواهد شد:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \Rightarrow x = \frac{1}{2} \times 4 \times t^2 + 10t \Rightarrow x = 2t^2 + 10t$$

۲ صوت با تندی 320 m/s مسافت $l + l - x$ را طی می‌کند، بنابراین خواهیم داشت:

$$2l - x = vt \Rightarrow (2 \times 166) - (2t^2 + 10t) = 320 \times t$$

$$332 - 2t^2 - 10t = 320t \Rightarrow 2t^2 + 330t - 332 = 0$$

$$t^2 + 165t - 166 = 0 \Rightarrow (t + 166)(t - 1) = 0 \Rightarrow t = 1 \text{ s}$$

۳ ۱۸۲۲ B

تکنیک حداقل تأخیر زمانی بین صوت و پژواک آن که گوش قادر به تمیز دادن صوت از پژواکش شود 0.1 s است.

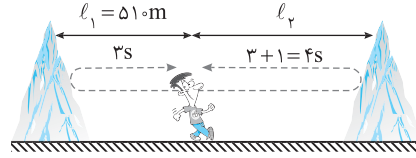
با توجه به نکته بیان شده باید صوت، فاصله 700 متری از صخره گلوله شلیک می‌شود و در مدت 4 s شخص صدای اولین پژواک را می‌شنود و در این مدت خودرو به اندازه $\Delta x = vt = 10 \times 4 = 40 \text{ m}$ حرکت کرده، بنابراین صوت فاصله $l = 700 + 660 = 1360 \text{ m}$ را در مدت 4 s طی کرده است و تندی صوت خواهد شد.

$$\Delta x = vt \Rightarrow 2l = 350 \times 0.1 \Rightarrow l = 17.5 \text{ m}$$

۲ ۱۸۱۸ B

۱ صوت فاصله شخص تا صخره نزدیک تر را در مدت 3 s می‌رود و برمی‌گردد، یعنی مسافت $510 + 510 = 1020 \text{ m}$ را در مدت 3 s طی می‌کند بنابراین تندی صوت در محیط خواهد شد:

$$v = \frac{l}{\Delta t} \Rightarrow v = \frac{1020}{3} \Rightarrow v = 340 \text{ m/s}$$



۲ صوت مسیر تا صخره دورتر را در مدت $3 + 1 = 4 \text{ s}$ می‌رود و برمی‌گردد، فاصله صخره تا شخص را به دست می‌آوریم.

$$l_2 + l_2 = v(t) \Rightarrow 2l_2 = 340(4) \Rightarrow l_2 = 680 \text{ m}$$

۳ بنابراین فاصله دو صخره از هم برابر است با:

$$l_1 + l_2 = 510 + 680 = 1190 \text{ m}$$

بازی با سوال

اگر اختلاف فاصله شخص از دو کوه 16 m باشد، پژواک اول را چند ثانیه زودتر از پژواک دوم می‌شنود؟ (سرعت صوت 320 m/s است.)

- ۱) 0.1 s ۲) 0.1 s ۳) 0.5 s ۴) 0.5 s

۱ پاسخ پژواک دوم باید 16 m بیشتر برود و 16 m بیشتر برگردد، یعنی مسیر پژواک دوم $16 + 16 = 32 \text{ m}$ از پژواک اول بیشتر است و تندی صوت در محیط 320 m/s است. بنابراین پژواک دوم با اختلاف زمانی زیر به شنونده می‌رسد.

$$\Delta x = vt \Rightarrow t = \frac{\Delta x}{v} = \frac{2 \times 16}{320} = 0.1 \text{ s}$$

۲ گزینه

۴ ۱۸۱۹ B

خط فکری فاصله خودرو تا مانع را d فرض می‌کنیم. اگر صوت فاصله d را طی کرده به مانع برخورد کرده و بازگردد و در مدت t به راننده برسد در این مدت خودرو نیز به اندازه vt خودرو v به مانع نزدیک می‌شود، یعنی صوت در برگشت فاصله d را طی نمی‌کند بلکه فاصله $d - vt$ را طی می‌کند تا به خودرو برسد. اکنون با این دانسته‌ها مسئله قابل حل است.

۱ سرعت خود را بر حسب m/s حساب می‌کنیم.

$$v = 90 \text{ km/h} = 90 \times \frac{1000 \text{ m}}{3600 \text{ s}} \Rightarrow v = 25 \text{ m/s}$$

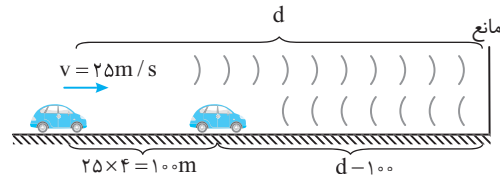
۲ مقداری که خودرو در مدت 4 s جلو می‌آید را به دست می‌آوریم.

$$\Delta x = vt = 25 \times 4 \Rightarrow \Delta x = 100 \text{ m}$$

۳ در این مدت صوت مسافت $d + (d - 100)$ را با سرعت 320 m/s طی می‌کند

$$l = vt \Rightarrow d + d - 100 = 320 \times 5 \Rightarrow 2d = 1700 \Rightarrow d = 850 \text{ m}$$

بنابراین:



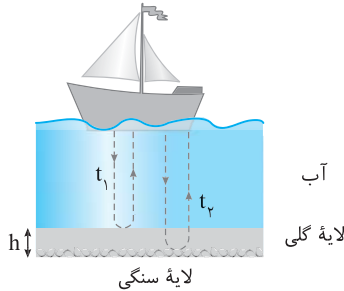
۴ ۱۸۲۰ B

۱ خودرو با تندی 10 m/s در حال حرکت به سمت صخره نزدیک‌تر است و در فاصله 700 متری از صخره گلوله شلیک می‌شود و در مدت 4 s شخص صدای اولین پژواک را می‌شنود و در این مدت خودرو به اندازه $\Delta x = vt = 10 \times 4 = 40 \text{ m}$ حرکت کرده، بنابراین صوت فاصله $l = 700 + 660 = 1360 \text{ m}$ را در مدت 4 s طی کرده است و تندی صوت خواهد شد.

$$v = \frac{l}{t} \Rightarrow v = \frac{1360}{4} = 340 \text{ m/s}$$

ضخامت لایه گلی را h می‌نامیم در این صورت:

$$\Delta x = v\Delta t \Rightarrow \Delta h = v(t_p - t_s) \Rightarrow \Delta h = 1920 \cdot (0.15 - 0.1) \Rightarrow \Delta h = 960 \text{ m}$$



۳ ۱۸۲۷ B

اولین پژواک در اثر بازتاب از پله اول ایجاد می‌شود و این پژواک $2 \times 160 \text{ m}$ مسافت در رفت و برگشت طی می‌کند. پژواک دوم از پله دوم برمی‌گردد و در مسیر خود $160 + d$ را طی کرده و در برگشت نیز $160 + d$ را طی می‌کند یعنی مسافت طی شده آن $2 \times 160 + 2d$ است و اختلاف زمانی بین دو پژواک به دلیل همین $2d$ اختلاف فاصله است. بنابراین برای این 0.5 s اختلاف زمانی بین دو پژواک اول و دوم می‌توان نوشت:

$$\Delta x = v\Delta t \Rightarrow 2d = v \times 0.5 \Rightarrow v = 4d \quad (I)$$

اکنون به رابطه دیگری بین d و v نیاز داریم. به سراغ پژواک سوم می‌رویم. مسافت طی شده پژواک سوم برابر است با:

$$l_p = (160 + d + d) + (d + d + 160) = 320 + 4d$$

این پژواک بعد از 2 s به گوش رسیده است. بنابراین:

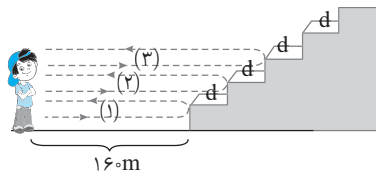
$$t_p = \frac{l_p}{v} \Rightarrow 2 = \frac{320 + 4d}{v} \Rightarrow 320 + 4d = 2v \quad (II)$$

از رابطه (I) در رابطه (II) جای‌گذاری می‌کنیم:

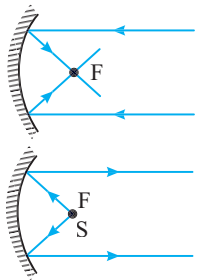
$$320 + 4d = 2 \times 4d \Rightarrow 320 = 4d \Rightarrow d = 80 \text{ m}$$

تندی انتشار صوت خواهد شد:

$$(I) \Rightarrow v = 4d \Rightarrow v = 4 \times 80 = 320 \text{ m/s}$$



۲ ۱۸۲۸ B



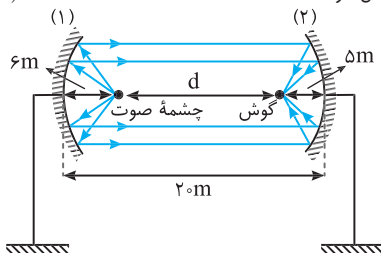
۱ یادآوری هرگاه پرتوها موازی هم به سطح کاو بتابند، در بازتاب از نقطه‌ای به نام کانون می‌گذرند.

۲ یادآوری هرگاه پرتوها از چشمه S که در کانون سطح کاو قرار دارد به سطح کاو برسند پرتوهای بازتاب از سطح با هم موازی هستند.

اگر دو سطح کاو در مقابل هم قرار گیرند و چشمه صوت در کانون یکی از دو سطح قرار داشته باشد چنانچه گوش شخصی در کانون سطح دوم قرار گیرد گوش صدای چشمه را با بیشترین بلندی در آن فاصله می‌شنود.

پس فاصله بین شخص و چشمه صوت برابر فاصله بین دو کانون F_1 و F_2 است و این فاصله مطابق شکل خواهد شد.

$$d = 20 - (5 + 6) \Rightarrow d = 9 \text{ m}$$



۳ ۱۸۲۳ B

خط فکری

تندی انتشار صوت در فلز از سرعت صوت در هوا بیشتر است، از این رو هرگاه به یک سرلوله فلزی یک ضربه بزنیم در سمت دیگر لوله دو صدا دریافت می‌شود که یکی از طریق هوا و دیگری از طریق فلز منتقل می‌شود و برای تمیز دادن این دو صوت باید اختلاف زمانی رسیدن آن‌ها به انتهای دیگر لوله حداقل 0.1 s باشد. زمان حرکت صوت در هوا و در فلز را به ترتیب $t_{\text{هوا}}$ و $t_{\text{فلز}}$ می‌نامیم. اختلاف این دو باید از 0.1 s بیشتر باشد.

$$t_{\text{هوا}} - t_{\text{فلز}} \geq 0.1 \Rightarrow \frac{l}{v_{\text{هوا}}} - \frac{l}{v_{\text{فلز}}} \geq 0.1 \Rightarrow \frac{l}{300} - \frac{l}{1800} \geq 0.1 \Rightarrow \frac{6l - l}{1800} \geq 0.1 \Rightarrow 5l \geq 1800 \Rightarrow l \geq \frac{1800}{5} \Rightarrow l \geq 360 \text{ m}$$

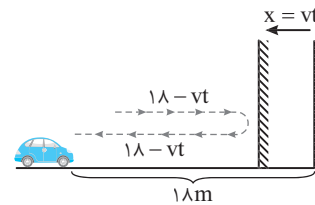
۱ ۱۸۲۴ C

نکته

حداقل اختلاف زمانی برای دو صوت رسیده به گوش که گوش قادر به تشخیص دو صوت از هم شود برابر 0.1 s است.

خط فکری

مانع در حال حرکت با سرعت v است. وقتی راننده بوق می‌زند، صوت به سمت مانع می‌رود و در مدت t به مانع می‌رسد در این مدت مانع به اندازه $x = vt$ جلومی‌آید بنابراین صوت در فاصله $18 - vt$ به مانع برخورد می‌کند و همین فاصله را در برگشت طی می‌کند تا به گوش راننده برسد در این صورت زمان رفت و برگشت صوت $2t$ خواهد شد و این $2t$ باید حداقل برابر 0.1 s باشد یعنی $t = 0.05 \text{ s}$ است اکنون مسئله قابل حل است.



مسافتی که صوت با سرعت 320 m/s طی می‌کند برابر $2 \times (18 - vt \times 0.05)$ است بنابراین:

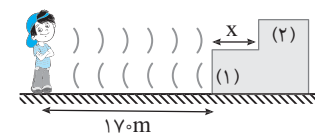
$$\Delta x = vt \Rightarrow 320 \times 0.1 = 2(18 - 0.05v) \Rightarrow 16 = (18 - 0.05v) \Rightarrow 0.05v = 2$$

$$\Rightarrow v = \frac{200}{5} = 40 \text{ m/s}$$

۱ ۱۸۲۵ B

پژواک اول از پله اول به سوی شخص می‌رود. این پژواک مسیر 170 m را می‌رود و 170 m را برمی‌گردد، بنابراین مدت زمان رسیدن پژواک اول خواهد شد:

$$\Delta x = vt \Rightarrow 170 + 170 = 340 \cdot t_1 \Rightarrow t_1 = 1 \text{ s}$$



پژواک دوم باید فاصله $170 + x$ (پهنای پله) را برود و همین فاصله را باید برگردد، یعنی مسافت طی شده برای پژواک دوم برابر $2(170 + x)$ است و زمان پژواک دوم برابر است با:

$$\Delta x = vt \Rightarrow 2(170 + x) = 340 \cdot t_p \Rightarrow t_p = \frac{340 + 2x}{340}$$

اختلاف زمانی t_1 و t_p اگر از 0.1 s کمتر باشد، صدای دو پژواک را نمی‌توان از هم تمیز داد.

$$t_p - t_1 < 0.1 \Rightarrow \frac{340 + 2x}{340} - 1 < 0.1$$

$$\Rightarrow \frac{340 + 2x - 340}{340} < 0.1 \Rightarrow \frac{2x}{340} < 0.1 \Rightarrow x < 17 \text{ m}$$

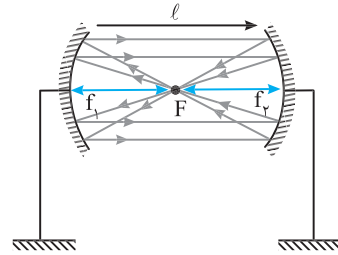
۲ ۱۸۲۶ B

خط فکری

دقت کنید صوت پس از بازتاب از لایه گلی در مدت $t_1 = 0.1 \text{ s}$ برمی‌گردد، اما بازتاب از لایه سنگی از لحظه ارسال تا برگشت به دریافت کننده 0.15 s طول می‌کشند. اختلاف زمانی $(t_2 - t_1)$ مدت زمانی است که صوت در لایه گلی در حال رفت و برگشت است، بنابراین با داشتن تندی صوت در لایه گلی می‌توانید، ضخامت این لایه را حساب کنید.

B ۱ ۱۸۲۹

تمام موج صوت تولید شده توسط شخص پس از بازتاب از هر دو سطح باید در همان نقطه تولید صوت متمرکز شود تا شخص صوت پژواک را با بیشترین بلندی بشنود. همان طور که می دانیم اگر در کانون صوت تولید کنیم صوت تولیدی پس از بازتاب از سطح کاو، موازی با محور بازمی گردد و با توجه به سؤال صوت بازتاب پس از برخورد به سطح دوم نیز باید در محل تشکیل صوت متمرکز شود. از طرفی اگر موجی موازی با محور بر سطحی برخورد کند موج بازگشتی از کانون عبور می کند پس شخص در فاصله کانونی هر دو سطح قرار دارد و فاصله دو سطح کاو از هم برابر مجموع فاصله کانون از دو سطح است.



B ۱ ۱۸۳۰

در رادار دولپری از بازتاب امواج الکترومغناطیسی برای مکان یابی پژواکی در تعیین تندی خودروها استفاده می شود و (الف) درست است. در سونوگرافی از امواج فراصوت استفاده می شود و (ب) نادرست است. در اجاق خورشیدی از بازتاب نور خورشید (امواج الکترومغناطیسی گسیل شده از خورشید) از سطح کاو استفاده می شود و (پ) درست است. در دستگاه سونار کشتی ها از مکان یابی پژواکی امواج فراصوت استفاده می شود و (ت) نادرست است. بنابراین گزینه (۱) پاسخ تست است. دقت کنید باید کاربرد پدیده های فیزیکی در دستگاه های مختلف که در کتاب درسی بیان شده است را فرابگیرید.

A ۲ ۱۸۳۱

پرتوها بر جبهه های موج عمودند. از این رو وقتی جبهه های موج بر محور سطح کاو عمود هستند چنانچه پرتوها را رسم کنیم این پرتو موازی هم بوده و هنگام بازتاب از کانون سطح کاو می گذرند و گزینه (۲) درست است.

B ۱ ۱۸۳۲

یادداشت ریاضی هر خط که در امتداد شعاع دایره است بر سطح دایره عمود است. **نکته** هرگاه پرتو نور (موج) بر سطح عمود باشد زاویه تابش صفر است و پرتو بازتاب روی پرتو تابش بازتاب می کند. نقطه C در شکل مرکز سطح کروی است و اگر موج از نقطه C بر سطح بتابد یعنی پرتوها در امتداد شعاع دایره قرار دارند و این پرتوها بر سطح کاو عمود هستند. زاویه تابش و زاویه بازتاب صفر بوده یعنی پرتو روی خودش بازتاب می کند.

B ۲ ۱۸۳۳

نور لیزر وقتی به دیوار برخورد می کند چون ابعاد ناهمواری های میکروسکوپی سطح دیوار از طول موج نور مرئی لیزر بزرگتر است سطح دیوار برای نور لیزر سطح ناهموار بوده و نور لیزر بازتاب پخشنده انجام می دهد و نور در تمام جهات بازتاب می یابد و این دانش آموزان از هر جایی که نشسته اند می توانند نقطه رنگی روی دیوار را ببینند. بنابراین گزینه (۲) درست است.

B ۱ ۱۸۳۴

یادآوری دو نوع بازتاب نور در طبیعت مشاهده می شود.

۱ بازتاب منظم: سطح بازتابنده نور بسیار هموار است مانند سطح آینه.

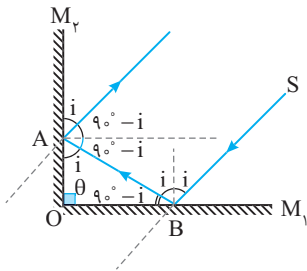
۲ بازتاب پخشنده یا نامنظم: وقتی که نور بر سطحی غیر صیقلی و ناهموار بتابد بازتاب پخشنده رخ می دهد.

منظور از سطح ناهموار این است که سطح در مقایسه با طول موج نور ناهموار است. اگر طول موج از ابعاد ناهمواری ها بزرگتر باشد، بازتاب منظم و اگر طول موج از ابعاد ناهمواری ها کوچکتر باشد، بازتاب پخشنده است.

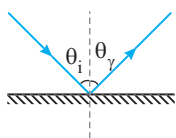
طول موج نور مرئی در حدود $0.5 \mu\text{m}$ است و اگر از دید میکروسکوپی سطحی که به آن نور تابیده شده دارای ناهمواری های بزرگتر از $1 \mu\text{m}$ باشد این سطح ها برای نور مرئی ناهموار محسوب می شوند و بازتاب نور از سطح آن ها پخشنده یا نامنظم است و اگر ناهمواری های سطح از $1 \mu\text{m}$ بسیار کوچکتر باشد آن سطح برای نور مرئی هموار خواهد بود و بازتاب از این سطح آینه ای و منظم است. بنابراین بازتاب نور مرئی از سطح a و b و c پخشنده یا نامنظم است و بازتاب از سطح d آینه ای یا منظم است.

A ۲ ۱۸۳۵

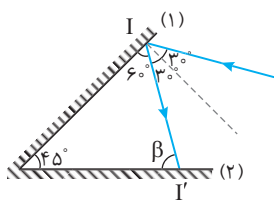
نکته هرگاه زاویه بین دو آینه متقاطع 90° باشد (دو آینه بر هم عمود باشند) چنانچه پرتویی بر سطح یکی از آن ها بتابد و بعد از بازتاب به آینه دیگر برخورد کند پرتو بازتاب از آینه دوم موازی پرتو تابش بر آینه اول است. با توجه به نکته بالا گزینه (۲) درست است.



C ۱ ۱۸۳۶



خط فکری بنا به قانون بازتاب عمومی، زاویه بین پرتو تابش با خط عمود بر سطح تابش (θ_i) با زاویه بین پرتو بازتاب با خط عمود بر سطح تابش (θ_r) با هم برابرند.

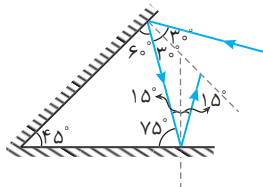


۱ با توجه به فرض مسئله، زاویه بین دو آینه 45° و زاویه تابش بر آینه (۱) 30° است. از این رو زاویه بازتاب نیز 30° بوده و پرتو بازتاب مطابق شکل با سطح آینه (۱) زاویه $90 - 30 = 60^\circ$ می سازد.

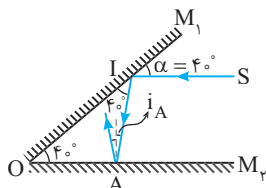
۲ مجموع زوایای داخلی یک مثلث 180° است. بنابراین زاویه ای که پرتو تابش (II') بر آینه (۲) با سطح آینه (۲) می سازد (β) برابر است با:

$$60 + 45 + \beta = 180 \Rightarrow \beta = 75^\circ$$

۳ بنابراین زاویه تابش بر سطح آینه (۲) برابر $90 - 75 = 15^\circ$ خواهد شد و زاویه بازتاب از سطح آینه (۲) نیز 15° است.



۴ ۱۸۴۰ B



شکل (الف):

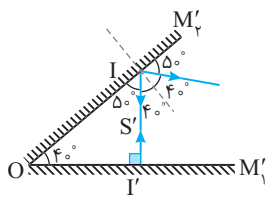
۱ به دلیل خطوط موازی مورب زاویه‌ای که پرتو SI با سطح آینه M_1 می‌سازد $\alpha = 40^\circ$ است و زاویه‌ای که پرتو بازتاب با سطح آینه می‌سازد برابر 40° است.

۲ در مثلث OIA زاویه A برابر $180 - (40 + 40) = 100^\circ$ است.

۳ اگر در نقطه A بر سطح آینه M_1 خطی عمود کنیم زاویه تابش بر سطح M_1 برابر خواهد شد با: $i'_A = 100 - 90 = 10^\circ$

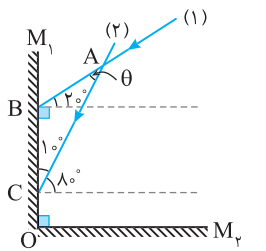
۴ در این صورت زاویه بازتاب پرتو SI از سطح M_1 برابر 10° است.

شکل (ب):



پرتو $S'I'$ بر سطح آینه M_1 عمود است. از این‌رو روی خودش بازتاب می‌کند و هنگام برخورد به سطح آینه M_1 با سطح زاویه $90 - 40 = 50^\circ$ می‌سازد بنابراین زاویه تابش بر سطح آینه M_1 ، 40° و زاویه بازتاب نیز 40° است.

۲ ۱۸۴۱ B



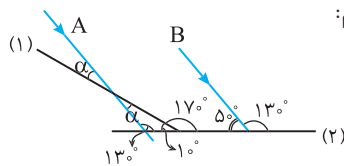
نکته هرگاه دو آینه بر هم عمود باشند و پرتو با هر زاویه‌ای که سطح یکی از آنها بتابد پرتو بازتاب از آینه دیگر موازی پرتو اول است. خط‌فکر چون پرتوهای بازتاب از آینه M_1 با پرتوهای تابش بر آینه M_2 موازی هستند. هر زاویه‌ای که پرتوهای بازتاب می‌سازند همان زاویه بین پرتوهای تابش (۱) و (۲) است بنابراین کافی است زاویه بین دو پرتوی (۱) و (۲) را به دست بیاوریم.

در مثلث ABC زاویه β برابر $20 + 90 = 110^\circ$ است از این‌رو می‌توان نوشت:

$$\theta + 110 + 10 = 180 \Rightarrow \theta = 60^\circ$$

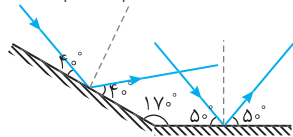
۲ ۱۸۴۲ B

پرتو A با پرتوی B موازی است و بنا به خاصیت موازی - مورب امتداد پرتو A نیز با افق زاویه 13° می‌سازد. با توجه به این نکته زاویه‌ای که این پرتو با سطح آینه (۱) می‌سازد را به دست می‌آوریم:



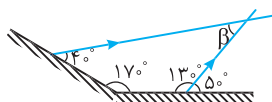
$$\Delta ODI: \alpha + 13 + 10 = 180 \Rightarrow \alpha = 40^\circ$$

با توجه به متقابل به رأس بودن زاویه‌ها، زاویه پرتو A با سطح آینه (۱) نیز برابر 40° است. حال زاویه بازتاب پرتوهای A و B را رسم می‌کنیم.



برای سادگی و جلوگیری از شلوغی شکل، تنها پرتوهای بازتاب را رسم می‌کنیم.

$$\beta + 40 + 17 + 13 = 360 \Rightarrow \beta = 20^\circ$$

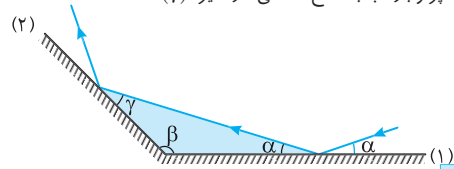


۴ ۱۸۳۷ B

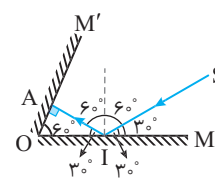
یادآوری با توجه به قانون بازتاب عمومی، زاویه‌های تابش و بازتاب با هم برابرند و همچنین زاویه‌ای که پرتو تابش با سطح می‌سازد با زاویه‌ای که پرتو بازتاب با سطح می‌سازد برابر است. در مثلث رنگی داریم:

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ \xrightarrow{180^\circ = \pi} \alpha + \beta + \gamma = \pi \Rightarrow \gamma = \pi - (\alpha + \beta)$$

زاویه‌ای که پرتو بازتاب با سطح (۲) می‌سازد نیز (γ) است.



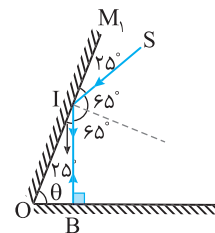
۱ ۱۸۳۸ A



۱ زاویه‌ای که پرتو SI با سطح آینه M_1 می‌سازد 30° است و بنا به قانون بازتاب عمومی زاویه‌ای که پرتو بازتاب با آینه M_2 می‌سازد نیز 30° است.

۲ زاویه O (زاویه بین دو آینه) 60° بوده بنابراین مثلث OAI یک مثلث قائم‌الزاویه است یعنی زاویه A باید 90° باشد در نتیجه زاویه تابش بر سطح آینه M_2 صفر می‌شود.

۳ ۱۸۳۹ A

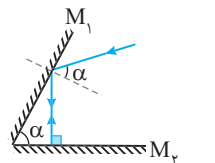


نکته هرگاه پرتو بر سطح آینه عمود بتابد زاویه تابش و زاویه بازتاب $\theta_1 = \theta_2 = 0^\circ$ است. در این حالت پرتو روی خودش بازتاب می‌کند.

برای آنکه پرتوی روی خودش برگردد، باید عمود بر سطح آینه M_2 بتابد. با توجه به شکل مثلث OIB باید قائم‌الزاویه باشد از این‌رو زاویه بین دو آینه (θ) خواهد شد:

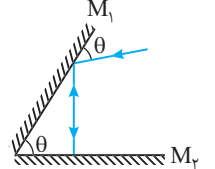
$$\theta = 90^\circ - 25^\circ = 65^\circ$$

میابری



هرگاه دو آینه با هم زاویه حاده (α) بسازند، چنانچه پرتو با زاویه تابش α بر یکی از آینه‌ها بتابد پس از بازتاب متوالی روی خودش بازمی‌گردد.

بازی با سؤال



در شکل روبه‌رو مسیر پرتو نور مشخص شده است. θ چند درجه است؟

خارج ریاضی - ۸۵	
۳۰ (۲)	۱۵ (۱)
۶۰ (۴)	۴۵ (۳)

۱ پاسخ پرتو پس از تابیدن بر آینه M_1 روی خودش بازتاب کرده بنابراین پرتو بر آینه M_2 عمود است و مثلث OIB قائم‌الزاویه است از این‌رو می‌توان نوشت:

$$\theta + \beta = 90^\circ \quad (I)$$

۲ پرتو SI با زاویه θ به آینه M_1 می‌تابد

بنابراین پرتو بازتاب از آینه M_1 با سطح آن زاویه θ می‌سازد. $(\beta = \theta)$

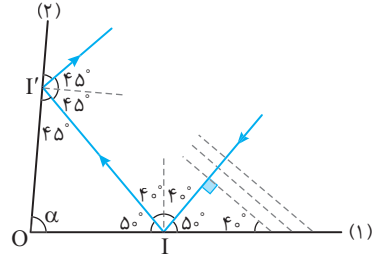
۳ اکنون از رابطه (I) و (II) می‌توان نوشت: $\theta + \theta = 90^\circ \Rightarrow \theta = 45^\circ$

گزینه ۳

۱ ۱۸۴۳ B

یادآوری برای بررسی حرکت جبهه های موج از یک پرتو که عمود بر جبهه های موج بوده و در جهت پیشروی جبهه ها رسم می شود در استفاده می کنیم.

نکته زاویه ای که پرتو با خط عمود می سازد برابر زاویه ای که جبهه های موج با سطح می سازند.



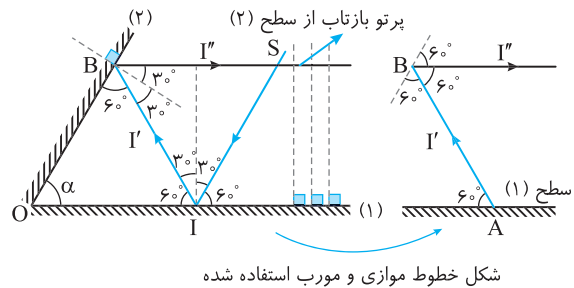
۱ در شکل زاویه تابش بر سطح آینه (۱) برابر ۴۰° است و زاویه ای که پرتو بازتاب با سطح (۱) می سازد برابر ۵۰° است.

۲ بنا به فرض مسئله زاویه بین جبهه های موج بازتاب با سطح (۲) ۴۵° است بنابراین پرتو بازتاب II' با سطح آینه (۲) زاویه های ۴۵° می سازد.

۳ مجموع زوایای مثلث OII' ۱۸۰° است از این رو برای مثلث OII' می توان نوشت: $\alpha + 45 + 50 = 180 \Rightarrow \alpha = 85^\circ$

۳ ۱۸۴۴ B

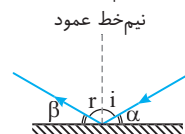
خط فکری پرتو بر جبهه های موج عمود است. اگر پرتوهای بازتاب از سطح (۲) که در شکل به صورت خط چین های موازی هم و عمود بر سطح (۱) نشان داده شده اند را در نظر بگیرید. پرتو بازتاب از سطح (۲) بر این جبهه ها عمود بود بنابراین پرتو بازتاب از سطح (۲) موازی سطح (۱) است. با توجه به این مطلب به سراغ حل مسئله می رویم پرتو SI با زاویه تابش ۳۰° با سطح (۱) تابیده و بنا به قانون بازتاب عمومی زاویه بازتاب از سطح (۱) نیز ۳۰° و زاویه ای که پرتو بازتاب با سطح (۱) می سازد $90 - 30 = 60^\circ$ است. گفتیم پرتو بازتاب سطح (۲) موازی سطح (۱) است از این رو بنا به خطوط موازی مورب زاویه بین پرتو AB و پرتو بازتاب از سطح (۲) برابر ۶۰° است. در مثلث OAB زاویه A و B هر کدام ۶۰° شده است بنابراین α نیز ۶۰° خواهد شد.



شکل خطوط موازی و مورب استفاده شده

۳ ۱۸۴۵ B

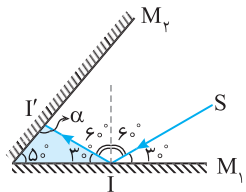
نکته با توجه به قانون بازتاب عمومی، زاویه ای که پرتو تابش با نیم خط عمود (زاویه تابش) با زاویه ای که پرتو بازتاب با نیم خط عمود (زاویه بازتاب) می سازد با هم برابر است:



$$\begin{cases} \hat{i} = \hat{r} \\ \hat{\alpha} + \hat{i} = 90^\circ \\ \hat{r} + \hat{\beta} = 90^\circ \end{cases}$$

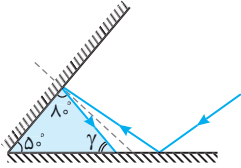
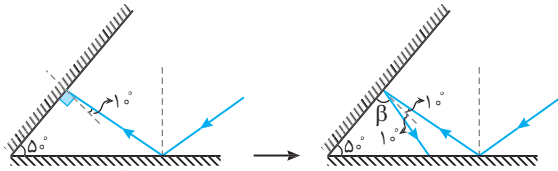
۱ با توجه به پرتو تابش زاویه تابش را به دست می آوریم، سپس با توجه به اینکه زاویه تابش و بازتاب با هم برابر است، زاویه بازتاب و پرتو بازتاب را می کشیم: $30^\circ + \hat{i} = 90^\circ \Rightarrow \hat{i} = 60^\circ$

۲ زاویه بازتاب ۶۰° است: $3^\circ + 5^\circ + \hat{\alpha} = 180^\circ \Rightarrow \hat{\alpha} = 172^\circ$ در مثلث رنگی



۳ برای پرتو II' خط عمود را می کشیم، پس زاویه تابش به سطح M_p، ۱۰°

است و زاویه بازتاب نیز ۱۰° است: $\hat{\beta} + 10^\circ = 90^\circ \Rightarrow \hat{\beta} = 80^\circ$

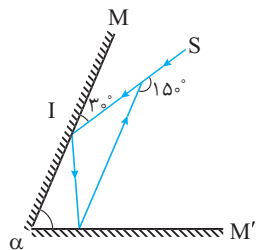


در مثلث رنگی: $5^\circ + 8^\circ + \hat{\gamma} = 180^\circ \Rightarrow \hat{\gamma} = 167^\circ$

۴ حال امتداد دو پرتو SI و بازتاب از

سطح دوم را با هم قطع می دهیم تا زاویه بین دو پرتو را به دست بیاوریم. برای خلوت شدن شکل تنها پرتو SI و بازتاب از سطح M_p را کشیدیم:

در مثلث رنگی: $5^\circ + 3^\circ + \hat{C} = 180^\circ \Rightarrow \hat{C} = 172^\circ$



یازنی یا سوال پرتو نورانی SI

بر آینه تخت M تابیده و مطابق شکل روی دو آینه M' و M بازتابش پیدا کرده است. زاویه بین دو آینه چند درجه است؟

- ۱) ۴۵
- ۲) ۶۰
- ۳) ۷۵
- ۴) ۸۰

۱ پاسخ زاویه بین پرتو SI و سطح

آینه M، ۳۰° است از این رو زاویه تابش بر آینه M، ۶۰° است. در مثلث ABC زاویه مجاور ۱۵۰° بوده بنابراین زاویه $C = 30^\circ$ است. در نتیجه زاویه بین پرتوی تابش AB و بازتابش BC بر آینه M' برابر است با:

$$180 - (2 \times 60 + 30) = 30^\circ$$

اکنون زاویه بین پرتوی تابش AB بر آینه M' با سطح آینه را به دست می آوریم: $2\hat{\beta} = 180 - 30 = 150^\circ \Rightarrow \hat{\beta} = 75^\circ$

در این صورت در مثلث OAB می توان نوشت:

$$\alpha + \hat{\beta} + 30 = 180 \Rightarrow \alpha + 75 + 30 = 180 \Rightarrow \alpha = 75^\circ$$

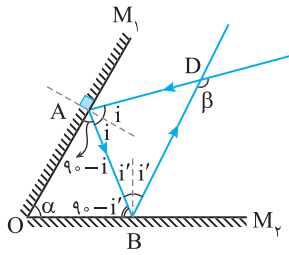
میانبر در آینه های متقاطع همواره زاویه انحراف بین پرتوی تابش اولیه و پرتوی بازتاب از آینه دوم دو برابر زاویه بین دو آینه است و به زاویه تابش اولیه بستگی ندارد.

$$\alpha = \frac{150^\circ}{2} = 75^\circ$$

با دانستن این نکته می توان نوشت:

۳ گزینه ۳

۴ ۱۸۴۷



۱ اگر زاویه تابش بر سطح M_1 i و بر سطح M_2 i' باشد، در این صورت در مثلث OAB زاویه A و B خواهند شد:

$$A = 90 - i$$

$$B = 90 - i'$$

از طرفی خواهیم داشت:

$$\alpha + 90 - i + 90 - i' = 180 \Rightarrow \alpha = i + i' \quad (I)$$

۲ در مثلث ABD زاویه β زاویه خارجی مثلث است و اندازه آن برابر دو زاویه داخلی غیرمجاور با β است. از این رو:

$$\triangle ABD: \gamma + i + i' = \beta \Rightarrow \gamma(i + i') = \beta \xrightarrow{(I)} \beta = 2\alpha$$

بنابراین هرگونه تغییری در زاویه تابش، تأثیری روی اندازه β ندارد و در این شکل همواره $\beta = 2\alpha$ است.

۳ با توجه به رابطه (I) جمع i و i' همواره با α برابر است بنابراین هر مقدار که از i کم شود همان مقدار به i' اضافه شود. یعنی وقتی i به $\frac{i}{2}$ تبدیل می‌شود به اندازه $\frac{i}{2}$ به i' اضافه می‌شود.

۲ ۱۸۴۸

۱ پرتو SI با سطح آینه (۱) زاویه 30° می‌سازد بنابراین زاویه‌ای که پرتو بازتاب II' با آینه (۱) می‌سازد 30° است از این رو زاویه بین دو پرتو SI و II' خواهد شد:

$$\beta = 180 - 60 = 120^\circ$$

۲ زاویه‌ای که پرتوی II' با سطح آینه (۲) می‌سازد:

$$\theta = 180 - (120 + 30) \Rightarrow \theta = 30^\circ$$

۳ زاویه بین II'' با سطح آینه (۲) نیز 30° خواهد شد:

۴ زاویه بین دو پرتو II'' و II' نیز برابر است با:

$$\beta' = 180 - (30 + 30) = 120^\circ$$

۵ زاویه پرتو II'' با سطح آینه (۳) برابر است با:

$$\theta' + \gamma = 90 \Rightarrow 30 + \gamma = 90 \Rightarrow \gamma = 60 \Rightarrow \gamma' = 60^\circ$$

۶ زاویه بین دو پرتو II'' و II' را حساب می‌کنیم:

$$\beta'' = 180 - (60 + 60) = 60^\circ$$

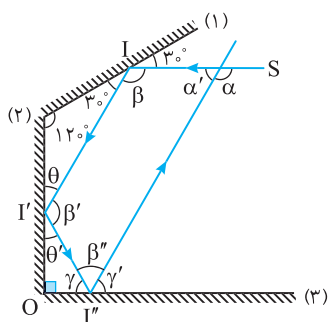
۷ مجموع زوایای چهارضلعی $SI'I''I''$ برابر 360° است از این رو:

$$\alpha' + \beta + \beta' + \beta'' = 360 \Rightarrow \alpha' + 120 + 120 + 60 = 360 \Rightarrow \alpha' = 60^\circ$$

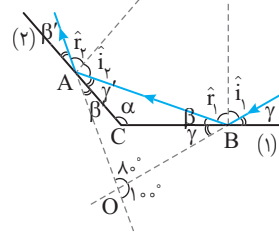
۸ مجموع زاویه α و α' ، 180° است. بنابراین:

$$\alpha + \alpha' = 180 \Rightarrow \alpha + 60 = 180 \Rightarrow \alpha = 120^\circ$$

دقت کنید که توضیح دادن مسئله سبب طولانی شدن راه‌حل شده است و گرچه حل این تست زمان کوتاهی لازم دارد.



۳ ۱۸۴۶

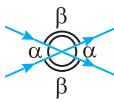


با توجه به قانون بازتاب، زاویه تابش و زاویه بازتاب با هم برابرند:

$$\hat{i}_1 = \hat{r}_1 \Rightarrow \frac{\gamma = 90 - i_1}{\beta = 90 - r_1} \rightarrow \gamma = \beta$$

$$\hat{i}_2 = \hat{r}_2 \Rightarrow \frac{\gamma' = 90 - i_2}{\beta' = 90 - r_2} \rightarrow \gamma' = \beta'$$

تذکره زاویه بین دو پرتو زاویه‌ای است که در محل تقاطع آن‌ها و در قسمتی که هر دو پرتو هم‌جهت هستند ساخته می‌شود.



در شکل روبه‌رو زاویه‌های α ، زاویه بین دو پرتو و زاویه‌های β مکمل آن‌ها هستند.

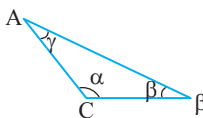
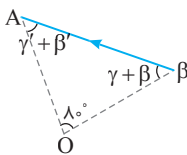
در مثلثی که از امتداد پرتوی تابش اولیه و بازتاب ثانویه و پرتوی بازتاب از سطح (۱) ساخته می‌شود می‌توان نوشت:

$$(\gamma + \beta) + (\gamma' + \beta') + 180 = 180 \xrightarrow{\frac{\gamma' = \beta'}{\gamma = \beta}}$$

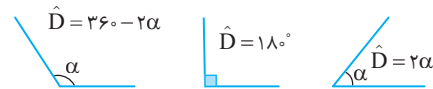
$$2\beta + 2\gamma = 180 \Rightarrow \beta + \gamma = 90^\circ$$

در مثلثی که با پرتوی بازتاب از سطح (۱) و دو سطح ساخته می‌شود داریم:

$$\alpha + \beta + \gamma = 180 \xrightarrow{\beta + \gamma = 90} \alpha + 90 = 180 \Rightarrow \alpha = 90^\circ$$



میانبر به زاویه بین پرتوی تابش اولیه و پرتو بازتاب از سطح دوم زاویه انحراف گویند:



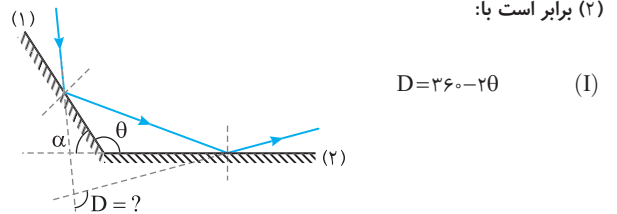
با توجه به شکل سوال زاویه انحراف 100° است:

$$360 - 2\alpha = 100 \Rightarrow 2\alpha = 260 \Rightarrow \alpha = 130^\circ$$

پایان سوال مطابق شکل روبه‌رو، پرتو نوری به آینه تخت (۱) می‌تابد و در نهایت از آینه تخت (۲) بازتاب می‌شود. پرتو تابش بر آینه (۱) با پرتو بازتابش از آینه (۲)، چه زاویه‌ای می‌سازد؟

- خارج تجربی - ۹۶
- (۱) α
 - (۲) 2α
 - (۳) $180 - \alpha$
 - (۴) $90 + \alpha$

پاسخ نکته: هرگاه پرتو به آینه‌های متقاطع شکل روبه‌رو نتابد، زاویه انحراف یعنی زاویه بین راستای پرتو تابش بر آینه (۱) و پرتو بازتابش از آینه (۲) برابر است با:



$$D = 360 - 2\theta \quad (I)$$

با توجه به شکل مجموع زاویه‌های α و θ یک زاویه نیم‌صفحه (180°) تشکیل می‌دهند.

$$\theta + \alpha = 180 \Rightarrow \theta = 180 - \alpha$$

در رابطه (I) جای‌گذاری می‌کنیم:

$$D = 360 - 2(180 - \alpha) \Rightarrow D = 360 - 2 \times 180 + 2\alpha \Rightarrow D = 2\alpha$$

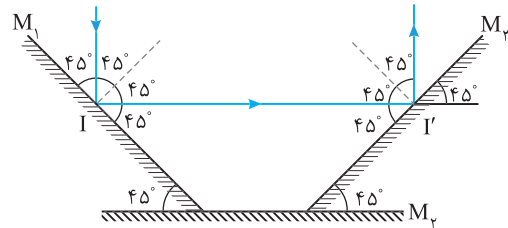
۲ گزینه

۱ ۱۸۴۹ B

خط فکری در حل این مسائل به زوایای روی شکل باید دقت کنید. سپس بازتاب پرتو از هر آینه را به دقت رسم کنیم تا بتوانید مسئله را حل کنید.

۱ زاویه‌ای که پرتو تابش با سطح آینه M_1 می‌سازد 45° است و بنا به قانون عمومی بازتاب زاویه پرتو بازتاب با سطح آینه M_1 نیز 45° است.

۲ مجدداً به شکل نگاه کنید زاویه بین امتداد آینه M_1 و M_2 ، 45° و زاویه بین پرتو II' و آینه M_1 نیز 45° است و بنا به خاصیت موازی مورب پرتوی II' موازی سطح آینه M_2 بوده یعنی پرتو بازتاب از M_1 به M_2 برخورد نمی‌کند بلکه به آینه M_2 می‌تابد و مطابق شکل بازتاب کرده بین پرتو نهایی موازی پرتو SI بوده و پرتو SI، 18° منحرف شده است.



پاسخ یا سؤال در شکل روبه‌رو پرتو SI با زاویه تابش α بر سطح آینه M_1 تابیده شده و پس از بازتاب از سطح آینه‌های (۲) و (۳) روی خودش باز

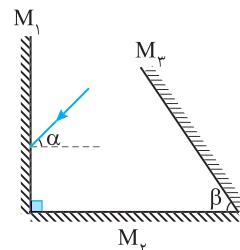
می‌گردد. کدام گزینه درست است؟

$\beta = 2\alpha$ (۱)

$\alpha = 2\beta$ (۲)

$\alpha + \beta = 90$ (۳)

$\alpha = \beta + 90$ (۴)



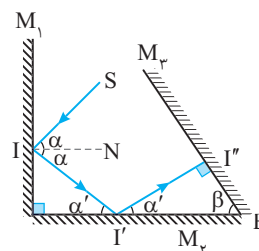
پاسخ **۱** پرتو SI با زاویه تابش α به آینه M_1 می‌تابد و بنا به قانون عمومی بازتاب زاویه بازتاب نیز α می‌شود (به شکل نگاه کنید).

۲ با توجه به شکل دو آینه M_1 و M_2 برهم عمودند بنابراین خط عمود N که بر آینه M_1 عمود است موازی آینه M_2 بوده و با توجه به خطوط موازی مورب زاویه α' با زاویه α برابر است.

۳ زاویه بین پرتو تابش II' بر آینه M_2 است بنابراین زاویه پرتو بازتاب (II'') با سطح آینه M_2 نیز α' است.

۴ در مثلث $II''B$ ، پرتو II'' باید بر آینه M_2 عمود باشد تا روی خودش بازتاب کند در این صورت مجموع زوایای α' و β برابر 90° خواهد شد.

$\alpha' + \beta = 90 \xrightarrow{\alpha = \alpha'} \alpha + \beta = 90^\circ$

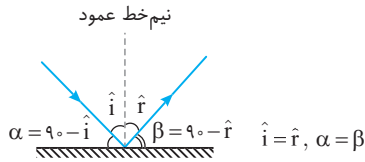


گزینه ۳

۳ ۱۸۵۰ B

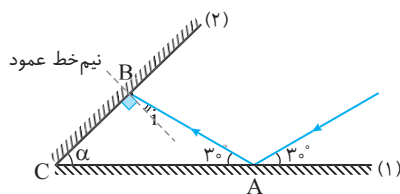
خط فکری در حل این سؤال باید در گام اول پرتوهای تابش و بازتاب بر سطح آینه (۱) و سپس پرتو تابش و بازتاب دوم از سطح آینه (۲) را رسم کنیم. به فرض مسئله دقت کنید که گفته شده پرتو دوم بازتابی از سطح آینه (۱) موازی آینه (۲) خواهد شد.

نکته با توجه به قانون بازتاب عمومی داریم:

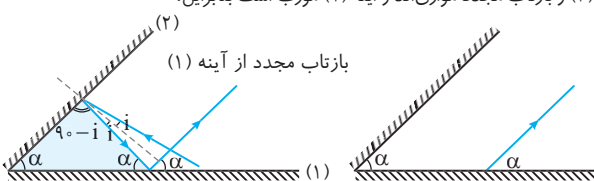


۱ بازتاب پرتو از آینه (۲) را رسم می‌کنیم و نیم خط عمود آن را مشخص می‌کنیم. مجموع زوایای داخلی مثلث ABC برابر 180° است:

$3^\circ + (90 + \hat{i}) + \alpha = 180^\circ \Rightarrow \hat{i} = 180^\circ - 90^\circ - 3^\circ - \alpha \Rightarrow \hat{i} = 6^\circ - \alpha$ (I)



۲ پرتو بازتاب شده از آینه (۲) مجدداً به آینه (۱) برخورد کرده و با توجه به سؤال و پرتو بازتاب مجدداً از آینه (۱) موازی با آینه (۲) است. طبق خطوط موازی و مورب، آینه (۲) و بازتاب مجدداً موازی‌اند و آینه (۱) مورب است بنابراین:



۳ در مثلث رنگی زاویه دو آینه α و زاویه‌ای که

پرتو تابش با سطح آینه می‌سازد نیز با توجه به موازی مورب بالا α درجه است و مجموع زوایای داخلی مثلث 180° است، بنابراین:

$\hat{\alpha} + \hat{\alpha} + (90 - \hat{i}) = 180^\circ \xrightarrow[\hat{i} = 6 - \alpha]{\text{طبق معادله (I)}} \rightarrow$

$2\alpha + (90 - (6 - \alpha)) = 180^\circ \Rightarrow 3\alpha + 3^\circ = 180^\circ \Rightarrow \alpha = 5^\circ$

۱ ۱۸۵۱ B

با توجه به قانون بازتاب زاویه تابش و بازتاب با هم برابر است و مجموع زوایای داخلی مثلث 180° است:

۱ زاویه تابش بر سطح آینه (۱) برابر $90 - 3 = 6^\circ$ است بنابراین مطابق شکل (الف) زاویه بازتاب از سطح آینه (۱) نیز 6° است.

۲ به شکل (الف) نگاه کنید. زاویه بین پرتو و سطح آینه (۲) خواهد شد:

$R = 180 - (3 + 40) = 11^\circ$

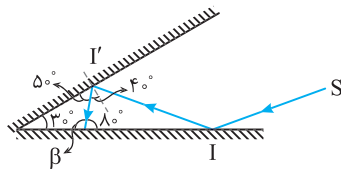
۳ اگر خط عمود بر سطح آینه (۲) را رسم کنید، مطابق شکل (ب) زاویه تابش بر سطح آینه (۲) برابر $11 - 9 = 2^\circ$ می‌شود و زاویه پرتو بازتاب RR' با سطح آینه (۲) $90 - 2 = 88^\circ$ خواهد شد.

۴ در مثلث ORR' زاویه پرتو بین پرتو RR' با سطح آینه (۱) نیز برابر $7^\circ = 40 + 70 = 110$ می‌شود.

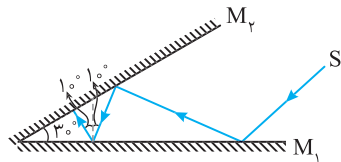
۵ زاویه تابش و بازتاب از سطح آینه (۱)، 2° می‌شود.

۶ پرتو RR'' با آینه ۲ زاویه 3° می‌سازد بنابراین زاویه تابش و بازتاب برای پرتو RR'' ، 6° خواهد شد.

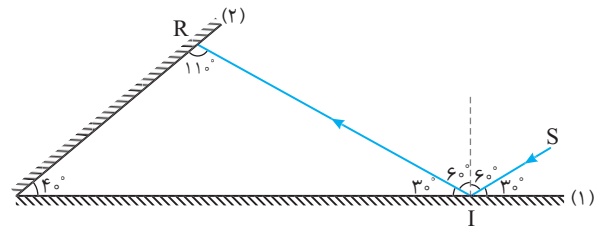
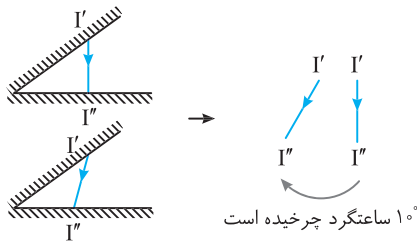
خط عمود را برای زاویه α رسم کرده و پرتو بازتاب $I'I''$ را رسم می‌کنیم. زاویه تابش و بازتاب بر سطح M_1 60° می‌شود. حال پرتو $I'I''$ بر سطح M_2 برخورد کرده که همان پرتو تابش بر سطح M_1 برای دومین بار است: $\beta + 30^\circ + 50^\circ = 180^\circ \Rightarrow \beta = 100^\circ$



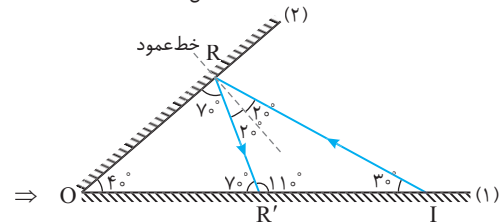
اگر برای زاویه $\beta = 100^\circ$ خط عمود رسم کنیم، زاویه تابش $100^\circ - 90^\circ = 10^\circ$ می‌شود.



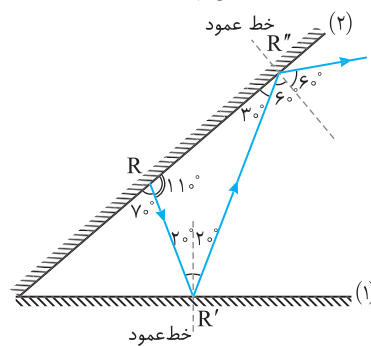
بنابراین زاویه تابش بر سطح آینه M_1 از 10° به 1° می‌رسد. به امتداد پرتو $I'I''$ در دو حالت (الف) و (ب) را در شکل زیر نگاه کنید، پرتو تابش بر سطح M_1 و 10° ساعتگرد می‌چرخد.



(شکل الف)



(شکل ب)



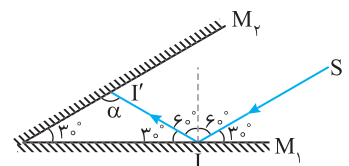
۱۱۸۵۲ B

خط فکری با سؤال سختی سروکار نداریم اما کمی سؤال طولانی است، باید دوبار

سؤال حل شود یکبار با زاویه تابش 60° و بار دیگر حالتی را بررسی کنیم که پرتو 10° ساعتگرد (↻) بچرخد و زاویه تابش 70° شود:

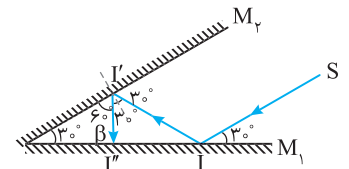
حالت (الف) زاویه تابش SI برابر 60° است پس زاویه بازتاب $I'I''$ نیز 60° است، حال زاویه‌ای که پرتو $I'I''$ با سطح آینه M_2 می‌سازد را به‌دست می‌آوریم:

$$\alpha + 30^\circ + 30^\circ = 180^\circ \Rightarrow \alpha = 120^\circ$$



خط عمود را برای زاویه α رسم کرده و پرتو بازتاب $I'I''$ از سطح M_2 را رسم می‌کنیم:

$$\beta + 30^\circ + 60^\circ = 180^\circ \Rightarrow \beta = 90^\circ$$



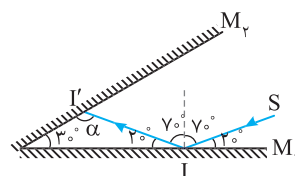
بنابراین با توجه به شکل پرتو $I'I''$ بر سطح آینه M_1 عمود است یعنی پرتو با زاویه تابشی صفر درجه برای دومین بار بر سطح آینه M_1 می‌تابد.

حالت (ب) زاویه تابش SI، 70° شده

پس زاویه بازتاب از این سطح نیز 70° می‌شود. حال زاویه بین پرتو $I'I''$ با

سطح M_2 را به‌دست می‌آوریم:

$$\alpha + 20^\circ + 30^\circ = 180^\circ \Rightarrow \alpha = 130^\circ$$



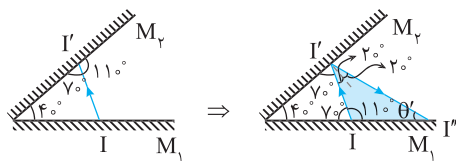
۱ بازتاب پرتو SI را رسم می‌کنیم، زاویه تابش و بازتاب یکسان و برابر 20° است: در مثل رنگی

$$\theta + 40^\circ + 70^\circ = 180^\circ \Rightarrow \theta = 70^\circ$$

۲ پرتو $I'I''$ با سطح زاویه 110° می‌سازد. نیم خط عمود این پرتو در سطح M_2 را

رسم کرده، زاویه تابش را مشخص و پرتو بازتاب را رسم می‌کنیم:

$$\theta' + 40^\circ + 110^\circ = 180^\circ \Rightarrow \theta' = 30^\circ$$



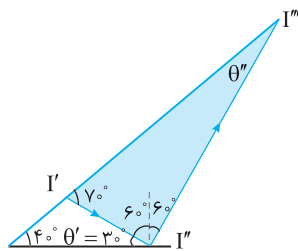
۳ حال پرتو بازتاب مجدد از سطح M_1 ($I'I''$) را رسم می‌کنیم و زاویه بازتاب آن

$$\theta' = 180^\circ - 110^\circ - 40^\circ \Rightarrow \theta' = 30^\circ$$

را به‌دست می‌آوریم:

$$\theta'' + 70^\circ + (60^\circ + 60^\circ) = 180^\circ \Rightarrow \theta'' = -10^\circ$$

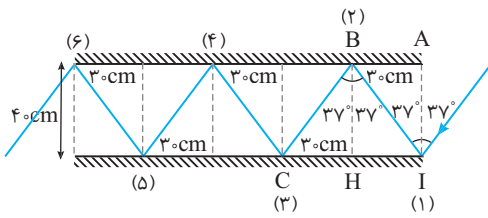
غ ق 10° در مثل رنگی



۴ زاویه -10° غیرقابل قبول است یعنی پرتوی $I'I'''$ به سطح M_2 برخورد

نمی‌کند. بنابراین پرتو خروجی زاویه 60° است.

۲ ۱۸۵۴ B



پرتو SI با زاویه ۳۷° به آینه (۱) می‌تابد و با زاویه ۳۷° بازتاب می‌کند در مثلث IAB می‌توان نوشت:

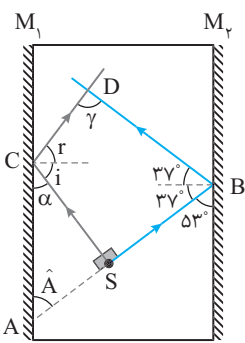
$$\tan 37^\circ = \frac{AB}{IA} \Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{AB}{4} \Rightarrow AB = 3 \text{ cm}$$

با همین استدلال $CH = 3 \text{ cm}$ می‌شود. یعنی بعد از هر برخورد پرتو 3 cm جلو می‌رود و مطابق شکل بعد از ۶ برخورد پرتو از بین دو آینه خارج می‌شود.

نکته: اگر پهنای آینه‌ها در مسئله بالا بین 15 cm تا کمتر از 18 cm بود پرتو هم‌چنان پس از ۶ بازتاب از بین آینه‌ها خارج می‌شد.

۱ ۱۸۵۷ B

خط فکری: حل مسئله را باید از زاویه تابش ۳۷° به آینه M_2 شروع کرد و مرحله به مرحله زوایای روی شکل (زاویه‌های تابش، بازتاب ...) را مشخص کرد تا در نهایت زاویه بین دو پرتو بازتاب (۷) را به دست آورد.



- ۱ زاویه‌ای که پرتو SB با سطح آینه M_2 می‌سازد مطابق شکل $90 - 37 = 53^\circ$ است.
- ۲ اگر پرتو SB را امتداد دهیم تا در نقطه A آینه M_1 را قطع کند چون دو آینه موازی و M_2 و M_1 موازی است، به دلیل خطوط موازی و مورب زاویه A نیز 53° است.
- ۳ در مثلث قائم‌الزاویه ASC زاویه‌ای که پرتو تابش SC با سطح آینه M_1 می‌سازد برابر است با:

$$\alpha + A = 90^\circ \Rightarrow \alpha + 53 = 90 \Rightarrow \alpha = 37^\circ$$

۴ زاویه تابش و زاویه بازتاب روی آینه M_1 را حساب می‌کنیم:

$$i + \alpha = 90^\circ \Rightarrow i + 37 = 90 \Rightarrow i = 53^\circ$$

۵ مجموع زوایای داخلی چهارضلعی SCDB، 360° است، بنابراین γ خواهد شد:

$$\gamma + (2 \times 37) + (2 \times 53) + 90 = 360 \Rightarrow \gamma = 90^\circ$$

۴ ۱۸۵۸ A

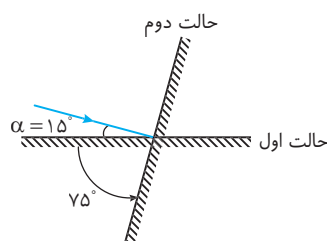
یادآوری: زاویه تابش و زاویه بازتاب با هم برابرند، از این رو زاویه بین پرتو تابش و پرتو بازتاب دو برابر زاویه تابش است.

در این مسئله زاویه بین پرتو تابش و پرتو بازتاب 15° است، بنابراین زاویه تابش خواهد شد:

$$2i = 15^\circ \Rightarrow i = 7.5^\circ$$

$$\alpha = 90 - 7.5 = 82.5^\circ$$

می‌خواهیم پرتو تابش روی خودش بازتاب کند، بنابراین باید پرتو تابش بر سطح آینه عمود شود، یعنی زاویه بین پرتو تابش با سطح آینه 90° شود. در نتیجه مطابق شکل آینه باید 7.5° با ساعتگرد دوران کند.

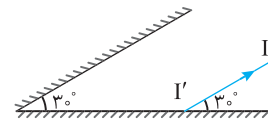
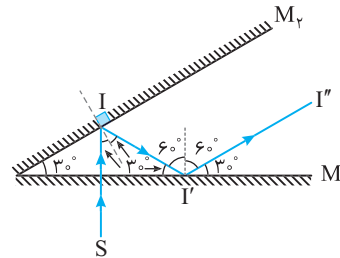


خط فکری:

شما باید در هر مرحله پرتو تابش بر هر آینه و پرتو بازتاب را رسم کرده و به کمک هندسه اندازه زاویه تابش و بازتاب را مشخص کنید و این عمل را تکرار کنید تا لحظه‌ای که زاویه بین پرتو و سطح آینه کوچک‌تر و یا برابر زاویه بین دو آینه شود. در این حالت پرتو از بین دو آینه خارج می‌گردد.

۱ زاویه تابش پرتو SI، 30° و زاویه بازتاب آن نیز 30° خواهد بود.

۲ پرتو II' وقتی به آینه M_1 برخورد می‌کند به دلیل خط موازی مورب با خط عمود زاویه 60° می‌سازد بنابراین پرتو II' با سطح آینه M_1 زاویه 30° خواهد ساخت در نتیجه زاویه بین پرتو بازتاب از M_1 با سطح آینه M_2 ، 30° است.



۳ طبق خط موازی - مورب پرتو II'' با آینه M_2 موازی شده و از بین دو آینه خارج می‌شود در نتیجه تنها دو بار برخورد صورت می‌گیرد.

۴ ۱۸۵۵ B

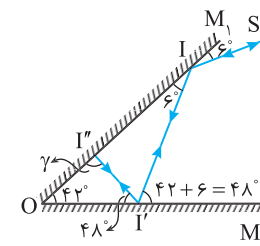
خط فکری: قبل از حل مسئله باید مطلبی را برای هم روشن کنیم. اگر پرتو تابش بر آینه M_1 پس از بازتاب به آینه M_2 برسد. زاویه‌ای که پرتو با سطح آینه M_2 می‌سازد زاویه خارجی مثلث OII' است. یعنی β برابر $\alpha + \theta$ است و در هر بازتاب به اندازه θ زاویه بین پرتو و سطح آینه افزوده می‌شود.

۱ پرتو SI با سطح آینه (۱) زاویه 6° می‌سازد و زاویه بین دو آینه 42° است بنابراین زاویه II' بر سطح M_2 برابر 48° است.

۲ زاویه پرتو بازتاب II'' با آینه M_1 خواهد شد.

$$\gamma = 180 - (42 + 48) \Rightarrow \gamma = 90^\circ$$

۳ بنابراین پرتو II'' بر سطح آینه (۱) عمود است از این رو روی خودش بازتاب کرده و مسیر را برمی‌گرداند. بنابراین پرتو پس از ۵ بار برخورد از سطح دو آینه و با زاویه 180° نسبت به پرتو SI از بین دو آینه خارج می‌شود.



میانبر: پرتوی SI یکبار به M_1 برخورد کرده سپس با زاویه $42 + 6 = 48$ به آینه M_2 برخورد کرده و بعد از آن با زاویه $42 + 48 = 90^\circ$ به آینه M_1 برخورد می‌کند (تا اینجا سه برخورد) و پرتو از M_1 روی خود باز می‌گردد به آینه M_2 برخورد کرده و از آن جا بر همان مسیر به آینه M_1 می‌رسد (جمعاً ۵ برخورد) و بر مسیر SI برمی‌گردد.

۲ ۱۸۵۶ B

خط فکری: باید پرتو بازتاب را رسم کنید سپس محل برخورد به آینه (۲) را بیابید و به کمک مثلثات مشخص کنید پرتو چند cm جلو رفته و این عمل را تکرار کنید، بنابراین با دقت حل را پیگیری کنید.

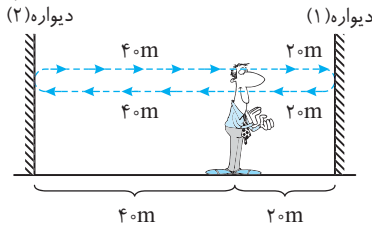
زمان رفت و برگشت پژواک اول:

$$d_1 = 20 + 20 = 40 \text{ m}, v_1 = 320 \text{ m/s} \Rightarrow t_1 = \frac{d_1}{v_1}$$

$$\Rightarrow t_1 = \frac{40}{320} = \frac{1}{8} = 0.125 \text{ s}$$

$$d_2 = 40 + 40 = 80 \text{ m}, v_2 = 320 \text{ m/s} \Rightarrow t_2 = \frac{d_2}{v_2}$$

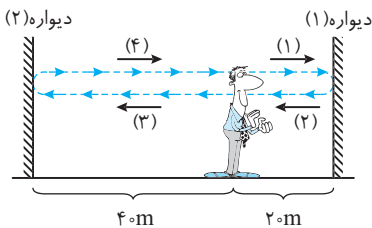
$$\Rightarrow t_2 = \frac{80}{320} = \frac{1}{4} = 0.25 \text{ s}$$



یعنی در لحظه‌های 0.125 s و 0.25 s از هر دیواره یک پژواک یعنی جمعاً دو پژواک به گوش شخص می‌رسد.

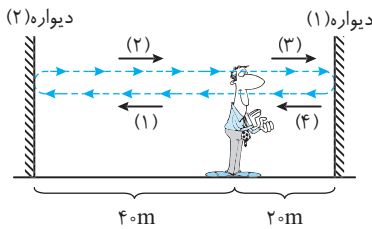
صوت برخورد کرده به دیواره (۱) می‌تواند به دیواره (۲) برخورد کند و سپس به گوش شخص برسد؛ زمان این پژواک را حساب می‌کنیم:

$$\begin{cases} d'_1 = 2(20) + 2(40) = 120 \text{ m} \\ v = 320 \text{ m/s} \end{cases} \Rightarrow t'_1 = \frac{d'_1}{v} = \frac{120}{320} = \frac{3}{8} = 0.375 \text{ s}$$



اما همین مطلب در مورد پژواک بازتابیده از دیواره (۲) نیز صدق می‌کند. یعنی این پژواک می‌تواند به دیواره (۱) برسد و از روی دیواره (۱) بازتاب کرده و مجدداً به گوش شخص برسد. زمان این پژواک را نیز به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} d'_2 = 2(40) + 2(20) = 120 \text{ m} \\ v = 320 \text{ m/s} \end{cases} \Rightarrow t'_2 = \frac{d'_2}{v} = \frac{120}{320} = \frac{3}{8} = 0.375 \text{ s}$$



جالب شد! زمان پژواک دوم از هر دیواره 0.375 s است، یعنی دو پژواک با هم به گوش می‌رسند. اما گوش نمی‌تواند آن‌ها را از هم تشخیص دهد زیرا برای تمیز دادن دو صوت از هم حداقل اختلاف زمانی 0.1 s لازم است. در نتیجه گوش شخص در مدت 0.4 s جمعاً سه پژواک را درک می‌کند.

۱ ۱۸۶۲

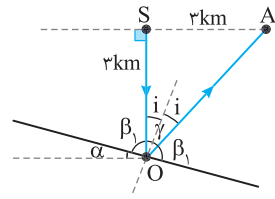
خط فکری به شکل سؤال دقت کنید. وقتی شخص دست می‌زند، امواج صوتی کروی به سوی پلکان می‌رود. اولین پژواک از اولین پله، دومین پژواک در اثر بازتاب از دومین پله و ... به گوش شخص می‌رسد و اختلاف زمانی هر دو پژواک متوالی که شخص دریافت می‌کند برابر دوره صدای دریافتی توسط شخص است؛ یعنی برای به دست آوردن دوره، شما باید زمان رفت و برگشت صوت روی یک پله (۲ℓ) را به دست بیاورید و از آنجا بسامد را حساب کنید.

$$\Delta x = v \Delta t \Rightarrow 2\ell = vT \Rightarrow T = \frac{2\ell}{v}$$

$$f = \frac{1}{T} \Rightarrow f = \frac{v}{2\ell} \Rightarrow f = \frac{320}{2 \times 0.5} \Rightarrow f = 320 \text{ Hz}$$

بسامد صدای دریافتی خواهد شد: $f = 320 \text{ Hz}$

۱ ۱۸۵۹



۱ در مثلث قائم‌الزاویه SOA زاویه بین پرتو تابش SO و پرتو بازتاب OA را با استفاده از روابط مثلثاتی به دست می‌آوریم:

$$\tan \gamma = \frac{SA}{SO} \Rightarrow \tan \gamma = \frac{3}{4} = 1 \Rightarrow \gamma = 45^\circ$$

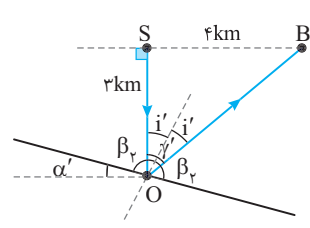
۲ زاویه تابش بر سطح تیغه برابر نصف زاویه بین پرتو تابش و بازتاب است.

$$i = \frac{\gamma}{2} \Rightarrow i = \frac{45}{2} = 22.5^\circ$$

۳ زاویه‌ای که پرتو بازتاب (OA) با سطح تیغه می‌سازد برابر است با:

$$\beta = 90 - 22.5 = 67.5^\circ$$

۴ زاویه α را به دست می‌آوریم. $\alpha + \beta_1 = 90 \Rightarrow \alpha + 67.5 = 90 \Rightarrow \alpha = 22.5^\circ$



۵ در حالت دوم همان کارها را مجدداً تکرار می‌کنیم. زاویه بین پرتو تابش SO و پرتو بازتاب OB را به دست می‌آوریم:

$$\tan \gamma' = \frac{SB}{SO} \Rightarrow \tan \gamma' = \frac{4}{3} \Rightarrow \gamma' = 53^\circ$$

۶ زاویه تابش بر سطح آینه در حالت دوم خواهد شد:

$$i' = \frac{\gamma'}{2} \Rightarrow i' = \frac{53}{2} \Rightarrow i' = 26.5^\circ$$

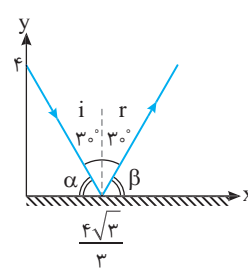
۷ زاویه β_p را حساب می‌کنیم:

$$i' + \beta_p = 90 \Rightarrow 26.5 + \beta_p = 90 \Rightarrow \beta_p = 63.5^\circ$$

۸ زاویه α' خواهد شد: $\alpha' + \beta_p = 90 \Rightarrow \alpha' = 90 - 63.5 = 26.5^\circ$

۹ بنابراین باید تیغه را $4^\circ = 26.5^\circ - 22.5^\circ$ بچرخانیم.

۴ ۱۸۶۰



۱ ابتدا خط $y = -\sqrt{3}x + 4$ را رسم می‌کنیم. عرض از مبدأ خط $+4$ و شیب خط برابر $-\sqrt{3}$ است. زاویه بین پرتو و سطح آینه را به دست می‌آوریم:

$$\tan \alpha = \sqrt{3} \Rightarrow \alpha = 60^\circ$$

۲ زاویه پرتو تابش با سطح آینه 60° شد، بنابراین زاویه پرتو بازتاب با سطح آینه نیز $\beta = 60^\circ$ می‌شود.

۳ محل برخورد پرتو بر سطح آینه را مشخص می‌کنیم.

$$y = -\sqrt{3}x + 4 \quad y = 0 \Rightarrow -\sqrt{3}x + 4 = 0 \Rightarrow x = \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

۴ اکنون می‌توانیم معادله خطی که پرتو بازتاب بر آن منطبق است را به دست آوریم.

$$\tan \beta = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$$

شیب خط خواهد شد:

این خط از نقطه $(\frac{4\sqrt{3}}{3}, 0)$ می‌گذرد. در این صورت:

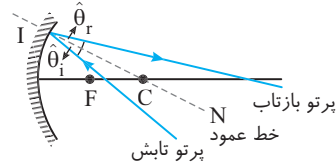
$$\tan \beta = \frac{y - y_0}{x - x_0} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{y - 0}{x - \frac{4\sqrt{3}}{3}} \Rightarrow y = \sqrt{3}x - 4$$

۳ ۱۸۶۱

صوت تولید شده ابتدا به دیوار (۱) رسیده و پس از بازتاب به گوش شخص می‌رسد و پژواک دوم ناشی از پژواک از دیوار (۲) می‌باشد

۴ ۱۸۶۳ B

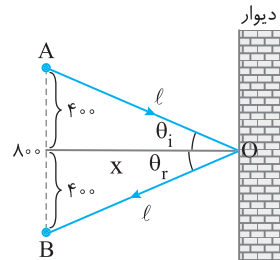
بنا به قانون عمومی بازتاب، زاویه تابش و زاویه بازتاب با هم برابرند. یعنی اگر در نقطه تابش خطی عمود بر سطح بازتاب کننده رسم کنیم زاویه بین پرتو تابش با این خط عمود با زاویه بین پرتو بازتاب و خط عمود برابر است، اما چگونه خط عمود بر این سطح کاو را رسم کنیم. برای این کار کافی است یک شعاع از مرکز سطح به نقطه تابش (I) رسم کنید. شعاع بر سطح عمود است، بنابراین شما با این کار خط عمود بر سطح تابش را رسم کرده‌اید و می‌توانید پرتو بازتاب را رسم کنید. در این حالت گزینه (۴) پاسخ مسئله است.



۲ ۱۸۶۴ C

۱ صدا اول مستقیماً از محل شلیک در امتداد AB به شنونده می‌رسد، که این مدت برابر است با:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow 320 = \frac{100}{\Delta t_{AB}} \Rightarrow \Delta t_{AB} = 2/5 \text{ s}$$



۲ صدای دوم در اثر بازتاب صوت از دیوار به گوش شخص می‌رسد. با توجه به فرض مسئله اختلاف زمانی دو صورت رسیده به شخص ۰/۶۲۵ است؛ از این رو مدت زمان رسیدن صدای دوم از چشمه به شخص خواهد شد:

$$\Delta t' = 2/5 + 0/625 = 3/125 \text{ s}$$

۳ با توجه به قانون عمومی بازتاب صوت به صورت شکل روبه‌رو از دیوار بازتاب می‌شود، بنابراین فاصله هر شخص تا محل بازتاب خواهد شد:

$$v = \frac{2\ell}{\Delta t} \Rightarrow 320 = \frac{2\ell}{3/125} \Rightarrow 2\ell = 1000 \Rightarrow \ell = 500 \text{ m}$$

۴ در این صورت فاصله هر شخص از دیوار خواهد شد:

$$500^2 = 400^2 + x^2 \Rightarrow x = 300 \text{ m}$$

۳ ۱۸۶۵ B

مسیر پرتو عبوری از M که پس از بازتاب به N رسیده را رسم می‌کنیم. با توجه به اینکه زاویه تابش (i) و زاویه بازتاب (r) با هم برابرند پس زاویه‌ای که پرتوها با سطح می‌سازند θ و θ' نیز با هم برابر بوده و دو مثلث هاشورخورده با هم متشابه‌اند:

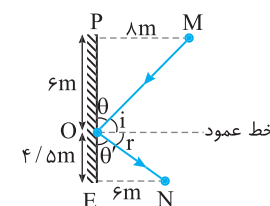
$$\frac{PM}{PO} = \frac{NE}{EO} \Rightarrow \frac{1}{x_1} = \frac{6}{x_2} \Rightarrow x_2 = \frac{3}{4} x_1$$

با توجه به شکل سؤال $x_1 + x_2$ برابر ۱۰/۵ متر است:

$$x_1 + x_2 = 10/5 \Rightarrow x_1 + \frac{3}{4} x_1 = 10/5 \Rightarrow \frac{7x_1}{4} = 10/5$$

$$\Rightarrow x_1 = 6 \text{ m}, x_2 = \frac{3}{4} \times 6 = 4/5 \text{ m}$$

حال طول پرتوهای MO و NO را حساب می‌کنیم:



$$OM = \sqrt{PM^2 + PO^2}$$

$$\Rightarrow OM = \sqrt{1^2 + 6^2} = \sqrt{37} \text{ m}$$

$$ON = \sqrt{NE^2 + OE^2}$$

$$\Rightarrow ON = \sqrt{6^2 + (4/5)^2} = \sqrt{37/5} \text{ m}$$

حال با توجه به سرعت نور، مدت زمانی که هر مسیر طی می‌شود را حساب می‌کنیم:

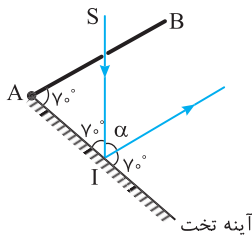
$$c = \frac{\text{طول مسیر طی شده}}{\text{مدت زمان}} \Rightarrow \begin{cases} 3 \times 10^8 = \frac{1}{\Delta t_{MO}} \Rightarrow \Delta t_{MO} = \frac{1}{3} \times 10^{-8} \\ 3 \times 10^8 = \frac{7/5}{\Delta t_{ON}} \Rightarrow \Delta t_{ON} = \frac{7/5}{3} \times 10^{-8} \end{cases}$$

کل زمان طی شده برابر است با:

$$\Delta t_{\text{کل}} = \Delta t_{MO} + \Delta t_{ON} = \frac{1}{3} \times 10^{-8} + \frac{7/5}{3} \times 10^{-8}$$

$$\Rightarrow \Delta t_{\text{کل}} = \frac{17/5}{3} \times 10^{-8} \text{ s} = \frac{17}{3} \times 10^{-8} \text{ s}$$

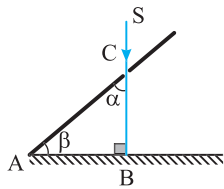
۲ ۱۸۶۶ B



حالت (۱) پرتو بازتاب و سطح AB با هم موازی‌اند پس طبق خطوط موازی و مورب زاویه پرتو بازتاب با آینه تخت برابر زاویه بین دو سطح 70° است بنابراین زاویه بین پرتو SI با سطح آینه نیز 70° است، زاویه α را حساب می‌کنیم.

$$70 + 70 + \alpha = 180 \Rightarrow \alpha = 40^\circ$$

حالت (۲): در این حالت باید پرتو بر مسیر پرتو SI عمود باشد تا بازتاب پرتو روی خودش صورت گیرد و پرتو از شکاف S خارج است، بنابراین مثلث ABC یک مثلث قائم‌الزاویه است که زاویه α در آن 40° است، بنابراین زاویه بین آینه و دیواره

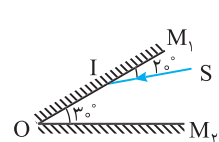


$$\alpha + \beta + 90 = 180 \Rightarrow \alpha = 40^\circ \rightarrow \beta = 50^\circ$$

در نتیجه زاویه بین دو آینه از 70° به 50° رسیده و 20° کاهش یافته است.

بازر، با سؤال ۱ آینه M_1 را چند درجه و در کدام جهت حول O

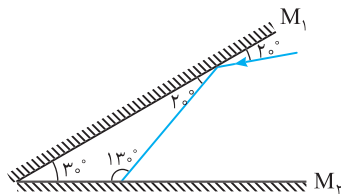
بچرخانیم تا زاویه تابش بر آینه M_2 صفر درجه شود؟



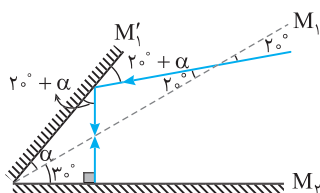
- (۱) 40° ، پادساعتگرد
- (۲) 40° ، ساعتگرد
- (۳) 20° ، پادساعتگرد
- (۴) 20° ، ساعتگرد

۱ پاسخ زاویه تابش صفر یعنی پرتو بازتاب و تابش روی هم بیفتند. یعنی پرتو با سطح آینه زاویه 90° می‌سازد، بنابراین باید زاویه پرتو با سطح آینه M_1 افزایش

پیدا کند. در نتیجه آینه M_1 باید پادساعتگرد بچرخد.



با توجه به شکل:

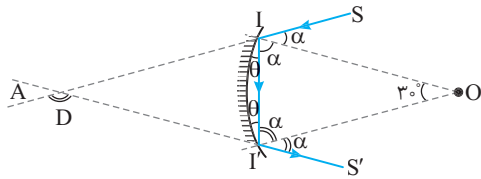


$$20^\circ + \alpha + 30^\circ + \alpha = 90^\circ \Rightarrow 2\alpha = 40^\circ \Rightarrow \alpha = 20^\circ$$

۳ گزینه

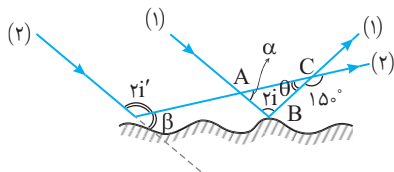
۶ زاویه D زاویه خارجی مثلث AII' است؛ در نتیجه می توان نوشت:

$$D = \theta + \theta \Rightarrow D = 15^\circ + 15^\circ = 30^\circ$$



۴ ۱۸۷۰

۱ بنا به فرض مسئله دو پرتو (۱) و (۲) موازی هستند. پرتو (۲) را امتداد می دهیم. در این صورت زاویه α و زاویه β روی شکل بنا به خطوط موازی و مورب برابر هستند. ($\alpha = \beta$)



۲ زاویه θ روی شکل برابر $30^\circ = 15^\circ - 15^\circ$ است.

۳ زاویه بین پرتو تابش (۱) و پرتو بازتاب آن را با γ_i نمایش می دهیم. در این صورت

$$\gamma_i + \alpha + \theta = 180^\circ \Rightarrow \gamma_i + \alpha + 30^\circ = 180^\circ \Rightarrow \gamma_i = 150^\circ - \alpha \quad (I)$$

۴ زاویه بین پرتو تابش (۲) و پرتو بازتاب آن را با γ_i' نمایش می دهیم. بنابراین

$$\gamma_i' + \beta = 180^\circ \xrightarrow{\beta = \alpha} \gamma_i' + \alpha = 180^\circ \Rightarrow \gamma_i' = 180^\circ - \alpha \quad (II)$$

۵ دو رابطه (I) و (II) از هم کم می کنیم:

$$\gamma_i' - \gamma_i = 180^\circ - \alpha - (150^\circ - \alpha) \Rightarrow \gamma_i' - \gamma_i = 30^\circ \Rightarrow \gamma_i' - \gamma_i = 150^\circ$$

میانبر: هرگاه شکلی شبیه شکل مسئله به شما داده شود خواهیم داشت:

$$\gamma_i' - \gamma_i = \theta$$



پنجره ۲

۲ ۱۸۷۱

تپ بازتابیده از مرز شبیه تپ بازتابیده از انتهای ثابت وارونه و قرینه است. اما تپ عبوری از مرز شبیه تپ اولیه است اما ابعاد آن از تپ اولیه کوچکتر است زیرا انرژی تپ اولیه به دو بخش تقسیم می شود. یک بخش سهم تپ بازتاب و بخش دیگر سهم تپ عبوری است.



۱ ۱۸۷۲

یادآوری: تندی انتشار موج در یک سیم از رابطه $v = \sqrt{F/\mu}$ به دست می آید که در آن نیروی کشش سیم و μ چگالی خطی سیم ($\mu = m/\ell$) است.

نکته: هرگاه یک موج از یک محیط به محیط دیگر برود بسامد موج که توسط چشمه موج ایجاد می شود، ثابت می ماند.

$$\begin{cases} \lambda_1 = \frac{v_1}{f_1} & \text{طول موج در محیط اول} \\ \lambda_2 = \frac{v_2}{f_2} & \text{طول موج در محیط دوم} \end{cases} \quad f_1 = f_2 \Rightarrow \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{v_1}{v_2}$$

با توجه به رابطه تندی انتشار موج در ریمان خواهیم داشت:

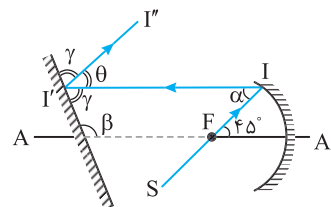
$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\sqrt{\frac{F_1}{\mu_1}}}{\sqrt{\frac{F_2}{\mu_2}}} \xrightarrow{F_1 = F_2} \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \sqrt{\frac{\mu_2}{\mu_1}} \Rightarrow \frac{\mu_2}{\mu_1} = \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_2}\right)^2$$

۲ ۱۸۶۷

نکته: هرگاه پرتو از کانون بگذرد و به سطح کاو بتابد، در بازتاب موازی محور آینه باز می گردد.

۱ پرتو SI به سطح کاو می تابد و موازی محور AA' بازتاب می کند.

۲ با توجه به خطوط موازی و مورب، زاویه $\alpha = 45^\circ$ است.



۳ پرتو بازتاب II' به سطح آینه تخت تابیده و پرتو بازتاب آن بنا به فرض مسئله با پرتو SI موازی است.

۴ با توجه به خطوط موازی و مورب، دو زاویه α و θ برابرند: $\theta = \alpha \Rightarrow \theta = 45^\circ$

۵ بنا به قانون بازتاب عمومی، زاویه ای که پرتو II' با سطح آینه می سازد (γ) با

زاویه ای که پرتو بازتاب II' با سطح آینه تخت می سازد هم اندازه است. بنابراین:

$$2\gamma + \theta = 180^\circ \xrightarrow{\theta = 45^\circ} 2\gamma = 180^\circ - 45^\circ \Rightarrow 2\gamma = 135^\circ \Rightarrow \gamma = 67.5^\circ$$

۶ بنا به خطوط موازی - مورب خواهیم داشت:

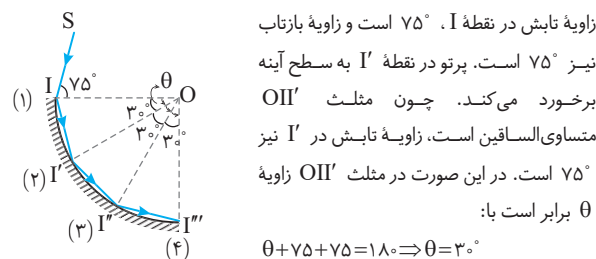
$$\beta = \gamma + \theta = 67.5^\circ + 45^\circ = 112.5^\circ$$

۴ ۱۸۶۸

خط فکری: مسئله زیبایی است اما شما باید چند مطلب را به خودتان یادآوری کنید.

۱ شعاع دایره در این مسئله در هر نقطه، همان خط عمود بر سطح آینه است.

۲ زاویه تابش و زاویه بازتاب با هم برابرند. اکنون باید مسیر پرتو را دنبال کنید.



$$\theta + 75^\circ + 75^\circ = 180^\circ \Rightarrow \theta = 30^\circ$$

پرتو در ادامه مسیرش دوباره به سطح آینه در نقطه I'' برخورد می کند و مجدداً زاویه تابش 75° است و زاویه رأس مثلث OII''، 30° می شود؛ یعنی به ازای هر 30° چرخش شعاع، یک بار نور به آینه می خورد. بنابراین مطابق شکل ۴ بار پرتو از روی آینه بازتاب می کند.

میانبر: اگر زاویه تابش اول بر سطح این آینه کروی شکل A باشد، علاوه بر برخورد اول به ازای هر $\theta = 180^\circ - 2i$ یک بار پرتو به آینه برخورد می کنند.

$$n = \frac{90^\circ}{180^\circ - (2 \times 75^\circ)} + 1 = \frac{90^\circ}{30^\circ} + 1 = 4$$

۱ ۱۸۶۹

۱ زاویه تابش SI بر سطح آینه، α نامیده شده است و بنا به قانون بازتاب عمومی، زاویه بازتاب آن را در شکل نیز با α نمایش داده ایم.

۲ در مثلث OII' دو ضلع OI و OI' شعاع دایره هستند و با هم برابرند. بنابراین مثلث OII' متساوی الساقین است و زاویه رأس I' نیز α است.

۳ زاویه پرتو بازتاب از نقطه I' نیز α است.

۴ مجموع زوایای یک مثلث 180° است؛ از این رو در مثلث OII' خواهیم داشت: $2\alpha + 30^\circ = 180^\circ \Rightarrow \alpha = 75^\circ$

۵ مجموع دو زاویه α و زاویه θ برابر 180° است؛ از این رو:

$$2\alpha + \theta = 180^\circ \Rightarrow 2 \times 75^\circ + \theta = 180^\circ \Rightarrow \theta = 15^\circ$$

B ۱۸۷۳ ۳

خط فکری

در یک محیط همگن که شرایط فیزیکی در تمام جهت ها یکسان باشد، سرعت انتشار موج ثابت است، اما در این پرسش، شرایط فیزیکی محیط از A تا B در حال تغییر است، بنابراین سرعت انتشار موج از A تا B در حال تغییر بوده و طول موج نیز از A تا B در حال تغییر خواهد بود. بنابراین باید به سراغ رابطه تندی انتشار موج در سیم با چگالی سیم بروید.

یادآوری: سرعت انتشار موج در سیم $v = \sqrt{\frac{F}{\rho A}}$ بوده و با جذر چگالی سیم نسبت وارون دارد.

نکته: در طول یک سیم ساکن در تمام نقاط سیم یکسان است. با توجه به اینکه بسامد موج در طول سیم تغییر نمی کند خواهیم داشت:

$$\begin{cases} v_A = f\lambda_A \Rightarrow \lambda_A = \frac{v_A}{f} \\ v_B = f\lambda_B \Rightarrow \lambda_B = \frac{v_B}{f} \end{cases}$$

به جای v مقدار $\sqrt{F/\rho A}$ را قرار می دهیم.

$$\frac{\lambda_A}{\lambda_B} = \frac{\sqrt{\frac{F_A}{\rho_A A_A}}}{\sqrt{\frac{F_B}{\rho_B A_B}}} \xrightarrow{A_A=A_B, F_A=F_B} \frac{\lambda_A}{\lambda_B} = \sqrt{\frac{\rho_B}{\rho_A}}$$

با توجه به فرض مسئله $\rho_A > \rho_B$ است بنابراین $\lambda_A < \lambda_B$ خواهد شد.

A ۱۸۷۴ ۲

یادآوری

تندی انتشار موج در یک طناب (ریسمان) از رابطه زیر به دست می آید که در آن قطر طناب، F نیروی کشش و μ چگالی خطی طناب است. $v = \frac{1}{D} \sqrt{\frac{F}{\pi \rho}}$

خط فکری

دو طناب به هم متصل هستند و کشش در هر دو یکسان ($F_1 = F_2$) است و از طرفی دو طناب هم جنس هستند و چگالی هر دو یکی است ($\rho_1 = \rho_2$). بنابراین ابتدا نسبت سرعت ها و سپس نسبت طول موج را حساب کنید.

۱ بسامد موج از ویژگی های چشمه موج است و هنگام انتشار بسامد ثابت می ماند. ($f_1 = f_2$)

۲ نسبت v_2/v_1 را حساب می کنیم.

$$\begin{cases} v_1 = \frac{1}{D_1} \sqrt{\frac{F_1}{\pi \rho_1}} \\ v_2 = \frac{1}{D_2} \sqrt{\frac{F_2}{\pi \rho_2}} \end{cases} \xrightarrow{F_1=F_2, \rho_1=\rho_2} \frac{v_2}{v_1} = \frac{D_1}{D_2} \xrightarrow{D_2=2D_1} \frac{v_2}{v_1} = \frac{1}{2}$$

۳ نسبت طول موج ها خواهد شد:

$$\left. \begin{matrix} v_2 = f\lambda_2 \\ v_1 = f\lambda_1 \end{matrix} \right\} \xrightarrow{f_1=f_2} \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{v_2}{v_1} \Rightarrow \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{1}{2}$$

بازی با سوال: در شکل مقابل چشمه O در دو ریسمان که از یک نقطه به هم متصل شده اند، موج گسیل می کند، اگر دو ریسمان هم جنس و همگن باشند و سرعت انتشار امواج در ریسمان B، سه برابر سرعت انتشار امواج در ریسمان A باشد، سطح مقطع ریسمان A چند برابر سطح مقطع ریسمان B است؟ (نیروی کشش دو ریسمان یکی است.)

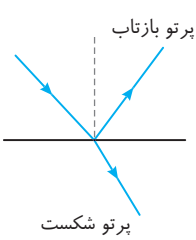
$$\begin{matrix} A & B \\ 1 & 9 \end{matrix} \quad \begin{matrix} \frac{1}{9} & \frac{\sqrt{3}}{3} & \sqrt{3} \end{matrix} \quad \begin{matrix} 4 & 3 & 2 \end{matrix}$$

پایان: سرعت انتشار موج در ریسمان برابر $v = \sqrt{\frac{F}{\rho A}}$ است.

$$\frac{v_B}{v_A} = \frac{\sqrt{\frac{F}{\rho A_B}}}{\sqrt{\frac{F}{\rho A_A}}} \Rightarrow 3 = \sqrt{\frac{A_A}{A_B}} \Rightarrow \frac{A_A}{A_B} = 9$$

گزینه ۱

A ۱۸۷۵ ۱



دوره و بسامد موج توسط چشمه موج تعیین می شود و هنگام گذر موج از یک محیط به محیط دیگر ثابت می ماند و گزینه (۱) درست است.

اما هنگام گذر موج از مرز دو محیط بخشی از موج بازتاب کرده و بخشی وارد محیط دوم می شود. مطابق شکل، امتداد پرتو بازتاب و شکست یکسان نیست و گزینه (۲) نادرست است.

وقتی بخشی از نور وارد محیط دیگر و بخشی از آن بازتاب می شود یعنی انرژی اولیه موج به دو بخش تقسیم می شود، بنابراین شدت نور برای این موج ها ممکن است یکسان نباشد و گزینه (۳) نادرست است.

ویژگی های دو محیط یکسان نیست بنابراین وقتی موج از یک محیط به محیط دیگری می رود تندی انتشار تغییر می کند از این رو تندی انتشار موج بازتاب و تندی انتشار موج شکست یکسان نبوده و گزینه (۴) نادرست است.

A ۱۸۷۶ ۴

سرعت امواج الکترومغناطیسی وقتی از هوا وارد محیط چگال تری مانند آب می شوند، کاهش می یابد ($v = \frac{c}{n}$) اما بسامد از ویژگی های چشمه موج بوده از این رو بسامد ثابت می ماند؛ در نتیجه طول موج نیز ($\lambda = \frac{v}{f}$) کاهش می یابد.

بسامد از ویژگی های چشمه است و تغییر نمی کند.

$$f_1 = f_2 = 60 \text{ Hz}$$

طول موج یک موج از یک محیط به محیط دیگر با تندی انتشار موج نسبت مستقیم دارد.

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{v_2}{v_1} \Rightarrow \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{v_2}{v_1} \Rightarrow \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{1}{2} \Rightarrow \lambda_2 = 0.25 \text{ m}$$

بازی با سوال: موج های حاصل از یک چشمه موج در آب با سرعت

154 m/s و در هوا با سرعت 35 m/s منتشر می شوند. اگر طول موج آن ها در هوا $2/5$ متر باشد، طول موج آن ها در آب چند متر است؟

$$\begin{matrix} 2/5 & 11 & 4/4 & 5 \end{matrix} \quad \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 \end{matrix}$$

پایان: هنگام گذر موج از یک محیط به محیط دیگر (از هوا به آب)، بسامد ثابت می ماند. بنابراین:

$$f_1 = f_2 \Rightarrow \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{v_2}{v_1} \Rightarrow \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{154}{35} \Rightarrow \lambda_2 = 1 \text{ m}$$

گزینه ۲

B ۱۸۷۸ ۳

نکته: رنگ نور به بسامد نور بستگی دارد و هنگام گذر نور از یک محیط شفاف به محیط شفاف دیگر بسامد نور و در نتیجه رنگ نور ثابت می ماند.

با توجه به نکته بیان شده گزینه (۳) درست است.

بازی با سوال: رنگ نور به کدام عامل زیر بستگی دارد؟

$$\begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 \end{matrix} \quad \begin{matrix} \text{شدت نور} & \text{سرعت نور} & \text{بسامد نور} & \text{طول موج نور} \end{matrix}$$

کنکور دهه های گذشته

پایان: نور یک لامپ تکفام قرمز در آب و هوا یکسان دیده می شود و نور قرمز در آب و در هوا دارای بسامد مشخص است. اما طول موج نور قرمز در هوا و آب به دلیل پدیده شکست یکسان نیست؛ بنابراین رنگ نور که توسط چشم دیده می شود به بسامد آن بستگی دارد.

گزینه ۳

وقتی صوت از هوا وارد آب می‌شود، بسامد ثابت می‌ماند. اما با زیاد شدن تندی انتشار صوت در آب، طول موج در آب افزایش می‌یابد.

$$\lambda = \frac{v}{f} \rightarrow \text{با تغییر محیط بسامد ثابت می‌ماند. با افزایش } v \text{ افزایش یافته}$$

وقتی نور و یا هر موج الکترومغناطیسی از هوا وارد آب می‌شود تندی انتشار آن کاهش

$$\lambda = \frac{v}{f} \rightarrow \text{با تغییر محیط بسامد ثابت مانده با کاهش } v \text{ کاهش یافته}$$

۱ ۱۸۸۴ A

بنا به تعریف ضریب شکست هر محیط برابر با نسبت تندی نور در خلأ به تندی نور در آن محیط است: از این‌رو:

$$n = \frac{c}{v} \rightarrow \frac{v = 2/5 \times 10^8 \text{ km/s}}{c = 3 \times 10^8 \text{ m/s} = 3 \times 10^5 \text{ km/s}} \rightarrow n = \frac{3 \times 10^5}{2/5 \times 10^5} \Rightarrow n = 1/2$$

۴ ۱۸۸۵ A

با توجه به تعریف ضریب شکست، وقتی پرتو از خلأ وارد محیطی با ضریب شکست n

$$n = \frac{c}{v} \Rightarrow v = \frac{c}{n} \text{ می‌شود. تندی انتشار } \frac{1}{n} \text{ می‌شود.}$$

$$\lambda' = \frac{\lambda}{n} \text{ چون بسامد نور ثابت می‌ماند، طول موج آن نیز } \frac{1}{n} \text{ می‌شود.}$$

۴ ۱۸۸۶ A

یادآوری سرعت تمام امواج الکترومغناطیسی در خلأ یکسان و برابر $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$

$$v = \frac{c}{n} \Rightarrow v = \frac{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}{\frac{4}{3}} \Rightarrow v = \frac{3}{4} \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} \text{ است. با توجه به تعریف ضریب شکست:}$$

۲ ۱۸۸۷ A

۱ با توجه به قانون شکست عمومی و قانون شکست اسنل

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \frac{v_2}{3 \times 10^8} = \frac{1}{\frac{5}{6}} \Rightarrow \frac{v_2}{3 \times 10^8} = \frac{6}{5} \Rightarrow v_2 = 2/5 \times 10^8 \text{ m/s}$$

۲ بسامد به چشمه نور بستگی دارد و با تغییر محیط تغییر نمی‌کند.

$$f = \frac{v}{\lambda} \Rightarrow f = \frac{3 \times 10^8}{600 \times 10^{-9}} \Rightarrow f = \frac{1}{2} \times 10^{15} \Rightarrow f = 5 \times 10^{14} \text{ Hz}$$

۳ همچنین با توجه به $\lambda = \frac{v}{f}$ و ثابت ماندن f بنابراین تغییرات λ و v یکسان

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{v_2}{v_1} = \frac{n_1}{n_2} \Rightarrow \frac{\lambda_2}{600} = \frac{1}{\frac{5}{6}} \Rightarrow \lambda_2 = 500 \text{ nm}$$

می‌باشد:

۲ ۱۸۸۸ A

با توجه به تعریف ضریب شکست خواهیم داشت:

$$\begin{cases} v_1 = \frac{c}{n_1} \Rightarrow v_2 = \frac{c}{n_2} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{n_1}{n_2} \\ v_2 = \frac{c}{n_2} \Rightarrow \frac{c}{v_1} = \frac{c}{n_1} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{n_1}{n_2} \end{cases} \quad (I)$$

از طرفی با ثابت ماندن بسامد موج در گذر از یک محیط به محیط دیگر می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} v_1 = f\lambda_1 \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \\ v_2 = f\lambda_2 \end{cases} \quad (II)$$

از رابطه (I) و (II) رابطه زیر به دست می‌آید.

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{n_1}{n_2} \Rightarrow \frac{\lambda_2}{\frac{3}{5} \times 10^8} = \frac{3}{4} \Rightarrow \lambda_2 = 0/4 \mu\text{m}$$

۱ ۱۸۷۹ B

یادآوری تشست موج شامل یک تشست شیشه‌ای کم عمق و یک نوسان‌ساز است. یک

راه مشاهده رفتار موج با استفاده از سایه‌ای است که توسط لامپ از سطح آب داخل تشست بر ورقه کاغذی زیر تشست تشکیل می‌شود.

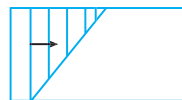
نکته تندی انتشار موج سطحی روی آب‌های کم عمق به عمق آب بستگی دارد

و در مناطق کم عمق تر، تندی کمتر است.

وقتی موج به مرز بره شیشه‌ای می‌رسد و وارد قسمت کم عمق تر می‌شود، تندی انتشار موج کاهش می‌یابد اما بسامد موج که توسط چشمه موج تعیین می‌شود ثابت است

بنابراین طول موج یعنی فاصله جبهه‌های موج کاهش می‌یابد $(\lambda \downarrow)$ از طرفی

همین امر سبب تغییر مسیر جبهه‌های موج می‌شود؛ بنابراین گزینه (۱) درست است.

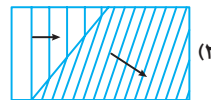


آب عمیق آب کم عمق

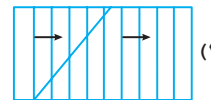
بازی با سؤال روی سطح آب یک

تشست، یک موج سطحی تخت در قسمت کم عمق ایجاد شده است و این موج به مرز آب کم عمق و آب عمیق تر می‌رسد. کدام گزینه شکل جبهه‌های موج سطحی در آب عمیق تر را به درستی نمایش می‌دهد؟

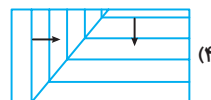
از کتاب درسی



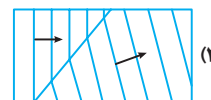
(۲)



(۱)



(۴)



(۳)

پایان با ورود موج از آب کم عمق به آب عمیق تر، تندی موج و در نتیجه

طول موج یعنی فاصله جبهه‌های موج افزایش می‌یابد و جبهه‌های موج نیز که با مرز زاویه می‌سازند از مسیر خود منحرف می‌شوند؛ بنابراین گزینه (۳) درست است.

گزینه ۳

۱ ۱۸۸۰ A

۱ تندی موج ۶۰٪ کاهش یافته، یعنی تندی در ناحیه کم عمق خواهد شد:

$$v_2 = v_1 - \frac{60}{100} v_1 \Rightarrow v_2 = 0/4 v_1$$

۲ با توجه به $\lambda = \frac{v}{f}$ و اینکه در شکست بسامد تغییر نمی‌کند، داریم:

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{v_2}{v_1} = 0/4 \rightarrow \frac{\lambda_2}{10} = 0/4 \Rightarrow \lambda_2 = 4 \text{ cm}$$

۱ ۱۸۸۱ A

بسامد زاویه‌ای برابر $\omega = 2\pi f$ است و می‌دانیم بسامد با تغییر محیط ثابت می‌ماند، بنابراین بسامد زاویه‌ای موج الکترومغناطیسی در شیشه و خلأ یکسان می‌باشد.

۲ ۱۸۸۲ A

هرگاه نور از یک محیط شفاف وارد محیط شفاف دیگری شود، سرعت و طول موج آن به طور ناگهانی تغییر می‌کند اما بسامد آن ثابت می‌ماند. از این رو خواهیم داشت:

$$\lambda = \frac{v}{f} \xrightarrow{f \text{ ثابت}} \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{v_2}{v_1} \Rightarrow \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{2/5 \times 10^8}{3 \times 10^8} \Rightarrow \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{\lambda_2}{4} = \frac{2}{3} \Rightarrow \lambda_2 = 8/3 \text{ cm}$$

۴ ۱۸۸۳ A

نکته سرعت صوت در آب از سرعت صوت در هوا بیشتر است. اما در مورد

امواج الکترومغناطیسی با توجه به قانون شکست اسنل هرچه محیط غلیظ تر باشد،

ضریب شکست بیشتر شده و سرعت کاهش می‌یابد. از این‌رو:

$$\downarrow v = \frac{c}{n \uparrow}$$

۴ ۱۸۸۹ A

رابطه سرعت نور با ضریب شکست را در دو حالت می نویسیم و سپس دو رابطه را در هم ضرب می کنیم:

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{c}{v_2} = \frac{c}{\frac{c}{n_2}} = n_2$$

۱ ۱۸۹۰ A

خط فکری نکته مهم در حل این تست ساده این است که بسامد با تغییر محیط ثابت می ماند و نسبت بسامد در هوا با نسبت بسامد در محیط شفاف دیگر تفاوتی ندارد؛ به همین علت شما نسبت بسامدها در هوا را به دست بیاورید. نسبت بسامدها در هوا را حساب می کنیم:

$$f_A = \frac{v}{\lambda_A}, f_B = \frac{v}{\lambda_B} \Rightarrow \frac{f_A}{f_B} = \frac{\lambda_B}{\lambda_A} = \frac{400}{200} \Rightarrow \frac{f_A}{f_B} = 2$$

۱ ۱۸۹۱ A

با توجه به رابطه ضریب شکست با سرعت نور خواهیم داشت:

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{1}{\frac{4}{3}} \Rightarrow \lambda_2 = \frac{3}{4} \lambda_1$$

۲ اکنون یک معادله داریم و دو مجهول؛ اما با توجه به صورت مسئله و اینکه طول موج در آب از طول موج در هوا کمتر شده، می توان نوشت:

$$\lambda_1 - \lambda_2 = 100 \Rightarrow \lambda_1 - \frac{3}{4} \lambda_1 = 100 \Rightarrow \frac{1}{4} \lambda_1 = 100 \Rightarrow \lambda_1 = 400 \text{ nm}$$

۳ طول موج در هوا $\lambda_1 = 400 \text{ nm}$ است. در گستره امواج الکترومغناطیسی طول موج نور مرئی در بازه 400 nm تا 700 nm قرار دارد. بنابراین این موج الکترومغناطیسی در ناحیه نور مرئی قرار دارد.

۴ بسامد این موج الکترومغناطیسی در هر محیطی از جمله خلأ خواهد شد:

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow 400 \times 10^{-9} = \frac{3 \times 10^8}{f} \Rightarrow f = \frac{3 \times 10^8}{4} \text{ Hz} \Rightarrow f = 7.5 \times 10^{14} \text{ Hz}$$

۳ ۱۸۹۲ A

با ورود نور از شیشه به هوا اندازه سرعت آن 40% افزایش یافته؛ بنابراین می توان نوشت:

$$v_{\text{هوا}} = v_{\text{شیشه}} + \frac{40}{100} v_{\text{شیشه}} \Rightarrow v_{\text{هوا}} = 1.4 v_{\text{شیشه}}$$

با توجه به قانون شکست اسنل:

$$\frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_r} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_r} = \frac{v_2}{v_1} = \frac{n_1}{n_2} \Rightarrow \frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_r} = \frac{v_{\text{شیشه}}}{1.4 v_{\text{شیشه}}} = \frac{1}{1.4}$$

$$\Rightarrow n_{\text{شیشه}} = 1.4 = \frac{v}{\Delta}$$

۲ ۱۸۹۳ A

سرعت نور در این محیط شفاف 36% درصد از سرعت نور در خلأ (c) کمتر است؛ یعنی:

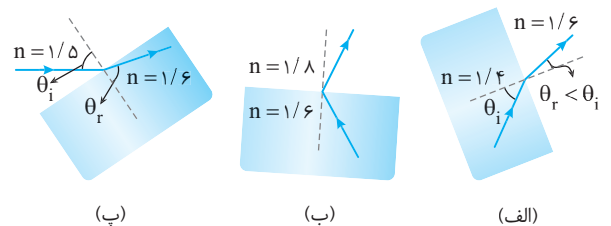
$$v = c - \frac{36}{100} c \Rightarrow v = \frac{64}{100} c$$

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{v_2}{v_1} = \frac{n_1}{n_2} \Rightarrow \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{64}{100} = \frac{16}{25}$$

اکنون می توان نوشت:

۲ ۱۸۹۴ A

برای هر سه شکل خط عمود را رسم می کنیم.

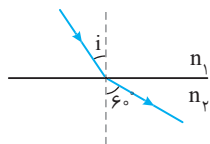


در شکل (الف) ضریب شکست محیط دوم از محیط اول بیشتر است. بنابراین پرتو شکست به خط عمود باید نزدیک شود و شکل (الف) درست است.

شکل (ب) کاملاً نادرست است. زیرا زاویه تابش و شکست باید در دو طرف خط عمود تشکیل شود. در حالی که در این شکل هر دو پرتو در یک طرف خط عمود رسم شده اند.

در شکل (پ) ضریب شکست محیط دوم بزرگتر است و باید پرتو به خط عمود نزدیک شود؛ یعنی $\theta_r < \theta_i$ باشد، اما پرتو از خط عمود دور شده که این شکل نادرست است.

۴ ۱۸۹۵ A

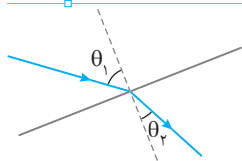


با توجه به شکل روبهرو زاویه شکست از زاویه تابش بیشتر است. با توجه به قانون اسنل $(n_1 \sin \theta_i = n_2 \sin \theta_r)$ ، ضریب شکست محیط اول (n_1) از ضریب شکست محیط دوم (n_2) بزرگتر است و گزینه (۱) درست است.

سرعت نور با ضریب شکست نسبت وارون دارد $(\frac{v_2}{v_1} = \frac{n_1}{n_2})$ بنابراین وقتی $n_1 > n_2$ است، سرعت نور در محیط اول از سرعت نور در محیط دوم کمتر است $(v_1 < v_2)$ و گزینه (۲) درست است.

هرگاه پرتو نور از محیط غلیظ وارد محیط رقیق شود، پرتو از خط عمود دور می شود. پرتو در محیط (۲) از خط عمود دور شده؛ بنابراین محیط (۲) از محیط (۱) رقیق تر است و گزینه (۳) نیز درست است.

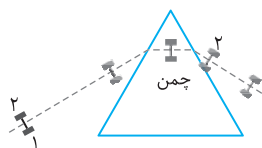
۲ ۱۸۹۶ A



با توجه به شکل و رسم خط عمود بر سطح با عبور موج الکترومغناطیسی پرتو به خط عمود نزدیک شده؛ بنابراین سرعت در محیط دوم کمتر از سرعت در محیط اول است اما بسامد ثابت می ماند و طول موج نیز کاهش می یابد:

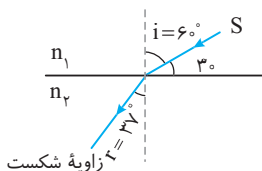
$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \Rightarrow \frac{v_2 < v_1}{\lambda_2} = \frac{v_1}{\lambda_1} \Rightarrow \lambda_2 < \lambda_1$$

۲ ۱۸۹۷ A



در هر چهار گزینه ماشین به سمت پایین منحرف شده است و این نشان می دهد که تندی حرکت چرخ های ماشین روی چمن از محیط پیرامونش کمتر بوده و همین امر سبب می گردد که وقتی چرخ شماره (۱) به روی چمن می رود، سرعتش از چرخ شماره (۲) کمتر بوده و ماشین درون زمین چمن منحرف شده سرعت هر دو چرخ یکسان است اما وقتی چرخ شماره (۲) از چمن خارج می شود سرعتش بیشتر شده و سبب چرخش ماشین رو به پایین می شود، بنابراین گزینه (۲) درست است.

۱ ۱۸۹۸ A



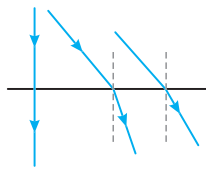
هرگاه پرتو نور به طور مایل از یک محیط شفاف وارد محیط شفاف دیگری شود، مسیر آن به طور ناگهانی تغییر می کند و علت آن، تغییر ناگهانی سرعت نور است. در محیط های غلیظ سرعت نور کمتر است.

پس اگر هنگام گذر نور از محیط شفاف به محیط شفاف دیگر پرتو به خط عمود نزدیک شود، محیط دوم غلیظ تر بوده و سرعت نور در این محیط از سرعت نور در محیط اول کمتر است.

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{n_1}{n_2} \Rightarrow r < i \Rightarrow n_2 > n_1 \Rightarrow v_2 < v_1$$

زاویه شکست زاویه بین پرتو شکست و خط عمود است که این زاویه $\theta_r = 37^\circ$ است. **میانبر** در هر محیطی که زاویه بین پرتو و خط عمود بزرگتر است، تندی انتشار نور در آن محیط بیشتر است.

۲ ۱۹۰۲ B



خط فکری زاویه تابش صفر درجه یعنی پرتو عمود بر مرز دو محیط بتابد و بدون انحراف وارد محیط دوم شود. اما وقتی زاویه تابش شروع به افزایش می‌کند و از هوا وارد محیط شفاف می‌شود از مسیر خود منحرف می‌شود اما زاویه شکست از زاویه تابش همواره کمتر است ($\theta_i < \theta_r$) و وقتی زاویه تابش به 90° می‌رسد زاویه شکست از 90° کمتر است. بنابراین شما باید به گزینه (۲) و (۳) فکر کنید.

با توجه به قانون اسنل ($n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$) هرگاه $\theta_1 = 90^\circ$ شود آنگاه زاویه شکست خواهد شد:

$$1 \times \sin 90^\circ = 2 \sin \theta_r \Rightarrow \sin \theta_r = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta_r = 30^\circ$$

یعنی حد نهایی زاویه شکست در این پدیده 30° است بنابراین گزینه (۲) درست است.

۲ ۱۹۰۳ A

خط فکری سرعت نور در یک محیط معین مقدار ثابتی است؛ پس حرکت نور حرکت یکنواخت روی خط راست است. شما باید به کمک معادله حرکت با سرعت ثابت $x = vt$ مسئله را حل کنید.

معادله انتشار نور را برای آب و هوا می‌نویسیم:

$$\begin{cases} d_{\text{هوا}} = v_{\text{هوا}} t_{\text{هوا}} \\ d_{\text{آب}} = v_{\text{آب}} t_{\text{آب}} \end{cases} \xrightarrow{\text{با فرض مسئله } t_{\text{هوا}} = t_{\text{آب}}} \begin{cases} d_{\text{هوا}} = v_{\text{هوا}} \\ d_{\text{آب}} = v_{\text{آب}} \end{cases} \quad (I)$$

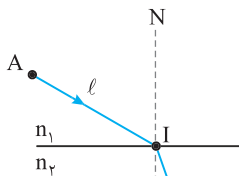
با توجه به تعریف ضریب شکست خواهیم داشت:

$$n_{\text{آب}} = \frac{v_{\text{هوا}}}{v_{\text{آب}}} \quad (II)$$

از رابطه (I) و (II) نتیجه می‌شود که:

$$\frac{d_{\text{هوا}}}{d_{\text{آب}}} = n_{\text{آب}} \Rightarrow \frac{d_{\text{آب}} = 120 \text{ cm}}{n_{\text{آب}} = \frac{4}{3}} = \frac{d_{\text{هوا}}}{120 \times \frac{3}{4}} \Rightarrow d_{\text{هوا}} = 160 \text{ cm}$$

۱ ۱۹۰۴ A



خط فکری با یک مسئله حرکت‌شناسی سر و کار دارید. از شما خواسته شده زمان حرکت یک متحرک را از نقطه A تا I و از I تا B را بر حسب تندی حرکت متحرک حساب کنید، بنابراین شما باید با معادله حرکت یکنواخت در هر مسیر، زمان را بر حسب تندی حساب کرده و با هم جمع کنید.

۱ زمان حرکت نور از A تا I برابر است با:

$$x = vt \Rightarrow t = \frac{x}{v} \Rightarrow t_1 = \frac{l}{v_1}$$

$$t = \frac{x}{v} \Rightarrow t_2 = \frac{l}{v_2}$$

۲ زمان حرکت نور از I تا B برابر است با:

$$t_{\text{کل}} = t_1 + t_2 \Rightarrow t = \frac{l}{v_1} + \frac{l}{v_2} \quad (I)$$

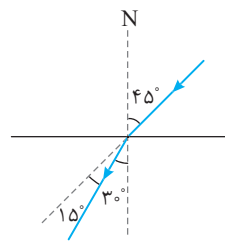
۴ اما به گزینه‌ها دقت کنید! در تمام گزینه‌ها خبری از v_2 نیست بلکه ضریب شکست‌های n_1 و n_2 دیده می‌شود؛ بنابراین باید از رابطه (I)، v_2 را حذف کنید.

پس به سراغ رابطه سرعت و ضریب شکست می‌رویم. $\frac{v_2}{v_1} = \frac{n_1}{n_2} \Rightarrow v_2 = \frac{n_1}{n_2} v_1$

۵ اکنون رابطه به‌دست آمده را در (I) قرار می‌دهیم.

$$t = \frac{l}{v_1} + \frac{l}{\frac{n_1}{n_2} v_1} \Rightarrow t = \frac{l}{v_1} + \frac{n_2}{n_1} \left(\frac{l}{v_1} \right) \xrightarrow{\text{از فاکتور می‌گیریم}} t = \frac{l}{v_1} \left(1 + \frac{n_2}{n_1} \right)$$

۳ ۱۸۹۹ A



۱ پرتو هنگام ورود به محیط دوم از مسیر خود 15° منحرف می‌شود و زاویه شکست برابر است با:

$$\theta_p = 45 - 15 = 30^\circ$$

۲ با توجه به رابطه اسنل، ضریب شکست خواهد شد:

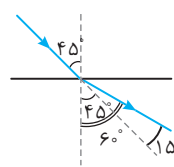
$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \xrightarrow{n_1=1, n_2=n} \sin 45^\circ = n \sin 30^\circ$$

$$\Rightarrow n = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{1}{2}} \Rightarrow n = \sqrt{2}$$

۳ اکنون می‌توان طول موج پرتو مورد نظر را در محیط شفاف جدید به‌دست آورد:

$$\lambda' = \frac{\lambda}{n} \Rightarrow \lambda' = \frac{3500}{\sqrt{2}} \Rightarrow \lambda' = 3500 \cdot \sqrt{2} \text{ nm} \Rightarrow \lambda' = \frac{\sqrt{2}}{2} \mu\text{m}$$

۴ ۱۹۰۰ B



۱ هرگاه صوت از هوا وارد یک مایع شود پرتو از خط عمود دور می‌شود. بنابراین زاویه شکست خواهد شد:

$$\theta_p = 45 + 15 = 60^\circ$$

۲ با توجه به قانون شکست عمومی خواهیم داشت:

$$\frac{\sin \theta_{\text{هوا}}}{\sin \theta_{\text{مایع}}} = \frac{v_{\text{مایع}}}{v_{\text{هوا}}} \Rightarrow \frac{\sin 45^\circ}{\sin 60^\circ} = \frac{v_{\text{مایع}}}{\frac{\sqrt{3}}{2} v_{\text{مایع}}} \Rightarrow \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{v_{\text{مایع}}}{\frac{\sqrt{3}}{2} v_{\text{مایع}}} \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

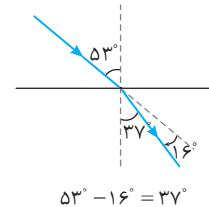
۱ ۱۹۰۱ B

نکته روابط شکست موج در هنگام ورود غیر عمودی از یک محیط شفاف به محیط شفاف دیگر را می‌توان به صورت زیر خلاصه کرد:

$$\frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} = \frac{v_2}{v_1} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{n_1}{n_2}$$

باید توجه داشت هنگام عبور موج از یک محیط به محیط دیگر، بسامد موج تغییر نمی‌کند. با ورود نور از هوا به هر محیط دیگری پرتو به خط عبور نزدیک‌تر می‌شود. بنابراین پرتو موج 16° به نیم‌خط عمود نزدیک می‌شود:

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} \Rightarrow \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{\sin 37^\circ}{\sin 53^\circ} \Rightarrow \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

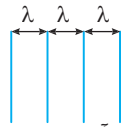


طول موج $\frac{1}{\lambda} \mu\text{m}$ کاهش یافته است.

$$\lambda_1 - \lambda_2 = \frac{1}{\lambda} \times 10^{-6} - \frac{\lambda_2}{4} = \frac{1}{4} \lambda_1 = \frac{1}{4} \times 10^{-6} \Rightarrow \lambda_1 = 0.5 \times 10^{-6} \text{ m}$$

$$\lambda = \frac{c}{f} \Rightarrow f = \frac{3 \times 10^8}{0.5 \times 10^{-6}} = 6 \times 10^{14} \text{ Hz}$$

۳ ۱۹۰۵ A



نکته در رسم جبهه‌های موج فاصله دو جبهه متوالی برابر یک طول موج است.

خط فکری دقت کنید در بازتاب موج از مرز دو محیط.

موج در همان محیط انتشار می‌یابد. بنابراین تندی موج و طول موج آن بدون تغییر می‌ماند اما در پدیده شکست، موج از یک محیط وارد محیط دیگر می‌شود و با تغییر شرایط فیزیکی محیط، تندی انتشار موج و در نتیجه طول موج آن تغییر می‌کند. بنابراین شما در شکل‌ها باید به دنبال چگونگی تغییر فاصله جبهه‌های موج بگردید.

در بازتاب، طول موج ثابت می‌ماند پس باید در بازتاب، فاصله جبهه‌های موج ثابت بماند. بنابراین گزینه (۱) و (۲) نادرست است. در شکست نور و ورود به محیط غلیظ‌تر

طول موج کاهش می‌یابد؛ بنابراین باید فاصله جبهه‌های موج در ورود به

شیشه از هم کم شود که در گزینه (۳) جبهه‌های موج این‌گونه رسم شده‌اند.

۱ ۱۹۰۶ A

با توجه به شکل با ورود جبهه‌های موج به محیط دوم فاصله جبهه‌های موج کمتر شده است؛ بنابراین در محیط دوم طول موج کمتر از طول موج در محیط اول است ($\lambda_2 < \lambda_1$). در گذر موج از یک محیط به محیط دیگر بسامد ثابت می‌ماند و با توجه

به $\lambda = \frac{v}{f}$ وقتی طول موج کاهش می‌یابد یعنی تندی در محیط دوم از تندی در محیط

اول کمتر است. ($v_2 < v_1$)

با توجه به تعریف ضریب شکست خواهیم داشت:

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{n_1}{n_2} \quad v_2 < v_1 \rightarrow n_2 > n_1 \Rightarrow \frac{n_2}{n_1} > 1$$

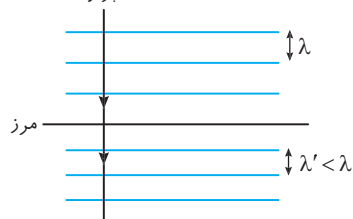
میانبر اگر هنگام ورود جبهه‌های موج از یک محیط به محیط دیگر جبهه‌های موج به مرز دو محیط نزدیک شوند، آنگاه تندی و طول موج در محیط دوم از محیط اول کمتر است.

۳ ۱۹۰۷ B

در گزینه (۱) جبهه‌های موازی از محیط همگن (۱) وارد محیط همگن شده بنابراین باید جبهه‌های در محیط دوم نیز با هم موازی باشند اما نیستند و گزینه (۱) نادرست است.

نکته هرگاه موج از یک محیط وارد محیط دیگری شود و تندی انتشار موج کاهش یابد، قطعاً طول موج یعنی فاصله جبهه‌های موج کم می‌شود. ($\lambda = \frac{v}{f}$ ثابت)

در گزینه (۲) موج وارد محیط (۲) شده که در آن تندی موج کمتر است؛ بنابراین باید فاصله جبهه‌های موج کاهش یابد اما افزایش یافته و گزینه (۲) نادرست است. هنگامی که پرتو عمود بر سطح بتابد بدون انحراف موج از مرز عبور می‌کند و از طرفی می‌دانیم که پرتو بر جبهه‌های موج نیز عمود است؛ بنابراین باید جبهه‌های موج موازی با سطح باشد. با ورود به محیط دوم، با کم شدن v طول موج (فاصله موج‌های تخت) نیز از هم کم شده و فاصله جبهه‌های موج نیز کم می‌شود بنابراین گزینه (۳) درست و گزینه (۴) نادرست است.



۳ ۱۹۰۸ A

یادآوری ۱ فاصله دو جبهه متوالی از هم برابر طول موج (λ) است.

۲ در آب‌های کم عمق، هرچه عمق کمتر می‌شود، تندی انتشار موج سطحی در سطح آب کمتر می‌شود.

۳ در عبور موج از یک محیط به محیط دیگر بسامد موج که از ویژگی‌های چشمه موج است ثابت می‌ماند از این‌رو:

$$v = f\lambda \quad f_1 = f_2 \rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1}$$

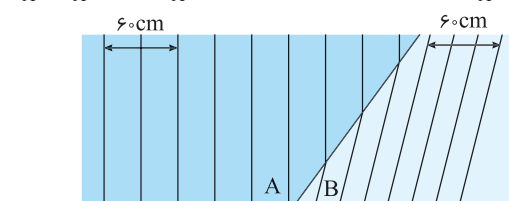
با توجه به شکل، فاصله جبهه‌های موج در بخش B از بخش A کمتر است. از این‌رو طول موج در بخش B از بخش A کوتاه‌تر بوده. ($\lambda_B < \lambda_A$). در نتیجه تندی انتشار موج در بخش B از بخش A کمتر است. ($v_B < v_A$) بنابراین عمق آب در بخش B از عمق آب در بخش A کمتر است ($h_B < h_A$).

دوباره به شکل نگاه کنید:

در بخش A فاصله‌ای که مقدار آن ۶۰cm است، دو برابر طول موج و در بخش B سه برابر طول موج است، از این‌رو:

$$2\lambda_A = 60 \Rightarrow \lambda_A = 30 \text{ cm}, \quad 3\lambda_B = 60 \Rightarrow \lambda_B = 20 \text{ cm}$$

اکنون نسبت $\frac{v_B}{v_A}$ را حساب می‌کنیم.



۳ ۱۹۰۹ B

۱ پرتو موج همواره بر جبهه‌های موج عمود است. با توجه به این نکته ابتدا زاویه تابش را به کمک زوایای شکل روبه‌رو به دست می‌آوریم:

$$\theta_i = 90^\circ - 37^\circ \Rightarrow \theta_i = 53^\circ, \quad \theta_r = 90^\circ - 53^\circ \Rightarrow \theta_r = 37^\circ$$

۲ حال با توجه به قانون شکست عمومی داریم:

$$\frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_r} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \Rightarrow \frac{\sin 53^\circ}{\sin 37^\circ} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \Rightarrow \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{4}{3} \Rightarrow \lambda_2 = \frac{3}{4} \lambda_1$$

۳ درصد تغییرات طول موج خواهد شد:

$$\text{درصد تغییرات} = \frac{\Delta \lambda}{\lambda_1} \times 100 \Rightarrow \frac{\frac{3}{4} \lambda_1 - \lambda_1}{\lambda_1} \times 100 = -25\%$$

میانبر همواره زاویه‌های بین جبهه‌های موج و مرز دو محیط برابر زاویه بین پرتو و خط عمود است.

$$\theta_i = 53^\circ, \quad \theta_r = 37^\circ$$

۲ ۱۹۱۰ A

یادآوری زاویه بین جبهه‌های موج با مرز دو محیط برابر زاویه بین پرتو تابش و خط عمود است.

خط فکری ابتدا باید تشخیص

دهیم محیط اول و محیط دوم کدام است.

با توجه به فرض مسئله در محیط اول تندی انتشار موج از تندی آن در محیط دوم بیشتر است.

بنابراین طول موج در محیط اول باید از طول موج در محیط دوم بلندتر باشد. در نتیجه محیط اول محیط بالای مرز بوده و موج از آن‌جا وارد محیط دوم شده است. اکنون به کمک قانون عمومی شکست می‌توانید زاویه شکست در محیط دوم را به دست آورده و مقدار انحراف جبهه‌های موج را تعیین کرد.

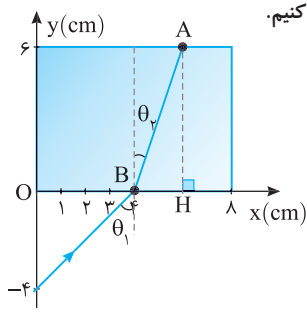
۱ بنا به قانون شکست عمومی:

$$\frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_r} = \frac{v_1}{v_2} \Rightarrow \frac{\sin 45^\circ}{\sin 37^\circ} = \frac{25}{21/25} \Rightarrow \frac{2}{\sin \theta_r} = \frac{1}{0.85}$$

$$\sin \theta_r = 0.85 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 0.85 \times \frac{1}{\sqrt{2}} = \sin \theta_r = 0.595 \Rightarrow \theta_r = 37^\circ$$

۲ مقدار انحراف برابر است با:

$$45 - 37 = 8^\circ$$



پایسج زاویه تابش را حساب می‌کنیم.

$$\tan \theta_1 = \frac{4}{6} = 1 \Rightarrow \theta_1 = 45^\circ$$

زاویه شکست در تیغه شیشه‌ای را به دست می‌آوریم.

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$

$$\Rightarrow 1 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2} \sin \theta_2$$

$$\Rightarrow \sin \theta_2 = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta_2 = 30^\circ$$

فاصله BH را به کمک هندسه و مثلثات به دست می‌آوریم:

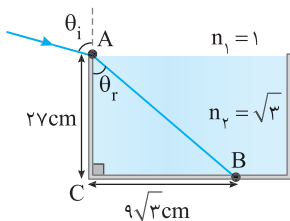
$$\tan 30^\circ = \frac{BH}{AH} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{BH}{6} \Rightarrow BH = 2\sqrt{3} \text{ cm} = 2 \times 1.732 = 3.464 \text{ cm}$$

مختصات نقطه A محل خروج پرتو خواهد شد.

$$x_A = 4 + 2/4 = 7/4 \text{ cm}, y_B = 6 \text{ cm} \Rightarrow A(7/4, 6)$$

گزینه ۱
۴ ۱۹۱۳

خط فکری در مسائل نور هندسی شما باید به کمک اضلاع و زوایای روی شکل شروع به حل مسئله کنید. یعنی در این مسئله باید از طول $BC = 9\sqrt{3} \text{ cm}$ و $AC = 18 \text{ cm}$ برای یافتن زاویه شکست (θ_r) استفاده کنید. سپس به سراغ قانون شکست اسنل رفته زاویه تابش θ_i را به دست آورید.



۱ ابتدا با توجه به روابط مثلثاتی

در مثلث قائم‌الزاویه ABC زاویه شکست (θ_r) را به دست می‌آوریم:

$$\tan \theta_r = \frac{9\sqrt{3}}{2\sqrt{3}}$$

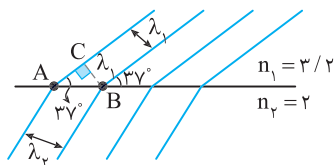
$$\Rightarrow \tan \theta_r = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \theta_r = 30^\circ$$

۲ حال با توجه به قانون شکست اسنل داریم:

$$\frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_r} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \frac{\sin \theta_i}{\sin 30^\circ} = \frac{\sqrt{3}}{1} \Rightarrow \sin \theta_i = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \theta_i = 60^\circ$$

۴ ۱۹۱۴

خط فکری ابتدا شما باید به کمک فاصله AB و زاویه 37° روی شکل طول موج در محیط اول (λ_1) را به کمک هندسه و مثلثات حساب کنید. سپس به سراغ قوانین شکست رفته و λ_2 را به دست آورید.



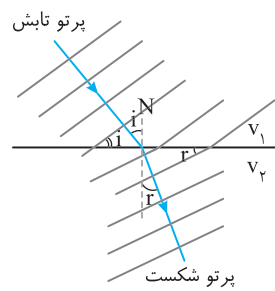
۱ طول موج فاصله عمودی بین دو جبهه متوالی موج است. در مثلث قائم‌الزاویه ABC می‌توان نوشت:

$$\sin 37^\circ = \frac{BC}{AB} \Rightarrow \frac{3}{5} = \frac{\lambda_1}{\lambda} \Rightarrow \lambda_1 = 4/8 \text{ cm}$$

۲ اکنون به کمک ضریب شکست در محیط، طول موج در محیط دوم را حساب می‌کنیم:

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2} \Rightarrow \frac{3/2}{2} = \frac{v_1}{v_2} \Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{v_1}{v_2} \Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \Rightarrow \lambda_2 = 1/6 \times 4/8 = 7/68 \text{ cm}$$

۳ ۱۹۱۱

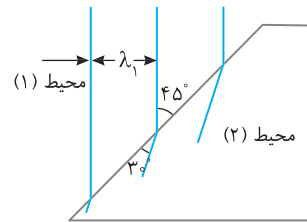


خط فکری زاویه بین جبهه‌های

موج با سطح جدایی دو محیط برابر زاویه بین پرتو و نیم‌خط عمود بر نقطه تابش است.

قانون شکست عمومی:

$$\frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} = \frac{v_2}{v_1}$$



با توجه به شکل زاویه بین جبهه‌های

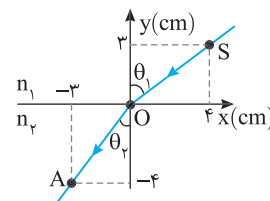
تابش با سطح 45° است. بنابراین زاویه تابش $\theta_1 = 45^\circ$ است.

همچنین زاویه بین جبهه‌های شکست در محیط (۲) با سطح جدایی 30° بوده یعنی زاویه

شکست $\theta_2 = 30^\circ$ است. از این رو با توجه به قانون شکست عمومی خواهیم داشت:

$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{v_1}{v_2} \Rightarrow \frac{\sin 45^\circ}{\sin 30^\circ} = \frac{v_1}{v_2} \Rightarrow \frac{1/\sqrt{2}}{1/2} = \frac{v_1}{v_2} \Rightarrow \frac{2}{\sqrt{2}} = \frac{v_1}{v_2} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \sqrt{2}$$

۳ ۱۹۱۲



خط فکری باز یک مسئله که

به جای اندازه زوایای تابش و شکست، روی شکل فاصله‌ها و مکان‌ها را به ما داده است. بنابراین شما باید به کمک هندسه و مثلثات زوایای شکست و تابش را حساب کرده به سراغ قانون شکست عمومی بروید.

۱ زاویه تابش را حساب می‌کنیم.

$$\tan \theta_1 = \frac{4}{3} \Rightarrow \theta_1 = 53^\circ$$

۲ زاویه شکست را به دست می‌آوریم.

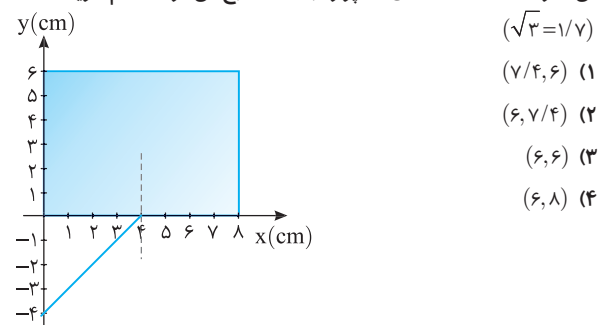
$$\tan \theta_2 = \frac{3}{4} \Rightarrow \theta_2 = 37^\circ$$

۳ قانون شکست عمومی را می‌نویسیم.

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{\sin 53^\circ}{\sin 37^\circ} = \frac{4/5}{3/5} = \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{4}{3}$$

بازی با سؤال یک قطعه شیشه تخت با ضریب شکست $\sqrt{2}$ مطابق

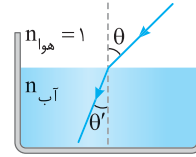
شکل روی محور مختصات قرار گرفته و پرتو SI از هوا به آن می‌تابد و وارد شیشه می‌شود. مختصات نقطه‌ای که پرتو از قطعه خارج می‌شود، کدام گزینه است؟



۴ ۱۹۱۵ A

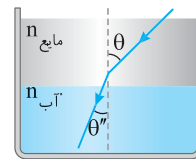
ضریب شکست هوا برابر ۱ است اما ضریب شکست مایع ریخته شده بزرگتر از ۱ است: حالت (۱): پرتو از هوا وارد آب شود:

$$\frac{\sin \theta}{\sin \theta'} = \frac{n_{\text{آب}}}{n_{\text{هوا}}} \Rightarrow \frac{\sin \theta}{\sin \theta'} = \frac{n_{\text{آب}}}{1} \quad (I)$$



حالت (۲): پرتو از مایع وارد آب شود:

$$\frac{\sin \theta}{\sin \theta''} = \frac{n_{\text{آب}}}{n_{\text{مایع}}} \quad (II)$$



دو معادله را بر هم تقسیم می کنیم:

$$\frac{\frac{\sin \theta}{\sin \theta'}}{\frac{\sin \theta}{\sin \theta''}} = \frac{\frac{n_{\text{آب}}}{1}}{\frac{n_{\text{آب}}}{n_{\text{مایع}}}} \Rightarrow \frac{\sin \theta''}{\sin \theta'} = n_{\text{مایع}}$$

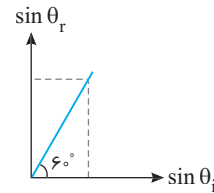
چون $n_{\text{مایع}} > 1$ بزرگتر است پس نسبت $\frac{\sin \theta''}{\sin \theta'}$ نیز از ۱ بزرگتر است:

$$\frac{\sin \theta''}{\sin \theta'} > 1 \Rightarrow \sin \theta'' > \sin \theta' \Rightarrow \theta'' > \theta'$$

با توجه به اینکه در قانون شکست زاویه، تندی و طول موج پرتو با هم رابطه مستقیم دارند پس در حالت دوم که زاویه شکست بزرگتر بوده، طول موج نیز بزرگتر است.

۴ ۱۹۱۶ A

۱ با توجه به شکل نسبت سینوسها برابر



شیب نمودار بوده از این رو می توان نوشت:

$$\tan 60^\circ = \frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_r} \Rightarrow \frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_r} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1}{3}$$

۲ بنا به قانون شکست عمومی خواهیم داشت:

$$\frac{v_A}{v_B} = \frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_r} \Rightarrow \frac{v_A}{v_B} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow v_A < v_B$$

بنابراین گزینه (۱) و (۲) نادرست است.

۳ اکنون با قانون اسنل به سراغ ضریب شکست می رویم.

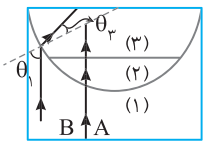
$$\frac{n_B}{n_A} = \frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_r} \Rightarrow \frac{n_B}{n_A} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow n_A > n_B$$

از این رو گزینه (۳) نادرست و گزینه (۴) درست است.

۳ ۱۹۱۷ A

۱ یادآوری هرگاه نور از یک محیط شفاف به طور مایل وارد محیط شفاف دیگری شود، مسیرش به طور ناگهانی تغییر می کند. این پدیده را شکست نور می گویند. اگر پرتو از محیط رقیق وارد محیط غلیظ شود، به خط عمود نزدیک می شود و اگر از محیط غلیظ وارد محیط رقیق شود، از خط عمود دور می شود و اگر عمود بر سطح جدایی دو محیط نباشد، بدون انحراف وارد محیط دوم می شود.

در شکل داده شده پرتو A بر سطح جدایی (۱) و (۲) عمود نیست، اما بدون انحراف از این سطح گذشته است؛ پس $n_1 = n_2$ است. پرتو B هنگام گذر از محیط (۱) به محیط (۳) به خط عمود نزدیک شده است. پس ضریب شکست محیط (۳) از ضریب شکست محیط (۱) و (۲) است. $(\theta_p < \theta_1)$ بزرگتر است. $(n_p > n_1 = n_2)$



۲ ۱۹۱۸ A

خط فکری

مرکز بگذرد و به سوی محیط برود، این پرتو در امتداد شعاع استوانه بوده و بر محیط عمود است و از نقطه B بدون انحراف خارج می شود، بنابراین شما تنها باید زاویه شکست هنگام ورود پرتو به استوانه را حساب کنید و مقدار انحراف پرتو را به دست بیاورید. با توجه به قانون اسنل خواهیم داشت:

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_r \Rightarrow 1 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2} \times \sin \theta_r \Rightarrow \sin \theta_r = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta_r = 30^\circ$$

$$D = 45^\circ - 30^\circ = 15^\circ$$

از این رو مقدار انحراف پرتو برابر است با:

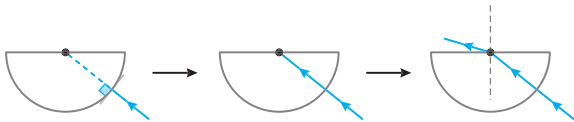
۲ ۱۹۱۹ A

نکته

هرگاه پرتو نوری وارد نیم کره یا نیم استوانه ای شود و امتداد آن از مرکز بگذرد، پرتو در امتداد شعاع حرکت کرده و بر سطح نیم کره یا نیم استوانه عمود است و هنگام ورود یا خروج منحرف نمی شود.

با توجه به نکته بیان شده، شکل های گزینه (۱) و (۴) نادرست است.

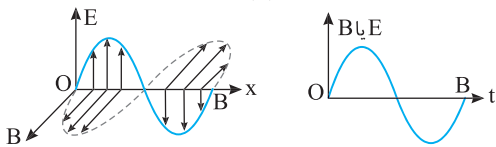
هنگام خروج از نیم کره، پرتو وارد هوا خواهد شد پس سرعت پرتو افزایش می یابد و از خط عمود دور می شود، بنابراین گزینه (۲) درست است و گزینه (۳) نادرست است.



۴ ۱۹۲۰ A

یادآوری

در نمودار E-x و B-x فاصله OB برابر یک طول موج است و در نمودار E-t یا B-t فاصله OB برابر یک دوره است.



۱ از روی نمودار E-x طول موج نور را

$$\lambda = \frac{0.2}{4} \Rightarrow \lambda = 0.05 \text{ km}$$

۲ دوره را از روی نمودار میدان مغناطیسی -

زمان (B-t) حساب می کنیم.

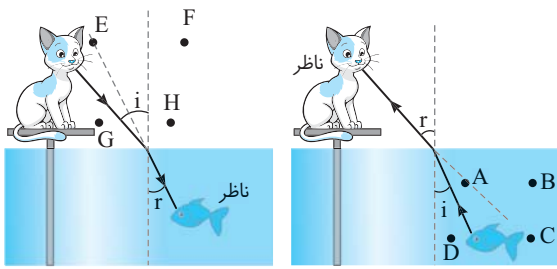
$$\frac{3T}{4} = 3 \times 10^{-6} \Rightarrow T = 4 \times 10^{-6} \text{ s}$$

۳ تندی نور در این محیط شفاف خواهد شد:

$$v = \frac{\lambda}{T} \Rightarrow v = \frac{0.05 \times 10^3}{4 \times 10^{-6}} \Rightarrow v = 0.2 \times 10^9 \Rightarrow v = 2 \times 10^8 \text{ m/s}$$

۴ اکنون طول موج در خلأ را به کمک رابطه بین تندی و طول موج به دست می آوریم.

$$\lambda_1 = \frac{v_1}{f_1} \xrightarrow{f_1 = f_2} \lambda_2 = \frac{v_2}{f_2} \Rightarrow \frac{0.2 \times 10^8}{3 \times 10^8} = \frac{v_2}{3 \times 10^8} \Rightarrow \lambda_2 = 0.2 \text{ km} = 200 \text{ m}$$



شکل (ب)

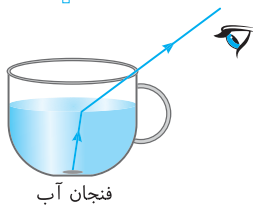
شکل (الف)

۳ ۱۹۲۳ A

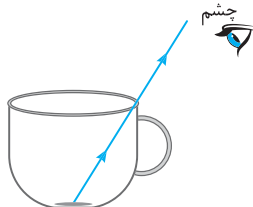
خط فکری

پرتوهای نور از آب وارد هوا شده و از خط عمود دور می‌شود. اما چشم شخص در جایی است که پرتو با آن که منحرف می‌شود به آن نمی‌رسد. بنابراین شما باید کاری بکنید که پرتو از این مقدار نیز بیشتر منحرف شده تا شخص بتواند سکه را ببیند. برای این منظور باید کاری کنیم که ضریب شکست مایع درون فنجان افزایش یابد. اگر فنجان را از آب خالی کنیم پرتو بدون انحراف از فنجان خارج می‌شود و شخص قطعاً نمی‌تواند سکه را ببیند و گزاره (الف) نادرست است.

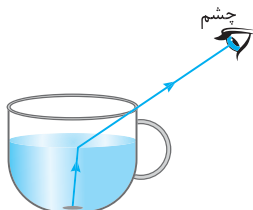
اگر نمک یا شکر را به خوبی در آب حل کنیم، پرتو هنگام خروج از مایع بیشتر منحرف شده و سبب می‌گردد که شخص سکه را ببیند و (ب) درست است. اگر فنجان را از آب خالی کرده و به جای آن مایعی با ضریب شکست بیشتر قرار دهیم. در این حالت نیز پرتو خروجی بیشتر منحرف می‌شود و ممکن است به چشم شخص برسد و (ب) نیز درست است.



فنجان آب



فنجان بدون آب



مایع با ضریب شکست بیشتر

۴ ۱۹۲۴ A

خط فکری

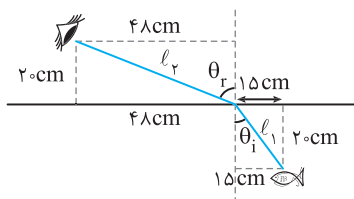
دقت کنید نیازی به دانستن اندازه زاویه تابش (θ_1) و زاویه شکست (θ_2) نیست و شما باید $\sin \theta_1$ و $\sin \theta_2$ را به کمک شکل به دست بیاورید و مسئله را حل کنید.

۱ با توجه به قانون اسنل داریم:

$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

$$l_1 = \sqrt{20^2 + 15^2} = 25 \text{ cm}, \quad l_2 = \sqrt{20^2 + 48^2} = 52 \text{ cm}$$

$$\sin \theta_1 = \frac{48}{52} \Rightarrow \sin \theta_2 = \frac{48}{52} \cdot \frac{12}{13}, \quad \sin \theta_1 = \frac{15}{25} \Rightarrow \sin \theta_2 = \frac{15}{25} \cdot \frac{3}{5}$$



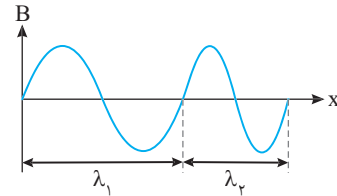
۲ اکنون به کمک قانون اسنل ضریب شکست آب دریاچه را حساب می‌کنیم.

$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \frac{3}{13} = \frac{1}{n_{\text{آب}}} \Rightarrow n_{\text{آب}} = \frac{3}{13}$$

۲ ۱۹۲۱ A

با توجه به شکل با ورود به محیط دوم طول موج کاهش یافته است و با توجه به ثابت بودن بسامد که از ویژگی‌های چشمه است، تندی انتشار نیز کاهش می‌یابد.

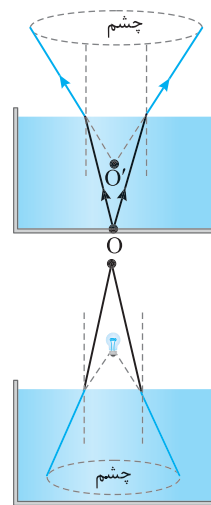
$$v_2 = \frac{\lambda_2}{T} = \frac{\lambda_2 \cdot \nu}{\lambda_1 \cdot \nu} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} v_1 \rightarrow v_2 < v_1$$



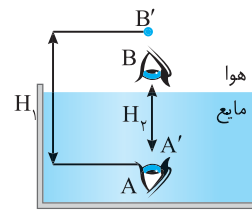
۱ ۱۹۲۲ A

خط فکری

مانند آب وارد محیط رقیق مانند هوا شود، پرتو از خط عمود دور می‌شود و این امر سبب می‌گردد که ناظر بیرون آب نقطه O را در محل نقطه O' ببیند، یعنی اگر سکه‌ای در کف ظرف باشد، آن را بالاتر می‌بیند. اما اگر پرتو نور از هوا به آب وارد شود، مثلاً یک چراغ بالای سطح آب باشد و شما از زیر آب به آن نگاه کنید، چراغ را از جایی که هست بالاتر می‌بینید. به مسیر پرتوها دقت کنید. با توجه به این مطلب شما می‌توانید در مورد این تست اظهار نظر کنید.

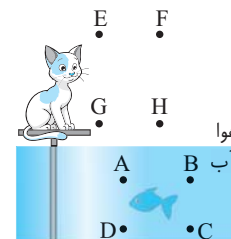


ناظر A که در محیط غلیظ (آب) است، ناظر B را از جایی که واقعاً هست بالاتر و دورتر از خود ناظر B که در محیط رقیق (هوا) است، ناظر A را از جایی که واقعاً هست بالاتر و نزدیک‌تر به خود می‌بیند. بنابراین $H_1 > H_2$ است.



بازی با سؤال

گره‌های بالای سکو و یک ماهی درون دریاچه قرار دارند. گره، ماهی را در ناحیه و ماهی، گره را در ناحیه می‌بیند.



- ۱) H, A
- ۲) E, A
- ۳) B, E
- ۴) F, B

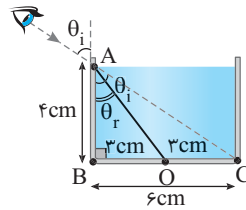
۱ پاسخ گره در محیط رقیق بوده و به ماهی در محیط غلیظ نگاه می‌کند، از این رو ماهی را از جایی که هست بالاتر یعنی در نقطه A می‌بیند (شکل الف). ماهی از محیط غلیظ (آب) به محیط رقیق هوا می‌نگرد و گره را از جایی که هست بالاتر یعنی در نقطه E می‌بیند (شکل ب).

گزینه ۲

۴ ۱۹۲۵ A

خط فکری ← باز باید شما از فاصله های

روی شکل سینوس زاویه های تابشی و شکست را حساب کنید، سپس به سراغ قوانین مربوط به شکست بروید. البته ابتدا باید طول ضلع AO و AC را به کمک رابطه فیثاغورس به دست بیاورید.



۱ طول وترهای AC و AO را حساب کنیم.

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 \Rightarrow AC = \sqrt{4^2 + 6^2} \Rightarrow AC = \sqrt{2^2(2^2 + 3^2)} \\ \Rightarrow AC = 2\sqrt{13} \text{ cm}$$

$$AO^2 = AB^2 + BO^2 \Rightarrow AO = \sqrt{4^2 + 3^2} \Rightarrow AO = 5 \text{ cm}$$

۲ در مثلث ABC زاویه A با زاویه تابش θ_i متقابل به رأس بوده و با هم برابرند و $\sin \theta_i$ خواهد شد.

$$\sin \theta_i = \frac{BC}{AC} \Rightarrow \sin \theta_i = \frac{6}{2\sqrt{13}} \Rightarrow \sin \theta_i = \frac{3}{\sqrt{13}} = \frac{3\sqrt{13}}{13}$$

۳ در مثلث ABO زاویه A با زاویه شکست (θ_r) را به دست می آوریم.

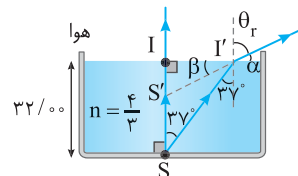
$$\sin \theta_r = \frac{OB}{OA} = \frac{3}{5}$$

۴ به کمک قانون اسنل، ضریب شکست مایع را حساب می کنیم.

$$n = \frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_r} \Rightarrow n = \frac{\frac{3\sqrt{13}}{13}}{\frac{3}{5}} = \frac{5\sqrt{13}}{13}$$

۱ ۱۹۲۶ A

۱ پرتو SI بر سطح آب عمود است و بدون انحراف از آب خارج می شود.



۲ بنا به خطوط موازی و مورب زاویه تابش پرتو SI' برابر 37° است.

۳ زاویه شکست θ_r را به کمک قانون اسنل به دست می آوریم.

$$n_1 \sin \theta_i = n_2 \sin \theta_r \Rightarrow \frac{4}{3} \sin 37^\circ = 1 \times \sin \theta_r \Rightarrow \sin \theta_r = \frac{4}{3} \times \frac{3}{5} = \frac{4}{5} \\ \Rightarrow \sin \theta_r = 0.8 \Rightarrow \theta_r = 53^\circ$$

۴ زاویه α را روی شکل حساب می کنیم.

$$\alpha + \theta_r = 90^\circ \Rightarrow \alpha + 53^\circ = 90^\circ \Rightarrow \alpha = 37^\circ$$

۵ زاویه های α و β متقابل به رأس هستند و با هم برابرند:

$$\beta = \alpha = 37^\circ$$

۶ در مثلث قائم الزاویه SII' فاصله II' را به دست می آوریم.

$$\tan 37^\circ = \frac{II'}{SI} \Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{II'}{18} \Rightarrow II' = 13.5 \text{ cm}$$

۷ در مثلث $S'II'$ ، فاصله $S'I$ را به دست می آوریم.

$$\tan \beta = \frac{S'I}{II'} \Rightarrow \tan 37^\circ = \frac{S'I}{13.5} \Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{S'I}{13.5} \Rightarrow S'I = 11.25 \text{ cm}$$

۸ بنابراین خواهیم داشت:

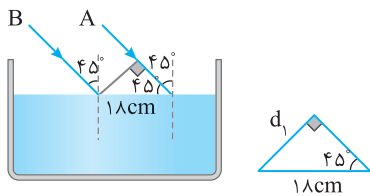
$$\frac{SI}{S'I} = \frac{32}{11.25} = \frac{16}{5.625}$$

۳ ۱۹۲۷ C

تکنه فاصله دو پرتو از هم برابر طول پاره خط عمود بر دو پرتو است.

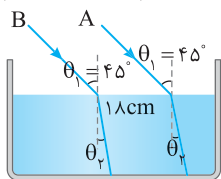
۱ فاصله دو پرتو را در هوا به دست می آوریم:

$$\sin 45^\circ = \frac{\text{ضلع روبه رو}}{\text{وتر}} = \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{d_1}{18} \Rightarrow d_1 = 9\sqrt{2} \text{ cm}$$



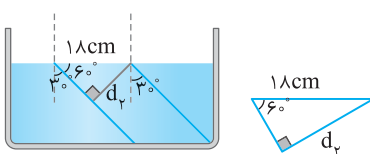
۲ زاویه شکست پرتوها در مایع را به دست می آوریم:

$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_r} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \frac{\sin 45^\circ}{\sin \theta_r} = \frac{\sqrt{2}}{1} \Rightarrow \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\sin \theta_r} = \sqrt{2} \Rightarrow \sin \theta_r = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta_r = 30^\circ$$



۳ فاصله دو پرتو در محیط دوم را حساب می کنیم.

$$\sin 60^\circ = \frac{\text{ضلع روبه رو}}{\text{وتر}} = \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{d_2}{18} \Rightarrow d_2 = 9\sqrt{3} \text{ cm}$$

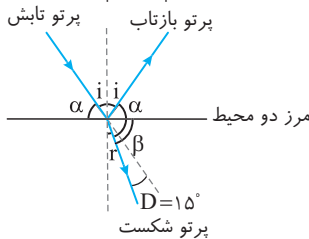


۴ نسبت خواسته شده یعنی $\frac{d_2}{d_1}$ را به دست می آوریم:

$$\frac{d_2}{d_1} = \frac{9\sqrt{3}}{9\sqrt{2}} \Rightarrow \frac{d_2}{d_1} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \Rightarrow \frac{d_2}{d_1} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

۱ ۱۹۲۸ A

مطابق شکل، پرتو بازتاب و شکست را رسم می کنیم.



۱ زاویه بین پرتو تابش و سطح تیغه (α) با زاویه β متقابل به رأس بوده و با هم

برابر هستند. ($\beta = \alpha$)

۲ با توجه به فرض مسئله زاویه بین پرتو بازتاب و پرتو شکست 125° است، از

$$\alpha + \beta + D = 125 \quad (I) \quad \text{این رو:}$$

۳ پرتو 15° از مسیرش منحرف شده ($D = 15^\circ$)

$$(I) \Rightarrow \alpha + \alpha + 15 = 125 \Rightarrow \alpha = 55^\circ$$

۴ مجموع زاویه های که پرتو بازتاب با سطح تیغه می سازد (α) و زاویه i ، 90° است.

$$i + 55 = 90 \Rightarrow i = 35^\circ$$

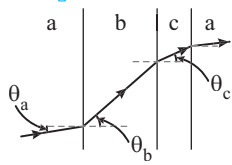
$$r = i - D \Rightarrow r = 35 - 15 \Rightarrow r = 20^\circ$$

۵ زاویه شکست خواهد شد:

۴ با کمک قانون اسنل ضریب شکست مایع را به دست می آوریم.

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \Rightarrow 1 \times \sin 60^\circ = n \sin 37^\circ$$

$$1 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = n \times \frac{3}{5} \Rightarrow n = \frac{\sqrt{3}}{1/2} \Rightarrow n = \frac{6\sqrt{3}}{5}$$



$$\theta_1 > \theta_2 \Leftrightarrow v_1 > v_2$$

به شکل دقت کنید و زاویه ای را که پرتو با خط عمود می سازد در هر محیط با دیگر محیطها مقایسه کنید.

$$\theta_a < \theta_c < \theta_b \Rightarrow v_a < v_c < v_b$$

۱ ۱۹۳۲ A

نکته: با توجه به قانون شکست

$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{v_1}{v_2}$$

عمومی که در هر محیطی که

تندی انتشار موج بیشتر است، در آن محیط زاویه بین پرتو نور و خط عمود بزرگتر است.

۱ ۱۹۳۳ A

خط فکری: با توجه به قانون اسنل، ضریب شکست یک محیط با سینوس زاویه بین پرتو و خط عمود در همان محیط نسبت وارون دارد. بنابراین در

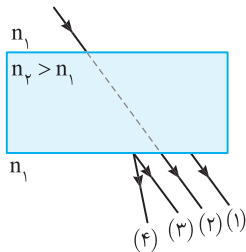
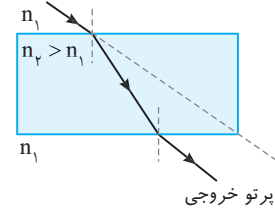
$$\left(\frac{n_2}{n_1} = \frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} \right)$$

هر محیطی که زاویه بین پرتو و خط عمود بزرگتر باشد، ضریب شکست در آن محیط کوچکتر است، بنابراین شما باید زاویه بین پرتو و خط عمود در محیطها را با هم مقایسه کنید.

$$\theta_1 = 60^\circ, \theta_2 = 40^\circ, \theta_3 = 50^\circ \Rightarrow \theta_2 < \theta_3 < \theta_1 \Rightarrow n_2 > n_3 > n_1$$

۳ ۱۹۳۴ A

یادآوری: در تیغه شفاف امتداد پرتو ورودی به تیغه و امتداد پرتو خروجی از تیغه موازی هستند.



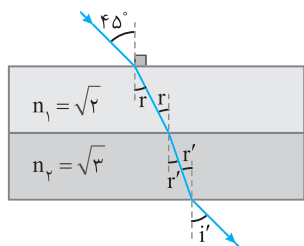
یادآوری: یک تیغه نمی تواند در امتداد پرتو ورودی باشد و در اثر شکست، مسیر پرتو خروجی نسبت به پرتو ورودی، جابه جایی می شود.

چون $n_2 > n_1$ است پرتو هنگام ورود به خط عمود نزدیک می شود بنابراین مسیر (۱) نمی تواند پاسخ باشد، زیرا نشان می دهد که پرتو درون تیغه از خط عمود دور شده است.

پرتو (۲) در امتداد پرتو ورودی است که این نیز نمی تواند جواب مسئله باشد. پرتو (۳) دقیقاً موازی پرتو ورودی و نسبت به آن جابه جایی شده، از این رو این پرتو صحیح است.

امتداد پرتو (۴) و امتداد پرتو ورودی موازی هم نبوده و این پرتو نیز پاسخ درست نخواهد بود.

۱ ۱۹۳۵ A



روی هر مرز قانون اسنل را می نویسیم:

۱ مرز هوا و n_1 :

$$\sin 45^\circ = \sqrt{2} \sin r$$

۲ مرز n_2 و n_1 :

$$\sqrt{2} \sin r = \sqrt{3} \sin r'$$

۳ روی مرز n_2 و هوا:

$$\sqrt{3} \sin r' = \sin i'$$

$$\sin 45^\circ = \sin i' \Rightarrow i' = 45^\circ$$

با مقایسه سه رابطه می توان نوشت:

میانبر: در یک تیغه تخت شفاف همواره زاویه ورود به تیغه با زاویه خروج از تیغه برابر است.

۴ ۱۹۲۹ B

۱ ابتدا سرعت نور در آب را به دست می آوریم:

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{n_1}{n_2} \Rightarrow \frac{v_{\text{آب}}}{3 \times 10^8} = \frac{1}{\frac{4}{3}} \Rightarrow v_{\text{آب}} = \frac{9}{4} \times 10^8 = 2.25 \times 10^8 \text{ m/s}$$

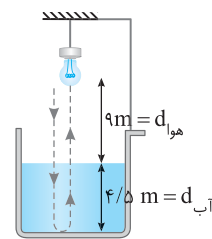
۲ نور مسیر تا کف مخزن رفته و از آینه بازتاب شده و این مسیر را باز می گردد پس نور دو بار مسافت $1/9 \text{ m}$ در هوا طی کرده و دو بار مسافت $4/5 \text{ m}$ را در آب طی می کند، با توجه به اینکه سرعت نور در یک محیط ثابت است پس، زمان طی شدن مسافت در آب و هوا را به دست می آوریم:

$$v_{\text{آب}} = \frac{2d_{\text{آب}}}{\Delta t_{\text{آب}}} \Rightarrow \Delta t_{\text{آب}} = \frac{2d_{\text{آب}}}{v_{\text{آب}}} = \frac{2 \times 4/5}{2.25 \times 10^8} = 4 \times 10^{-8} \text{ s}$$

$$v_{\text{هوا}} = \frac{2d_{\text{هوا}}}{\Delta t_{\text{هوا}}} \Rightarrow \Delta t_{\text{هوا}} = \frac{2 \times 9}{3 \times 10^8} = 6 \times 10^{-8} \text{ s}$$

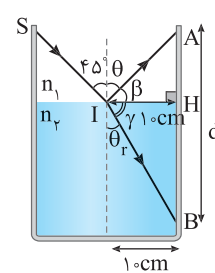
۳ زمان کل طی شده برابر است با:

$$\Delta t_{\text{کل}} = \Delta t_{\text{آب}} + \Delta t_{\text{هوا}} \Rightarrow \Delta t_{\text{کل}} = 4 \times 10^{-8} + 6 \times 10^{-8} = 10^{-7} \text{ s}$$



۲ ۱۹۳۰ A

خط فکری: باید زاویه بازتاب (θ) و زاویه شکست θ_r را حساب کنید. سپس به کمک این زاویه ها از مثلث AIH و IHB مقدار AH و HB را به دست آورده و با هم جمع کنید.



۱ بنا به قانون بازتاب عمومی: $\theta = 45^\circ$

۲ در مثلث AH زاویه β نیز 45° بوده و این مثلث متساوی الساقین است و می شود.

۳ زاویه شکست را به کمک قانون اسنل به دست می آوریم:

$$n = \frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_r} \Rightarrow \sqrt{2} = \frac{\sin 45^\circ}{\sin \theta_r} \Rightarrow \sin \theta_r = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta_r = 30^\circ$$

۴ در مثلث IHB زاویه γ خواهد شد:

$$90 - 30 = 60^\circ$$

۵ طول HB را حساب می کنیم.

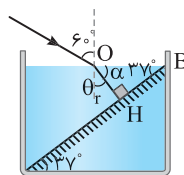
$$\tan \gamma = \frac{HB}{IH} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{HB}{10} \Rightarrow HB = 10 \times \sqrt{3} \text{ cm} \Rightarrow HB = 10 \times 1.7 = 17 \text{ cm}$$

۶ طول d برابر است با:

$$d = AH + HB \Rightarrow d = 10 + 17 = 27 \text{ cm}$$

۳ ۱۹۳۱ A

۱ مسئله را باید از آخر حل کرد، یعنی اینکه، پرتو به سطح آینه برخورد کرده و روی خودش بازتاب می کند، بنابراین پرتو بر سطح آینه به طور عمود می تابد. بنابراین مثلث OHB قائم الزاویه است.



۲ زاویه B نیز به دلیل خطوط مورب و موازی

$$\alpha + 37^\circ = 90^\circ \Rightarrow \alpha = 53^\circ$$

۳۷ بوده بنابراین زاویه α خواهد شد:

$$\theta_r = 90 - \alpha = 90 - 53 = 37^\circ$$

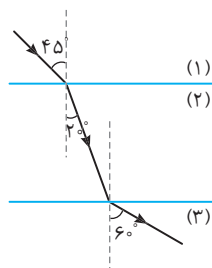
زاویه شکست نیز برابر است با:

۳ ۱۹۳۶ A

قانون شکست عمومی را برای دو محیط (۱) و (۳) می نویسیم:

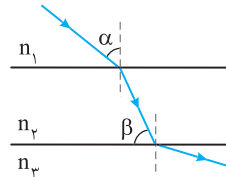
$$\frac{v_3}{v_1} = \frac{\sin \theta_3}{\sin \theta_1} \quad \theta_1 = 45^\circ, \theta_3 = 60^\circ \Rightarrow \frac{v_3}{v_1} = \frac{\sin 60^\circ}{\sin 45^\circ} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\frac{v_3}{v_1} = \frac{2}{\sqrt{2}} \Rightarrow \frac{v_3}{v_1} = \sqrt{2}$$



بازی با سوال

اگر v_2 و v_1 به ترتیب سرعت نور در محیط های (۱) و (۲) در شکل مقابل باشند. کدام است $\frac{v_1}{v_2}$ ؟



(۱) $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$ (۲) $\frac{\sin \beta}{\sin \alpha}$ (۳) $\frac{\cos \alpha}{\cos \beta}$ (۴) $\frac{\sin \alpha}{\cos \beta}$

پایسج یادآور ریاضی

به شکل دقت کنید. به دلیل خاصیت موازی و مورب زاویه r و r' با هم برابر هستند. ($r=r'$) از طرفی مجموع زاویه β و r' برابر 90° است.

$$r' + \beta = 90^\circ \Rightarrow r + \beta = 90^\circ \Rightarrow r = 90^\circ - \beta \quad (I)$$

بنا به قانون شکست عمومی خواهیم داشت:

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\sin \alpha}{\sin r} \quad (I) \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{\sin \alpha}{\sin(90^\circ - \beta)} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{\sin \alpha}{\cos \beta}$$

تمرینه ۴

۴ ۱۹۳۷ B

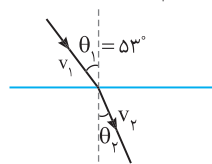
در هر مرحله از ورود نور به محیط های شفاف رابطه شکست نور

$$\left(\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{n_2}{n_1} \right) \text{ را می نویسیم و با هم مقایسه می کنیم.}$$

محیط (۱) و (۲): با توجه به صورت مسئله سرعت نور از محیط (۱) به محیط (۲)، ۲۵٪ کاهش یافته است:

$$v_2 = v_1 - \frac{25}{100} v_1 \Rightarrow v_2 = 0.75 v_1$$

رابطه بین سرعت نور و زاویه تابش و شکست $\frac{v_1}{v_2} = \frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2}$ است.



$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} \Rightarrow \frac{v_1}{0.75 v_1} = \frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{0.75} = \frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} \Rightarrow \sin \theta_2 = 0.75 \sin \theta_1$$

$$\Rightarrow \theta_2 = 37^\circ$$

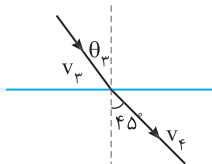
محیط (۳) و (۴): سرعت نور در محیط (۴)، ۴۰ درصد بیشتر از سرعت نور در محیط (۳) است:

$$v_4 = v_3 + \frac{40}{100} v_3 \Rightarrow v_4 = 1.4 v_3$$

رابطه بین سرعت نور و زاویه تابش و شکست به صورت $\frac{v_3}{v_4} = \frac{\sin \theta_3}{\sin \theta_4}$ است:

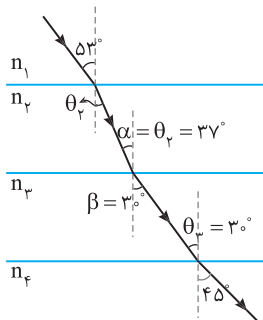
$$\frac{v_3}{v_4} = \frac{\sin \theta_3}{\sin \theta_4} \Rightarrow \frac{v_3}{1/4 v_4} = \frac{\sin \theta_3}{\sin 45^\circ}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{1/4} = \frac{\sin \theta_3}{0.7} \Rightarrow \sin \theta_3 = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta_3 = 30^\circ$$



محیط (۲) و (۳): حال با توجه به خطوط موازی و مورب، α در مرز دو محیط (۲) و (۳) برابر 37° و β در مرز دو محیط (۳) و (۴) برابر 30° است. رابطه بین ضریب شکست دو محیط و زاویه پرتو تابش و شکست به صورت زیر است:

$$\frac{n_2}{n_3} = \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} \Rightarrow \frac{n_2}{n_3} = \frac{\sin 30^\circ}{\sin 37^\circ} \Rightarrow \frac{n_2}{n_3} = \frac{1}{\frac{6}{5}} \Rightarrow \frac{n_2}{n_3} = \frac{5}{6}$$

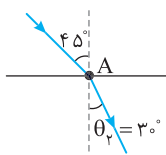


۳ ۱۹۳۸ B

خط فکری با توجه به رابطه سرعت در حرکت با سرعت ثابت داریم: $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$

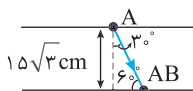
بنابراین برای محاسبه Δt به $\Delta x = AB$ به و سرعت حرکت نور نیاز داریم: ابتدا زاویه شکست محیط (۲) را به دست می آوریم:

$$\frac{\sin 45^\circ}{\sin \theta_2} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \frac{2}{\sin \theta_2} = \frac{\sqrt{2}}{1} \Rightarrow \sin \theta_2 = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta_2 = 30^\circ$$



حال طول AB را به دست می آوریم:

$$\sin 60^\circ = \frac{1.5\sqrt{3}}{\ell_{AB}} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1.5\sqrt{3}}{\ell_{AB}} \Rightarrow \ell_{AB} = 3 \text{ cm} = 0.3 \text{ m}$$



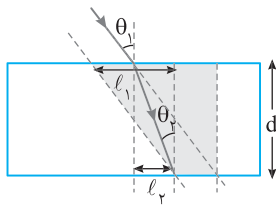
سرعت در محیط (۲) را به دست می آوریم:

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{n_1}{n_2} \Rightarrow \frac{v_2}{3 \times 10^8} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow v_2 = \frac{3}{\sqrt{2}} \times 10^8 \Rightarrow v_2 = 1.06 \times 10^8 \text{ m/s}$$

حال زمان مسافت طی شده را به دست می آوریم:

$$v = \frac{\ell_{AB}}{t_{AB}} \Rightarrow t_{AB} = \frac{\ell_{AB}}{v_2} \Rightarrow t_{AB} = \frac{0.3}{1.06 \times 10^8} = \frac{3}{10.6} \times 10^{-9} \text{ s} = \sqrt{2} \text{ ns}$$

میانبر → به طور کلی اگر d ضخامت تیغه متوازی‌السطوح باشد، فاصله محل تقاطع پرتوهای ورودی و خروجی یا امتداد آنها روی سطح تیغه از رابطه زیر به دست می‌آید:



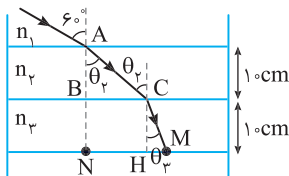
در این سؤال محاسبه زاویه i با استفاده از این نکته به صورت زیر است:

$$3/5 = 6 \times |\tan i - \tan 37^\circ| \Rightarrow \frac{3/5}{6} = \tan i - \frac{3}{4}$$

$$\tan i = \frac{3/5}{6} + \frac{3}{4} \Rightarrow \tan i = \frac{7+9}{12} = \frac{16}{12} = \frac{4}{3} \Rightarrow i = 53^\circ$$

۱۹۴۱ A

۱ زاویه شکست در محیط n_p را حساب می‌کنیم.



$n_1 \sin \theta_1 = n_p \sin \theta_1 \Rightarrow 1 \times \sin 60^\circ = \frac{17}{16} \sin \theta_1$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{17}{16} \sin \theta_1 \Rightarrow \frac{17}{16} \sin \theta_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \sin \theta_1 = \frac{8\sqrt{3}}{17} \Rightarrow \theta_1 = 53^\circ$$

۲ در مثلث ABC، طول ضلع BC را به دست می‌آوریم.

$\tan \theta_1 = \frac{BC}{AB} \Rightarrow \frac{4}{3} = \frac{BC}{10} \Rightarrow BC = \frac{40}{3} \text{ cm}$

۳ زاویه θ_p را نیز به کمک قانون استل حساب می‌کنیم.

$n_p \sin \theta_1 = n_p \sin \theta_p \Rightarrow \frac{17}{16} \sin 53^\circ = \frac{17}{12} \sin \theta_p \Rightarrow \sin \theta_p = \frac{9}{16}$

$$\frac{9}{16} = \frac{\sin \theta_p}{3} \Rightarrow \sin \theta_p = \frac{9}{16} \times 3 = \frac{27}{16} \Rightarrow \theta_p = 37^\circ$$

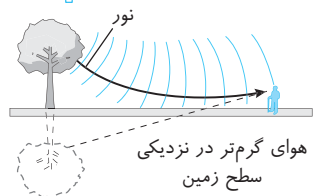
۴ فاصله HM را در مثلث CHM به دست می‌آوریم.

$\tan \theta_p = \frac{HM}{CH} \Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{HM}{10} \Rightarrow HM = \frac{30}{4} \text{ cm}$

۵ فاصله MN خواهد شد.

$MN = BC + HM = \frac{40}{3} + \frac{30}{4} \Rightarrow MN = \frac{160+90}{12} \Rightarrow MN = \frac{250}{12} = \frac{125}{6} \text{ cm}$

۱۹۴۲ A



سراب در روزهای گرم که هوای مجاور سطح زمین گرم‌تر از لایه‌های بالاتر هوا بوده و چگالی هوا در سطح زمین از لایه‌های بالاتر کمتر است، اتفاق می‌افتد، بنابراین گزاره (الف) درست است.

همچنین جبهه‌های موج که به سمت پایین می‌آیند با ضریب شکست‌های کوچک‌تر روبه‌رو شده و سرعت آنها افزایش می‌یابد که مطابق شکل این امر سبب خم شدن پرتو به سمت بالا می‌شود و گزاره (ب) درست است.

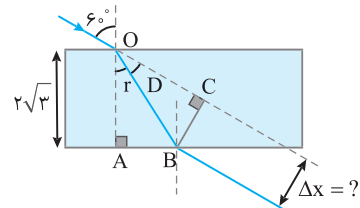
با تغییر چگالی هوا از بالا تا سطح زمین، ویژگی‌های محیط تغییر کرده و تندی انتشار نور در لایه‌های بالاتر از تندی آن در سطح زمین کمتر است، بنابراین گزاره (پ) نادرست است.

۱۹۳۹ A

خط فکری → امتداد پرتو خروجی و امتداد پرتو ورودی موازی هم هستند، بنابراین فاصله آن‌ها از هم خط عمودی است که بر دو خط رسم می‌شود. یعنی مطابق شکل، خط BC فاصله بین پرتو ورودی و خروجی است که شما باید آن را به دست بیاورید. از این رو ابتدا باید زاویه ورود بر تیغه و ورود بر تیغه (زاویه شکست r) را حساب کنید، سپس به کمک مثلث‌های OAB و OBC. BC را به دست آورید.

۱ ابتدا زاویه شکست (r) را به دست می‌آوریم:

$$n = \frac{\sin i}{\sin r} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{\sin 60^\circ}{\sin r} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{1/2}{\sin r} \Rightarrow \sin r = \frac{1}{2} \Rightarrow r = 30^\circ$$



۲ در مثلث OAB می‌توان نوشت:

$$\cos r = \frac{OA}{OB} \Rightarrow \cos 30^\circ = \frac{2\sqrt{3}}{OB} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{2\sqrt{3}}{OB} \Rightarrow OB = 4 \text{ cm}$$

۳ زاویه انحراف D را حساب می‌کنیم.

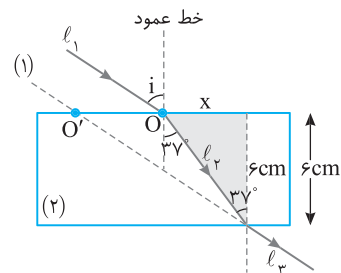
۴ در مثلث OBC می‌توان نوشت:

$$\sin D = \frac{BC}{OB} \Rightarrow \sin 30^\circ = \frac{BC}{4} \Rightarrow BC = 2 \text{ cm}$$

۱۹۴۰ A

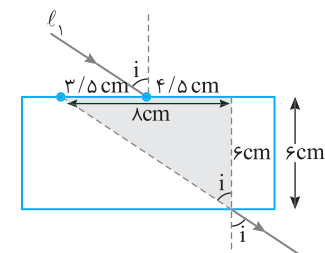
۱ با توجه قضیه خطوط موازی و مورب زاویه پرتو l_p با خط عمود بر سطح متوازی‌السطوح هنگام خروج نیز 37° است.

$$\tan 37^\circ = \frac{x}{6} \Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{x}{6} \Rightarrow x = 4.5 \text{ cm}$$



۲ پرتوهای ورودی و خروجی در یک محیط هستند، پس پرتوهای ورودی و خروجی موازی هم هستند و زاویه خروج از متوازی‌السطوح نیز i است.

$$\tan i = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \Rightarrow i = 37^\circ$$

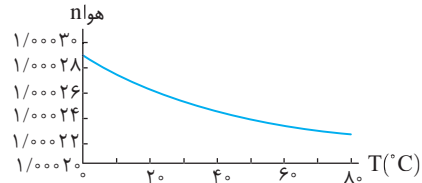


۳ حال ضریب شکست را به دست می‌آوریم:

$$\frac{\sin 53^\circ}{\sin 37^\circ} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \frac{4/5}{3/4} = \frac{n_2}{1} \Rightarrow n_2 = \frac{16}{15}$$

۱ ۱۹۴۳ A

با افزایش دما چگالی هوا کاهش می‌یابد. در واقع با افزایش دما چگالی هوا رقیق‌تر می‌شود، پس ضریب شکست هوا کاهش می‌یابد و گزینه (۱) می‌تواند درست باشد.



۳ ۱۹۴۴ A

در روزهای گرم هوای سطح زمین نسبتاً داغ است. از طرفی، چگالی هوا با افزایش دما کاهش می‌یابد که این امر سبب کاهش ضریب شکست نیز می‌شود و تندی انتشار موج از لایه‌های بالایی به سوی سطح زمین افزایش می‌یابد. از طرفی بسامد نور از ویژگی‌های چشمه موج بوده و ثابت است بنابراین طول موج در نقاط نزدیک سطح زمین بزرگتر است. $(\lambda \uparrow = \frac{v \uparrow}{f})$

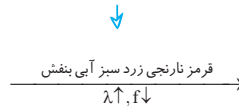
۱ ۱۹۴۵ A

ضریب شکست یک محیط شفاف برای طول موج‌های کوتاه‌تر، بیشتر است. در گستره نور مرئی، نور قرمز دارای بلندترین طول موج و کمترین ضریب شکست است. از این رو کمتر از رنگ‌های دیگر منحرف می‌شود. اما درباره تندی پرتوها: پرتو بنفش دارای کمترین طول موج و بیشترین ضریب شکست است. بنابراین تندی پرتو بنفش از همه کمتر است.

۳ ۱۹۴۶ A

ضریب شکست یک محیط شفاف برای طول موج‌های کوتاه‌تر، بیشتر است. **یادآوری:** در گسترده امواج الکترومغناطیسی طول موج از پرتو گاما تا امواج رادیویی در حال افزایش است.

رادیویی → فرسرخ → نور مرئی → فرابنفش → X → γ



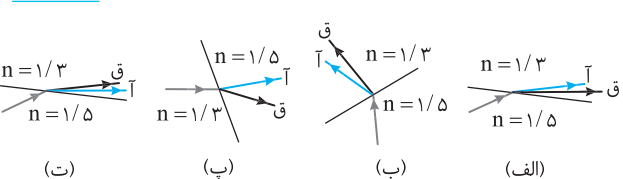
الگوی تست به راحتی قابل بررسی است.

$$\lambda_G > \lambda_U > \lambda_\gamma \Rightarrow n_G < n_U < n_\gamma \xrightarrow{n = \frac{c}{v}} \frac{c}{v} < \frac{c}{v_U} < \frac{c}{v_\gamma} \Rightarrow v_G > v_U > v_\gamma$$

۱ ۱۹۴۷ A

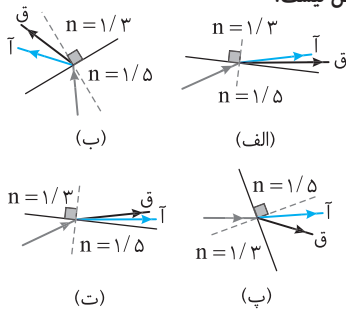
هرگاه پرتو نور از هوا وارد محیط غلیظ‌تری مانند مایع شود، پرتو منحرف شده و به خط عمود نزدیک‌تر می‌شود. از طرفی پرتویی که دارای طول موج کوتاه‌تر است بیشتر منحرف می‌شود. طول موج پرتو سبز از طول موج پرتو قرمز کوتاه‌تر است، بنابراین پرتو سبز نیز باید به خط عمود نزدیک‌تر شود.

پایه یا سوال: در شکل‌های زیر، پرتو فرودی که شامل نورهای قرمز و آبی است در سطح مشترک دو محیط شکست پیدا کرده‌اند. چه تعداد از شکل‌ها شکست را به درستی نشان می‌دهد؟ (قرمز: ق، آبی: آ)



۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

پایه: خط عمود بر سطح مشترک دو محیط را در هر شکل رسم می‌کنیم. در شکل (ب) پرتوهای تابش و شکست در یک طرف خط عمود قرار دارند که چنین چیزی ممکن نیست.

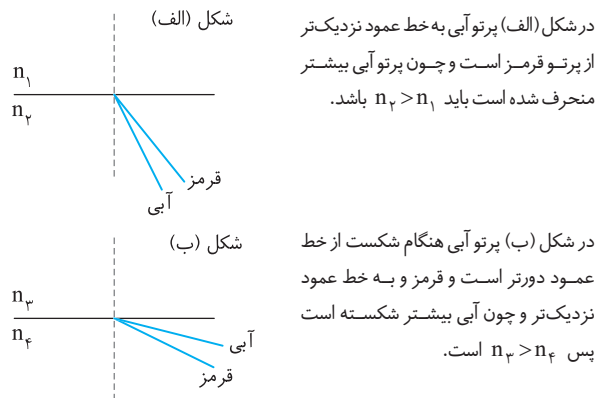


در شکل (پ)، پرتو آبی به خط عمود نزدیک و پرتو قرمز از خط دور شده است در حالی که چون پرتوها از محیط با ضریب شکست کمتر وارد محیط با ضریب شکست بیشتر شده‌اند باید هر دو پرتو آبی و قرمز با زوایای شکست متفاوت به خط عمود نزدیک شوند در حالی که پرتو قرمز از خط عمود دور شده است، بنابراین شکل (پ) نادرست است.

در مورد شکل‌های (الف) و (ت) پرتویی از محیط غلیظ وارد محیط رقیق شده است و پرتوها از خط عمود باید دور شوند و پرتو قرمز باید کمتر منحرف شود. از این رو شکل (الف) نادرست و شکل (ت) درست است، بنابراین تنها شکل (ت) درست است.

۳ ۱۹۴۸ A

خط فکری: ضریب شکست هر محیط شفاف غیر از خلأ برای طول موج‌های کوتاه‌تر بیشتر است، یعنی پرتو آبی که طول موجش از پرتو قرمز کوتاه‌تر است، بیشتر منحرف می‌شود. اکنون با مقایسه انحراف پرتوی آبی و قرمز در محیط‌های n_1 و n_2 و همچنین n_2 و n_1 می‌توان ضریب شکست آن‌ها را با هم مقایسه کرد.



در شکل (الف) پرتو آبی به خط عمود نزدیک‌تر از پرتو قرمز است و چون پرتو آبی بیشتر منحرف شده است باید $n_2 > n_1$ باشد.

در شکل (ب) پرتو آبی هنگام شکست از خط عمود دورتر است و قرمز و به خط عمود نزدیک‌تر و چون آبی بیشتر شکسته است پس $n_2 > n_1$ است.

۳ ۱۹۴۹ A

خط فکری: نور زرد ترکیبی از نور قرمز و نور سبز است، از طرفی طول موج نور سبز از طول موج نور قرمز کوتاه‌تر است ($\lambda_G < \lambda_R$). ضریب شکست محیط به طول موج نور بستگی دارد و هر چه طول موج کوتاه‌تر باشد، ضریب شکست محیط بیشتر است. بنابراین هنگام ورود پرتو نور زرد به محیط رقیق، پرتو سبز از مسیرش بیشتر منحرف می‌شود. حال با توجه به این دانسته‌ها باید در مورد α و β اظهار نظر کنید.

در واقع زاویه شکست نور قرمز از زاویه شکست نور سبز کمتر است. زاویه‌ای که جبهه موج با مرز مشترک دو محیط می‌سازد برابر زاویه شکست پرتو مربوط به همان موج با خط عمود است، بنابراین زاویه بین جبهه‌های موج قرمز با مرز شکست یعنی α از زاویه بین جبهه‌های موج سبز با مرز مشترک یعنی β کمتر است.

در شکل‌های زیر، پرتو فرودی که شامل نورهای قرمز و آبی است در سطح مشترک دو محیط شکست پیدا کرده‌اند. چه تعداد از شکل‌ها شکست را به درستی نشان می‌دهد؟ (قرمز: ق، آبی: آ)

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۴ ۱۹۵۴ A

خط فکری باید از روی نمودار داده شده، ضریب شکست نور آبی و نور قرمز را مشخص کنید، سپس سرعت نور آبی و قرمز در تیغه را به دست آورده، زمان گذر هر یک از پرتوها از تیغه را حساب کرده و اختلاف زمانی را به دست بیاورید.

۱ با توجه به داده‌های روی نمودار ضریب شکست نور آبی $1/53$ و ضریب شکست نور قرمز $1/51$ است. تندی پرتوهای قرمز و آبی را به دست می‌آوریم:

$$v_{\text{نور آبی}} = \frac{c}{n_{\text{آبی}}} = \frac{c}{1/53}, \quad v_{\text{نور قرمز}} = \frac{c}{n_{\text{قرمز}}} = \frac{c}{1/51}$$

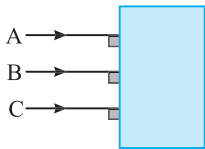
۲ ضخامت تیغه d است و مدت زمان عبور هر پرتو از تیغه خواهد شد:

$$d = vt \Rightarrow \begin{cases} t_{\text{قرمز}} = \frac{d}{v_{\text{قرمز}}} = \frac{d}{c/51} = 1/51 \frac{d}{c} \\ t_{\text{آبی}} = \frac{d}{v_{\text{آبی}}} = \frac{d}{c/53} = 1/53 \frac{d}{c} \end{cases}$$

۳ زمان‌های به دست آمده را از هم کم می‌کنیم.

$$t_{\text{قرمز}} - t_{\text{آبی}} = \frac{1}{51} \frac{d}{c} - \frac{1}{53} \frac{d}{c} = \frac{2d}{50c} = \frac{d}{25c}$$

در واقع نور قرمز $\frac{d}{25c}$ ثانیه زودتر از نور آبی از تیغه خارج می‌شود.



بازی با سوال مطابق شکل زیر، سه پرتو موازی تک‌رنگ A، B و C به یک تیغه شیشه‌ای تخت می‌تابند. مدت زمان عبور پرتوها از تیغه به ترتیب t_A ، t_B و t_C است. اگر $t_B < t_C < t_A$ باشد، کدام گزینه می‌تواند به ترتیب از راست به چپ پرتوهای A، B و C باشد؟

- (۱) قرمز، آبی، بنفش
(۲) بنفش، قرمز، آبی
(۳) بنفش، آبی، قرمز
(۴) آبی، قرمز، بنفش

پاسخ هر چه زمان عبور پرتو از تیغه کوتاه‌تر باشد، تندی انتشار پرتو در تیغه بیشتر است و هر چه تندی انتشار پرتو در تیغه بیشتر باشد، طول موج آن پرتو بزرگ‌تر است.

$$t_B < t_C < t_A \Rightarrow v_B > v_C > v_A \xrightarrow{v = \frac{c}{n}} n_B < n_C < n_A \Rightarrow \lambda_B > \lambda_C > \lambda_A$$

یادآوری در گسترده نور مرئی که از رنگ‌های قرمز، نارنجی، زرد، سبز، آبی و بنفش تشکیل شده است، از قرمز به بنفش طول موج کاهش می‌یابد.

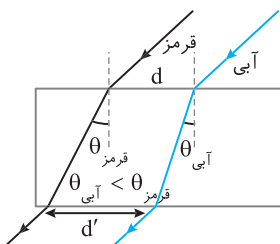
$$\text{بنفش } \lambda_{\text{آبی}} > \lambda_{\text{قرمز}} > \lambda_B > \lambda_C > \lambda_A$$

گزینه ۲

۳ ۱۹۵۵ A

هر چه طول موج کوچک‌تر باشد، ضریب شکست محیط برای آن پرتو بیشتر می‌شود. طول موج نور آبی از طول موج نور قرمز کمتر است به همین دلیل نور آبی بیشتر در تیغه دچار شکست می‌شود و پرتو آبی به خط عمود نزدیک‌تر می‌شود. (قرمز $\theta_{\text{آبی}} < \theta_{\text{قرمز}}$)

از این رو با توجه به شکل $d' > d$ خواهد شد.



۳ ۱۹۵۰ A

یادآوری تندی انتشار تمام امواج الکترومغناطیسی در خلأ برابر است. دو پرتو الکترومغناطیسی A و B در حال انتشار در خلأ هستند، بنابراین تندی انتشار آن‌ها با هم برابر است ($v_A = v_B$) و گزینه‌های (۱) و (۲) و (۴) نادرست هستند. با توجه به رابطه طول موج می‌توان نوشت:

$$\lambda_A = \frac{v_A}{f_A} \xrightarrow{v_A = v_B} \frac{\lambda_A}{\lambda_B} = \frac{f_B}{f_A} \xrightarrow{\lambda_A > \lambda_B} f_A < f_B$$

$$\lambda_B = \frac{v_B}{f_B}$$

گزینه (۳) درست است.

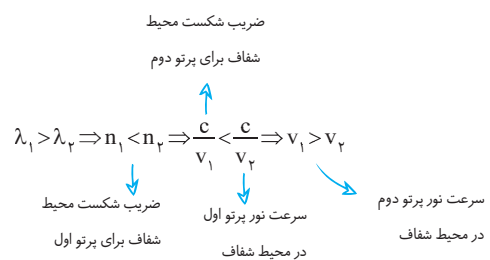
۳ ۱۹۵۱ A

نکته سرعت امواج الکترومغناطیسی در محیط‌های شفاف غیر از خلأ با هم برابر نیست و پرتو با طول موج بزرگ‌تر، در محیط شفاف دارای سرعت بیشتری است. دو پرتو الکترومغناطیسی A و B در آب در حال انتشار هستند، بنابراین تندی انتشار آن‌ها با هم برابر نیست. با توجه به نکته بیان شده گزینه (۳) درست است.

$$\lambda_A > \lambda_B \Rightarrow n_A < n_B \Rightarrow \frac{c}{v_A} < \frac{c}{v_B} \Rightarrow v_A > v_B$$

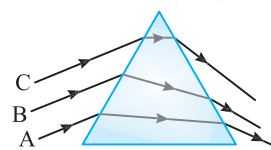
۲ ۱۹۵۲ A

در ابتدا به شما بگویم که رابطه $\frac{v_1}{v_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$ مربوط به گذر یک پرتو از یک محیط شفاف به محیط شفاف دیگر است. یعنی v_1 و v_2 سرعت یک پرتو در محیط (۱) و (۲) همچنین λ_1 و λ_2 طول موج یک پرتو در دو محیط است. در حالی که در این تست شما با دو پرتو مختلف با طول موج‌های مختلف در هوا سر و کار دارید که به یک منشور می‌تابد. یعنی v_1 و v_2 سرعت پرتو (۱) در منشور و v_3 سرعت پرتو (۲) در منشور بوده و گزینه (۴) اصولاً در مورد این تست نادرست است. حال به حل مسئله بپردازیم. هرگاه یک پرتو مرکب از دو موج λ_1 و λ_2 ($\lambda_1 > \lambda_2$) وارد محیط شفاف شوند، ضریب شکست محیط شفاف برای پرتوی λ_1 که دارای طول موج بیشتری است کمتر بوده از این رو می‌توان نوشت:



۳ ۱۹۵۳ A

خط فکری ضریب شکست یک محیط برای طول موج‌های مختلف امواج الکترومغناطیسی، متفاوت و برای طول موج‌های بلندتر، کمتر است و این پرتوها هنگام گذر از منشور کمتر منحرف می‌شوند. بنابراین شما باید به انحراف پرتوها توجه کنید و تشخیص دهید کدام پرتو بیشتر منحرف شده است.

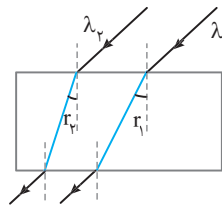


انحراف پرتو C هنگام ورود به منشور از بقیه کمتر است، از این رو طول موج آن از بقیه بزرگتر بوده و بسامد آن از بقیه کمتر است.

۳ ۱۹۵۶ A

خط فکری

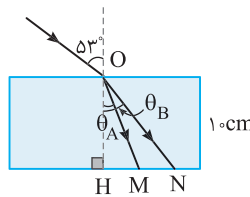
به نحوه خروج پرتو و مقدار انحراف آن‌ها باید دقت کنید. پرتوها پس از خروج از تیغه به هم نزدیک شده‌اند و مطابق شکل باید پرتو λ_1 از پرتو λ_p کمتر منحرف شده باشد ($i_1 > i_p$) یعنی ضریب شکست تیغه برای λ_1 کمتر از ضریب شکست تیغه برای λ_p بوده است و با توجه به اینکه ضریب شکست یک محیط شفاف برای طول موج‌های بلندتر، کمتر است باید $\lambda_p > \lambda_1$ (و یا $\lambda_p < \lambda_1$) باشد.



۲ ۱۹۵۷ A

خط فکری

ابتدا باید زاویه شکست هر پرتو در تیغه را حساب کنید. سپس با استفاده از مثلثات در مثلث‌های OHM و OHN طول ضلع‌های HM و HN را به دست آورده و از هم کم کنیم.



۱ ضریب شکست محیط برای پرتو A بیشتر است. بنابراین پرتو A بیشتر منحرف می‌شود. زاویه شکست A را حساب می‌کنیم.

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \Rightarrow 1 \times \sin 53^\circ = 1/6 \sin \theta_A \Rightarrow \sin \theta_A = \frac{1}{6} \Rightarrow \theta_A = 3^\circ$$

۲ طول ضلع MH خواهد شد:

$$\Delta OHM: \tan \theta_A = \frac{HM}{OH} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{HM}{10} \Rightarrow HM = \frac{10 \times \sqrt{3}}{3} \text{ cm} = \frac{10 \times 1.7}{3} = 5.6 \text{ cm}$$

۳ زاویه شکست B را به دست می‌آوریم.

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \Rightarrow 1 \times \sin 53^\circ = \frac{4}{3} \sin \theta_B \Rightarrow \sin \theta_B = \frac{3}{4} \Rightarrow \theta_B = 37^\circ$$

۴ طول ضلع HN برابر است با:

$$\Delta OHN: \tan \theta_B = \frac{HN}{OH} \Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{HN}{10} \Rightarrow HN = \frac{30}{4} = 7.5 \text{ cm}$$

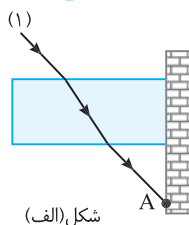
۵ فاصله MN خواهد شد.

$$MN = HN - HM = 7.5 - 5.6 \Rightarrow MN = 1.9 \text{ cm}$$

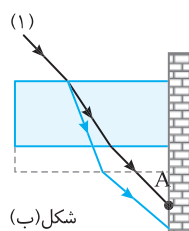
۲ ۱۹۵۸ A

خط فکری

مسیر پرتو در ابتدا مطابق شکل (الف) بود و پرتو بعد از عبور از تیغه به نقطه A می‌رسد. برای آن که پرتو به نقطه پایین‌تر از A برسد، باید انحراف بیشتری پیدا کند. اکنون شما باید تک‌تک حالت‌ها را بررسی کنید.

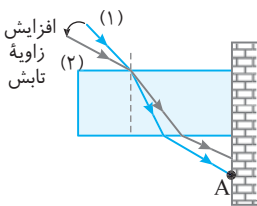
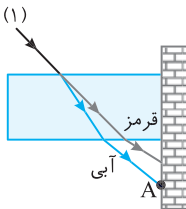
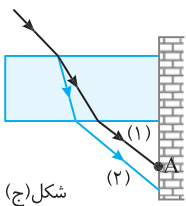


اگر ضخامت تیغه را بیشتر کنیم با توجه به مسیر پرتو در شکل رویه‌رو نور آبی پس از خروج از منشور در نقطه پایین‌تر از A قرار می‌گیرد (شکل ب) و روش درست است.



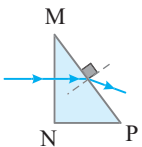
هرچه ضریب شکست تیغه بیشتر باشد، پرتو شکست بیشتر به خط عمود نزدیک می‌شود. پس از خروجی نیز پایین‌تر از A قرار می‌گیرد و روش (ب) درست است.

اگر از نور قرمز به جای نور آبی استفاده شود، چون طول موج نور قرمز از طول موج نور آبی بیشتر است، ضریب شکست تیغه برای نور قرمز کمتر از نور آبی بوده. یعنی پرتو قرمز به کمتر منحرف شده و به نقطه بالای A می‌رسد و روش (پ) نادرست است. اگر زاویه تابش را افزایش دهیم، مسیر (۲) پرتو به نقطه‌ای بالاتر از A می‌رسد که روش (ت) نادرست است.



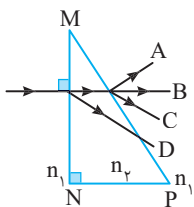
۴ ۱۹۵۹ A

پرتو عمود بر وجه MN می‌تابد (زاویه تابش صفر است) و بدون انحراف وارد منشور می‌شود. سپس روی وجه MP از منشور وارد هوا می‌شود، بنابراین اگر خط عمود را رسم کنید، باید پرتو از خط عمود دور شود، بنابراین پرتوهای BA نادرست هستند. اما پرتوهای C و D هر دو از خط عمود دور شده و ممکن است، پاسخ مسئله باشند.

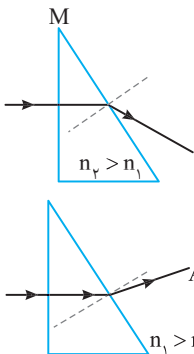


۴ ۱۹۶۰ A

پرتو عمود به MN می‌تابد و بدون انحراف وارد منشور شود. بنابراین مسیر D نادرست است. پرتو بر وجه MP عمود نمی‌تابد بنابراین باید روی این وجه منحرف شود بنابراین مسیر B نادرست است. اما مسئله بیان نکرده که n_1 بزرگ‌تر است یا n_2 .

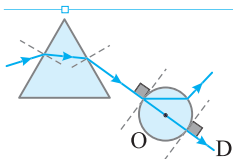


اگر $n_2 > n_1$ باشد، هنگام خروج پرتو از منشور باید پرتو از خط عمود دور شود، یعنی پرتو به سمت قاعده منشور منحرف می‌شود و مسیر C درست است. اگر $n_1 > n_2$ باشد، هنگام خروج پرتو از منشور باید به خط عمود نزدیک شود و پرتو به سمت رأس منحرف می‌شود و مسیر A درست است.



۴ ۱۹۶۱ A

هرگاه پرتو از خلأ به یک منشور بتابد مطابق شکل، به سمت قاعده منشور منحرف می‌شود. در نتیجه پرتو به سمت کره شیشه‌ای O نمی‌رود و وقتی پرتو به کره شیشه‌ای به گونه‌ای بتابد که امتداد آن از مرکز بگذرد، یعنی پرتو در امتداد قطر کره باشد، پرتو بر سطح کره عمود بوده و بدون انحراف از کره می‌گذرد. بنابراین مسیر D درست است و مسیر C نادرست است.



۲ زاویه ورود (شکست) به محیط (۲) را به دست می آوریم.

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} \Rightarrow \frac{4}{3} = \frac{\sin 60^\circ}{\sin \theta_2} \Rightarrow \sin \theta_2 = \frac{3}{4} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \theta_2 = 37^\circ$$

۳ اکنون AC را حساب می کنیم:

$$\cos \theta_2 = \frac{AC}{AB} \Rightarrow \cos 37^\circ = \frac{AC}{8} \Rightarrow AC = 8 \cos 37^\circ = 8 \times \frac{4}{5} = 6.4 \text{ cm}$$

۴ زمان طی مسیر AC برابر است با:

$$t_{AC} = \frac{AC}{v_2} = \frac{6.4}{\frac{3}{4} \times 10^8} = \frac{6.4 \times 4}{3 \times 10^8} = \frac{25.6}{3 \times 10^8} \text{ s}$$

۵ اکنون به سراغ محیط (۳) می رویم:

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} \Rightarrow n_2 = \frac{\sin 30^\circ}{\sin \theta_2} \Rightarrow \frac{4}{3} = \frac{1/2}{\sin \theta_2} \Rightarrow \sin \theta_2 = \frac{3}{8}$$

$$\Rightarrow \theta_2 = \sin^{-1} \left(\frac{3}{8} \right) \Rightarrow \theta_2 = 22.5^\circ$$

۶ بنابراین CB برابر $9\sqrt{2}$ cm خواهد بود. تندی در محیط (۳) برابر است با:

$$v_2 = \frac{c}{n_2} \Rightarrow v_2 = \frac{3 \times 10^8}{4} \text{ m/s}$$

$$t_{CB} = \frac{CB}{v_2} = \frac{9\sqrt{2} \times 10^{-2}}{\frac{3 \times 10^8}{4}} = \frac{9\sqrt{2} \times 4 \times 10^{-2}}{3 \times 10^8} = \frac{12\sqrt{2}}{10^8} \text{ s}$$

$$t_{CB} = 4 \times 10^{-10} \text{ s} = 0.4 \text{ ns}, \quad t_{BC} = 0.5 + 0.4 = 0.9 \text{ ns}$$

بالاخره حل تمام شد اما دقت کردید پاسخ در گزینه ها نیست. البته اگر حل را یاد گرفته اید نگران نباشید.

۱۹۶۵ A

با دوری ضریب شکست یک محیط برابر نسبت سرعت نور در خلأ به سرعت نور در آن محیط است $(n = \frac{c}{v})$.

۱ با توجه به ضریب شکست ها سرعت نور در هر لایه را به دست می آوریم:

$$v_1 = \frac{c}{n} = \frac{c}{1.5}, \quad v_2 = \frac{c}{n'} = \frac{c}{1.7}, \quad v_3 = \frac{c}{n''} = \frac{c}{1.6}$$

۲ پرتو یک بار از بین دو لایه با ضریب شکست های n و n' رد می شود و بار دیگر از

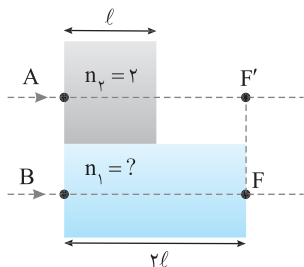
لایه با ضریب شکست n'' و همان طور که می دانید $t = \frac{x}{v}$ بنابراین زمان گذر از هر

لایه را به دست می آوریم:

$$t_1 = \frac{l}{c} \Rightarrow t_1 = 1/5 \frac{l}{c}, \quad t_2 = \frac{l}{v_2} \Rightarrow t_2 = 1/7 \frac{l}{c}$$

$$\Rightarrow \Delta t_{1,2} = t_1 + t_2 \Rightarrow \Delta t = 3/2 \frac{l}{c}, \quad t_3 = \frac{2l}{c} \Rightarrow t_3 = 3/2 \frac{l}{c}$$

۳ بنابراین اختلاف زمان صفر است.

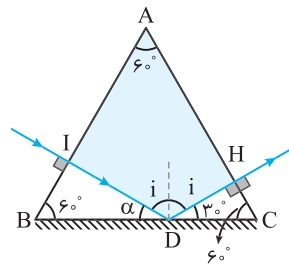


۱) $\frac{3}{2}$ ۲) $\frac{4}{3}$ ۳) $\frac{6}{5}$ ۴) $\frac{5}{3}$

بازی با سوال

شکل روبه رو دو پرتو A و B به طور هم زمان از هوا وارد محیط های شفاف n_1 و n_2 می شوند و به طور هم زمان از نقاط F و F' عبور می کنند. ضریب شکست n_1 کدام است؟

۱۹۶۲ A



۱ نور بر وجه AB عمود تابیده و

زاویه تابش صفر است. از این رو پرتو بدون انحراف از وجه AB می گذرد و در نقطه D به آینه برخورد می کند.

۲ در مثلث قائم الزاویه BID زاویه α برابر است با:

$$\alpha + 60^\circ = 90^\circ \Rightarrow \alpha = 30^\circ$$

۳ بنابراین زاویه تابش بر سطح

آینه $i = 60^\circ$ است و پرتو DH با سطح آینه زاویه 30° می سازد.

۴ زاویه ای که پرتو DH بر وجه AC می سازد 90° بوده و پرتو خروجی از منشور نیز

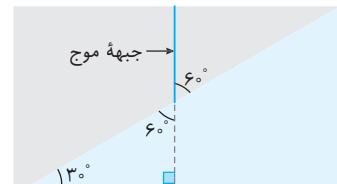
با وجه AC زاویه 90° می سازد.

۱۹۶۳ B

زاویه بین جبهه موج و مرز برابر است با زاویه بین پرتو موج و خط عمود.

۱ در شکل زاویه بین جبهه های شکست و مرز دو محیط 30° است، بنابراین زاویه شکست $(\theta_2 = 30^\circ)$ می شود.

۲ حال باید سراغ زاویه تابش برویم. یکی از جبهه های تابش را امتداد می دهیم تا یک مثلث قائم الزاویه مطابق شکل بسازیم. اکنون مشخص است که جبهه های موج تابش با مرز دو محیط زاویه $\theta_1 = 60^\circ$ می سازند.



۳ بنا به قانون شکست عمومی $\frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} = \frac{v_2}{v_1}$ و از طرفی هنگام گذر موج از یک

محیط به محیط دیگر بسامد ثابت می ماند. از این رو طول موج با تندی انتشار موج در محیط نسبت مستقیم دارد.

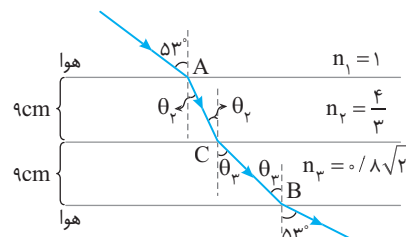
$$\begin{cases} v_1 = f\lambda_1 \\ v_2 = f\lambda_2 \end{cases} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1}$$

۴ اکنون می توانیم نسبت $\frac{\lambda_2}{\lambda_1}$ را حساب کنیم.

$$\frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} = \frac{v_2}{v_1} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \Rightarrow \frac{\sin 30^\circ}{\sin 60^\circ} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \Rightarrow \frac{1/2}{\sqrt{3}/2} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \Rightarrow \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

* ۱۹۶۴ B

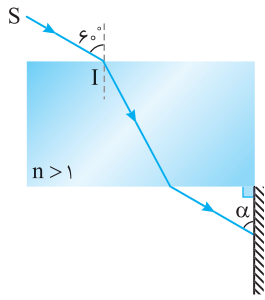
این تست ساده ای است اما طراح، کنکور تجربی رو با المپیاد فیزیک رشته ریاضی اشتباه گرفته. ☺



۱ ابتدا تندی نور در محیط n_2 را حساب می کنیم.

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2} \Rightarrow \frac{4}{3} = \frac{3 \times 10^8}{v_2} \Rightarrow v_2 = \frac{9}{4} \times 10^8 \text{ m/s}$$

* کلید سازمان سنجش ۳. با تأثیر مثبت

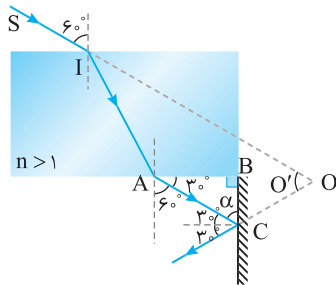


پایسج باز، با سؤال ۱- مطابق شکل.

پرتوی SI از هوا با زاویه تابش 60° به وجه AB یک تیغه متوازی السطوح می تابد و وارد تیغه می شود. این پرتو پس از خروج از تیغه به یک آینه تخت برخورد می کند. پرتو بازتابیده از آینه با امتداد پرتوی SI چه زاویه ای می سازد؟

- ۱) 53° ۲) 120° ۳) 90° ۴) 150°

پایسج پرتو خروجی از تیغه تخت با پرتوی ورودی به تیغه موازی است. بنابراین هر زاویه ای که پرتو بازتاب از آینه با پرتوی خروجی می سازد طبق خطوط موازی و مورب، همان زاویه را با پرتوی SI می سازد. زاویه خروجی از تیغه 60° است و پرتوی خروجی با وجه تیغه زاویه 30° می سازد. مثلث قائم الزاویه بوده و زاویه $\alpha = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$ است. از این رو زاویه تابش بر سطح آینه $i = 30^\circ$ می شود و زاویه بین پرتو بازتاب و پرتو تابش $2i = 60^\circ$ خواهد شد. پرتو SI و پرتو AB موازی هستند، بنابراین زاویه O' بنا به خطوط موازی - مورب 60° و زاویه D، 120° خواهد بود.



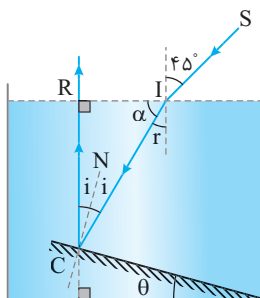
گزینه ۲

۱ ۱۹۶۸ C

۱ ابتدا زاویه شکست در آب را به دست می آوریم:

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \Rightarrow 1 \times \sin 45^\circ = \sqrt{2} \sin r$$

$$\Rightarrow \sin r = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow r = 30^\circ$$



۲ زاویه ای که پرتو شکست با سطح مایع می سازد خواهد شد: $\alpha = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$

۳ مثلث RIC قائم الزاویه است، از این رو زاویه بین پرتو تابش IC و پرتو بازتاب CR خواهد شد:

$$2i + \alpha + 90^\circ = 180^\circ \xrightarrow{\alpha = 60^\circ} 2i + 60^\circ + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow i = 15^\circ$$

یادداشت ریاضی هرگاه دو ضلع یک زاویه بر دو ضلع زاویه دیگر عمود باشند، آن دو زاویه برابر یا مکمل یکدیگرند.

به اضلاع زاویه بازتاب I دقت کنید. یک ضلع آن خط عمود N است که بر سطح آینه یعنی یکی از ضلع های زاویه θ عمود است، ضلع دیگر آن خط RC است که بر سطح افقی یعنی ضلع دیگر زاویه θ عمود است، بنابراین $\theta = i = 15^\circ$ است.

پایسج سرعت انتشار پرتو A از درون محیط شفاف n_2 برابر است با:

$$v = \frac{c}{n_2} \Rightarrow v_A = \frac{c}{2}$$

زمان رسیدن پرتو A به نقطه F' از دو قسمت تشکیل شده است. در جابه جایی

سرعت $\frac{c}{2}$ و در جابه جایی l بعدی تندی انتشار C است؛ بنابراین:

$$\Delta x = vt \Rightarrow t = \frac{\Delta x}{v} \Rightarrow t_A = \frac{l}{\frac{c}{2}} + \frac{l}{c} \Rightarrow t_A = \frac{3l}{c}$$

بنا به فرض مسئله زمان گذر پرتو B از محیط n_1 نیز برابر t_A است، از این رو:

$$t_B = t_A = \frac{3l}{c} \xrightarrow{t_B = \frac{2l}{v_B}} \frac{2l}{v_B} = \frac{3l}{c} \Rightarrow \frac{c}{v_B} = \frac{3}{2} \xrightarrow{n = \frac{c}{v}} n = \frac{3}{2}$$

گزینه ۱

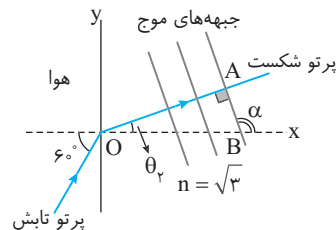
۴ ۱۹۶۶ C

خط فکری

دقت کنید که مرز دو محیط محور لایه است. بنابراین زاویه ای که پرتو تابش با محور Xها می سازد، زاویه تابش است ($\theta_1 = 60^\circ$) یا دانستن این مطلب زاویه شکست را بیابید ($\theta_2 = ?$). سپس با رسم جبهه های موج زاویه بین این جبهه ها با محور Xها را مشخص کرده و شیب این جبهه ها را حساب کنید.

۱ ابتدا با توجه به قانون اسنل زاویه شکست را به دست می آوریم:

$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \frac{\sin 60^\circ}{\sin \theta_2} = \frac{\sqrt{3}}{1} \Rightarrow \sin \theta_2 = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta_2 = 30^\circ$$



۲ همان طور که می دانیم جبهه های موج بر پرتو عمودند، بنابراین جبهه های شکست

بر پرتو شکست عمود بوده و جبهه های شکست با محور Xها زاویه α می سازند در مثلث OAB. زاویه خارجی است و مقدار آن خواهد شد:

$$\alpha = 90^\circ + 30^\circ = 120^\circ$$

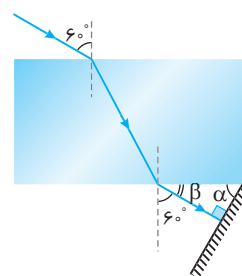
۳ اکنون شیب جبهه های موج شکست قابل محاسبه است:

$$\tan \alpha = \tan 120^\circ = -\tan 60^\circ = -\sqrt{3}$$

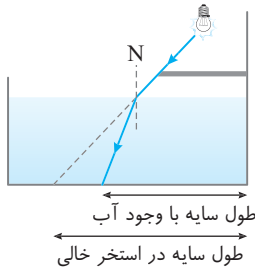
۱ ۱۹۶۷ B

هنگامی بازتاب پرتو تابش روی خودش خواهد بود که پرتو بر سطح آینه عمود باشد. زاویه ورودی به یک تیغه متوازی السطوح با زاویه خروجی از تیغه برابر است. بنابراین زاویه ای که پرتو خروجی با وجه تیغه می سازد $\beta = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$ می شود. پرتو خروجی بر سطح آینه عمود است؛ از این رو زاویه α خواهد شد:

$$\alpha = 180^\circ - (90^\circ + 30^\circ) \Rightarrow \alpha = 60^\circ$$



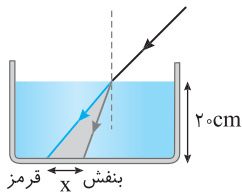
۱ ۱۹۷۱ A



هنگامی که پرتو به سطح آب می‌تابد و وارد آب می‌شود، به خط عمود (N) نزدیک می‌شود و طول سایه کوتاه‌تر می‌شود.

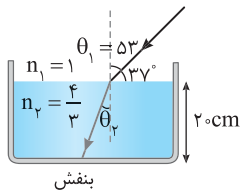
۳ ۱۹۷۲ B

یادآوری عموماً ضریب شکست یک محیط معین برای طول موج‌های کوتاه‌تر، بیشتر است. با توجه به نکته بالا در یک محیط، نور قرمز کمترین و نور بنفش بیشترین ضریب شکست را دارد، بنابراین:



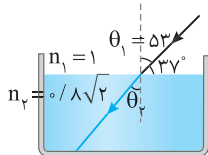
در شکل بالا X خواسته سؤال است، زاویه شکست پرتو بنفش را حساب می‌کنیم:

$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \frac{\sin 53^\circ}{\sin \theta_2} = \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{4}{3} = \frac{4}{\sin \theta_2} \Rightarrow \theta_2 = 37^\circ$$

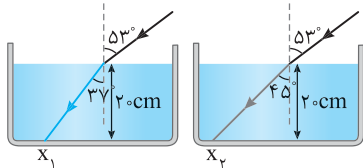


زاویه شکست پرتو قرمز را رسم می‌کنیم:

$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \frac{\sin 53^\circ}{\sin \theta_2} = \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{4}{3} = \frac{4}{\sin \theta_2} \Rightarrow \theta_2 = 45^\circ$$



با توجه به زاویه‌های شکست و اینکه ارتفاع مایع ۲۰cm است، خواهیم داشت:

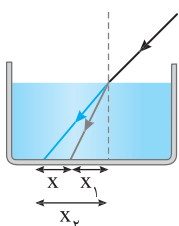


$$\tan 45^\circ = \frac{\text{ضلع روبه‌رو}}{\text{ضلع مجاور}} \Rightarrow \tan 45^\circ = 1 \Rightarrow 1 = \frac{x_2}{20} \Rightarrow x_2 = 20 \text{ cm}$$

$$\tan 37^\circ = \frac{\text{ضلع روبه‌رو}}{\text{ضلع مجاور}} \Rightarrow \tan 37^\circ = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{x_1}{20} \Rightarrow x_1 = 15 \text{ cm}$$

حال X خواسته سؤال را حساب می‌کنیم:

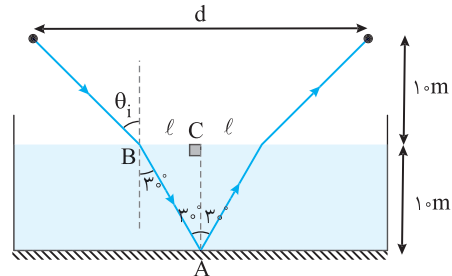
$$x = x_2 - x_1 \Rightarrow x = 20 - 15 = 5 \text{ cm}$$



۲ ۱۹۶۹ C

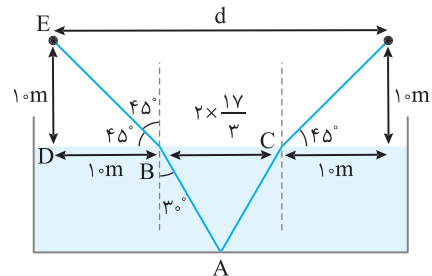
با توجه به قانون بازتاب عمومی زاویه تابش به آینه و بازتاب از آن با هم برابر است، بنابراین در مثلث ABC می‌توان نوشت:

$$\Delta ABC \Rightarrow \tan 30^\circ = \frac{l}{10} \Rightarrow l = \frac{10\sqrt{3}}{3} \text{ m} \Rightarrow l = \frac{17}{3} \text{ m}$$



همچنین می‌توان θ_i را با توجه به قانون شکست اسنل به دست آورد:

$$\frac{\sin \theta_i}{\sin 30^\circ} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \frac{\sin \theta_i}{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{1} \Rightarrow \sin \theta_i = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \theta_i = 45^\circ$$



بنابراین مثلث BDE متساوی‌الساقین بوده و ضلع $BD = 10 \text{ cm}$ می‌شود.

در این صورت با توجه به شکل مقدار d خواهد شد: $d = 10 + 2 \times \frac{17}{3} + 10 = \frac{94}{3} \text{ m}$

۱ ۱۹۷۰ B

خط فکری باید زاویه تابش بر هر وجه را به کمک زوایا و اضلاع روی شکل پیدا کنید.

سیس با داشتن زوایای شکست در هر دو محیط، ضریب شکست آن‌ها را به دست آورید و نسبت $\frac{n}{n'}$ را حساب کنید.

۱ مثلث SAB، متساوی‌الساقین است، بنابراین زاویه β روی شکل 45° ، زاویه تابش پرتو SB بر وجه AB برابر $\theta_{1p} = 45^\circ$ است.

۲ ضلع CD برابر $\sqrt{3}d$ و ضلع SC برابر d است، از این رو زاویه α روی شکل خواهد شد: $\tan \alpha = \frac{d}{\sqrt{3}d} \Rightarrow \alpha = 30^\circ$

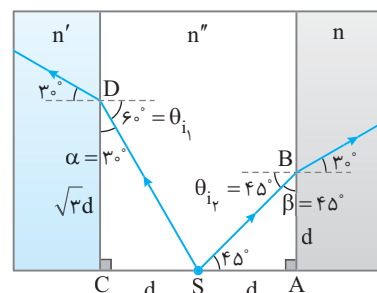
در نتیجه زاویه تابش پرتو SD برابر $\theta_{1i} = 60^\circ$ است.

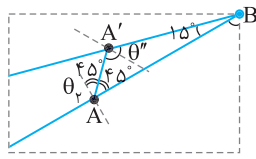
۳ اکنون به کمک قانون شکست اسنل، ضریب شکست هر محیط را حساب می‌کنیم:

$$\frac{\sin \theta_{1i}}{\sin 30^\circ} = \frac{n'}{n''} \Rightarrow n' = \sqrt{3}n'' \quad , \quad \frac{\sin \theta_{1p}}{\sin 30^\circ} = \frac{n}{n''} \Rightarrow n = \sqrt{2}n''$$

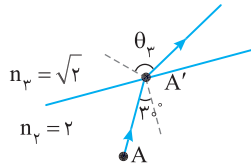
$$\frac{n}{n'} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

نسبت ضریب شکست‌ها خواهد شد:

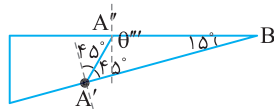




۴ نیم خط عمود را برای پرتو AA' کشیده و زاویه تابش $30^\circ = 90^\circ - 120^\circ$ می شود:
 $\frac{\sin \theta_p}{\sin \theta_p} = \frac{n_p}{n_p} \Rightarrow \frac{\sin 30^\circ}{\sin \theta_p} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \sin \theta_p = \frac{2}{\sqrt{2}} \sin 30^\circ \Rightarrow \sin \theta_p = \frac{\sqrt{2}}{2}$
 $\Rightarrow \theta_p = 45^\circ$



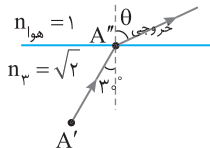
۵ مسیر پرتو در محیط (۳) یعنی A'A'' را دنبال می کنیم:
 $\theta'' + 15^\circ + 45^\circ = 180^\circ \Rightarrow \theta'' = 120^\circ$



۶ نیم خط عمود را برای پرتو A'A'' رسم می کنیم زاویه تابش $30^\circ = 90^\circ - 120^\circ$ می شود:
 قانون شکست برای پرتو خروجی را می نویسیم:

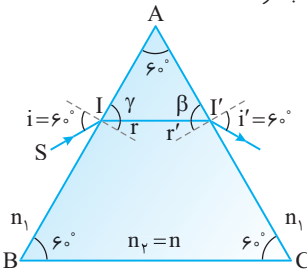
$$\frac{\sin \theta_p}{\sin \theta_{\text{خروجی}}} = \frac{n_{\text{خروجی}}}{n_p} \Rightarrow \frac{\sin 30^\circ}{\sin \theta_{\text{خروجی}}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\sin \theta_{\text{خروجی}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \theta_{\text{خروجی}} = 45^\circ$$



۲ ۱۹۷۵ B

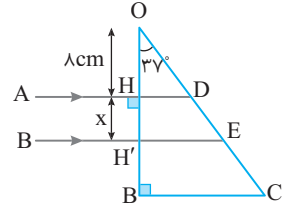
خط فکری تمام زوایای α با هم برابرند، بنابراین مثلث ABC باید یک مثلث متساوی الاضلاع با زوایای 60° باشد. از طرفی زاویه تابش بر وجه AB نیز $i = 60^\circ$ بوده؛ همچنین زاویه پرتو خروجی با خط عمود بر وجه AC نیز $i' = \alpha = 60^\circ$ است. اکنون با توجه به این مطالب باید به سراغ بررسی زوایای γ ، β و زوایای r و r' رفته و به کمک آن ضریب شکست منشور را حساب کرد.



۱ قانون اسنل را برای وجه AB و AC می نویسیم تا ثابت شود دو زاویه r و r' برابر هستند.
 $\begin{cases} AB: n_1 \sin i = n_p \sin r \\ AC: n_1 \sin i' = n_p \sin r' \end{cases}$
 $i = i' \Rightarrow r = r'$
 ۲ با برابر بودن r و r' مشخص می شود که زوایای β و γ نیز برابر هستند.
 ۳ بنابراین زوایای r و r' هر کدام برابر 30° می شوند.
 ۴ ضریب شکست n خواهد شد:

$$n_1 \sin i = n_p \sin r \Rightarrow 1 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = n_p \times \frac{1}{2} \Rightarrow n_p = \sqrt{3}$$

۴ ۱۹۷۳ C



۱ طول مسیر HD در منشور را به کمک مثلثات در مثلث OHD حساب می کنیم:
 $\tan 37^\circ = \frac{HD}{OH} \Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{HD}{8} \Rightarrow HD = 6 \text{ cm}$

۲ سرعت پرتو A در منشور را به کمک تعریف ضریب شکست به دست می آوریم.
 $v_A = \frac{c}{n_A} \xrightarrow{n_A = 1/6} v_A = \frac{c}{1/6}$

۳ زمان حرکت پرتو A در منشور خواهد شد:
 $\Delta x = vt \Rightarrow DH = v_A t_A \Rightarrow 6 = \frac{c}{1/6} t_A \Rightarrow t_A = \frac{6 \times 1/6}{c}$

۴ سرعت پرتو B در منشور را حساب می کنیم:
 $v_B = \frac{c}{n_B} \xrightarrow{n_B = 4/3} v_B = \frac{c}{4/3} \Rightarrow v_B = \frac{3c}{4}$

۵ زمان حرکت B را به دست می آوریم:
 $\Delta x = vt \Rightarrow H'E = v_B t_B \Rightarrow t_B = \frac{H'E}{v_B} \Rightarrow t_B = \frac{H'E}{3c/4} \Rightarrow t_B = \frac{4H'E}{3c}$

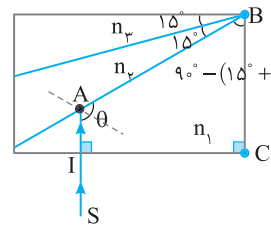
۶ با توجه به فرض مسئله $t_A = t_B$. از این رو خواهیم داشت:
 $\frac{6 \times 1/6}{c} = \frac{4H'E}{3c} \Rightarrow H'E = 7/2 \text{ cm}$

۷ در مثلث OH'E طول ضلع OH' را به دست می آوریم:
 $\tan 37^\circ = \frac{H'E}{OH'} \Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{7/2}{8+x} \Rightarrow 9/6 = 8+x \Rightarrow x = 1/6 \text{ cm}$

۲ ۱۹۷۴ B

یادآوری اگر پرتویی عمود بر مرز بین دو محیط بتابد بدون انحراف وارد محیط دوم می شود.
 ۱ با توجه به یادآوری بالا مسیر پرتو در محیط (۱) را رسم می کنیم:

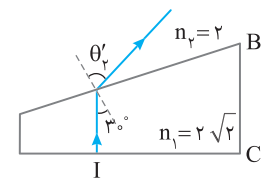
در چهار ضلعی IABC: $\theta + 90^\circ + 90^\circ + 60^\circ = 360^\circ \Rightarrow \theta = 120^\circ$



۲ برای پرتو IA نیم خط عمود را رسم می کنیم، زاویه تابش IA برابر $30^\circ = 90^\circ - 120^\circ$ است حال با توجه به قانون شکست زاویه θ' را حساب می کنیم:

$$\frac{\sin \theta_p}{\sin \theta_1} = \frac{n_p}{n_1} \Rightarrow \frac{\sin 30^\circ}{\sin \theta'} = \frac{2\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow \sin \theta_p = \sqrt{2} \sin 30^\circ \Rightarrow \sin \theta_p = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \theta_p = 45^\circ$$

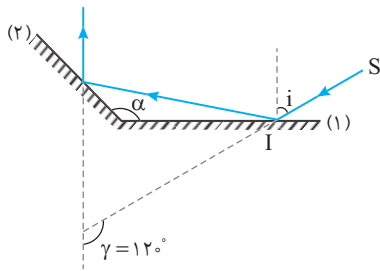


۳ در محیط (۲) مسیر پرتو را کشیده و زاویه تابش را به دست می آوریم:
 $\theta'' + 45^\circ + 15^\circ = 180^\circ \Rightarrow \theta'' = 120^\circ$

پنجره ۱ روبه روی ۲

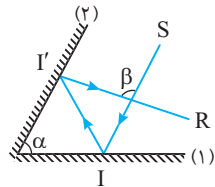
۴ ۱۹۷۶ B

در این گونه بازتاب از سطح آینه‌های متقاطع (پیدا کردن زاویه بین پرتو تابش به آینه (۱) و بازتاب از آینه (۲)) زاویه انحراف پرتو برابر 2α برای $\alpha < 90^\circ$ و $2\alpha - 360^\circ$ برای $\alpha > 90^\circ$ است که به مقدار i بستگی ندارد.



نمای ۵

مطابق شکل روبه روی پرتو SI پس از بازتابش از آینه‌های تخت در مسیر I'R مطابق شکل روبه روی پرتو SI پس از بازتابش از آینه‌های



ریاضی - ۹۲

- ۱ (۱)
- ۲ (۲)
- ۳ (۳)

(۴) بستگی به زاویه تابش آینه (۱) دارد.

با توجه به زاویه خارجی است:

$$\beta = 2i + 2i' = 2(i + i') \quad (1)$$

از طرفی داریم:

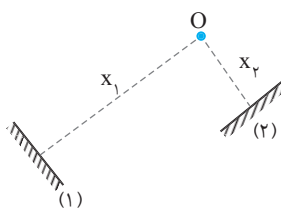
$$\alpha + 90^\circ - i' + 90^\circ - i = 180^\circ \Rightarrow \alpha = i' + i \quad (2)$$

با توجه به رابطه (۱) و (۲) خواهیم داشت:

$$\beta = 2\alpha$$

گزینه ۲

۲ ۱۹۷۶ B



برای آنکه گوش بتواند صدای دو پژواک را از هم تشخیص دهد باید اختلاف زمانی رسیدن دو پژواک به گوش $\le 1/5$ باشد. زمان رفت و برگشت پژواک شماره (۱) برابر است

$$2x_1 = vt_1 \Rightarrow t_1 = \frac{2x_1}{v}$$

زمان رفت و برگشت پژواک شماره (۲) خواهد شد:

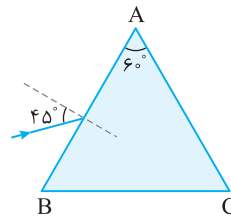
$$2x_2 = vt_2 \Rightarrow t_2 = \frac{2x_2}{v}$$

اختلاف این دو زمان باید $\le 1/5$ باشد.

$$t_1 - t_2 = \frac{2x_1}{v} - \frac{2x_2}{v} \Rightarrow \frac{2(x_1 - x_2)}{320} \Rightarrow x_1 - x_2 = 16m$$

باید اختلاف x_1 و x_2 باشد که تنها در گزینه (۲) چنین است.

نمای ۳



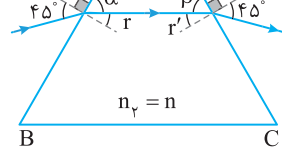
بازی با سوال مطابق شکل روبه روی پرتو تک‌رنگی از هوا با زاویه 45° به وجه AB منشوری می‌تابد و با همان زاویه از وجه AC بیرون می‌رود. ضریب شکست منشور کدام است؟

- ۱) ۲
- ۲) $\sqrt{2}$
- ۳) ۳
- ۴) $\sqrt{3}$

با توجه به قانون اسنل $n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$ چون

زاویای ورودی و خروجی هر کدام 45° است، زاویای r و r' نیز با هم برابرند.

با توجه به شکل می‌توان نوشت:



$$\begin{cases} \alpha + r = 90^\circ \\ \beta + r' = 90^\circ \end{cases} \Rightarrow \alpha + \beta + r + r' = 180^\circ \quad (I)$$

مجموع زاویای داخلی یک مثلث 180° است. از این رو:

$$\alpha + \beta + A = 180^\circ \quad (II)$$

از روابط (I) و (II) نتیجه می‌شود: $A = r + r'$. یعنی مجموع زاویه‌های شکست داخلی برابر با زاویه رأس منشور است.

$$A = r + r' \xrightarrow{r=r'} 60^\circ = 2r \Rightarrow r = 30^\circ$$

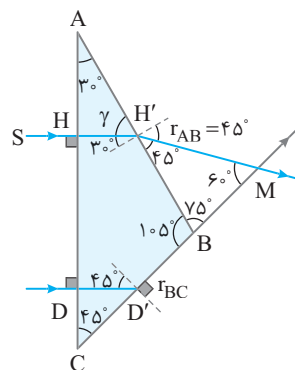
ضریب شکست خواهد شد:

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \xrightarrow{\frac{n_1=1}{n_2=n}} n = \frac{\sin i}{\sin r} \Rightarrow n = \frac{\sin 45^\circ}{\sin 30^\circ} \Rightarrow n = \sqrt{2}$$

در منشور مجموع زاویه‌های شکست داخلی برابر زاویه رأس منشور است.

گزینه ۲

۳ ۱۹۷۶ B



هر دو پرتو بدون انحراف وارد منشور شده‌اند؛ یعنی زاویه بین این پرتوها و وجه AC، 90° است.

زاویه بین پرتو HH' با وجه AB برابر $90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$ است. در نتیجه زاویه تابش پرتو HH' برابر 30° خواهد شد.

زاویه شکست بر وجه AB را با حرف r_{AB} نشان داده و مقدار آن را حساب می‌کنیم.

$$AB \text{ در وجه } n_1 \sin i = n_2 \sin r \Rightarrow \sqrt{2} \times \sin 30^\circ = 1 \times \sin r_{AB} \Rightarrow r_{AB} = 45^\circ$$

با همین استدلال زاویه تابش پرتو DD' بر وجه BC، برابر 45° است. زاویه شکست بر وجه BC را با حرف r_{BC} نشان داده و مقدار آن را به دست می‌آوریم.

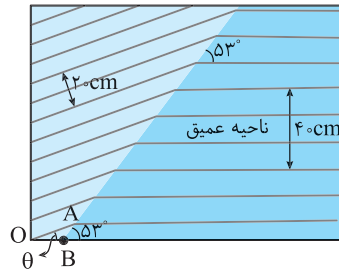
$$BC \text{ در وجه } n_1 \sin i = n_2 \sin r \Rightarrow \sqrt{2} \times \sin 45^\circ = 1 \times \sin r_{BC} \Rightarrow r_{BC} = 90^\circ$$

زاویه A و C به ترتیب 30° و 45° بوده، بنابراین در مثلث ABC زاویه B برابر $105^\circ - (45^\circ + 30^\circ) = 105^\circ$ خواهد شد.

بنابراین در مثلث H'BM زاویه بین دو پرتو، 60° به دست می‌آید.

۲ ۱۹۷۶ C
۳ یادآوری

فاصله دو جبهه موج متوالی برابر یک طول موج (λ) است.



۱ طول موج در ناحیه عمیق برابر است با: $3\lambda_1 = 40 \Rightarrow \lambda_1 = \frac{40}{3} \text{ cm}$

۲ طول موج در ناحیه کم عمق تر: $2\lambda_2 = 40 \Rightarrow \lambda_2 = 20 \text{ cm}$

۳ زاویه ای که جبهه موج با مرز دو محیط می سازد برابر زاویه بین پرتو و خط عمود است. بنابراین زاویه تابش $\theta_1 = 53^\circ$ است.

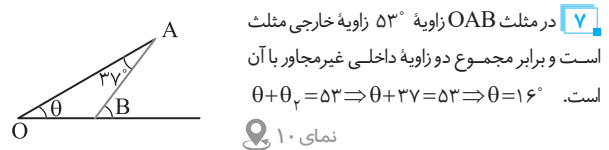
۴ بسامد موج از یک محیط به محیط دیگر ثابت است. در این صورت طول موج با تندی انتشار موج در محیط نسبت مستقیم دارد.

$$\begin{cases} v_1 = f\lambda_1 \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{v_2 - 10}{v_1 - 40} \Rightarrow \frac{v_2}{3} = \frac{v_2 - 10}{4} \\ v_2 = f\lambda_2 \end{cases}$$

۵ با توجه به قانون شکست عمومی می توان نوشت:

$$\frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} = \frac{v_2}{v_1} \Rightarrow \frac{\sin \theta_2}{\sin 53^\circ} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{\sin \theta_2}{0.8} = \frac{3}{4} \Rightarrow \sin \theta_2 = 0.6 \Rightarrow \theta_2 = 37^\circ$$

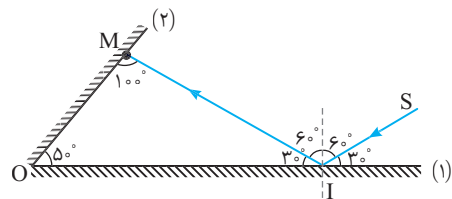
۶ بنابراین زاویه بین جبهه موج شکست و مرز محیط 37° است.



۳ ۱۹۷۶ B
۴

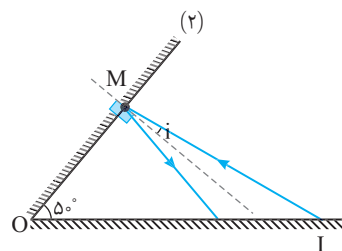
۱ زاویه تابش به آینه (۱) برابر $90 - 30 = 60^\circ$ است.

۲ در شکل (الف) زاویه ای که پرتو با سطح آینه (۲) می سازد، یعنی زاویه M برابر خواهد شد با: $\Delta OMI \Rightarrow \hat{M} + 30^\circ + 50^\circ = 180^\circ \Rightarrow \hat{M} = 100^\circ$



شکل (الف)

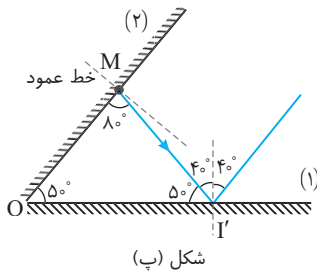
۳ در شکل (ب) خط عمود بر آینه (۲) را رسم کرده ایم تا زاویه ای که پرتو بازتاب از آینه (۲) با سطح آینه می سازد را بیابیم. زاویه \hat{I} روی شکل برابر است با: $\hat{i} = 100^\circ - 90^\circ = 10^\circ$



شکل (ب)

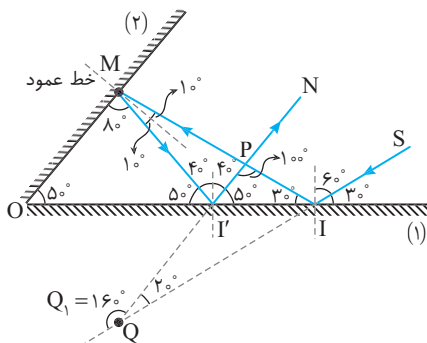
بنابراین زاویه بازتاب از آینه (۲) نیز 10° است و این پرتو با سطح آینه (۲) زاویه $90^\circ - 10^\circ = 80^\circ$ می سازد.

۴ با توجه به شکل زاویه ای که پرتو بازتاب MI' با سطح آینه (۱) می سازد 50° است و زاویه تابش در این نقطه 40° می شود.

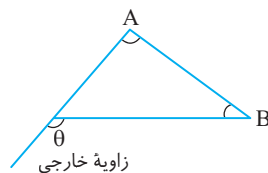


شکل (ب)

۵ اکنون مسیر کامل پرتو SI را پس از بازتاب از آینه های (۱) و (۲) رسم می کنیم و پرتو SI و پرتو I'N را امتداد می دهیم تا یکدیگر را قطع کنند و زاویه بین آنها را که روی شکل با حرف Q_1 نشان داده ایم، حساب می کنیم.



زاویه خارجی مثلث همواره برابر مجموع دو زاویه داخلی غیر مجاور با آن است. $\hat{\theta} = \hat{A} + \hat{B}$



در شکل زاویه Q_1 زاویه خارجی مثلث QIP است. بنابراین:

$$Q_1 = 100^\circ + 30^\circ + 30^\circ = 160^\circ$$

نمای ۵

۲ ۱۹۷۶ B
۵

۱ پرتو SI که به سطح آینه M_2 می تابد با سطح آینه زاویه $90 - 20 = 70^\circ$ می سازد.

۲ زاویه تابش بر سطح آینه M_2 برابر 20° و زاویه بین پرتو بازتاب از آینه (۲) و پرتو تابش بر آینه M_2 برابر $40^\circ = 2 \times 20^\circ$ است.

۳ با توجه به شکل زاویه α یعنی زاویه بین پرتو تابش (II') با سطح آینه

برابر $90 - 40 = 50^\circ$ است بنابراین زاویه تابش و بازتاب بر سطح آینه M_1 برابر 40° می باشد.

۴ خط عمود بر آینه M_1 و پرتو SI موازی هستند و بنا به خاصیت موازی مورب زاویه $D = 40^\circ$ می شود.

میانبر در آینه های متقاطع پس از دو بار بازتاب زاویه انحراف دو برابر زاویه بین دو آینه است. $D = 2 \times 20 = 40^\circ$

نمای ۵

۱ بسامد موج از یک محیط به محیط دیگر ثابت می ماند از این رو:

$$\begin{cases} v_1 = f\lambda_1 \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \Rightarrow \frac{v_2}{450} = \frac{450}{600} \Rightarrow \frac{v_2}{4} = \frac{3}{6} \\ v_2 = f\lambda_2 \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \Rightarrow \frac{v_2}{450} = \frac{450}{600} \Rightarrow \frac{v_2}{4} = \frac{3}{6} \end{cases}$$

۲ بنا به قانون شکست عمومی خواهیم داشت:

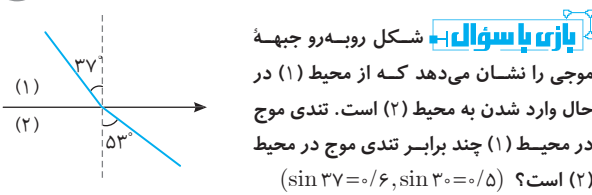
$$\frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} = \frac{v_2}{v_1} \Rightarrow \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} = \frac{3}{4} \quad (I)$$

۳ زاویه α و β متمم هستند ($\alpha + \beta = 90^\circ$) بنابراین:

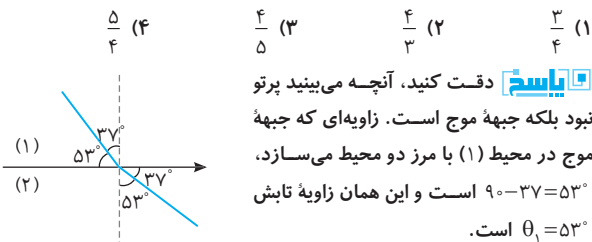
$$\sin \beta = \cos(90 - \beta) \Rightarrow \sin \beta = \cos \alpha$$

۴ در رابطه I جای گذاری می کنیم: $\frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{3}{4} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{4}{3} \Rightarrow \alpha = 53^\circ$

نمای ۹ و ۱۰



باز با سوال شکل روبه رو جبهه موجی را نشان می دهد که از محیط (۱) در حال وارد شدن به محیط (۲) است. تندی موج در محیط (۱) چند برابر تندی موج در محیط (۲) است؟ ($\sin 37^\circ = 0.6, \sin 53^\circ = 0.4$)

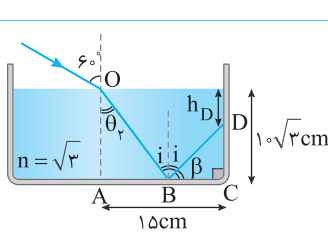


زاویه بین جبهه موج در محیط (۲) با مرز دو محیط $90 - 53 = 37^\circ$ است یعنی زاویه شکست در محیط (۲) برابر 37° است.

بنا به قانون شکست عمومی:

$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{v_1}{v_2} \Rightarrow \frac{\sin 53^\circ}{\sin 37^\circ} = \frac{v_1}{20} \Rightarrow \frac{0.4}{0.6} = \frac{v_1}{20} \Rightarrow v_1 = 13.3 \text{ m/s}$$

گزینه ۲



۱ ابتدا زاویه شکست را به کمک قانون اسنل به دست می آوریم.

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \Rightarrow 1 \times \sin 60^\circ = \sqrt{3} \sin \theta_2$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} \sin \theta_2 \Rightarrow \sin \theta_2 = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta_2 = 30^\circ$$

۲ بنا به خاصیت موازی مورب زاویه تابش i با θ_2 برابر است. از این رو: $i = \theta_2 = 30^\circ$

۳ فاصله AB را به دست می آوریم.

$$\tan \theta_2 = \frac{AB}{OA} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{AB}{10\sqrt{3}} \Rightarrow AB = 10 \text{ cm}$$

$$15 - 10 = 5 \text{ cm}$$

۴ فاصله BC خواهد شد:

۵ فاصله DC را به دست می آوریم:

$$i = 30^\circ \Rightarrow \beta = 90 - 30 = 60^\circ$$

$$\Delta BCD: \tan \beta = \frac{DC}{BC} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{DC}{5} \Rightarrow DC = 5\sqrt{3} \text{ cm}$$

$$h_D = 10\sqrt{3} - 5\sqrt{3} = 5\sqrt{3} \text{ cm}$$

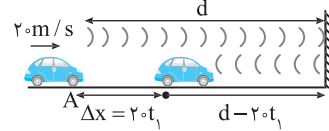
نمای ۱۰

۱ ۱۹۷۶ C

حالت اول: در مدت t_1 که پژواک به راننده می رسد خودرو با تندی 20 m/s به اندازه $20t_1$ جلو می رود و به مانع نزدیک می شود. بنابراین صوت مسیری که طی می کند

$$l = d + d - 20t_1$$

مطابق شکل برابر است با:

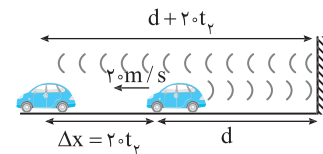


تندی انتشار صوت 340 m/s است بنابراین خواهیم داشت:

$$l = v_{\text{صوت}} t_1 \Rightarrow 2d - 20t_1 = 340t_1 \Rightarrow 2d = 360t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{d}{180}$$

حالت دوم: خودرو با تندی 20 m/s در مدت t_2 به اندازه $\Delta x = 20t_2$ از صخره دور می شود و مطابق شکل مسافتی که صوت طی می کند تا به مانع برسد و از آن برگردد تا به راننده برسد خواهد شد:

$$l_2 = d + d + 20t_2 \Rightarrow l_2 = 2d + 20t_2$$



l_2 را صوت با تندی 340 m/s طی کرده است بنابراین:

$$l_2 = v_{\text{صوت}} t_2 \Rightarrow 2d + 20t_2 = 340t_2 \Rightarrow 2d = 320t_2 \Rightarrow t_2 = \frac{d}{160}$$

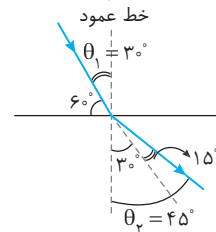
با توجه به فرض مسئله $t_2 - t_1 = 0.25 \text{ s}$ است در نتیجه:

$$\frac{d}{160} - \frac{d}{180} = 0.25 \Rightarrow \frac{9d - 8d}{1440} = 0.25 \Rightarrow \frac{d}{1440} = 0.25 \Rightarrow d = 1440 \times 0.25 \Rightarrow d = 360 \text{ m}$$

نمای ۳

۱ ۱۹۷۶ C

ابتدا زاویه تابش $\theta_1 = 90 - 60 = 30^\circ$ و زاویه شکست $\theta_2 = 30 + 15 = 45^\circ$ را مشخص



می کنیم. سپس با استفاده از رابطه زیر خواهیم داشت:

$$\frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} = \frac{v_2}{v_1} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \Rightarrow \frac{\sin 45^\circ}{\sin 30^\circ} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \Rightarrow \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{1}{2}} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \Rightarrow \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \sqrt{2}$$

نمای ۹

۳ ۱۹۷۶ B

۸ یادآوری ضریب شکست یک محیط شفاف برای طول موج های مختلف نور متفاوت است و هرچه طول موج بزرگتر باشد، ضریب شکست کمتر بوده و پرتو کمتر منحرف می شود (می شکند).

۱ طول موج نور قرمز از طول موج نور سبز بلندتر بوده و ضریب شکست شیشه برای نور قرمز کمتر بوده و نور قرمز کمتر منحرف می شود.

۲ پرتو از هوا وارد شیشه شده از این رو پرتوهای شکست به خط عمود نزدیک تر می شوند.

۳ بنابراین پرتوها وقتی وارد شیشه می شوند از هم جدا شده و نور سبز به خط عمود نزدیک تر می شود

بنابراین گزینه (۳) درست است.

نمای ۱۲

۲ ۱۹۷۶ C

۹ نکته زاویه بین جبهه های موج و مرز دو محیط برابر زاویه بین پرتو و خط عمود است. زاویه تابش در محیط (۱) برابر $\theta_1 = \alpha$ و زاویه شکست $\theta_2 = \beta$ است.

۹ نکته فاصله جبهه های موج از هم برابر طول موج است. طول موج در محیط اول برابر $\lambda_1 = 600 \text{ nm}$ و در محیط دوم برابر $\lambda_2 = 450 \text{ nm}$ است.

پنجره ۳

B ۱۹۸۱ ۳

طول موج را حساب کرده با ابعاد مانعها مقایسه می کنیم.

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \times 10^8 \text{ m/s}}{2 \times 10^9 \text{ Hz}} \rightarrow \lambda = \frac{3 \times 10^8}{2 \times 10^9} = \frac{3}{20} \text{ m}$$

$$\Rightarrow \lambda = 15 \text{ cm}$$

هرچه اختلاف بین پهنای شکاف و طول موج کمتر شود، پراش بارزتر است بنابراین گزینه (۳) درست است.

B ۱۹۸۲ ۲

مطابق شکل پهنای شکاف از طول موج بزرگتر است پس برای آنکه پراش بارزتر شود باید پهنای شکاف در درون طول موج باشد یعنی باید اختلاف پهنای شکاف و طول موج از هم کمتر شود. الف) نور بنفش طول موج کوتاهتری از نور سبز دارد پس با بنفش شدن نور طول موج کاهش یافته اختلاف طول موج و پهنای شکاف بیشتر شده و پراش کمتر رخ می دهد. ب) پهنای شکاف از طول موج بزرگتر است پس با کاهش پهنای شکاف اختلاف پهنای شکاف و طول موج کم می شود و پراش بارزتر رخ می دهد.

ب) هرچه ضریب شکست یک محیط کمتر باشد با توجه به قانون شکست

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{n_1}{n_2}$$

بزرگتر بوده پس با افزایش طول موج اختلاف پهنای شکاف و طول موج از هم کمتر شده و پراش بارزتر رخ می دهد.

A ۱۹۸۳ ۱

یادآوری: در آب های کم عمق مانند تشتت موج با افزایش عمق آب، تندی موج و در نتیجه طول موج ($\lambda = \frac{v}{f}$) افزایش می یابد.

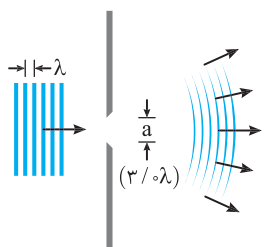
پهنای لبه مانع از طول موج بزرگتر است، هرچه پهنای لبه مانع در حدود طول موج باشد پراش بارزتر رخ می دهد. پس باید اختلاف پهنای لبه مانع و طول موج از هم کاهش یابد یعنی باید پهنای لبه مانع کاهش یابد یا طول موج افزایش یابد. با توجه به یادآوری با کاهش عمق آب تندی انتشار امواج سطحی آب کاهش یافته و طول موج نیز کمتر می شود و اختلاف پهنای لبه مانع و طول موج افزایش می یابد و پراش بارزتر نمی شود و گزینه (۳) نادرست است.

با توجه به رابطه $\lambda = \frac{v}{f}$ با افزایش بسامد طول موج مجدد کاهش یافته و با توجه به

توضیح بالا پراش بارزتر نمی شود و گزینه (۲) نادرست است.

با افزایش عمق آب، تندی انتشار موج و در نتیجه طول موج افزایش یافته و طول موج به ابعاد لبه تیغ نزدیکتر می شود و پراش بارزتر خواهد شد.

A ۱۹۸۴ ۱



با توجه به شکل پهنای شکاف از طول موج بزرگتر است پس زمانی پراش بارزتر می شود که طول موج در محدوده پهنای شکاف باشد و در واقع اختلاف پهنای شکاف و طول موج کمتر شود. با تکرار آزمایش در محیط n_2 چون ضریب شکست بیشتر شده

$$\left(\frac{v_2}{v_1} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{n_1}{n_2} \right)$$

طول موج کاهش یافته

و اختلاف پهنای شکاف و طول موج بیشتر می شود و پراش کمتری رخ می دهد. بنابراین در محیط n_1 قسمت بیشتری از پرده روشن خواهد شد چون پراش بارزتر خواهد بود.

بازی با سوال: برای پرتوی نور تکفامی در یک محیط شفاف به ضریب شکست $n = 1/4$ هنگام گذر از یک شکاف پراش رخ می دهد. در کدام محیط،

در گذر همین پرتو از همین شکاف، پراش بارزتری رخ می دهد؟

$$n = 1/5 \quad (2) \quad n = 1/2 \quad (1)$$

$$n = 1/6 \quad (3) \quad (4) \text{ ضریب شکست نقشی در پراش ندارد.}$$

A ۱۹۷۷ ۳

شکل (الف) پراش آب هنگام گذر از شکاف است. شکل (ب) طرحواره پراش موج در برخورد به لبه های مانع است. شکل (پ)، شکست امواج آب در تشتت موج است. شکل (ت) طرحواره جبهه های موج در پدیده شکست است.

A ۱۹۷۸ ۴

هرگاه موج از شکافی بگذرد که بزرگی دهانه شکاف در حدود طول موج آن موج باشد، پدیده پراش رخ خواهد داد و این پدیده برای تمام امواج هنگام گذر از لبه های مانع یا از یک شکاف رخ می دهد، بنابراین برای امواج مکانیکی عرضی، امواج مکانیکی طولی و امواج الکترومغناطیسی رخ می دهد و برای امواج با طول موج کوتاه نیز کافی است پهنای شکاف یا ابعاد مانع در حدود طول موج باشد، بنابراین گزینه (۴) نادرست است.

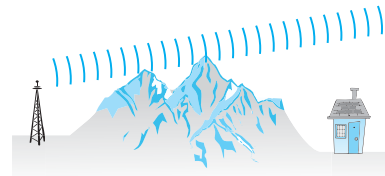
A ۱۹۷۹ ۳

در گذر موج از یک شکاف یا مانع، طول موج پراشیده تغییر نمی کند در گزینه (۱) فاصله بین جبهه های موج کم شده یعنی طول موج پس از پراش کوتاه تر شده که نادرست است. در گزینه (۲) فاصله بین جبهه های موج پس از عبور از شکاف افزایش یافته یعنی طول موج بلندتر شده و این گزینه نیز نادرست است. در گزینه (۳) موج پراش پیدا کرده و فاصله جبهه های موج یعنی طول موج تغییر نکرده و این گزینه درست است.

در گزینه (۴) با توجه به آنکه پهنای شکاف با فاصله جبهه ها (طول موج) در حدود هم هستند. یعنی پهنای شکاف از مرتبه طول موج است، پراش رخ نداده و این گزینه نادرست است.

A ۱۹۸۰ ۳

مطابق شکل داده شده با طول موج حدود ۱ km پراش بارز رخ داده پس باید طول موج در محدوده ابعاد مانع (همان نوک کوه) باشد پس با کاهش زیاد طول موج و رساندن آن به حدود چند سانتی متر دیگر طول موج و ایجاد لبه مانع در محدوده قائم نبوده و پراش به طور کمتری رخ می دهد و به گیرنده که در ناحیه سایه مانع قرار دارد نمی رسد.



بازی با سوال: چه تعداد از گزاره های زیر درست است؟

الف) برای یک طول موج معین پراش زا روزنه کوچکتر بارزتر است.

ب) برای روزنه ای با اندازه معین، پراش طول موج های کوتاه تر، بارزتر است.

پ) پراشیدگی امواج رادیویی AM در اطراف یک ساختمان از امواج FM در اطراف آن ساختمان بارزتر است.

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

پاسخ: در پدیده پراش، هرچه روزنه کوچکتر شود، پراش برای یک طول موج معین بارزتر خواهد بود و گزاره الف) درست است.

در پدیده پراش، در گذر موج از یک مانع با یک روزنه هرچه طول موج نسبت به ابعاد مانع یا روزنه بزرگتر باشد، پراش به نحو بارزتری رخ می دهد و گزاره ب) نادرست است.

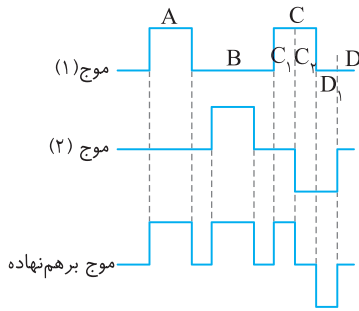
طول موج امواج رادیویی AM از طول موج امواج رادیویی FM بلندتر است (با توجه به شکل صفحه ۷۶ کتاب درسی) بنابراین پراش امواج AM در اطراف یک ساختمان از پراش امواج FM در اطراف همان ساختمان بارزتر است و گزاره پ) درست است.

بنابراین دو گزاره الف) و ب) درست است و پاسخ گزینه (۳) می باشد.

گزینه ۳

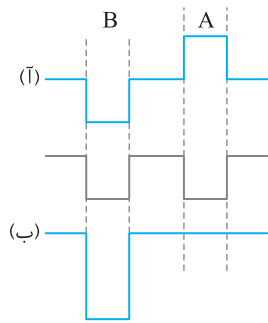
۲ ۱۹۹۰ A

طبق اصل برهم‌نهی، تأثیر دو موج (۱) و (۲) را تک‌تک بررسی می‌کنیم تا اثر خالص که برابر مجموع اثرهای این دو موج است را به دست آوریم. در قسمت A، محیط تنها تحت تأثیر موج (۱) است و به اندازه موج (۱) بالا می‌رود. در بخش میانی قسمت B، محیط تحت تأثیر موج (۲) است و در این قسمت محیط به اندازه موج (۲) بالا می‌رود. در قسمت C_۱ محیط تحت تأثیر موج (۱) است و بالا می‌رود و در قسمت C_۲ دو موج متداخل و ویرانگر دارند و محیط تغییری ندارد و در قسمت D_۱ محیط تحت تأثیر موج (۲) پایین می‌رود و موج برهم‌نهاده حاصل مطابق شکل زیر است.



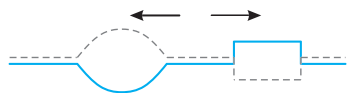
۱ ۱۹۹۱ B

تپ (آ) به صورت روبه‌رو است. این تپ پس از برهم‌نهی با تپ دیگری به صورت (ب) شده است. همان‌طور که مشخص است در این تداخل در قسمت A تداخل ویرانگر و در قسمت B تداخل سازنده بوده است. بنابراین گزینه (۱) درست است.



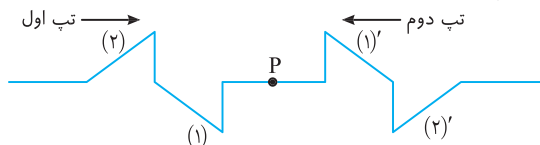
۱ ۱۹۹۲ B

دقت کنید در متن سؤال از شما خواسته شده تپی را رسم کنید که در یک لحظه تپ اول را خنثی کند نه در یک نقطه، یعنی تپی که هم‌زمان قسمت مستطیلی و قسمت خمیده را خنثی کند، بنابراین با توجه به شکل روبه‌رو گزینه (۱) درست است. در واقع دو تپ در لحظه موردنظر قرینه محوری هم هستند و در یک لحظه تپ اول خنثی شده و محیط ساکن به نظر می‌رسد اما بعد از این لحظه تپ اول و دوم از هم جدا می‌شوند و به مسیر خود ادامه می‌دهند.



۳ ۱۹۹۳ B

برای آنکه نقطه P ساکن بماند، باید دو تپ در تمام لحظه‌های گذر از نقطه P برهم‌نهی و ویرانگر انجام دهند. با توجه به شکل وقتی قسمت (۱) تپ اول به نقطه P می‌رسد می‌خواهد آن را به پایین بیاورد و هم‌زمان با آن قسمت (۱)' تپ دوم به P می‌رسد و می‌خواهد P را بالا ببرد به همین دلیل ساکن می‌ماند. در ادامه مسیر، قسمت (۲) تپ اول و قسمت (۲)' تپ دوم به P می‌رسند و چون تداخل ویرانگر دارند P ساکن می‌ماند بنابراین گزینه (۳) درست است.



۱ پاسخ

هرچه ضریب شکست محیطی کمتر باشد، طول موج در آن محیط بلندتر می‌شود ($\lambda_2 = \frac{n_1}{n_2} \lambda_1$) و با همان شکاف، پراش بهتری رخ می‌دهد. بنابراین اگر محیط جدید، ضریب شکستش از ۱/۴ کمتر باشد، طول موج در آن محیط بلندتر شده و پراش بارزتر است، از این‌رو گزینه (۱) درست است.

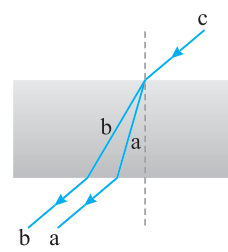
۱ گزینه

۲ ۱۹۸۵ A

با توجه به جدول درسی دربارهٔ تندی صوت در هوای ۰°C و ۲۰°C به ترتیب ۳۳۱ m/s و ۳۴۳ m/s است. با ثابت بودن بسامد طول موج صوت در هوای ۲۰°C بلندتر است و چون در ابتدا پهنای شکاف بزرگتر از طول موج است پس با افزایش طول موج، اختلاف بین پهنای شکاف و طول موج کاهش یافته و در واقع طول موج به محدوده پهنای شکاف نزدیکتر می‌شود پس پراش بهتر اتفاق می‌افتد.

۲ ۱۹۸۶ B

در گذر از مرز دو محیط، شکست برای طول موج‌های کوتاه‌تر بیشتر است. با توجه به شکل، شکست پرتو b کمتر از شکست پرتو a است. بنابراین طول موج پرتو b بلندتر از طول موج پرتو a است. چون شکاف آزمایش پراش از طول موج‌های a و b بزرگتر است پس هرچه طول موج یک پرتو بلندتر باشد آن طول موج به محدوده پهنای شکاف نزدیک‌تر بوده و پراش بارزتر رخ می‌دهد. بنابراین پراش حاصل از پرتو b بارزتر از پراش حاصل پرتو a است.

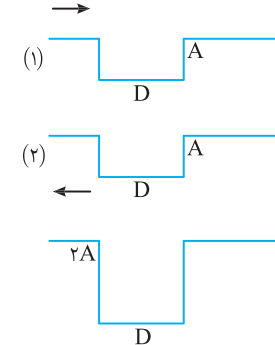


۴ ۱۹۸۷ A

ترکیب موج‌ها با یکدیگر را تداخل می‌گویند و ترکیب همگی امواج از اصل برهم‌نهی پیروی می‌کند، بنابراین تداخل تمام امواج از هر نوعی از اصل برهم‌نهی پیروی می‌کند.

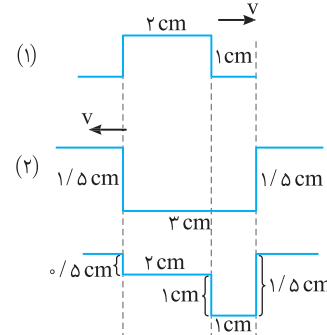
۲ ۱۹۸۸ A

با توجه به شکل، برهم‌نهی (تداخل) دو تپ در لحظه نشان داده شده سازنده است. پهنای دو تپ D است و دامنه آن‌ها A است تپ برهم‌نهاده نیز دارای دامنه ۲A و پهنای D خواهد بود.

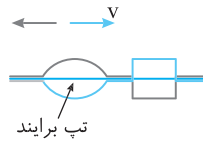


۴ ۱۹۸۹ A

بر هم‌نهی دو تپ و ویرانگر است اما در لحظه نشان داده شده تنها ۲cm از پهنای این تپ‌ها بر هم نهاده می‌شوند و چون دامنه موج (۱) ۱cm و دامنه موج (۲) ۱/۵cm است، موج برهم‌نهاده در این قسمت ۰/۵cm جابه‌جایی دارد و در ۱cm سمت راست موج (۲) برهم‌نهی رخ نمی‌دهد و جابه‌جایی این قسمت ۱/۵cm است.



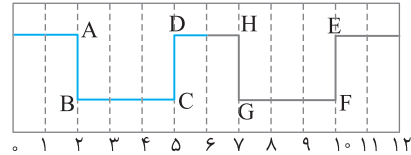
۴ ۱۹۹۴ B



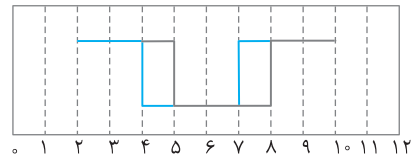
تپ گزینۀ (۱) تنها در یک لحظه تپ نشان داده شده را خنثی می کند و پس از عبور دو تپ از هم، تپها با همان شکل قبلی منتشر می شوند بنابراین هیچ تپی نمی تواند برای همیشه تپ نشان داده شده را خنثی کند و آن را از بین ببرد. تپهای رسم شده در گزینه (۲) و (۳) در هیچ لحظه ای در هم پوشانی با تپ اول نمی توانند آن را خنثی کنند.

۲ ۱۹۹۵ C

پس از ۲s تپ ABCD و تپ EFGH هر کدام ۲cm به جلو می روند.



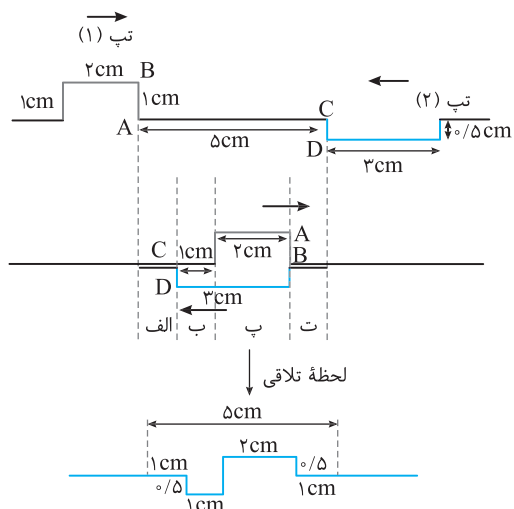
۲s از پس



بین ۵ تا ۷، برهم نهی سازنده رخ می دهد و دامنه دو برابر می شود. بین ۴ تا ۵، محیط تنها تحت تأثیر تپ ABCD است و به اندازه یک دامنه پایین می آید و بین ۷ تا ۸ نیز محیط تحت تأثیر تپ EFGH یک دامنه پایین می آید و شکل به صورت مقابل می شود:

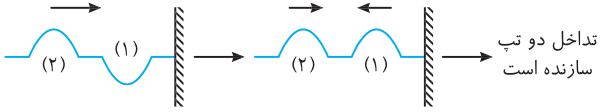
۲ ۱۹۹۶ C

دو تپ هر کدام در مدت ۲s با سرعت ۲cm/s به اندازه $2 \times 2 = 4\text{cm}$ پیشروی می کنند. بنابراین پیشانی تپ (۱) AB را ۴cm به جلو می بریم، همچنین تپ (۲) را نیز ۴cm جلو می بریم. در قسمت (الف) محیط تحت تأثیر هیچ کدام از دو تپ نیست و تغییری نمی کند و در قسمت (ب) محیط تنها تحت تأثیر تپ (۲) بوده و به پهنای ۱cm به اندازه $0.5/\Delta t = 0.5/\Delta t$ بالا می رود و در قسمت (ت) نیز جابه جایی وجود ندارد.

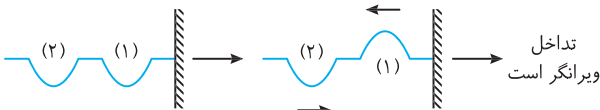


۲ ۱۹۹۷ A

به تپ (شکل) الف نگاه کنید. ابتدا تپ (۱) به انتهای ثابت می رسد. در بازتاب از مانع وارونه می شود یعنی رو به بالا بر می گردد، بنابراین مطابق شکل در برگشت وقتی تپ (۱) با تپ (۲) تلاقی می کند، تداخل سازنده خواهد بود.

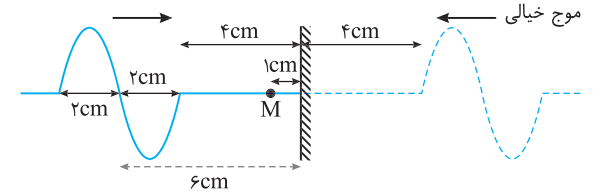


در شکل (ب) وقتی تپ (۱) به انتهای ثابت می رسد، در بازتاب از مانع وارونه می شود و رو به پایین برمی گردد در این صورت تپ بازتابیده می خواهد ذرات محیط را بالا ببرد و تپ (۲) می خواهد ذرات محیط را پایین بیاورد، بنابراین هنگام تلاقی آن ها تداخل ویرانگر است.

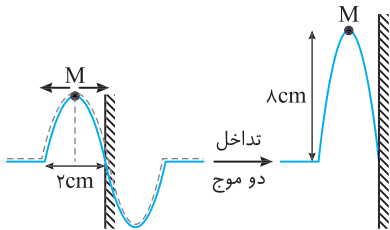


۲ ۱۹۹۸ B

با توجه به تندی موج در مدت ۴s، موج به اندازه $4 \times \frac{1}{5} \text{cm/s} = 0.8\text{cm}$ به سمت راست پیشروی می کند و می دانیم موج پس از برخورد به مانع بازتاب می شود اما برای رسم موج بازتاب، از یک موج خیالی کمک می گیریم که به سوی مانع از راست به چپ در حرکت است و برهم نهاده این موج را وقتی به هم می رسند، بررسی می کنیم.



پس از ۶cm از پیشروی دو موج، شکل روبه رو به دست می آید. با توجه به شکل مکان نقطه M از $x=0$ به $x=+8\text{cm}$ رسیده بنابراین جابه جایی نقطه M برابر ۸cm است.



۲ ۱۹۹۹ A

بسامد از ویژگی های چشمه است، یعنی تنها به چشمه بستگی دارد، بنابراین پس از برهم نهی نیز بسامد نقاط محیط برابر همان بسامد چشمه است.

$$\omega = 100\pi \Rightarrow 2\pi f = 100\pi \Rightarrow f = 50\text{Hz}$$

در واقع در تداخل دامنه نقاط مختلف متفاوت خواهد بود، اما بسامد ثابت است.

۳ ۲۰۰۰ A

در نقطه P دو موج در حالت برآمده به هم رسیده اند (چون هم روی جبهه موج حاصل از S_1 و هم روی جبهه موج حاصل از S_2 قرار دارد) بنابراین برهم نهی در نقطه P سازنده است.

$$A_p = A_1 + A_2$$

نقطه Q وسط جبهه های موج حاصل از S_1 است بنابراین در دره موج حاصل از S_2 است. همچنین نقطه Q روی جبهه موج حاصل از S_2 است پس از S_1 در قله موج حاصل از S_2 است. بنابراین برهم نهی در نقطه Q ویرانگر است.

$$A_Q = |A_1 - A_2|$$

۴۲۰۰۶ A

جابه‌جایی نقطه M، حاصل از تأثیر تک‌تک موج‌ها می‌باشد و بنابراین اصل برهم‌نهی خواهد شد.

$$y_M = y_1 - y_2$$

۱۲۰۰۷ V

دو صوت تولیدی از بلندگوها با هم تداخل می‌کنند و در نقاطی صوت دریافتی ضعیف (S) و در نقاطی صوت دریافتی بالا (L) می‌باشد. می‌دانیم در تداخل بسامد تغییر نمی‌کند پس بسامد در تمام نقاط ثابت است اما دامنه صوت با توجه به تداخل سازنده یا ویرانگر دو صوت متناسباً کم و زیاد می‌شوند.

۴۲۰۰۸ B

در انتشار صوت در محیط هر سه پدیده می‌تواند رخ دهد، زیرا شرایط فیزیکی محیط می‌تواند متغیر باشد.

۲۲۰۰۹ A

فاصله بین هر نقطه با صدای بالا (L) از نقطه با صدای ضعیف (S) مجاور آن، متناسب با طول موج (λ) می‌باشد.

افزایش شدت صوت تأثیری بر طول موج ندارد بنابراین گزاره (الف) نادرست است. اما اگر بسامد صوت افزایش یابد چون تندی موج ثابت است، طول موج کاهش می‌یابد و فاصله بین L و S کم می‌شود:

$$\lambda = \frac{v}{f} \rightarrow \text{افزایش می‌یابد} \rightarrow \lambda \text{ کاهش می‌یابد}$$

فاصله بین L و S مجاور کم می‌شود. \Rightarrow

و گزاره (ب) درست است.

در این شکل با تداخل دو موج صوتی سروکار داریم و می‌دانیم که سرعت صوت در آب بیشتر از سرعت صوت در هواست بنابراین:

$$\lambda = \frac{v}{f} \rightarrow \text{افزایش می‌یابد} \rightarrow \lambda \text{ افزایش می‌یابد}$$

فاصله بین L و S مجاور افزایش می‌شود. \Rightarrow

در نتیجه تنها در حالت (ب)، طول موج کاهش و در نتیجه فاصله L و S کاهش می‌یابد.

۱۲۰۱۰ A

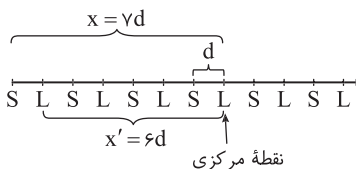
ارتفاع صوت با بسامد در ارتباط است بنابراین افزایش ارتفاع صوت یعنی صوت با بسامد بیشتر و طول موج کمتر و می‌دانیم که فاصله L و S مجاور هم متناسب با طول موج است و با کاهش طول موج این فاصله کاهش می‌یابد.

$$\lambda = \frac{v}{f} \rightarrow \text{بسامد افزایش یابد} \rightarrow \lambda \text{ کاهش می‌یابد}$$

۳۲۰۱۱ B

فاصله نقاط متوالی که صوت در آن‌ها کمینه یا بیشینه می‌شود از هم ثابت و یکسان می‌باشد، اگر این فاصله را d قرار دهیم با توجه به شکل روبه‌رو فاصله دو نقطه را از نقطه مرکزی بر حسب d حساب می‌کنیم و خواهیم داشت:

$$\begin{cases} x = vd \\ x' = \epsilon d \end{cases} \Rightarrow \frac{x'}{x} = \frac{\epsilon d}{vd} = \frac{\epsilon}{v}$$



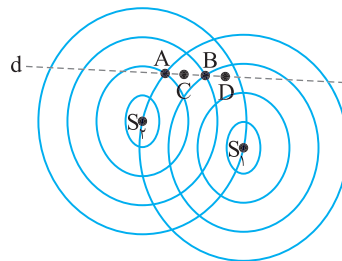
فاصله n امین صوت بیشینه از صوت مرکزی ۲nd و فاصله n امین صوت کمینه از صوت مرکزی (۲n-1)d است.

۴۲۰۱۲ A

هرگاه یک نور تکفام از لبه‌های یک مانع بگذرد و روی یک پرده، پراش حاصل از نور را مشاهده کنیم، شاهد وجود تعدادی نوار تاریک و روشن به موازات لبه‌های مانع خواهیم بود که به آن نقش پراش گویند. این نوارهای تاریک و روشن ناشی از پدیده تداخل است.

۲۲۰۰۱ A

با توجه به شکل دو نقطه A و B بر برآمدگی جبهه‌های موج قرار دارند و برهم‌نهی در این نقاط سازنده است، بنابراین روی خط d تنها A و B دارای تداخل سازنده هستند. نقاط C و D هرکدام دقیقاً وسط دو جبهه موج متوالی منبع‌های S_1 و S_2 هستند پس این نقاط دره‌های موج‌های ایجاد شده توسط منبع‌های S_1 و S_2 بوده و چون هر دو دره هستند پس تداخل آن‌ها سازنده است.



۳۲۰۰۲ A

برای ایجاد نقش‌های تداخلی واضح روی سطح آب باید فاصله دو نوسان‌ساز از هم بیشتر از طول موج باشد. از این رو طول موج را حساب می‌کنیم.

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow \lambda = \frac{20}{40} = 0.5 \text{ cm}$$

بنابراین فاصله دو نوسان‌ساز از هم باید بیشتر از ۱ cm باشد که تنها در گزینه (۳) چنین است.*

۴۲۰۰۳ A

با استفاده از دوره و سرعت، طول موج را به دست می‌آوریم:

$$\lambda = vT = 0.4 \times 0.4 = 0.16 \text{ m} = 16 \text{ cm}$$

با توجه به اینکه اختلاف راه برابر $\frac{3}{4}\lambda$ است داریم:

$$50 - d = \frac{3}{4}\lambda \Rightarrow 50 - d = \frac{3}{4} \times 16 \Rightarrow d = 24 \text{ cm}$$

۳۲۰۰۴ B

بسامد موج را حساب می‌کنیم.

$$\omega = 2\pi f \Rightarrow 4\pi = 2\pi f \Rightarrow f = 2 \text{ Hz}$$

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow 2 = \frac{v}{2} \Rightarrow v = 4 \text{ cm/s}$$

نقطه M در فاصله $x_A = 1 \text{ cm}$ از نوسان‌ساز A و در فاصله $x_B = 5 - 1 = 4 \text{ cm}$ از نوسان‌ساز B قرار دارد.

زمان رسیدن موج به این نقطه را به دست می‌آوریم.

$$t_A = \frac{x_A}{v} \Rightarrow t_A = \frac{1}{4} = 0.25 \text{ s}, \quad t_B = \frac{x_B}{v} \Rightarrow t_B = \frac{4}{4} = 1 \text{ s}$$

پس از ۰.۲۵s موج از نوسان‌ساز A به نقطه M و پس از ۱s از نوسان‌ساز B به نقطه M می‌رسد. بنابراین در لحظه $t = 1 \text{ s}$ برای اولین بار دو موج به نقطه M رسیده و با هم تداخل می‌کنند.

۳۲۰۰۵ B

نقطه M دارای حرکت هماهنگ ساده است و اگر معادله حرکت آن را کسینوسی فرض کنیم دامنه نوسان آن در تداخل سازنده دو برابر دامنه هر چشمه است و دوره نوسان نقاط مختلف تحت تأثیر دو موج برابر دوره چشمه می‌باشد.

$$\omega = 2\pi f \Rightarrow 2\pi = 2\pi f \Rightarrow f = 1 \text{ Hz} \Rightarrow T = \frac{1}{f} = 1 \text{ s}$$

در گزینه‌های (۲) و (۴) دوره روی نمودارها ۰.۲s است، بنابراین این دو گزینه نادرست هستند. در نقاطی که تداخل دو موج سازنده است دامنه برابر $0.4 + 0.4 = 0.8 \text{ m}$ می‌باشد بنابراین گزینه (۳) درست است.

دقت کنید نقطه M وسط دو چشمه (نوسان‌ساز) روی تشت موج است و به دو چشمه نزدیک است و دامنه هر موج در نقطه M با تقریب خوبی با دامنه چشمه برابر است.

* به شکل ۴-۲۹ صفحه ۱۰۳ کتاب درسی رجوع شود.

۳ ۲۰۱۳ A

در آزمایش یانگ به فریزهای (نوارهای) روشن و تاریک که روی پرده تشکیل می شود نقش های تداخلی گویند.

۳ ۲۰۱۴ A

در آزمایش یانگ وقتی نور تکفام به دو شکاف می تابد، در اثر پدیده پراش پراکندگی رخ می دهد و دو شکاف رفتاری شبیه دو چشمه همسان خواهند داشت که موج های حاصل از آن ها با هم تداخل می کنند، بنابراین پراش و تداخل رخ می دهد. از طرفی روی پرده نوارها بازتاب نور نیز رخ خواهد داد.

۳ ۲۰۱۵ A

پرتو نور از دو رنگ سبز و قرمز تشکیل شده است. هر یک از رنگ ها جداگانه پدیده تداخل را انجام می دهند و نوارهای تاریک و روشن خاص خود را به وجود می آورند و وسط نوار روشن مرکزی که دو نوار مرکزی سبز و قرمز بر آن واقع است، زرد رنگ دیده می شود.

۲ ۲۰۱۶ A

در شکل (الف)، در نقطه M دو موج همدیگر را تضعیف می کنند و تداخل ویرانگر و نوار تاریک است و در شکل (ب) در نقطه N، دو موج همدیگر را تقویت می کنند و تداخل سازنده و نوار روشن است.

۴ ۲۰۱۷ B

در نوار روشن تداخل دو موج سازنده می باشد و دو موج همدیگر را تقویت کرده و دامنه موج بر هم نهاده برابر است با:

$$A_T = A_1 + A_2 \Rightarrow E_{\max T} = E_{\max 1} + E_{\max 2} = 4 + 4 = 8$$

۲ ۲۰۱۸ A

پهنای نوارها در آزمایش یانگ با طول موج رابطه مستقیم دارد. طول موج نور آبی از طول موج نور قرمز کمتر است بنابراین پهنای نوارها کاهش می یابد.

۱ ۲۰۱۹ A

پهنای نوارها در آزمایش یانگ با طول موج نور به کار رفته متناسب است. طول موج نور قرمز از طول موج نور بنفش بلندتر است بنابراین پهنای فریزهای تاریک و روشن نور قرمز بیشتر است.

از طرفی طول موج نور قرمز در خلأ از طول موج نور قرمز در آب بلندتر است ($\lambda_{\text{آب}} = n\lambda_{\text{خلأ}}$) پس پهنای فریزها در آزمایش نور قرمز در خلأ از بقیه گزینه ها بیشتر است.

۳ ۲۰۲۰ A

پرتوها با ورود به محیط n_2 به خط عمود نزدیک شده اند، بنابراین $n_2 > n_1$ است. از طرفی طول موج λ_1 کمتر از طول موج λ_2 منحرف شده است از این رو $\lambda_1 > \lambda_2$ است. پهنای نوارهای تداخلی در آزمایش یانگ با طول موج متناسب است بنابراین پهنای نوارهای تداخلی در آزمایش یانگ با طول موج λ_1 از پهنای نوارهای تداخلی در آزمایش یانگ با طول موج λ_2 بیشتر است و گزاره (الف) درست است.

وقتی $n_2 > n_1$ است، طول موج پرتوهای یک نور تکفام در محیط n_2 کوتاه تر از طول موج همان پرتوها در محیط n_1 است. بنابراین پهنای نوارهای تداخلی در محیط n_1 از پهنای نوارهای تداخلی همان پرتو در محیط n_2 بیشتر است و گزاره (ب) درست است. طول موج λ_1 بلندتر از طول موج λ_2 است. $(\lambda_1 > \lambda_2)$ با ورود پرتو (۲) به محیط (۲) طول موج پرتوهای (۲) کاهش می یابد $(\lambda_2' < \lambda_2)$ ، بنابراین طول موج پرتو (۱) در محیط n_1 (λ_1) از طول موج پرتو (۲) در محیط n_2 (λ_2') بلندتر و پهنای نوارهای تداخلی آن نیز بیشتر است $(\lambda_1 > \lambda_2' > \lambda_2)$ و گزاره (ب) نیز درست است.

۳ ۲۰۲۱ A

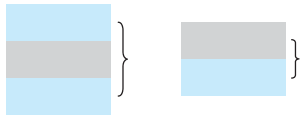
در پراش پرتوها در شکل (ب)، پراکندگی بیشتر است و در واقع اختلاف طول موج و پهنای شکاف کمتر است و با توجه به یکسان بودن پهنای شکاف در هر دو آزمایش، بنابراین $\lambda_2 > \lambda_1$ است و در آزمایش یانگ با پرتوهای λ_2 ، پهنای نوارهای تداخلی از پهنای نوارهای تداخلی در آزمایش یانگ با پرتوهای λ_1 ، بیشتر است $(I_2 > I_1)$.

۳ ۲۰۲۲ A

پهنای فریزهای تداخلی به شدت نور به کار رفته در آزمایش بستگی ندارد و به طول موج نور به کار رفته بستگی دارد.

۱ ۲۰۲۳ A

مطابق شکل فاصله وسط دو نوار روشن متوالی از هم برابر $2I$ (پهنای هر نوار) می باشد.



فاصله یک نوار روشن از نوار تاریک کناری آن برابر یک پهنای نوار $I = 0.1 \text{ mm}$ است. $I = 0.1 \text{ mm}$

باز، با سوال در آزمایش یانگ فاصله دو نوار روشن متوالی 4 mm است. فاصله وسط دهمین نوار تاریک از وسط نوار روشن روی عمود منصف

مشابه ریاضی - ۸۵

چند میلی متر است؟

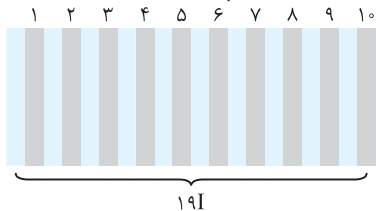
- ۳۸ (۱) ۴۰ (۲) ۴۲ (۳) ۳۶ (۴)

پاسخ با توجه به شکل روبه رو فاصله دو نوار روشن متوالی برابر دو پهنای نوار می باشد.

$$2I = 4 \text{ mm} \Rightarrow I = 2 \text{ mm}$$

حال فاصله نوار روشن روی عمود منصف تا نوار تاریک

دهم بعد از آن را به دست می آوریم:



$$x = (2m-1)I = (2 \times 10 - 1) \times 2 \Rightarrow x = 38 \text{ mm}$$

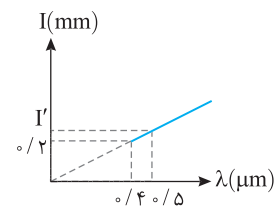
گزینه ۱

۳ ۲۰۲۴ A

فاصله نوار تاریک m ام بعد از نوار روشن برابر است با:

$$x = (2m-1)I \Rightarrow x = (2m-1)(30 \cdot \lambda) \xrightarrow{m=5} x = 270 \cdot \lambda \Rightarrow \frac{x}{\lambda} = 270$$

۲ ۲۰۲۵ B



پهنای هر نوار با طول موج متناسب است. بنابراین نمودار پهنای هر نوار بر حسب طول موج نموداری مطابق شکل روبه رو است. به کمک تناسب می توان پهنای هر نوار را با طول موج $0.5 \mu\text{m}$ به دست آورد.

$$\frac{I'}{0.5} = \frac{0.2}{0.4} \Rightarrow I' = 0.25 \text{ mm}$$

در فاصله وسط نوار روشن پنجم از وسط نوار مرکزی $2 \times 5 = 10$ نوار وجود دارد. از $x = 2nI' = 2 \times 5 \times 0.25 \Rightarrow x = 2.5 \text{ mm}$ این رو:

۲۰۲۹ A

تندی نور در خلأ برای تمام طول موج‌ها یکسان است از این رو:

$$\begin{cases} \lambda_2 = \frac{v}{f_2} \\ \lambda_1 = \frac{v}{f_1} \end{cases} \Rightarrow \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{f_1}{f_2} = \frac{2}{3}$$

فاصله فریزهای روشن و تاریک متوالی برابر پهنای یک نوار است و می‌دانیم که پهنای نوار با طول موج رابطه مستقیم دارد بنابراین

$$\left. \begin{array}{c} \text{I} \\ \text{I} \end{array} \right\} \begin{cases} I_2 = \lambda_2 = 2 \\ I_1 = \lambda_1 = 3 \end{cases}$$

۲۰۳۰ A

پهنای نوارهای تداخلی تشکیل شده در آزمایش یانگ با طول موج نور مورد آزمایش رابطه مستقیم دارد بنابراین:

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{f_1}{f_2} \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \frac{f_1}{f_2} \xrightarrow{f_2 = f_1 \cdot \frac{20}{100} = f_1 \cdot 0.2} \frac{I_2}{I_1} = \frac{f_1}{0.2 f_1} \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \frac{100}{20} = 5$$

اکنون درصد تغییر پهنای نوار را حساب می‌کنیم:

$$\frac{\Delta I}{I_1} \times 100 = \frac{1/2 \Delta I_1 - I_1}{I_1} \times 100 = 25\%$$

بنابراین پهنای هر نوار ۲۵٪ افزایش می‌یابد.

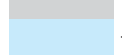
۲۰۳۱ B

پهنای نوار با طول موج رابطه مستقیم دارد بنابراین:

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \frac{3}{2} \Rightarrow I_2 = \frac{3}{2} I_1$$

$$I_2 - I_1 = 0.1 \text{ mm} \Rightarrow \frac{3}{2} I_1 - I_1 = 0.1 \text{ mm} \Rightarrow \frac{1}{2} I_1 = 0.1 \text{ mm} \Rightarrow I_1 = 0.2 \text{ mm}$$

فاصله دو نوار روشن مطابق شکل برابر دو پهنای نوار است.



$$2I_1 = 0.4 \text{ mm}$$

۲۰۳۲ A

وقتی پرتو از هوا وارد محیطی به ضریب شکست n می‌شود، طول موج آن $(\lambda' = \frac{\lambda}{n})$

می‌شود، از طرفی پهنای هر نوار تاریک و روشن با طول موج متناسب است از این رو:

$$\begin{cases} \lambda' = \frac{\lambda}{n} \\ I' = \frac{I}{n} \end{cases}$$

باز پرسش سوال: آزمایش یانگ در خلأ انجام شده و فاصله دو نوار روشن که بین آن‌ها سه نوار تاریک قرار گرفته برابر ۱۸ میلی‌متر است. اگر آزمایش را با همان شرایط در محیطی با ضریب شکست $\frac{6}{5}$ تکرار کنیم، فاصله یک نوار روشن از سومین نوار تاریک پس از آن چند میلی‌متر است؟

- ۱) ۱/۲۵ ۲) ۱/۵ ۳) ۲/۵ ۴) ۳

پاسخ: مطابق شکل فاصله دو نوار روشن که بین آن‌ها سه نوار تاریک قرار گرفته برابر است با:

$$x = 6I \Rightarrow x = 6I \Rightarrow 18 = 6I \Rightarrow I = 3 \text{ mm}$$

پهنای نوارها با طول موج رابطه مستقیم دارد:

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{I_2}{I_1} = \frac{n_1}{n_2} \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \frac{1}{\frac{6}{5}} \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \frac{5}{6} \Rightarrow I_2 = \frac{5}{6} I_1 = \frac{5}{6} \times 3 = 2.5 \text{ mm}$$

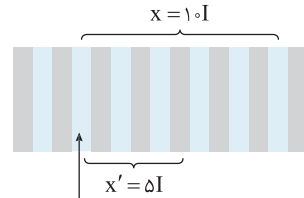
گزینه ۳

۲۰۲۶ A

با توجه به شکل روبه‌رو فاصله پنجمین نوار روشن و سومین نوار تاریک پس از نوار روشن روی عمودمنصف را برحسب پهنای یک نوار (I) به دست می‌آوریم.

در فاصله پنجمین نوار روشن تا نوار روشن روی عمودمنصف ۱۰ پهنای نوار و در فاصله سومین نوار تاریک تا نوار روشن روی عمودمنصف ۵ پهنای نوار وجود دارد. از این رو:

$$\frac{x}{x'} = \frac{10I}{5I} = 2$$

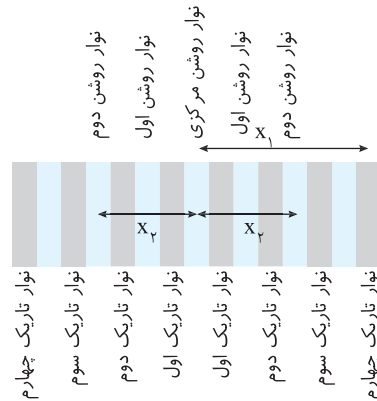


نوار روشن روی عمودمنصف

۲۰۲۷ A

در صورت مسأله بیان نشده که نوار روشن و نوار تاریک مورد نظر در یک سمت نوار روشن روی عمودمنصف هستند یا در دو طرف آن، از این رو فاصله را در دو حالت به دست می‌آوریم.

فاصله x_1 روی شکل دقیقاً ۷ برابر پهنای هر نوار است. $x_1 = 7I = 7 \times 0.2 = 1.4 \text{ mm}$



فاصله x_p روی شکل را اگر بشمارید ۴ نوار مشاهده می‌کنید.

$$x_p = 4I = 4 \times 0.2 = 0.8 \text{ mm}$$

اگر دو نوار در دو طرف نوار روشن روی عمودمنصف باشد:

$$x_1 + x_p = 1.4 + 0.8 = 2.2 \text{ mm}$$

اگر دو نوار مورد نظر در یک طرف باشند:

$$|x_1 - x_p| = 0.6 \text{ mm}$$

که تنها ۲/۲mm در گزینه‌ها است.

۲۰۲۸ A

در مرکز پرده روشن تشکیل می‌شود و فاصله وسط نوار mام روشن از وسط نوار روشن که در مرکز پرده تشکیل می‌شود برابر $x = 2nI$ است و فاصله نوار mام تاریک از نوار روشن که در مرکز پرده تشکیل می‌شود برابر $x = (2m-1)I$ است. (I پهنای هر نوار است) از این رو اگر فاصله نوار از نوار روشن روی عمودمنصف را بر پهنای نوار تقسیم کنیم چنانچه عدد زوج حاصل شود A نوار روشن و اگر عدد فرد به دست آید A نوار تاریک است:

$$\frac{x}{I} = \frac{1/5 \text{ mm}}{0.3 \text{ mm}} = 5$$

نسبت $\frac{x}{d}$ عددی فرد شده است، از این رو در نقطه A نوار تاریک تشکیل می‌شود که اکنون شماره این نوار را مشخص می‌کنیم.

$$2m-1=5 \Rightarrow m=3$$

۳ ۲۰۳۳ A

با گذر نور از هوا به آب طول موج کوتاه تر می شود و پهنای نوارها و هم چنین فاصله نوارها از هم کاهش می یابد.

$$\lambda' = \frac{\lambda}{n} \Rightarrow x' = \frac{x}{n} \Rightarrow x' = \frac{3}{4} x$$

۱ ۲۰۳۴ A

پهنای نوارهای تداخلی با طول موج رابطه مستقیم دارد.

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{1}{4}$$

۲ ۲۰۳۵ A

با توجه به قانون شکست داریم:

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{I_2}{I_1} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{3}{4}$$

۳ ۲۰۳۶ A

با توجه به رابطه اسنل برای شکست نور داریم:

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{n_1}{n_2} \Rightarrow \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{1}{1.33} = \frac{100}{133}$$

پهنای هر نوار با طول موج متناسب است. $I_2 = \frac{100}{133} I_1$

۲ ۲۰۳۷ B

فاصله نوار روشن پنجم تا نوار روشن مرکزی در حالت اول که پهنای نوار I است برابر $2nI = 2 \times 5I = 10I$ است و فاصله نوار تاریک پنجم تا نوار روشن مرکزی در حالت دوم که پهنای نوار I' است برابر $(2m-1)I' = (2 \times 5 - 1)I' = 9I'$ می باشد.

$$\frac{I}{I'} = \frac{9}{10} \Rightarrow \frac{I}{I'} = \frac{9}{10} \Rightarrow \frac{\lambda}{\lambda'} = \frac{9}{10} \Rightarrow \frac{450}{\lambda'} = \frac{9}{10} \Rightarrow \lambda' = 500 \text{ nm}$$

بازی با سوال

در یک آزمایش یانگ یک بار از طول موج λ_A و بار دیگر از طول موج λ_B ($\lambda_B - \lambda_A = 1200 \text{ \AA}$) استفاده می کنیم. اگر نوار روشن روی عمود منصف را نوار صفر بنامیم و چهارمین نوار روشن در آزمایش λ_B محل نوار روشن پنجم آزمایش λ_A تشکیل شود، طول موج λ_A چند آنگستروم است؟ ($1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ m}$)

- ۱) ۳۶۰۰ ۲) ۴۸۰۰ ۳) ۷۲۰۰ ۴) ۶۴۰۰

پاسخ فاصله وسط نوار روشن m ام از وسط نوار روشن روی عمود منصف $2n$ برابر پهنای هر نوار (I) است. در مسأله بیان شده محل تشکیل نوار چهارم روشن λ_A و محل تشکیل نوار پنجم روشن λ_B یکسان است. بنابراین:

$$x_A = x_B$$

$$2n_A I_A = 2n_B I_B \Rightarrow \Delta I_A = 4 I_B \Rightarrow \frac{I_A}{I_B} = \frac{4}{5}$$

از طرفی پهنای هر نوار با طول موج متناسب است از این رو:

$$\frac{\lambda_A}{\lambda_B} = \frac{I_A}{I_B} \Rightarrow \frac{\lambda_A}{\lambda_B} = \frac{4}{5} \xrightarrow{\lambda_B - \lambda_A = 1200} \frac{\Delta}{4} \lambda_A - \lambda_A = 1200$$

$$\Rightarrow \frac{\lambda_A}{4} = 1200 \Rightarrow \lambda_A = 4800 \text{ \AA}$$

گزینه

۲ ۲۰۳۸ B

با توجه به صورت مسأله می توان نوشت:

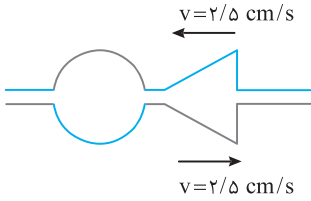
$$x = x' \Rightarrow 2nI = (2m-1)I' \Rightarrow 2 \times 2I = (2 \times 3 - 1)I' \Rightarrow I' = \frac{4}{5} I$$

پهنای نوارها با طول موج متناسب است از این رو:

$$I' = \frac{4}{5} I \Rightarrow \lambda' = \frac{4}{5} \lambda$$

با توجه به رابطه اسنل در پدیده شکست خواهیم داشت: $\lambda' = \frac{\lambda}{n} \Rightarrow \frac{4}{5} \lambda = \frac{\lambda}{n} \Rightarrow n = \frac{5}{4}$

۲ ۲۰۳۹ B



تپ A برای آن که تپ B را در یک لحظه خنثی کند باید قرینه محوری تپ B باشد. سرعت هر دو تپ برابر $2/5 \text{ cm/s}$ است. زیرا سرعت موج به محیط انتشار بستگی دارد و محیط یکسان است.

اگر یک تپ را ساکن و تپ دیگر را این طور در نظر بگیریم که با سرعت $2/5 \text{ cm/s} + 2/5 \text{ cm/s} = 4/5 \text{ cm/s}$ در حرکت است، هنگامی دو تپ یکدیگر را در یک لحظه خنثی می کنند تپ متحرک به اندازه $65 + 10 = 75 \text{ cm}$ پیشروی کند.

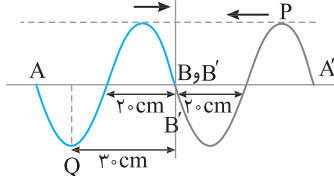
$$\Delta x = vt \Rightarrow 75 = 4/5 t \Rightarrow t = 15 \text{ s}$$

۱ ۲۰۴۰ C

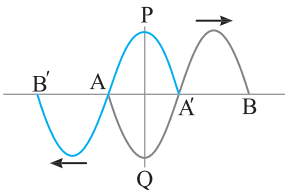
ابتدا مقدار پیشروی موج در مدت 2 s را به دست می آوریم:

$$\Delta x = v \Delta t \Rightarrow \Delta x = 1/5 \times 2 = 2/5 \text{ cm} = 0.4 \text{ cm}$$

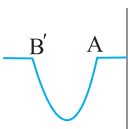
مطابق شکل یک تپ بازتاب تخیلی که همزمان با تپ اصلی به انتهای ثابت می رسد را رسم می کنیم تپ بازتاب از انتهای ثابت وارونگی دارد از این رو تپ بازتاب تخیلی به شکل زیر است.



بعد از 2 s موج رفت و موج بازتاب به اندازه 0.4 cm پیشروی کرده و مطابق شکل روبه رو قرار می گیرند.

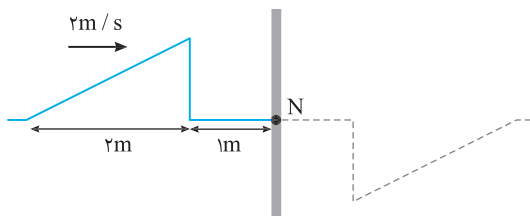


در این صورت دو تپ AP و AQ یکدیگر را خنثی کرده و تنها تپ AB' باقی می ماند.

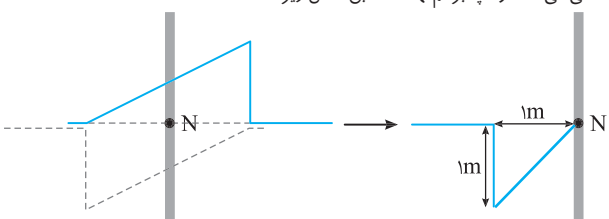


۲ ۲۰۴۱ C

در حل این تست به این نحو عمل می کنیم که تپ بازتاب را مطابق شکل در سوی دیگر مانع به صورت خط چین رسم می کنیم سپس مطابق داده های مسئله دو تپ را به سوی هم می فرستیم.



دو تپ پس از 1 s به اندازه 2 m پیشروی می کنند و روی نقطه N دو تپ یکدیگر را خنثی می کنند و تپ برهم نهاده مطابق شکل زیر است.

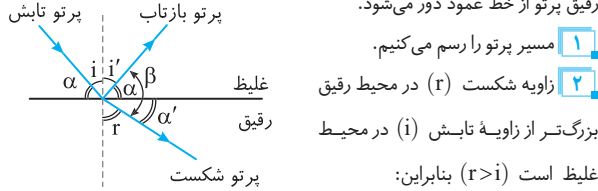


پنجره ۲ روبروی ۳

۲۰۴۵ A

۱ خط فکری

رقیق پرتو از خط عمود دور می‌شود. قطعاً باید ابتدا مسیر پرتوها را رسم کرد. البته با ورود پرتو به محیط



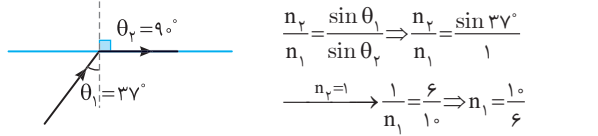
رقیق پرتو را رسم می‌کنیم. زاویه شکست (r) در محیط رقیق بزرگ‌تر از زاویه تابش (i) در محیط غلیظ است (r > i) بنابراین: $\alpha + i = 90^\circ$, $\alpha' + r = 90^\circ \rightarrow r > i \rightarrow \alpha' < \alpha$

زاویه بین پرتو شکست و پرتو بازتاب (B) خواهد شد: $\beta = \alpha + \alpha' \rightarrow \beta < 2\alpha$

۲۰۴۵ A

۱

با توجه به قانون اسنل داریم:



$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} \rightarrow \frac{n_2}{n_1} = \frac{\sin 37^\circ}{1}$$

$$\frac{n_2}{n_1} = 1 \rightarrow \frac{1}{n_1} = \frac{6}{10} \rightarrow n_1 = \frac{10}{6}$$

طول موج‌ها در دو محیط با ضرب شکست رابطه عکس دارند:

$$\lambda_{\text{خلاف}} = \frac{c}{f} = \frac{c}{\frac{c}{\lambda_{\text{شفاف}} n}} = \frac{\lambda_{\text{شفاف}}}{n}$$

طول موج در خلا را با توجه به سرعت نور در خلا به دست می‌آوریم:

$$\lambda_{\text{خلاف}} = cT = \frac{c}{\frac{1}{\sqrt{\epsilon_r \mu_r}}} \rightarrow \lambda_{\text{خلاف}} = \frac{T}{\sqrt{\epsilon_r \mu_r}}$$

طول موج در محیط شفاف خواهد شد: $\lambda_{\text{شفاف}} = \frac{6}{10} \times \frac{T}{\sqrt{\epsilon_r \mu_r}} = \frac{3T}{5\sqrt{\epsilon_r \mu_r}}$

نمای ۸

۲۰۴۵ B

۳

به شکل انتهایی پاسخ توجه کنید:

زاویه تابش را به کمک اعداد روی نمودار حساب می‌کنیم.

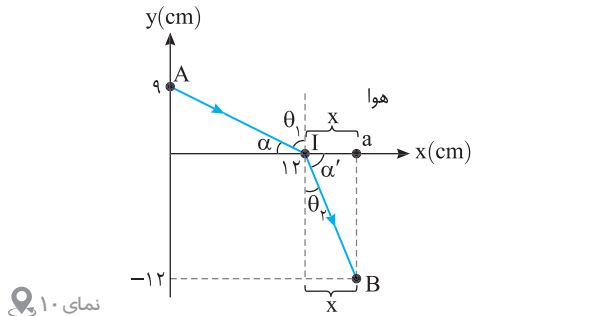
$$\tan \alpha = \frac{9}{12} = \frac{3}{4} \rightarrow \alpha = 37^\circ, \theta_1 = 90^\circ - \alpha = 53^\circ$$

زاویه شکست را به کمک قانون اسنل به دست می‌آوریم:

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} \rightarrow \frac{4}{3} = \frac{\sin 53^\circ}{\sin \theta_2} \rightarrow \sin \theta_2 = \frac{3}{4} \rightarrow \theta_2 = 37^\circ$$

با توجه به شکل طول x و a را به دست می‌آوریم:

$$\tan \theta_2 = \frac{x}{a} \rightarrow \tan 37^\circ = \frac{x}{a} \rightarrow \frac{3}{4} = \frac{x}{a} \rightarrow x = 9 \text{ cm} \rightarrow a = 12 + 9 = 21 \text{ cm}$$



نمای ۱۰

۲۰۴۲ B

بسامد موج و طول موج آن را حساب می‌کنیم.

$$\omega = 2\pi f \Rightarrow 40\pi = 2\pi f \Rightarrow f = 20 \text{ Hz}$$

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow \lambda = \frac{5}{20} = \frac{1}{4} \text{ m} = 25 \text{ cm}$$

اختلاف راه دو چشمه از نقطه M برابر است با: $d_2 - d_1 = 50 - 12/5 = 37/5 \text{ cm}$ در این صورت:

$$\frac{d_2 - d_1}{\lambda} = \frac{37/5}{25} \Rightarrow d_2 - d_1 = \frac{3}{2} \lambda$$

۲۰۴۳ B

فاصله بین L و S با طول موج نسبت مستقیم دارد. از این رو طول موج صوت در هوا و هلیوم را به دست می‌آوریم:

$$\text{هوا: } \lambda = \frac{v_1}{f} \Rightarrow \lambda_1 = \frac{360}{720} \Rightarrow \lambda_1 = \frac{1}{2} \text{ m}$$

$$\text{هلیوم: } \lambda_2 = \frac{v_2}{f} \Rightarrow \lambda_2 = \frac{960}{720} \Rightarrow \lambda_2 = \frac{4}{3} \text{ m}$$

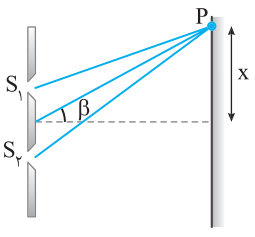
در این صورت خواهیم داشت:

$$\frac{x_2}{x_1} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{4}{3} = \frac{8}{6}$$

۲۰۴۴ C

نواری که در مرکز قرار دارد نواری روشن است و فاصله هر نواری روشن بعد از آن با این نواری برابر $2nI$ می‌باشد فاصله P تا نواری روشن روی عمود منصف را به دست می‌آوریم:

$$x = 2nI = 2 \times 20 \times 0.002 / 2 = 8 \text{ mm} = 8 \times 10^{-3} \text{ m}$$



تانژانت زاویه beta برابر ضلع روبرو تقسیم بر ضلع مجاور است.

$$\tan \beta = \frac{8 \times 10^{-3}}{16 \times 10^{-1}} = \frac{1}{2} \times 10^{-2} = 5 \times 10^{-3}$$

یادآوری ریاضی: برای تانژانت زوایای کوچک داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x}{1} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\cos x} = 1 \times 1 = 1$$

بنابراین در زوایای کوچک $\tan x \approx x$ است همان‌گونه که $\sin x \approx x$ است.

$$\tan \beta = \beta = 5 \times 10^{-3} \text{ rad}$$

از این رو:

۲۰۴۵ B

فاصله فریزهای تاریک و روشن از هم با طول موج نور مورد آزمایش نسبت مستقیم دارد. در شکل بین نقطه A تا نواری روشن روی عمود منصف پهنای چهار نواری وجود دارد. وقتی طول موج نصف می‌شود، پهنای نواریها نصف می‌شود. از این رو:

$$I' = \frac{1}{2}, x = 2n'I' = 4I \Rightarrow 2n' \frac{I}{2} = 4I \Rightarrow n' = 4$$

یعنی نقطه A روی چهارمین نواری روشن از نواری روشن روی عمود منصف قرار می‌گیرد. نواری روشن عمود منصف



۳ ۲۰۴۵

B

۴ یادآوری زاویه بین جبهه‌های موج و مرز دو محیط برابر زاویه بین راستای انتشار پرتو

و خط عمود بر مرز دو محیط است.

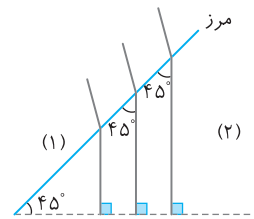
۱ با توجه به شکل، زاویه بین جبهه‌های

شکست با مرز دو محیط 45° است. ازاین رو زاویه شکست $\theta_p = 45^\circ$ است.

۲ زاویه بین جبهه‌های تابش و مرز دو

محیط 60° است، بنابراین زاویه تابش نیز 60° است.

۳ با توجه به قانون شکست عمومی خواهیم داشت:



$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{\sin 45^\circ}{\sin 60^\circ} = \frac{2}{\sqrt{3}} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{2}{3}}$$

نمای ۱۰

۱ ۲۰۴۵

A

۵ در گذر موج از یک محیط به محیط دیگر دوره و بسامد موج که از ویژگی‌های

چشمه است ثابت می‌ماند. اما سرعت انتشار موج که به ویژگی‌های فیزیکی محیط

بستگی دارد، تغییر می‌کند، در نتیجه طول موج نیز تغییر خواهد کرد.

$$\begin{cases} v_1 = f\lambda_1 \\ v_2 = f\lambda_2 \end{cases} \Rightarrow \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{v_1}{v_2} \quad (I)$$

۲ دو طناب از یک ماده ساخته شده‌اند، بنابراین چگالی آن‌ها با هم برابر است

 $(\rho_1 = \rho_2)$

۳ دو طناب در یک نقطه به هم گره خورده و نیروی کشش در طول دو طناب یکسان

است. $F_1 = F_2$

۴ نسبت تندی انتشار موج در دو طناب خواهد شد:

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{D_1}{D_2} \sqrt{\frac{F}{\pi \rho}} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{D_2}{D_1} \quad (II)$$

۵ با توجه به رابطه (I) و (II) خواهیم داشت:

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{D_2}{D_1} \frac{\lambda_1 = 7 \text{ cm}, D_1 = 3 D_2}{\lambda_2} \Rightarrow \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{D_2}{3 D_2} \Rightarrow \lambda_2 = 21 \text{ cm}$$

نمای ۶

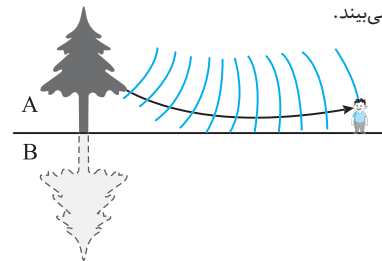
میانبر استفاده مستقیم از رابطه $\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{D_2}{D_1}$

۳ ۲۰۴۵

B

۶ شخص به طور مستقیم درخت را در ناحیه A می‌بیند و در اثر سراب تصویر درخت را

نیز در ناحیه B می‌بیند.



نمای ۱۲

۳ ۲۰۴۵

C

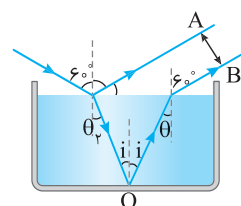
۷ به کمک قانون اسنل زاویه شکست را به دست می‌آوریم.

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$

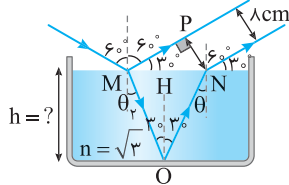
$$\Rightarrow 1 \times \sin 60^\circ = \sqrt{3} \sin \theta_2$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} \sin \theta_2$$

$$\Rightarrow \sin \theta_2 = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta_2 = 30^\circ$$

۲ با توجه به خاصیت موازی - مورب زاویه تابش بر سطح آینه $i = 30^\circ$ و بازتاب آن نیز 30° خواهد بود.۳ زاویه تابش بر مرز دو محیط (θ) نیز بنا به خاصیت موازی - مورب برابر 30° می‌شود. بنابراین پرتو با زاویه 60° وارد هوا می‌شود.

۴ دوباره شکل را برای شما رسم می‌کنیم و تمام زوایا را روی آن می‌نویسیم.

۵ مثلث MPN قائم‌الزاویه است و ضلع PN برابر 8 cm است. بنابراین طول وتر

$$\sin 30^\circ = \frac{PN}{MN} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{8}{MN} \Rightarrow MN = 16 \text{ cm}$$
 آن یعنی MN خواهد شد:

$$MH = \frac{MN}{2} = \frac{16}{2} = 8 \text{ cm}$$
 در مثلث MHO طول MH برابر است با:

۷ ضخامت تیغه خواهد شد:

$$\triangle OMH: \tan 30^\circ = \frac{MH}{h} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{8}{h} \Rightarrow h = \frac{24}{\sqrt{3}} \Rightarrow h = 8\sqrt{3} \text{ cm}$$

نمای ۱۰

۳ ۲۰۴۵

C

۱ طول موج‌های سیگنال‌های تلویزیونی دیجیتال بسیار کمتر از طول موج

سیگنال‌های تلویزیونی قدیمی است.

۲ هرگاه اندازه ابعاد مانع در مقایسه با طول موج، بزرگ باشد ناحیه سایه واضحی

تشکیل می‌شود و هر چه مانع در مقایسه با طول موج کوچک‌تر باشد اندازه ناحیه سایه کوچک‌تر می‌شود تا اینکه عملاً سایه ناپدید گردد. بنابراین برای مانعی با ابعاد مشخص،

هر چه طول موج تابیده کوچک‌تر باشد عملاً به این معنی است که اندازه مانع در مقایسه با طول موج بزرگ‌تر می‌شود و به عبارتی ناحیه سایه بزرگ‌تر می‌شود. پس برای

سیگنال‌های تلویزیونی دیجیتال که طول موج آن‌ها بسیار کمتر از طول موج سیگنال‌های تلویزیونی قدیمی است، ناحیه سایه بزرگ‌تر است و به عبارتی دور زدن موج در اطراف

مانع دشوارتر خواهد بود.

نمای ۱۳

۱ ۲۰۴۵

B

۹ این مسئله، یک مسئله ترکیبی از پدیده دوپلر و تداخل است. از این رو با حرکت بلندگو،

بنا به پدیده دوپلر، طول موج در جلوی دو بلندگو کوتاه‌تر می‌شود. فاصله S و L مجاور هم با طول موج نسبت مستقیم دارد. بنابراین فاصله آن‌ها کم می‌شود. نمای ۱۶

۳ ۲۰۴۵

B

۱۰ نوار روشن روی عمود منصف

با توجه به شکل رویه‌رو فاصله دو نوار

روشن متوالی، دو برابر پهنای یک نوار است. بنا به

فرض مسئله: $2I = 0.6 \Rightarrow I = 0.3 \text{ mm}$ ۲ فاصله وسط نوار روشن m تا عمود منصف، $2n$ برابر پهنای هر نوار است، از این رو:

$$x = 2nI \xrightarrow{n=5} x = 2 \times 5 \times 0.3$$

$$\Rightarrow x = 3 \text{ mm}$$

پهنای هر نوار $I =$ ۳ فاصله وسط نوار تاریک m تا عمود منصف، $(2m-1)$ برابر پهنای هر نوار است،

بنابراین:

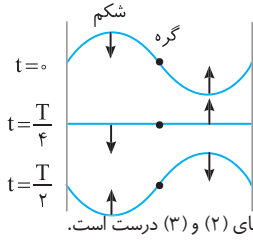
$$x' = (2m-1)I \xrightarrow{m=3} x' = (2 \times 3 - 1)I \Rightarrow x' = 5I \Rightarrow x' = 5 \times 0.3 = 1.5 \text{ mm}$$

۴ بنابراین فاصله وسط نوار پنجم روشن در یک سمت عمود منصف تا وسط نوار

تاریک سوم در سمت دیگر برابر است.

نمای ۱۶

۴۲۰۵۰ B



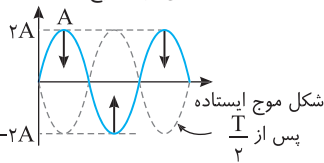
گزینه (۱) قطعاً نادرست است، زیرا یک قسمت طناب نمی‌تواند در یک زمان هم برآمدگی و هم فرورفتگی داشته باشد. در شکل روبه‌رو موج ایستاده در سه لحظه $t=0$ ، $t=\frac{T}{4}$ و $t=\frac{T}{2}$ برای یک طناب نشان داده شده است که مشخص می‌کند گزینه‌های (۲) و (۳) درست است.

۲۲۰۵۱ A

در نقاطی که دو موج هم‌فاز هستند، شکم و در نقاطی که دو موج ناهم‌فاز هستند، گره تشکیل می‌شود. در نتیجه باید در شکل دوشکم و سه گره وجود داشته باشد که گزینه (۲) درست است.

۳۲۰۵۲ A

در مدت نصف دوره $\frac{T}{2}$ ، هر ذره از یک انتهای مسیرش به انتهای دیگر مسیرش می‌رود و شکل موج نسبت به حالت اول وارونه می‌شود و موج شبیه شکل گزینه (۳) خواهد شد.



۲۲۰۵۳ A

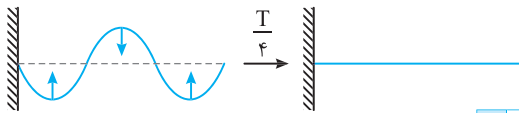
در لحظه نشان داده شده در شکل تمام ذرات طناب در دامنه خود قرار دارند و هر ذره دارای حرکت هماهنگ ساده است و در مدت $\frac{T}{4}$ از دامنه به حالت تعادلش می‌رسد. یعنی مکان آن $x=0$ می‌شود.

اکنون به کمک معادله حرکت هماهنگ ساده مسئله را حل می‌کنیم.

$$x = A \cos \omega t \xrightarrow{x=0} \cos \frac{2\pi}{T} t = 0 \Rightarrow \frac{2\pi}{T} t = (2n-1) \frac{\pi}{2}$$

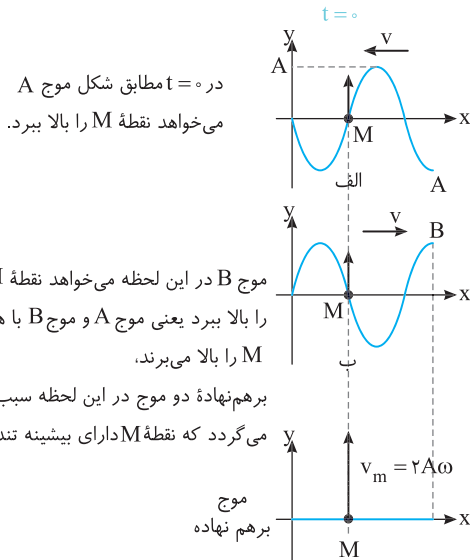
$$\Rightarrow t = (2n-1) \frac{T}{4}$$

بنابراین در زمان‌های $(2n-1) \frac{T}{4}$ در وضع تعادل خود قرار دارد.



۴۲۰۵۴ B

به شکل‌های زیر و توضیحات کنار آن‌ها دقت کنید.
الف) بررسی تداخل در $t=0$:



در $t=0$ مطابق شکل موج A می‌خواهد نقطه M را بالا ببرد.

موج B در این لحظه می‌خواهد نقطه M را بالا ببرد یعنی موج A و موج B با هم را بالا می‌برند.

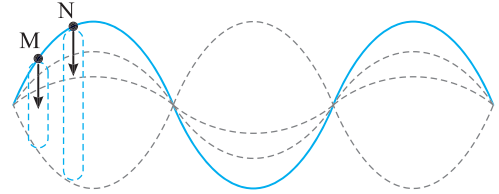
برهم‌نهادن دو موج در این لحظه سبب می‌گردد که نقطه M دارای بیشینه تندی باشد.

$$v_m = 2A\omega$$

پنجره ۴

۳۲۰۴۶ A

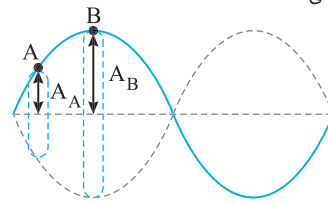
تمام ذرات محیط انتشار موج دارای بسامد یکسان هستند و این موضوع درباره موج ایستاده نیز صدق می‌کند زیرا بسامد از ویژگی‌های چشمه است. مطابق شکل زیر دامنه نوسان ذرات بین دو گره متوالی متفاوت است. از طرفی هر ذره از محیط دارای حرکت هماهنگ ساده است و انرژی حرکت هماهنگ ساده با مجذور دامنه متناسب است ($E \propto A^2$) بنابراین، انرژی ذرات محیط در موج ایستاده یکسان نیست.



تمام نقاط بین دو گره متوالی هم‌زمان، با هم بالا و پایین می‌روند و جهت حرکت یکسان دارند. در نتیجه گزینه (۳) درست است.

۱۲۰۴۷ A

دامنه نوسانات نقاط دو نقطه روی طناب با هم متفاوت است اما دامنه یک نقطه مثلاً نقطه A با گذشت زمان ثابت می‌ماند و تغییر نمی‌کند. بسامد تمام نقاط روی طناب با هم یکسان و برابر بسامد چشمه می‌باشد و این بسامد با گذشت زمان تغییر نمی‌کند.



۴۲۰۴۸ A

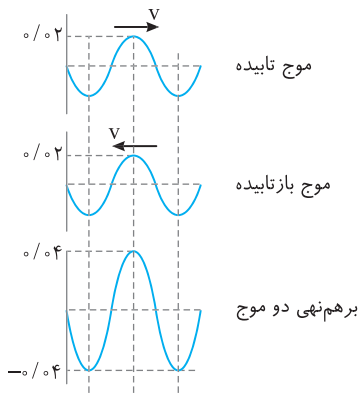
در امواج ایستاده، تمام نقاط بین دو گره با هم بالا و پایین می‌روند اما دامنه این نقاط از گره تا شکم در حال افزایش است، پس گزینه‌های (۱) و (۲) نادرست است. از طرفی تمام نقاط محیط با بسامد موج در نوسان بوده و بسامد آن‌ها یکسان است و گزینه (۳) نیز نادرست است. سرعت هر ذره از محیط هنگام گذر از وضع تعادلش برابر $v_m = A\omega$ بوده که نقطه A دارای دامنه بزرگ‌تری است پس سرعتش بیشتر است و گزینه (۴) درست است.

۱۲۰۴۹ B

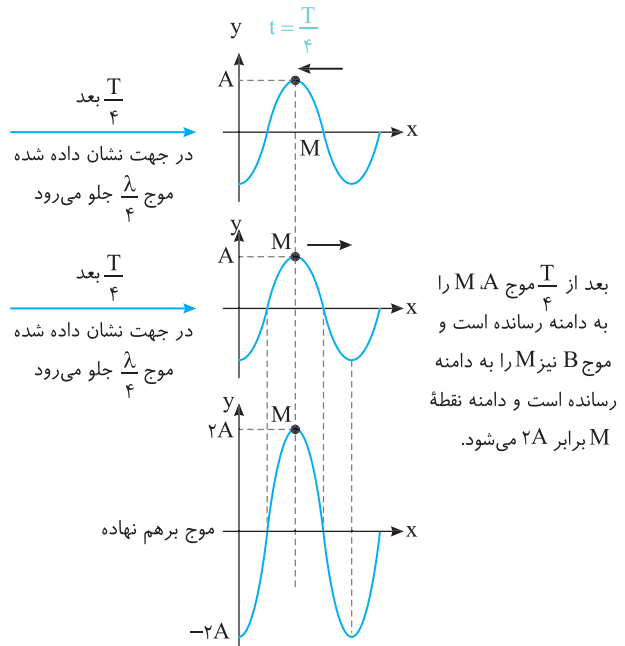
بیشینه تندی نقاط برابر $A\omega$ است. هم‌چنین با توجه به شکل روبه‌رو دامنه نقاط شکم برابر $2A$ است.

در نقاط شکم دو موج یکدیگر را تقویت می‌کنند و تداخل سازنده است بنابراین دامنه نوسان نقاط شکم برابر اصل برهم نهی خواهد شد:
 $A_T = A + A = 2A$
در نتیجه تندی بیشینه نقاط شکم برابر است با:

$$v_{max} = 2A\omega \Rightarrow v_{max} = 0.4 \times 100 \pi = 40\pi \text{ m/s}$$



(ب) بررسی تداخل در $t = \frac{T}{4}$:



۱ ۲۰۵۸ A

فاصله هر دو گره متوالی در موج ایستاده برابر $\frac{\lambda}{2}$ است. با توجه به شکل فاصله سه گره متوالی خواهد شد:

$$d = 2 \times \frac{\lambda}{2} = \lambda$$

۲ ۲۰۵۹ A

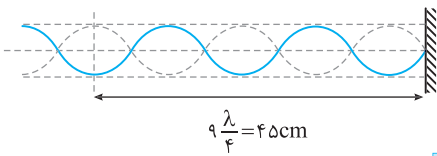
ابتدا شکل موج ایستاده را رسم می کنیم. با توجه به شکل موج ایستاده ای که رسم شده است، فاصله شکم پنجم را بر حسب طول موج از روی شکل مشخص می کنیم و طول موج را به دست می آوریم:

$$\frac{9\lambda}{4} = 45 \Rightarrow \lambda = 20 \text{ cm} = 0.2 \text{ m}$$

اکنون می توان بسامد را حساب کرد:

$$f = \frac{v}{\lambda} \Rightarrow f = \frac{36}{0.2} \Rightarrow f = 180 \text{ Hz}$$

شکم پنجم



۲ ۲۰۶۰ B

خط فکری در بازتاب از انتهای ثابت و تشکیل امواج ایستاده، در محل انتهای ثابت، گره تشکیل می شود از طرفی فاصله دو گره متوالی از هم $\frac{\lambda}{2}$ است و با توجه به شکل فاصله گره ها از انتهای ثابت مضرب صحیح نصف طول موج یعنی $d = n \times \frac{\lambda}{2}$ می شود.

بنابراین ابتدا طول موج را به دست می آوریم:

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow \lambda = \frac{20}{100} = 0.2 \text{ m}$$

در این صورت فاصله گره ها از انتهای ثابت برابر خواهد شد با:

$$d = n \times \frac{\lambda}{2} \Rightarrow d = 0.5 n$$

۲ ۲۰۶۱ B

با توجه به شکل نقطه M شکم است و فاصله آن از انتهای ثابت $\frac{3\lambda}{4}$ است. از طرفی بسامد زاویه ای نوسان می باشد: $\omega = 60\pi \text{ rad/s}$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow 60\pi = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{1}{30} \text{ s}$$

طول موج برابر خواهد شد با:

$$\lambda = vT \Rightarrow \lambda = 12 \times \frac{1}{30} \Rightarrow \lambda = 0.4 \text{ m}$$

$$\text{فاصله } M \text{ از انتهای ثابت} = \frac{3\lambda}{4} = 3 \times \frac{0.4}{4} = 0.3 \text{ m}$$

۱ ۲۰۶۲ A

مطابق شکل فاصله دومین شکم تا انتهای ثابت برابر $\frac{3\lambda}{4}$ است از این رو: $\frac{3\lambda}{4} = 15 \Rightarrow \lambda = 20 \text{ cm}$ تندی انتشار موج در ریسمان برابر خواهد شد با:

$$v = f\lambda \Rightarrow v = 100 \times 0.2 = 20 \text{ m/s}$$

رابطه تندی در ریسمان برابر است با:

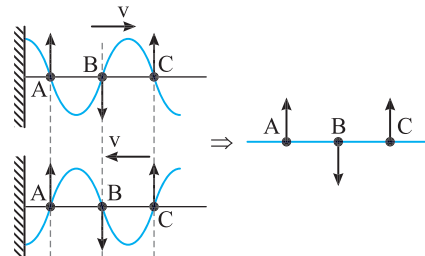
$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \Rightarrow 20 = \sqrt{\frac{F}{2.0 \times 10^{-3}}} \Rightarrow 400 = \frac{F}{2.0 \times 10^{-3}} \Rightarrow F = 8 \text{ N}$$

۳ ۲۰۵۵ A

با توجه به شکل های روبه رو در نقطه A و هم چنین در نقطه C دو موج در فاز مخالف هستند و این نقاط بدون حرکت خواهد بود، یعنی موج تابیده در لحظه نشان داده شده نقطه A را پایین می برد و همان موج بازتابیده نقطه A را بالا می برد و دو موج در نقطه A تداخل ویرانگر دارند و A ساکن می ماند. برای نقطه C نیز همین گونه است.

۳ ۲۰۵۶ B

جهت حرکت نقاط A و B و C در موج تابیده و بازتابیده را مشخص می کنیم. با توجه به شکل جهت نوسان A ، B و C باید به صورت زیر باشد. در واقع A و B و C نقاط شکم هستند که در حال گذر از وضعیت تعادل خود می باشند و موج های تابیده و بازتابیده یکدیگر را در این نقاط تقویت می کنند.



۴ ۲۰۵۷ A

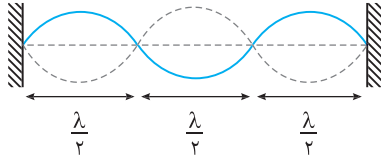
در لحظه نشان داده شده A و B در دامنه خود قرار دارند و می دانیم مدت زمانی که طول می کشد یک نوسانگر دامنه (نقطه بازگشت) به وضع تعادل خود برسد برابر $\frac{T}{4}$ است. هم چنین دوره نوسانات تمام نقاط واقع بر طناب با هم برابر است بنابراین:

$$\frac{\Delta t_A}{\Delta t_B} = \frac{T}{T} = 1$$

B ۲۰۶۷

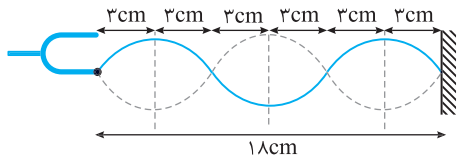
شکل تار در هماهنگ سوم مطابق شکل روبه‌رو است با توجه به شکل طول تار برابر $\frac{3\lambda}{2}$ و تعداد گره‌ها در تار برابر ۴ است، فاصله دو گره متوالی برابر $\frac{\lambda}{2}$ است، بنابراین:

$$l = 3 \frac{\lambda}{2} \Rightarrow 60 = 3 \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \frac{\lambda}{2} = 20 \text{ cm}$$



B ۲۰۶۸

با توجه به شکل در طول تار، سه شکم و چهار گره تشکیل می‌شود.



A ۲۰۶۹

طول تار مرتعش مضرب صحیحی از نصف طول موج است $(l = n \frac{\lambda}{2})$ بنابراین کافی است اعداد گزینیه‌ها را بر $\frac{\lambda}{2}$ تقسیم کنیم خارج قسمت هر کدام که عدد صحیح باشد آن عدد می‌تواند طول تار باشد.

$$n = \frac{l}{\frac{\lambda}{2}} \Rightarrow \frac{92}{8} = 11.5 \text{ غ ق ق } \frac{46}{8} = 5.75 \text{ غ ق ق}$$

$$\frac{24}{8} = 3 \text{ ق ق } \frac{12}{8} = 1.5 \text{ غ ق ق}$$

A ۲۰۷۰

خط فکری در یک تار مرتعش طول تار مضرب صحیحی از نصف طول موج است، بنابراین خارج قسمت طول تار به نصف طول موج باید عددی صحیح شود $(\frac{l}{\lambda} = n)$.

حال اعداد داده شده در گزینه‌ها را طبق این شرط امتحان می‌کنیم:

$$\frac{l}{\lambda} = \frac{24}{8} = 3 \text{ ق ق } \frac{40}{8} = 5 \text{ ق ق } \frac{60}{8} = 7.5 \text{ غ ق ق } \frac{120}{8} = 15 \text{ ق ق}$$

در نتیجه طول داده شده در گزینه (۳) نمی‌تواند طول تار باشد.

$$\frac{l}{\lambda} = \frac{60}{8} = 7.5 \text{ غ ق ق } \frac{120}{8} = 15 \text{ ق ق}$$

A ۲۰۷۱

در یک تار دو سر بسته اگر تعداد شکم‌ها در تار n باشد تعداد گره‌ها $n+1$ است.

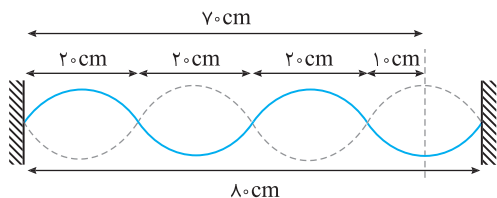
$$(n) + (n+1) = 7 \Rightarrow n = 3$$

از این رو می‌توان نوشت:

بنابراین تار هماهنگ سوم خود را تولید می‌کند و طول موج خواهد شد: $\lambda = \frac{2l}{3}$

A ۲۰۷۲

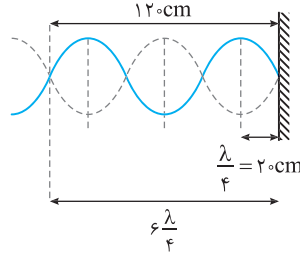
با توجه به صورت پرسش، شکل موج ایستاده در طناب را رسم می‌کنیم. با توجه به شکل، فاصله اولین گره تا آخرین شکم برابر ۷۰ cm می‌شود.



B ۲۰۶۳

راه حل اول: ابتدا طول موج را به دست می‌آوریم.

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow \lambda = \frac{40}{50} \Rightarrow \lambda = 0.8 \text{ m} = 80 \text{ cm}$$



شکل ریسمان را رسم می‌کنیم. در فاصله ۲۰ cm یعنی $\frac{\lambda}{4}$ از انتهای ثابت، شکم تشکیل می‌شود و در نقطه A دو موج همفازند و در فاصله ۱۲۰ cm از انتهای ثابت گره تشکیل شده است و دو موج در نقطه B ناهمفازند.

راه حل دوم: با توجه به شکل، در نقاطی که فاصله آن‌ها از انتهای ثابت مضرب فرد $\frac{\lambda}{4}$ است شکم تشکیل می‌شود و در نقاطی که فاصله آن‌ها از انتهای ثابت مضرب زوج $\frac{\lambda}{4}$ است گره تشکیل می‌شود.

بنابراین می‌توان فاصله داده شده را به $\frac{\lambda}{4}$ تقسیم کنیم اگر عدد حاصل فرد شد آن نقطه شکم و دو موج در آن نقطه همفاز هستند و اگر عدد حاصل زوج شد آن نقطه گره و دو موج در آن نقطه ناهمفاز هستند.

دو موج ناهمفازند \Rightarrow گره \rightarrow عدد زوج $\frac{d}{\frac{\lambda}{4}} = \frac{120}{80} = 1.5$

$$\frac{d}{\frac{\lambda}{4}} = 1.5 \Rightarrow d = 1.5 \times \frac{\lambda}{4} = 1.5 \times \frac{80}{4} = 30 \text{ cm}$$

$$\frac{d}{\frac{\lambda}{4}} = 1 \Rightarrow \text{شکم} \rightarrow \text{عدد فرد} \frac{d}{\frac{\lambda}{4}} = 1 \Rightarrow d = 1 \times \frac{\lambda}{4} = 1 \times \frac{80}{4} = 20 \text{ cm}$$

A ۲۰۶۴

فاصله دو گره متوالی از هم برابر $\frac{\lambda}{2}$ است.

با کاهش بسامد دیابازون و ثابت بودن سرعت انتشار موج در تار با توجه به رابطه $\lambda = \frac{v}{f}$ ، طول موج افزایش می‌یابد و فاصله گره‌ها از هم زیاد می‌شود.

B ۲۰۶۵

نکته مهمی که باید شما به آن دقت کنید این است که بسامد تشدید در دو حالت همان بسامد دیابازون است. اما با افزایش نیروی کشش تار، تندی انتشار موج در تار افزایش می‌یابد. $(\uparrow v = \sqrt{\frac{F \uparrow}{\mu}})$ بنابراین طول موج نیز افزایش می‌یابد. $(\uparrow \lambda = \frac{v \uparrow}{f_{\text{ثابت}}})$ با افزایش طول موج، فاصله گره‌ها از هم افزایش می‌یابد.

B ۲۰۶۶

فاصله نزدیک‌ترین گره تا نقطه ثابت برابر $\frac{\lambda}{4}$ است، بنابراین طول موج در حالت اول برابر است با:

$$\frac{\lambda}{4} = 20 \Rightarrow \lambda_1 = 40 \text{ cm}$$

برابر است با:

چون تندی موج $(v = f\lambda)$ در این تار ثابت است، بنابراین:

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{f_1}{f_2} \Rightarrow \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{20}{40} \Rightarrow \lambda_2 = 80 \text{ cm}$$

فاصله شکم‌ها از انتهای ثابت برابر است با مضرب فرد $\frac{\lambda}{4}$:

$$d = (2n-1) \frac{\lambda}{4} \Rightarrow \begin{cases} n=1 \Rightarrow d = (2 \times 1 - 1) \times \frac{80}{4} = 20 \text{ cm} \\ n=2 \Rightarrow d = (2 \times 2 - 1) \times \frac{80}{4} = 60 \text{ cm} \\ n=3 \Rightarrow d = (2 \times 3 - 1) \times \frac{80}{4} = 100 \text{ cm} \\ n=4 \Rightarrow d = (2 \times 4 - 1) \times \frac{80}{4} = 140 \text{ cm} \end{cases}$$

۳ ۲۰۷۳ A

طول موج در تار مرتعش به طول تار و شماره هماهنگ آن بستگی دارد، در این صورت:

$$\ell = \frac{n\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = \frac{2\ell}{n} \begin{cases} \lambda_1 = \frac{2\ell}{1} \\ \lambda_2 = \frac{2\ell}{2} \\ \lambda_3 = \frac{2\ell}{3} \end{cases} \Rightarrow \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{2\ell/2}{2\ell/1} = \frac{1}{2}$$

۳ ۲۰۷۴ B

طول تار $\lambda = 1/\lambda m$ می باشد و $\Delta\lambda = 1 \text{ cm}$ است بنابراین:

$$\lambda = \frac{2\ell}{n} \Rightarrow \lambda_{n-1} = \frac{2\ell}{n-1} \Rightarrow \Delta\lambda = \frac{2\ell}{n-1} - \frac{2\ell}{n}$$

$$18 = \frac{360}{n-1} - \frac{360}{n} \Rightarrow \frac{1}{n-1} - \frac{1}{n} = \frac{1}{20} \Rightarrow \frac{n-n+1}{n^2-n} = \frac{1}{20} \Rightarrow n^2-n-20=0$$

$$\Rightarrow (n-5)(n+4) \Rightarrow n=5$$

بنابراین طول موج کوتاه تر $n=5$ یا هماهنگ پنجم تار می باشد:

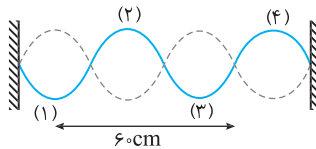
$$\lambda = \frac{2\ell}{5} \Rightarrow \lambda = \frac{2 \times 18}{5} \Rightarrow \lambda = 7.2 \text{ cm}$$

۱ ۲۰۷۵ A

هرگاه بسامد دو هماهنگ متوالی یک تار مرتعش با دو انتهای ثابت را از هم کم کنیم، بسامد هماهنگ اصلی به دست می آید.

$$f_{n+1} - f_n = (n+1)f_1 - nf_1 = f_1 \Rightarrow f_1 = 250 - 200 = 50 \text{ Hz}$$

۴ ۲۰۷۶ A



شماره هماهنگ یا شماره مد برابر تعداد شکم های ایجاد شده در طول تار است: $n=4$ بنابراین تار مد چهارم خود را ایجاد کرده است.

فاصله دو گره یا دو شکم متوالی برای $\frac{\lambda}{2}$ و فاصله یک گره از شکم مجاور برابر $\frac{\lambda}{4}$ است با توجه به شکل مسأله:

$$\frac{\lambda}{4} + \frac{\lambda}{4} + \frac{\lambda}{4} = 60 \Rightarrow \frac{3\lambda}{4} = 60 \Rightarrow \lambda = 80 \text{ cm} \xrightarrow{\lambda=v/f} 48 \times 10^{-2} = \frac{60}{f}$$

$$\Rightarrow f = \frac{60}{48 \times 10^{-2}} \Rightarrow f = 125 \text{ Hz}$$



۳ ۲۰۷۷ A

در طول طناب چهار گره تشکیل شده است از این رو $n=4-1=3$ بنابراین بسامد

$$f_n = \frac{nv}{2\ell} \Rightarrow f = \frac{3 \times 240}{2 \times 0.6} \Rightarrow f = 600 \text{ Hz}$$

طناب برابر است با:

۲ ۲۰۷۸ A

در تار با دو انتهای ثابت، شماره هماهنگ (n) از تعداد گره ها یک واحد کمتر است.

$$f_n = \frac{nv}{2\ell} \Rightarrow 400 = \frac{4v}{2 \times 0.4} \Rightarrow v = 80 \text{ m/s} \quad n=5-1=4$$

۳ ۲۰۷۹ B

با توجه به این که دو انتهای تار ثابت است، فاصله دو گره متوالی برابر $\frac{\lambda}{2}$ است، بنابراین:

$$\frac{\lambda}{2} = 10 \text{ cm} \Rightarrow \lambda = 20 \text{ cm} = 0.2 \text{ m}$$

با استفاده از رابطه سرعت انتشار موج داریم:

$$v = \lambda f = 0.2 \times 500 = 100 \text{ m/s}$$

چون در تار با دو انتهای ثابت، شماره هماهنگ برابر (۱- تعداد گره ها) می باشد، تار

هماهنگ چهارم خود را ایجاد می کند. حال با استفاده از رابطه طول موج تار با دو انتهای ثابت، می توان نوشت:

$$\ell = n \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \ell = 4 \times \frac{0.2}{2} = 0.4 \text{ m}$$

۳ ۲۰۸۰ A

اختلاف دو هماهنگ متوالی یک تار برابر هماهنگ اصلی یک تار می باشد:

$$f_{n+1} - f_n = f_1 \Rightarrow f_1 = 125 \text{ Hz}$$

در تار سه گره ایجاد شده است بنابراین مد دوم ($n=2$) را ایجاد کرده است و هماهنگ

$$f_3 = 3 \times 125 = 375 \text{ Hz} \quad \text{بعد از آن مد سوم است } (n=3) \text{ از این رو:}$$

۱ ۲۰۸۱ B

یادآوری: بسامدهای تشدید یک تار با دو انتهای بسته از رابطه $f = n \frac{v}{2\ell}$

به دست می آید که در آن v تندی انتشار موج در تار، L طول تار و n شماره مد آن است.

نکته: اختلاف دو بسامد متوالی تشدید یک تار دو انتها بسته برابر بسامد صوت

$$f_{n+1} - f_n = f_1 \quad (\text{مد اصلی تار است.})$$

$$f_1 = 225 - 150 = 75 \text{ Hz} \quad \text{بسامد صوت اصلی تار خواهد شد:}$$

۲: تندی انتشار موج در تار را حساب می کنیم:

$$f_1 = \frac{v}{2\ell} \xrightarrow{L=0.5m} 75 = \frac{v}{2 \times 0.5} \Rightarrow v = 75 \text{ m/s}$$

بازی با سوال: رشته ای از بسامدهای تشدید یک تار با دو انتهای ثابت

عبارت است از 150 Hz ، 300 Hz و 375 Hz و 450 Hz است. در این رشته یک

بسامد (بین 100 تا 500 هرتز) جا افتاده است. این بسامد چند هرتز است و

بسامد 450 Hz مربوط به مد چندم این تار است؟

از کتاب درسی بسامد 200 (سوم و 200 (دوم و ششم 225 (سوم و 225 (چهارم و ششم

پایبج: تفاضل دو بسامد متوالی در تار مرتعش برابر بسامد اصلی تار می باشد.

$$300 - 150 = 150 \text{ Hz}$$

$$375 - 300 = 75 \text{ Hz}$$

$$450 - 375 = 75 \text{ Hz}$$

همان طور مشخص است تفاضل دو بسامد متوالی باید 75 Hz باشد و بسامد جا

افتاده بین 150 هرتز تا 300 هرتز خواهد بود.

$$150 \text{ Hz} \xrightarrow{+75 \text{ Hz}} 225 \text{ Hz} \xrightarrow{+75 \text{ Hz}} 300 \text{ Hz}$$

جا افتاده

$$450 = n(75) \Rightarrow n=6 \quad \text{بسامد مد } 6 \text{ ام برابر است با } f_n = nf_1$$

بنابراین:

$$450 = n(75) \Rightarrow n=6 \quad \text{بسامد } 450 \text{ Hz} \text{ مربوط به مد ششم است.}$$

گزینۀ ۴:

۲ ۲۰۸۲ B

با توجه به اینکه مدهای یک تار ضرب طبیعی از مد اصلی آن است:

$$f_n = nf_1 \Rightarrow \begin{cases} f' = (m-1)f_1 \\ f'' = (m+1)f_1 \end{cases} \Rightarrow f' + f'' = (m-1)f_1 + (m+1)f_1$$

$$\Rightarrow f' + f'' = mf_1 - f_1 + mf_1 + f_1 \Rightarrow 2mf_1 = f' + f'' \Rightarrow 2f_m = f' + f''$$

$$\Rightarrow f_m = \frac{f' + f''}{2}$$

۴ ۲۰۸۳ B

نکته: در یک تار مرتعش دو انتها بسته بسامد هماهنگ 6 ام برابر است با:

$$f_n = \frac{nv}{2\ell}$$

هماهنگ اول و دوم یک تار دو انتها بسته برابر است با:

$$f_n = \frac{nv}{2\ell} \Rightarrow \begin{cases} f_1 = \frac{v}{2\ell} \\ f_2 = \frac{2v}{2\ell} \end{cases} \Rightarrow f_1 + f_2 = \frac{3v}{2\ell} \Rightarrow \frac{3v}{2 \times 0.4} = 375 \Rightarrow v = 100 \text{ m/s}$$

تندی موج در تار از رابطه $v = \sqrt{\frac{F\ell}{m}}$ به دست می آید:

$$100 = \sqrt{\frac{F \times 0.4}{10^{-2}}} \Rightarrow 10^4 = \frac{F \times 0.4}{10^{-2}} \Rightarrow F = \frac{10^6}{0.4} = 250 \text{ N}$$

۲۰۸۸ A

ابتدا تندی انتشار موج عرضی را در این تار به دست می آوریم:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{F}{\frac{m}{L} \times 10^{-2}}} = \sqrt{\frac{2 \times 10}{2 \times 10^{-2}}} = 10 \text{ m/s}$$

$$f = \frac{nv}{2\ell} \Rightarrow 450 = \frac{n \times 10}{2 \times 0.4} \Rightarrow n = 3$$

تعداد گره‌ها برابر است با: $n = 3 + 1 = 4$ تعداد گره = ۱- تعداد گره

۲۰۸۹ A

ابتدا سرعت موج در سیم را حساب می کنیم:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\rho A}} = \sqrt{\frac{312}{7800 \times 10^{-6}}} \Rightarrow v = 200 \text{ m/s}$$

$$\lambda = 20 \Rightarrow \lambda = 0.4 \text{ m} \quad \text{فاصله دو گره متوالی برابر } \frac{\lambda}{2} \text{ است، از این رو:}$$

$$v = f\lambda \Rightarrow 200 = f \times 0.4 \Rightarrow f = 500 \text{ Hz}$$

۲۰۹۰ B

ابتدا سرعت انتشار موج در تار را به دست می آوریم:

$$v = \frac{2}{D} \sqrt{\frac{F}{\pi \rho}} \Rightarrow v = \frac{2}{0.5 \times 10^{-2}} \sqrt{\frac{60}{3 \times 10000}} \Rightarrow v = 4 \times 10^2 \left(\frac{1}{2}\right)$$

$$\Rightarrow v = 200 \text{ m/s}, f_n = \frac{nv}{2\ell} \quad n=4 \rightarrow f_n = \frac{4 \times 200}{2 \times 0.3} = 1000 \text{ Hz}$$

۲۰۹۱ A

بسامد هماهنگ یک تار با دو انتهای ثابت برابر $f_n = \frac{nv}{2\ell}$ است که در آن v سرعت انتشار موج در تار است.

دو تار هم جنس بوده و با نیروی کشش یکسان کشیده شده اند، از این رو:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \frac{2}{D} \sqrt{\frac{F}{\pi \rho}} \quad \rho_1 = \rho_2, F_1 = F_2 \rightarrow \frac{v_1}{D_1} = \frac{v_2}{D_2} \quad (1)$$

با توجه به رابطه بسامد برای تار مرتعش داریم

$$f = n \frac{v}{2\ell} \quad \frac{n_1 = n_2 = 1}{\ell_1 = \ell_2} \rightarrow \frac{f_1}{f_2} = \frac{v_1}{v_2} \xrightarrow{\text{رابطه (1)}} \frac{f_1}{f_2} = \frac{D_2}{D_1} \Rightarrow \frac{f_1}{f_2} = \frac{1}{2}$$

۲۰۹۲ B

برای تشدید باید بسامد دو تار با هم برابر باشد. در صورت سؤال گفته شده در تار A، $n+1$ گره تشکیل شده است از این رو تعداد شکم‌های A برابر n است و تعداد شکم‌های $2n$ می باشد، اکنون بسامدها را مساوی قرار می دهیم:

$$f_A = f_B \Rightarrow \frac{n_A v_A}{2\ell_A} = \frac{n_B v_B}{2\ell_B}$$

$$\xrightarrow{\ell_A = \ell_B} \frac{n v_A}{2\ell} = \frac{(2n) v_B}{2\ell} \Rightarrow v_A = 2v_B$$

$$\xrightarrow{\text{هم جنس}} \frac{2}{\rho_A} \sqrt{\frac{F}{\rho \pi}} = 2 \left(\frac{2}{\rho_B}\right) \sqrt{\frac{F}{\rho \pi}} \Rightarrow \frac{D_A}{D_B} = \frac{1}{2}$$

۲۰۹۳ B

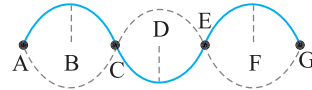
نسبت بسامدهای دو موج را حساب می کنیم.

$$\frac{f_A}{f_B} = \frac{\frac{n_A v_A}{2\ell_A}}{\frac{n_B v_B}{2\ell_B}} = \frac{n_A v_A}{n_B v_B} \xrightarrow{n_A=2, n_B=1} \frac{f_A}{f_B} = \frac{2v_A}{v_B} \Rightarrow \frac{f_A}{f_B} = \frac{v_A}{v_B}$$

$$\Rightarrow \frac{f_A}{f_B} = \sqrt{\frac{\frac{F_A}{\rho_A A_A}}{\frac{F_B}{\rho_B A_B}}} = \sqrt{\frac{1}{4}} \Rightarrow \frac{f_A}{f_B} = \frac{1}{2}$$

۲۰۸۴ B

شکل موج ایستاده ایجاد شده مانند روبه‌رو است پس در نقاط D و F که شکم ایجاد شده کاغذهای تا خورده ممکن است بیفتد و در نقطه E یا توجه به گره بودن جابه‌جایی ندارد و کاغذ نمی افتد.



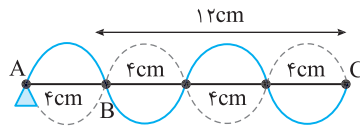
۲۰۸۵ B

کمترین بسامد خواسته شده است یعنی بیشترین طول موج را باید بررسی کنیم. در محل گیره، گره تشکیل می شود و برای آن که طول موج بیشینه باشد باید بین A و B مطابق شکل، گره‌ای ایجاد نشود در این صورت طول موج برابر خواهد شد با:

$$\frac{\lambda}{2} = 4 \Rightarrow \lambda = 8 \text{ cm}$$

در این صورت بسامد برابر است با:

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow 8 \times 10^{-2} = \frac{200}{f} \Rightarrow f = \frac{2000}{8} \Rightarrow f = 250 \text{ Hz}$$

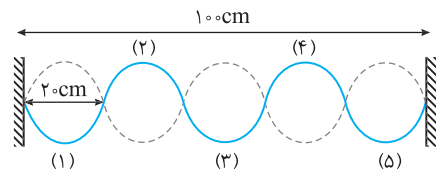


۲۰۸۶ B

تار با بسامد ثابت ۸۰ Hz در نوسان است و در فاصله ۲۰ cm از یک انتهای ثابت در در تار گره تشکیل شده است. برای آنکه تندی بیشینه باشد باید طول موج بلندترین باشد.

$\left(\lambda \uparrow = \frac{v \uparrow}{f_{\text{ثابت}}}\right)$ بنابراین باید بین انتهای ثابت و گره در ۲۰ سانتی متری، گره دیگر وجود نداشته باشد (مطابق شکل) در این صورت: $\lambda = 40 \text{ cm}$ و تندی انتشار موج خواهد شد:

$$v = f\lambda = 80 \times 0.4 \Rightarrow v = 32 \text{ m/s}$$



۲۰۸۷ B

تندی انتشار تار برابر است با: **یادآوری** ۱

نیروی کشش

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{F\ell}{m}} = \sqrt{\frac{F}{\rho A}} = \frac{2}{D} \sqrt{\frac{F}{\rho \pi}}$$

چگالی خطی $\frac{m}{\ell}$ جرم قطر مقطع تار چگالی

بسامد هماهنگ n م در تار مرتعش برابر است با: **یادآوری** ۲

$$f_n = \frac{nv}{2\ell} \rightarrow \text{طول تار}$$

$$f_2 = \frac{2 \times v}{2\ell} \Rightarrow 210 = \frac{2 \times v}{2 \times 0.5} \Rightarrow v = 50 \text{ m/s}$$

سرعت پیشروی موج در تار برابر است با:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{F}{\frac{m}{L} \times 10^{-2}}} \rightarrow v = \sqrt{\frac{F}{\frac{5 \times 10^{-2}}{10^{-2}}}} \rightarrow v = \sqrt{\frac{F}{5}} \Rightarrow F = 49 \text{ N}$$

B ۱ ۲۰۹۴

مد اصلی تار برابر $f = \frac{v}{\ell}$ است، با توجه به صورت مسئله طول تار بلندتر بوده و بسامد اصلی آن بزرگتر است از این رو:

$$f_B - f_A = \Delta \text{Hz} \Rightarrow \frac{v}{2\ell_B} - \frac{v}{2\ell_A} = \Delta \Rightarrow \frac{v}{1/4} - \frac{v}{1/5} = \Delta$$

$$\Rightarrow \frac{v}{2/1} = \Delta \Rightarrow v = 16 \text{ m/s}$$

$$f_A = \frac{v}{2\ell_A} \Rightarrow f_A = \frac{16}{2 \times 0.75} \Rightarrow f_A = \frac{16}{1.5} = 10.67 \text{ Hz}$$

B ۴ ۲۰۹۵

هنگامی دو تار با هم تشدید می کنند که دارای بسامد یکسان باشند.

$$f_A = f_B \Rightarrow \frac{n_A v_A}{2\ell_A} = \frac{n_B v_B}{2\ell_B} \xrightarrow{\ell_A = \ell_B} n_A v_A = n_B v_B$$

چون ریسمان B تحت کشش بیشتر است $(v = \sqrt{\frac{F}{\mu}})$ پس $v_B > v_A$ است و برای برابری رابطه $n_A v_A = n_B v_B$ باید $n_A > n_B$ باشد بنابراین تنها در وضعیت (ت) ممکن است دو ریسمان در یک بسامد تشدید یکنسان نوسان کنند.

A ۲ ۲۰۹۶

بسامد تار با دو انتهای بسته برابر $f_n = \frac{nv}{\ell}$ است که در آن v سرعت انتشار موج در تار بوده و $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$ می باشد.

$$\begin{cases} n=1 \Rightarrow f_1 = \frac{1}{\ell} \sqrt{\frac{F}{\mu}} \Rightarrow f_1 = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \\ n=2 \Rightarrow f_2 = \frac{2}{\ell} \sqrt{\frac{F}{\mu}} \Rightarrow f_2 = 2\sqrt{\frac{F}{\mu}} \end{cases}$$

B ۳ ۲۰۹۷

تار هماهنگ پنجم خود را تولید کرده است، بنابراین $n=5$ می باشد و بسامد اصلی تار خواهد شد:

$$f_5 = 5f_1 \Rightarrow 45 = 5f_1 \Rightarrow f_1 = 9 \text{ Hz}$$

با چهار برابر شدن نیروی کشش، سرعت انتشار موج در تار دو برابر می شود.

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \xrightarrow{F'=4F, \mu=\mu} v' = 2v$$

در این صورت، بسامد صوت اصلی تار دو برابر می شود.

$$f_1 = \frac{v}{\ell} \xrightarrow{v'=2v} f_1' = 2f_1 \Rightarrow f_1' = 2 \times 9 = 18 \text{ Hz}$$

B ۲ ۲۰۹۸

اگر نیروی کشش ۴۴ درصد افزایش یابد یعنی $F_2 = 1.44 F_1$ بنابراین:

$$\frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{F_2}{F_1}} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{1.44} \Rightarrow v_2 = 1.2v_1$$

بنا به فرض مسأله بسامد هماهنگ تار در حالت اول و حالت دوم برابر شده است از این رو:

$$f_1 = f_2 \Rightarrow \frac{nv_1}{2\ell} = \frac{n'v_2}{2\ell} \xrightarrow{v_2=1.2v_1} n = 1.2n'$$

بنابراین با توجه به گزینه ها بسامد هماهنگ پنجم حالت ثانویه با بسامد هماهنگ ششم حالت اولیه برابر است و گزینه (۲) درست است.

B ۳ ۲۰۹۹

در هر دو حالت تار با یک بسامد ارتعاش کرده است.

$$f = f' \Rightarrow \frac{nv}{2\ell} = \frac{n'v'}{2\ell} \xrightarrow{v_2=1.2v_1, n'=5-1=4} \frac{2}{2\ell} \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \frac{4}{2\ell} \sqrt{\frac{F'}{\mu}} \Rightarrow F' = \frac{F}{4}$$

بنابراین کشش به $\frac{1}{4}$ مقدار اولیه خود رسیده و $\frac{3}{4} F$ از نیروی اولیه کاهش یافته است.

$$\frac{\Delta F}{F} \times 100 \Rightarrow \frac{-3F}{F} \times 100 = -75\%$$

بنابراین نیرو ۷۵ درصد کاهش یافته است.

B ۲ ۲۱۰۰

در تار با دو انتهای ثابت، در هماهنگ اول، فاصله دو گره از هم برابر است با:

$$\ell = \frac{\lambda_1}{2} \Rightarrow \lambda_1 = 2\ell$$

و با تغییر نیروی کشش، در مقدار λ_1 تغییر حاصل نمی شود.

بازی با سؤال نیروی کشش تار مرتعشی را آنقدر تغییر داده ایم که بسامد اصلی تار ۳ برابر شده است. در این صورت، طول موج هماهنگ اصلی آن چند برابر حالت اول می شود؟

$$1 \quad 2 \quad 3 \quad 4$$

پاسخ طول موج در تار مرتعش، تابعی از طول لوله و شماره هماهنگ است. در این پرسش، طول تار و همچنین شماره هماهنگ ثابت مانده است، بنابراین طول موج هماهنگ اصلی تغییر نمی کند.

B ۱ ۲۱۰۱

تار دارای دو انتهای ثابت است، زیرا هماهنگ زوج تولید کرده است. طول موج تابعی از طول لوله و شماره هماهنگ است و به نیروی کشش بستگی ندارد.

طول موج در حالت اول:

$$\ell = n \frac{\lambda}{2} \xrightarrow{n=1} \ell = \frac{\lambda_1}{2} \Rightarrow \lambda_1 = 2\ell$$

طول موج در حالت دوم:

$$n=2 \Rightarrow \ell = 2 \frac{\lambda_2}{2} \Rightarrow \lambda_2 = \ell$$

بنابراین طول موج نصف حالت اول می شود.

B ۳ ۲۱۰۲

با توجه به صورت سؤال بسامد سوم تار در حالت اول با بسامد هماهنگ اصلی تار برابر شده است از این رو:

$$f_3 = f_1' \xrightarrow{f_3 = \frac{3v}{2\ell}, f_1' = \frac{v'}{2\ell}} \frac{3v}{2\ell} = \frac{v'}{2\ell} \Rightarrow 3v = v'$$

$$\xrightarrow{v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}} 3\sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{F'}{\mu}} \Rightarrow F' = 9F$$

با توجه به فرض مسأله $F' = mF$ ، در این صورت $m=9$ است.

B ۳ ۲۱۰۳

در یک تار دو انتها بسته اگر تعداد شکم n باشد تعداد گره $n+1$ می باشد با توجه به صورت سؤال حاصل ضرب تعداد گره ها در تعداد شکم ها ۱۲ شده است از این رو:

$$(n)(n+1) = 12 \Rightarrow n(n+1) = 3 \times 4 \Rightarrow n = 3$$

اگر بخواهیم در حالت دوم حاصل ضرب تعداد گره در شکم نصف شود، یعنی داریم:

$$(n')(n'+1) = 6 \Rightarrow n'(n'+1) = 2 \times 3 \Rightarrow n' = 2$$

در دو حالت تشدید با یک دیپازون است بنابراین $f = f'$:

$$\frac{nv}{2L} = \frac{n'v'}{2L} \Rightarrow nv = n'v' \xrightarrow{v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}} 3\sqrt{\frac{F}{\mu}} = 2\sqrt{\frac{F'}{\mu}}$$

$$\Rightarrow 9F = 4F' \Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{9}{4}$$

سرعت انتشار موج در تار خواهد شد:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\rho A}} \Rightarrow \frac{v'}{v} = \sqrt{\frac{A}{A'}} \Rightarrow \frac{v'}{v} = \sqrt{\frac{A}{\frac{A}{4}}} \Rightarrow \frac{v'}{v} = 2$$

بسامد اصلی تار برابر با $f = \frac{v}{2\ell}$ است، بنابراین:

$$f = \frac{v}{2\ell} \Rightarrow \frac{f'}{f} = \frac{v'}{v} \times \frac{\ell}{\ell'} \Rightarrow \frac{f'}{f} = 2 \times \frac{1}{2} = 1$$

۱ ۲۱۱۰ B

در یک تار با دو انتهای بسته، اختلاف بسامد دو هماهنگ متوالی برابر بسامد اصلی است. وقتی یک گره یا یک شکم اضافه می‌شود، یعنی بسامد هماهنگ بعدی رخ داده است، پس به بسامد تار به اندازه بسامد اصلی اضافه می‌شود. طول موج هماهنگ اصلی برابر است با:

$$\ell = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = 2m, \quad f = \frac{v}{\lambda} \Rightarrow f = \frac{100}{2} = 50 \text{ Hz}$$

بنابراین برای آنکه به تعداد شکم‌ها یکی اضافه شود باید به بسامد ۵۰ Hz افزوده شود.

۱ ۲۱۱۱ A

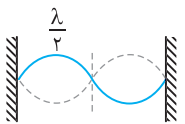
وقتی تشدید رخ می‌دهد که بسامد نوسان‌کننده با بسامد یکی از هماهنگ‌های سیم ویولن برابر باشد. بسامدهای ۶۰۰ Hz و ۹۰۰ Hz بسامدهای دو هماهنگ متوالی این تار هستند. در این صورت بسامد اصلی تار برابر تقاضل این دو بسامد است:

$$f_1 = 900 - 600 \Rightarrow f_1 = 300 \text{ Hz}$$

$$f_1 = \frac{v}{2\ell} \Rightarrow 300 = \frac{v}{2 \times 0.25} \Rightarrow v = 150 \text{ m/s}, \quad v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

$$\Rightarrow 150 \times 150 = \frac{F}{\frac{0.5 \times 10^{-2}}{0.25}} \Rightarrow F = 45 \text{ N}$$

۲ ۲۱۱۲ B

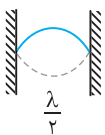


در حالت اول در طول تار دو شکم ایجاد شده است.

$$\ell = n \frac{\lambda}{2} \quad n=2 \Rightarrow \lambda = \ell$$

در حالت دوم طول تار کاهش یافته است اما طول موج تغییر نکرده است چرا؟ چگالی خطی جرم (μ) و نیروی کشش (F) ثابت مانده در نتیجه تندی ($v = \sqrt{F/\mu}$) ثابت می‌ماند، از طرفی در دو حالت، تار با یک چشمه تشدید انجام داده است و بسامد ثابت می‌باشد، بنابراین:

$$\lambda = \frac{v}{f} \quad \frac{v}{f} = \frac{v}{f'} \Rightarrow \lambda = \lambda' \Rightarrow \lambda' = \lambda$$



برای آنکه طول موج در تار ثابت باشد باید تار مطابق

شکل روبه‌رو به نوسان در آمده باشد، یعنی $\ell' = \frac{\lambda}{2}$

شود. از این‌رو:

$$\ell = \lambda, \quad \ell' = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \ell' = \frac{\ell}{2} = 40 \text{ cm}$$

باید ۴۰ cm از طول تار کم کنیم.

۲ ۲۱۱۳ B

طول موج و بسامد تار را به دست می‌آوریم:

$$\lambda = \frac{2\ell}{n} \Rightarrow \lambda_1 = \frac{2 \times 15}{1} = 30 \text{ cm}$$

$$f = \frac{v}{\lambda} \Rightarrow f = \frac{180}{0.3} \Rightarrow f = 600 \text{ Hz}$$

بسامد تار با بسامد امواج صوتی منتشر شده در هوا برابر است:

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow \lambda = \frac{320}{600} \Rightarrow \lambda = \frac{16}{3} = 5.33 \text{ cm}$$

۴ ۲۱۰۴ B

در ابتدا در طول تار دو شکم ایجاد شده در واقع تار هماهنگ دوم (f_2) خود را ایجاد کرده است:

با تغییر نیروی F می‌خواهیم تعداد شکم یک واحد تغییر کند و ممکن است یک واحد کم و یا یک واحد زیاد شود در تمام حالت‌ها موج به وسیله نوسان دیاپازون به وجود می‌آید در واقع بسامد نوسان در تمام حالت‌ها یکسان است.

$$\text{یک شکم کم شود} \quad n'=1 \rightarrow f'_1 = f_2 \Rightarrow \frac{v'}{2\ell} = \frac{2v}{2\ell} \Rightarrow v' = 2v$$

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \rightarrow F' = 4F$$

$$\text{یک شکم اضافه شود} \quad n'=3 \rightarrow f'_3 = f_2 \Rightarrow \frac{3v'}{2\ell} = \frac{2v}{2\ell} \Rightarrow 3v' = 2v$$

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \rightarrow 3\sqrt{\frac{F'}{\mu}} = 2\sqrt{\frac{F}{\mu}} \Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{4}{9}$$

۱ ۲۱۰۵ B

در دو حالت بسامد تار حاصل از تشدید دیاپازون بوده و بسامد تار در دو حالت یکسان است.

$$f = f' \Rightarrow \frac{nv}{2\ell} = \frac{n'v'}{2\ell} \quad \frac{n=6}{v=\sqrt{\frac{F}{\mu}}} \rightarrow \frac{6\sqrt{\frac{F}{\mu}}}{2\ell} = \frac{n'\sqrt{\frac{F'}{\mu}}}{2\ell}$$

$$F' = 9F \rightarrow 6\sqrt{F} = n'\sqrt{9F} \Rightarrow 6 = 3n' \Rightarrow n' = 2$$

بنابراین در حالت دوم تار هماهنگ دوم خود را دارد و می‌دانیم (۱- تعداد گره) برابر شماره هماهنگ است پس در این حالت ۳ گره در طناب تشکیل شده است. موج صوت در هوا پخش می‌شود و با توجه به اینکه در هر دو حالت تندی صوت در هوا یکسان و بسامد نیز تغییر نکرده است پس طول موج صوت منتشر شده در هوا ثابت می‌ماند.

۴ ۲۱۰۶ A

با کاهش جرم وزنه، کشش ریسمان کاهش می‌یابد در نتیجه سرعت انتشار موج در تار $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$ کاهش می‌یابد و با ثابت بودن بسامد دیاپازون، طول موج افزایش و تعداد شکم‌ها افزایش می‌یابد.

۴ ۲۱۰۷ A

در دو حالت نیرو و سطح مقطع و جنس ریسمان یکسان است بنابراین در دو حالت یکسان است:

$$f_1 = \frac{v}{2\ell}, \quad f'_1 = \frac{v}{2(\frac{\ell}{2})} \Rightarrow f'_1 = 2f_1$$

$$\frac{\lambda'_1}{\lambda_1} = \frac{f_1}{f'_1} = \frac{1}{2} \quad \text{با توجه به رابطه } \lambda = \frac{v}{f} \text{ و ثابت ماندن } v \text{ داریم:}$$

۳ ۲۱۰۸ B

در یک تار با دو انتهای ثابت، بسامد هماهنگ‌های تار برابر $f_n = \frac{nv}{2\ell}$ است که در آن $v = \sqrt{\frac{F}{\rho A}}$ می‌باشد.

هنگامی که سیم را دو لا می‌کنیم، طول آن نصف ($\ell' = \frac{\ell}{2}$) و سطح مقطع آن دو برابر ($A' = 2A$) می‌شود. جنس سیم و نیروی کشش تغییر نکرده است.

$$\frac{f'_n}{f} = \frac{v'}{v} \times \frac{\ell}{\ell'} \quad \frac{v'}{v} = \sqrt{\frac{A}{A'}} \rightarrow \frac{f'_n}{f} = \sqrt{\frac{A}{A'}} \times \frac{\ell}{\ell'} = \sqrt{\frac{A}{2A}} \times \frac{\ell}{\frac{\ell}{2}} \Rightarrow \frac{f'_n}{f} = \sqrt{2}$$

۲ ۲۱۰۹ B

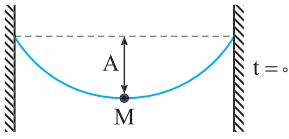
طول سیم ۴ برابر شده است، در این صورت سطح مقطع سیم $\frac{1}{4}$ حالت اول می‌شود.

$$\ell' = 4\ell \quad \frac{\text{حجم ثابت است}}{V=AL} \rightarrow A' = \frac{1}{4}A$$

۳ اختلاف تراز شدت صوت در دو حالت مختلف برابر است با:

$$\beta_r - \beta_1 = 10 \log \frac{I_r}{I_1} \Rightarrow \beta_r - \beta_1 = 10 \log 4 = 10 \log 2^2$$

$$\beta_r - \beta_1 = 20 \log 2 = 6 \text{ dB}$$

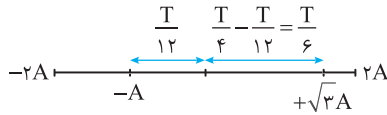


هر ذره از ریسمان که نوسان می کند دارای حرکت هماهنگ ساده است و در نقاط شکم، دامنه نوسان $2A$ است، نقطه M در لحظه نشان داده شده در

مکان $-A$ است در بازه زمانی $t = \frac{1}{f} = \frac{T}{4}$ برای آنکه سرعت متوسط نقطه M بیشینه

شود باید در این مدت جابه جایی آن بیشینه باشد. از این رو باید نقطه M به سوی مرکز نوسان در حرکت باشد. زیرا در اطراف مرکز نوسان تندی بیشتر بوده و در یک زمان معین جابه جایی بزرگ تر است. با توجه به بازه های زمانی شناخته شده در مدت $\frac{T}{4}$ نقطه M از

مکان $-A$ به مکان $+\sqrt{3}A$ می رود و بیشینه سرعت متوسط M خواهد شد.



$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v_{av} = \frac{\sqrt{3}A - (-A)}{\frac{1}{4f}} \Rightarrow v_{av} = 4(\sqrt{3} + 1)Af$$

۳ ۲۱۱۸

هر نقطه از محیط مانند M و N دارای حرکت هماهنگ ساده هستند بنابراین معادله نوسان نقطه M را می نویسیم:

$$\omega = 2\pi f \Rightarrow \omega = 2\pi \times 4 \Rightarrow \omega = 8\pi \text{ rad/s}$$

$$x = 2A \cos \omega t \xrightarrow{t = \frac{1}{12}} x = 2A \cos \frac{8\pi}{12} \Rightarrow x = 2A \cos \frac{2\pi}{3}$$

$$\Rightarrow x = 2A \left(-\frac{1}{2}\right) = -A$$

نقطه N و نقطه M دو شکم مجاور بوده و هرگاه در M است $2A$ در N در $-2A$ قرار دارد و وقتی M به $-A$ می رود N نیز به $+A$ می رود.

۱ ۲۱۱۹

نقطه C شکم و نقاط A و B گره هستند. فاصله نقطه A تا B برابر فاصله دو گره است که برابر $\frac{\lambda}{2}$ است. ابتدا سرعت موج در تار را به دست می آوریم:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{100}{4 \times 10^{-2}}} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{100}{4 \times 10^{-2}}} = 50 \text{ m/s}$$

بسامد را از معادله چشمه حساب می کنیم:

$$\omega = 2\pi f \Rightarrow 200\pi = 2\pi f \Rightarrow f = 100 \text{ Hz}$$

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow \lambda = \frac{50}{100} = 0.5 \text{ m} \Rightarrow \lambda = 50 \text{ cm}$$

$$AB = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow AB = \frac{50}{2} = 25 \text{ cm} = 0.25 \text{ m}$$

فاصله A تا B خواهد شد:

نقطه C شکم است و هنگام گذر از حالت تعادلش سرعتش خواهد شد:

$$v_m = A\omega = 0.06 \times 200\pi = 12\pi \text{ m/s}$$

بنابراین باید نقطه C در مدت t_1 از حالت تعادلش بگذرد بنابراین t_1 است.

$$T = \frac{1}{f} \Rightarrow T = \frac{1}{100} \text{ s} \Rightarrow \frac{T}{4} = \frac{1}{400} \text{ s}$$

۳ ۲۱۱۴

خط فکری

در یک تار طول موج بسامدهای تشدیدی تار به طول تار و شماره هماهنگ $(\lambda = \frac{2L}{n})$ بستگی دارد و نیروی کشش تار، جنس تار و ... در طول موج یک

هماهنگ معین تأثیری ندارد، اما بسامدهای تشدیدی تار به طول نیروی کشش تار بستگی دارد.

$$(f_n = \frac{nv}{2L}, v = \sqrt{\frac{F}{\mu}})$$

بسامد موج در تار که همان بسامد صوت در هواست را حساب کنید سپس طول موج در دو حالت برای صوت منتشر شده در هوا را به دست بیاورید و از هم کم کنید.

۱ طول موج تار ثابت می ماند زیرا تار همچنان همان اول خود را تولید کرده است. $\ell = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \lambda_{\text{تار}} = \lambda'_{\text{تار}} = 2\ell \Rightarrow \lambda_{\text{تار}} = \lambda'_{\text{تار}} = 60 \text{ cm}$

۲ نیروی کشش تار ۲۵٪ حالت اول است. $F_r = \frac{25}{100} F_1 \Rightarrow F_r = \frac{1}{4} F_1$

۳ تندی انتشار موج در تار خواهد شد: $\frac{v_r}{v_1} = \sqrt{\frac{F_r}{F_1}} \Rightarrow \frac{v_r}{v_1} = \sqrt{\frac{1}{4}} \Rightarrow v_r = \frac{1}{2} v_1$

۴ بسامد هماهنگ اول در این حالت برابر است با:

$$f = \frac{v}{\lambda} \Rightarrow \frac{f'}{f} = \frac{v'}{v} \Rightarrow \frac{f'}{f} = \frac{1}{2}$$

۵ بسامد موج در دو حالت را به دست می آوریم:

$$f = \frac{v}{\lambda} \Rightarrow f_1 = \frac{150}{0.6} \Rightarrow f_1 = 250 \text{ Hz}$$

$$f'_1 = \frac{f_1}{2} \Rightarrow f'_1 = \frac{250}{2} \Rightarrow f'_1 = 125 \text{ Hz}$$

۶ بسامد موج در هوا در دو حالت همان $f_1 = 250 \text{ Hz}$ و $f'_1 = 125 \text{ Hz}$ است. طول موج صوت در هوا را حساب می کنیم.

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow \begin{cases} v = 320 \text{ m/s}, f_1 = 250 \text{ Hz} \rightarrow \lambda_{\text{هوا}} = \frac{320}{250} = 1.28 \text{ m} \\ v = 320 \text{ m/s}, f'_1 = 125 \text{ Hz} \rightarrow \lambda_{\text{هوا}} = \frac{320}{125} = 2.56 \text{ m} \end{cases}$$

۷ اختلاف طول موجها در هوا خواهد شد:

$$\Delta \lambda = 2.56 - 1.28 \Rightarrow \Delta \lambda = 1.28 \text{ m}$$

۲ ۲۱۱۵

خط فکری

در پدیده پراش هرچه طول موج افزایش یابد، پراش بارزتری مشاهده می شود و اگر طول موج کاهش یابد، وضوح پراش کم می شود. بنابراین شما باید بررسی کنید که طول موج چه تغییری کرده است.

۱ با افزایش شماره هماهنگ، بسامد تار و بسامد صوت حاصل از تار افزایش می یابد. $(\uparrow f_n = \uparrow n f_1)$

۲ با افزایش بسامد، طول موج صورت کاهش می یابد. $(\downarrow \lambda = \frac{v}{f \uparrow})$

۳ با کاهش طول موج، گسترده گی موج در منطقه سایه کاهش می یابد. یعنی پراش کمتری رخ می دهد.

۲ ۲۱۱۶

یادآوری

در یک تار مرتعش بسامد هماهنگ n ام، n برابر بسامد هماهنگ اول است. بسامد هماهنگ دوم خواهد شد: $f_r = 2f_1$

یادآوری شدت صوت با مربع بسامد و مربع دامنه نسبت مستقیم دارد و با مربع فاصله نسبت وارون دارد. $\frac{I_r}{I_1} = \left(\frac{f_r}{f_1}\right)^2 \left(\frac{d_1}{d_r}\right)^2$

۲ فاصله یک نقطه معین از چشمه ثابت است. $(d_1 = d_r)$ و دامنه نیز یکسان

$$\frac{I_r}{I_1} = \left(\frac{f_r}{f_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{I_r}{I_1} = 4$$

است. بنابراین:

۱ طول موج خواهد شد: $AC = \frac{\lambda}{2} \rightarrow AC = \frac{\lambda}{4} \rightarrow \lambda = \frac{2}{4} AC = \frac{1}{2} AC$

۲ تندی انتشار موج را حساب می‌کنیم.

$v = f\lambda \rightarrow f = 300 \text{ Hz} \rightarrow v = 300 \times \frac{1}{2} = 150 \text{ m/s}$

پنجره ۳ روبروی ۴

۲ ۲۱۲۴ B

۱ بسامد، دوره و بسامد زاویه‌ای به چشمه بستگی دارد پس این ویژگی‌ها در نقاط A و B یکسان می‌باشد و گزاره (الف) درست است. چون دوره‌ها یکسان است بنابراین نقاط A و B هم‌زمان به نقاط بازگشت خود می‌رسند و گزاره (ب) درست است. دامنه نقاط A و B یکسان نیست و $A_B < A_A$ می‌باشد و گزاره (ت) نادرست است. از طرفی:

$A_A \omega > A_B \omega \Rightarrow v_{\max, A} > v_{\max, B}$

$A_A \omega^2 > A_B \omega^2 \Rightarrow a_{\max, A} > a_{\max, B}$

بنابراین گزاره (ب) و (ت) نیز نادرست هستند. نمای ۱۷

۳ ۲۱۲۴ A

۲ فاصله دو گره متوالی از هم برابر $\frac{\lambda}{2}$ است، طول موج را به دست می‌آوریم:

$\frac{\lambda}{2} = 20 \text{ cm} \Rightarrow \lambda = 40 \text{ cm} \rightarrow v = f\lambda \rightarrow v = 200 \times \frac{40}{100} = 80 \text{ m/s}$

تندی پیشروی موج در یک محیط مقدار ثابتی است.

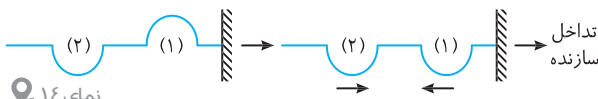
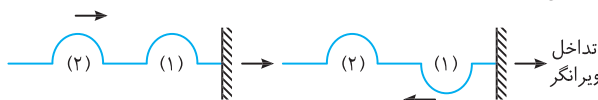
موج تابیده در جهت محور Xها در حال پیشروی بوده و سرعت آن 80 m/s و موج بازتابیده در

خلاف جهت محور Xها در حال پیشروی است و سرعت آن -80 m/s است. نمای ۱۷

۲ ۲۱۲۴ B

خط فکری

۳ باید بازتاب تب اول در هر شکل را رسم کنید تا بتوانید در مورد بر هم نهی آنها اظهار نظر کنید. البته باید خاطرتان باشد که تب بازتاب از انتهای ثابت وارونگی دارد.



نمای ۱۴

۱ ۲۱۲۴ B

۴ ابتدا باید بررسی کنیم که پهنای شکاف در حدود طول موج است یا نه؟ تا مشخص شود که پراش اتفاق می‌افتد.

طول موج را حساب می‌کنیم

$\lambda = \frac{v}{f} \rightarrow v = 320 \text{ m/s}, f = 800 \text{ Hz} \rightarrow \lambda = \frac{320}{800} = 0.4 \text{ m} = 40 \text{ cm}$

پهنای شکاف 6 cm و $1/5$ برابر طول موج است بنابراین پراش به وضوح اتفاق می‌افتد. با افزایش دمای هوای محیط، تندی انتشار موج و در نتیجه طول موج افزایش می‌یابد

(با افزایش طول موج، بر اثر بازترزی رخ می‌دهد و مسافتی که موج به آن می‌رسد گسترده‌تر می‌شود و مساحتی که موج در پشت شکاف به آن می‌رسد افزایش می‌یابد با کاهش بسامد چشمه، طول موج افزایش می‌یابد ($\lambda \propto \frac{v}{f}$) و گستردگی

موج در پشت شکاف افزایش می‌یابد.

نمای ۱۳

۱ ۲۱۲۰ B

طول تار 1 cm کاهش یافته بنابراین:

$\ell_1 = 98 \text{ cm}, \ell_2 = 97 \text{ cm}$

با کاهش طول تار، بسامد تار افزایش می‌یابد پس بسامد ثانویه 4 Hz بیشتر از بسامد اولیه است:

$f = \frac{nv}{2L} \rightarrow \frac{f_2}{f_1} = \frac{\ell_1}{\ell_2} \Rightarrow \frac{f_1 + 4}{f_1} = \frac{98}{97} \Rightarrow 97f_1 + 388 = 98f_1 \Rightarrow f_1 = 388 \text{ Hz}$

۲ ۲۱۲۱ B

با توجه به این که در دو نقطه O و M گره ایجاد می‌شود، با یک طناب با دو انتهای ثابت مواجه هستیم. در طناب با دو انتهای ثابت، تعداد شکم‌ها برابر شماره هماهنگ است بنابراین، طبق رابطه بسامد طناب با دو انتهای ثابت ($f_n = \frac{nv}{2L}$) و با توجه به

ثابت بودن بسامد دیاپازون (f) و طول طناب (L)، چون n از ۳ به ۱ تغییر کرده است، باید v (سرعت انتشار موج) ۳ برابر شود. طبق رابطه سرعت انتشار موج

$(v = \sqrt{\frac{F}{\mu}})$ و با ثابت بودن μ ، باید F، ۹ برابر شود.

بنابراین: $\frac{F_2}{F_1} = 9 \Rightarrow \frac{m_2 g}{m_1 g} = 9 \Rightarrow \frac{m_2}{m_1} = 9 \Rightarrow m_2 = 9m_1 \Rightarrow m_2 - m_1 = 8m_1$

پس، ۸ برابر جرم وزنه اولیه باید به آن بیفزاییم.

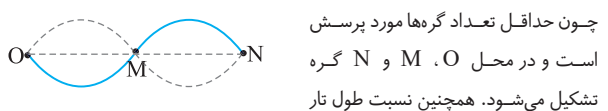
۲ ۲۱۲۲ B

هنگام عبور موج از یک محیط به محیط دیگر، بسامد ثابت می‌ماند و سرعت تغییر می‌کند. سرعت انتشار موج در تار از رابطه $v = \sqrt{\frac{F}{\rho_A}}$

به دست می‌آید پس سرعت و چگالی با هم رابطه عکس و مجزوری دارند ($v \propto \frac{1}{\sqrt{\rho}}$):

$\frac{\lambda_{Fe}}{\lambda_{Al}} = \frac{v_{Fe}}{v_{Al}} = \sqrt{\frac{\rho_{Al}}{\rho_{Fe}}} = \sqrt{\frac{2/6}{7/8}} = \sqrt{\frac{1}{3}} \Rightarrow \lambda_{Al} = \sqrt{3} \lambda_{Fe} \Rightarrow \lambda_{Al} = 1/\sqrt{3} \lambda_{Fe}$

$\frac{\lambda_{Al}}{\lambda_{Fe}} = \frac{v_{Fe}}{v_{Al}} = \sqrt{\frac{\rho_{Al}}{\rho_{Fe}}} = \sqrt{\frac{2/6}{7/8}} = \sqrt{\frac{1}{3}} \Rightarrow \lambda_{Al} = \sqrt{3} \lambda_{Fe} \Rightarrow \lambda_{Al} = 1/\sqrt{3} \lambda_{Fe}$



چون حداقل تعداد گره‌ها مورد پرسش

است و در محل O، M و N گره

تشکیل می‌شود. همچنین نسبت طول تار

آهنی به طول تار آلومینیومی برابر $\frac{\lambda_{Al}}{\lambda_{Fe}} = \frac{85}{50} = 1.7$ است که برابر نسبت طول موج‌ها

است. به همین دلیل شکل زیر به وجود می‌آید و سه گره در تار دیده می‌شود.

۴ ۲۱۲۳ B

بسامد دیاپازون در دو حالت یکسان و تعداد گره‌ها یکی بیش‌تر از شکم‌ها است. از طرفی نیروی کشش تار برابر نیروی وزن وزنه‌ها است. بنابراین:

در حالت اول ۲ گره تشکیل شده پس تار هماهنگ اول خود را تولید می‌کند و در حالت دوم ۳ گره تشکیل شده پس تار هماهنگ دوم خود را تولید می‌کند:

$f_1 = f_2 \rightarrow \frac{f_1}{v} = \frac{f_2}{v} \rightarrow \frac{n_1}{2L} \sqrt{\frac{F_1}{\mu}} = \frac{n_2}{2L} \sqrt{\frac{F_2}{\mu}} \Rightarrow 1 \times \sqrt{mg} = 2 \sqrt{m'g}$

$\Rightarrow m = 4m' \Rightarrow m' = \frac{m}{4} \Rightarrow \Delta m = m - \frac{m}{4} = \frac{3m}{4}$

۱ ۲۱۲۴ C

خط فکری

کمینه بسامد یعنی بلندترین طول موج و بلندترین طول موج یعنی بیشینه فاصله بین گره‌ها و شکم‌ها. از طرفی نقاط A و B انتهای ثابت هستند و در این نقاط گره

هستند. همچنین در نقطه C نیز گره تشکیل می‌شود. بنابراین فاصله بین A تا C فاصله بین

دو گره متوالی و برابر $\frac{\lambda}{2}$ است. λ را حساب کرده و تندی انتشار موج را به دست می‌آوریم.

۳ ۲۱۲۴ B

۵ خط فکری

پهنای نوارها (فریزها) با طول موج نور به کار رفته در آزمایش یانگ متناسب است بنابراین باید تغییر طول موج را بررسی کنیم.

۱ بسامد نور ۲۰٪ افزایش یافته، بنابراین طول موج آن خواهد شد:

$$\lambda = \frac{v}{f} \rightarrow \lambda' = \frac{f}{f'} = \frac{f}{1.2f} \rightarrow \lambda' = \frac{1}{1.2} \lambda = \frac{5}{6} \lambda_{\text{هوا}} \quad (\text{I})$$

۲ از طرفی طول موج در هوا نسبت به طول موج در آب خواهد شد:

$$\lambda_{\text{آب}} = \frac{\lambda_{\text{هوا}}}{n} \Rightarrow \lambda_{\text{آب}} = n \lambda_{\text{هوا}} \Rightarrow \lambda_{\text{آب}} = \frac{4}{3} \lambda_{\text{آب}} \quad (\text{II})$$

۳ طول موج بعد از این د و تغییر برابر است با:

$$(\text{I}) \text{ و } (\text{II}) \Rightarrow \lambda'_{\text{هوا}} = \frac{5}{6} \times \frac{4}{3} \lambda_{\text{آب}} \Rightarrow \lambda'_{\text{هوا}} = \frac{10}{9} \lambda_{\text{آب}}$$

۴ پهنای نوارهای تاریک روشن در حالت جدید نسبت به حالت اولیه حساب می‌کنیم: (I پهنای نوارهای تاریک و روشن است).

$$\frac{I'_{\text{هوا}}}{I_{\text{آب}}} = \frac{\lambda'_{\text{هوا}}}{\lambda_{\text{آب}}} \Rightarrow \frac{I'}{I} = \frac{\frac{10}{9} \lambda_{\text{آب}}}{\lambda_{\text{آب}}} = \frac{10}{9}$$

نمای ۱۶

۲ ۲۱۲۴ C

۶

۱ به شکل‌ها با دقت نگاه کنید در لحظه نشان داده شده موج A که به راست می‌رود می‌خواهد نقطه M را پایین

ببرد و همزمان موج B که به چپ می‌رود می‌خواهد نقطه M را پایین برد یعنی دو

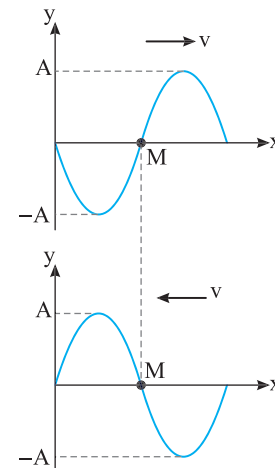
موج باهم نقطه M را بالا و پایین می‌برند بنابراین نقطه M شکم بوده و دامنه آن

بیشینه و برابر $A_m = 2A$

۲ نقطه M دارای حرکت هماهنگ ساده با دامنه $2A$ است نسبت مکان

$\sqrt{2}A$ را به دامنه به دست می‌آوریم.

$$\frac{x}{A} = \frac{\sqrt{2}A}{2A} \Rightarrow \frac{x}{A} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$



نقطه M در حالت تعادل خود قرار دارد و با توجه به بازه‌های زمانی شناخته شده در حرکت هماهنگ ساده، نقطه M در مدت $\frac{T}{8}$ به $\frac{\sqrt{2}}{2}$ دامنه می‌رسد.

نمای ۱۷

۱ ۲۱۲۴ A

۷

با افزایش شماره هماهنگ بسامد صوت حاصل افزایش یافته $(\uparrow f_n = \uparrow n f_1)$ و طول موجی موج منتشر شده در محیط کاهش می‌یابد.

$$(\downarrow \lambda = \frac{v}{f \uparrow})$$

یادآوری فاصله بین مکان‌های صدا بالا (L) و صدای ضعیف (S) با طول موج صوت نسبت مستقیم دارد.

با کاهش طول موج، فاصله S و L مجاور هم کاهش می‌یابد.

۴ ۲۱۲۴ B

۸

یادآوری هر گاه بسامدهای متوالی یک تار مرتعش را از هم کمک کنیم بسامد صوت اصلی به دست می‌آید.

۱ بسامد اصلی را حساب می‌کنیم:

$$f_1 = 390 - 325 \Rightarrow f_1 = 65 \text{ Hz}$$

۲ بسامد مدهای این تار به ترتیب خواهد شد:

$$f_1 = 65 \text{ Hz}, f_2 = 130 \text{ Hz}, f_3 = 195 \text{ Hz}, f_4 = 270 \text{ Hz}$$

بنابراین بسامد تشدید بعد از ۱۹۵ Hz برابر ۲۷۰ Hz است.

نمای ۱۸

۲ ۲۱۲۴ B

۹

با توجه به رابطه بسامدهای تشدید برای یک طناب دوسر بسته $(f_n = \frac{nv}{2\ell})$

تفاضل دو بسامد تشدید متوالی برابر بسامد تشدید اصلی است:

$$f_1 = f_{n+1} - f_n$$

خط فکری با توجه به نکته فوق ابتدا بسامد اصلی را به دست آورده و سپس با تقسیم بسامد داده شده بر آن، شماره هماهنگ بسامد مربوطه را محاسبه می‌کنیم. در نهایت بسامد بعدی با اضافه کردن ۱ واحد به عدد به دست آمده و ضرب آن در بسامد اصلی حاصل می‌شود.

بسامد تشدید اصلی (مد اصلی، هماهنگ اول) برابر است با:

$$f = 500 - 375 = 125 \text{ Hz}$$

بنابراین شماره هماهنگ بسامد ۷۵۰ Hz را به دست می‌آوریم:

$$n = \frac{750 \text{ Hz}}{125 \text{ Hz}} = 6$$

در نهایت بسامد بعدی $6 \times 125 \text{ Hz} = 750 \text{ Hz}$ می‌شود.

میابری پس از آنکه مطمئن شدیم که ۷۵۰ Hz یکی از مدهای نوسان است (حاصل تقسیم آن بر بسامد اصلی عددی صحیح شد) می‌توان یک بسامد اصلی به آن

اضافه کرد و بسامد تشدید بعدی را به دست آورد: $750 \text{ Hz} + 125 \text{ Hz} = 875 \text{ Hz}$

نمای ۱۸

۲ ۲۱۲۴ B

۱۰

یادآوری در امواج ایستاده فاصله دو شکم یا گره متوالی $\frac{\lambda}{2}$ است.

۱ با توجه به رابطه $\lambda = \frac{v}{f}$ ، طول موج را حساب می‌کنیم:

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow \lambda = \frac{160}{400} \Rightarrow \lambda = 0.4 \text{ m} = 40 \text{ cm}$$

۲ اکنون فاصله دو گره متوالی را به دست می‌آوریم:

$$\text{فاصله دو گره متوالی} = \frac{\lambda}{2} = 20 \text{ cm}$$

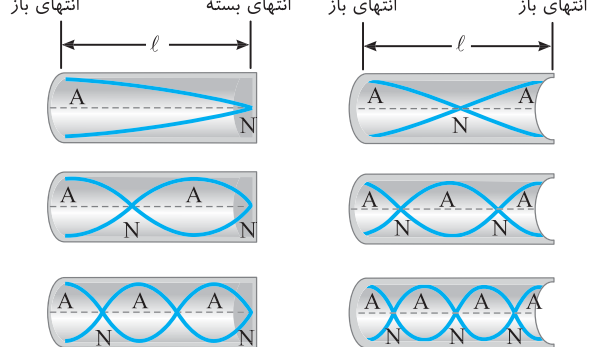
نمای ۱۸

پنجره ۵



۴ ۲۱۲۵ A

با توجه به شکل‌های زیر در لوله‌ها با دو انتهای باز و در لوله‌ها با دو انتهای بسته شماره مُد با تعداد گره‌ها (Nها) برابر است و مُد سوم لوله صوتی دو انتهای باز و مُد دوم صوتی دو انتهای بسته را شاهد هستیم.



۱ ۲۱۲۶ A

تندی انتشار صوت ثابت است. با توجه به اینکه در مُدهای بالاتر تعداد گره و شکم در طول لوله افزایش می‌یابد، بنابراین فاصله گره و شکم‌ها کاهش می‌یابد و در واقع طول موج در حال کاهش است.

۲ ۲۱۲۷ A

امواج صوتی ایستاده درون لوله و امواج صوتی پیش‌رونده حاصل از آن‌ها در محیط طولی هستند.

۲ ۲۱۳۳ A

فاصله گره‌های مجاور از هم برابر $\frac{\lambda}{2}$ و فاصله گره‌ها از شکم‌های مجاور برابر $\frac{\lambda}{4}$ است.

از این رو: $l_1 = \frac{\lambda}{4}, l_2 = 2\frac{\lambda}{4} \Rightarrow \frac{l_1}{l_2} = \frac{1}{2}$

۲ ۲۱۳۴ B

در پدیده تشدید باید بسامدها و در نتیجه طول موج صوت‌ها (ثابت $f = \frac{v}{\lambda}$) برابر شود.

از این رو باید بررسی کنیم که در کدام یک از حالت‌های (الف)، (ب) و (پ) طول موج‌ها برابر است.

می‌دانیم فاصله دو گره یا شکم مجاور $\frac{\lambda}{2}$ و فاصله یک گره از شکم مجاورش $\frac{\lambda}{4}$ است.

در شکل (الف):

$$\begin{cases} \text{A لوله: } l = \frac{\lambda_A}{2} \Rightarrow \lambda_A = 2l \\ \text{B لوله: } 1/5l = 2 \frac{\lambda_B}{4} \Rightarrow \lambda_B = 2l \end{cases} \Rightarrow \lambda_A = \lambda_B$$

در شکل (الف) می‌تواند تشدید رخ دهد.

در شکل (ب):

$$\begin{cases} \text{A لوله: } l = 2 \frac{\lambda_A}{2} \Rightarrow \lambda_A = l \\ \text{B لوله: } 1/5l = 5 \frac{\lambda_B}{4} \Rightarrow \lambda_B = \frac{4}{5}l \end{cases} \Rightarrow \lambda_A \neq \lambda_B$$

تشدید رخ نمی‌دهد.

در شکل (پ):

$$\begin{cases} \text{A لوله: } l = 2 \frac{\lambda_A}{2} \Rightarrow \lambda_A = l \\ \text{B لوله: } 1/5l = 2 \frac{\lambda_B}{4} \Rightarrow \lambda_B = 2l \end{cases} \Rightarrow \lambda_A \neq \lambda_B$$

تشدید رخ نمی‌دهد.

۲ ۲۱۳۵ A

بم‌ترین صوت یعنی مُد اصلی هر لوله با توجه به شکل‌ها خواهیم داشت:

$$\begin{cases} \text{A: } l = \frac{\lambda_A}{2} \\ \text{B: } l = \frac{\lambda_B}{4} \end{cases} \Rightarrow \frac{\lambda_A}{2} = \frac{\lambda_B}{4} \Rightarrow \lambda_A = \frac{1}{2}\lambda_B$$

تندی صوت در هوای لوله‌ها یکسان و $f = \frac{v}{\lambda}$ است از این رو: $\frac{f_A}{f_B} = 2$



۲ ۲۱۳۶ A

با پرسیدن ظرف، با یک لوله صوتی با یک انتهای باز روبه‌رو هستیم که طول لوله آن در حال کاهش است. در این صورت طول موج مُد اصلی آن در حال کاهش و بسامد ثابت

تشدید صوت آن در حال افزایش است و صدا زیرتر شنیده می‌شود. $\uparrow f = \frac{v}{\lambda \downarrow}$

۱ ۲۱۳۷ A

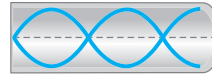
با خروج آب از گالن با چیزی شبیه یک لوله صوتی با یک انتهای باز روبه‌رو هستیم که طول لوله و در نتیجه طول موج صوت تشدید آن در حال افزایش و بسامد آن در حال کاهش است و صدا بم‌تر شنیده می‌شود.

۴ ۲۱۲۸ A

به عنوان مثال به شکل امواج ایستاده در مُد دوم لوله صوتی با دو انتهای باز (شکل الف) و مُد سوم لوله صوتی با یک انتهای بسته (شکل ب) دقت کنید:



(شکل الف)



(شکل ب)

شکل الف) سه شکم - دو گره همیشه تعداد شکم یک واحد از گره بیشتر است، بنابراین، گره و شکم یکی عدد فرد و دیگری عدد زوج است.

شکل ب) سه شکم - سه گره همواره تعداد شکم و گره یکسان است.

با توجه به شکل‌ها گزاره‌های (الف) و (ب) درست است.

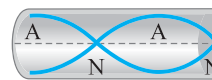
موج درون لوله صوتی، موج طولی ایستاده است بنابراین گزاره (پ) درست است.

۴ ۲۱۲۹ A

در طول لوله یک گره و یک شکم تشکیل شده است و فاصله یک گره از یک شکم $\frac{\lambda}{4}$

است از این رو: $l = \frac{\lambda}{4} \Rightarrow \lambda = 4l$

است از این رو:



۲۵ (۴)

بازی با سؤال

در یک لوله صوتی با یک انتهای باز، هنگام تولید صوت دو گره به فاصله ۵۰ cm از هم تشکیل شده است.

طول لوله چند سانتی‌متر است؟ از کتاب درسی

- ۱) ۵۰ ۲) ۷۵ ۳) ۱۲۵ ۴) ۲۵

پاسخ

در انتهای باز شکم و در انتهای بسته گره تشکیل می‌شود و تعداد گره‌ها دو است بنابراین شکل موج مطابق شکل روبه‌رو

است و طول لوله خواهد شد: $l = \frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{4}$

با توجه به صورت مسئله فاصله دو گره از هم یعنی $\frac{\lambda}{2}$ برابر ۵۰ cm است، از این رو:

$l = 50 + \frac{50}{2} = 75 \text{ cm}$

گزینه ۲

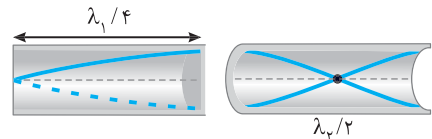
۳ ۲۱۳۰ A

A شکم است و با توجه به ANANANA در دو انتهای لوله شکم تشکیل شده پس لوله دو انتها باز است. در لوله ۳ گره (N تا ۳) و ۴ تا شکم (A تا ۴) ایجاد شده بنابراین لوله مد سوم خود را تولید می‌کند.

۲ ۲۱۳۱ A

با توجه به شکل مُدهای اصلی در لوله‌های صوتی که در شکل روبه‌رو رسم شده است می‌توان نوشت:

$\frac{\lambda_1}{4} = \frac{\lambda_2}{2} \Rightarrow \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = 2$



۴ ۲۱۳۲ A

طول موج مُد اصلی لوله صوتی با یک انتهای باز برابر $\lambda_1 = 4l_1$ و طول موج مُد اصلی لوله صوتی با دو انتهای باز برابر $\lambda_2 = 2l_2$ است با توجه به فرض مسئله:



$\lambda_1 = \lambda_2 \Rightarrow 4l_1 = 2l_2 \Rightarrow \frac{l_1}{l_2} = \frac{1}{2}$

۳ ۲۱۳۸ A

با دمیدن در بطری‌ها، بطری آب مانند لوله یک انتها باز عمل می‌کند و می‌دانیم هرچه طول لوله بیشتر باشد طول موج مُد اصلی بزرگ‌تر و بسامد تشدید مُد اصلی کمتر است و ارتفاع صوت به بسامدی که به گوش ما می‌رسد بستگی دارد و هرچه بسامد بیشتر باشد صدا زیرتر است. در بطری C، طول لوله کوتاه‌تر، طول موج کوتاه‌تر و بسامد بیشتر و ارتفاع صوت دریافتی زیرتر است.

۱ ۲۱۳۹ A

زمانی فرفره می‌چرخد که دیپازون و تشدیدگر دارای بسامد تشدید یکنسانی باشند. دیپازون C وقتی در مقابل تشدیدگر قرار می‌گیرد فرفره می‌چرخد از این رو برای به دست آوردن بسامد تشدیدگر کافی بسامد دیپازون C را به دست می‌آوریم:

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow \frac{0.4}{f} = \frac{320}{f} \Rightarrow f_{\text{دیپازون}} = 800 \text{ Hz}$$

بنابراین بسامد تشدید تشدیدگر هلمهولتز برابر ۸۰۰ Hz است.

۲ ۲۱۴۰ A

اساس کار اجاق‌های مایکروفر تداخل امواج الکترومغناطیسی و تشکیل امواج ایستاده است.

۳ ۲۱۴۱ A

اجاق‌های میکروموج براساس تداخل امواج الکترومغناطیسی و تشکیل امواج ایستاده کار می‌کنند. در محل گره‌ها، دامنه نوسان میدان الکتریکی صفر است و به دلیل نبود میدان الکتریکی غذا گرم نمی‌شود و در گره اصطلاحاً نقاط سرد داریم و گزینه (۳) درست است.

۴ ۲۱۴۲ B

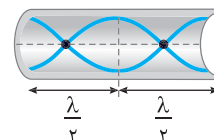
یادآوری فاصله دو نقطه سرد متوالی دقیقاً شبیه فاصله دو گره در امواج ایستاده یعنی $\frac{\lambda}{2}$ است. بنابراین باید طول موج را حساب کنیم.

۱ طول موج خواهد شد:

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \times 10^8}{2.4 \times 10^9} \text{ Hz} \Rightarrow \lambda = \frac{3 \times 10^8}{2.4 \times 10^9} \text{ m} \Rightarrow \lambda = 0.125 \text{ m} \Rightarrow \lambda = 12.5 \text{ cm}$$

۲ فاصله دو نقطه سرد متوالی را حساب می‌کنیم.

۳ ۲۱۴۳ A

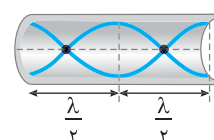


فاصله دو گره یا دو شکم مجاور هم $\frac{\lambda}{2}$ است بنابراین این لوله باید مطابق شکل باشد یعنی لوله دارای دو انتهای باز بوده و مُد دوم خود را تولید کرده است.

بازر با سوال در یک لوله صوتی با دو انتهای باز، دو گره تشکیل شده است، اگر هوا را طوری در لوله بدمیم که در آن ۴ شکم تشکیل شود، طول موج صوت ایجاد شده در لوله چند برابر می‌شود؟

مشابه کنکور دهه‌های گذشته

$$\frac{1}{3} \quad (1) \quad \frac{1}{2} \quad (2) \quad \frac{3}{4} \quad (3) \quad \frac{2}{3} \quad (4)$$



پایسج شکل موج در لوله را در دو حالت رسم می‌کنیم. در حالت اول دو گره و در حالت دوم، چهار شکم یا سه گره در لوله ایجاد شده است، حال به کمک فاصله گره‌ها و شکم مسئله قابل حل است.

$$l = 2 \frac{\lambda}{2}, \quad l = 3 \frac{\lambda'}{2} \Rightarrow \lambda = 3 \frac{\lambda'}{2} \Rightarrow \lambda' = \frac{2}{3} \lambda$$

گزینه ۴

۲ ۲۱۴۴ A

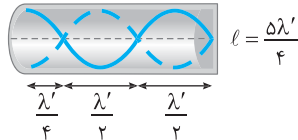
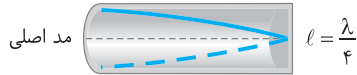
تعداد شکم و گره در لوله با یک انتهای باز با هم برابر است بنابراین حاصل ضرب تعداد شکم در گره در یک لوله با یک انتهای باز همواره یک مربع کامل می‌باشد و تنها در گزینه (۲) عدد بیان شده مربع کامل است.

۴ ۲۱۴۵ A

شکل موج در لوله‌ها را رسم می‌کنیم با شدت دمیدن در لوله تعداد گره دو عدد اضافه شده و تعداد گره‌ها برابر ۳ شده است. بنابراین:

$$5 \frac{\lambda'}{4} = \frac{\lambda}{4} \Rightarrow \lambda' = \frac{\lambda}{5}$$

تندی موج ثابت است بنابراین بسامد ۵ برابر شده است. $(v = f\lambda)$



۲ ۲۱۴۶ A



ابتدا $\frac{\lambda}{4}$ را به دست می‌آوریم: $\frac{\lambda}{4} = 96/4 = 24 \text{ cm}$

اکنون باید مشخص کنیم چه تعداد $\frac{\lambda}{4}$ در این لوله جای می‌گیرد. $\frac{96}{24} = 4$

بنابراین شکل موج در لوله مطابق شکل روبه‌رو است و این لوله با یک انتهای باز مد دوم خود را تولید می‌کند.

۲ ۲۱۴۷ C

تندی موج در دو تار با هم برابر است. $v_A = v_B$. بسامد مد اصلی لوله‌ها را با هم مقایسه می‌کنیم. $(\lambda = 2l)$

$$f = \frac{v}{\lambda} \Rightarrow f_A < f_B$$

بنابراین بسامد اصلی تار A از بسامد اصلی تار B کمتر است. از طرفی لوله C با تار A و لوله D با تار B تشدید کرده است. در این صورت:

$$f_A < f_B \Rightarrow f_A = f_C \text{ و } f_B = f_D \Rightarrow f_C < f_D$$

تندی صوت در هوای درون لوله‌ها یکسان است از این رو: $\lambda_C > \lambda_D$

طول موج مد اصلی لوله C از طول موج مد اصلی لوله D بلندتر است بنابراین در لوله C باید آب کمتری قرار گیرد.



(D) (C)

۴ ۲۱۴۸ B

چشمه صوت، امواجی در محیط گسیل می‌کند که به دیوار برخورد کرده و امواج بازتابیده از دیوار با امواج گسیلی از چشمه تداخل کرده، امواج ایستاده تشکیل می‌گردد، در نقاطی که دو موج رفت و برگشت در فاز مخالف قرار دارند، برهم نهی ویرانگر بوده، دامنه کمینه است و در نقاطی که دو موج هم‌فاز هستند، برهم نهی سازنده بوده، دامنه بیشینه است. فاصله دو نقطه کمینه (گره) متوالی برابر $\frac{\lambda}{2}$ می‌باشد. بنابراین:

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{320}{160} = 2 \text{ m} \Rightarrow \frac{\lambda}{2} = 1 \text{ m}$$

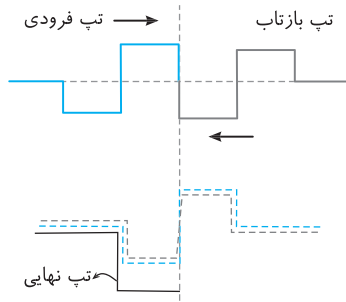
۴ ۲۱۴۹ B

هنگامی فرفره می‌چرخد که بلندگو و تشدیدگر در یک بسامد تشدید باشند:

$$f_{\text{تشدیدگر}} = f_{\text{بلندگو}}$$

در این حالت که فرفره نمی‌چرخد تشدید $f_{\text{تشدیدگر}} \neq f_{\text{بلندگو}}$ است. می‌دانیم بنا به اثر دوپلر با

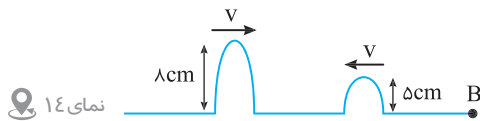
حرکت چشمه (بلندگو) یا گیرنده صوت (تشدیدگر) بسامد رسیده به تشدیدگر تغییر کرده و ممکن است بسامد دریافتی توسط تشدیدگر با یکی از بسامدها تشدید آن برابر شده و در اثر پدیده تشدید، صوت خروجی از دهانه تشدیدگر باعث حرکت فرفره شود.



نمای ۱۴

۲ ۲۱۴۹ A

پس از بازتاب از انتهای ثابت تپ قرینه می‌شود و شکل موج‌ها به صورت روبه‌رو خواهد شد. بنا بر این تداخل دو موج سازنده است.



نمای ۱۴

۳ ۲۱۴۹ A

بسامد از ویژگی‌های چشمه است، پس بسامد نقاط حاصل از تداخل نیز برابر است با:

$$2\pi f = 10 \cdot \pi \Rightarrow f = 5 \text{ Hz}$$

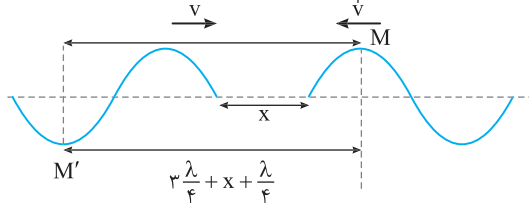
در تداخل سازنده دامنه برابر $A_1 + A_2 = 4 \text{ cm}$ و در تداخل ویرانگر دامنه $A_1 - A_2 = 0$ است.

نمای ۱۵

۲ ۲۱۴۹ B

دقت کنید سرعت انتشار دو موج یکسان بوده و با برابر بودن دوره، طول موج آن‌ها یکی است. برای آن که به‌طور لحظه‌ای بُعد تمام نقاط محیط صفر شود باید دو تپ مطابق شکل روبه‌رو در یک لحظه از هم بگذرند.

در این صورت مطابق شکل باید نقطه M به نقطه M' برسد. در این صورت اگر تپ سمت چپ را ثابت فرض کنیم، باید تپ راست به اندازه $\lambda + x$ جابه‌جا شود.



$$\lambda + x = v \left(\Delta T \right) \Rightarrow \lambda + x = \Delta v T \xrightarrow{\lambda = vT} \lambda + x = \Delta \lambda \Rightarrow x = \Delta \lambda$$

نمای ۱۴

۳ ۲۱۴۹ A

بسامد نقاط تداخلی با بسامد منبع یکسان است اما در نقاط S تداخل ویرانگر و دامنه کمینه و در نقاط L تداخل سازنده و دامنه بیشینه می‌باشد بنابراین گزاره (الف) درست است. هرچه محیط متراکم‌تر باشد عموماً تندی صوت افزایش می‌یابد.

$$\lambda = \frac{v}{f_{\text{ثابت}}} \Rightarrow \lambda \text{ افزایش می‌یابد}$$

فاصله بین نقاط S و L با طول موج رابطه مستقیم دارند بنابراین گزاره (ب) درست است. اگر محیط ثابت باشد (v ثابت) با افزایش f، طول موج کاهش می‌یابد بنابراین گزاره (پ) نادرست است.

$$\lambda = \frac{v}{f_{\text{ثابت}}} \Rightarrow \lambda \text{ کاهش می‌یابد}$$

نمای ۱۶

۱ ۲۱۴۹ B

پهنای نوارها در محیط اول بیشتر است، پس طول موج در محیط اول بلندتر است.

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{n_1}{n_2} \xrightarrow{\lambda_1 > \lambda_2} n_1 < n_2 \Rightarrow \frac{n_1}{n_2} < 1$$

بنابراین:

نمای ۱۶

پنجره تو در تو

۳ ۲۱۴۹ B

بسامد صوت ایجاد شده در تار را حساب می‌کنیم.

$$f_n = n \frac{v}{2L} \xrightarrow{n=4, v=200 \text{ m/s}, L=1 \text{ m}} f_4 = 4 \times \frac{200}{2} \Rightarrow f_4 = 400 \text{ Hz}$$

تندی انتشار صوت در هوای محیط را به دست می‌آوریم.

$$v = f\lambda \xrightarrow{\lambda = 0.75 \text{ m}} v = 400 \times 0.75 \Rightarrow v = 300 \text{ m/s}$$

صوت مسیر $l = 200 + 200 = 400 \text{ m}$ را طی می‌کند.

$$v = \frac{l}{\Delta t} \Rightarrow 300 = \frac{400}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = 1/25 \text{ s}$$

نمای ۲۰ و ۳

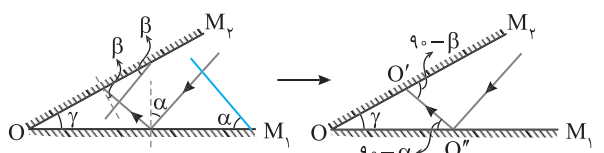
۴ ۲۱۴۹ B

زاویه‌های زاویه‌ای که جبهه‌های موج با سطح می‌سازند برابر زاویه بین پرتو و خط عمود است.

زاویه تابش بر سطح آینه M_1 برابر α است. از این رو زاویه‌ای که پرتو بازتاب

$I'I$ با آینه M_1 می‌سازد برابر $90 - \alpha$ است.

در مثلث $OO'O''$ زاویه $90 - \beta$ زاویه خارجی بوده و برابر مجموع دو زاویه دیگر مثلث است:



نمای ۵

۲ ۲۱۴۹ B

با توجه به رابطه اسنل خواهیم داشت:

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$

$$n_p \sin \theta_p = n_f \sin \theta_f$$

$$\Rightarrow n_p \sin 37^\circ = n_f \sin 53^\circ$$

$$n_p \times 0.6 = n_f \times 0.8 \Rightarrow \frac{n_p}{n_f} = \frac{0.8}{0.6} = \frac{4}{3}$$

$$\frac{v_f}{v_p} = \frac{n_p}{n_f} = \frac{4}{3}$$

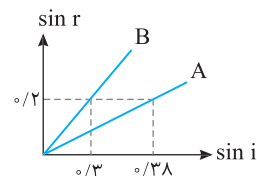
نسبت تندی‌ها خواهد شد:

نمای ۱۱

۳ ۲۱۴۹ B

با توجه به قانون اسنل ($n = \frac{\sin i}{\sin r}$) می‌توان نوشت:

$$n_A = \frac{0.38}{0.2} = 1.9, n_B = \frac{0.3}{0.2} = 1.5 \Rightarrow \frac{n_A}{n_B} = \frac{1.9}{1.5} = \frac{19}{15}$$



نمای ۸

۴ ۲۱۴۹ A

با افزایش دما چگالی هوا کاهش می‌یابد و سبب کاهش ضریب شکست و در نتیجه سراب می‌شود. همچنین با افزایش طول موج ضریب شکست شیشه کاهش می‌یابد که این امر سبب پاشندگی نور می‌شود.

نمای ۱۲

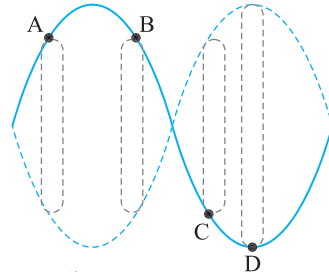
۲ ۲۱۴۹ B

در مدت 0.1 s ، تپ به اندازه $\Delta x = vt = 2 \times 0.1 = 0.2 \text{ m}$ پیشروی می‌کند و از روی مانع بازتابیده می‌شود در این بازه زمانی نیم تپ بالایی وارونه شده و با تپ پایینی که به مانع می‌رسد بر هم نهاده شده و شکل تپ مطابق گزینه (۲) است.

۳ ۲۱۴۹ B

ذرات واقع بر موج ایستاده، در حال حرکت هماهنگ ساده با بسامد یکسان و دامنه های مختلف هستند. انرژی مکانیکی در نوسان ذرات با f^2 و A^2 رابطه مستقیم دارد:

$$A_A = A_B = A_C < A_D \Rightarrow E_A = E_B = E_C < E_D$$

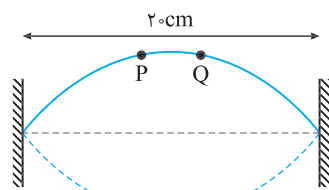


نقاط A و B بین دو گره متوالی قرار دارند و جهت نوسان های آنها در هر لحظه یکسان است و جهت نوسان نقطه C در هر لحظه خلاف A و B است.

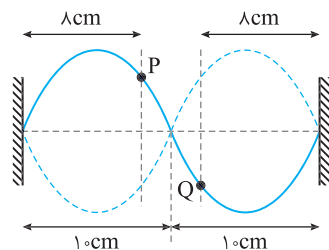
۳ ۲۱۴۹ C

در مد اصلی تار با دو انتهای ثابت شکل موج ایستاده در تار مطابق شکل زیر است و تمام نقاط بین دو گره دارای نوسان های هم جهت هستند. طول موج در این حالت برابر است

$$\frac{\lambda}{2} = 20 \text{ cm} \Rightarrow \lambda = 40 \text{ cm} \Rightarrow f = \frac{v}{\lambda} \Rightarrow f = \frac{20}{40} = 0.5 \text{ Hz}$$

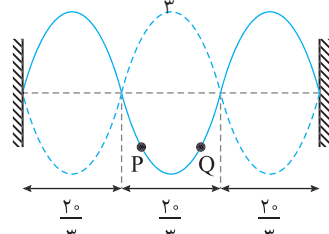


اگر با افزایش بسامد، مد دوم تولید شود دو نقطه P و Q در دو طرف یک گره قرار می گیرند و نوسان های آن در خلاف جهت هم خواهد بود.



و اگر مد سوم تولید شود P و Q مجدداً بین دو گره قرار می گیرند و نوسان های آنها هم جهت می شود. طول موج و بسامد را در این حالت به دست می آوریم:

$$3 \frac{\lambda}{2} = 20 \Rightarrow \lambda = \frac{40}{3} \text{ cm} \Rightarrow f_3 = \frac{v}{\lambda} = \frac{20}{\frac{40}{3}} = 1.5 \text{ Hz}$$

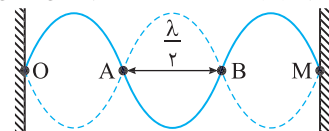


نمای ۱۸

بنابراین باید بسامد را $150 - 50 = 100 \text{ Hz}$ افزایش دهیم.

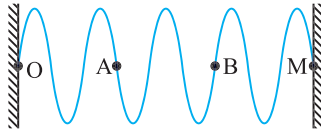
۳ ۲۱۴۹ B

۱۴ در هماهنگ سوم، ۴ گره موجود است که A و B دو گره میانی آن می باشد.



برای آن که بین دو نقطه A و B، ۲ گره اضافه شود باید بین دو گره O و A و بین گره M و B نیز دو گره تشکیل شود پس تعداد گره ها $2+2+2=6$ اضافه می شود. در این صورت تعداد گره ها خواهد شد:

$$-1 = \text{تعداد گره ها} = \text{شماره هماهنگ} \Rightarrow 1 = 9$$



بنا به فرض مسأله دو بسامد باهم برابر است از این رو:

$$f_3 = f_9 \Rightarrow \frac{3v_1}{2l} = \frac{9v_2}{2l} \Rightarrow v_1 = 3v_2 \Rightarrow \sqrt{\frac{F_1}{\mu}} = 3\sqrt{\frac{F_2}{\mu}} \Rightarrow F_1 = 9F_2$$

نمای ۱۹ و ۲۰

۳ ۲۱۴۹ B

تار با آهنگ 10 Hz/s در حال افزایش است بنابراین پس از 10 s و 25 s به ترتیب 10 Hz و 25 Hz بسامد نوسان ساز افزایش یافته است. دقت کنید بسامد اولیه نوسان ساز 500 Hz هرتز است. در این صورت بسامدهای $500 + 10 = 510 \text{ Hz}$ و $500 + 25 = 525 \text{ Hz}$ بسامدهای متوالی تشدید تار مرتعش هستند از این رو:

$$f_1 = f_n - f_{n-1} = 525 - 510 = 15 \text{ Hz}$$

$$f_1 = \frac{v}{2l} \Rightarrow \frac{v}{2l} = 15 \Rightarrow v = 30 \text{ m/s}$$

نمای ۱۸

۳ ۲۱۴۹ A

در یک تار با دو انتهای ثابت، بسامد تولید شده برابر $f_n = \frac{nv}{2l}$ است. با توجه به فرض پرسش، $l = 80 \text{ cm}$ و تعداد نوسان ها در واحد زمان برابر بسامد است پس بسامد تولید شده $f = 20 \text{ Hz}$ بوده و تار صوت اصلی خود را تولید می کند ($n=1$).

$$f_n = \frac{nv}{2l} \Rightarrow 20 = \frac{1 \times v}{2 \times 0.8} \Rightarrow v = 32 \text{ m/s}$$

نمای ۱۸ و ۱۹

۴ ۲۱۴۹ A

در طول سیم دو گره ایجاد شده است یعنی تار هماهنگ اول خود را تولید کرده است:

$$f_n = \frac{nv}{2l} \Rightarrow 90 = \frac{1 \times v}{2 \times 0.4} \Rightarrow v = 36 \text{ m/s}$$

چگالی خطی جرم برابر است با:

$$\mu = \frac{m}{l} \Rightarrow \mu = \frac{80 \times 10^{-3} \times 10^{-3}}{2 \times 10^{-2}} \Rightarrow \mu = 4 \times 10^{-3} \text{ kg/m}$$

۳ اکنون به کمک رابطه سرعت انتشار موج در سیم، نیروی کشش سیم را به دست می آوریم:

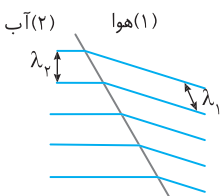
$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \Rightarrow 36 = \sqrt{\frac{F}{4 \times 10^{-3}}} \Rightarrow F = 518.4 \text{ N}$$

نمای ۱۹

۲ ۲۱۴۹ A

۱ یادآوری: تندی انتشار امواج الکترومغناطیسی در آب کمتر از تندی انتشار این امواج در هواست.

۲ یادآوری: تندی انتشار امواج صوتی مکانیکی در آب بیشتر از تندی انتشار این امواج در هواست.



۳ یادآوری: بسامد موج در گذر از یک محیط به محیط دیگر ثابت است.

$$v_1 = f\lambda_1, v_2 = f\lambda_2 \Rightarrow \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{v_2}{v_1}$$

بنابراین:

از یادآوری های بالا نتیجه می گیریم طول موج امواج مکانیکی در آب از طول موج این امواج در هوا بیشتر است ($\lambda \uparrow = \frac{v \uparrow}{f}$) بنابراین گزینه (۲) درست است.

نمای ۱۰

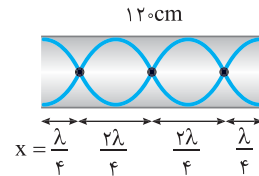
فاصله اولین گره از انتهای لوله $\frac{\lambda}{4}$ است.

ابتدا λ را با توجه به شکل حساب می‌کنیم:

$$l = 2n \frac{\lambda}{4} \Rightarrow 120 = 2 \times 3 \frac{\lambda}{4} \Rightarrow \lambda = 80 \text{ cm}$$

حال x را به دست می‌آوریم:

$$x = \frac{\lambda}{4} = \frac{80}{4} = 20 \text{ cm}$$



نمای ۲۱

بازی با سؤال در یک لوله صوتی با دو انتهای باز، در هنگام تولید صوت

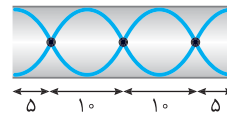
۳ گره ایجاد شده است. اگر فاصله یک گره از شکم بعدی 5 cm باشد، طول

لوله چند cm است؟

- ۱۵ (۱) ۲۰ (۲) ۳۰ (۳) ۴۰ (۴)

پاسخ شکل موج را درون لوله رسم می‌کنیم. می‌دانیم فاصله هر گره از شکم

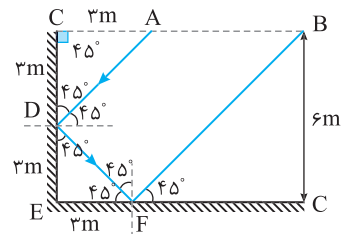
مجاورش $\frac{\lambda}{4}$ است اکنون این فاصله را می‌شماریم. $l = 5 + 10 + 10 + 5 = 30 \text{ cm}$



گزینه ۳

به شکل رسم شده خوب دقت کنید بنا به فرض مسئله زاویه تابش پرتو AD ، 45° است.

بنابراین مثلث ACD یک مثلث قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین است و ضلع CD برابر 3 m است.



۲ طول ضلع $CE = 6 \text{ m}$ است. بنابراین طول ضلع DE برابر $3\sqrt{2} = 6 - 3$ است.

۳ مثلث DEF متساوی‌الساقین است. بنابراین طول ضلع EF نیز برابر 3 m است.

۴ پرتو DF با زاویه تابش 45° به آینه (۲) می‌تابد. بنابراین زاویه بین پرتو FB با آینه

نیز 45° است و مثلث BFG متساوی‌الساقین بوده و طول ضلع FG برابر 6 m است.

۵ طول مسیر حرکت پرتو را حساب می‌کنیم.

$$AD = \sqrt{AC^2 + CD^2} = \sqrt{6^2 + 3^2} \Rightarrow AD = 3\sqrt{2} \text{ m}$$

$$DF = \sqrt{DE^2 + EF^2} = \sqrt{3^2 + 3^2} \Rightarrow DF = 3\sqrt{2} \text{ m}$$

$$BF = \sqrt{(FG)^2 + (BG)^2} = \sqrt{6^2 + 6^2} \Rightarrow BF = 6\sqrt{2} \text{ m}$$

۶ مسافت طی شده را به دست می‌آوریم.

$$l = AD + DF + FB \Rightarrow l = 3\sqrt{2} + 3\sqrt{2} + 6\sqrt{2} \Rightarrow l = 12\sqrt{2} \text{ m}$$

۷ زمان سپری شده را به دست می‌آوریم.

$$v = \frac{l}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{l}{v} \Rightarrow \Delta t = \frac{12\sqrt{2}}{3 \times 10^8} \Rightarrow \Delta t = 4\sqrt{2} \times 10^{-8} \text{ s} \Rightarrow \Delta t = 40\sqrt{2} \text{ ns}$$

نمای ۵

فصل پنجم

آشنایی با فیزیک اتمی



پنجره ۱

۲ ۲۱۵۰ A

به قوانین مکانیک نیوتون، نظریه الکترومغناطیسی ماکسول و قوانین ترمودینامیک فیزیک کلاسیک گویند. فیزیک کلاسیک قادر به توجیه پدیده‌هایی مانند تابش گرمایی اجسام، پدیده فوتوالکتریک، ساختمان اتم - طیف اتمی - ساختار هسته و لیزر ... نیست، بنابراین گزینه (۲) درست است.

۱ ۲۱۵۱ B

آزمایش نشان می‌دهد هنگامی که نور بر سطح فلز تابد رخ دادن پدیده فوتوالکتریک:
 ۱ به شدت نور فرودی بر فلز بستگی ندارد.
 ۲ به بسامد نور فرودی بر فلز بستگی دارد و هر گاه بسامد از حدی که به آن بسامد آستانه می‌گویند کوچکتر باشد، اثر فوتوالکتریک رخ نمی‌دهد.
 بنابراین گزینه (۱) درست است.

۴ ۲۱۵۲ A

یادآوری بنا به نظریه فیزیک کلاسیک، موج الکترومغناطیسی از یک میدان الکتریکی و یک میدان مغناطیسی تشکیل شده است.
 از دیدگاه فیزیک کلاسیک، میدان الکتریکی بر الکترون سطح فلز نیروی الکتریکی ($F=qE \Rightarrow F=eE$) وارد می‌کند و چنانچه این نیرو به اندازه کافی قوی باشد، الکترون از سطح فلز جدا می‌شود. اگر موج فرودی بر فلز نتواند الکترون را جدا کند، می‌توان بدون تغییر بسامد نور تنها با افزایش شدت نور سبب افزایش میدان الکتریکی تابش فرودی شده تا الکترون از سطح فلز جدا شود. در واقع فیزیک کلاسیک پیش‌بینی می‌کند که رخ دادن پدیده فوتوالکتریک را می‌توان با هر بسامدی انجام داد و تنها باید شدت نور مناسب انتخاب شود. بنابراین گزینه (۴) درست است.

۴ ۲۱۵۳ A

یادآوری انرژی امواج الکترومغناطیسی بنا بر نظر اینشتین از رابطه زیر به دست می‌آید.

$$E = n hf$$

انرژی فوتون تعداد فوتون‌ها

با افزایش شدت نور، تعداد فوتون‌ها (n) که در یکای زمان بر کلاهک الکتروسکوپ می‌تابد بیشتر می‌شود. بنابراین تعداد فوتوالکترون‌ها در یکای زمان یعنی آهنگ خروج الکترون‌ها از سطح کلاهک افزایش یابد، یعنی کاهش انحراف ورقه‌ها بیشتر و در زمان کوتاه‌تری رخ می‌دهد.

۲ ۲۱۵۴ A

از دیدگاه تئوری یعنی بدون نگاه به واقعیت آزمایشگاهی می‌توان گفت که ابتدا الکتروسکوپ الکترون‌های اضافی‌اش را از دست می‌دهد و انحراف‌ها کاهش می‌یابد و ورقه‌ها بسته می‌شوند. اما چون همچنان بر کلاهک الکتروسکوپ به مدت طولانی نور تابیده می‌شود باید الکترون‌های بیشتری از الکتروسکوپ جدا شده و ورقه‌ها دارای بار مثبت شوند و یکدیگر را دفع کرده و انحراف ورقه‌ها بیشتر شود و گزینه (۴) درست است. اما واقعیت آزمایشگاهی چیز دیگری است و با تاباندن نور فرابنفش به یک الکتروسکوپ بدون بار تا امروز کسی نتوانسته است باعث باردار شدن الکتروسکوپ شود به گونه‌ای که ورقه‌ها از هم فاصله بگیرند. بنابراین از نظر آزمایشگاهی گزینه (۲) پاسخ درست است.

۳ ۲۱۵۵ A

وضعیت نشان داده شده در شکل حالت $V > 0$ است (قطب منفی باتری به صفحه‌ای متصل است که پرتو بر آن می‌تابد). پس اگر بسامد (طول موج) پرتو مناسب باشد، حتی با شدت کم باید جریان در مدار برقرار شود (فوتوالکترون‌ها گسیل شوند). پس این که جریان در مدار برقرار نشده است نشان‌دهنده آن است که بسامد پرتو کمتر از بسامد آستانه است ($f < f_0$). اگر بسامد پرتو کمتر از بسامد آستانه باشد، تغییر شدت نور نمی‌تواند باعث گسیل فوتوالکترون‌ها شود پس باید بسامد پرتو افزایش یابد (طول موج کم شود).

۳ ۲۱۵۶ A

نکته یکی از نتیجه‌های نظریه الکترومغناطیسی ماکسول این است که شدت نور با مربع دامنه میدان الکتریکی موج الکترومغناطیسی متناسب است. ($I \propto E^2$)
 اگر دامنه میدان الکتریکی n برابر شود آن‌گاه شدت نور n^2 برابر می‌شود.

۲ ۲۱۵۷ B

۱ هر فوتون یک الکترون را جدا می‌کند، بنابراین بار الکتریکی که با 2×10^{14} فوتون از الکتروسکوپ جدا می‌شود خواهد شد:

$$Q = ne \Rightarrow Q = 2 \times 10^{14} \times (-1.6 \times 10^{-19}) \Rightarrow Q = -3.2 \times 10^{-5} \text{ C}$$

$$Q = -3.2 \times 10^{-6} \text{ C} = -3.2 \mu\text{C}$$

۲ بنابراین $-3.2 \mu\text{C}$ بار از الکتروسکوپ جدا شده و مقدار بار باقی‌مانده در الکتروسکوپ برابر است با:

$$-3.8 \mu\text{C} - (-3.2 \mu\text{C}) = -0.6 \mu\text{C}$$

۳ ۲۱۵۸ A

انرژی فوتون $E = hf$ است که با بسامد نسبت مستقیم دارد.

۲ ۲۱۵۹ A

در طیف نور مرئی (بنفش، آبی، سبز، زرد، نارنجی، قرمز) به ترتیب از بنفش به قرمز، بسامد کاهش می‌یابد، بنابراین انرژی فوتون (hf) کاهش می‌یابد، از این رو بسامد نور نارنجی از بقیه گزینه‌ها کمتر بوده و انرژی فوتون‌های نارنجی از بقیه کمتر است.

۳ ۲۱۶۰ B

یادآوری هر الکترون ولت برابر $1.6 \times 10^{-19} \text{ J}$ است ($1 \text{ eV} = 1.6 \times 10^{-19} \text{ J}$).
 به کمک یک تناسب ساده مسئله قابل حل است.

$$\frac{1 \text{ eV} \cdot s}{?} = \frac{1.6 \times 10^{-19} \text{ J} \cdot s}{6.6 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot s} \Rightarrow ? = \frac{6.6 \times 10^{-34}}{1.6 \times 10^{-19}} = 4.125 \times 10^{-15} \text{ eV} \cdot s$$

۳ ۲۱۶۱ A

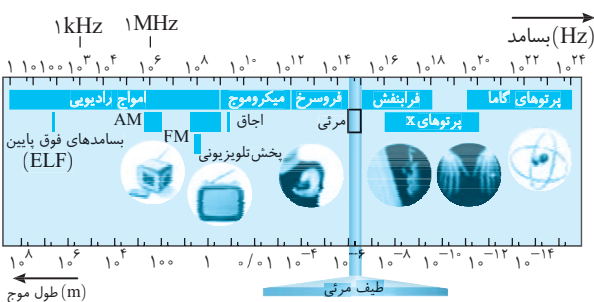
کافی است در رابطه انرژی فوتون، داده‌های مسئله $\lambda = 5 \times 10^{-6} \text{ m}$ و $h = 6.6 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot s$ و $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$ را قرار داد و انرژی فوتون را حساب کرد.

$$E = h \frac{c}{\lambda} \Rightarrow E = 6.6 \times 10^{-34} \times \frac{3 \times 10^8}{5 \times 10^{-6}} \Rightarrow E = 7.92 \times 10^{-19} \text{ J}$$

۱ ۲۱۶۲ B

منظور از انرژی هر کوانتوم یک موج الکترومغناطیسی همان فوتون است.

خط‌فکری ابتدا انرژی فوتون را بر حسب یکای ژول حساب کنید. سپس به کمک رابطه انرژی فوتون طول موج را حساب کنید. اگر طول موج بین 400 nm تا 700 nm باشد، موج الکترومغناطیسی نور مرئی است. اگر از 700 nm بیشتر باشد در محدوده فرورسوخ است البته اگر طول موج به محدوده متر برسد با موج رادیویی سروکار داریم و اگر طول موج از 400 nm کمتر باشد به محدوده فرابنفش وارد می‌شوید.



۱ انرژی فوتون برحسب ژول خواهد شد:

$$\frac{1\text{eV}}{4 \times 10^{-7}\text{eV}} \left| \begin{array}{l} 1/6 \times 10^{-19}\text{J} \\ E=? \end{array} \right. \Rightarrow E = 6/4 \times 10^{-26}\text{J}$$

۲ طول موج خواهد شد:

$$E = \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{hc}{E} \Rightarrow \lambda = \frac{6/63 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{6/4 \times 10^{-26}} = 3/10\text{m}$$

۳ طول موج در محدوده متر بوده یعنی موج الکترومغناطیسی، رادیویی است.

میانبر: در کتاب درسی حاصل ضرب hc به طور تقریبی برابر $1240\text{eV}\cdot\text{nm}$

بیان شده بنابراین حل مسئله بسیار ساده تر است.

طول موج را به دست می آوریم.

$$E = \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow 4 \times 10^{-7} = \frac{1240}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{1240}{4 \times 10^{-7}} = 310 \times 10^7\text{nm}$$

$$\lambda = 310 \times 10^7 \times 10^{-9} = 3/1\text{m} \Rightarrow \text{رادیویی}$$

دقت کنید در این صورت تمام اعداد داده شده در پراکنش روبه روی سؤال به هیچ دردی نمی خورد.

۴ ۲۱۶۳ A

رابطه انرژی فوتون را در دو حالت نوشته و بر هم تقسیم می کنیم:

$$\frac{E_X}{E} = \frac{\lambda_X}{\lambda} \Rightarrow \frac{E_X}{E} = \frac{\lambda}{\lambda_X}$$

$$\frac{\lambda_X = 2 \times 10^{-9}\text{m}, \lambda = 4 \times 10^{-6}\text{m}}{2 \times 10^{-9}} = \frac{4 \times 10^{-7}}{2 \times 10^{-8}} = 2$$

۳ ۲۱۶۴ A

نکته: هر گاه یک موج از یک محیط وارد محیط شفاف دیگری شود، بسامدش ثابت می ماند اما طول موج و تندی انتشار موج تغییر می کند.

انرژی فوتون به بسامد نور ($E = hf$) بستگی دارد، بنابراین هر گاه فوتون از خلأ وارد

هر محیط دیگری شود چون بسامد ثابت می ماند، انرژی فوتون تغییر نمی کند.

۱ ۲۱۶۵ A

نکته: انرژی فوتون در گذر از یک محیط شفاف و ورود به محیط شفاف دیگر

تغییر نمی کند، کافی است انرژی فوتون را در هوا به دست بیاوریم.

$$E = h \frac{c}{\lambda} = \frac{h \times c}{\lambda} = \frac{6/63 \times 10^{-34}\text{J} \times 3 \times 10^8\text{m/s}}{33 \times 10^{-6}\text{m}} \Rightarrow E = 6 \times 10^{-19}\text{J}$$

$$E = 6/6 \times 10^{-24} \times \frac{3 \times 10^8}{33 \times 10^{-6}} \Rightarrow E = 6 \times 10^{-19}\text{J}$$

۴ ۲۱۶۶ A

انرژی پرتوهای موج الکترومغناطیسی از رابطه $E = nh \frac{c}{\lambda}$ به دست می آید که در آن

تعداد فوتونهای موج الکترومغناطیسی است از این رو خواهیم داشت:

$$E = n \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow 120 = n \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow n = \frac{E \lambda}{hc} = \frac{120 \times 6/63 \times 10^{-34}\text{J} \cdot \text{s}}{6/63 \times 10^{-26}\text{J} \cdot \text{s}} \Rightarrow n = 4 \times 10^{19}$$

$$120 = n \times 6/6 \times 10^{-24} \times \frac{3 \times 10^8}{6/6 \times 10^{-7}} \Rightarrow n = 4 \times 10^{19} \Rightarrow n = 4 \times 10^{20}$$

۳ ۲۱۶۷ A

۱ انرژی گسیل شده در مدت ۱۶ ثانیه از لامپ ۱۰۰ واتی را حساب می کنیم.

$$P = \frac{E}{t} \Rightarrow E = Pt \Rightarrow E = 100 \times 16 \Rightarrow E = 1600\text{J}$$

$$E = \frac{1600}{1/6 \times 10^{-19}}\text{eV} \Rightarrow \text{انرژی را برحسب الکترون ولت حساب می کنیم:}$$

۳ تعداد فوتونهای گسیل شده نور زرد خواهد شد:

$$E = nhf \Rightarrow hf = 2\text{eV} \Rightarrow \frac{1600}{1/6 \times 10^{-19}} = n \times 2 \Rightarrow n = 5 \times 10^{21}$$

۱ ۲۱۶۸ A

توان برابر است با:

$$P = \frac{E}{t} \Rightarrow E = nhf \Rightarrow Pt = nhf$$

$$\Rightarrow 4/8 \times 10^4 \times 1 = n(4 \times 10^{-15} \times 1/6 \times 10^{-19}) \times 75 \times 10^6 \Rightarrow n = 10^{20}$$

۲ ۲۱۶۹ B

۱ انرژی مصرفی لامپ 120W در هر دقیقه برابر است با:

$$P = \frac{E}{t} \Rightarrow E = Pt \Rightarrow E = 120 \times 60 \Rightarrow E = 7200\text{J}$$

۲ ۵ درصد این انرژی به نور تبدیل می شود. انرژی نور گسیلی از لامپ را حساب

$$Ra = \frac{E_r}{E_1} \times 100 \Rightarrow 5 = \frac{E_r}{7200} \times 100 \Rightarrow E_r = 360\text{J} \quad \text{می کنیم.}$$

۳ انرژی را برحسب الکترون ولت حساب می کنیم.

$$\frac{1\text{eV}}{E} \left| \begin{array}{l} 1/6 \times 10^{-19}\text{J} \\ 360\text{J} \end{array} \right. \Rightarrow E = \frac{360}{1/6 \times 10^{-19}} \Rightarrow E = 225 \times 10^{19}\text{eV}$$

۴ تعداد فوتونهای گسیلی را به دست می آوریم:

$$E = nh \frac{c}{\lambda} \Rightarrow 225 \times 10^{19} = n \times \frac{1240}{496}$$

$$n = 9 \times 10^{19} \Rightarrow n = 9 \times 10^{20} \text{ فوتون}$$

۳ ۲۱۷۰ B

انرژی هر فوتون \rightarrow تعداد فوتون گسیلی

خط فکری: انرژی گسیلی از یک لامپ برابر $E = nhf$ است. توان یک لامپ

برابر آهنگ انرژی گسیلی از آن یعنی $P = \frac{E}{t}$ است.

۱ توان لامپ نور بنفش:

$$P_1 = \frac{E_1}{t_1} \Rightarrow P_1 = \frac{n_1 hf_1}{t_1}$$

۲ توان لامپ نور زرد:

$$P_r = \frac{E_r}{t_r} \Rightarrow P_r = \frac{n_r hf_r}{t_r}$$

۳ توان هر دو لامپ یکسان و برابر 200W است پس $P_1 = P_r$:

$$\frac{n_1 hf_1}{t_1} = \frac{n_r hf_r}{t_r} \quad t_1 = t_r = t \Rightarrow n_1 f_1 = n_r f_r \xrightarrow{f = \frac{c}{\lambda}} \frac{n_1 c}{\lambda_1} = \frac{n_r c}{\lambda_r}$$

$$\frac{\lambda_1 = 400\text{nm}}{\lambda_r = 600\text{nm}} \rightarrow \frac{n_1}{400} = \frac{n_r}{600} \Rightarrow \frac{n_r}{n_1} = \frac{600}{400} = \frac{3}{2}$$

۲ ۲۱۷۱ B

خط فکری: با توجه به صورت مسئله شما باید یک دستگاه دو معادله دو مجهول

به دست بیاورید و با حل آن طول موج پرتوها را بیابید.

۱ بنا بر فرض مسئله انرژی فوتون B سه برابر انرژی فوتون A است.

$$E_B = 3E_A \xrightarrow{E = \frac{hc}{\lambda}} \frac{hc}{\lambda_B} = 3 \frac{hc}{\lambda_A} \Rightarrow \lambda_A = 3\lambda_B \quad \text{(I)}$$

۲ بنابراین این طول موج A از طول موج B بزرگتر است و وقتی اختلاف طول موجها

$$\lambda_A - \lambda_B = 4\text{nm} \quad \text{(II)} \quad \text{یعنی:}$$

۳ اکنون دو معادله و دو مجهول در اختیار دارید. از معادله (I) در معادله (II)

جایگذاری می کنیم.

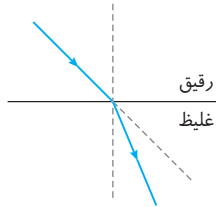
$$3\lambda_B - \lambda_B = 4\text{nm} \Rightarrow \lambda_B = 2\text{nm} \Rightarrow \lambda_A = 3 \times 2 = 6\text{nm}$$

۲ انرژی هر فوتون برابر است با:

$$E = h \frac{c}{\lambda} \Rightarrow E = 4 \times 10^{-15} \times \frac{3 \times 10^8}{25 \times 10^{-6}} \Rightarrow E = 4.8 \times 10^{-2} \text{ eV}$$

۱ ۲۱۷۶ B

هر گاه پرتو نور از محیط رقیق به محیط غلیظ وارد شود، پرتو به خط عمود نزدیک می‌شود.



یادآوری ضریب شکست یک محیط شفاف برای طول موج‌های کوتاه‌تر، بزرگ‌تر است و هنگام ورود پرتو با طول موج کوتاه‌تر، انحراف آن بیشتر است.

خط فکری ابتدا باید به کمک انرژی فوتون‌ها مشخص کنید که طول موج کدام پرتو بیشتر است، تا بتوانید در مورد انحراف آن‌ها اظهار نظر کنید.

۱ انرژی فوتون A بیشتر انرژی فوتون B است از این رو:

$$E_A > E_B \xrightarrow{E = \frac{hc}{\lambda}} \frac{hc}{\lambda_A} > \frac{hc}{\lambda_B} \Rightarrow \lambda_A < \lambda_B$$

۲ هنگام ورود پرتو به محیط (II) چون این محیط از محیط (I) غلیظ‌تر است پرتوها به خط عمود نزدیک می‌شوند.

۳ طول موج B از طول موج A بزرگ‌تر است، بنابراین هنگام ورود به محیط (II) پرتو B به خط عمود نزدیک‌تر خواهد بود، بنابراین گزینه (۱) درست است.

۳ ۲۱۷۷ B

انرژی هر فوتون برابر hf است.

$$\frac{E_A}{E_B} = 2 \Rightarrow \frac{hf_A}{hf_B} = 2 \Rightarrow \frac{f_A}{f_B} = 2$$

پهنای نوار با طول موج رابطه مستقیم و با بسامد رابطه عکس دارد.

$$\frac{I_A}{I_B} = \frac{f_B}{f_A} = \frac{1}{2}$$

۱ ۲۱۷۸ B

۱ شدت تابش خورشید برابر است با انرژی که در هر ثانیه به هر متر مربع از زمین می‌رسد، بنابراین انرژی فرودی بر هر متر مربع زمین در هر ثانیه خواهد شد:

$$E = 300 \times 1 \times 1 = 300 \text{ J}$$

$$c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}, \lambda = 600 \times 10^{-9} \text{ m}, h = 4 \times 10^{-15} \text{ eV.s}$$

۲ انرژی را برحسب الکترون ولت (eV) به دست می‌آوریم.

$$\frac{1/6 \times 10^{-19} \text{ J}}{300 \text{ J}} \times 1 \text{ eV} \Rightarrow E = \frac{300}{1/6 \times 10^{-19} \times 16} = 3 \times 10^{22} \text{ eV}$$

۳ تعداد فوتون را حساب می‌کنیم.

$$E = n \frac{hc}{\lambda} \xrightarrow{\lambda = 600 \times 10^{-9} \text{ m}, h = 4 \times 10^{-15} \text{ eV.s}, c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}}$$

$$\frac{3}{16} \times 10^{22} = n \times \frac{4 \times 10^{-15} \times 3 \times 10^8}{600 \times 10^{-9}}$$

$$n = \frac{6 \times 10^{22}}{4 \times 16} \Rightarrow n = \frac{3}{32} \times 10^{22} \Rightarrow n = 9.375 \times 10^{20}$$

۴ ۲۱۷۲ B

۱ انرژی فوتون از رابطه $E = hf$ به دست می‌آید که در آن f بسامد فوتون و h ثابت پلانک است. با توجه به فرض مسئله خواهیم داشت:

$$E_A = 2/\Delta E_B \Rightarrow hf_A = 2/\Delta hf_B \Rightarrow f_A = 2/\Delta f_B$$

۲ با توجه به فرض مسئله اختلاف بسامد فوتون‌های A و B برابر $9 \times 10^{14} \text{ Hz}$ است، از طرفی $f_A > f_B$ است، بنابراین باید بنویسیم:

$$f_A - f_B = 9 \times 10^{14} \text{ Hz} \xrightarrow{(I)} 2/\Delta f_B - f_B = 9 \times 10^{14} \\ \Rightarrow 1/\Delta f_B = 9 \times 10^{14} \Rightarrow f_B = 6 \times 10^{14} \text{ Hz} \xrightarrow{f_A = 2/\Delta f_B} \\ f_A = 2/\Delta \times 6 \times 10^{14} \Rightarrow f_A = 12 \times 10^{14} \text{ Hz}$$

۳ طول موج فوتون A خواهد شد:

$$\lambda_A = \frac{c}{f_A} \Rightarrow \lambda_A = \frac{3 \times 10^8}{12 \times 10^{14}} \Rightarrow \lambda_A = 2.5 \times 10^{-7} \text{ m} \Rightarrow \lambda_A = 250 \text{ nm}$$

۱ ۲۱۷۳ B

خط فکری طول موج هر فوتون را از رابطه $E = h \frac{c}{\lambda}$ برحسب hc پیدا کنید.

سپس آن‌ها را با هم جمع کرده، انرژی فوتون جدید را به دست آورید.

طول موج هر فوتون خواهد شد:

$$E = \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow \begin{cases} E_A = 4 \text{ eV} \rightarrow 4 = \frac{hc}{\lambda_A} \Rightarrow \lambda_A = \frac{hc}{4} \\ E_B = 12 \text{ eV} \rightarrow 12 = \frac{hc}{\lambda_B} \Rightarrow \lambda_B = \frac{hc}{12} \end{cases}$$

دو طول موج را با هم جمع می‌کنیم:

$$\lambda = \lambda_A + \lambda_B = \frac{hc}{4} + \frac{hc}{12} \Rightarrow \lambda = \frac{3hc + hc}{12} \Rightarrow \lambda = \frac{4hc}{12} = \frac{hc}{3}$$

انرژی فوتون با طول موج $\lambda = \lambda_A + \lambda_B$ را حساب می‌کنیم.

$$E = \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow E = \frac{hc}{hc/3} \Rightarrow E = 3 \text{ eV}$$

میانبر اگر انرژی فوتون‌ها با طول موج λ_A و λ_B به ترتیب E_A و E_B

باشد، انرژی فوتون با طول موج $\lambda_A + \lambda_B$ برابر است با:

۲ ۲۱۷۴ B

۱ طول موج فوتون را برحسب E حساب می‌کنیم.

$$E = \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{hc}{E}$$

۲ در مسئله مسافت 10^6 برابر طول موج بیان شده است.

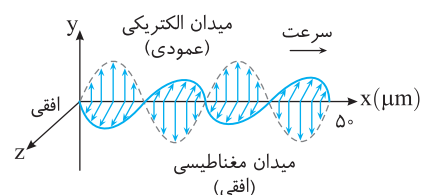
$$\ell = 10^6 \lambda = \frac{10^6 hc}{E}$$

۳ زمان طی این مسیر خواهد شد:

$$\Delta x = vt \Rightarrow 10^6 \frac{hc}{E} = ct \Rightarrow t = \frac{10^6 h}{E}$$

۴ ۲۱۷۵ B

۱ با توجه به نقش موج داده شده می‌توان به راحتی طول موج را به دست آورد:



$$2\lambda = 50 \times 10^{-6} \text{ m} \Rightarrow \lambda = 25 \times 10^{-6} \text{ m}$$

$4\pi R^2$ مساحت کره	5×10^{19}
πR^2 مساحت مردمک	N

$$\Rightarrow \frac{4\pi \times 10^2}{\pi \times (1 \times 10^{-3})^2} = \frac{5 \times 10^{19}}{N} \Rightarrow N = \frac{5}{4} \times 10^{11} \Rightarrow N = 1.25 \times 10^{11}$$
 فوتون



جدا شدن الکترون از سطح فلز در اثر تابش الکترومغناطیسی فرودی بر فلز را پدیده فوتوالکتریک گویند و در شکل پرتو نور به سطح فلز برخورد کرده و سبب جدا شدن الکترون از فلز شده است پس پدیده مورد نظر پدیده فوتوالکتریک است.

۱ ۲۱۸۱ B

۴ ۲۱۸۲ A

تابع کار فلز به جنس فلز بستگی دارد.

۳ ۲۱۸۳ A

بسامد آستانه کمترین بسامدی است که می‌تواند الکترون‌های سطح یک فلز معین را از آن جدا کند. بسامد آستانه بستگی به جنس فلز دارد و به بسامد پرتوهای فرودی بر فلز بستگی ندارد.

بازی با سوال: بیشینه طول موج نور فرودی بر فلز که باعث جدا شدن الکترون از سطح آن می‌شود، به کدام عامل بستگی دارد؟

(۱) شدت نور (۲) ولتاژ اعمال شده (۳) جنس فلز (۴) جریان

پاسخ: کمترین مقدار انرژی برای جدا شدن الکترون از سطح فلز، به جنس فلز بستگی دارد، بنابراین بلندترین طول نور فرودی بر فلز که سبب جدا شدن این الکترون می‌شود به جنس فلز بستگی دارد. **گزینه ۳**

۲ ۲۱۸۴ A

بنا به نظریه اینشتین در اثر فوتوالکتریک هر الکترون تنها با یک فوتون برهم کنش دارد. اگر شدت نور را افزایش دهیم hf تغییر نمی‌کند بلکه تعداد فوتون‌ها (n) زیاد می‌شود، بنابراین افزایش شدت نور نقش در انرژی جنبشی فوتوالکتریک ندارد و گزینه‌های (۱) و (۳) نادرست‌اند. هر گاه نور بر سطح فلز بتابد و از آن فوتوالکتریک جدا کند. بخشی از انرژی فوتون صرف جدا کردن الکترون می‌شود و بقیه آن به انرژی جنبشی فوتوالکتریک تبدیل می‌شود.

$$K_{\max} = hf - W_0 \quad \text{یا} \quad K_{\max} = \frac{hc}{\lambda} - W_0$$

بنابراین هر چقدر که انرژی فوتون بیشتر باشد، انرژی جنبشی فوتوالکتریک‌ها بیشتر است. از طرفی با توجه به رابطه $E = \frac{hc}{\lambda}$ هر چه طول موج نور کوتاه‌تر باشد انرژی فوتون بیشتر بوده و سبب می‌گردد انرژی جنبشی فوتوالکتریک‌ها افزایش یابد و گزینه (۲) درست و گزینه (۴) نادرست است.

۴ ۲۱۸۵ B

با نور بنفش پدیده فوتوالکتریک رخ داده است. یعنی بسامد نور بنفش از بسامد آستانه فلز (f_0) بیشتر بوده است.

در طیف نور مرئی بسامد نور بنفش از بسامد رنگ‌های دیگر بیشتر است و اگر به جای نور بنفش نور سبز یا زرد به کار ببریم ممکن است بسامد نور سبز یا نور زرد از بسامد آستانه فلز کمتر شود و پدیده فوتوالکتریک رخ ندهد، بنابراین گزینه‌های (۱) و (۲) نادرست‌اند.

نکته: در اثر فوتوالکتریک هر الکترون تنها با یک فوتون برهم کنش دارد.

اگر به جای یک لامپ بنفش چند لامپ بنفش به کار ببریم، شدت نور یعنی تعداد فوتون‌های نور ($E = nhf$) افزایش می‌یابد و انرژی تک فوتون افزایش نمی‌یابد و با توجه به رابطه $K_{\max} = hf - W_0$ ، چون hf ثابت مانده پس انرژی جنبشی فوتوالکتریک‌ها و تندی فوتوالکتریک‌ها ($K = \frac{1}{2}mv^2$) ثابت می‌ماند و گزینه (۳) نادرست است.

اگر از فلزی که بسامد آستانه آن کمتر است استفاده کنیم، انرژی لازم برای جدا کردن الکترون از این فلز یا همان تابع کار کاهش می‌یابد، بنابراین از انرژی فوتون نور فرودی بر فلز، مقداری بیشتری به انرژی جنبشی الکترون تبدیل می‌شود و تندی الکترون افزایش می‌یابد:

$$K_{\max} = hf - W_0$$

کاهش ثابت

$$\Rightarrow K_{\max} = \frac{1}{2}mv_m^2 \rightarrow v_m: \text{افزایش می‌یابد}$$

۴ ۲۱۷۹ B

خط فکری

این نوع مسائل شبیه مسائل شدت صوت هستند که در آن‌ها یک چشمه نقطه‌ای، صوت با توان P در محیط صوت منتشر می‌کند و در فاصله r از چشمه یک میکروفون به مساحت A قرار داشت و از شما خواسته می‌شود مقدار انرژی که از سطح میکروفون می‌گذرد را در مدت معین t حساب کنید.

شما ابتدا شدت صوت در محل را از رابطه $I = \frac{P}{A}$ به دست می‌آورید و سپس انرژی

گذرنده از سطح میکروفون t میکروفون $E = IA$ را حساب می‌کردید. اکنون نیز باید همین کار را انجام بدهید.

۱ توان گسیلی از لامپ را حساب می‌کنیم.

$$Ra = \frac{P_v}{P_1} \times 100 \Rightarrow 80 = \frac{P_v}{50} \times 100 \Rightarrow P_v = 40 \text{ W}$$

۲ شدت نور در فاصله $r = 3 \text{ m}$ از چشمه را به دست می‌آوریم.

$$I = \frac{P_v}{A} = \frac{40}{\pi \times 3^2} \Rightarrow I = \frac{40}{9\pi} \Rightarrow I = \frac{5}{6} \text{ W/m}^2$$

۳ انرژی که در هر دقیقه به صفحه به مساحت 800 cm^2 می‌رسد خواهد شد:

$$E = IA_{\text{صفحه}} t \Rightarrow E = \frac{5}{6} \times 800 \times 60 \Rightarrow E = 4 \times 10^4 \text{ J}$$

۴ انرژی را بر حسب الکترون ولت (eV) حساب می‌کنیم:

$$\frac{1/6 \times 10^{-19} \text{ J}}{4 \times 10^4 \text{ J}} \quad \left| \begin{array}{l} 1 \text{ eV} \\ E \end{array} \right. \Rightarrow E = \frac{4 \times 10^4}{1/6 \times 10^{-19}} \Rightarrow E = 2.4 \times 10^{23} \text{ eV}$$

۵ تعداد فوتون‌های رسیده به صفحه خواهد شد:

$$E = n \frac{hc}{\lambda} \quad hc = 1240 \text{ eV nm}, \lambda = 420 \text{ nm} \rightarrow$$

$$2.4 \times 10^{23} \text{ eV} = n \frac{1240}{420} \Rightarrow n = 8.1 \times 10^{22}$$
 فوتون

۲ ۲۱۸۰ B

۱ شدت نور را در فاصله 10 متری چشمه به دست می‌آوریم.

$$I = \frac{P}{A} = \frac{15}{\pi \times 10^2} \Rightarrow I = \frac{15}{100\pi} \text{ W/m}^2$$

۲ مساحت مردمک را حساب می‌کنیم:

$$a_{\text{مردمک}} = \pi r^2 = \pi (1 \text{ mm})^2 = \pi \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

۳ انرژی نور فرودی بر مردمک خواهد شد:

$$E = Ia_{\text{مردمک}} t \quad t = 1 \text{ s} \rightarrow E = \frac{15}{100\pi} \times \pi \times 10^{-6} \Rightarrow E = \frac{15}{4} \times 10^{-8} \text{ J}$$

۴ تعداد فوتون‌های رسیده به مردمک برابر است با:

$$E = n \frac{hc}{\lambda} \quad h = 6.6 \times 10^{-34} \text{ J.s}, \lambda = 660 \times 10^{-9} \text{ nm} \rightarrow$$

$$\frac{15}{4} \times 10^{-8} = n \times \frac{6.6 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{660 \times 10^{-9}}$$

$$n = \frac{1.25 \times 10^{-8}}{10^{-17}} \Rightarrow n = 1.25 \times 10^9 \Rightarrow n = 1.25 \times 10^{11}$$
 فوتون

روش دیگر:

ابتدا انرژی هر فوتون را به دست می‌آوریم:

$$E = h \frac{c}{\lambda} \Rightarrow E = \frac{6.6 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{660 \times 10^{-9}} \Rightarrow E = 3 \times 10^{-19} \text{ J}$$

تعداد فوتون‌ها با توان 15 W برابر است با:

$$E_{\text{کل}} = Pt \rightarrow n \times 3 \times 10^{-19} = 15 \times 1 \Rightarrow n = 5 \times 10^9$$
 فوتون

این تعداد فوتون از سطح کره‌ای به شعاع 10 متر می‌گذرد پس تعداد فوتون‌های گذرنده از مردمک چشم خواهد شد:

B ۲ ۲۱۸۶

نکته: در پدیده فوتوالکتریک هر الکترون تنها با یک فوتون برهم کنش دارد.
۱ با افزایش شدت نور انرژی فوتون‌های نور (hf) تغییر نمی‌کند و تنها بر تعداد فوتون‌ها افزوده می‌شود.

$$(\uparrow E = \uparrow n hf) \quad \text{ثابت}$$

۲ در پدیده فوتوالکتریک، بخشی از انرژی فوتون صرف جدا کردن الکترون و بقیه آن به انرژی جنبشی الکترون تبدیل می‌شود و با ثابت ماندن انرژی فوتون، انرژی جنبشی فوتو الکترون‌ها ($K = \frac{1}{2}mv^2$) ثابت می‌ماند. در این صورت تندی فوتوالکترون‌های جدا شده ثابت می‌ماند.

$$K_{\max} = hf - W_0 \Rightarrow K_{\max} \Rightarrow v_{\max} \Rightarrow \text{ثابت}$$

۳ اما به دلیل افزایش تعداد فوتون‌ها، تعداد فوتوالکترون‌های جدا شده افزایش می‌یابد بنابراین گزینه (۲) درست است.

پاسخ به سوال: در یک اثر فوتوالکتریک، اگر شدت نور فرودی بر فلز را دو برابر کنیم، بیشینه سرعت فوتوالکترون‌ها چند برابر می‌شود؟

$$2(1) \quad \sqrt{2}(2) \quad 3 \text{ تغییر نمی‌کند. } (3) \quad \frac{1}{2}(4)$$

پاسخ: با دو برابر شدن شدت نور، انرژی فوتون‌های نور که سبب جدا شدن الکترون‌ها می‌شوند تغییر نمی‌کند. بنابراین انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها ثابت می‌ماند و بیشینه تندی آن‌ها تغییر نمی‌کند.

A ۴ ۲۱۸۷

تابع کار فلز برابر حداقل انرژی لازم برای جدا کردن الکترون از سطح فلز است.

$$W_0 = hf_0 \Rightarrow W_0 = 4 \times 10^{-15} \times 1.5 \Rightarrow W_0 = 6 \text{ eV}$$

A ۲ ۲۱۸۸

طول موج مربوط به بسامد آستانه فلز را به دست می‌آوریم.

$$\lambda = \frac{c}{f} \Rightarrow \lambda = \frac{3 \times 10^8}{1.5 \times 10^{15}} \Rightarrow \lambda = 2 \times 10^{-7} \Rightarrow \lambda = 200 \text{ nm}$$

طول موج پرتو فرودی بر فلز باید از 200 nm کمتر باشد تا بسامد آن از بسامد آستانه فلز بیشتر بوده و پدیده فوتوالکتریک رخ دهد.

A ۱ ۲۱۸۹

تابع کار فلز کمترین انرژی لازم برای انجام پدیده فوتوالکتریک است. با توجه به اینکه رابطه طول موج و بسامد طبق رابطه $\lambda = \frac{c}{f}$ عکس یکدیگر است، بسامد کم انرژی‌ترین پرتویی که می‌تواند الکترون از سطح این فلز خارج کند برابر است با:

$$W_0 = hf_{\min} \rightarrow \frac{f=c}{\lambda} \rightarrow W_0 = h \frac{c}{\lambda_{\max}}$$

$$\Rightarrow 4/14 \text{ eV} = 4/14 \times 10^{-15} \times \frac{3 \times 10^8}{\lambda_{\max}} \Rightarrow \lambda_{\max} = 3 \times 10^{-7} \text{ m}$$

$$\rightarrow 3 \times 10^{-7} \text{ m} = 300 \text{ nm}$$

A ۴ ۲۱۹۰

اگر انرژی فوتون تابیده به فلز برابر یا بیشتر از 1.8 eV باشد، پدیده فوتوالکتریک رخ می‌دهد.

$$hf \geq \lambda \Rightarrow h \frac{c}{\lambda} \geq \lambda \Rightarrow \frac{1240}{\lambda} \geq \lambda \Rightarrow \lambda \leq 155 \text{ nm}$$

هر سه گزینه 120 nm ، 155 nm و 142 nm می‌تواند سبب پدیده فوتوالکتریک شود.

A ۴ ۲۱۹۱

باید انرژی فوتون طول موج $\lambda = 600 \text{ nm}$ را به دست آوریم. در صورتی که انرژی فوتون از تابع کار فلز (یعنی حداقل انرژی لازم برای جدا کردن الکترون از سطح فلز) بیشتر یا با آن مساوی باشد ($hf \geq W_0$)، پدیده فوتوالکتریک رخ می‌دهد.

$$E = h \frac{c}{\lambda} \Rightarrow E = \frac{4/14 \times 10^{-15} \times 3 \times 10^8}{600 \times 10^{-9}} = 2.0 \text{ eV}$$

انرژی الکترون از تابع کار هر سه فلز کمتر است و هیچ‌یک از سه فلز فوتوالکترون گسیل نمی‌کنند.

A ۱ ۲۱۹۲

در پدیده فوتوالکتریک اگر فوتون انرژی کافی داشته باشد، الکترون از فلز جدا می‌شود و بخشی از انرژی فوتون صرف جدا کردن الکترون از فلز و مابقی آن به انرژی جنبشی الکترون خارج شده تبدیل می‌شود. بنابراین:

$$K = 6/4 - 2/7 = 3/7 \text{ eV}$$

B ۲ ۲۱۹۳

با توجه به رابطه انرژی جنبشی بیشینه می‌توان نوشت:

$$K_{\max} = h \frac{c}{\lambda} - W_0 \Rightarrow$$

$$K_{\max} = 4/14 \times 10^{-15} \times \frac{3 \times 10^8}{270 \times 10^{-9}} - 2 = 4/6 - 2 = 2/6 \text{ eV}$$

A ۱ ۲۱۹۴

با توجه به نظریه اینشتین برای اثر فوتوالکتریک می‌توان نوشت:

$$K_{\max} = hf - W_0 \Rightarrow 4 \times 10^{-15} \times 8/5 \times 10^{14} - 2/5 = 3/4 - 2/5 \Rightarrow K_{\max} = 0/9 \text{ eV}$$

پاسخ به سوال: در آزمایش فوتوالکتریک، نور تک‌رنگی با بسامد $7/5 \times 10^{14}$ هرتز بر الکتروود فلزی می‌تابد. اگر طول موج آستانه 500 nm و ثابت پلانک $4 \times 10^{-15} \text{ eV.s}$ باشد، بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها چند الکترون‌ولت است؟

$$0/6(1) \quad 2/4(2) \quad 3(3) \quad 6(4)$$

پاسخ: ابتدا تابع کار فلز را به دست می‌آوریم:

$$W_0 = h \frac{c}{\lambda_0} \Rightarrow W_0 = \frac{4 \times 10^{-15} \times 3 \times 10^8}{500 \times 10^{-9}} \Rightarrow W_0 = 2/4 \text{ eV}$$

اکنون بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها را حساب می‌کنیم:

$$K_m = hf - W_0 \Rightarrow K_m = 4 \times 10^{-15} \times 7/5 \times 10^{14} - 2/4 \Rightarrow K_m = 0/6 \text{ eV}$$

گزینه ۱

B ۴ ۲۱۹۵

با توجه به رابطه اینشتین برای پدیده فوتوالکتریک داریم:

$$K_m = h \frac{c}{\lambda} - W_0 \Rightarrow \frac{4 \times 10^{-15}}{1/6 \times 10^{-19}} - \frac{4 \times 10^{-15} \times 3 \times 10^8}{\lambda} - 2/5 \Rightarrow$$

$$2/5 = \frac{12 \times 10^{-7}}{\lambda} - 2/5 \Rightarrow 5 = \frac{12 \times 10^{-7}}{\lambda} \Rightarrow \lambda = 2/4 \times 10^{-7} \text{ m} = 240 \text{ nm}$$

B ۱ ۲۱۹۶

ابتدا تابع کار فلز را به دست می‌آوریم:

$$W_0 = \frac{hc}{\lambda_0} \Rightarrow W_0 = \frac{4 \times 10^{-15} \times 3 \times 10^8}{320 \times 10^{-9}} \Rightarrow W_0 = 3/75 \text{ eV}$$

انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها $K_m = eV_0 = 0/25 \text{ eV}$ است.

اکنون طول موج پرتو فرودی بر فلز را به دست می‌آوریم:

$$K_m = \frac{hc}{\lambda} - W_0 \Rightarrow 0/25 = \frac{4 \times 10^{-15} \times 3 \times 10^8}{\lambda} - 3/75$$

$$\Rightarrow \lambda = 3 \times 10^{-7} \text{ m} \Rightarrow \lambda = 300 \text{ nm}$$

۱ ۲۲۰۲ B

رابطهٔ بیشینه انرژی جنبشی را برای این دو حالت می‌نویسیم:

$$K = \frac{hc}{\lambda} - W_0$$

بنا به فرض مسئله انرژی فوتون‌های فرودی بر هر دو فلز $(E = \frac{hc}{\lambda})$ یکسان بوده و

$K' = \frac{hc}{\lambda} - W_0'$ و K' بزرگ‌تر از K است. از این رو خواهیم داشت:

$$K' > K \Rightarrow \frac{hc}{\lambda} - W_0' > \frac{hc}{\lambda} - W_0 \Rightarrow -W_0' > -W_0 \Rightarrow W_0' < W_0$$

با توجه به اینکه تابع کار از رابطهٔ $hf_0 = \frac{hc}{\lambda_0}$ یا hf_0 به دست می‌آید. رابطهٔ بین λ_0 و λ_0' را

$$W_0' < W_0 \Rightarrow \frac{hc}{\lambda_0'} < \frac{hc}{\lambda_0} \Rightarrow \lambda_0' < \lambda_0$$

به دست می‌آوریم.

۳ ۲۲۰۳ A

در پدیدهٔ فوتوالکتریک هر الکترون تنها با یک فوتون برهم‌کنش دارد. چون تعداد فوتون‌ها در ثانیه تغییر نکرده تعداد الکترون‌های جدا شده نیز تغییری نمی‌کند.

۱ ۲۲۰۴ A

با توجه به رابطهٔ اینشتین برابر پدیدهٔ فوتوالکتریک:

$$K_{\max} = hf - W_0 \Rightarrow \begin{cases} \frac{2}{3} = \frac{hc}{\lambda} - W_0 \\ \frac{1}{6} = \frac{hc}{\lambda} - W_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{2}{3} + W_0 = \frac{hc}{\lambda} \\ \frac{1}{6} + W_0 = \frac{hc}{\lambda} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{2+W_0}{1+W_0} = \frac{2}{3} \Rightarrow 3+2W_0 = 2+3W_0 \Rightarrow W_0 = 1\text{eV}$$

۲ ۲۲۰۵ B

با توجه به رابطهٔ اینشتین برای پدیدهٔ فوتوالکتریک داریم:

$$K'_m = 3K_m \Rightarrow 2hf_1 - W_0 = 3(hf_1 - W_0) \Rightarrow 2hf_1 - W_0 = 3hf_1 - 3W_0 \Rightarrow 2W_0 = hf_1 \Rightarrow 2hf_1 = hf_1 \Rightarrow f_0 = \frac{f_1}{2}$$

۲ ۲۲۰۶ B

با توجه به رابطهٔ اینشتین دربارهٔ فوتوالکتریک می‌توان نوشت:

$$K_{\max} = hf - W_0 \Rightarrow K_m = \frac{hc}{\lambda} - W_0$$

$$\begin{cases} \lambda \times 10^{-19} = \frac{hc}{\lambda} - W_0 \\ \frac{1}{6} \times 10^{-19} = \frac{hc}{2\lambda} - W_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda \times 10^{-19} + W_0 = \frac{hc}{\lambda} \\ \frac{1}{6} \times 10^{-19} + W_0 = \frac{hc}{2\lambda} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{\lambda \times 10^{-19} + W_0}{\frac{1}{6} \times 10^{-19} + W_0} = 2 \Rightarrow \lambda \times 10^{-19} + W_0 = 3/2 \times 10^{-19} + 2W_0$$

$$\Rightarrow W_0 = 4/8 \times 10^{-19} \text{ J}$$

اکنون ژول را به الکترون‌ولت تبدیل می‌کنیم.

$$W_0 = \frac{4/8 \times 10^{-19}}{1/6 \times 10^{-19}} = 3\text{eV}$$

۱ ۲۲۰۷ A

ابتدا انرژی فوتون را بر حسب الکترون‌ولت به دست می‌آوریم:

$$E = \frac{hc}{\lambda} = 4 \times 10^{-15} \times \frac{3 \times 10^8}{150 \times 10^{-9}} \Rightarrow E = \frac{12}{15} = 0.8\text{eV}$$

اکنون به کمک رابطهٔ اینشتین انرژی جنبشی بیشینه را حساب می‌کنیم:

$$K_m = hf - W_0 \Rightarrow \begin{cases} K_A = 0.8 - 0.5 = 0.3\text{eV} \\ K_B = 0.8 - 0.5 = 0.3\text{eV} \end{cases} \Rightarrow \frac{K_A}{K_B} = \frac{0.3}{0.5} = 0.6$$

بنابراین K_A ، 0.3 یا 30% کمتر از K_B است.

بازی با سؤال‌ها در آزمایش فوتوالکتریک، تابع کار فلز 2eV است. طول

موج نور فرودی چند نانومتر باشد تا $K_m = 4\text{eV}$ شود؟ $(h = 4 \times 10^{-15} \text{eV}\cdot\text{s})$

و $(c = 3 \times 10^8 \text{m/s})$ مشابه خارج ریاضی - ۸۶

$$150 \quad (1) \quad 200 \quad (2) \quad 300 \quad (3) \quad 400 \quad (4)$$

پاسخ انرژی جنبشی فوتوالکتریک‌ها 4eV است. اکنون به کمک رابطهٔ

اینشتین برای اثر فوتوالکتریک، طول موج نور فرودی را به دست می‌آوریم:

$$K_m = hf - W_0 \Rightarrow 4 = \frac{4 \times 10^{-15} \times 3 \times 10^8}{\lambda} - 2 \Rightarrow 6 = \frac{12 \times 10^{-7}}{\lambda}$$

$$\lambda = 2 \times 10^{-7} \text{m} \Rightarrow \lambda = 200 \text{nm}$$

گزینهٔ ۲

۲ ۲۱۹۷ A

با توجه به رابطهٔ اینشتین برای پدیدهٔ فوتوالکتریک خواهیم داشت:

$$K_m = hf - W_0 \Rightarrow K_m = \frac{hc}{\lambda} - \frac{hc}{\lambda_0} \Rightarrow K_m = \frac{1240}{200} - \frac{1240}{310}$$

$$K_m = 6/2 - 4 \Rightarrow K_m = 2/2\text{eV}$$

۲ ۲۱۹۸ B

$$f = 3f_0 \Rightarrow hf = 3hf_0 \Rightarrow hf = 3W_0 \Rightarrow hf = 3 \times 1 = 3\text{eV}$$

$$K_{\max} = hf - W_0 \Rightarrow K_{\max} = 3 - 1 = 2\text{eV}$$

۲ ۲۱۹۹ B

انرژی جنبشی بیشینه فوتوالکتریک‌ها برابر است با:

$$K_{\max} = hf - W_0 \xrightarrow{W_0 = hf_0} K_{\max} = hf - hf_0 \Rightarrow K_{\max} = h(f - f_0)$$

با توجه به سؤال اختلاف بسامد f و f_0 برابر 10^{15} هرتز است و چون یکای ثابت

پلانک $J \cdot s (h)$ بوده بنابراین انرژی جنبشی برحسب ژول به دست می‌آید:

$$K_{\max} = 6/4 \times 10^{-34} \times 10^{15} \Rightarrow K_{\max} = 6/4 \times 10^{-19} \text{ J}$$

یادآوری هر الکترون‌ولت برابر $1/6 \times 10^{-19}$ ژول است.

یکای انرژی به دست آمده را به الکترون‌ولت تبدیل می‌کنیم:

$$6/4 \times 10^{-19} \text{ J} \times \frac{1\text{eV}}{1/6 \times 10^{-19} \text{ J}} = 4\text{eV}$$

۲ ۲۲۰۰ B

قسمتی از انرژی فوتون در پدیدهٔ فوتوالکتریک که به یک الکترون می‌رسد صرف جدا

کردن الکترون از سطح و مابقی آن به الکترون انرژی جنبشی می‌دهد. اما می‌دانیم

وضعیت وابستگی الکترون‌ها به هسته در اتم متفاوت است. با توجه به سؤال کمینه

انرژی لازم برای جدا شدن الکترون که مربوط به جدا کردن سست‌ترین الکترون از اتم

است برابر 6eV می‌باشد پس انرژی لازم برای جدا کردن الکترون‌ها همواره مساوی یا

بزرگ‌تر از 6eV است پس انرژی جنبشی الکترون‌ها برابر

(انرژی لازم برای جدا کردن الکترون) $K = hf - K$ است همواره کوچک‌تر یا

مساوی بیشینه انرژی جنبشی است که برابر انرژی جنبشی داده شده به سست‌ترین

الکترون است:

$$K_{\max} = hf - 6$$

$$K_{\max} = 4/1 \times 10^{-15} \times 2 \times 10^{15} - 6 = 8/2 - 6 = 2/2\text{eV}$$

$$K \leq K_{\max} \Rightarrow K \leq 2/2$$

که تنها گزینهٔ (۲) درست است.

۳ ۲۲۰۱ A

با کاهش طول موج تابش فرودی بر فلز، انرژی هر فوتون $(E = h \frac{c}{\lambda})$ افزایش می‌یابد

و بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکتریک‌ها $(K_{\max} = \frac{hc}{\lambda} - W_0)$ افزایش می‌یابد.

گزینهٔ (۳) درست است. فراموش نکنید تابع کار فلز به جنس فلز بستگی دارد.

۱ ۲۲۰۸ A

$$K'_{\max} = \frac{hc}{\lambda'} - W_0 \xrightarrow{\lambda' = \lambda/f} K'_{\max} = \frac{fhc}{\lambda} - W_0 \quad \text{۲}$$

۴ برابر K_{\max} برابر $\frac{fhc}{\lambda} - 4W_0$ است در حالی که در K'_{\max} از W_0 از $\frac{fhc}{\lambda}$ کم

شده، پس K'_{\max} از ۴ برابر K_{\max} بزرگتر است، در نتیجه اگر λ ، $\frac{1}{p}$ برابر شود.

$$m > p \quad K_{\max} \text{ بیشتر از } p \text{ برابر می‌شود:}$$

۳ ۲۲۱۲ A

در پدیده فوتوالکتریک، هر فوتون با یک الکترون برهم کنش دارد. با افزایش شدت نور، تعداد فوتون‌ها افزایش می‌یابد اما انرژی هر فوتون ثابت می‌ماند، بنابراین بیشینه انرژی فوتوالکتریک‌ها و سرعت آن‌ها ثابت است.

۲ ۲۲۱۳ B

خط فکری با داشتن تابع کار فلز و محاسبه اختلاف انرژی فوتون‌های ورودی با تابع کار، بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکتریک‌ها به دست می‌آید. در نهایت با استفاده از رابطه انرژی جنبشی، تندی فوتوالکتریک‌ها محاسبه می‌شود.

ابتدا تابع کار را حساب می‌کنیم، دقت کنید چون ثابت پلانک (h) بر حسب $eV \cdot s$ داده شده پس تابع کار بر حسب الکترون‌ولت به دست می‌آید:

$$W_0 = hf_0 \Rightarrow W_0 = 4 \times 10^{-15} \times \frac{5}{\lambda} \times 10^{15} = 2/5 eV$$

نکته برای تبدیل الکترون‌ولت به ژول از کسر تبدیل $\frac{1/6 \times 10^{-19} J}{1 eV}$

$$W_0 = 2/5 \times (1/6 \times 10^{-19}) = 4 \times 10^{-19} J \quad \text{استفاده می‌کنیم.}$$

انرژی جنبشی فوتوالکتریک‌ها را حساب می‌کنیم:

$$K_{\max} = hf - W_0 \Rightarrow K_{\max} = 4/125 \times 10^{-19} - 4 \times 10^{-19}$$

$$\Rightarrow K_{\max} = 0/125 \times 10^{-19} J$$

۳ حال با توجه به انرژی جنبشی، تندی را حساب می‌کنیم:

$$K_{\max} = \frac{1}{2} m v_{\max}^2 \Rightarrow \frac{125}{1000} \times 10^{-19} = \frac{1}{2} \times 9 \times 10^{-31} \times v_{\max}^2$$

$$\Rightarrow v_{\max}^2 = \frac{25}{9} \times 10^{-9} \Rightarrow v_{\max} = \frac{5}{3} \times 10^{-5} \Rightarrow v_{\max} = \frac{10^6}{6} \text{ m/s}$$

۱ ۲۲۱۴ B

$$K_m = \frac{1}{2} m v_m^2 = \frac{hc}{\lambda} - W_0 \Rightarrow \frac{1}{2} \times 9 \times 10^{-31} \times v_m^2 =$$

$$\left(\frac{4 \times 10^{-15} \times 3 \times 10^8}{200 \times 10^{-9}} - 4/2 \right) \times 1/6 \times 10^{-19} \quad v_m^2 = \frac{1/8 \times 1/6 \times 10^{-19} \times 2}{9 \times 10^{-31}}$$

$$64 \times 10^{-10} \Rightarrow v_m = 8 \times 10^5 \text{ m/s}$$

۱ ۲۲۱۵ B

بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکتریک‌ها برابر است با:

$$K_{\max} = hf - W_0 \Rightarrow K_{\max} = \frac{hc}{\lambda} - W_0$$

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{1}{2} m v^2 &= \frac{1200}{200} - 3 \Rightarrow \frac{1}{2} m v^2 = 3 \\ \frac{1}{2} m v'^2 &= \frac{1200}{300} - 3 \Rightarrow \frac{1}{2} m v'^2 = 1 \end{aligned} \right.$$

$$\frac{v^2}{v'^2} = 3 \Rightarrow \frac{v}{v'} = \sqrt{3} \Rightarrow \frac{v'}{v} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

دو معادله را بر هم تقسیم می‌کنیم:

بازی با سوال در یک آزمایش فوتوالکتریک، اگر به سطح فلزی با تابع کار

$2 eV$ ، نوری با بسامد 10^{15} Hz بتابانیم، بیشینه تندی فوتوالکتریک‌های گسیلی v_{\max} می‌شود. اگر بخواهیم بیشینه تندی فوتوالکتریک‌های گسیلی $2v_{\max}$ گردد،

بسامد نور فرودی را چند هرتز باشد افزایش دهیم؟ ($h = 4 \times 10^{-15} eV \cdot s$)

$$5 \times 10^{15} \quad (4) \quad 3 \times 10^{15} \quad (3) \quad 1/5 \times 10^{15} \quad (2) \quad 2/5 \times 10^{15} \quad (1)$$

اگر بسامد نور از بسامد آستانه کمتر شود ($\frac{f_1}{\gamma} < f_0$) پدیده فوتوالکتریک رخ نمی‌دهد.

بنابراین گزینه (۱) درست است. چنانچه پس از نصف شدن بسامد نور، همچنان پدیده

فوتوالکتریک رخ دهد ($\frac{f_1}{\gamma} \geq f_0$) در این صورت با توجه به رابطه

$$K_{\max} = eV_0 = hf - W_0$$

می‌شود بنابراین گزینه‌های (۲)، (۳) و (۴) نادرست است.

۱ ۲۲۰۹ B

در پدیده فوتوالکتریک، بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکتریک برابر با $K_m = hf - W_0$ است.

اگر با ثابت ماندن W_0 ، بسامد نور فرودی دو برابر شود، K_m بیشتر از ۲ برابر می‌شود.

$$f' = 2f \xrightarrow{K_m = hf - W_0} K'_m > 2K_m \Rightarrow \frac{K'_m}{K_m} > 2 \Rightarrow K > 2$$

برای درک ساده این مطلب فرض کنید در ابتدا $K_m = 2 - 1 = 1$ برابر $K_m = 2 - 1 = 1$ باشد و

سپس برابر $K_m = (2 \times 2) - 1 = 3$ شود کاملاً مشخص است که عدد ۳ از دو برابر

عدد ۱ نیز بیشتر است.

۱ ۲۲۱۰ B

بنا بر رابطه اینشتین برای اثر فوتوالکتریک داریم:

$$K_m = hf - W_0 \xrightarrow{K'_m = fK_m} hf' - W_0 = f(hf - W_0)$$

$$hf' = fhf - 3W_0 \xrightarrow{f' = kf} khf = fhf - 3W_0 \Rightarrow k = f - \frac{3W_0}{hf}$$

$$\Rightarrow 1 < k < 4$$

۴ ۲۲۱۱ B

یادآوری افزایش شدت نور تعداد فوتون‌های یک نور را افزایش می‌دهد، یعنی در رابطه

nhf با افزایش شدت نور، n افزایش یافته و انرژی هر فوتون hf ثابت می‌ماند. انرژی

جنبشی بیشینه از رابطه $K_{\max} = hf - W_0$ به دست می‌آید و به تعداد فوتون یا همان n

بستگی ندارد، بنابراین با افزایش شدت نور انرژی جنبشی بیشینه تغییر نمی‌کند.

راه حل اول:

۱ در حالت اول انرژی جنبشی بیشینه را K_{\max} و طول موج نور را λ می‌گیریم:

$$K_{\max} = hf - W_0 \xrightarrow{hf = \frac{hc}{\lambda}} K_{\max} = \frac{hc}{\lambda} - W_0$$

۲ در حالت دوم، انرژی جنبشی بیشینه m برابر $(K'_m = mK_m)$ است و طول

موج $\frac{1}{p}$ برابر شده ($\lambda' = \frac{\lambda}{p}$) بنابراین می‌توان نوشت:

$$K'_{\max} = hf' - W_0 \xrightarrow{hf = \frac{hc}{\lambda}} mK_{\max} = \frac{phc}{\lambda} - W_0$$

۳ برای به دست آوردن نسبت دو رابطه را بر هم تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{mK_{\max}}{K_{\max}} = \frac{p \frac{hc}{\lambda} - W_0}{\frac{hc}{\lambda} - W_0} \Rightarrow m = \frac{p \frac{hc}{\lambda} - pW_0 + (p-1)W_0}{\frac{hc}{\lambda} - W_0}$$

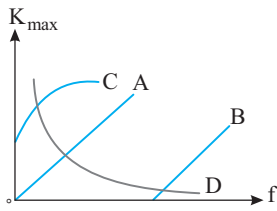
$$\Rightarrow m = p + \frac{(p-1)W_0}{\frac{hc}{\lambda} - W_0}$$

۴ بنابراین m از p بزرگتر است.

راه حل دوم: برای این سؤال می‌توان عددگذاری کرد. مثلاً p را ۴ بگیریم.

$$K_{\max} = \frac{hc}{\lambda} - W_0 \quad \text{۱}$$

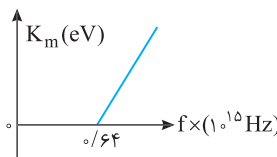
۲ ۲۲۱۹ A



در پدیده فوتوالکتریک، هرگاه یک فوتون موج الکترومغناطیسی به سطح جسم (فلز) بتابد، اگر انرژی فوتون (hf) از تابع کار فلز W_0 بیشتر باشد، الکترون از سطح فلز جدا می‌شود و انرژی اضافی فوتون ($hf - W_0$) به انرژی جنبشی الکترون تبدیل می‌شود، بنابراین $K_m = hf - W_0$.

بوده و انرژی جنبشی تابع درجه اول از بسامد خواهد بود. در مورد گزینه (۱) یعنی نمودار A باید خاطر نشان کرد که نمودار انرژی جنبشی بر حسب بسامد دارای عرض از مبدأ منفی است در حالی که نمودار A دارای عرض از مبدأ صفر است و نمی‌تواند گزینه درست باشد و نمودار B پاسخ درست است.

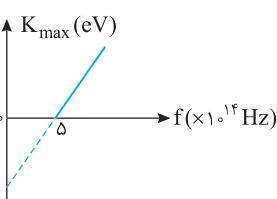
۴ ۲۲۲۰ A



با توجه به نمودار، بسامد آستانه فلز برابر $f_0 = 0.64 \times 10^{15} \text{ Hz}$ است، بنابراین:

$$W_0 = hf_0 = \frac{6.6 \times 10^{-34} \times 0.64 \times 10^{15}}{1.6 \times 10^{-19}} = 2.64 \text{ eV}$$

۴ ۲۲۲۱ A



با توجه به نمودار، بسامد آستانه، برابر 5×10^{14} هرتز است، بنابراین: $\lambda_0 = \frac{c}{f_0} \Rightarrow \lambda_0 = \frac{3 \times 10^8}{5 \times 10^{14}} = 0.6 \times 10^{-6} \text{ m} = 600 \text{ nm}$

۱ ۲۲۲۲ A

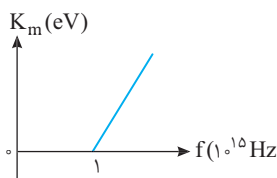
به کمک تابع کار فلز، بسامد آستانه را به دست می‌آوریم: $W_0 = hf_0 \Rightarrow 2 = 4 \times 10^{-15} \times f_0 \Rightarrow f_0 = 5 \times 10^{14} \text{ Hz}$
 $f_0 = 5 \times 10^{14} \times 10^{12} \text{ Hz} \Rightarrow f_0 = 500 \text{ THz}$

پس نمودار گزینه (۱) پاسخ درست است.

۳ ۲۲۲۳ A

با توجه به نمودار، تابع کار فلز 5 eV است: $K_{\max} = hf - W_0 = \frac{6.6 \times 10^{-34} \times 2 \times 10^{15}}{1.6 \times 10^{-19}} - 5 = 8.25 - 5 = 3.25 \text{ eV}$

بازی با سؤال برای یک فلز معین، نمودار بیشینه انرژی جنبشی



فوتوالکترون‌ها (K_m) برحسب بسامد نور فرودی رسم شده است. به ازای چه بسامدی (بر حسب 10^{15} Hz) $K_m = 2$ الکترون ولت می‌شود؟ ($h = 4 \times 10^{-15} \text{ eV.s}$)

- (۱) ۰.۷۵
- (۲) ۱.۲۵
- (۳) ۱.۵۰
- (۴) ۲.۵۰

پاسخ با توجه به نمودار، بسامد آستانه فلز برابر $f_0 = 10^{15} \text{ Hz}$ است.

$$W_0 = hf_0 \Rightarrow W_0 = 4 \times 10^{-15} \times 10^{15} \Rightarrow W_0 = 4 \text{ eV}$$

$$K_m = hf - W_0 \Rightarrow 2 = 4 \times 10^{-15} \times f - 4 \Rightarrow f = 1.5 \times 10^{15} \text{ Hz}$$

گزینه ۳

پاسخ با توجه به رابطه $K = \frac{1}{2}mv^2$ ، انرژی جنبشی با مربع تندی نسبت

$$\frac{K'_{\max}}{K_{\max}} = \frac{\frac{1}{2}m(2v_m)^2}{\frac{1}{2}mv_m^2} \Rightarrow \frac{K'_{\max}}{K_{\max}} = 4 \Rightarrow K'_{\max} = 4K_{\max}$$

مستقیم دارد. **پادآوری** تابع کار وابسته به جنس فلزات و با تغییر بسامد نور، تغییر نمی‌کند. در حالت اول، بسامد نور 10^{15} هرتز است:

$$K_{\max} = hf - W_0 \Rightarrow K_{\max} = 4 \times 10^{-15} \times 10^{15} - W_0 \xrightarrow{W_0 = 2 \text{ eV}}$$

$$K_{\max} = 4 - 2 = 2 \text{ eV}$$

بیشینه انرژی جنبشی در حالت دوم ۴ برابر حالت اول است، از این‌رو:

$$K'_{\max} = 4K_{\max} \Rightarrow K'_{\max} = 8 \text{ eV}$$

$$K'_{\max} = hf' - W_0 \Rightarrow 8 = hf' - 2$$

$$\Rightarrow hf' = 10 \text{ eV} \xrightarrow{h = 4 \times 10^{-15} \text{ eV.s}} 4 \times 10^{-15} f' = 10 \Rightarrow f' = 2.5 \times 10^{15} \text{ Hz}$$

گزینه ۱

۲ ۲۲۱۶ B

با توجه به رابطه اینشتین درباره فوتوالکتریک:

$$K_{m_A} = h \frac{c}{\lambda} - W_0 \Rightarrow K_{m_A} = 4 \times 10^{-15} \times \frac{3 \times 10^8}{200 \times 10^{-9}} - 4 = 6 - 4 = 2 \text{ eV}$$

$$K_{m_B} = h \frac{c}{\lambda} - W_0 \Rightarrow K_{m_B} = 4 \times 10^{-15} \times \frac{3 \times 10^8}{200 \times 10^{-9}} - 2 = 6 - 2 = 4 \text{ eV}$$

$$\Rightarrow \frac{K_{m_A}}{K_{m_B}} = \frac{\frac{1}{2}mv_A^2}{\frac{1}{2}mv_B^2} \Rightarrow \frac{2}{4} = \frac{v_A^2}{v_B^2} \Rightarrow \frac{v_A}{v_B} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \frac{v_B}{v_A} = \sqrt{2}$$

۴ ۲۲۱۷ B

با توجه به فرض مسأله $W_0 = \frac{1}{4} \frac{hc}{\lambda}$ است از این‌رو:

$$K_m = hf - W_0 \Rightarrow K_m = \frac{hc}{\lambda} - \frac{1}{4} \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow K_m = \frac{3}{4} \frac{hc}{\lambda}$$

اگر طول موج پرتو فرودی ۳ برابر شود خواهیم داشت:

$$\lambda' = 3\lambda \left\{ \begin{aligned} \Rightarrow K'_m &= \frac{hc}{3\lambda} - \frac{1}{4} \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow K'_m = \frac{hc}{12\lambda} \\ K'_m &= \frac{hc}{\lambda'} - W_0 \end{aligned} \right.$$

$$\frac{K'_m}{K_m} = \frac{v'^2}{v^2} \Rightarrow \frac{12\lambda}{3\lambda} = \frac{v'^2}{v^2} \Rightarrow \frac{4}{1} = \frac{v'^2}{v^2} \Rightarrow v' = \frac{1}{2}v$$

در این صورت می‌توان نوشت:

۴ ۲۲۱۸ A

با توجه به رابطه اینشتین برای پدیده فوتوالکتریک:

$$K_m = hf - W_0 \Rightarrow h = \text{شیب خط} - W_0$$

بازی با سؤال در نمودارهای بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها

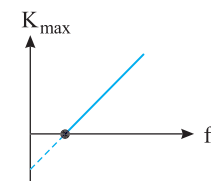
برحسب بسامد پرتو فرودی بر فلز، شیب نمودار به کدام عامل بستگی دارد؟

- (۱) شدت نور فرودی
- (۲) جنس فلز
- (۳) همواره یک ثابت فیزیکی معین است.
- (۴) بسامد نور فرودی

پاسخ طبق رابطه $K_m = hf - W_0$

خواهیم داشت: $K_m = hf - W_0$

در این صورت شیب خط، همواره مقدار ثابت h است که ثابت پلانک است.



گزینه ۳

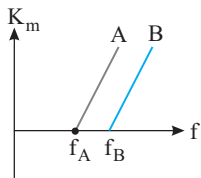
گزینه (۲) نادرست است. طول موج آستانه فلز برابر است با:

$$\lambda_0 = \frac{c}{f_0} \Rightarrow \lambda_0 = \frac{3 \times 10^8}{8 \times 10^{14}} \Rightarrow \lambda_0 = 375 \text{ nm}$$

بنابراین اگر طول موج از مقدار 375 nm بیشتر باشد، انرژی فوتون از تابع کار فلز کمتر شده پدیده فوتوالکتریک رخ نمی‌دهد و گزینه (۳) نادرست است.

همچنین با کمتر شدن بسامد نور فرودی از مقدار $f_0 = 8 \times 10^{14} \text{ Hz}$ ، انرژی فوتون از تابع کار فلز کمتر شده، پدیده فوتوالکتریک رخ نمی‌دهد و گزینه (۴) نادرست است.

۱ ۲۲۲۸ A



با توجه به شکل بسامد آستانه فلز A از بسامد آستانه فلز B کمتر بوده بنابراین تابع کار فلز A ($W_0 = hf_0$) از تابع کار فلز B کمتر و طول موج آستانه فلز A از طول موج آستانه فلز B بیشتر است ($\lambda_0 = \frac{c}{f_0}$).

۲ ۲۲۲۹ B

با توجه به نمودارهای سؤال خواهیم داشت:

$$f_{0A} < f_{0B} \xrightarrow{W_0 = hf_0} W_{0A} < W_{0B} \quad (1)$$

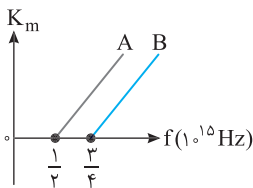
نور با بسامد $1/5 \times 10^{15} \text{ Hz}$ باعث پدیده فوتوالکتریک برای فلز B شده است. از این رو:

$$hf \geq W_{0B} \Rightarrow 4 \times 10^{-15} \times 1/5 \times 10^{15} \geq W_{0B} \Rightarrow$$

$$W_{0B} \leq 6 \text{ eV} \xrightarrow{(1)} W_{0A} < 6 \text{ eV}$$

۴ ۲۲۳۰ B

با توجه به نمودار، بسامد آستانه فلزهای



A و B به ترتیب $f_{0A} = \frac{1}{2} \times 10^{15} \text{ Hz}$

و $f_{0B} = \frac{3}{4} \times 10^{15} \text{ Hz}$ است. رابطه اثر

فوتوالکتریک را برای دو فلز می‌نویسیم:

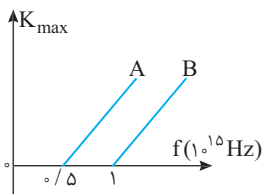
$$K_m = hf - W_0 = hf - hf_0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} K_{mA} = 4 \times 10^{-15} \times 1/2 \times 10^{15} - 4 \times 10^{-15} \times 1/2 \times 10^{15} = 2 \text{ eV} \\ K_{mB} = 4 \times 10^{-15} \times 3/4 \times 10^{15} - 4 \times 10^{-15} \times 3/4 \times 10^{15} = 1 \text{ eV} \end{cases} \Rightarrow \frac{K_{mA}}{K_{mB}} = 2$$

۱ ۲۲۳۱ B

با توجه به رابطه اینشتین برای اثر فوتوالکتریک و داده‌های روی شکل خواهیم داشت:

$$\begin{cases} K_m = hf - W_0 = hf - hf_0 \\ f_{0A} = 0.5 \times 10^{15} \text{ Hz} \\ f_{0B} = 1 \times 10^{15} \text{ Hz} \\ K_{mA} = K_{mB} \end{cases} \Rightarrow f_B > f_A$$



دقت کنید بسامد آستانه B از بسامد آستانه A بیشتر است برای آنکه بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکتریک‌ها برابر باشد قطعاً بسامد پرتوی تابیده به B باید بزرگ‌تر باشد و

تنها در گزینه (۱) $\frac{f_B}{f_A}$ بزرگ‌تر از ۱ است.

۱ ۲۲۲۴ B

با توجه به رابطه $K_{\max} = hf - W_0$ و

همچنین نمودار، می‌توان تابع کار را به دست آورد:

$$1/5 = 5/3 - W_0 \Rightarrow W_0 = 3/8 \text{ eV}$$

هرگاه فوتونی با بسامد $1/7 \times 10^{15} \text{ Hz}$ بر سطح این فلز بتابد:

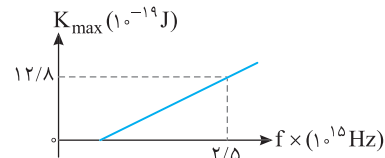
$$K_m = hf - W_0 \Rightarrow K_m = 1/7 \times 10^{15} \times 4 \times 10^{-15} - 3/8 \Rightarrow K_m = 3 \text{ eV}$$

۲ ۲۲۲۵ B

با توجه به نمودار هرگاه بسامد $2/5 \times 10^{15} \text{ Hz}$ به فلز بتابد، بیشینه انرژی فوتوالکتریک‌ها برابر $12/8 \times 10^{-19}$ ژول است از این رو:

$$K_{\max} = hf - W_0 \Rightarrow \frac{12/8 \times 10^{-19}}{1/6 \times 10^{-19}} = 4 \times 10^{-15} \times 2/5 \times 10^{15} - W_0$$

$$\lambda = 10 - W_0 \Rightarrow W_0 = 10 - \lambda = 2 \text{ eV}$$



(دقت کنید تقسیم بر $1/6 \times 10^{-19}$ برای تبدیل J به eV صورت گرفته است.)

اگر نوری با بسامد $8 \times 10^{14} \text{ Hz}$ بر فلز بتابد ولتاژ متوقف کننده برابر خواهد شد با:

$$K_{\max} = hf - W_0 \Rightarrow K_{\max} = 4 \times 10^{-15} \times 8 \times 10^{14} - 2 \Rightarrow K_m = 1/2 \text{ eV}$$

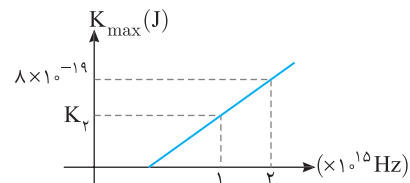
۱ ۲۲۲۶ B

طبق رابطه $K_{\max} = hf - W_0$ شیب خط این نمودار برابر h می‌باشد، بنابراین:

$$\lambda = \frac{c}{f} \Rightarrow f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \times 10^8}{300 \times 10^{-9}} = 10^{15} \text{ Hz}$$

$$h = \frac{8 \times 10^{-19} - K_y}{2 \times 10^{15} - 1 \times 10^{15}} = 4 \times 10^{-15} \times 1/6 \times 10^{-19} \text{ J.s}$$

$$\Rightarrow 8 \times 10^{-19} - K_y = 6/4 \times 10^{-19} \Rightarrow K_y = 1/6 \times 10^{-19} \text{ J.s}$$



۱ ۲۲۲۷ A

با توجه به رابطه $K_m = hf - W_0$.

شیب خط برابر h و عرض از مبدأ آن برابر $-W_0$ می‌باشد. محل تلاقی

نمودار با محور f نیز برابر بسامد آستانه فلز است.

بنابراین، بسامد آستانه $f_0 = 8 \times 10^{14} \text{ Hz}$ است و تابع کار فلز برابر است با:

$$W_0 = hf_0 = 4 \times 10^{-15} \times 8 \times 10^{14} \Rightarrow W_0 = 3/2 \text{ eV} \Rightarrow$$

گزینه (۱) درست است.

دربارۀ گزینه (۲) دقت کنید که K_m با بسامد نور فرودی رابطه خطی دارد و با آن

متناسب نیست یعنی با دو برابر شدن بسامد نور فرودی، K_m دو برابر نمی‌شود و

و گزینه (۳) نادرست است. اگر توان دو برابر و طول موج نصف شود در این صورت:

$$P = \frac{nh \frac{c}{\lambda}}{t} \xrightarrow{P'=2P, \lambda'=\frac{\lambda}{2}} n' = n$$

یعنی تعداد فوتون‌ها در یکای زمان ثابت مانده و تعداد فوتوالکترون‌های جدا شده نیز ثابت می‌ماند و گزینه (۴) درست است.

۲ ۲۲۳۸ C

اگر بسامد نور فرودی بر فلز از بسامد آستانه کمتر باشد. پدیده فوتوالکتریک رخ نمی‌دهد و اگر $f = f_0$ باشد، الکترون از فلز جدا می‌شود. در واقع انرژی فوتون با انرژی لازم برای جدا شدن سست الکترون از سطح فلز برابر است یعنی انرژی لازم برای جدا شدن الکترون برابر hf_0 است.

اگر فوتونی که بر فلزی بتابد دارای انرژی hf باشد مقدار hf_0 از انرژی فوتون صرف جدا شدن الکترون و بقیه آن تبدیل به انرژی جنبشی فوتوالکترون می‌شود. از طرفی با توجه به سؤال تندی بیشینه در حالت دوم ۲ برابر حالت اول است و می‌دانیم که

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

$$\left. \begin{aligned} K_{\max} &= hf - hf_0 \Rightarrow 4K_{\max} = 4hf - 4hf_0 \\ 4K_{\max} &= hf - \frac{hf_0}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow hf - \frac{hf_0}{2} = 4hf - 4hf_0 \Rightarrow \frac{3}{2}hf_0 = 3hf \Rightarrow f = \frac{2}{3}f_0$$

۱ ۲۲۳۹ C

با توجه به شکل، تابع کار فلز b ، 1.5 eV و بسامد هر آستانه فلز a ، $3 \times 10^{15} \text{ Hz}$ است:

$$W_0 = hf_0 \Rightarrow f_0 = \frac{1.5 \times 10^{-19}}{6 \times 10^{-34}} = 4 \times 10^{15}$$

$$\frac{\lambda_a}{\lambda_b} = \frac{f_b}{f_a} = \frac{4 \times 10^{15}}{3 \times 10^{15}} = \frac{4}{3}$$

۲ ۲۲۴۰ B

۱ شدت تابش چراغ 10 W/m^2 است یعنی به هر 1 m^2 میز در هر ثانیه 10 J انرژی داده می‌شود. سطح میز برابر 2 m^2 است و زمان انتقال انرژی $1 \text{ h} = 3600 \text{ s}$ می‌باشد، بنابراین کل انرژی فرودی بر میز در مدت 1 h خواهد شد:

$$E = IAt \Rightarrow E = 10 \times 2 \times 3600 = 72000 \text{ J} = 72 \times 10^3 \text{ J}$$

یادآوری هر گاه به جسمی به جرم m با گرمای ویژه c گرما بدهیم و دمای آن به اندازه $\Delta\theta$ بالا برود گرمای داده شده به جسم برابر است با:

$$Q = mc\Delta\theta$$

۲ بنابراین به میز $72 \times 10^3 \text{ J}$ انرژی می‌رسد و این انرژی صرف گرم کردن میز شده است:

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow 72 \times 10^3 = 5 \times 900 \times \Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = 16^\circ \text{C}$$

۲ ۲۲۴۱ C

۱ مقدار شدت تابشی که به سطح زمین می‌رسد 25% شدت تابشی خورشید در خارج جو است.

$$I' = \frac{25}{100} I \Rightarrow I' = \frac{1}{4} \times 1360 \Rightarrow I' = 340 \text{ W/m}^2$$

۲ مساحت سطح زمین چمن برابر $A = 110 \text{ m} \times 75 \text{ m}$ است.

۳ مقدار انرژی که در مدت 10 h به چمن استادیوم می‌رسد را حساب می‌کنیم.

$$I = \frac{E}{At} \Rightarrow E = IAt \Rightarrow E = 340 \times 110 \times 75 \times 10 \times 3600 \text{ J}$$

۴ تعداد فوتون‌هایی که به چمن می‌رسد را به دست می‌آوریم.

$$E = n \frac{hc}{\lambda} \xrightarrow{h=6.6 \times 10^{-34} \text{ J.s}, \lambda=660 \times 10^{-9} \text{ m}}$$

$$340 \times 110 \times 75 \times 10 \times 3600 = n \times \frac{6.6 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{660 \times 10^{-9}}$$

$$n = \frac{340 \times 110 \times 75 \times 3600 \times 10^5}{3 \times 10^{-19}} = 336600 \times 10^{24} = 3.366 \times 10^{29}$$

۳ ۲۲۳۲ A

موج‌های الکترومغناطیسی از بسته‌های حاوی انرژی به نام فوتون تشکیل شده‌اند. موج‌های الکترومغناطیسی دارای میدان الکتریکی و میدان مغناطیسی بوده بنابراین گزینه‌های (۱) و (۴) نادرست هستند. از طرفی امواج الکترومغناطیسی بدون بار الکتریکی هستند و گزینه (۳) درست است. سرعت همه آن‌ها در خلأ یکسان و برابر $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$ است و سرعت آن‌ها در خلأ به بسامد آن‌ها بستگی ندارد، بنابراین گزینه (۲) نیز نادرست است.

۲ ۲۲۳۳ A

انرژی لازم برای جدا کردن الکترون‌ها از سطح یک فلز برای همه الکترون‌ها یکسان نیست یعنی بعضی از الکترون‌ها سفت‌تر و بعضی از آن‌ها شل‌تر به سطح فلز وصل هستند. انرژی یک فوتون مقدار مشخصی است. بنابراین الکترون‌های شل‌تر که برای جدا شدن به حداقل انرژی نیاز دارند، هنگام جدا شدن انرژی جنبشی بیشتری از فوتون به آن‌ها می‌رسد و هر چه الکترون به سطح فلز سفت‌تر چسبیده باشد، انرژی جنبشی فوتوالکترون کمتر خواهد بود. بنابراین گزینه (۲) درست است.

۳ ۲۲۳۴ A

یادآوری هر 1 eV برابر $1.6 \times 10^{-19} \text{ J}$ ژول است.

۱ ابتدا انرژی را برحسب ژول به دست می‌آوریم:

$$1/8 \text{ eV} \times \frac{1.6 \times 10^{-19} \text{ J}}{1 \text{ eV}} = 1/8 \times 1.6 \times 10^{-19} \text{ J}$$

۲ رابطه بین انرژی جنبشی و تکانه به صورت $K = \frac{p^2}{2m}$ است:

$$K = \frac{p^2}{2m} \Rightarrow 1/8 \times 1.6 \times 10^{-19} = \frac{p^2}{2 \times 9.1 \times 10^{-31}} \Rightarrow p^2 = 9 \times 3.6 \times 1.6 \times 10^{-52} = p^2$$

$$\Rightarrow p = 3 \times 6 \times 4 \times 10^{-26} = 7/2 \times 10^{-25}$$

۱ ۲۲۳۵ B

نکته ۱ هر گاه در اثر فوتوالکتریک با ثابت ماندن بسامد نور، شدت نور بر فلز را زیاد کنیم تعداد فوتون‌های نور افزایش می‌یابد و آهنگ خروج فوتوالکترون‌ها زیاد می‌شود. اما انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها تغییر نمی‌کند.

نکته ۲ هر گاه در اثر فوتوالکتریک، بسامد نور فرودی بر فلز افزایش یابد انرژی فوتون‌های نور افزایش یافته و انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها هنگام جدا شدن افزایش می‌یابد. با توجه به نکات بالا گزینه (۱) درست است.

۳ ۲۲۳۶ C

نکته ۱ بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها به دو عامل بستگی دارد:

۱ انرژی فوتون‌های فرودی بر فلز

۲ جنس فلز

دو فلز متفاوت هستند و جنس آن‌ها یکی نیست یعنی بسامد آستانه آن‌ها یکی نیست اما در دو آزمایش بیشینه انرژی جنبشی الکترون‌ها برابر شده است و این ممکن نیست مگر اینکه انرژی فوتوهای فرودی بر دو فلز متفاوت باشد. $hf_A \neq hf_B \Rightarrow f_B \neq f_A$ یعنی بسامد نور تابیده شده به آن‌ها متفاوت است.

۴ ۲۲۳۷ C

با دو برابر شدن توان تعداد فوتون‌های نور دو برابر شده و میزان گسیل فوتوالکترون‌ها دو برابر می‌شود، بنابراین گزینه (۱) نادرست است. با دو برابر شدن طول موج ممکن است

انرژی فوتون $(E = h \frac{c}{\lambda})$ از تابع کار فلز (W_0) کمتر شده و پدیده متوقف شود بنابراین گزینه (۲) در حالت کلی نادرست است.

با نصف شدن طول موج، انرژی هر فوتون $(E = h \frac{c}{\lambda})$ دو برابر می‌شود و برای ثابت

$$\text{ماندن } P = \frac{nh \frac{c}{\lambda}}{t} \text{ باید } n \text{ نصف شده بنابراین فوتوالکترون‌های جدا شده نصف می‌شود}$$



پنجره ۲

۲ ۲۲۴۲ A

اجسام در هر دمایی تابش گرمایی از خود گسیل می‌کنند که در دماهای معمولی این تابش در محدوده امواج فروسرخ می‌باشد و با افزایش دما، تابش در محدوده نورهای مرئی قرار می‌گیرد بنابراین گزاره‌های (الف) و (ب) درست است. برهم کنش قوی بین اتم‌های سازنده جسم جامد سبب تشکیل طیف پیوسته توسط جسم جامد می‌شود. حال آنکه گازهای کم‌فشار و رقیق که اتم‌های منفرد آن‌ها از برهم کنش‌های قوی موجود در جسم جامد آزادند دارای طیف خطی هستند و گزاره (پ) نادرست است.

۲ ۲۲۴۳ A

تشکیل طیف پیوسته توسط جسم جامد، ناشی از برهم کنش قوی بین اتم‌های سازنده آن است.

۲ ۲۲۴۴ A

یادآوری: گازها و بخار عنصرها وقتی که تحریک می‌شوند دارای طیف نشری خطی هستند. لامپ نئون روشن یعنی لامپی که در آن گاز نئون رقیق و کم‌فشار توسط تخلیه الکتریکی نور گسیل می‌کند و نور گسیل شده تشکیل طیف نشری خطی می‌دهد.

۳ ۲۲۴۵ A

رنگ نور گسیل شده و طیف خطی ایجاد شده از تخلیه الکتریکی درون یک لامپ به نوع گاز درون لامپ بستگی دارد بنابراین گزاره (الف) و (ب) درست است. در تمام طیف‌های تشکیل شده از برانگیختگی گاز درون لامپ طیف خطی می‌باشد و گزاره (پ) نادرست است.

۱ ۲۲۴۶ A

در رشته بالمر پرتوهای فرابنفش و مرئی وجود دارند.

۱ ۲۲۴۷ A

یادآوری: در طیف اتمی هیدروژن در سری‌های پاشن ($n'=3$)، براکت ($n'=4$) و پفوند ($n'=5$) تمام طول موج‌های گسیل شده در ناحیه فروسرخ بوده و در سری لیمان تمام طول موج‌ها در ناحیه فرابنفش و در سری بالمر چهار طول موج مرئی و یک طول موج فرابنفش وجود دارد.

با توجه به یادآوری بالا در رشته‌های طول موجی پاشن، براکت و پفوند همه طول موج‌ها در ناحیه فروسرخ هستند.

۳ ۲۲۴۸ A

در رابطه ریذبرگ $\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right)$ و $n' < n$ عدد طبیعی هستند و $n' < n$ است. با توجه به رابطه داده شده در مسئله $\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{16} - \frac{1}{n^2} \right)$ ، $n'^2 = 16$ بوده و $n' = 4$ است.

در اتم هیدروژن هرگاه $n' \geq 4$ باشد، طول موج‌های گسیلی در ناحیه فروسرخ امواج الکترومغناطیسی قرار دارند. از طرفی $n' = 4$ مربوط به رشته براکت است.

۳ ۲۲۴۹ A

رابطه داده شده در مسئله $\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2} \right)$ را با رابطه ریذبرگ مقایسه می‌کنیم

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad \text{بنابراین خواهیم داشت:} \quad \text{رشته پاشن } n' = 3 \Rightarrow n'^2 = 3^2 = 9$$

در رابطه ریذبرگ هرگاه $n' \geq 3$ باشد، طول موج‌های گسیلی فروسرخ هستند. بنابراین گزینه (۳) درست است.

۴ ۲۲۵۰ B

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad \text{رابطه داده شده در مسئله} \quad \frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{3^2} \right)$$

$$n'^2 = 3^2 \Rightarrow n' = 3$$

مقایسه می‌کنیم. در این صورت خواهیم داشت: $n' < n$ است. بنابراین $n' < 3$ بوده و می‌تواند $n' = 2$ یا $n' = 1$ باشد. $n' = 2$ مربوط به سری بالمر بوده و هنگامی که $n = 3$ و $n' = 2$ است طول موج در ناحیه نور مرئی است ($\lambda = 656.3 \text{ nm}$) و $n' = 1$ مربوط به سری لیمان است و تمام طول موج‌های رشته لیمان فرابنفش است.

بازی با سؤال: در رابطه ریذبرگ برای اتم هیدروژن هرگاه

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad \text{باشد، طول موج‌های گسیلی مربوط به کدام رشته و در کدام$$

ناحیه طیف الکترومغناطیسی است؟

(۱) بالمر، مرئی (۲) بالمر، فرابنفش (۳) لیمان، فرابنفش (۴) پاشن، فروسرخ

پاسخ: در رابطه ریذبرگ $\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right)$ همواره $n' < n$ است. در

رابطه مسئله $\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right)$ ، $n = 2$ بوده بنابراین $n' = 1$ است. یعنی طول

موج گسیلی مربوط به رشته لیمان ($n' = 1$) بوده و در ناحیه فرابنفش امواج

الکترومغناطیسی است.

۳ ۲۲۵۱ B

در رابطه ریذبرگ $\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right)$ به جای m عدد $n' = 4$ و به جای n عدد

$$n = m + 2 = 4 + 2 = 6$$

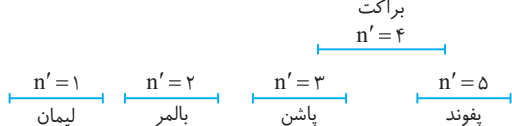
$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{100} \left(\frac{1}{16} - \frac{1}{36} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{100} \times \frac{9-4}{144}$$

$$\Rightarrow \lambda = 2880 \text{ nm} = 2.88 \mu\text{m}$$

۱ ۲۲۵۲ A

نکته: در رشته‌های طیف اتم هیدروژن بازه‌های طول موجی و بسامدی امواج

الکترومغناطیسی گسیلی به شکل زیر است:



از راست به چپ طول موج کاهش می‌یابد و بسامد افزایش می‌یابد.

با توجه به نکته بیان شده در رشته پفوند بسامدها از پاشن، بالمر و لیمان کمتر است.

۳ ۲۲۵۳ A

در رشته لیمان ($n' = 1$) تمام طول موج‌ها فرابنفش هستند و در رشته بالمر هرگاه $n = 7$ و

$n' = 2$ باشد، طول موج گسیلی در ناحیه فرابنفش است. از این‌رو گزینه (۳) درست است.

۴ ۲۲۵۴ A

هنگامی که بیان می‌شود رشته بالمر یعنی مقصد الکترون از انرژی $n' = 2$ است. بنابراین به کمک رابطه ریذبرگ λ را به دست می‌آوریم.

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{100} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{3^2} \right) \Rightarrow \lambda = \frac{3600}{5}$$

$$\Rightarrow \lambda = 720 \text{ nm} \Rightarrow \lambda = 720 \times 10^{-9} = 7.2 \times 10^{-7} \text{ m}$$

۴ ۲۲۵۵ B

یادآوری: در سری بالمر، ۴ خط طیفی مرئی وجود دارد و پنجمین خط طیفی فرابنفش است از طرفی طول موج امواج مرئی در بازه ۴۰۰ تا ۷۰۰ نانومتر است و در نتیجه طول موج فرابنفش کوتاه‌تر از ۴۰۰ nm است. بنابراین گزینه (۴) درست است.

اگر چه این سؤال نیازی به راه‌حل و محاسبات ندارد، اما روش محاسبه آن برای به‌دست آوردن پنجمین خط طیف اتمی رشته بالمر ($n = 2 + 5 = 7$) به صورت زیر است:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{100} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{49} \right) \Rightarrow \lambda = 398.9 \text{ nm}$$

بازی با سؤال: طول موج سومین خط طیف اتمی هیدروژن در رشته پاشن

($n' = 3$) چند نانومتر و در چه محدوده‌ای است؟ ($R = 1.097 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$) از کتاب درسی

(۱) ۱۲۰۰، رادیویی (۲) ۱۲۰۰، فروسرخ (۳) ۸۵۰، رادیویی (۴) ۸۵۰، فروسرخ

پاسخ: طول موج سومین خط طیف اتمی هیدروژن در رشته پاشن یعنی

$n = 6$ و $n' = 3$ ، از این‌رو به کمک رابطه ریذبرگ می‌توان طول موج را به دست

آورد که قطعاً در ناحیه فروسرخ است.

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{100} \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{36} \right) \Rightarrow \lambda = 1200 \text{ nm}$$

گزینه: ۳

۱ طول موج پرتو را حساب می‌کنیم.

$$\lambda = \frac{c}{f} \Rightarrow \lambda = \frac{3 \times 10^8}{\frac{1}{3} \times 10^{15}} \Rightarrow \lambda = \frac{9}{1} \times 10^{-7} \text{ m} \Rightarrow \lambda = \frac{900}{1} \text{ nm}$$

۲ به کمک رابطه ریذبرگ n' را حساب می‌کنیم.

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{900} = \frac{1}{100} \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{(3n')^2} \right)$$

$$\frac{1}{9} = \frac{1}{n'^2} - \frac{1}{9n'^2} \Rightarrow \frac{1}{9} = \frac{8}{9n'^2} \Rightarrow n' = 3$$

۳ $n' = 1$ یعنی رشته لیمان.

۱ ۲۲۶ B

خط فکری در ابتدا شما باید بررسی کنید که سومین خط طیفی یک رشته از طول موج‌های اتم هیدروژن کدام است. اگر فرض شود که الکترون از ترازهای بالاتر به تراز n' برود در این صورت اولین خط طیفی اتم هیدروژن در این رشته از $n' + 1$ به n' و دومین خطی اتم هیدروژن در این رشته از $n' + 2$ به n' و سومین خط طیفی این رشته از $n' + 3$ به n' است یعنی به‌طور کلی اگر شماره خط طیفی m باشد، طول موج گسیلی مربوط به گذار الکترون از تراز $n' + m$ به n' است.

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \text{ با توجه به اینکه ثابت ریذبرگ (R) داده شده سؤال را از رابطه}$$

حل می‌کنیم.

۱ سومین خط طیفی اتمی هیدروژن در رشته n' برابر گذار از $n' + 3$ به n' است، بنابراین:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \xrightarrow{n=n'+3} \text{ معادله ریذبرگ}$$

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{(n'+3)^2} \right)$$

۲ با توجه به بسامد، طول موج را حساب می‌کنیم:

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{v=c=3 \times 10^8 \text{ m/s}}{f=2/5 \times 10^{14} \text{ Hz}} \Rightarrow \lambda = \frac{3 \times 10^8}{2/5 \times 10^{14}} \Rightarrow \lambda = \frac{6}{5} \times 10^{-6} \text{ m}$$

۳ در معادله ریذبرگ چون یکای R برحسب $\frac{1}{\text{nm}}$ داده شده پس باید یکای λ نیز برحسب nm گذاشته شود.

$$\lambda = \frac{6}{5} \times 10^{-6} \text{ m} \xrightarrow{1 \text{ m} = 10^9 \text{ nm}} \lambda = \frac{6}{5} \times 10^{-6} \times 10^9 \text{ nm} \Rightarrow \lambda = 1200 \text{ nm}$$

نکته طول موج‌های بین ۴۰۰nm تا ۷۰۰nm بازه نورهای مرئی‌اند و نورهایی با طول موج کمتر از ۴۰۰nm فرابنفش و نورهایی با طول موج بیشتر از ۷۰۰nm در گستره طول موج‌های فروسرخ‌اند.

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{(n'+3)^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{1200} = \frac{1}{100} \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{(n'+3)^2} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{12} = \frac{1}{n'^2} - \frac{1}{(n'+3)^2}$$

نکته رشته بالمر در ناحیه فرابنفش و مرئی قرار دارد و چون $\lambda = 1200 \text{ nm}$ در ناحیه فروسرخ است پس این طول موج برای رشته بالمر نیست.

برای حل معادله بالا به جای حل معادله بهتر است گزینه‌ها را در معادله قرار دهیم یعنی به جای n' اعداد داده شده در هر گزینه را قرار دهیم.

$$\frac{1}{12} = \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{(n'+3)^2} \right) \xrightarrow{n'=3} \frac{1}{12} = \frac{1}{9} - \frac{1}{36} \Rightarrow \frac{1}{12} = \frac{3}{36} \checkmark \text{ گزینه (۱):}$$

بنابراین $n' = 3$ و رشته آن پاشن است.

$$\frac{1}{12} = \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{(n'+3)^2} \right) \xrightarrow{n'=4} \frac{1}{12} = \frac{1}{16} - \frac{1}{49} \Rightarrow \frac{1}{12} = \frac{33}{784} \times \text{گزینه (۲):}$$

$$\frac{1}{12} = \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{(n'+3)^2} \right) \xrightarrow{n'=5} \frac{1}{12} = \frac{1}{25} - \frac{1}{64} \Rightarrow \frac{1}{12} = \frac{39}{1600} \times \text{گزینه (۳):}$$

۴ ۲۲۵۶ B

در رابطه ریذبرگ، رشته بالمر یعنی $n' = 2$ بنابراین می‌توان نوشت:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{450} = \frac{1}{100} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{450} = \frac{1}{4} - \frac{1}{n^2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{n^2} = \frac{1}{4} - \frac{1}{450} \Rightarrow \frac{1}{n^2} = \frac{4/5 - 4}{18} \Rightarrow n^2 = 36 \Rightarrow n = 6$$

۳ ۲۲۵۷ B

خط فکری

هر گاه الکترون از مدار بالاتر به مدار پایین‌تر برود از خود یک فوتون موج الکترومغناطیس گسیل می‌کند. دقت کنید که الکترون وقتی از تراز (مدار) n به تراز (مدار) $n' = 3$ رفته فوتون گسیل کرده بنابراین $n > n'$ است.

در این حالت می‌توانید به کمک رابطه ریذبرگ - بالمر برای اتم هیدروژن مسئله را حل کنید. با توجه به رابطه ریذبرگ - بالمر می‌توان نوشت:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \xrightarrow{\lambda=200 \text{ nm}, R=1/100 \text{ (nm)}^{-1}} \frac{1}{1200} = \frac{1}{100} \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

$$\frac{1}{n^2} = \frac{1}{n'^2} - \frac{1}{12} \Rightarrow \frac{1}{n^2} = \frac{4-3}{36} \Rightarrow n^2 = 36 \Rightarrow n = 6$$

بازی با سؤال

در اتم هیدروژن، الکترون از تراز n به تراز $n' = 2$ آمده و طول موج فوتون گسیل شده ۷۲۰ نانومتر است. این گسیل در رشته است و n برابر با می‌باشد. ($R_H = 1/100 \text{ nm}^{-1}$) **خارج تجربی - ۸۹**

(۱) بالمر، ۳ (۲) لیمان، ۳ (۳) بالمر، ۹ (۴) لیمان، ۹

پاسخ

مقصود الکترون تراز $n' = 2$ بوده، بنابراین این طول موج مربوط به رشته بالمر است، اکنون به کمک رابطه ریذبرگ برای اتم هیدروژن، n را به‌دست می‌آوریم.

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{720} = 1/100 \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{n^2} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{n^2} = \frac{1}{4} - \frac{1}{72} \Rightarrow \frac{1}{n^2} = \frac{17-4}{72} \Rightarrow \frac{1}{n^2} = \frac{1}{9} \Rightarrow n = 3$$

گزینه

۲ ۲۲۵۸ B

خط فکری

طول موج‌های گسیلی اتم هیدروژن از معادله ریذبرگ به‌دست می‌آید.

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

ثابت ریذبرگ

به n' های مختلف نام‌های متفاوتی داده شده است وقتی $n' = 1$ باشد رشته طول موج‌ها را رشته لیمان می‌گویند بنابراین در این مسئله معادله ریذبرگ به‌صورت مقابل است.

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

از طرفی شماره خط طیفی به این گونه است که در رشته لیمان اولین خط طیفی یعنی گذار از $n = 2$ به $n' = 1$ ، دومین خط طیفی یعنی گذار از $n = 3$ به $n' = 1$ و ... برای یافتن شماره خط طیفی شما باید ابتدا طول موج گسیل شده را حساب کنید.

طول موج گسیلی را حساب می‌کنیم:

$$\lambda = \frac{c}{f} \Rightarrow \lambda = \frac{3 \times 10^8}{\frac{1}{3} \times 10^{15}} \Rightarrow \lambda = \frac{9}{1} \times 10^{-7} \text{ m} \Rightarrow \lambda = \frac{900}{1} \text{ nm}$$

به کمک رابطه ریذبرگ - بالمر خواهیم داشت:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \xrightarrow{R=1/100 \text{ nm}^{-1}} \frac{1}{900} = \frac{1}{100} \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow n^2 = 9 \Rightarrow n = 3$$

بنابراین این طول موج مربوط به دومین خط طیفی لیمان است.

۲ ۲۲۵۹ B

دقت کنید هنگامی اتم موج الکترومغناطیسی گسیل می‌کند که الکترون از تراز بالاتر به تراز پایین‌تر جهش کند، بنابراین الکترون $n' = 3$ به $n = 1$ می‌رود.

B ۲۲۶۱

بلندترین طول موج مرئی در اتم هیدروژن مربوط به سری بالمر است. هنگامی که $n=3$ و $n'=2$ است. $\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) = R \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{9} \right) \Rightarrow \lambda = \frac{36}{5R}$.
 کوتاهترین طول موج مرئی در اتم هیدروژن در سری بالمر هنگامی است که $n=6$ و $n'=2$ است. بنابراین طول موج خواهد شد:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{6^2} \right) = R \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{36} \right) = R \left(\frac{9-1}{36} \right) \Rightarrow \lambda_{\text{مرئی}} = \frac{36}{8R}$$

$$\Rightarrow \lambda_{\text{مرئی}} = \frac{9}{2R}$$

A ۲۲۶۲

پرانرژی‌ترین فوتون دارای کوتاهترین طول موج بوده و الکترون در اتم هیدروژن وقتی از دورترین تراز به تراز $n'=2$ برود این فوتون را گسیل می‌کند (وقتی بیان می‌شود رشته بالمر یعنی مقصد الکترون تراز $n'=2$ است). اکنون به کمک رابطه ریدبرگ برای اتم هیدروژن داریم: $\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = 0.1 \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{\infty} \right) \Rightarrow \lambda = 400 \text{ nm}$

B ۲۲۶۳

۱. کم انرژی‌ترین فوتون بالمر دارای بلندترین طول موج است و آن هنگامی است که الکترون از $n=3$ به $n=2$ می‌رود. $\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{9-4}{36} \right) \Rightarrow \lambda = \frac{36}{5R}$.
 ۲. پرانرژی‌ترین فوتون براکت دارای کوتاهترین طول موج است و آن هنگامی است که الکترون از $n=\infty$ به $n=4$ می‌رود.

$$\frac{1}{\lambda'} = R \left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{\infty} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda'} = R \left(\frac{1}{16} \right) \Rightarrow \lambda' = \frac{16}{R}$$

$$\frac{E_{\text{بالمر}}}{E_{\text{براکت}}} = \frac{h \frac{c}{\lambda}}{h \frac{c}{\lambda'}} = \frac{\lambda'}{\lambda} = \frac{R}{\frac{36}{5R}} = \frac{5}{36} = \frac{2}{9}$$

B ۲۲۶۴

خط فکری بلندترین طول موج گسیلی (کم انرژی‌ترین پرتو) رشته n' ، از $n'+1$ به n' خواهد بود. کوتاهترین طول موج گسیلی (پرانرژی‌ترین پرتو) رشته n' ، از ∞ به n' خواهد بود. بلندترین طول موج گسیلی مربوط به گذار از $n=3$ به $n'=2$ است:

$$\frac{1}{\lambda_{\text{max}}} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda_{\text{max}}} = R \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{9} \right)$$

$$\Rightarrow \lambda_{\text{max}} = \frac{36}{5R} = \frac{3600}{5} = 720 \text{ nm}$$

کوتاهترین طول موج گسیلی مربوط به گذار از $n=\infty$ به $n'=2$ است.

$$\frac{1}{\lambda_{\text{min}}} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda_{\text{min}}} = R \left(\frac{1}{4} - 0 \right) \Rightarrow \lambda_{\text{min}} = \frac{4}{R} = 400 \text{ nm}$$

اختلاف طول موج‌های خواسته شده برابر است با: $\Delta\lambda = 720 - 400 = 320 \text{ nm}$

B ۲۲۶۵

۱. بلندترین طول موج فرابنفش در رابطه ریدبرگ هنگامی است که $n=7$ و $n'=2$ باشد.

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda_{\text{max}}} = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{7^2} \right) = R \left(\frac{49-4}{4 \times 49} \right)$$

$$\Rightarrow \lambda_{\text{max}} = \frac{4 \times 49}{45R} = \frac{196}{45R}$$

۲. کوتاهترین طول موج فرابنفش در رابطه ریدبرگ در رشته لیمان ($n'=1$) است هنگامی که $n=\infty$ باشد، بنابراین:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda_{\text{min}}} = R \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{\infty} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda_{\text{min}}} = \frac{1}{R}$$

$$\frac{\lambda_{\text{max}}}{\lambda_{\text{min}}} = \frac{196}{45R} \Rightarrow \frac{\lambda_{\text{max}}}{\lambda_{\text{min}}} = \frac{196}{45}$$

۳. نسبت را به دست می‌آوریم.

بازی با سؤال بلندترین طول موج فرابنفش طیف اتمی هیدروژن در صورتی گسیل می‌شود که اتم از n_1 به تراز n_2 برود، n_2 و n_1 کدام هستند؟

$$(1) \quad n_2=2 \text{ به } n_1=3$$

$$(2) \quad n_2=1 \text{ به } n_1=3$$

$$(3) \quad n_2=1 \text{ به } n_1=2$$

$$(4) \quad n_2=2 \text{ به } n_1=7$$

۱. پاسخ در گزینه (۲)، الکترون از تراز $n_1=3$ به تراز $n_2=1$ می‌رود و در گزینه (۳)، الکترون از تراز $n_1=2$ به تراز $n_2=1$ می‌رود بنابراین انرژی فوتون گسیلی در گذار گزینه (۲) بیشتر و طول موج آن کوتاه‌تر است. از طرفی کوتاهترین طول موج سری بالمر از بلندترین طول موج سری لیمان بلندتر است، بنابراین طول موج گسیلی در گذار از $n_1=7$ به $n_2=2$ در سری بالمر قطعاً از گذار از $n_1=3$ به $n_2=1$ در سری لیمان بلندتر است، از این رو پاسخ گزینه (۴) است.

B ۲۲۶۶

خط فکری کوتاهترین طول موج در طیف اتم هیدروژن وقتی گسیل می‌شود که الکترون از بالاترین تراز ممکن ($n=\infty$) به پایین‌ترین تراز ممکن $n'=1$ برود که $n'=1$ مربوط به رشته لیمان است.

به کمک رابطه ریدبرگ - بالمر برای هیدروژن کوتاهترین طول موج گسیلی را به دست می‌آوریم. $\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = 0.1 \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{\infty} \right) \Rightarrow \lambda = 100 \text{ nm}$

B ۲۲۶۷

۱. بلندترین طول موج غیرمرئی (فرابنفش) در رشته بالمر وقتی است که $n=7$ و $n'=2$ است. به کمک رابطه ریدبرگ طول موج را حساب می‌کنیم.

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda_{\text{max}}} = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{7^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda_{\text{max}}} = R \left(\frac{49-4}{4 \times 49} \right)$$

$$\Rightarrow \lambda_{\text{max}} = \frac{196}{45R}$$

۲. کوتاهترین طول موج غیرمرئی (فرابنفش) در رشته بالمر وقتی است که $n=\infty$ و $n'=2$ باشد. از این رو: $\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda_{\text{min}}} = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{\infty} \right) \Rightarrow \lambda_{\text{min}} = \frac{4}{R}$

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{196}{45R} \Rightarrow \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{196}{45} = \frac{49}{11.25}$$

۳. نسبت $\frac{\lambda_1}{\lambda_2}$ خواهد شد:

B ۲۲۶۸

۱. بیشینه بسامد یعنی کوتاهترین طول موج ($\lambda = \frac{c}{f}$) و کوتاهترین طول موج

در ناحیه فرورسرخ مربوط به رشته پاشن است و وقتی گسیل می‌شود که $n=\infty$ و $n'=3$ باشد. طول موج را حساب می‌کنیم.

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda_{\text{max فرورسرخ}}} = R \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{\infty} \right) \Rightarrow \lambda_{\text{max فرورسرخ}} = \frac{9}{R}$$

$$\frac{f=c}{\lambda} \rightarrow f_{\text{فرورسرخ}} = \frac{c}{\lambda} = \frac{cR}{9}$$

۲. بیشینه بسامد در ناحیه مرئی مربوط به رشته بالمر ($n'=2$) بوده و هنگامی گسیل می‌شود که $n=6$ باشد. طول موج را حساب می‌کنیم.

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda_{\text{مرئی}}} = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{6^2} \right) = R \left(\frac{9-1}{36} \right) \Rightarrow \lambda_{\text{مرئی}} = \frac{36}{8R} = \frac{9}{2R}$$

$$\frac{f=c}{\lambda} \rightarrow f_{\text{مرئی}} = \frac{c}{\lambda} = \frac{2Rc}{9}$$

$$\frac{f_{\text{فرورسرخ}}}{f_{\text{مرئی}}} = \frac{\frac{cR}{9}}{\frac{2Rc}{9}} = \frac{1}{2}$$

۳. نسبت را به دست می‌آوریم.

پنجره ۱ روبه‌روی ۲

۲ ۲۲۷۳ B

با فرود نور بر فلز T پدیده فوتوالکتریک رخ داده و الکترون‌ها از سطح صفحه فلزی طرف T جدا شده و توسط جمع‌کننده C این الکترون‌ها در مدار شارش یافته‌اند و گالوانومتر عبور جریان را نشان داده است. با افزایش شدت نور، تعداد فوتون‌های نور (n) که به سطح فلز T برخورد می‌کند بیشتر شده ($\uparrow E = \uparrow nhf$) در نتیجه تعداد فوتوالکتریک‌های جدا شده نیز بیشتر می‌شود و با توجه به اینکه آهنگ شارش بار الکتریکی را جریان گویند و جریان از رابطه $I = \frac{\Delta q}{\Delta t}$ به دست می‌آید، با افزایش تعداد بار شارش شده جریان عبوری از مدار بیشتر می‌شود و گالوانومتر عدد بزرگتری را نشان می‌دهد.

نمای ۱ و ۳

۲ ۲۲۷۳ A

همیشه یادمان باشد که افزایش شدت نور، انرژی فوتون‌های نور (hf) را افزایش نمی‌دهد. بلکه تنها تعداد فوتون‌های نور (n) را افزایش می‌دهد و در پدیده فوتوالکتریک اگر بسامد نور از بسامد آستانه فلز کمتر باشد و پدیده رخ ندهد، هرگز با افزایش شدت نور نمی‌توان اثر فوتوالکتریک را مشاهده کرد و گزینه (۱) نادرست است. اگر از فلزی که تابع کار کوچکتر دارد، استفاده کنیم ممکن است انرژی فوتون‌های فرودی بتوانند الکترون‌ها را از فلز جدا کنند، بنابراین گزینه (۲) درست است. احتمال رخ دادن بیشتر می‌شود. \rightarrow با کاهش W_0 : $hf > W_0$ شرط رخ دادن پدیده زمان تابش نور تأخیری در اثر فوتوالکتریک ندارد یعنی اگر نور نتواند الکترون را از فلز جدا کند هر چه مدت تابش نور فرودی بر فلز را افزایش دهیم اتفاقی نخواهد افتاد و گزینه (۳) نادرست است.

با افزایش طول موج نور ($E = \frac{hc}{\lambda}$) انرژی فوتون‌ها کاهش می‌یابد و قطعاً نمی‌تواند

نمای ۳

الکترون را جدا کند بنابراین گزینه (۴) نادرست است.

از کتاب درسی

باز با سؤال کدام گزینه درست است؟

- با افزایش بسامد نور، قطعاً تعداد فوتوالکتریک‌ها افزایش می‌یابد.
- با تاباندن نور با بسامد مناسب بر سطح فلز، الکترون به طور آبی گسیل می‌شود.
- با افزایش شدت نور، انرژی جنبشی فوتوالکتریک‌ها افزایش می‌یابد.
- هر سه گزینه درست است.

پاسخ: هنگام تاباندن نور با بسامد مناسب ($f > f_0$) در پدیده فوتوالکتریک الکترون به طور آبی از فلز جدا می‌شود و گزینه (۲) درست است. افزایش بسامد نور بر تعداد فوتوالکتریک‌ها تأثیری ندارد اما سبب افزایش انرژی جنبشی آن‌ها می‌شود، بنابراین گزینه‌های (۱) و (۳) نادرست‌اند.

۲ ۲۲۷۳ B

خط فکری: انرژی لازم برای جدا شدن الکترون برابر $1/2 eV$ است و اگر فوتون با انرژی بیشتر از $1/2 eV$ به سطح فلز بتابد، انرژی جنبشی فوتوالکتریک افزایش می‌یابد. هرچه طول موج پرتو نور (λ) کمتر باشد، انرژی فوتون $\frac{hc}{\lambda}$ بزرگ‌تر شده و انرژی جنبشی فوتوالکتریک بیشتر می‌شود.

شما باید کوتاه‌ترین طول موج را انتخاب کرده و انرژی فوتون آن را حساب کنید. $E = \frac{hc}{\lambda}$

در نور مرئی کمترین طول موج مربوط به نور بنفش $\lambda = 400 nm$ است و انرژی فوتون آن خواهد شد:

$$E = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6.63 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{4 \times 10^{-7}} = 4.97 \times 10^{-19} J = 3.1 eV$$

انرژی لازم برای جدا کردن الکترون $1/2 eV$ بوده است، بنابراین انرژی اضافی فوتون به انرژی جنبشی الکترون تبدیل می‌شود که مقدار آن برابر است با: $K = 3.1 - 1/2 = 2.6 eV$

نمای ۳

۱ ۲۲۶۹ A

کوتاه‌ترین طول موج گسیلی بالمر یعنی الکترون از بالاترین تراز $n = \infty$ به تراز $n' = 2$ برود. $\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda_{\min}} = R \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{\infty} \right) \Rightarrow \lambda_{\min} = \frac{4}{R}$

بلندترین طول موج گسیلی یعنی الکترون از تراز $n = 3$ به تراز $n' = 2$ برود. $\frac{1}{\lambda_{\max}} = R \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{9} \right) \Rightarrow \lambda_{\max} = \frac{36}{5R}$

گستره طول موج سری بالمر خواهد شد: $\lambda_{\max} - \lambda_{\min} = \frac{36}{5R} - \frac{4}{R} = \frac{16}{5R}$

۱ ۲۲۷۰ B

خط فکری: محدوده تقریبی طول موج‌های رشته‌های گسیلی اتم هیدروژن در هر رشته بین بلندترین طول موج و کوتاه‌ترین طول موج گسیلی در آن رشته است. اما بلندترین طول موج هنگامی گسیل می‌شود که الکترون از تراز $n+1$ به تراز پایین‌تر $n' = n$ می‌رود و کوتاه‌ترین طول موج هنگامی گسیل می‌شود که الکترون از تراز $n = \infty$ به تراز $n' = n$ می‌رود. در این مسئله $n' = 3$ است.

بلندترین طول موج رشته پاشن هنگامی گسیل می‌شود که الکترون از تراز $n = 4$ به تراز $n' = 3$ برود. با توجه به رابطه ریبرگ - بالمر برای اتم هیدروژن خواهیم داشت:

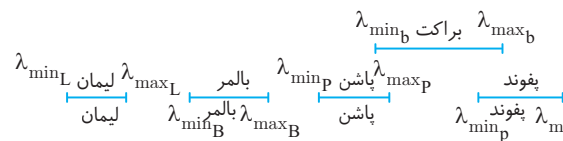
$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{9} - \frac{1}{16} \Rightarrow \lambda = 2000 nm \Rightarrow \lambda = 2 \mu m$$

کوتاه‌ترین طول موج گسیلی رشته پاشن وقتی است که الکترون از تراز $n = \infty$ به تراز $n' = 3$ برود. $\frac{1}{\lambda} = \frac{1}{9} - \frac{1}{\infty} \Rightarrow \lambda = 900 nm = 0.9 \mu m$

بنابراین محدوده تقریبی طول موج $0.9 \mu m$ تا $2 \mu m$ است.

۴ ۲۲۷۱ B

نکته: در اتم هیدروژن بازه‌های طول موجی در رشته‌های مختلف به صورت زیر است:



بلندترین طول موج گسیلی رشته لیمان، از کوتاه‌ترین طول موج گسیلی رشته بالمر از کوتاه‌تر است و گزینه (۴) درست است. البته این مطلب در مورد رشته پاشن براکت و براکت پفوند صدق نمی‌کند.

۱ ۲۲۷۲ B

طول موج‌های رشته بالمر در ناحیه مرئی و فرابنفش بوده اما طول موج‌های رشته پفوند و پاشن و براکت در ناحیه فروسرخ است و انرژی فوتون‌های آن از انرژی فوتون‌های رشته بالمر کمتر بوده و چنانچه کوتاه‌ترین طول موج رشته بالمر نتواند سبب پدیده فوتوالکتریک شود فوتون‌های رشته پفوند، پاشن و براکت نیز قادر به انجام این پدیده نخواهند بود اما فوتون‌های سری لیمان در ناحیه فرابنفش هستند و در این سری انرژی فوتون‌ها از تمام فوتون‌های سری بالمر بیشتر بوده و ممکن است کوتاه‌ترین طول موج (یعنی پرانرژی‌ترین فوتون‌های) سری لیمان بتوانند سبب پدیده فوتوالکتریک شوند.

باز با سؤال: اگر کوتاه‌ترین طول موج سری بالمر قادر به انجام پدیده فوتوالکتریک در سلولی معین نباشد، بلندترین طول موج کدام سری، احتمالاً قادر به انجام این پدیده خواهد بود؟

- ۱) لیمان ۲) پاشن ۳) براکت ۴) پفوند

پاسخ: کوتاه‌ترین طول موج سری بالمر هنگام گذار الکترون از تراز $n = \infty$ به $n = 2$ بوده و در ناحیه فرابنفش است. طول موج‌های رشته‌های پاشن، براکت و پفوند همگی در ناحیه فروسرخ هستند و انرژی فوتون آن‌ها از انرژی فوتون بالمر کمتر است و نمی‌توانند سبب پدیده فوتوالکتریک شوند. اما در رشته لیمان، فوتون‌ها در ناحیه فرابنفش هستند و ممکن است بتوانند سبب اثر فوتوالکتریک شوند.

۴ ۲۲۷۳ A

در دماهای پایین گسیل هیدروژن در ناحیه فروسرخ (رشته پفوند) و در دماهای بالا در ناحیه فرابنفش (رشته لیمان) خواهد بود.

B ۱ ۲۲۷۳

اگر فوتونی با انرژی hf به الکترون بتابانیم قسمتی از انرژی صرف جدا کردن الکترون از سطح فلز و مابقی آن به صورت انرژی جنبشی در فوتوالکترون درمی آید در این جا انرژی لازم برای جدا شدن الکترون تغییر نکرده است از این رو وقتی بیان می شود که انرژی جنبشی فوتوالکترون ها 4eV افزایش یافته در واقع مفهوم آن این است که انرژی فوتون فرودی بر فلز 4eV افزایش یافته است:

$$hf' - hf = 4 \Rightarrow h(f' - f) = 4 \Rightarrow 4 \times 10^{-15} (f' - f) = 4 \Rightarrow f' - f = 10^{-15}$$

بنابراین بسامد نور فرودی 10^{15} هرتز افزایش می یابد. نمای ۳

B ۳ ۲۲۷۳

دومین خط طیف اتمی هیدروژن در رشته براکت یعنی گذار الکترون از تراز $n=6$ به تراز $n'=4$. طول موج گسیلی را به کمک رابطه ریدبرگ به دست می آوریم:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{100} \left(\frac{1}{16} - \frac{1}{36} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{100} \left(\frac{9-4}{144} \right) \Rightarrow \lambda = \frac{14400}{5} \Rightarrow \lambda = 2880 \text{ nm}$$

دومین خط طیف اتمی هیدروژن در رشته بالمر ($n'=2$) یعنی گذار الکترون از تراز $n=4$ به تراز $n'=2$. طول موج گسیلی را حساب می کنیم:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{100} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{16} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{100} \left(\frac{4-1}{16} \right) \Rightarrow \lambda = \frac{1600}{3} \text{ nm}$$

اختلاف طول موجها برابر است با:

$$\lambda - \lambda' = 2880 - \frac{1600}{3} \Rightarrow \Delta\lambda = \frac{8640 - 1600}{3} \Rightarrow \Delta\lambda = \frac{7040}{3} \text{ nm}$$

B ۴ ۲۲۷۳

در طیف اتم هیدروژن طول موجهای رشته لیمان ($n'=1$) در ناحیه فرابنفش هستند. همچنین در رشته بالمر ($n'=2$) طول موج فرابنفش وجود دارد. بنابراین در طیف لیمان ($n'=1$) و در طیف بالمر ($n'=2$) ناحیه فرابنفش برای طول موجها وجود دارد پس باید بلندترین طول موج رشته لیمان و بار دیگر بلندترین طول موج فرابنفش رشته بالمر را به دست آورده و با هم مقایسه کنیم تا خواسته سؤال به دست آید.

بلندترین طول موج رشته لیمان مربوط به $n'=1$ و $n=2$ است:

$$\frac{1}{\lambda_1} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda_1} = R \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{4} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda_1} = \frac{3R}{4} \Rightarrow \lambda_1 = \frac{4R}{3}$$

بلندترین طول موج رشته بالمر مربوط به $n'=2$ و $n=7$ است چون به ازای $n=3$ ، $n=4$ ، $n=5$ و $n=6$ طول موج طیف بالمر در ناحیه مرئی خواهد بود:

$$\frac{1}{\lambda_2} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda_2} = R \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{49} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda_2} = \frac{45R}{196} \Rightarrow \lambda_2 = \frac{196}{45R}$$

با توجه به اینکه $\frac{196}{45R}$ از $\frac{4}{3R}$ بزرگتر است، پس بلندترین طول موج فرابنفش به ازای

$n=7$ و $n'=2$ است. نمای ۶

C ۴ ۲۲۷۳

انرژی 30 فوتون با طول موج 66 nm را به دست می آوریم.

$$E = \frac{nhc}{\lambda} \Rightarrow E = 30 \times \frac{6.6 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{66 \times 10^{-9}} \Rightarrow E = 9 \times 10^{-18} \text{ J}$$

شدت نور در محل مردمک را حساب می کنیم:

$$I = \frac{E}{A_{\text{مردمک}} t} \Rightarrow \frac{9 \times 10^{-18}}{\pi (10^{-3})^2} \Rightarrow I = \frac{9 \times 10^{-12}}{\pi} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

اکنون به کمک تعریف شدت نور، فاصله d را حساب می کنیم:

$$I = \frac{P_{\text{چشمه}}}{A} \Rightarrow I = \frac{P_{\text{چشمه}}}{4\pi d^2} \Rightarrow \frac{9 \times 10^{-12}}{\pi} = \frac{3600}{4\pi d^2} \Rightarrow d^2 = 10^4 \Rightarrow d = 10^2 \text{ m} = 10^4 \text{ km}$$

نمای ۲

پایه سوال: کمینه انرژی لازم برای جدا کردن الکترون از یک فلز

2eV است. اگر پرتویی با طول موج 270 نانومتر بر آن بتابانیم، بیشینه انرژی جنبشی این فوتوالکترون ها هنگام جدا شدن از فلز چند eV است؟ مشابه تجربی - ۹۵

$$h = 4/14 \times 10^{-15} \text{ eVs}, c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$$

انرژی فوتونهای پرتو نور را به دست می آوریم:

$$E = h \frac{c}{\lambda} = \frac{4/14 \times 10^{-15} \times 3 \times 10^8}{270 \times 10^{-9}} \Rightarrow E = 4/6 \text{ eV}$$

بنابه نظریه اینشتین از این مقدار انرژی فوتون، 2eV صرف جدا شدن الکترون شده و بقیه به انرژی جنبشی الکترون تبدیل می شود. گزینه ۲

C ۱ ۲۲۷۳

هرگاه فوتونی با انرژی hf با الکترون سطح فلز بر هم کنش کند، مقداری از انرژی صرف جدا شدن الکترون می شود و مابقی به الکترون انرژی جنبشی می دهد. اگر انرژی لازم برای جدا کردن الکترون را با E نشان دهیم، آن گاه خواهیم داشت:

$$\begin{cases} (1) K = hf - E \\ (2) K' = mhf - E \end{cases} \xrightarrow{\text{فرض مسأله } K' = 4K} \begin{cases} K = hf - E \\ 4K = mhf - E \end{cases}$$

حال با جای گذاری K از معادله (۱) در معادله (۲) داریم:

$$4hf - 4E = mhf - E \Rightarrow 4hf - 3E = mhf \Rightarrow m = \frac{4hf}{hf} - 3 \frac{E}{hf} \Rightarrow m = 4 - 3 \frac{E}{hf}$$

بنابراین از عدد 4 ، مقدار $3 \frac{E}{hf}$ کم می شود و m به دست می آید، یعنی $m < 4$ است. نمای ۳

B ۱ ۲۲۷۳

خط فکری: ابتدا انرژی فوتون فرودی بر فلز را به دست بیاورید. سپس انرژی لازم برای جدا کردن الکترون از سطح فلز را از آن کم کنید تا انرژی جنبشی فوتوالکترون ها هنگام جدا شدن از فلز به دست آید. با داشتن انرژی جنبشی تندی الکترون ها را حساب کنید.

انرژی فوتون را حساب می کنیم:

$$E = \frac{hc}{\lambda} = \frac{h \times c}{\lambda} = \frac{6.6 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{200 \times 10^{-9}} = 9.9 \text{ eV}$$

کمترین انرژی لازم برای جدا کردن الکترون $4/2\text{eV}$ بوده است از این رو انرژی جنبشی الکترون هنگام جدا شدن برابر است با:

$$K = 9.9 - 4/2 \Rightarrow K = 5.9 \text{ eV}$$

انرژی جنبشی را بر حسب ژول می نویسیم:

$$K = 5.9 \text{ eV} \times \frac{1.6 \times 10^{-19} \text{ J}}{1 \text{ eV}} = 9.44 \times 10^{-19} \text{ J}$$

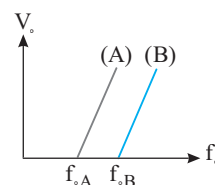
تندی الکترون را حساب می کنیم:

$$K = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow 9.44 \times 10^{-19} = \frac{1}{2} \times 9 \times 10^{-31} \times v^2 \Rightarrow v^2 = \frac{2 \times 9.44 \times 10^{-19}}{9 \times 10^{-31}} \Rightarrow v = 1.45 \times 10^6 \text{ m/s}$$

نمای ۳

A ۳ ۲۲۷۳

با توجه به شکل، بسامد آستانه A از بسامد آستانه B کمتر است، بنابراین تابع کار فلز A ($W_0 = hf_0$) نیز از تابع کار فلز B کمتر است.



نمای ۴

۳ ۲۲۸۰ A

طیف خطی عنصرها توسط مدل اتمی بور قابل توجیه است. در الگوی اتمی تامسون و الگوی اتمی رادرفورد نمی‌توان خطی و منحصر به فرد بودن طیف عنصرها را توجیه کرد. در الگوی اتمی بور با فرض گسسته بودن انرژی الکترون در ترازهای انرژی و اینکه الکترون در این ترازها تابش گسیل نمی‌کند و تنها زمانی تابش گسیل می‌کند که الکترون از یک تراز انرژی بالاتر به تراز انرژی پایین‌تر برود، می‌توان خطی بودن طیف خطی را توجیه کرد. از طرفی چون هر اتم دارای ترازهای انرژی ویژه خود است بنابراین بنا بر الگوی اتمی بور هر عنصر تابش منحصر به خود را خواهد داشت و طیف اتمی خطی خواهد بود.

۲ ۲۲۸۱ B

یادآوری در مدل اتمی بور، مدارها و انرژی‌های الکترون‌ها در هر اتم کوانتیده‌اند، یعنی فقط مدارها و انرژی‌های گسسته‌ای مجاز هستند. شعاع این مدارها و انرژی الکترون برای اتم هیدروژن از رابطه‌های زیر به دست می‌آید.

$$r_n = a_0 n^2 \quad E_n = \frac{-13.6 \text{ eV}}{n^2}$$

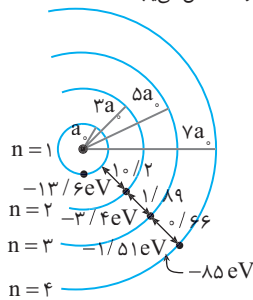
بررسی شعاع مدارها:

$$\left. \begin{aligned} r_1 &= a_0 \\ r_2 &= a_0 (2)^2 = 4a_0 \\ r_3 &= a_0 (3)^2 = 9a_0 \\ r_4 &= a_0 (4)^2 = 16a_0 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} r_2 - r_1 &= 3a_0 \\ r_3 - r_2 &= 5a_0 \\ r_4 - r_3 &= 7a_0 \end{aligned}$$

بنابراین فاصله مدارهای چرخش الکترون در حال افزایش است. بررسی انرژی ترازها:

$$\left. \begin{aligned} E_1 &= -13.6 \text{ eV} \\ E_2 &= \frac{-13.6}{2^2} = -3.4 \text{ eV} \\ E_3 &= \frac{-13.6}{3^2} = -1.51 \text{ eV} \\ E_4 &= \frac{-13.6}{4^2} = -0.85 \text{ eV} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} E_2 - E_1 &= 10.2 \text{ eV} \\ E_3 - E_2 &= 1.89 \text{ eV} \\ E_4 - E_3 &= 0.66 \text{ eV} \end{aligned}$$

بنابراین اختلاف انرژی ترازها کاهش می‌یابد.



۳ ۲۲۸۲ A

با توجه به الگوی اتمی بور در مورد شعاع مدار چرخش الکترون شعاع مدار سوم و شعاع مدار اول را به دست آورده از هم کم می‌کنیم.

$$r_n = n^2 a_0 \quad \left\{ \begin{aligned} n=1 &\rightarrow r_1 = a_0 \\ n=3 &\rightarrow r_3 = 9a_0 \end{aligned} \right. \Rightarrow r_3 - r_1 = 8a_0$$

۲ ۲۲۸۳ B

یادآوری در مدل اتمی بور، انرژی الکترون در اتم هیدروژن از رابطه زیر به دست

$$E = -\frac{E_R}{n^2} \quad \text{می‌آید.}$$

شماره مداری که در آن انرژی الکترون -0.85 eV و -0.544 eV است را به کمک رابطه بالا به دست می‌آوریم.

$$E_n = -\frac{E_R}{n^2} \quad \left\{ \begin{aligned} E_K = -0.85 \text{ eV} &\rightarrow -0.85 = \frac{-13.6}{K^2} \Rightarrow K = 4 \\ E_L = -0.544 \text{ eV} &\rightarrow -0.544 = \frac{-13.6}{L^2} \Rightarrow L = 5 \end{aligned} \right.$$

پنجره ۳

۱ ۲۲۷۴ A

تامسون موفق به کشف الکترون و اندازه‌گیری نسبت بار به جرم آن ($\frac{e}{m}$) شد بنابراین گزاره (الف) درست است. در مدل تامسون، هسته وجود ندارد و اتم همچون کره‌ای است که بار مثبت به‌طور همگن در سرتاسر آن گسترده شده است و گزاره (ب) نادرست است. در مدل اتمی تامسون، زمانی اتم تابش گسیل می‌کند که الکترون‌ها با بسامد معینی حول وضع تعادلشان نوسان کنند و گزاره (پ) درست است. مدل اتمی تامسون نمی‌تواند طیف خطی عناصر را توجیه کند و گزاره (ت) نادرست است.

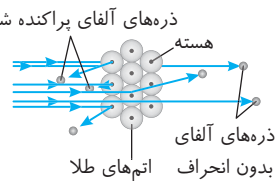
۴ ۲۲۷۵ A

در مدل اتمی رادرفورد، اتم دارای هسته با بار مثبت است و اگر الکترون‌ها را نسبت به هسته ساکن فرض کنیم باید تحت تأثیر نیروی رپایش الکتریکی بین هسته و الکترون، روی هسته سقوط کند و اگر الکترون‌ها مانند سیاره‌های منظومه خورشیدی به گرد خورشید بچرخند باز هم این حرکت پایدار نمی‌ماند. الکترون در حال گردش به گرد هسته، چون دارای حرکت شتابدار است از خود تابش گسیل کرده و با از دست دادن تدریجی انرژی، بر هسته سقوط می‌کند.

۴ ۲۲۷۶ A

در آزمایش تاباندن ذرات آلفا به ورقه‌های طلا، مشاهده شد که تعداد زیادی از ذرات آلفا بدون انحراف از ورقه طلا می‌گذرند. از این رو رادرفورد نتیجه گرفت که بخش بزرگی از فضای اتم را فضای تهی تشکیل می‌دهد و گزینه (۱) درست است.

از مشاهده برگشت کامل برخی از ذرات آلفا نتیجه گرفت که اتم دارای هسته‌ای چگال با بار مثبت در مرکز اتم است و گزینه (۲) درست است. پایداری اتم به آزمایش رادرفورد ارتباطی ندارد.



۲ ۲۲۷۷ B

در مدل اتمی رادرفورد با توجه به فیزیک کلاسیک با چرخش الکترون، توسط الکترون امواج الکترومغناطیسی تولید می‌شود که بسامد آن با بسامد مداری الکترون یکسان است. با تولید این موج الکترومغناطیسی انرژی الکترون کاسته شده در نتیجه شعاع مدار الکترون به دور هسته به تدریج کاسته شده و بسامد حرکت آن به تدریج بیشتر می‌شود، بنابراین بسامد موج الکترومغناطیسی نیز زیاد شده و موج الکترومغناطیسی دارای طول موج‌های کوتاه‌تر می‌شود. در گزینه (۲) هرچه الکترون به هسته نزدیک‌تر می‌شود طول موج کوتاه‌تر شده است. بنابراین گزینه (۲) درست است.

۳ ۲۲۷۸ A

این آزمایش ورقه طلا به وسیله پرتو α می‌باشد که تعداد کمی از پرتوهای α با زاویه بیش از 90° باز می‌گردند که رادرفورد برخلاف مدل تامسون به این نتیجه رسید که در اتم مرکزهای بسیار چگال و بار مثبت وجود دارد، بنابراین گزاره (الف) و (ب) درست و گزاره (پ) نادرست است.

۳ ۲۲۷۹ A

در مدل اتمی رادرفورد بنا بر فیزیک کلاسیک حرکت الکترون به دور هسته یک حرکت شتابدار می‌باشد که سبب تابش امواج الکترومغناطیسی می‌شود.

نکته منبع تولید امواج الکترومغناطیسی حرکت شتابدار ذره باردار می‌باشد. **نکته** بسامد موج گسیل شده از یک چشمه موج برابر بسامد چشمه است. الکترون با حرکت شتابدار، خود چشمه تولید موج است، بنابراین بسامد امواج الکترومغناطیسی گسیل شده با بسامد حرکت مداری الکترون برابر است.

A ۱ ۲۲۸۴

با توجه به شعاع مدار الکترون در الگوی اتمی بور، شماره مدار را به دست می‌آوریم.

$$\frac{r_n}{r_1} = \frac{r_n = n^2 a_0}{a_0} = \frac{n^2 a_0}{a_0} = 4 \Rightarrow n = 2$$

انرژی الکترون خواهد شد:

$$E_n = -\frac{E_R}{n^2} \begin{cases} \xrightarrow{n=1} E_1 = -E_R \\ \xrightarrow{n=2} E_2 = -\frac{E_R}{4} \end{cases} \Rightarrow \frac{E_2}{E_1} = \frac{1}{4}$$

پاسخ سوال ۱: در اتم هیدروژن، الکترون از تراز $n=1$ به تراز $n=3$ می‌رود. در این انتقال، شعاع مدار و انرژی الکترون نسبت به حالت قبل، به ترتیب چند برابر می‌شوند؟

ریاضی - ۹۳

(۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{9}$ (۳) 3 (۴) 9

پاسخ: شعاع مدار الکترون در اتم بور:

$$r_n = n^2 a_0 \begin{cases} \xrightarrow{n=1} r_1 = a_0 \\ \xrightarrow{n=3} r_3 = 9a_0 \end{cases} \Rightarrow r_3 = 9r_1$$

انرژی الکترون:

$$E_n = -\frac{E_R}{n^2} \begin{cases} \xrightarrow{n=1} E_1 = -E_R \\ \xrightarrow{n=3} E_3 = -\frac{E_R}{9} \end{cases} \Rightarrow E_3 = \frac{1}{9} E_1$$

گزینه ۲

B ۴ ۲۲۸۵

خط فکری: ابتدا بررسی کنید که شعاع مدار الکترون یعنی فاصله الکترون از هسته چند برابر می‌شود. سپس به کمک قانون کولن درباره نیروی الکتریکی بین الکترون و هسته اظهار نظر کنید.

۱ ابتدا مشخص می‌کنیم که شعاع مدار چرخش الکترون چند برابر می‌شود:

$$r_n = n^2 a_0 \Rightarrow \frac{r_3}{r_1} = \frac{3^2}{1^2} \Rightarrow \frac{r_3}{r_1} = \frac{9}{1}$$

۲ نیروی الکتریکی با مجذور فاصله نسبت وارون دارد از این رو:

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \Rightarrow \frac{F_3}{F_1} = \left(\frac{r_1}{r_3}\right)^2 = \left(\frac{1}{9}\right)^2 = \frac{1}{81}$$

پاسخ سوال ۲: در الگوی اتمی بور برای اتم هیدروژن، اگر الکترون از مدار $n=1$ به مدار $n=3$ برود، نیروی ربایش هسته بر آن چند برابر می‌شود؟

(۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{8}$ (۴) $\frac{1}{16}$

پاسخ: نیروی ربایش بین هسته و الکترون طبق رابطه $F = \frac{kq_1 q_2}{r^2}$ ، با مجذور

فاصله رابطه عکس دارد. $\frac{F_3}{F_1} = \left(\frac{r_1}{r_3}\right)^2 \Rightarrow \frac{F_3}{F_1} = \left(\frac{a_0}{9a_0}\right)^2 = \frac{1}{81}$

گزینه ۴

B ۲ ۲۲۸۶

خط فکری: انرژی الکترون در اتم هیدروژن در هر تراز از رابطه $E_n = \frac{E_R}{n^2}$

به دست می‌آید که در آن شماره تراز است، بنابراین کافی است در این رابطه به جای n به ترتیب ۱ و ۳ قرار داده و اعداد به دست آمده را از هم کم کنیم و مجدداً ۴ و ۶ را قرار دهیم و اعداد به دست آمده را از هم کم کنیم.

$$E_n = \frac{E_R}{n^2} \begin{cases} E_1 = \frac{E_R}{1} \\ E_3 = \frac{E_R}{9} \end{cases} \xrightarrow{\Delta E = E_1 - E_3} \Delta E = \frac{E_R}{1} - \frac{E_R}{9} \Rightarrow \Delta E = \frac{8}{9} E_R$$

$$E_n = \frac{E_R}{n^2} \begin{cases} E_f = \frac{E_R}{16} \\ E_\phi = \frac{E_R}{36} \end{cases} \xrightarrow{\Delta E' = E_f - E_\phi}$$

$$\Delta E' = \frac{E_R}{16} - \frac{E_R}{36} \Rightarrow \Delta E' = \frac{9E_R}{144} - \frac{4E_R}{144} = \frac{5E_R}{144}$$

بنابراین نسبت $\frac{\Delta E}{\Delta E'}$ برابر است با:

$$\frac{\Delta E}{\Delta E'} = \frac{\frac{8}{9} E_R}{\frac{5}{144} E_R} \Rightarrow \frac{\Delta E}{\Delta E'} = \frac{8 \times 144}{5 \times 9} = \frac{128}{5} = \frac{256}{10} = 25.6$$

پاسخ سوال ۱: اختلاف انرژی تراز اول با تراز چهارم چند برابر اختلاف

انرژی تراز اول با تراز دوم است؟

(۱) $\frac{1}{25}$ (۲) $\frac{1}{8}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{1}{6}$

پاسخ: انرژی هر تراز برابر $E = \frac{-E_R}{n^2}$ است:

$$\begin{cases} E_1 = \frac{-E_R}{1^2} \\ E_4 = \frac{-E_R}{4^2} \end{cases} \Rightarrow \Delta E = E_4 - E_1 = \frac{15}{16} E_R \Rightarrow \frac{\Delta E}{\Delta E'} = \frac{\frac{15}{16} E_R}{\frac{5}{144} E_R} = \frac{15}{4} = 3.75$$

$$\begin{cases} E_1 = \frac{-E_R}{1^2} \\ E_2 = \frac{-E_R}{2^2} \end{cases} \Rightarrow \Delta E' = E_2 - E_1 = \frac{3}{4} E_R$$

گزینه ۱

B ۴ ۲۲۸۷

رابطه شعاع مدار الکترون در الگوی اتمی بور را نوشته و در آن n و $n+1$ و $n+2$ را قرار می‌دهیم.

$$r_n = n^2 a_0 \begin{cases} r_n = n^2 a_0 \\ r_{n+1} = (n+1)^2 a_0 \\ r_{n+2} = (n+2)^2 a_0 \end{cases} \begin{cases} \Delta r = r_{n+1} - r_n = (n+1)^2 a_0 - n^2 a_0 \\ \Delta r' = r_{n+2} - r_{n+1} = (n+2)^2 a_0 - (n+1)^2 a_0 \end{cases}$$

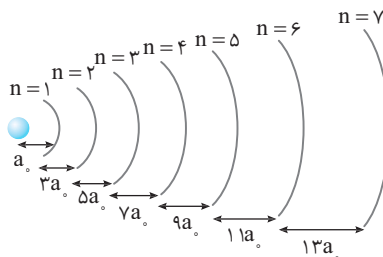
با توجه به فرض مسئله:

$$\frac{\Delta r'}{\Delta r} = \frac{13}{11} \Rightarrow \frac{[(n+2)^2 - (n+1)^2] a_0}{[(n+1)^2 - n^2] a_0} = \frac{13}{11} \Rightarrow \frac{n^2 + 4n + 4 - n^2 - 2n - 1}{n^2 + 2n + 1 - n^2} = \frac{13}{11}$$

$$\Rightarrow \frac{2n+3}{2n+1} = \frac{13}{11} \Rightarrow 22n+33 = 26n+13 \Rightarrow 4n=20 \Rightarrow n=5$$

اختلاف شعاع دو مدار متوالی برابر ma_0 می‌شود که m مجموع دو شماره دو مدار است.

میانبر



بنابراین $\Delta r'$ مربوط به اختلاف شعاع مدارهای ۶ و ۷ و Δr مربوط به اختلاف شعاع مدارهای ۵ و ۶ است.

کم انرژی ترین فوتون در رشته بَرَاکت هنگامی گسیل می‌شود که الکترون از تراز $n=5$ به تراز $n'=4$ پرش کند. بنا بر الگوی اتمی بور انرژی الکترون در تراز n برابر $E_n = -\frac{E_R}{n^2}$ بوده و هرگاه الکترون از تراز بالاتر به تراز پایین‌تر برود اختلاف انرژی دو

تراز را به صورت یک فوتون گسیل می‌کند. از این رو انرژی فوتون گسیلی خواهد شد:
 انرژی فوتون گسیلی $E_\Delta - E_\varphi = -\frac{E_R}{25} - (-\frac{E_R}{16}) = \frac{(25-16)}{400} E_R = \frac{9}{400} E_R$

۴ ۲۲۹۳ B

هرگاه الکترون از حالت مانا با انرژی بالاتر به حالت مانای دیگر با انرژی پایین‌تر برود اختلاف انرژی دو تراز را به صورت یک فوتون موج الکترومغناطیسی گسیل می‌کند و هر چه فاصله دو تراز بیشتر باشد، انرژی فوتون گسیلی بیشتر است. بنابراین وقتی الکترون در تراز $n=4$ قرار دارد پرنرژی‌ترین فوتون را وقتی گسیل می‌کند که به تراز $n'=1$ برود.

انرژی الکترون در تراز $n=4$ و $n'=1$ را به دست آورده از هم کم می‌کنیم تا پرنرژی‌ترین فوتون گسیلی را بیابیم.

$$E_n = -\frac{E_R}{n^2} \begin{cases} n=4 \rightarrow E_\varphi = -\frac{E_R}{4^2} = -\frac{E_R}{16} \\ n=1 \rightarrow E_1 = -\frac{E_R}{1^2} = -E_R \end{cases}$$

$$E_{\text{فوتون}} = E_\varphi - E_1 = -\frac{E_R}{16} - (-E_R) \Rightarrow E_{\text{فوتون}} = \frac{15}{16} E_R$$

۴ ۲۲۹۴ B

نکته: اگر الکترون از تراز n به تراز n' برود تغییر انرژی آن برابر مجموع تغییر انرژی‌ها در گذر از تراز n به n' و از n'' به n' است.

$$\Delta E_{n \rightarrow n''} = E_n - E_{n''} = E_n - E_{n'} + E_{n'} - E_{n''} \Rightarrow$$

$$\Delta E_{n \rightarrow n''} = \Delta E_{n \rightarrow n'} + \Delta E_{n' \rightarrow n''}$$

هر کدام از تساوی‌های داده شده در صورت مسئله باید در نکته بالا صدق کند.

$$\Delta E_{5 \rightarrow 3} = \Delta E_{5 \rightarrow 4} + \Delta E_{4 \rightarrow 3} \quad (\text{الف و ب):}$$

تساوی (الف) نادرست و (ب) درست هستند.

$$\Delta E_{4 \rightarrow 2} = \Delta E_{4 \rightarrow 3} + \Delta E_{3 \rightarrow 2} \quad (\text{پ):}$$

تساوی (پ) درست است.

$$\Delta E_{4 \rightarrow 1} = \Delta E_{4 \rightarrow 2} + \Delta E_{2 \rightarrow 1} \Rightarrow \Delta E_{4 \rightarrow 2} = \Delta E_{4 \rightarrow 1} - \Delta E_{2 \rightarrow 1} \quad (\text{ت):}$$

و تساوی (ت) نیز درست است.

۱ ۲۲۹۵ B

خط فکری: باید با استفاده از رابطه ریدبرگ برای اتم هیدروژن $\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right)$ ، λ' و λ را به دست بیاورید تا بتوانید مسئله را حل کنید.

۱ در گذار الکترون از تراز $n=4$ به $n'=2$ طول موج گسیلی خواهد شد:

$$\frac{1}{\lambda'} = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{4^2} \right) \quad (\text{I})$$

۲ در گذار الکترون از تراز $n=2$ به تراز $n'=1$ طول موج گسیلی خواهد شد:

$$\frac{1}{\lambda''} = R \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right) \quad (\text{II})$$

۳ در گذار الکترون از تراز $n=4$ به تراز $n'=1$ طول موج گسیلی خواهد شد.

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{4^2} \right) \quad (\text{III})$$

۴ اکنون رابطه (I) و (II) را با هم جمع کرده و آن را با رابطه (III) مقایسه می‌کنیم.

$$\frac{1}{\lambda'} + \frac{1}{\lambda''} = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{4^2} + \frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right) = R \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{4^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda'} = \frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\lambda''}$$

۲ ۲۲۸۸ A

پادآوری: انرژی $-13/6 \text{ eV}$ را یک ریدبرگ گویند. $(E_R = -13/6 \text{ eV})$
 انرژی الکترون در تراز $n=1$ و $n=5$ را از رابطه انرژی الکترون در مدل اتمی بور به دست آورده و از هم کم می‌کنیم.

$$E_n = -\frac{E_R}{n^2} \Rightarrow \begin{cases} n=1 \Rightarrow E_1 = -E_R \\ n=5 \Rightarrow E_5 = -\frac{E_R}{25} \end{cases}$$

انرژی لازم برای جابه‌جایی الکترون بین دو تراز برابر اختلاف انرژی الکترون در آن دو

$$E_5 - E_1 = -\frac{E_R}{25} - (-E_R) \Rightarrow E_5 - E_1 = \frac{24}{25} E_R = 0/96 E_R$$

۳ ۲۲۸۹ A

۱ انرژی ترازها را به دست می‌آوریم:

$$E_n = -\frac{E_R}{n^2} \begin{cases} n=2 \rightarrow E_2 = -\frac{13/6}{2^2} = -3/4 \text{ eV} \\ n=4 \rightarrow E_4 = -\frac{13/6}{4^2} = -0/85 \text{ eV} \end{cases}$$

۲ انرژی لازم برای بردن الکترون از تراز $n=2$ به $n=4$ برابر اختلاف انرژی

$$E_4 - E_2 = -0/85 - (-3/4) = 2/55 \text{ eV}$$

۳ ۲۲۹۰ B

با توجه به رابطه انرژی فوتون با طول موج می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} E = A \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \\ E = hf \Rightarrow E = h \frac{c}{\lambda} \end{cases} \Rightarrow \frac{hc}{\lambda} = A \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{A}{hc} \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

با مقایسه رابطه به دست آمده با رابطه بالمر - ریدبرگ $\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right)$ خواهیم داشت:

$$\begin{cases} \frac{1}{\lambda} = \frac{A}{hc} \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \\ \frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \end{cases} \Rightarrow R = \frac{A}{hc} \Rightarrow A = Rhc$$

بازی با سؤال: بین ثابت ریدبرگ برای اتم هیدروژن (R) و انرژی ریدبرگ

(E_R) ، کدام رابطه زیر برقرار است؟ (c سرعت نور و h ثابت پلانک است.)

$$R = \frac{hc}{E_R} \quad (۴) \quad R = \frac{E_R}{c} \quad (۳) \quad R = \frac{E_R}{hc} \quad (۲) \quad R = hc E_R \quad (۱)$$

۱ پاسخ:

با مقایسه رابطه ریدبرگ $\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right)$ و رابطه بور

$\frac{1}{\lambda} = \frac{E_R}{hc} \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right)$ مشخص می‌شود که $R = \frac{E_R}{hc}$ است. **گزینه ۲**

۱ ۲۲۹۱ A

۱ بنا بر الگوی اتمی بور برای اتم هیدروژن شعاع مدار الکترون برابر است با:

$$r_n = a_0 n^2 \xrightarrow{r_n=16a_0} a_0 n^2 = 16a_0 \Rightarrow n=4$$

۲ طول موج گسیل شده از پرش الکترون از هر تراز به تراز پایه $n=1$ مربوط به

سری لیمان است.

۲ ۲۲۹۲ B

نکته: برای آنکه الکترون فوتونی گسیل (تابش) کند باید الکترون از تراز بالا

به پایین‌تر بجهد.

نکته: بلندترین طول موج گسیلی یا به عبارت دیگری کم انرژی‌ترین فوتون

گسیلی در هر رشته وقتی است که الکترون از تراز n به تراز $n-1$ برود.

۲ انرژی فوتون مربوط به کوتاهترین طول موج جذبی را حساب می‌کنیم.

$$E_{\max} = E_U - E_L \xrightarrow{n_U = \infty, n_L = 4} E_{\max} = \frac{-E_R}{(\infty)^2} - \frac{-E_R}{4^2}$$

$$\Rightarrow E_{\max} = \frac{E_R}{16}$$

۳ نسبت انرژی دو فوتون برابر است با:

$$\frac{E_{\min}}{E_{\max}} = \frac{\frac{1}{16} E_R}{\frac{1}{16} E_R} = \frac{1}{9}$$

۲ ۲۳۰۰ B

نکته کمترین انرژی هنگامی گسیل می‌شود که الکترون از تراز n به تراز $n-1$ برود و بیشترین انرژی هنگامی گسیل می‌شود که الکترون از تراز n به تراز ۱ برود.

نکته انرژی فوتون در هر تراز $E_n = \frac{-E_R}{n^2}$ است و انرژی فوتون گسیل شده

در انتقال از تراز n به n' برابر است با:

$$hf = E_n - E_{n'}$$

انرژی فوتون

کمترین انرژی فوتون گسیل شده در گذار الکترون از $n=5$ به $n'=4$ است.

$$E_n - E_{n'} = hf \xrightarrow{E_n = \frac{E_R}{n^2}} \frac{E_R}{5^2} - \left(-\frac{E_R}{4^2} \right) = hf$$

$$\Rightarrow \frac{-13/6}{25} + \frac{13/6}{16} = 4 \times 10^{-15} f \Rightarrow \frac{(25-16) \times 13/6}{25 \times 16} = 4 \times 10^{-15} f$$

$$f = \frac{9 \times 13/6}{25 \times 16} \times 10^{15} = 0.765 \times 10^{15} \Rightarrow f = 76/5 \text{ THz}$$

بازی با سوال الکترون اتم هیدروژنی در تراز $n=5$ قرار دارد. با در نظر

گرفتن تمام گذارهای ممکن، بسامد پرنانرژی‌ترین فوتونی که می‌تواند گسیل کند، چند تراهرتز است؟ ($h = 4 \times 10^{-15} \text{ eVs}$)

$$3264 \quad (1) \quad 2732 \quad (2) \quad 4567 \quad (3) \quad 5273 \quad (4)$$

پاسخ پرنانرژی‌ترین فوتون در گذار الکترون از تراز $n=5$ به تراز $n'=1$

گسیل می‌شود، بنابراین:

$$E_n - E_{n'} = hf \Rightarrow \frac{-E_R}{n^2} - \frac{-E_R}{n'^2} = hf$$

$$\frac{-13/6}{5^2} - \frac{(-13/6)}{1} = 4 \times 10^{-15} f \Rightarrow 13/6 - \frac{13/6}{25} = 4 \times 10^{-15} f$$

$$\Rightarrow \frac{24}{25} \times 13/6 = 4 \times 10^{-15} f \Rightarrow f = 3/264 \times 10^{12} \times 10^3 \text{ Hz}$$

$$\Rightarrow f = 3264 \text{ THz}$$

گزینه ۱

۳ ۲۳۰۱ B

کم انرژی‌ترین فوتون جذبی برای گذار از $n=5$ به $n=6$ صورت می‌گیرد و انرژی فوتون برابر اختلاف انرژی الکترون در این دو تراز است. از این رو خواهیم داشت:

$$E_U - E_L = hf \xrightarrow{E_n = \frac{E_R}{n^2}} \frac{-E_R}{6^2} - \frac{-E_R}{5^2} = hf$$

$$\xrightarrow{h = 4 \times 10^{-15} \text{ eVs}} \frac{-25E_R + 36E_R}{25 \times 36} = 4 \times 10^{-15} f$$

$$\Rightarrow \frac{+11E_R}{25 \times 36} = 4 \times 10^{-15} f \Rightarrow f = \frac{11 \times 13/6}{25 \times 36 \times 4 \times 10^{-15}} \Rightarrow f = \frac{11 \times 13/6}{36 \times 10^{-12}}$$

$$\Rightarrow f = 4/15 \times 10^{12} \text{ Hz} \Rightarrow f = 4/15 \text{ THz}$$

۱ ۲۲۹۶ B

نکته تراز $n=1$ را حالت پایه و ترازهای بالاتر را حالت برانگیخته می‌نامند. پس تراز m در واقع $m-1$ امین حالت برانگیخته است، به طول مثال $n=3$ ، $n=2$ امین حالت برانگیخته است.

اولین حالت برانگیختگی یعنی $n=2$ و حالت پایه یعنی $n=1$. بنابراین طبق رابطه اختلاف ترازهای انرژی خواهیم داشت:

$$\Delta E = E_U - E_L \Rightarrow \Delta E = \left(\frac{-E_R}{n_U^2} \right) - \left(\frac{-E_R}{n_L^2} \right)$$

$$\Rightarrow \Delta E = \left(\frac{-13/6}{4} \right) - \left(\frac{-13/6}{1} \right) = 10/2 \text{ eV}$$

حال این انرژی را به ژول تبدیل می‌کنیم:

$$\Delta E = 10/2 \text{ eV} \times \frac{1/6 \times 10^{-19}}{1 \text{ eV}} = 16/32 \times 10^{-19} \text{ J} \Rightarrow \Delta E = 1/632 \times 10^{-18} \text{ J}$$

۴ ۲۲۹۷ B

خط فکری ابتدا باید مشخص کنیم n کدام تراز است سپس انرژی تراز $n+1$ را به دست آورده و اختلاف انرژی الکترون در تراز n و $n+1$ را حساب کنیم.

۱ در مدل اتمی بور انرژی الکترون در تراز n از رابطه $E_n = -\frac{E_R}{n^2}$ به دست

می‌آید. اکنون مشخص می‌کنیم که در کدام تراز انرژی الکترون -0.85 eV است.

$$-0.85 = -\frac{13/6}{n^2} \Rightarrow n^2 = 16 \Rightarrow n = 4$$

۲ شماره تراز $n+1$ برابر $n+1=5$ است. انرژی الکترون در این تراز برابر است

$$E_n = \frac{E_R}{n^2} \Rightarrow E_n = \frac{13/6}{25} \Rightarrow E_5 = 0.544 \text{ eV}$$

با:

۳ اختلاف انرژی دو تراز برابر انرژی لازم برای گذار الکترون از تراز $n=4$ به تراز

$$E_n - E_{n+1} = 0.85 - 0.544 = 0.306 \text{ eV}$$

$n=5$ است.

۱ ۲۲۹۸ B

خط فکری الکترون در مدار $n=3$ است و با جذب یک فوتون به مدارهای بالا رفته است. بنابراین شما باید ابتدا انرژی الکترون در تراز $n=3$ را حساب کنید سپس انرژی فوتون را با آن جمع کرده و مداری که الکترون به آن گذار می‌کند را مشخص کنید.

۱ انرژی الکترون در تراز $n=3$ خواهد شد.

$$E_n = -\frac{E_R}{n^2} \Rightarrow E_3 = -\frac{E_R}{9}$$

۲ بعد از جذب فوتون با انرژی $\frac{3E_R}{36}$ ، انرژی الکترون را حساب می‌کنیم.

$$E_n = -\frac{E_R}{9} + \frac{3E_R}{36} \Rightarrow \frac{-E_R}{n^2} = \frac{-4E_R + 3E_R}{36} \Rightarrow n^2 = 36 \Rightarrow n = 6$$

۳ بنابراین الکترون از تراز $n=3$ به تراز $n=6$ می‌رود و نسبت شعاع مدار

$$r_n = a_0 n^2 \Rightarrow \frac{r_6}{r_3} = \frac{a_0 \times 6^2}{a_0 \times 3^2} \Rightarrow \frac{r_6}{r_3} = \frac{36}{9} = 4$$

الکترون $\frac{r_6}{r_3}$ خواهد شد.

۱ ۲۲۹۹ B

خط فکری بلندترین طول موج وقتی گسیل می‌شود که الکترون از تراز n به نزدیک‌ترین تراز یعنی $n-1$ برود. بنابراین شما باید انرژی الکترون را در تراز $n=4$ و $n=3$ به دست بیاورید و از هم کم کنید. اما کوتاهترین طول موج جذبی وقتی رخ می‌دهد که الکترون از تراز n به بالاترین تراز ممکن یعنی $n=\infty$ برود. در این صورت انرژی فوتون جذب شده بیشترین مقدار ممکن است.

۱ انرژی فوتون مربوط به بلندترین طول موج خواهد شد.

$$E_{\min} = E_U - E_L \xrightarrow{E_n = \frac{E_R}{n^2}} \frac{-E_R}{n_U = 4, n_L = 3} \Rightarrow E_{\min} = \frac{-E_R}{4^2} - \frac{-E_R}{3^2}$$

$$\Rightarrow E_{\min} = \frac{5E_R}{144}$$

۴ ۲۳۰۶ B

خط فکری چون در پراش انرژی ریدبرگ داده شده است، پس باید مسئله را با استفاده از رابطه $E_U - E_L = hf$ حل کرد. همچنین باید دو رابطه زیر از مدل اتمی بور را به خاطر داشته باشیم:

$$E_n = \frac{-E_R}{n^2}, \quad r = n^2 a_0$$

شماره مدار ۱ شعاع مدار ۱ ریدبرگ شماره تراز

۱ ابتدا با توجه به رابطه $E_U - E_L = hf$ حل سؤال را آغاز می‌کنیم و شماره مدار r و r' را به دست می‌آوریم.

$$E_U - E_L = hf \rightarrow \frac{-E_R}{n_U^2} - \frac{-E_R}{n_L^2} = hf \rightarrow \frac{-13/6}{n_U^2} - \frac{-13/6}{n_L^2} = 2/55$$

$$\Rightarrow \frac{-1}{n_U^2} - \left(-\frac{1}{n_L^2}\right) = \frac{2/55}{13/6} \Rightarrow \frac{-1}{n_U^2} + \frac{1}{n_L^2} = \frac{2}{16} \Rightarrow n_U = 4, n_L = 2$$

بنابراین شماره مدار r ، ۴ و شماره مدار r' ، ۲ است. در این سؤال هم با توجه به معادله n_U و n_L را حدس زدیم.

۲ شعاع هر مدار را برحسب شعاع بور (a_0) حساب کرده و آن‌ها را از هم کم می‌کنیم.

$$r_L = n_L^2 a_0 \xrightarrow{r_L = r'} r' = 4a_0 \xrightarrow{(-)} \Delta r = 12a_0 \Rightarrow \frac{\Delta r}{a_0} = 12$$

$$r_U = n_U^2 a_0 \xrightarrow{r_U = r} r = 16a_0$$

بازی با سؤال در اتم هیدروژن اختلاف شعاع مدارهای m و n برابر ۲۴ برابر شعاع بور (a_0) است. m و n به ترتیب کدام گزینه می‌توانند باشند؟

($m > n$)

- ۱ و ۵ (۱)
- ۲ و ۴ (۲)
- ۳ و ۳ (۳)
- ۳ و ۵ (۴)

پایه بنا به مدل اتمی بور شعاع مدار الکترون کوانتیده و گسسته بوده و از رابطه $r_n = a_0 n^2$ به دست می‌آید. بنا به فرض مسئله می‌توان نوشت.

$$r_m - r_n = 24a_0 \Rightarrow a_0 m^2 - a_0 n^2 = 24a_0$$

$$m^2 - n^2 = 24 \Rightarrow m^2 - n^2 = 25 - 1 \Rightarrow \begin{cases} m = 5 \\ n = 1 \end{cases}$$

گزینه ۱

۳ ۲۳۰۷ C

خط فکری سؤال براساس کتاب درسی فیزیک طراحی شده در کتاب فیزیک هرگاه الکترون از تراز $n = 4$ به تراز $n' = 2$ برود طول موج گسیلی آبی رنگ است (در شیمی این طول موج سبز نامیده شده است). در حالت دوم، الکترون در مرحله اول از تراز $n = 4$ باید به تراز $n' = 3$ برود زیرا هرگاه $n' = 3$ باشد، فوتون گسیلی فرسرخ است و سپس از $n = 3$ به تراز $n = 2$ گذار کند.

۱ در مرحله اول گذار از $n = 4$ به $n' = 3$ صورت گرفته است و انرژی فوتون گسیلی خواهد شد.

$$E = E_U - E_L \xrightarrow{E_n = \frac{-E_R}{n^2}} E = \frac{-E_R}{4^2} - \left(\frac{-E_R}{3^2}\right) \Rightarrow E = \frac{7E_R}{144}$$

۲ گذار مرحله دوم از $n = 3$ به $n' = 2$ بوده که در این گذار نور قرمز گسیل می‌شود.

۲ ۲۳۰۲ B

یادآوری بنا به مدل اتمی بور هرگاه الکترون از یک حالت مانا با انرژی بالاتر E_U به حالت مانای دیگری با انرژی پایین‌تر E_L برود اختلاف انرژی دو تراز را به صورت $E = E_U - E_L$ یک فوتون الکترومغناطیسی گسیل می‌کند. چون الکترون انرژی گسیل کرده بنابراین الکترون از تراز $n = 4$ به تراز پایین‌تر آمده است.

$$E = E_U - E_L \xrightarrow{E = \frac{3}{16} E_R, E_n = \frac{-E_R}{n^2}} \frac{3}{16} E_R = \frac{-E_R}{16} - E_L$$

$$\Rightarrow E_L = \frac{-E_R}{16} - \frac{3E_R}{16} \Rightarrow E_L = \frac{-4E_R}{16} \Rightarrow E_L = \frac{-E_R}{4}$$

۲ ۲۳۰۳ A

با توجه به الگوی اتمی بور: $E_n = -\frac{E_R}{n^2} \Rightarrow -\frac{1}{16} E_R = -\frac{E_R}{n^2} \Rightarrow n = 4$

با توجه به رابطه ریدبرگ برای اتم هیدروژن:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{1600} = \frac{1}{100} \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{16} \right) \Rightarrow \frac{1}{16} = \frac{1}{n'^2} - \frac{1}{16} \Rightarrow n' = 1$$

۱ ۲۳۰۴ B

خط فکری الکترون از مدار n به مدار n' رفته و فوتونی با طول موج $112/5 \text{ nm}$ گسیل می‌کند. در حل این مسائل وقتی که از رابطه ریدبرگ استفاده می‌کنید معمولاً در نهایت باید n و n' را از روی گزینه‌ها حدس بزنید. به حل مسئله دقت کنید. با توجه به رابطه ریدبرگ n و n' را مشخص می‌کنیم:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{112/5} = \frac{1}{100} \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{16} \right) \Rightarrow \frac{1}{n'^2} - \frac{1}{16} = \frac{100}{112/5} = \frac{1}{9}$$

اگر از خود بپرسیم $\frac{1}{9}$ را چگونه بنویسیم که به جواب برسیم $\frac{1}{9}$ تفاضل $1 - \frac{1}{9}$ است

$$\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} = \frac{1}{9} \Rightarrow \begin{cases} n' = 1 \\ n = 3 \end{cases}$$

بنابراین:

۳ ۲۳۰۵ B

خط فکری سریع‌ترین راه‌حل این مسئله، یافتن طول موج فوتون گسیلی است و دانستن اینکه در سری‌های اتم هیدروژن اگر طول موج از 400 nm کمتر بوده یعنی پرتو گسیلی فرابنفش است و $n' = 1$ و یا ممکن است $n' = 2$ باشد و اگر طول موج گسیلی بین 400 nm تا 700 nm باشد یعنی پرتو گسیلی مرئی بوده و قطعاً $n' = 2$ است و اگر $\lambda > 700 \text{ nm}$ پرتو در ناحیه فرسرخ است که $n' = 3$ یا 4 یا 5 خواهد بود و در این حالت مسئله را کامل باید حل کرد.

ابتدا طول موج پرتو گسیل شده را حساب می‌کنیم:

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \times 10^8}{562/5 \times 10^{12}} \approx \frac{3}{562} \times 10^{-4} = \frac{1}{200} \times 10^{-4} = 5 \times 10^{-3} \times 10^{-4} = 500 \text{ nm}$$

λ در محدوده نور مرئی به دست آمده است که تنها در سری بالمر یعنی $n' = 2$ صدق می‌کند که تنها در گزینه (۳)، $n' = 2$ بیان شده است، بنابراین گزینه (۳) درست است. راه‌حل کلی و طولانی: وارون طول موج را حساب می‌کنیم.

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \times 10^8}{562/5 \times 10^{12}} \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{562/5 \times 10^4}{3} \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = 187/5 \times 10^4 \text{ (m)}^{-1}$$

رابطه ریدبرگ را می‌نویسیم.

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow 187/5 \times 10^4 = \frac{1}{100} \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

برای تبدیل به متر

$$\Rightarrow \frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} = 187/5 \times 10^{-3} \Rightarrow \frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} = 0/1875 = \frac{1875}{10000}$$

صورت و مخرج را بر ۲۵ تقسیم می‌کنیم

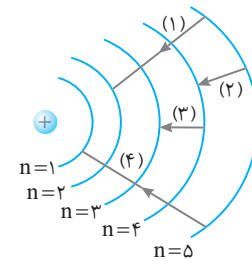
$$\Rightarrow \frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} = \frac{75}{400} = \frac{3}{16} \Rightarrow \frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} = \frac{4}{16} - \frac{1}{16}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} = \frac{1}{4} - \frac{1}{16} \Rightarrow \begin{cases} n'^2 = 4 \Rightarrow n' = 2 \\ n^2 = 16 \Rightarrow n = 4 \end{cases}$$

B ۳ ۲۳۰۸

در گذارهایی که به تراز $n'=2$ ختم می‌شود طول موج در ناحیه فرابنفش و یا نور مرئی است و گزارة (الف) نادرست است.

هرگاه الکترون از ترازهای بالاتر به تراز $n'=1$ برود طول موج‌های گسیلی در ناحیه فرابنفش است. گذار از تراز $n=5$ به تراز $n'=1$ صورت گرفته بنابراین طول موج گسیلی در ناحیه فرابنفش است و گزارة (ب) درست است.



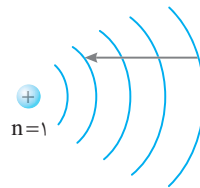
در ترازهای انرژی اتم هیدروژن بنا به مدل اتمی بور، در ترازهای بالاتر، اختلاف انرژی ترازها کاهش می‌یابد. بنابراین در گذار (۲) که از $n=5$ به $n'=4$ صورت می‌گیرد، انرژی فوتون گسیلی از بقیه گذارها کمتر بوده در نتیجه کمترین بسامد مربوط به گذار (۲) است و گزارة (ب) درست است.

_____	$n=4$
_____	$n=3$
_____	$n=2$
_____	$n=1$

گذار (۱) از $n=5$ به $n=2$ بوده و گذار (۳) از $n=4$ به $n=3$ است. اختلاف انرژی ترازها در گذار (۱) از اختلاف انرژی ترازها در گذار (۳) بیشتر است. بنابراین انرژی فوتون گسیلی در این گذار بیشتر و طول موج کوتاه‌تر است ($E=h\frac{c}{\lambda}$) و گزارة (ت) درست است.

پایز یا سوال

در شکل روبه‌رو مدارهای یک اتم هیدروژن بنا بر الگوی اتمی بور رسم شده است. کدام گزینه در مورد آن درست است؟
(۱) اتم طول موج مرئی رشته لیمان را گسیل کرده است.
(۲) اتم طول موج فرابنفش رشته بالمر را گسیل کرده است.

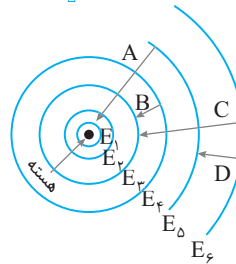


(۳) اتم طول موج مرئی رشته بالمر را گسیل کرده است.
(۴) اتم طول موج فرورسرخ رشته فونود را گسیل کرده است.

پایز با توجه به شکل، مبدأ الکترون تراز $n=5$ و مقصد آن تراز $n=2$ بوده بنابراین الکترون طول موج مرئی رشته بالمر را گسیل می‌کند.

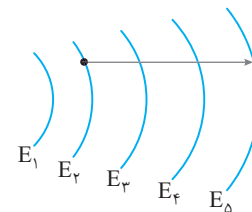
A ۴ ۲۳۰۹

اختلاف انرژی دو تراز ۵ و ۶ از بقیه گذارها کمتر بوده و انرژی فوتون گسیلی در این گذار کمترین مقدار و طول موج گسیل شده نسبت به سه گذار دیگر بلندترین طول موج است.



B ۲ ۲۳۱۰

با توجه به شکل مسئله الکترون با جذب انرژی یک فوتون از تراز E_7 به تراز E_5 رفته است. انرژی الکترون در این دو تراز را به‌دست می‌آوریم و از هم کم می‌کنیم و انرژی فوتون جذب شده را به‌دست می‌آوریم. سپس طول موج آن را حساب می‌کنیم.



$$E_n = -\frac{E_R}{n^2} \Rightarrow E_n - E_{n'} = h\frac{c}{\lambda} \Rightarrow \frac{E_R}{n^2} - \frac{E_R}{n'^2} = \frac{hc}{\lambda}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{E_R}{hc} \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{13.6}{1240} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{25} \right)$$

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{13.6}{1240} \left(\frac{25-4}{100} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{13.6}{1240} \times \frac{21}{100} \Rightarrow \lambda = \frac{1240 \times 100}{13.6 \times 21} \Rightarrow \lambda \approx 434 \text{ nm}$$

B ۲ ۲۳۱۱

راه‌حل اول: در طیف اتمی هیدروژن، چهار طول موج در ناحیه نور مرئی وجود دارد. قرمز یا طول موج 656 nm ، آبی یا طول موج 486 nm ، نیلی یا طول موج 434 nm و بنفش یا طول موج 410 nm که همگی مربوط به سری

_____	0 eV
_____	$-1/51 \text{ eV}$
_____	$-3/39 \text{ eV}$
_____	$-13/6 \text{ eV}$

طول موج‌های رشته بالمر بوده یعنی الکترون از ترازهای بالاتر به تراز $n'=2$ می‌رود. طول موج 656 nm از بقیه طول موج‌های بالمر بلندتر بوده و انرژی فوتون آن از بقیه کمتر می‌باشد. به همین دلیل الکترون از تراز $n=3$ به تراز $n'=2$ می‌رود.

راه‌حل دوم: ابتدا انرژی فوتون گسیلی را به‌دست آورده سپس با اختلاف انرژی ترازها

$$E = h\frac{c}{\lambda} = \frac{4/136 \times 10^{-15} \times 3 \times 10^8}{660 \times 10^{-9}} \Rightarrow E = 1.88 \text{ eV} \quad \text{مقایسه می‌کنیم.}$$

که این انرژی با اختلاف انرژی تراز $n=3$ و $n'=2$ یکسان است:

$$E_p - E_q = -1/51 - (-3/39) \Rightarrow E_p - E_q = 1.88 \text{ eV}$$

B ۱ ۲۳۱۲

پادآوری: در گذار الکترون از تراز بالاتر به تراز پایین‌تر، الکترون فوتونی گسیل می‌کند که انرژی این فوتون برابر اختلاف انرژی دو تراز است.

_____	n_4
_____	n_3
_____	n_2
_____	n_1

انرژی فوتون گسیلی را حساب می‌کنیم.

$$E = hf \Rightarrow E = 4 \times 10^{-15} \times 7.5 \times 10^{14} \Rightarrow E = 1.9 \text{ eV}$$

به اعداد روی ترازها دقت کنید. اختلاف پتانسیل تراز n_3 و تراز n_4 برابر است

$$E_p - E_q = -1/5 - (-3/4) \Rightarrow 1.9 \text{ eV} \quad \text{با:}$$

در نتیجه گذار الکترون از تراز n_3 به تراز n_4 بوده است.

A ۳ ۲۳۱۳

با توجه به الگوی اتمی بور انرژی دو تراز $n_1=1$ و $n_2=4$ را به‌دست می‌آوریم:

$$E_n = -\frac{E_R}{n^2} \Rightarrow \begin{cases} E_1 = -E_R \\ E_4 = -\frac{E_R}{16} \end{cases} \Rightarrow E_4 - E_1 = -\frac{E_R}{16} - (-E_R) \Rightarrow \Delta E = \frac{15}{16} E_R \Rightarrow \frac{\Delta E}{E_R} = \frac{15}{16} \approx 94\%$$

الکترون با دریافت انرژی از تراز $n_1=1$ به تراز $n_2=4$ می‌رود و انرژی آن

افزایش می‌یابد.

B ۳ ۲۳۱۴

خط‌نکته: نکته مهم در حل این مسئله این است که وقتی شما انرژی الکترون را در تراز $n=2$ به‌دست می‌آورید، یک عدد منفی به‌دست می‌آید و وقتی 84% آن را حساب می‌کنید باید افزایش انرژی را مثبت در نظر بگیرید که به انرژی الکترون افزوده می‌شود.

$$E_n = -\frac{E_R}{n^2} \Rightarrow E_2 = -\frac{E_R}{4} \quad \text{با:} \quad \text{انرژی الکترون در تراز } n=2 \text{ برابر است با:}$$

به این مقدار 84% انرژی افزوده شده است.

$$E_{n'} = -\frac{E_R}{4} + \frac{84}{100} \times \frac{E_R}{4} = -\frac{16}{100} \frac{E_R}{4} = -\frac{E_R}{25} \Rightarrow n'=5$$

پایسج ترازوی که در آن انرژی الکترون (انرژی یونش) 54eV است،

تراز پنجم ($n=5$) است که تعداد گذارهای ممکن در آن ۱۰ گذار است.

$5 \rightarrow 4 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 1$, $5 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 1$, $5 \rightarrow 2 \rightarrow 1$, $5 \rightarrow 1$

فوتون $N=4+3+2+1=10$

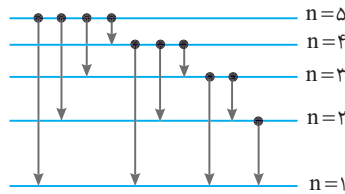
گزینه ۴

B ۲۳۱۷

با توجه به رابطه ریذبرگ $\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right)$ ، تراز مبدأ الکترون $n=5$ بوده که از این

تراز به ترازهای پایین تر پرش می کند.

راه حل اول: با توجه به پرش های شکل زیر ۱۰ نوع فوتون مختلف می تواند گسیل شود.



۴ نوع فوتون با $\Delta n=1$ $5 \rightarrow 4 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 1$

۳ نوع فوتون با $\Delta n=2$ $5 \rightarrow 3$, $4 \rightarrow 2$, $3 \rightarrow 1$ در مجموع ۱۰ فوتون \Rightarrow

۲ نوع فوتون با $\Delta n=3$ $5 \rightarrow 2$, $4 \rightarrow 1$

۱ نوع فوتون با $\Delta n=4$ $5 \rightarrow 1$

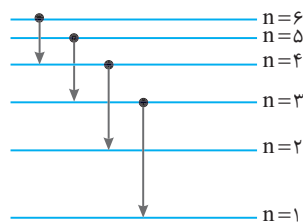
راه حل دوم: کافی است اعداد کوچک تر از ۵ را با هم جمع کنیم:

$N=4+3+2+1=10$

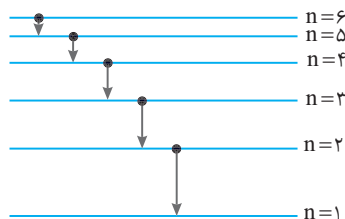
B ۲۳۱۸

در صورت مسئله تنها گذارهای $\Delta n \leq 2$ مجاز شمرده شده است یعنی $\Delta n=1$ یا

$\Delta n=2$ باشد. در شکل های زیر گذارها رسم شده است کافی است آن ها را بشماریم.



گذارها با $\Delta n=2$: ۴ فوتون مختلف



گذارها با $\Delta n=1$: ۵ فوتون مختلف

بنابراین تعداد فوتون ها با انرژی مختلف برابر $5+4=9$ است.

پایسج سوال ۱ در اتم هیدروژن الکترون از تراز n به تراز $n'=5$ رفته و

انرژی آن ۹۶٪ ریدبرگ افزایش یافته است. n کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

پایسج انرژی الکترون در تراز $n'=5$ برابر است با:

$$E_n = -\frac{E_R}{n^2} \Rightarrow E_5 = -\frac{E_R}{25}$$

انرژی الکترون از n به $n'=5$ به اندازه $96\% E_R$ افزایش یافته است از این رو:

$$E_5 - E_n = 96\% E_R \Rightarrow -\frac{E_R}{25} - \left(-\frac{E_R}{n^2}\right) = \frac{96}{100} E_R$$

$$\Rightarrow \frac{E_R}{n^2} = \frac{96}{100} E_R + \frac{E_R}{25} \Rightarrow \frac{E_R}{n^2} = E_R \Rightarrow n=1$$

گزینه ۱

B ۲۳۱۵

شماره ترازوی که در آن انرژی الکترون 85eV و 3eV است را مشخص می کنیم.

$$E_n = -\frac{E_R}{n^2} \begin{cases} E_{n_1} = -85\text{eV} \rightarrow -85 = -\frac{13.6}{n_1^2} \Rightarrow n_1^2 = 16 \Rightarrow n_1 = 4 \\ E_{n_2} = -3\text{eV} \rightarrow -3 = -\frac{13.6}{n_2^2} \Rightarrow n_2^2 = 4 \Rightarrow n_2 = 2 \end{cases}$$

شعاع مدار الکترون در این ترازها را به دست می آوریم.

$$r_n = n^2 a_0 \begin{cases} n_1 = 4 \rightarrow r_1 = 16a_0 \\ n_2 = 2 \rightarrow r_2 = 4a_0 \end{cases}$$

درصد تغییرات شعاع مدار چرخش الکترون خواهد شد.

$$\text{درصد تغییرات شعاع} = \frac{\Delta r}{r_1} \times 100 = \frac{4a_0 - 16a_0}{16a_0} \times 100 = \frac{-12a_0}{16a_0} \times 100 = -75\%$$

بنابراین شعاع ۷۵ درصد کاهش می یابد.

B ۲۳۱۶

راه حل اول: با توجه به شکل روبه رو، ۶

نوع فوتون با انرژی های متفاوت ممکن است گسیل کند.

ابتدا گذارهای ممکن $\Delta n=1$ را می شماریم:

$4 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 1$ سه نوع فوتون

سپس گذارهای ممکن $\Delta n=2$ را می شماریم: $4 \rightarrow 2$, $3 \rightarrow 1$ دو نوع فوتون

سرانجام گذارهای ممکن $\Delta n=3$ را می شماریم: $4 \rightarrow 1$ یک نوع فوتون

میانبر هرگاه در اتم هیدروژن الکترون در تراز n باشد با در نظر گرفتن تمام گذارهای ممکن، برای یافتن تعداد فوتون ها با انرژی های مختلف گسیل شده کافی است تمام اعداد طبیعی قبل از n را با هم جمع کنیم یعنی در این مسئله کافی است اعداد کوچک تر از ۴ را با هم جمع کنیم: $3+2+1=6$

پایسج سوال ۱ تعدادی از ترازهای اتم هیدروژن در شکل روبه رو نشان

داده شده است: الکترون اتم هیدروژن در تراز قرار دارد که انرژی آن 54eV است. با در نظر گرفتن تمام گذارهای ممکن برای رفتن به تراز پایه،

این الکترون چند نوع فوتون می تواند گسیل کند؟

- 54eV
- 85eV
- 15eV
- 39eV

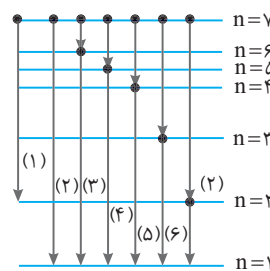
13.6eV $n=1$

(۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۱۰

C ۱ ۲۳۱۹

- ۱ در ششمین حالت برانگیخته، عدد کوانتومی $n=7$ است.
- ۲ فوتون در محدوده فرسرخ هنگامی گسیل می‌شود که الکترون به تراز $n=3$ و $n=4$ و $n=5$ و $n=6$ جهش کند.
- بنابراین تمام گذارهایی که از $n=7$ به این ترازها ختم می‌شوند را حساب می‌کنیم.
- چهار فوتون $n=7 \rightarrow n=3$ ، $n=7 \rightarrow n=4$ ، $n=7 \rightarrow n=5$ ، $n=7 \rightarrow n=6$
- سه فوتون $n=6 \rightarrow n=3$ و $n=6 \rightarrow n=4$ و $n=5 \rightarrow n=3$
- دو فوتون $n=5 \rightarrow n=4$ و $n=4 \rightarrow n=3$
- یک فوتون $n=4 \rightarrow n=3$

جمعاً ۱۰ فوتون فرسرخ متفاوت گسیل می‌کند.



- و $7 \rightarrow 2$ و $7 \rightarrow 1$
- و $6 \rightarrow 1$ و $5 \rightarrow 1$
- و $4 \rightarrow 1$ و $3 \rightarrow 1$
- و $2 \rightarrow 1$

و جمعاً هفت فوتون در ناحیه فرابنفش.

B ۲ ۲۳۲۰

بدون حل می‌توان متوجه شد که برای آن که الکترون از تراز $n=1$ (سری لیمان) کاملاً جدا شود (حتی اگر بخواهد به تراز $n=2$ برود) طول موج مورد نیاز در ناحیه فرابنفش است. اما مسأله را حل می‌کنیم. انرژی الکترون در تراز پایه برابر است با:

$$E_n = -\frac{E_R}{n^2} \quad n=1 \rightarrow E_1 = -13/6 \text{ eV}$$

انرژی فوتون باید برابر $13/6 \text{ eV}$ باشد تا الکترون با دریافت آن کاملاً از اتم جدا شود. از این رو:

$$E = hf = h \frac{c}{\lambda} \Rightarrow 13/6 = 4 \times 10^{-15} \times \frac{3 \times 10^8}{\lambda} \Rightarrow \lambda \approx 8.8 \times 10^{-7} \text{ m}$$

$$\Rightarrow \lambda \approx 880 \text{ nm}$$

طول موج $\lambda = 880 \text{ nm} < 400 \text{ nm}$ بنابراین طول موج در ناحیه فرابنفش است.

A ۱ ۲۳۲۱

پداوری: انرژی الکترون هنگامی که از اتم جدا شود برابر صفر است. با توجه به اینکه انرژی لازم برای جابه‌جایی الکترون‌ها از رابطه $E_U - E_L$ به دست می‌آید و در حالتی که الکترون جدا شده $E_U = 0$ است پس انرژی لازم برای جدا کردن الکترون برابر انرژی الکترون در آن تراز است.

انرژی الکترون در مدار $n=2$ را حساب می‌کنیم.

$$E_n = -\frac{E_R}{n^2} \quad n=2 \rightarrow E_2 = -\frac{13/6}{2^2} \Rightarrow E_2 = -3/4 \text{ eV}$$

بنابراین اگر به الکترون در تراز $n=2$ ، انرژی داده شود الکترون از اتم جدا می‌شود.

B ۴ ۲۳۲۲

الکترون در حالت پایه در مدار اول ($n=1$) قرار داشته و در حالت یونیزه (خارج شدن الکترون از مدارهای اطراف هسته) n را برابر بی‌نهایت قرار می‌دهیم:

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n'^2} \right) \quad R_H = 1.097 \times 10^7 \text{ m}^{-1} \quad n=1, n'=\infty \rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{1^2} - \frac{1}{\infty^2}$$

$$\Rightarrow \lambda = 100 \text{ nm}$$

B ۳ ۲۳۲۳

خط فکری: انرژی یونش را برحسب الکترون‌ولت می‌نویسیم. انرژی فوتون گسیلی برابر اختلاف انرژی الکترون در مدار n و n' است. اختلاف انرژی این دو تراز $19 \times 10^{-19} \text{ J}$ را برحسب الکترون‌ولت حساب می‌کنیم. سپس به کمک رابطه $E_n = -\frac{E_R}{n^2}$ باید n و n' را پیدا کنیم. البته راهی که شما را مستقیماً به n و n' برساند وجود ندارد و شما در نهایت باید n و n' را حدس بزنید و یا گزینه‌ها را امتحان کنید.

۱ انرژی یونش در حالت پایه $19 \times 10^{-19} \text{ J}$ است یعنی انرژی الکترون در تراز پایه برابر $19 \times 10^{-19} \text{ J}$ بوده که آن را برحسب الکترون‌ولت به دست می‌آوریم.

$$E_1 = -\frac{21/76 \times 10^{-19}}{1/6 \times 10^{-19}} \Rightarrow E_1 = -13/6 \text{ eV}$$

۲ اختلاف انرژی ترازهای n و n' را برحسب یکای eV می‌نویسیم.

$$|E_{n'} - E_n| = \frac{16/32 \times 10^{-19} \text{ J}}{1/6 \times 10^{-19}} = 10/2 \text{ eV} \Rightarrow |E_{n'} - E_n| = 10/2 \text{ eV}$$

۳ الکترون انرژی از دست می‌دهد بنابراین $E_{n'} - E_n = -10/2 \text{ eV}$ است.

$$E_{n'} - E_n = -10/2 \text{ eV} \quad E_n = -\frac{E_R}{n^2} \rightarrow -\frac{13/6}{n^2} - \left(-\frac{13/6}{n'^2}\right) = -10/2$$

$$\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} = \frac{10/2}{13/6} \quad \text{صورت و مخرج را} \rightarrow \frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} = \frac{3}{4} = \frac{1}{4} - \frac{1}{4}$$

به عدد $3/4$ تقسیم می‌کنیم

در نتیجه $n=2$ و $n'=1$ خواهد بود.

B ۳ ۲۳۲۴

نکته: انرژی یونش کمترین انرژی لازم برای خارج کردن الکترون از حالت پایه است و اندازه آن برابر اندازه انرژی الکترون در تراز پایه است.

۱ بنا به فرض مسئله انرژی الکترون در تراز پایه $E_1 = -13/5 \text{ eV}$ است.

۲ ابتدا انرژی فوتون‌های نور را که توسط الکترون اتم‌های هیدروژن جذب می‌شود به دست می‌آوریم.

$$E = hf \quad f = 3 \times 10^{15} \text{ Hz} \rightarrow E = 4 \times 10^{-15} \times 3 \times 10^{15} \Rightarrow E = 12 \text{ eV}$$

۳ الکترون این انرژی را دریافت می‌کند و به تراز بالاتر می‌رود. انرژی الکترون در این تراز جدید خواهد شد:

$$E_n = -13/5 + 12 = -1/5 \text{ eV}$$

۴ اکنون باید مشخص کنیم که الکترون به کدام تراز جهش کرده است.

$$E_n = -\frac{E_R}{n^2} \Rightarrow \begin{cases} -\frac{13}{n^2} \rightarrow E_1 = -13/5 \text{ eV} \\ E_n = -1/5 \text{ eV} \end{cases} \Rightarrow \frac{13/5}{1/5} = \frac{-E_R}{n^2} \Rightarrow 9 = n^2$$

$$\Rightarrow n=3$$

۵ در این صورت الکترون به تراز $n=3$ می‌رود و در بازگشت ۳ نوع فوتون مختلف می‌تواند گسیل کند.

A ۲ ۲۳۲۵

نور گسیل شده از یک قطعه تنگستن گداخته دارای طیف پیوسته است و وقتی این نور از گاز نئون می‌گذرد و در طیف‌نما تشکیل می‌شود، رنگین‌مانی با یک سری خطوط تاریک دیده می‌شود که این خطوط تاریک، طول موج‌هایی هستند که توسط گاز نئون جذب شده‌اند. به این طیف، طیف جذبی خطی عنصر (گاز نئون) می‌گویند.

A ۳ ۲۳۲۶

در شکل (الف)، تابش حاصل از برانگیختگی گاز کم‌فشار هیدروژن اتمی توسط منشور طیف‌نمایی شده که این طیف گسیلی خطی است.

برای یک جسم جامد، نظیر رشته داغ یک لامپ روشن امواج الکترومغناطیسی گسیلی شامل گستره پیوسته‌ای از طول موج‌هاست که به آن طیف پیوسته گویند، بنابراین شکل (ب) مربوط به طیف پیوسته گسیلی جامدات است.

در شکل (پ)، نور حاصل از تنگستن از بین گازهای هیدروژن عبور کرده و برخی از خط‌ها توسط این گاز جذب می‌شوند و طیف آن جذبی خطی است.

۲ انرژی الکترون:

$$E_n = -\frac{E_R}{n^2} \begin{cases} \xrightarrow{n=3} E_3 = -\frac{E_R}{9} \\ \xrightarrow{n=4} E_4 = -\frac{E_R}{16} \end{cases} \Rightarrow \frac{E_3}{E_4} = \frac{16}{9}$$

۲ ۲۳۳۲ B

طول موج‌های گسیلی در رشته بالمر هرگاه از تراز $n=5$ ، $n=6$ ، $n=3$ و $n=4$ به تراز $n'=2$ می‌روند، در ناحیه نور مرئی هستند. با گذار از تراز $n_1=5$ به $n_2=2$ ، یک فوتون گسیل می‌شود که انرژی آن برابر اختلاف انرژی دو تراز است، انرژی فوتون را به دست می‌آوریم:

$$E = E_1 - E_2 = -\frac{E_R}{5^2} - \left(-\frac{E_R}{2^2}\right) = -\frac{E_R}{25} + \frac{E_R}{4} = \frac{-4E_R + 25E_R}{100} = \frac{21E_R}{100}$$

\Rightarrow انرژی فوتون $= -\frac{13/6}{25} + \frac{13/6}{4} = -0.544 + 3/4 = 2/856 eV$

و گزینه (۲) درست است.

البته اگر به گزینه‌ها دقت کنید نیاز به محاسبه عددی نیست. زیرا تنها در گذار از $n=5$ به $n'=2$ نور مرئی گسیل می‌شود و اگر الکترون از ۵ به ۴ و از ۴ به ۳ و از ۳ به ۲ برود دو فوتون فرسرخ و یک فوتون مرئی گسیل می‌کند. بنابراین گزینه‌های (۱)، (۳) و (۴) نادرست هستند.

۱ ۲۳۳۳ B

یادآوری: نیروی الکتریکی بین دو بار بنا به قانون کولن $(F = k \frac{q_1 q_2}{r^2})$ با مربع فاصله نسبت وارون دارد.

خط فکری: در حل مسئله باید، شعاع مدار الکترون در مدارهای ۱ و ۲ و ۳ را به دست بیاورید تا بتوانید در مورد نیروی الکتریکی بین هسته و الکترون اظهار نظر کنید.

۱ شعاع مدارها را حساب می‌کنیم.

$$r_n = a_0 n^2 \begin{cases} \xrightarrow{n=1} r_1 = a_0 \\ \xrightarrow{n=2} r_2 = 4a_0 \\ \xrightarrow{n=3} r_3 = 9a_0 \end{cases}$$

۲ نیروی الکتریکی بین هسته و الکترون را حساب می‌کنیم، بار هسته $(q_1 = e)$ و بار الکترون $(q_2 = -e)$ است.

$$F = \frac{k|q_1||q_2|}{r^2} \begin{cases} \xrightarrow{n=1} F_1 = \frac{ke^2}{(a_0)^2} = k \frac{e^2}{a_0^2} \\ \xrightarrow{n=2} F_2 = k \frac{e^2}{(4a_0)^2} = k \frac{e^2}{16a_0^2} \\ \xrightarrow{n=3} F_3 = k \frac{e^2}{(9a_0)^2} = \frac{ke^2}{81a_0^2} \end{cases}$$

۳ در فرض مسئله تغییر نیروی الکتریکی از تراز $n=1$ به تراز $n=2$ برابر F در نظر گرفته شده است. یعنی

$$F = F_1 - F_2 = \frac{ke^2}{a_0^2} - \frac{ke^2}{16a_0^2} \Rightarrow F = \frac{15}{16} k \frac{e^2}{a_0^2}$$

۴ اکنون نسبت $\frac{F_3}{F}$ را حساب می‌کنیم.

$$\frac{F_3}{F} = \frac{\frac{ke^2}{81a_0^2}}{\frac{15}{16} k \frac{e^2}{a_0^2}} \Rightarrow \frac{F_3}{F} = \frac{16}{81 \times 15} = \frac{16}{1215}$$

۴ ۲۳۲۷ A

هرگاه جسم جامدی ملتهب شود و از خود نور گسیل کند، چنانچه نور آن را به یک منشور بتابانیم، یک رنگین کمان خواهیم دید که تمام طول موج بدون فاصله در کنار هم قرار دارند که به آن طیف نشری (گسیلی) پیوسته گویند. اگر این آزمایش را برای هر جسم جامد مانند آهن یا رنگ تیره، طلا یا رنگ زرد، شیشه بدون رنگ و ... تکرار کنیم، نتیجه یکسان است، بنابراین با استفاده از طیف نشری (گسیلی) پیوسته نمی‌توان به نوع عنصر پی برد. اما هرگاه بخار عنصر و یا عنصر در حالت گازی را تحریک کنیم (آن را گرم کنیم، یا از آن جریان الکتریکی بگذرانیم و یا آن را به ولتاژ بالا متصل کنیم) از خود موج‌های الکترومغناطیسی و نور گسیل می‌کند. اگر این نور را به یک منشور بتابانیم برخلاف جسم جامد، در طیف بخار عنصر، خط‌های روشن و گسسته دیده می‌شود که آن را طیف گسیلی (نشری) خطی عنصر گویند. که برای هر عنصر منحصر به فرد بوده و در شناسایی عنصر کاربرد دارد. از طرفی اگر به یک بخار عنصر یا گاز نور سفید بتابانیم و نور عبوری از بخار عنصر را به یک طیف‌نما بتابانیم، رنگین کمان نور سفید دیده می‌شود که در آن چند خط تاریک وجود دارد که این خط‌های تاریک، طول موج‌هایی هستند که توسط عنصر جذب شده است. به طیف نور سفید با خط‌های تاریک، طیف جذبی خطی عنصر گویند که برای هر عنصر منحصر به فرد است، این طیف نیز در شناسایی عنصر کاربرد دارد.

۳ ۲۳۲۸ A

در سال ۱۸۱۴ فرانهوفر برای اولین بار در طیف نور خورشید، خطوط تاریکی را مشاهده کرد. امروزه می‌دانیم طول موج‌هایی از نور خورشید هنگام عبور نور از جو خورشید و جو زمین توسط عناصر موجود در جو جذب می‌شوند که در طیف خورشید، این خط‌های تاریک جذبی را ایجاد می‌کنند و به کمک این خط‌های تاریک و مقایسه آن‌ها با طیف جذبی خطی عنصرهای شناخته شده، می‌توان به عنصرهای موجود در اتمسفر زمین و اتمسفر خورشید پی برد.

۲ ۲۳۲۹ B

مدل بور نه تنها در مورد اتم هیدروژن بلکه در مورد اتم‌های هیدروژن گونه مانند اتم لیتیم که دو الکترون خود را از دست داده و دارای یک الکترون است با تجربه سازگاری خوبی دارد و گزاره (الف) نادرست است. این مدل انرژی یونش، پایداری اتم و طیف گسیلی و جذبی گاز هیدروژن را با موفقیت توجیه می‌کند و گزاره (ب) و (ت) درست است. این مدل قادر به توجیه تفاوت شدت خط‌های طیف گسیلی و همچنین اتم‌های دارای چند الکترون نیست و گزاره (پ) نادرست است. بنابراین دو گزاره (ب) و (ت) درست هستند.

۲ ۲۳۳۰ B

همواره بسامد موج منتشر شده در محیط با بسامد چشمه موج برابر است. در حرکت شتابدار الکترون به گرد هسته، الکترون به عنوان چشمه امواج الکترومغناطیسی عمل می‌کند. بنابراین در هر لحظه بسامد (و دوره) موج الکترومغناطیسی گسیلی توسط الکترون با بسامد مداری حرکت الکترون برابر است. بنا به نظریه فیزیک کلاسیک، با گسیل موج الکترومغناطیسی توسط الکترون، الکترون انرژی از دست می‌دهد و به هسته نزدیک‌تر شده بسامد مداری آن و همچنین بسامد امواج الکترومغناطیسی گسیلی الکترون افزایش می‌یابد.

$$f' > f \xrightarrow{f = \frac{1}{T}} f' > \frac{1}{T}$$

۲ ۲۳۳۱ B

یادآوری: رشته پاشن به معنی گذار الکترون از ترازهای بالاتر به تراز $n'=3$ است و بلندترین آن هنگامی است که الکترون از تراز $n=4$ به تراز $n'=3$ پرش کند.

۱ شعاع مدار الکترون:

$$r_n = n^2 a_0 \begin{cases} \xrightarrow{n=3} r_3 = 9a_0 \\ \xrightarrow{n=4} r_4 = 16a_0 \end{cases} \Rightarrow \frac{r_3}{r_4} = \frac{9a_0}{16a_0} \Rightarrow \frac{r_3}{r_4} = \frac{9}{16}$$

B ۲۳۳۴

۲ بنا براین الکترون به تراز $n'=1$ جهش کرده است و حالا با دریافت فوتونی با انرژی $\frac{15}{16} E_R$ به تراز n'' می‌رود از این رو:

$$E = E_{n'} - E_{n''} \Rightarrow \frac{15}{16} E_R = E_R - E_{n''} \Rightarrow E_{n''} = -\frac{E_R}{16}$$

$$\frac{E_{n''} = -\frac{E_R}{16}}{E_{n''} = -\frac{E_R}{n''^2}} \Rightarrow \frac{E_R}{16} = \frac{E_R}{n''^2} \Rightarrow n''^2 = 16 \Rightarrow n'' = 4$$

۳ طول موج فوتونی که الکترون را از تراز $n=3$ به تراز $n=4$ می‌برد خواهد شد:

$$E_4 - E_3 = \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow -\frac{E_R}{4^2} - \left(-\frac{E_R}{3^2}\right) = \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow -\frac{13/6}{16} + \frac{13/6}{9} = \frac{1200}{\lambda}$$

$$\Rightarrow \frac{1200}{\lambda} = -\frac{13}{85} + \frac{13}{54} \Rightarrow \lambda = \frac{1200}{0/66} = 1818 \text{ nm}$$

پنجره ۲ روبه‌روی ۳

A ۲۳۳۶ ۴

۱ موفقیت‌های مدل اتمی بور:

۱ تبیین پایداری اتم

۲ توجیه طیف گسیلی و جذبی گاز هیدروژن اتمی و اتم‌های هیدروژن گونه

۳ محاسبه انرژی یونش اتم هیدروژن بر مبنای گسسته بودن ترازهای انرژی

الکترون در اتم

نارسایی‌های مدل اتمی بور:

۱ این مدل برای چرخش بیش از یک الکترون به دور هسته به کار نمی‌رود.

۲ عدم توجیه متفاوت بودن شدت خط‌های طیف گسیلی

بنابراین با توجه به یادآوری بالا گزینه (۴) صحیح است.

نمای ۹

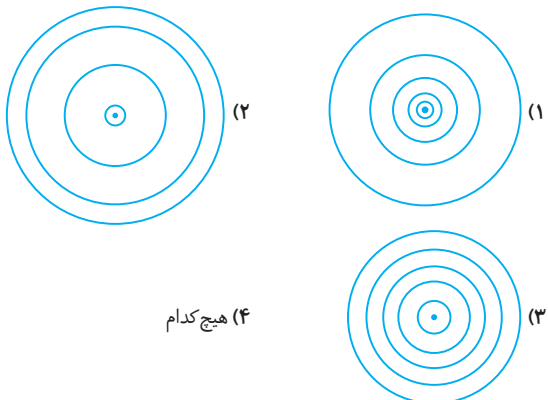
A ۲۳۳۶ ۲

۲ نکته در مدل اتمی بور با افزایش شماره مدارها (ترازهای) اتم هیدروژن اختلاف انرژی ترازها کاهش می‌یابد.

اختلاف انرژی ترازها با افزایش n کاهش یافته و باید خطوط مدل‌سازی ترازهای انرژی به هم نزدیک‌تر رسم شوند و گزینه (۲) درست است.

نمای ۸

۱ بازی با سؤال بنا بر الگوی اتمی بور کدام شکل، مدارهای چرخشی الکترون به گرد هسته اتم هیدروژن را درست نمایش می‌دهد؟



(۴) هیچ کدام

۱ پاسخ در الگوی اتمی بور، با افزایش شماره مدار و دور شدن از هسته، فاصله مدارهای چرخشی الکترون به گرد هسته بیشتر می‌شود.

گزینه ۱

۱ انرژی ترازهای اتم هیدروژن برابر $\frac{-E_R}{n^2}$ است که n شماره تراز است. انرژی ترازهای m و $m-1$ را به دست آورده از هم کم می‌کنیم.

$$\begin{cases} m-1 \text{ در تراز } \Rightarrow E = \frac{-E_R}{(m-1)^2} \Rightarrow E_1 = |E - E'| = \left| \frac{-E_R}{(m-1)^2} - \left(\frac{-E_R}{m^2} \right) \right| \\ m \text{ در تراز } \Rightarrow E' = \frac{-E_R}{m^2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow E_1 = \left| \frac{E_R}{m^2} - \frac{E_R}{(m-1)^2} \right| \Rightarrow E_1 = \frac{E_R}{m^2} - \frac{E_R}{(m-1)^2}$$

$$\Rightarrow E_1 = \frac{E_R |(m-1)^2 - m^2|}{m^2(m-1)^2} \Rightarrow E_1 = \frac{E_R (1-2m)}{m^2(m-1)^2} \quad (I)$$

۲ انرژی در ترازهای m و $m+1$ را حساب کرده اختلاف آن‌ها را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} m \text{ در تراز } \Rightarrow E' = \frac{-E_R}{m^2} \Rightarrow E_2 = |E' - E''| = \frac{E_R (2m+1)}{m^2(m+1)^2} \\ m+1 \text{ در تراز } \Rightarrow E'' = \frac{-E_R}{(m+1)^2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow E_2 = \frac{E_R (2m+1)}{m^2(m+1)^2} \quad (II)$$

نسبت $\frac{E_1}{E_2}$ خواهد شد:

$$(I), (II) \Rightarrow \frac{E_1}{E_2} = \frac{\frac{E_R (1-2m)}{m^2(m-1)^2}}{\frac{E_R (2m+1)}{m^2(m+1)^2}} \Rightarrow \frac{E_1}{E_2} = \frac{(1-2m)(m+1)^2}{(2m+1)(m-1)^2}$$

B ۲۳۳۵ ۲

خط فکری در حل این مسئله سریع‌ترین راه‌حل، رفتن به سراغ گزینه‌ها و بررسی آن‌ها است. البته یادمان هست که طول موج‌های نور مرئی بین 400 nm برای فرابنفش و 700 nm برای نور قرمز است. طول موج 1125 \AA یعنی 112.5 nm مربوط به فرابنفش است ($112.5 \text{ nm} < 400 \text{ nm}$).

گزینه (۱): گذار از $n=3$ به $n'=2$ مربوط به رشته بالمر است و نور گسیلی آن قرمز و در ناحیه مرئی است و گزینه (۱) درست نیست.
گزینه (۲): طول موج در گذار الکترون از $n=3$ به $n'=1$ را به دست می‌آوریم.

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = 0.01 \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{3^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{100} \left(\frac{8}{9} \right)$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{900}{8} = 112.5 \text{ nm} = 1125 \text{ \AA}$$

بنابراین گزینه (۲) درست است. اما گزینه (۳) مربوط به رشته پاشن بوده و نور فرابنفش گسیل نمی‌کند و گزینه (۳) نادرست است.

C ۲۳۳۶ ۱

خط فکری تقریباً با یک بازی ریاضی سروکار داریم که باید به کمک انرژی ترازهای اتم شماره ترازهای n ، n' و n'' را مشخص کنیم و مسئله را حل کنیم.

۱ در گذار الکترون از تراز n به n' انرژی فوتون گسیلی $E = \frac{\Delta}{9} E_R$ است. بنابراین

$$E = E_n - E_{n'} \Rightarrow \frac{-E_R}{n^2} - \left(\frac{-E_R}{n'^2} \right) = \frac{\Delta}{9} E_R \Rightarrow \frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} = \frac{\Delta}{9}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} = 1 - \frac{1}{9} \Rightarrow \begin{cases} n=3 \\ n'=1 \end{cases}$$

۳ نسبت طول موجها خواهد شد:

$$\frac{\lambda}{\lambda'} = \frac{9R}{144} \Rightarrow \frac{\lambda}{\lambda'} = \frac{175}{81}$$

نمای ۶

۲ ۲۳۳۶ B

خط فکری ۷
در رشته پاشن ($n'=3$) اولین طیف اتمی هیدروژن $n=4$ دومین طیف اتمی هیدروژن $n=5$ سومین طیف اتمی هیدروژن $n=6$ و ... است. دومین طیف اتمی هیدروژن در رشته پاشن برابر $n=5$ است.

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{25} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = R \frac{16}{225} \Rightarrow \lambda = \frac{225}{16} \times \frac{1}{R}$$

$$\lambda = \frac{225}{16} \times 10^2 \text{ nm}$$

سومین طیف اتمی هیدروژن در طیف پاشن برابر $n=6$ است

$$\frac{1}{\lambda'} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda'} = R \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{36} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda'} = R \left(\frac{3}{36} \right) \Rightarrow \lambda' = \frac{36}{3} \times \frac{1}{R}$$

$$\lambda' = 12 \times 10^2 \text{ nm}$$

حال اختلاف دو طول موج را به دست می آوریم:

$$\lambda - \lambda' = \frac{225}{16} \times 10^2 - 12 \times 10^2 = 10^2 \left(\frac{225}{16} - 12 \right) = 10^2 \times \left(\frac{33}{16} \right) = \frac{825}{4}$$

نمای ۶

۲ ۲۳۳۶ B

۸ نکته
موجهای آن رشته می نامند. اختلاف کوتاهترین و بلندترین طول موج در هر رشته را گستره طول

۱ بلندترین طول موج رشته پاشن ($n'=3$) در گذار الکترون از تراز $n=4$ به $n'=3$ گسیل می شود و مقدار آن خواهد شد.

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda_{\max P}} = R \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{4^2} \right) \Rightarrow \lambda_{\max P} = \frac{144}{7R}$$

۲ کوتاهترین طول موج رشته پاشن در گذار الکترون از تراز $n=\infty$ به $n'=3$ گسیل می شود و طول موج آن برابر است با:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda_{\min P}} = R \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{\infty} \right) \Rightarrow \lambda_{\min P} = \frac{9}{R}$$

۳ گستره طول موجهای رشته پاشن را به دست می آوریم:

$$\lambda_{\max P} - \lambda_{\min P} = \frac{144}{7R} - \frac{9}{R} = \frac{144 - 63}{7R} = \frac{81}{7R} \Rightarrow \Delta \lambda_P = \frac{81}{7R}$$

۴ بلندترین طول موج رشته لیمان در گذار الکترون از $n=2$ به $n'=1$ گسیل می شود. از این رو:

$$\frac{1}{\lambda_{\max L}} = R \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right) = R \left(\frac{3}{4} \right) \Rightarrow \lambda_{\max L} = \frac{4}{3R}$$

۵ کوتاهترین طول موج رشته لیمان در گذار الکترون از $n=\infty$ به $n'=1$ گسیل می شود. در نتیجه:

$$\frac{1}{\lambda_{\min L}} = R \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{\infty} \right) \Rightarrow \lambda_{\min L} = \frac{1}{R}$$

۶ گستره طول موجی رشته لیمان را به دست می آوریم:

$$\lambda_{\max L} - \lambda_{\min L} = \frac{4}{3R} - \frac{1}{R} = \frac{4-3}{3R} \Rightarrow \Delta \lambda_L = \frac{1}{3R}$$

۷ نسبت $\frac{\Delta \lambda_P}{\Delta \lambda_L}$ خواهد شد:

$$\frac{\Delta \lambda_P}{\Delta \lambda_L} = \frac{\frac{81}{7R}}{\frac{1}{3R}} = \frac{243}{7}$$

نمای ۶

۲ ۲۳۳۶ B

۱ انرژی الکترون در تراز $n=4$ و $n'=2$ را بنا به مدل اتمی بور به دست می آوریم:

$$E_n = -\frac{E_R}{n^2} \Rightarrow E_4 = -\frac{E_R}{16}, E_2 = -\frac{E_R}{4}$$

۲ تغییر انرژی الکترون را به دست می آوریم:

$$E_4 - E_2 = -\frac{E_R}{16} - \left(-\frac{E_R}{4} \right) \Rightarrow \Delta E_{4 \rightarrow 2} = \frac{3}{16} E_R$$

۳ درصد تغییرات انرژی الکترون خواهد شد:

$$\text{درصد تغییرات انرژی} = \frac{\Delta E_{4 \rightarrow 2} \times 100}{E_4} = \frac{\frac{3}{16} E_R}{-\frac{E_R}{16}} = 3 \times 100 = 300\%$$

۴ الکترون با از دست دادن انرژی از تراز $n=4$ به تراز $n'=2$ می رود و انرژی آن کاهش می یابد.

نمای ۸

۲ ۲۳۳۶ B

۴ طول موج $656/2 \text{ nm}$ در ناحیه مرئی است. در اتم هیدروژن طول موجهای گسیلی رشته بالمر ($n'=2$) مرئی هستند.



چهار عدد روی شکل مربوط به نور مرئی هستند که طول موج $656/2 \text{ nm}$ بلندترین طول موج است. بنابراین الکترون از تراز $n=3$ به تراز $n'=2$ جهش کرده است.

نمای ۸

۱ ۲۳۳۶ B

۵ انرژی فوتون گسیل شده برابر اختلاف انرژی دو تراز n و n' است.

$$E_n - E_{n'} = E_{\text{فوتون}}$$

با توجه به فرض مسئله انرژی فوتون ۲۴ برابر E_n است. یعنی الکترون در تراز n ، $24E_n$ را از دست می دهد و به تراز n' می رود. بنابراین داریم:

$$E_n - E_{n'} = -24E_n$$

(علامت منفی به دلیل از دست دادن انرژی است.)

$$E_n - E_{n'} = -24E_n \Rightarrow \frac{E_n}{n^2} - \frac{E_n}{n'^2} = -24 \frac{E_n}{n^2} \Rightarrow \frac{1}{n^2} - \frac{1}{n'^2} = -24 \frac{1}{n^2} \Rightarrow \frac{1}{n'^2} = \frac{25}{n^2} \Rightarrow n' = 5n$$

بنابراین $n'=1$ (رشته لیمان) و $n=5$ است و طول موج گسیلی مربوط به چهارمین خط طیفی رشته لیمان است.

نمای ۸

۱ ۲۳۳۶ B

۱ الکترون در تراز $n=4$ قرار دارد و بلندترین طول موجی که می تواند جذب کند برای گذار از $n=4$ به $n=5$ است. طول موج را به کمک رابطه ریذبرگ به دست می آوریم.

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \xrightarrow{n'=4, n=5} \frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{16} - \frac{1}{25} \right)$$

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{25-16}{400} \right) \Rightarrow \lambda = \frac{400}{9R}$$

۲ بلندترین طول موجی که الکترون در تراز $n=4$ می تواند گسیل کند، در تراز الکترون از تراز $n=4$ به تراز $n=3$ گسیل می شود. طول موج را به دست می آوریم:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{16} \right) = R \left(\frac{16-9}{144} \right) \Rightarrow \lambda' = \frac{144}{7R}$$

پنجره ۴

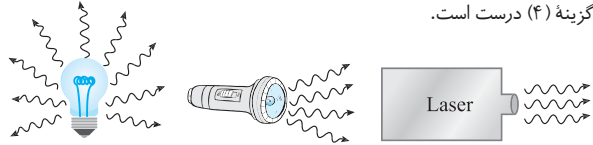
۳ ۲۳۳۷ A

در گسیل القایی یک فوتون ورودی، الکترون برانگیخته را تحریک (یا القا) می‌کند تا تراز انرژی خود را تغییر دهد و به تراز پایین‌تر برود. برای گسیل القایی، انرژی فوتون ورودی باید دقیقاً با اختلاف انرژی‌های دو تراز یعنی $E_U - E_L$ یکسان باشد. گسیل القایی سه ویژگی عمده دارد. اول اینکه یک فوتون وارد و دو فوتون خارج می‌شود. به این ترتیب تعداد فوتون‌ها را افزایش می‌دهد و نور را تقویت می‌کند. بنابراین گزاره (الف) درست است. دوم اینکه فوتون گسیل شده، در همان جهت فوتون ورودی حرکت می‌کند و گزاره (ب) درست است.

سوم اینکه فوتون گسیل شده با فوتون ورودی همگام یا دارای همان فاز است و فوتون‌هایی که باریکه لیزر را ایجاد می‌کنند، هم‌بسامد، هم‌جهت و هم‌فاز هستند و گزاره (پ) نیز درست است.

۴ ۲۳۳۸ A

نور لیزر از جنس نور مرئی است. در نور مرئی لامپ فوتون‌ها به انرژی‌های متفاوت در تمام جهات گسیل می‌شوند اما در نور مرئی لیزر، نور از فوتون‌های کاملاً مشابه که در یک جهت حرکت می‌کنند تشکیل شده است. بنابراین گزینه (۴) درست است.



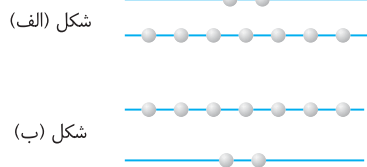
بازی با سؤال - فرق اساسی پرتوی لیزر با پرتوهای دیگر در این است که فوتون‌های پرتوی لیزر هستند.

- (۱) هم‌فاز و هم‌بسامد هستند. (۲) دارای طول موج بلندتر هستند.
 (۳) دارای طول موج کوتاه‌تر هستند. (۴) قدرت نفوذ و سرعت بیشتری دارند.
پاسخ لیزر باریکه‌ای از فوتون‌های هم‌جهت، هم‌فاز و هم‌انرژی است.

گزینه ۱

۳ ۲۳۳۹ A

به‌طور معمول و در دمای اتاق، بیشتر الکترون‌ها در تراز انرژی پایین‌تر قرار دارند (شکل الف). در وضعیتی که وارونی جمعیت به‌وجود می‌آید بیشتر الکترون‌ها در تراز بالاتری موسوم به **ترازهای شبه پایدار** قرار دارند (شکل ب).



در این ترازها، الکترون‌ها مدت زمان بسیار طولانی‌تری (10^{-3} s) نسبت به حالت برانگیختگی معمولاً (10^{-8} s) باقی می‌ماند. این زمان طولانی‌تر، فرصت بیشتری برای افزایش وارونی جمعیت و در نتیجه تقویت نور لیزر فراهم می‌کند و گزینه (۳) درست است.

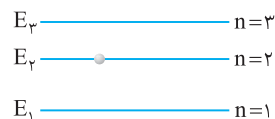
۲ ۲۳۴۰ A

در واقع اتم در حالت اول برانگیخته است که با گسیل خودبه‌خودی یک فوتون که انرژی‌اش با اختلاف انرژی دو تراز برابر است به حالت پایه می‌رود.

۲ ۲۳۴۱ A

هرگاه الکترون در تراز برانگیخته (E_U) قرار داشته باشد و بخواهیم آن را به کمک یک فوتون ورودی تحریک کنیم تا الکترون به تراز پایین‌تر (E_L) برود باید انرژی الکترون دقیقاً با اختلاف انرژی‌های دو تراز $E_U - E_L$ یکسان باشد.

الکترون در تراز $n=2$ قرار دارد و با فوتونی با انرژی $E_U - E_L$ می‌توان الکترون را تحریک کرد تا با گسیل القایی به تراز پایه برود.



۲ ۲۳۳۶ B

انرژی فوتون گسیلی را به دست می‌آوریم:

$$E = hf \quad h = 6.6 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}, f = 7.5 \times 10^{14} \text{ Hz} \rightarrow E = 6 \times 10^{-19} \text{ J}$$

$$\Rightarrow E = 4 \times 10^{-19} \text{ J}$$

$n = \infty$	۰
۵	-----	$-0.9 \times 10^{-19} \text{ J}$
۴	-----	$-1.45 \times 10^{-19} \text{ J}$
۳	-----	$-2.4 \times 10^{-19} \text{ J}$
۲	-----	$-5.4 \times 10^{-19} \text{ J}$
۱	-----	$-21.8 \times 10^{-19} \text{ J}$

۲ باید بررسی کنید اختلاف انرژی کدام دو تراز برابر انرژی فوتون است.

انرژی تراز $n=5$ ، $-0.9 \times 10^{-19} \text{ J}$ و انرژی تراز $n=2$ ، $-5.4 \times 10^{-19} \text{ J}$ است و اختلاف انرژی این دو تراز برابر است با:

$$E_5 - E_2 = -0.9 \times 10^{-19} - (-5.4 \times 10^{-19}) = 4.5 \times 10^{-19} \text{ J}$$

۳ بنابراین الکترون از تراز $n=5$ به تراز $n'=2$ جهش کرده است. نمای ۸

۳ ۲۳۳۶ C

خط فکری - باید ابتدا، انرژی فوتون و انرژی الکترون در تراز $n=3$ را حساب کنید.

سپس انرژی فوتون را با انرژی الکترون جمع کنید تا مشخص شود که الکترون به کدام تراز جهش کرده است. سپس می‌توانید تعداد گذارهای $\Delta n \leq 2$ را که طول موج آن فرابنفش است را مشخص کنید.

۱ انرژی فوتون را حساب می‌کنیم:

$$E = hf \quad f = 2.4 \times 10^{12} \text{ Hz} \rightarrow E = 4 \times 10^{-15} \times 2.4 \times 10^{12}$$

$$\Rightarrow E = 9.6 \times 10^{-3} \text{ eV} \Rightarrow E = 0.96 \text{ eV}$$

۲ انرژی الکترون در تراز $n=3$ را به دست می‌آوریم:

$$E_n = -\frac{E_R}{n^2} \Rightarrow E_3 = -\frac{13.6}{3^2} = -1.51 \text{ eV}$$

۳ انرژی الکترون بعد از جذب فوتون خواهد شد:

$$E_n = -1.51 + 0.96 \Rightarrow E_n = -0.55 \text{ eV}$$

۴ تراز آن که انرژی آن -0.55 eV را به دست می‌آوریم:

$$E_n = -\frac{E_R}{n^2} \Rightarrow -0.55 = -\frac{13.6}{n^2} \Rightarrow n^2 = 25 \Rightarrow n = 5$$

۵ در رشته لیمان $n'=1$ طول موج‌های گسیلی فرابنفش هستند بنابراین در گذار الکترون از $n=5$ به ترازهای پایین‌تر نباید الکترون به تراز ۱ برود.

از طرفی گذارها مجاز $\Delta n \leq 2$ است. یعنی اختلاف عدد کوانتمی ترازها نباید بیشتر از ۲ باشد. بنابراین خواهیم داشت:

$$\text{گذارهای } \Delta n = 1 \text{ تا } n = 2 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \text{ سه نوع فوتون}$$

$$\text{گذارهای } \Delta n = 2 \text{ تا } n = 2 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \text{ دو نوع فوتون}$$

جمعاً ۵ نوع فوتون

نمای ۸

۳ فرض می‌کنیم الکترون، فوتون با انرژی 0.96eV را جذب می‌کند. در این صورت انرژی آن خواهد شد.

۴ انرژی 0.54eV را در رابطه انرژی الکترون در مدل اتمی بور قرار می‌دهیم. اگر عدد طبیعی به دست آمد جواب مسئله است و اگر n عدد طبیعی نشد یعنی الکترون این فوتون را جذب نمی‌کند.

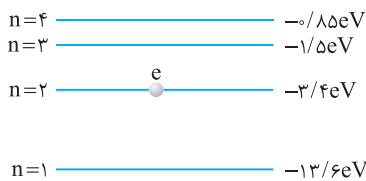
$$E_n = -\frac{E_R}{n^2} \Rightarrow -0.54 = -\frac{13}{5} \Rightarrow n^2 = 25 \Rightarrow n = 5$$

در نتیجه الکترون با جذب این فوتون به تراز $n=5$ می‌رود.

B ۲۳۴۶ ۴

۱ انرژی فوتون را به دست می‌آوریم.

۲ به انرژی ترازها دقت کنید. اختلاف انرژی هیچ دو تراز $1/5\text{eV}$ نمی‌شود. بنابراین بدون هیچ اتفاقی فوتون از اتم عبور می‌کند.



B ۲۳۴۷ ۳

خط فکری انرژی فوتون را به دست می‌آوریم، ابتدا فرض می‌کنیم که الکترون این انرژی را جذب می‌کند. بنابراین انرژی فوتون را با انرژی الکترون جمع می‌کنیم و انرژی الکترون را در رابطه $E_n = -\frac{E_R}{n^2}$ قرار می‌دهیم تا n را به دست بیاوریم. اگر n عدد طبیعی به دست آمد، حل مسئله تمام است و اگر عدد به دست آمده عدد صحیح نبود باید به گسیل القایی برویم و بررسی کنیم که آیا اختلاف انرژی ترازهای پایین‌تر با انرژی فوتون یکی است یا نه؟ اگر یکی بود، گسیل القایی رخ می‌دهد و الکترون در اثر تحریک (القا) فوتون به تراز پایین‌تر می‌رود و اگر یکی نبود، فوتون روی اتم تأثیری نخواهد داشت و اتفاقی رخ نمی‌دهد. این یک اتم فرضی بوده و الکترون در تراز $n=2$ دارای انرژی $E_2 = -2\text{eV}$ است.

۱ ابتدا انرژی فوتون تأیید شده به اتم را حساب می‌کنیم:

۲ حال فرض می‌کنیم که الکترون این فوتون را جذب می‌کند، در این صورت انرژی الکترون برابر خواهد شد با:

۳ اکنون باید بررسی کنیم آیا تراز $n=2$ با انرژی 0.5eV برای این الکترون وجود دارد یا نه؟

$$\begin{cases} E_n = -\frac{E_R}{n^2} \\ E_{n'} = -\frac{E_R}{n'^2} \end{cases} \Rightarrow \frac{E_n}{E_{n'}} = \frac{n'^2}{n^2} \Rightarrow \frac{-2}{-0.5} = \frac{n'^2}{n^2} \Rightarrow n'^2 = 4 \Rightarrow n' = 2$$

۴ برای $n'=2$ یک عدد طبیعی به دست آمده، بنابراین تراز $n'=2$ دارای انرژی 0.5eV بوده و الکترون با دریافت انرژی از تراز $n=2$ به تراز $n'=4$ می‌رود.

بازی با سؤال در یک اتم فرضی تک الکترون، الکترون در تراز $n=2$ دارای انرژی -3eV است. اگر به آن یک فوتون با طول موج 0.72 میکرومتر بتابانیم چه اتفاقی رخ می‌دهد؟ ($h = 4 \times 10^{-15} \text{eV}\cdot\text{s}$, $c = 3 \times 10^8 \text{m/s}$)

- الکترون با جذب انرژی فوتون به تراز $n=3$ می‌رود.
- اتفاقی رخ نمی‌دهد.
- الکترون با گسیل القایی به تراز $n=1$ می‌رود.
- الکترون با جذب انرژی فوتون به تراز $n=4$ می‌رود.

بازی با سؤال الکترونی در تراز E_7 است. اگر یک فوتون که انرژی آن برابر $E_7 - E_1$ است به آن بتابانیم، الکترون ممکن است با به تراز E_1 برود.

- گسیل خودبه‌خودی
- جذب خودبه‌خودی
- گسیل القایی
- جذب القایی

بازی با سؤال هرگاه الکترون در تراز E_U قرار داشته باشد چنانچه فوتونی با انرژی $E_U - E_L$ به اتم بتابانیم، در اثر گسیل القایی الکترون به تراز E_L می‌رود، بنابراین الکترونی که در تراز E_7 قرار دارد می‌تواند توسط فوتونی که انرژی آن $E_7 - E_1$ است تحریک شده و با گسیل القایی به تراز E_1 برود.

گزینه ۳

B ۲۳۴۲ ۲

شکل (الف) گسیل فوتون و یا گسیل خودبه‌خودی را نشان می‌دهد. شکل (ب) جذب فوتون توسط الکترون و گذار به تراز بالاتر را نشان می‌دهد. شکل (پ) وارونی جمعیت در عمل لیزر کردن را نشان می‌دهد. در شکل (ت) گسیل القایی که اساس کار لیزر است نشان داده شده است.

B ۲۳۴۳ ۱

خط فکری انرژی نور خروجی لیزر را در مدت 1s حساب می‌کنیم، انرژی هر فوتون را به دست می‌آوریم و تعداد فوتون‌های گسیل شده را در هر ثانیه به دست می‌آوریم. انرژی خروجی لیزر برابر است با:

$$P = \frac{E}{t} \Rightarrow E = Pt \xrightarrow{P=f \cdot \Delta W, t=1\text{s}} E = f \cdot \Delta W$$

۲ تعداد فوتون‌ها را به دست می‌آوریم.

$$E = nh \frac{c}{\lambda} \xrightarrow{\lambda = 660 \times 10^{-9} \text{m}, h = 6.6 \times 10^{-34} \text{J}\cdot\text{s}} f = \frac{E}{h} = \frac{3 \times 10^8}{6.6 \times 10^{-34}} \times \frac{3 \times 10^{-18}}{6.6 \times 10^{-9}} = \frac{4 \times 660 \times 10^{-9}}{6.6 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^{-18}} \Rightarrow n = 1.5 \times 10^9$$

B ۲۳۴۴ ۴

۱ انرژی الکترون در تراز $n=3$ را به دست می‌آوریم.

$$E_n = -\frac{E_R}{n^2} \Rightarrow E_3 = -\frac{E_R}{3^2} \Rightarrow E_3 = -\frac{E_R}{9}$$

۲ فرض می‌کنیم که الکترون بتواند این فوتون با انرژی $\frac{3}{36} E_R$ را جذب کرده و به ترازهای بالاتر برود.

$$E_n = E_3 + \frac{3E_R}{36} \Rightarrow E_n = -\frac{E_R}{9} + \frac{3E_R}{36} \Rightarrow E_n = -\frac{E_R}{36}$$

۳ شماره تراز n که در آن انرژی الکترون $-\frac{E_R}{36}$ است حساب می‌کنیم.

$$E_n = -\frac{E_R}{n^2} = -\frac{E_R}{36} \Rightarrow n = 6$$

بنابراین الکترون با جذب این فوتون به تراز $n=6$ گذار می‌کند.

B ۲۳۴۵ ۲

خط فکری انرژی فوتون را به دست می‌آوریم. انرژی الکترون در تراز $n=3$ را حساب می‌کنیم. یک بار فرض می‌کنیم که اگر الکترون این فوتون را جذب کند به کدام تراز بالاتر می‌رود. اگر برای این حالت پاسخی به دست آوردیم، حل مسئله تمام است. در غیر این صورت باید حالتی را فرض کنیم که این فوتون سبب گسیل القایی می‌شود یعنی الکترون از تراز $n=3$ به تراز پایین‌تر می‌رود.

۱ انرژی فوتون برابر است با:

$$E = hf \xrightarrow{f = 240 \text{THz} = 240 \times 10^{12} \text{Hz}} E = 4 \times 10^{-15} \times 240 \times 10^{12} \Rightarrow E = 0.96 \text{eV}$$

۲ انرژی الکترون در تراز $n=3$ را به دست می‌آوریم.

$$E_n = -\frac{E_R}{n^2} \xrightarrow{E_R = 12 \text{eV}} E_3 = -\frac{12}{3^2} \Rightarrow E_3 = -1.33 \text{eV}$$

پنجره تو در تو

۳ ۲۳۴۹ A

در پدیده فوتوالکتریک هر الکترون تنها با یک فوتون برهم کنش دارد و اگر بسامد نور فرودی (انرژی فوتون) از بسامد آستانه (حداقل انرژی لازم برای جداسازی الکترون) بیشتر باشد، الکترون از سطح فلز جدا شده و بخشی از انرژی فوتون به انرژی جنبشی فوتوالکتریکها تبدیل می‌شود. با افزایش شدت نور، تعداد فوتونها افزایش می‌یابد اما انرژی آنها ثابت می‌ماند. بنابراین افزایش شدت نور، تأثیر در انرژی جنبشی فوتوالکتریکها ندارد و گزینه (۱) درست است.

بسامد آستانه به جنس فلزی که نور بر آن می‌تابد بستگی دارد و گزینه (۲) درست است. با افزایش بسامد نور، انرژی فوتونها افزایش می‌یابد اما انرژی جنبشی فوتوالکتریکها به همان نسبت افزایش نمی‌یابد. یعنی اگر f دو برابر شود، K بیشتر از دو برابر خواهد شد و گزینه (۳) نادرست است.

بسامد آستانه یعنی حداقل بسامدی که با آن پدیده فوتوالکتریک رخ می‌دهد. بنابراین گزینه (۴) درست است.

نمای ۳ و ۲.۱

۴ ۲۳۴۹ B

با توجه به تعریف توان می‌توانیم بنویسیم:

$$P = \frac{E}{t} \Rightarrow E = Pt \quad (I)$$

بنا به رابطه اینشتین انرژی پرتوهای الکترومغناطیسی برابر است با:

$$E = \frac{nhc}{\lambda} \quad (II)$$

از رابطه (I) و (II) می‌توان نوشت:

$$Pt = n \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow n = \frac{Pt\lambda}{hc}$$

بنا به فرض مسئله تعداد فوتونها برابر است. از این‌رو:

$$n_A = n_B \Rightarrow \frac{P_A t_A \lambda_A}{hc} = \frac{P_B t_B \lambda_B}{hc} \quad P_B = 2P_A \text{ و } \lambda_B = 2\lambda_A \rightarrow$$

$$P_A t_A \lambda_A = 2P_A (t_B) 2\lambda_A \Rightarrow \frac{t_A}{t_B} = 4$$

نمای ۲

۲ ۲۳۴۹ B

بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکتریک برابر است با:

$$K_{\max} = hf - W_0 \quad f = \frac{c}{\lambda} \rightarrow 4/4 = 4 \times 10^{-15} \times \frac{c}{\lambda} - 2/8$$

$$4 \times 10^{-15} \times \frac{3 \times 10^8}{\lambda} = 1/6$$

$$\lambda = \frac{1/6 \times 10^{-15} \times 3 \times 10^8}{1/6} = \frac{1/2}{1/6} \mu\text{m} = \frac{3}{4} \mu\text{m}$$

نمای ۳

۲ ۲۳۴۹ B

بنا به فرض مسئله طول موج نور تابیده شده ۲۰ درصد طول موج آستانه است:

۲۰ درصد

$$\lambda = \frac{20}{100} \lambda_0 \Rightarrow \lambda = \frac{1}{5} \lambda_0$$

بیشینه انرژی جنبشی از رابطه $K_{\max} = hf - W_0$ به دست می‌آید:

$$K_{\max} = \frac{hc}{\lambda} - \frac{hc}{\lambda_0} \quad \lambda = \frac{\lambda_0}{5} \rightarrow f = \frac{5hc}{\lambda_0} - \frac{hc}{\lambda_0}$$

$$f = \frac{4hc}{\lambda_0} \quad hc = 1200 \text{ eV} \cdot \text{nm} \rightarrow f = \frac{4 \times 1200}{\lambda_0} \Rightarrow \lambda_0 = 1200 \text{ nm} = 1200 \times 10^{-9} \text{ m}$$

با توجه به رابطه $\lambda = \frac{c}{f}$ بسامد آستانه را به دست می‌آوریم:

$$\lambda_0 = \frac{c}{f} \Rightarrow 1200 \times 10^{-9} = \frac{3 \times 10^8}{f} \Rightarrow f = \frac{10^7}{4} = \frac{10^5}{4} = 2/5 \times 10^{14} \text{ Hz} \quad (T=10^{12})$$

$$f = 2/5 \times 10^{14} \text{ THz} = 25 \cdot \text{THz}$$

نمای ۳

۱ پاسخ انرژی فوتون را حساب می‌کنیم.

$$E = h \frac{c}{\lambda} \Rightarrow E = 4 \times 10^{-15} \times \frac{3 \times 10^8}{0.72 \times 10^{-6}} \Rightarrow E = \frac{1/2}{0.72} = 1/2$$

$$\Rightarrow E = \frac{1}{6} \text{ eV} \Rightarrow E = \frac{5}{3} \text{ eV}$$

۲ حال فرض می‌کنیم این فوتون توسط الکترون جذب شود. انرژی الکترون پس از جذب فوتون برابر می‌شود با:

$$E_{n'} = -3 + \frac{5}{3} \Rightarrow E_{n'} = -\frac{4}{3} \text{ eV}$$

اکنون بررسی می‌کنیم، آیا تراز با این انرژی وجود دارد یا نه؟

$$\frac{-E_R}{E_{n'}} = \frac{-4}{-3} \Rightarrow \frac{4}{3} = \frac{(2)^2}{n'^2} \Rightarrow n' = 3$$

بنابراین الکترون با دریافت انرژی فوتون از تراز $n=2$ به تراز $n'=3$ برانگیخته می‌شود.

۳ ۲۳۴۸ C

۱ ابتدا انرژی فوتون را به دست می‌آوریم:

$$E = hf \Rightarrow E = 4 \times 10^{-15} \times 2/25 \times 10^{15} \Rightarrow E = 9 \text{ eV}$$

۲ اگر الکترون این فوتون را جذب کند انرژی آن برابر $-3+9=+6 \text{ eV}$ می‌شود در حالی که در ترازهای اتمی، انرژی الکترون منفی بوده، بنابراین فوتون برای رفتن به ترازهای بالاتر این فوتون را جذب نمی‌کند و گزینه‌های (۱) و (۴) نادرست هستند.

۳ فرض می‌کنیم که الکترون با گسیل یک فوتون با انرژی 9 eV به تراز پایین‌تر برود. در این صورت انرژی الکترون در تراز پایین‌تر برابر $-3-9=-12 \text{ eV}$ خواهد شد.

۴ اکنون باید بررسی کرد که انرژی الکترون در تراز $n'=1$ چند الکترون - ولت است:

$$\frac{-E_R}{E_{n'}} = \frac{-E_1}{E_2} \Rightarrow \frac{E_1}{E_2} = \frac{2^2}{1^2} \Rightarrow \frac{E_1}{-3} = 4 \Rightarrow E_1 = -12 \text{ eV}$$

۵ در این صورت الکترون تحت تأثیر فوتون، گسیل القایی انجام داده و به تراز پایه $n'=1$ می‌رود.

در واقع انرژی فوتون 9 eV برابر اختلاف انرژی ترازهای $n=2$ و $n'=1$ بوده و وقتی فوتون به این اتم می‌تابد سبب تحریک (القا) الکترون شده و الکترون با گسیل القایی از تراز ۲ به تراز ۱ رفته و یک فوتون با انرژی 9 eV علاوه بر فوتون ورودی، ایجاد می‌کند.

۲ ۲۳۴۹ C

۱ ابتدا انرژی فوتون را به دست می‌آوریم:

$$E = hf = 4 \times 10^{-15} \times 6 \times 10^{14} \Rightarrow E = 2/4 \text{ eV}$$

۲ اگر الکترون این فوتون را جذب کند، انرژی آن برابر $-1/5 + 2/4 = 0/9 \text{ eV}$ می‌گردد. می‌دانیم انرژی الکترون در ترازهای اتمی منفی است و الکترون این فوتون را جذب نمی‌کند و به ترازهای بالاتر اتمی نمی‌رود، بنابراین گزینه (۱) نادرست است.

۳ اگر الکترون تحت تأثیر این فوتون، گسیل القایی انجام دهد، با گسیل یک فوتون با انرژی $2/4 \text{ eV}$ به تراز پایین می‌رود و انرژی الکترون در تراز پایین‌تر برابر $-1/5 - 2/4 = -3/4 \text{ eV}$ می‌شود.

۴ اکنون باید مشخص کرد که تراز با این انرژی وجود دارد یا نه:

$$\frac{-E_R}{E_{n'}} = \frac{-E_1}{E_2} \Rightarrow \frac{E_1}{E_2} = \frac{n'^2}{n^2} \Rightarrow \frac{-3/4}{-1/5} = \frac{n'^2}{n^2} \Rightarrow n'^2 = 3/4 \times 5 = 3/4 \times 5$$

کاملاً مشخص است که n' عدد طبیعی نیست بنابراین گسیل القایی نیز رخ نمی‌دهد و گزینه‌های (۳) و (۴) نادرست هستند. در نتیجه با تاباندن این فوتون اتفاقی رخ نمی‌دهد و فوتون هیچ‌گونه تأثیری بر این اتم نخواهد داشت.

در رابطه بالمر - ریذبرگ طول موج $\frac{1600}{15} \text{ nm}$ را قرار می‌دهیم:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n'^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\frac{1600}{15}} = \frac{1}{16} \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n'^2} \right) \Rightarrow \frac{15}{16} = \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n'^2} \right)$$

$$\Rightarrow 1 - \frac{1}{16} = \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n'^2} \right) \Rightarrow n=4, n'=1$$

دقت کنید عدد $\frac{15}{16}$ تفاضل $1 - \frac{1}{16}$ است. بنابراین اگر به جای $n'=1$ و به جای

نمای ۶ $n=4$ قرار دهیم، عدد $\frac{15}{16}$ به دست می‌آید.

۱ ۲۳۴۹ A

طول موج 72 nm طول موج مرئی است. از طرفی $n'=2$ یعنی طول موج گسیلی مربوط به رشته بالمر است. برای به دست آوردن n از رابطه ریذبرگ استفاده می‌کنیم:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n'^2} \right) \xrightarrow[\lambda=72 \text{ nm}, n'=2]{R=1.097 \times 10^7 \text{ m}^{-1}} \frac{1}{72} = 1.097 \times 10^7 \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{2^2} \right) \Rightarrow n=3$$

نمای ۶

۳ ۲۳۴۹ B

۹ یادآوری! با توجه به مدل اتمی بور هرگاه الکترون از یک حالت مانا با انرژی E_U به حالت مانای دیگری با انرژی پایین‌تر E_L برود، اختلاف انرژی دو تراز را به صورت یک فوتون گسیل می‌کند. $(E_U - E_L = hf)$

خط فکری! در حل این مسئله شما باید ابتدا به کمک مدل اتمی بور، یک رابطه بین طول موج و شماره مدارها (عدد کوانتومی مدارها) پیدا کنید و رابطه به دست آمده را با رابطه ریذبرگ - بالمر مقایسه کنید و رابطه‌ای بین E_R و R به دست آورید.

در مدل اتمی بور انرژی الکترون در تراز با عدد کوانتومی n برابر $E_n = \frac{-E_R}{n^2}$ است.

اکنون به جای E_U و E_L مقادیر آنها را قرار می‌دهیم:

$$E_U - E_L = hf \Rightarrow \frac{-E_R}{n_U^2} - \left(\frac{-E_R}{n_L^2} \right) = hf$$

$$hf = \frac{E_R}{n_L^2} - \frac{E_R}{n_U^2} \Rightarrow hf = E_R \left(\frac{1}{n_L^2} - \frac{1}{n_U^2} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{hc}{\lambda} = E_R \left(\frac{1}{n_L^2} - \frac{1}{n_U^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{E_R}{hc} \left(\frac{1}{n_L^2} - \frac{1}{n_U^2} \right) \quad (I)$$

رابطه (I) را با رابطه ریذبرگ - بالمر $\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n'^2} \right)$ مقایسه می‌کنیم. از این‌رو

$$R = \frac{E_R}{hc} \Rightarrow \frac{E_R}{R} = hc$$

خواهیم داشت:

نمای ۸

۱ ۲۳۴۹ B

۱۰ انرژی الکترون در مدل اتمی بور، در مدار با عدد کوانتومی n از رابطه

$$E_n = \frac{-E_R}{n^2}$$

به دست می‌آید. با توجه به این مطلب عدد کوانتومی مدارهایی را که انرژی الکترون در آنها -0.85 eV و $-3/4 \text{ eV}$ است، به دست می‌آوریم.

$$E_n = \frac{-E_R}{n^2} \Rightarrow \begin{cases} -0.85 = \frac{-13.6}{n^2} \Rightarrow n^2 = 16 \Rightarrow n=4 \\ -3/4 = \frac{-13.6}{n'^2} \Rightarrow n'^2 = 4 \Rightarrow n'=2 \end{cases}$$

۲ شعاع مدار الکترون به گرد هسته بنا به مدل اتمی بور خواهد بود:

$$r_n = n^2 a_0 \Rightarrow \begin{cases} r_f = 16 a_0 \\ r_f = 4 a_0 \end{cases} \Rightarrow \frac{r_f}{r_f} = \frac{1}{4}$$

نمای ۸

۳ ۲۳۴۹ B

۵ خط فکری! بنا به نظریه اینشتین انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها در اثر فوتوالکتریک برابر $K_m = hf - W_0$ است.

۱ بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها در حالت اول $6/4 \times 10^{-19} \text{ J}$ است که

$$K_M = \frac{6/4 \times 10^{-19}}{1/6 \times 10^{-19}} \Rightarrow K_M = 4 \text{ eV}$$

آن را بر حسب eV بیان می‌کنیم.

۲ در حالت دوم که طول موج نور فرودی بر فلز دو برابر شده (2λ) ، بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها، ۷۵٪ کاهش یافته بنابراین:

$$K'_m = K_m - \frac{75}{100} K_m = \frac{25}{100} K_m \Rightarrow K'_m = \frac{1}{4} \times 4 \text{ eV} \Rightarrow K'_m = 1 \text{ eV}$$

۳ رابطه فوتوالکتریک را برای هر دو حالت می‌نویسیم:

$$K_m = \frac{hc}{\lambda} - W_0 \Rightarrow \begin{cases} \text{حالت اول: } 4 = \frac{hc}{\lambda} - W_0 \\ \text{حالت دوم: } 1 = \frac{hc}{2\lambda} - W_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4 + W_0 = \frac{hc}{\lambda} \\ 1 + W_0 = \frac{hc}{2\lambda} \end{cases}$$

۴ دو رابطه را بر هم تقسیم می‌کنیم تا λ حذف شده و تنها مجهول W_0 باشد:

$$\frac{4 + W_0}{1 + W_0} = \frac{hc}{2\lambda} \Rightarrow \frac{4 + W_0}{1 + W_0} = 2 \Rightarrow 4 + W_0 = 2 + 2W_0 \Rightarrow W_0 = 2 \text{ eV}$$

۵ با توجه به فرض مسئله و اینکه تندی نور در خلأ $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$ است، خواهیم خواهیم داشت:

$$hc = 1200 \text{ eV nm} \Rightarrow h = \frac{1200}{3 \times 10^9} = 4 \times 10^{-15} \text{ eV s}$$

تبدیل به نانومتر

۶ اکنون بسامد آستانه را می‌توان حساب کرد.

$$W_0 = hf_0 \Rightarrow 2 = 4 \times 10^{-15} f_0 \Rightarrow f_0 = 0.5 \times 10^{15} \text{ Hz}$$

$$f_0 = 0.5 \times 10^{15} \text{ Hz} \times \frac{1 \text{ THz}}{10^{12} \text{ Hz}} \Rightarrow f_0 = 0.5 \text{ THz}$$

ضریب تبدیل

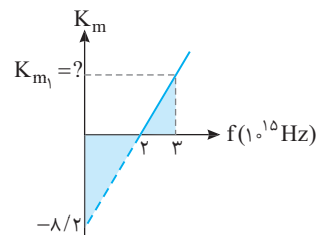
نمای ۳

۴ ۲۳۴۹ B

۶ در پدیده فوتوالکتریک ولتاژ متوقف کننده برابر $K_m = hf - W_0$ بوده که در آن

$-W_0$ ، عرض از مبدأ است، بنابراین در این نمودار عرض از مبدأ بر حسب الکترون - ولت برابر $4/2$ می‌باشد. با توجه به تشابه دو مثلث رنگی روی شکل می‌توان نوشت:

$$\frac{K_{m1}}{8/2} = \frac{1}{2} \Rightarrow K_{m1} = 4/1 \text{ eV}$$



نمای ۴

۴ ۲۳۴۹ A

۷ خط فکری! در حل این مسائل راه‌حلی که مستقیماً به شما اعداد n و n' را بدهد، وجود ندارد. شما باید رابطه ریذبرگ را نوشته، آن قدر آن را ساده کنید تا بتوانید در مورد n و n' حدس دقیق بزنید. به حل دقت کنید.

B ۱ ۲۳۴۹

۱۱ از رابطه انرژی الکترون در مدل اتمی بور برای اتم هیدروژن عدد کوانتومی n را به دست می آوریم:

$$E_n = -\frac{E_R}{n^2} \quad E_n = -\frac{1}{9}E_R \rightarrow -\frac{1}{9}E_R = -\frac{E_R}{n^2} \Rightarrow n=3$$

اکنون به کمک رابطه بالمر - ریذبرگ n' را به دست می آوریم:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \xrightarrow{\lambda = 900 \text{ nm}} \frac{1}{900} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{9} \right) \Rightarrow \frac{1}{9} = \frac{1}{n'^2} - \frac{1}{9}$$

$$\Rightarrow n' = 1$$

نمای ۸

B ۲ ۲۳۴۹

۱۲ کمینته بسامد گسیلی یعنی بلندترین طول موج $(\lambda = \frac{c}{f})$. بلندترین طول

موج در رشته لیمان هنگام گذار الکترون از تراز $n=2$ به تراز $n'=1$ گسیل می شود. به کمک رابطه ریذبرگ - طول موج را حساب می کنیم:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda_{\max L}} = R \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right) \Rightarrow \lambda_{\max L} = \frac{4}{3R}$$

$$f_{\min L} = \frac{c}{\lambda_{\max L}} = \frac{c}{\frac{4}{3R}} \Rightarrow f_{\min L} = \frac{3Rc}{4}$$

۲ بیشینه بسامد گسیلی یعنی کوتاهترین طول موج $(\lambda = \frac{c}{f})$. کوتاهترین طول

موج در رشته براکت هنگام گذار الکترون از تراز $n=\infty$ به تراز $n'=4$ گسیل می شود. طول موج گسیلی را به دست می آوریم:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda_{\min B}} = R \left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{\infty} \right) \Rightarrow \lambda_{\min B} = \frac{16}{R}$$

$$f_{\max B} = \frac{c}{\lambda_{\min B}} = \frac{c}{\frac{16}{R}} \Rightarrow f_{\max B} = \frac{Rc}{16}$$

۳ نسبت بسامدها خواهد شد:

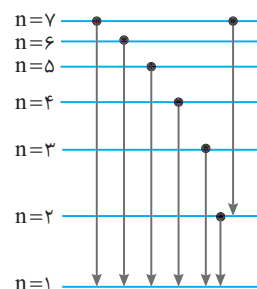
$$\frac{f_{\min L}}{f_{\max B}} = \frac{\frac{3Rc}{4}}{\frac{Rc}{16}} \Rightarrow \frac{f_{\min L}}{f_{\max B}} = 12$$

نمای ۶

B ۲ ۲۳۴۹

۱۳ در رشته های گسیلی هیدروژن تمام طول موج های رشته لیمان ($n'=1$) فرابنفش

هستند و در رشته بالمر در گذار الکترون از تراز $n=7$ به تراز $n'=2$ طول موج گسیلی در ناحیه فرابنفش است. بنابراین باید الکترون در تراز با عدد کوانتومی $n=7$ باشد تا ۶ گذار از ترازهای ۷، ۶، ۵، ۴، ۳، ۲ به تراز $n'=1$ و یک گذار از تراز $n=7$ به تراز $n'=2$ صورت بگیرد و جمعاً ۷ فوتون با طول موج های مختلف گسیل شود.



نمای ۸

A ۳ ۲۳۴۹

۱۴ در گسیل القایی در لیزر، انرژی فوتون ورودی دقیقاً با اختلاف انرژی تراز پایه و حالت برانگیخته برابر است و گزینه (۳) درست است.

نمای ۱۰

A ۲ ۲۳۴۹

۱۵ خطوط فرانیهوفر خطوط تاریک جذبی هستند که در طیف نما در طیف خورشید دیده می شوند و مربوط به طول موج های جذب شده توسط عناصر موجود در جو خورشید و جو زمین هستند. بنابراین گزینه (۱) نادرست است.

طیف گسیلی و جذبی هر عنصر که به آن طیف اتمی می گویند، منحصر به فرد است و گزینه (۲) درست است.

طیف اتمی توسط لامپ های حاوی بخار رقیق عنصر گسیل می شود و گزینه (۳) نادرست است. گسیل نور توسط اتم هنگامی صورت می گیرد که الکترون برانگیخته از تراز انرژی بالاتر به تراز انرژی پایین تر جهش کند و گزینه (۴) نادرست است.

نمای ۹

فصل ششم

آشنایی با فیزیک هسته‌ای



پنجره ۱

۴ ۲۳۵۰ A

برای یک عنصر با نماد شیمیایی X ، نماد هسته به صورت ${}^A_Z X_N$ است که Z عدد اتمی (تعداد پروتون)، N تعداد نوترون و A عدد جرمی است، اما مشخص کردن N ضروری نیست و با توجه به رابطه $A = Z + N$ می‌توان با مشخص بودن عدد جرمی و عدد اتمی تعداد نوترون را به دست آورد. همچنین می‌توان برای خلاصه نشان دادن نماد شیمیایی عدد اتمی (Z) را نیز نشان داد، چون نماد شیمیایی عنصر نشان‌دهنده مقدار Z نیز می‌باشد، برای مثال با نوشتن Al می‌فهمیم که این عنصر آلومینیوم می‌باشد که عدد اتمی آن همواره ۱۳ است، بنابراین هر سه شکل نوشته شده در گزینه‌ها درست‌اند اما نماد گزینه‌های (۲) و (۳) خلاصه‌تر هستند.

۲ ۲۳۵۱ A

ابعاد هسته اتم حدود $10^{-15} m$ (یک فمتومتر یا یک فرمی) و ابعاد اتم حدود 10^{-10} متر (یک آنگستروم) است.

۳ ۲۳۵۲ A

برای نمایش یک عنصر از نماد ${}^A_Z X$ استفاده می‌شود که Z عدد اتمی عنصر و برابر با تعداد پروتون‌ها است و A عدد جرمی که برابر با مجموع پروتون‌ها و نوترون‌های درون هسته می‌باشد. بنابراین در ${}^{25}_{17} Cl$ ، عدد ۱۷ تعداد پروتون‌های درون هسته است.

بازی با سؤال: هسته اتم آهن ${}^{56}_{26} Fe$ چند نوکلئون دارد؟

(۱) ۳۰ (۲) ۵۶ (۳) ۲۶ (۴) ۱۵

پایسج یادآوری: به پروتون و نوترون، نوکلئون گویند و مجموع نوکلئون‌های هسته را عدد جرمی (A) می‌نامند.

در ${}^{56}_{26} Fe$ تعداد نوکلئون ۵۶ است.

۳ ۲۳۵۳ A

در نمادنویسی عنصر ${}^A_Z X_N$ ، N تعداد نوترون‌هاست. بنابراین تعداد نوترون‌های هسته ${}^{24}_{11} X$ برابر ۱۳ واحد است.

با توجه به فرض مسئله، اختلاف تعداد پروتون‌ها و نوترون‌ها ۳ است و در هسته‌ها تعداد نوترون‌ها از تعداد پروتون‌ها بیشتر است، بنابراین:

$$N - Z = 3 \Rightarrow 24 - Z = 3 \Rightarrow Z = 21$$

عدد جرمی برابر مجموع پروتون‌ها و نوترون‌ها است:

$$A = Z + N \Rightarrow A = 21 + 24 \Rightarrow A = 45$$

۳ ۲۳۵۴ A

یادآوری: بار الکتریکی همواره مضرب درستی از بار پایه $e = 1/6 \times 10^{-19} C$ است. ($Q = ne$)

بار مثبت هسته Q است، بنابراین تعداد پروتون‌های هسته خواهد شد:

$$Q = ne \Rightarrow n = \frac{Q}{e}$$

۲ ۲۳۵۵ B

تعداد پروتون‌های هسته را به کمک بار الکتریکی هسته حساب می‌کنیم.

$$Q = Ze \Rightarrow 6/22 \times 10^{-18} = Z \times 1/6 \times 10^{-19} \Rightarrow Z = \frac{6/22 \times 10^{-18}}{1/6 \times 10^{-19}} \Rightarrow Z = 42$$

با توجه به فرض مسئله $\frac{N}{Z} = \frac{9}{7}$ بوده، بنابراین:

$$\frac{N}{42} = \frac{9}{7} \Rightarrow N = 54$$

عدد جرمی مجموع عدد اتمی (Z) و عدد نوترونی (N) است.

$$A = Z + N \Rightarrow A = 42 + 54 \Rightarrow A = 96$$

۴ ۲۳۵۶ A

در واکنش‌های هسته‌ای، با تبدیل جرم به انرژی سر و کار داریم که مقدار این جرم بسیار کوچک است، به همین دلیل در فیزیک هسته‌ای به جای یکای کیلوگرم از یکای جرم اتمی استفاده می‌شود که عبارت است از $\frac{1}{12}$ جرم اتم کربن ۱۲ و جرم هر اتم کربن ۱۲ را برابر $12/000000000 u$ در نظر می‌گیرند.

۳ ۲۳۵۷ A

تکنه: تعداد ذرات در کیسول از هر ماده برابر $N_A = 6/022 \times 10^{23}$ است که به آن عدد آوآگادرو گویند.

یکای جرم اتمی ($1u$ یا $1amu$) برابر $\frac{1}{12}$ جرم اتم کربن ۱۲ است. جرم مولی کربن

${}^{12}C$ برابر ۱۲g بوده، یعنی جرم $6/022 \times 10^{23}$ اتم کربن ۱۲g است. بنابراین $\frac{1}{12}$

$$1u = \frac{1}{12} \times \left(\frac{12}{1000} \right) \left(\frac{1}{6/022 \times 10^{23}} \right) = 1/66 \times 10^{-27} kg$$

این تست را با مراجعه به گزینه‌ها نیز می‌توان پاسخ داد: گزینه (۴) عدد بسیار بزرگی است، بنابراین نادرست است. گزینه (۱) نیز برای یکای جرم اتمی عدد بزرگی است، بنابراین نادرست است. گزینه (۲) نیز بار الکتریکی الکترون و از طرفی ضریب تبدیل یکای انرژی الکترون - ولت به ژول است.

۲ ۲۳۵۸ A

یادآوری: اتم‌ها با تعداد پروتون یکسان و تعداد نوترون‌های مختلف را ایزوتوپ (هم‌مکان) می‌نامند، زیرا همگی در جدول مندلیف یک خانه را اشغال می‌کنند.

ایزوتوپ‌ها به دلیل داشتن ساختار ترازهای الکترونی یکسان دارای خواص شیمیایی یکسان می‌باشند و ایزوتوپ‌ها دارای تعداد نوکلئون متفاوت هستند بنابراین هسته‌های متفاوت داشته و انرژی بستگی هسته آن‌ها یکسان نخواهد بود و گزینه (۲) نادرست بوده و جواب تست است. بار هسته ایزوتوپ‌ها یکسان و تعداد نوکلئون‌هایشان متفاوت است، بنابراین گزینه‌های (۳) و (۴) درست هستند.

۲ ۲۳۵۹ A

عناصری که دارای عدد اتمی یکسان هستند ایزوتوپ یک عنصر بوده و دارای تعداد الکترون‌های یکسان می‌باشند، از این‌رو رفتار شیمیایی یکسانی دارند، در سه مورد ${}^{59}_{26} Z$ و ${}^{61}_{26} X$ و ${}^{61}_{27} Y$ ، دو مورد ${}^{59}_{26} Z$ و ${}^{61}_{26} X$ ایزوتوپ یک عنصر بوده و دارای خواص شیمیایی یکسانی هستند. اما چون تعداد نوترون‌های آن‌ها متفاوت است دارای رفتار هسته‌ای متفاوت هستند. بنابراین گزینه (۲) درست است.

۳ ۲۳۶۰ A

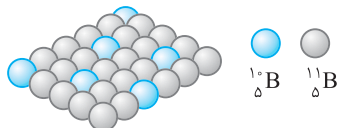
اتم هر عنصر دارای تعداد مشخصی الکترون است، به‌طور مثال اتم اکسیژن دارای ۸ الکترون است و یا اتم اورانیم دارای ۹۲ الکترون است. اما هر عنصر ممکن است ایزوتوپ‌های مختلفی داشته باشد؛ همین امر سبب می‌گردد که تعداد هسته‌های موجود در طبیعت از تعداد اتم‌های موجود در طبیعت بیشتر باشد.

۴ ۲۳۶۱ B

تکنه: جرم اتمی درج شده در جدول تناوبی عناصر، میانگین جرم‌های اتمی ایزوتوپ‌های مختلف هر عنصر است.

با توجه به درصد فراوانی ایزوتوپ‌های ${}^{10}_5 B$ و ${}^{11}_5 B$ ، جرم اتمی بور را حساب می‌کنیم. به شکل دقت کنید. از ۳۰ اتم بور ۶ اتم آن ${}^{10}_5 B$ و ۲۴ اتم آن ${}^{11}_5 B$ است بنابراین:

$$\frac{6 \times (10) + 24 \times (11)}{30} = 10/8g$$



بازی با سوال - کدام گزینه در مورد نسبت تعداد نوترون به پروتون ($\frac{N}{Z}$)

هسته‌های پایدار درست است؟

- (۱) برای هسته‌های پایدار سنگین بیشتر از هسته‌های سبک است.
 - (۲) برای هسته‌های پایدار سبک بیشینه از هسته‌های سنگین است.
 - (۳) برای همه هسته‌های پایدار تقریباً مساوی است.
 - (۴) این نسبت به سنگین یا سبک بودن هسته‌های پایدار بستگی ندارد.
- پاسخ** در هسته عناصر در جدول تناوبی، عناصر تا $Z=30$ را عناصر سبک گویند که در آن‌ها $\frac{N}{Z} \approx 1$ و هسته‌های سنگین به عنصرهایی مانند اورانیم، رادیم و غیره در انتهای جدول می‌گویند که نسبت $\frac{N}{Z}$ آن‌ها حدود ۱/۵ است.

گزینه ۱

بنابراین گزینه (۱) درست است.

A ۲۳۶۸ ۳

محدوده عدد اتمی عنصرهای موجود در طبیعت از $Z=1$ برای هیدروژن تا $Z=92$ برای اورانیم می‌باشد و گزینه (۱) درست است. سنگین‌ترین عنصر پایدار بیسموت است ($Z=83$) و هسته‌های بعد از آن ناپایدار هستند و گزینه (۲) درست است. از عناصر ناپایدار با $Z > 83$ تنها توریم ($Z=90$) و اورانیم ($Z=92$) در طبیعت یافت می‌شوند و گزینه (۳) نادرست است. هرچه هسته بزرگ‌تر می‌شود (Z افزایش می‌یابد) تعداد نوترون‌ها به گونه‌ای افزایش می‌یابد که نسبت $\frac{N}{Z}$ زیاد می‌شود و گزینه (۴) درست است.

A ۲۳۶۹ ۲

بیسموت با عدد اتمی ۸۳ سنگین‌ترین هسته پایدار است. اما عنصری که دارای بیشترین عدد اتمی، بیشترین نوترون و سنگین‌ترین هسته است، ایزوتوپ ${}^{238}_{92}\text{U}$ می‌باشد.

A ۲۳۷۰ ۳

ویژگی‌های هر اتم توسط تعداد الکترون‌های آن مشخص می‌شود و گزاره (الف) درست است. ویژگی‌های هسته هر اتم را تعداد نوترون‌ها و پروتون‌های آن مشخص می‌کند و گزاره (ب) نادرست است.

یادداشت ریاضی در صفحه xOy ، جمع مختصات $(x+y)$ تمام نقطه‌های روی خط عمود بر نیمساز عدد ثابتی است. به‌طور مثال اگر از A به B برویم به همان اندازه که x زیاد می‌شود، y کم شده و $x+y$ ثابت می‌ماند.

در نمودار $Z-N$ خط عمود بر نیمساز مشخص‌کننده عناصر با عدد جرمی یکسان است و گزاره (پ) درست است.

در نمودار $Z-N$ ، ایزوتوپ‌های یک عنصر بر خط عمود بر محور Z واقع شده‌اند. مطابق شکل روبه‌رو اگر بر محور Z برای $Z=1$ خطی عمود کنیم تمام ایزوتوپ‌هایی که دارای یک پروتون هستند مانند هیدروژن، دوتریم، تریتم و ... مشخص می‌شوند. یعنی هرگاه عمودی بر محور Z رسم کنیم، به تعداد نقاطی که روی این خط قرار می‌گیرد آن عنصر دارای ایزوتوپ است و گزاره (ت) درست است.

در نتیجه ۳ گزاره از ۴ گزاره درست است.

بازی با سوال در شکل روبه‌رو نمودار عدد اتمی برحسب عدد نوترونی رسم شده است. عنصرهای روی کدام خط دارای عدد جرمی یکسان هستند؟

(۱) a (۲) b (۳) c (۴) d

C ۲۳۶۲ ۴

عنصر دارای ۹ ایزوتوپ است و سنگین‌ترین ایزوتوپ A_ZX است. ایزوتوپ‌ها دارای عدد اتمی یکسان و عدد جرمی متفاوت (تعداد نوترون‌های متفاوت) هستند. حال فرض کنید ایزوتوپ‌ها به گونه‌ای هستند که هر ایزوتوپ با دیگری یک نوترون اختلاف داشته باشد. در این صورت عدد جرمی ایزوتوپ‌ها به‌صورت زیر است:

$$\underbrace{{}^A_ZX, {}^{A-1}_ZX, {}^{A-2}_ZX, {}^{A-3}_ZX, \dots, {}^{A-8}_ZX}_{\text{۹ ایزوتوپ}}$$

بنابراین سبک‌ترین ایزوتوپ نمی‌تواند دارای عدد جرمی $A-7$ باشد. حال اگر هر ایزوتوپ با ایزوتوپ دیگر ۲ نوترون تفاوت داشته باشد، سبک‌ترین ایزوتوپ خواهد شد.

$$\underbrace{{}^A_ZX, {}^{A-2}_ZX, {}^{A-4}_ZX, {}^{A-6}_ZX, \dots, {}^{A-16}_ZX}_{\text{۹ ایزوتوپ}}$$

مشاهده می‌کنید که هرچه تفاوت نوترون‌ها در دو ایزوتوپ بیشتر شود، سبک‌ترین ایزوتوپ از A_ZX سبک‌تر خواهد شد.

A ۲۳۶۳ ۴

نیروی هسته‌ای در مقایسه با نیروی کولنی نیروی بسیار قوی‌تر است اما بُرد نیروی هسته‌ای کوتاه است و در ابعاد هسته اتم (10^{-15}m) عمل می‌کند. پس گزینه (۴) درست است.

بازی با سوال - نیروهای هسته‌ای و هستند و با

- افزایش تعداد پروتون‌ها در هسته، نقش نیروی بارزتر می‌شود.
- (۱) قوی - کوتاه‌برد - کولنی
 - (۲) قوی - دوربرد - هسته‌ای
 - (۳) ضعیف - کوتاه‌برد - کولنی
 - (۴) ضعیف - کوتاه‌برد - هسته‌ای

پاسخ نیروهای هسته‌ای بین نوکلئون‌ها نسبت به نیروی دافعه کولنی بین پروتون‌ها در هسته بسیار قوی‌تر بوده، از این رو آن را نیروی هسته‌ای قوی گویند. اما نیروی هسته‌ای کوتاه‌برد است و در هسته‌های سنگین که تعداد پروتون‌ها و نوترون‌ها زیاد شده و ابعاد هسته بزرگ می‌شود، نیروی دافعه کولنی نقش پررنگ‌تری خواهد داشت.

A ۲۳۶۴ ۴

نیروی هسته‌ای یک نیروی ریاضی بین نوکلئون‌های مجاور در هسته است. این نیرو کوتاه‌برد بوده و نسبت به نیروی الکتریکی رانشی پروتون‌ها بسیار قوی‌تر است، به همین علت آن را نیروی هسته‌ای قوی گویند.

A ۲۳۶۵ ۱

نیروی هسته‌ای یک نیروی کوتاه‌برد و ریاضی بین نوکلئون‌های هسته است. یعنی دو پروتون و یا دو نوترون و یا یک نوترون و یک پروتون همدیگر را با نیروی هسته‌ای می‌ریابند و این نیرو در فواصل یکسان برای همه حالت‌های بیان شده یکسان است.

بازی با سوال - نیروی هسته‌ای در فاصله یکسان بین کدام دو ذره بیشتر

از مابقی است؟

- (۱) پروتون - پروتون
- (۲) پروتون - نوترون
- (۳) نوترون - نوترون
- (۴) هر سه نیروی هسته‌ای یکسانی دارند.

پاسخ نیروی هسته‌ای مستقل از بار ذره است، در واقع نیروی هسته‌ای بین دو پروتون و یک پروتون - یک نوترون با هم برابر است.

A ۲۳۶۶ ۳

نیروی هسته‌ای، قوی اما کوتاه‌برد است. به همین علت وقتی هسته سنگین و ابعاد آن بزرگ است، نیروی هسته‌ای بین نوکلئون‌های دور از هم بسیار ناچیز اما نیروی دافعه کولنی بین پروتون‌ها همچنان باقی و قابل ملاحظه است که سبب ناپایداری هسته‌های سنگین می‌شود، به همین علت ابعاد هسته‌های پایدار دارای یک حد است.

A ۲۳۶۷ ۲

وقتی تعداد پروتون‌های درون هسته افزایش یابد، اگر هسته بخواهد پایدار بماند باید تعداد نوترون‌های درون هسته نیز افزایش یابد. البته هرچه هسته سنگین‌تر می‌شود افزایش تعداد نوترون‌ها از افزایش تعداد پروتون‌ها بیشتر است و نسبت $\frac{N}{Z}$ افزایش می‌یابد.



۴ عنصر C و عنصر A با توجه به نمودار دارای عدد نوترونی برابر هستند و عدد نوترونی C خواهد شد:

$$N_C = N_A = 25$$

۵ عدد جرمی C را حساب می‌کنیم:

$$A_C = N_C + Z_C \Rightarrow A_C = 25 + 20 = 45$$

$${}^A_C C \Rightarrow {}^{45}_{20} C$$

۶ اکنون نماد عنصر C را می‌نویسیم:

B ۴ ۲۳۷۵

۱ به کمک بار هسته می‌توان تعداد پروتون‌های هسته (عدد اتمی) عنصر M را به دست آورد.

$$Q = Ze \Rightarrow 1/28 \times 10^{-18} = Z_M (1/6 \times 10^{-19}) \Rightarrow Z_M = 8$$

۲ عنصر M روی نیمساز قرار دارد، بنابراین تعداد پروتون‌ها و نوترون‌های آن یکسان است از این رو:

$$N_M = Z_M = 8$$

۳ عدد جرمی عنصر M خواهد شد:

$$A_M = Z_M + N_M = 8 + 8 \Rightarrow A_M = 16$$

تتمام هسته‌هایی که روی خطی عمود بر نیمساز قرار دارند دارای عدد جرمی یکسان هستند.

۴ عنصر P روی خطی قرار دارد که شیب آن -۱ است، شیب نیمساز ۱ است بنابراین P مورد نظر بر نیمساز عمود است. بنابراین $A_P = A_M = 16$ است.

B ۴ ۲۳۷۶

در یک هسته اتم کربن ${}^{12}_6 C$ تعداد پروتون‌ها و نوترون‌ها به صورت $A = Z + N = 12$ است، بنابراین حجم اشغالی یک هسته کربن برابر است با:

$$V_{\text{هسته}} = 12 \times \frac{4}{3} \pi r^3 = 16 \pi (10^{-15})^3 = 16 \pi \times 10^{-45} = 48 \pi \times 10^{-45} \text{ m}^3$$

گنجایش توپ تنیس برابر است با:

$$V_{\text{توپ}} = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \times \pi \times (3 \times 10^{-2})^3 = 4 \times 27 \pi \times 10^{-6} \text{ m}^3$$

$$n = \frac{V_{\text{توپ}}}{V_{\text{هسته}}} = \frac{4 \times 27 \pi \times 10^{-6}}{48 \pi \times 10^{-45}} = 2/25 \times 10^{39} \sim 10^{39}$$

بازر، با سؤال جرم نوترون‌هایی را که می‌توان کنار هم درون یک جعبه کبریت به ابعاد $6 \text{ cm} \times 4 \text{ cm} \times 2 \text{ cm}$ قرار داد، تقریباً چند کیلوگرم است؟ (شعاع و جرم نوترون تقریباً 10^{-15} m و 10^{-27} kg است و $\pi \approx 3$)

$$10^5 \quad (1) \quad 10^{13} \quad (2) \quad 10^{20} \quad (3) \quad 10^{25} \quad (4)$$

پایس حجمی که هر نوترون اشغال می‌کند، برابر است با:

$$V_{\text{نوترون}} = \frac{4}{3} \pi r_{\text{نوترون}}^3 = \frac{4}{3} \times \pi \times (10^{-15})^3 = 4 \times 10^{-45} \text{ m}^3$$

گنجایش قوطی کبریت برابر است با: $V = 6 \times 4 \times 2 \times 10^{-6} \text{ m}^3 = 4/8 \times 10^{-5} \text{ m}^3$ تعداد نوترون‌هایی که در این قوطی جای می‌گیرند برابر است با:

$$n = \frac{V}{V_{\text{نوترون}}} = \frac{4/8 \times 10^{-5}}{4 \times 10^{-45}} = 1/2 \times 10^{40}$$

بنابراین $1/2 \times 10^{40}$ نوترون در این قوطی جای می‌گیرند و می‌دانیم جرم هر نوترون برابر 10^{-27} kg است.

$$m_{\text{کل}} = nm_{\text{نوترون}} = 1/2 \times 10^{40} \times 10^{-27} = 1/2 \times 10^{13} \text{ kg} \Rightarrow M_{\text{کل}} \sim 10^{13} \text{ kg}$$

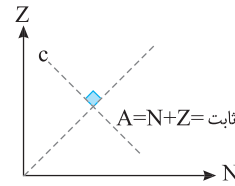
گزینه ۲

A ۳ ۲۳۷۷

آزمایش نشان می‌دهد جرم هسته از مجموع جرم نوکلئون‌های تشکیل‌دهنده آن کمتر است. طبق رابطه اینشتین ($E = \Delta mc^2$) هنگام تشکیل هسته، این اختلاف جرم به انرژی تبدیل می‌شود که آن را انرژی بستگی می‌نامند.

A ۳ ۲۳۷۸

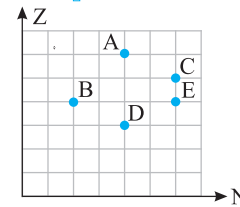
جرم هسته اتم از جرم نوکلئون‌های آن کمتر است. این کاستی جرم به انرژی بستگی هسته تبدیل می‌شود. بنابراین منشأ انرژی بستگی هسته، تبدیل جرم به انرژی است.



پایس با توجه به نمودار عنصرهای روی خط C (خط عمود بر نیمساز) دارای عدد جرمی $A = Z + N$ یکسان هستند.

گزینه ۳

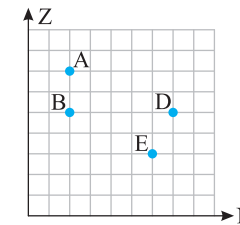
A ۱ ۲۳۷۱



می‌دانیم تعداد پروتون‌های دو ایزوتوپ یکسان و تعداد نوترون‌های آن‌ها مختلف است. بنابراین با توجه به نمودار دو عنصر B و E که دارای عدد اتمی یکسان هستند، ایزوتوپ یکدیگرند.

A ۳ ۲۳۷۲

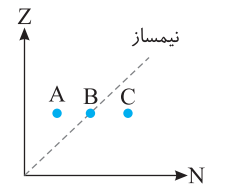
A و B دارای تعداد نوترون‌های برابرند اما عدد اتمی متفاوت دارند، بنابراین ممکن نیست که عدد جرمی آن‌ها $(A = Z + N)$ یکسان باشد و گزینه (۱) نادرست است. B و D دارای عدد اتمی یکسان و عدد نوترونی متفاوت هستند و ایزوتوپ یکدیگرند و عدد جرمی یکسانی ندارند. بنابراین گزینه (۲) نادرست است.



اگر به A و E دقت کنید تعداد نوترون‌های E، چهار واحد از تعداد نوترون‌های A بیشتر و تعداد پروتون‌های E چهار واحد از تعداد پروتون‌های A کمتر است؛ در این صورت عدد جرمی A و E $(A = Z + N)$ با هم برابر است و گزینه (۳) درست است.

عنصر D یک نوترون و دو پروتون از عنصر E بیشتر دارد، بنابراین $A_D > A_E$ و گزینه (۴) نادرست است.

B ۱ ۲۳۷۳



در نمودار عدد اتمی برحسب عدد جرمی تمام هسته‌های عناصر طبیعی در سمت راست نیمساز قرار دارند زیرا در سمت راست نیمساز، تعداد پروتون‌ها از تعداد نوترون‌ها کمتر است و در سمت چپ تعداد پروتون‌ها از تعداد نوترون‌ها بیشتر است و اگر تعداد پروتون‌ها از نوترون‌ها بیشتر باشد، دافعه الکتریکی بین پروتون سبب می‌گردد هسته‌ای از این دست وجود نداشته باشد. بنابراین ایزوتوپ A امکان وجود طبیعی ندارد.

B ۱ ۲۳۷۴

۱ عنصر B روی نیمساز نمودار Z-N قرار دارد و عدد اتمی آن با عدد نوترونی آن برابر است:

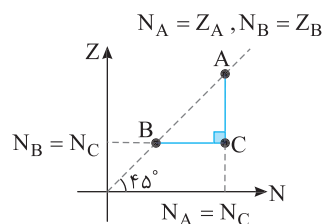
$$Z = N$$

$$B: \begin{cases} Z = N \\ Z + N = 40 \end{cases} \Rightarrow Z = N = 20$$

بنا به فرض مسئله عدد جرمی B ۴۰ است، از این رو:

۲ با توجه به نمودار عنصر C و عنصر B دارای عدد اتمی یکسان هستند و ایزوتوپ‌های یک عنصر می‌باشند و بنابراین عدد اتمی عنصر C نیز برابر ۲۰ است.

$$Z_C = Z_B = 20$$



۳ روی نیمساز قرار دارد. از طرفی عدد اتمی A بنا به فرض مسئله ۲۵ است.

$$N_A = Z_A = 25$$

بنابراین:

۲ ۲۳۸۶ A

بنا بر نظریهٔ اینشتین، جرم و انرژی صورت‌های مختلف یک کمیت فیزیکی هستند و رابطه $E=mc^2$ بین آن‌ها برقرار است که در آن c سرعت نور است.

$$E=mc^2 \xrightarrow{E=7/2 \times 10^{-12} \text{ J}, c=3 \times 10^8 \text{ m/s}} 7/2 \times 10^{-12} = m \times (3 \times 10^8)^2$$

$$\Rightarrow m = \frac{7/2 \times 10^{-12}}{9 \times 10^{16}} = 0.8 \times 10^{-28} \text{ kg} \Rightarrow m = 0.8 \text{ g}$$

۲ ۲۳۸۷ A

۱ جرمی که به انرژی تبدیل می‌شود را برحسب kg می‌نویسیم:

$$m = 1 \mu\text{g} = 10^{-6} \text{ g} = 10^{-9} \text{ kg} \Rightarrow m = 10^{-9} \text{ kg}$$

۲ ابتدا با استفاده از رابطهٔ اینشتین، انرژی حاصل از تبدیل ۱ میکروگرم جرم به انرژی را به دست می‌آوریم:

$$E=mc^2 = (1 \times 10^{-9}) \times (3 \times 10^8)^2 = 9 \times 10^{-2} \text{ J} = 9 \times 10^{-4} \text{ kJ}$$

۳ حال مقدار نفت مورد نیاز برای تولید $9 \times 10^4 \text{ kJ}$ انرژی را با یک تناسب ساده حساب می‌کنیم:

انرژی	نفت
۹ × ۱۰ ^۴ kJ	۱ g
۹ × ۱۰ ^۴ kJ	m'

$$\Rightarrow m' = \frac{9 \times 10^4}{9 \times 10^4} = 1/8 \times 10^2 \text{ g} = 1/8 \text{ kg}$$

۴ ۲۳۸۸ A

۱ انرژی حاصل از تبدیل ۴ گرم ماده به انرژی را به کمک رابطهٔ اینشتین به دست می‌آوریم:

$$E=mc^2 \Rightarrow E=4 \times 10^{-3} \times (3 \times 10^8)^2 \Rightarrow E=36 \times 10^{13} \text{ J}$$

۲ مقدار انرژی‌ای که هر لامپ ۱۰۰ وات در مدت ۲۰ ساعت مصرف می‌کند را حساب می‌کنیم:

$$P = \frac{E}{t} \Rightarrow E = 100 \times 20 \times 3600 \Rightarrow E = 7.2 \times 10^6 \text{ J}$$

۳ بنابراین تعداد لامپ‌ها را به کمک یک تناسب ساده می‌توان حساب کرد:

۷.۲ × ۱۰ ^۶	۱ لامپ
۳۶ × ۱۰ ^{۱۳}	n لامپ

$$\Rightarrow n = \frac{36 \times 10^{13}}{7.2 \times 10^6} \Rightarrow n = 5 \times 10^7 = 50,000,000$$

۱ ۲۳۸۹ A

خط فکری به کمک رابطهٔ اینشتین، مقدار انرژی حاصل از تبدیل یک گرم جرم به انرژی را حساب کنید، سپس به کمک رابطهٔ انرژی پتانسیل گرانشی $U=mgh$ جرمی را که با این انرژی می‌توان به ارتفاع صدمتری برد به دست بیاورید.

۱ ابتدا انرژی حاصل از یک گرم را به دست می‌آوریم:

$$E=mc^2 \Rightarrow E=10^{-3} \times (3 \times 10^8)^2 \Rightarrow E=9 \times 10^{13} \text{ J}$$

۲ اکنون مقدار جرمی را که می‌توان با این انرژی به ارتفاع صد متر بالا برد به دست می‌آوریم:

$$E=mgh \Rightarrow 9 \times 10^{13} = m \times 10 \times 100 \Rightarrow m = 9 \times 10^{10} \text{ kg}$$

$$\Rightarrow m = 9 \times 10^6 \text{ تن} \Rightarrow m = 9 \text{ میلیون تن}$$

۱ ۲۳۹۰ A

با توجه به رابطه $E=mc^2$ داریم:

$$\begin{cases} E=10 \times c^2 = 1/66 \times 10^{-27} \times 9 \times 10^{16} = 1/49 \times 10^{-10} \text{ J} \\ 1 \text{ J} = 6/25 \times 10^{18} \text{ eV} = 6/25 \times 10^{12} \text{ MeV} \end{cases}$$

$$\Rightarrow E = 1/49 \times 10^{-10} \times 6/25 \times 10^{12} = 931/5 \text{ MeV}$$

نکته این تبدیل که انرژی معادل جرم $1u$ برابر است با: $931/5 \text{ MeV}$

بهتر است به خاطر سپرده شود.

۳ ۲۳۹۱ A

انرژی بستگی برابر است با جرم کاستی هسته (Δm) ضرب در مجذور سرعت نور (c^2)، بنابراین:

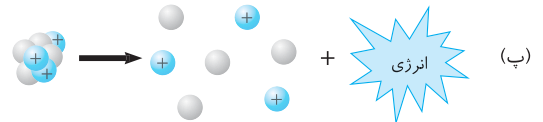
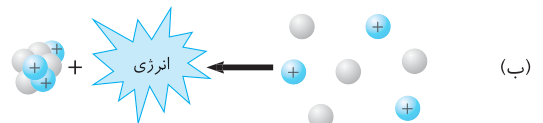
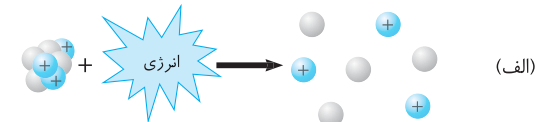
$$\frac{(\Delta mc^2)_{\text{کربن}}}{(\Delta mc^2)_{\text{دوتریم}}} = \frac{\Delta m_{\text{کربن}}}{\Delta m_{\text{دوتریم}}} = \frac{0.9}{15} = \frac{9}{150} = 6$$

۳ ۲۳۷۹ A

فرض کنید می‌خواهیم نوکلئون‌های یک هسته را از هم جدا کنیم، در این صورت باید به نوکلئون‌ها انرژی داده شود تا از هسته جدا شوند. بنابراین هنگام تشکیل هسته که نوکلئون‌ها کنار هم قرار می‌گیرند، باید نوکلئون‌ها انرژی از دست داده باشند. بنابراین گزینهٔ (۳) درست است.

۳ ۲۳۸۰ A

در شکل (الف) به جهت پیکان دقت کنید شکل (الف) واپاشی یک هسته به نوکلئون‌های تشکیل دهنده‌اش را با دریافت انرژی نشان می‌دهد و این طرحواره می‌تواند درست باشد.



در شکل (ب) با توجه به جهت پیکان، تعدادی نوکلئون یک هسته تشکیل داده‌اند و مقداری انرژی آزاد کرده‌اند که سبب کاستی جرم هسته می‌شود. بنابراین طرحواره شکل (ب) نیز درست است. شکل (پ) هیچ‌گونه مفهوم فیزیکی را به ما ارائه نمی‌دهد.

۳ ۲۳۸۱ A

در یک هسته پایدار، مجموع جرم نوکلئون‌های تشکیل دهندهٔ هسته از جرم هسته بیشتر است و گزینهٔ (۳) درست است.

۳ ۲۳۸۲ A

جرم هر اتم از مجموع جرم ذره‌های تشکیل دهندهٔ آن کمتر است، همچنین جرم هسته از مجموع جرم نوکلئون‌های تشکیل دهندهٔ آن کمتر است، بنابراین جرم هستهٔ هلیوم که دارای دو پروتون و دو نوترون است، از مجموع جرم دو نوترون و دو پروتون کمتر است.

۱ ۲۳۸۳ B

اندازه‌گیری‌های تجربی نشان می‌دهد، جرم هستهٔ اتم از جرم نوکلئون‌های تشکیل دهندهٔ آن کمتر است. در واقع برای تشکیل هسته، مقداری انرژی لازم است که از تبدیل بخش کوچکی از جرم نوکلئون‌ها به انرژی تأمین می‌شود که به آن انرژی بستگی هسته گویند.

$$E = \Delta Mc^2 \Rightarrow E = [(NM_n + ZM_p) - M_x]c^2$$

بنابراین هرچه اختلاف مجموع جرم نوکلئون‌ها با جرم هسته بیشتر باشد، انرژی بستگی هسته بیشتر است و هسته پایدارتر است.

۴ ۲۳۸۴ A

کاستی جرم هسته برابر تفاضل مجموع جرم نوکلئون‌های تشکیل دهندهٔ هسته و جرم هسته است. بنابراین باید مجموع جرم نوکلئون‌های هستهٔ کربن ^{12}C را به دست آوریم $(6m_p + 6m_n)$ سپس جرم هستهٔ کربن را از آن کم کرد.

$$\Delta m = (6m_p + 6m_n) - m_C$$

۱ ۲۳۸۵ A

با توجه به رابطهٔ اینشتین خواهیم داشت:

$$E = mc^2 \Rightarrow E = 1/67 \times 10^{-27} \times (3 \times 10^8)^2 \\ \Rightarrow E = 1/67 \times 10^{-27} \times 9 \times 10^{16} = 15/0.3 \times 10^{-11} \approx 1/5 \times 10^{-10} \text{ J}$$

۳ ۲۳۹۲ A

هسته مانند اتم دارای ترازهای انرژی کوانتیده است و نوکلئون درون هسته نمی‌تواند هر انرژی دلخواهی را اختیار کند و گزاره (الف) درست است. اختلاف انرژی ترازهای نوکلئون در هسته از مرتبه MeV و ترازهای انرژی الکترون در اتم از مرتبه eV است. بنابراین گزاره (ب) نادرست است. نوکلئون‌ها می‌توانند با جذب انرژی در هسته به ترازهای انرژی بالا بروند و هسته برانگیخته شود. بنابراین گزاره (پ) درست است. اختلاف انرژی ترازهای هسته از مرتبه MeV (مگاالکترون‌ولت) است و گزاره (ت) نادرست است.

۳ ۲۳۹۳ A

نکته: پرتو الکترومغناطیسی که هسته گسیل می‌کند همواره پرتو گاما است. بدون حل کاملاً مشخص است که پرتو گسیل شده از هسته قطعاً گاما است و گزینه (۳) درست است. اما اگر بخواهیم طول موج پرتو را به دست بیاوریم خواهیم داشت:

$$E = hf \Rightarrow E = h \frac{c}{\lambda} \Rightarrow 4 \times 10^6 \times 1.6 \times 10^{-19} = 6.6 \times 10^{-34} \times \frac{3 \times 10^8}{\lambda}$$

$$\lambda = 3 \times 10^{-13} m = 3 \times 10^{-4} nm$$

طول موج فرابنفش حدود $4000 nm$ است و طول موج فرسرخ و رادیویی از $7000 nm$ بیشتر است. بنابراین این طول موج مربوط به پرتو گاما است.

۲ ۲۳۹۴ A

کاستی جرم هسته را به دست می‌آوریم:

$$3/0.245 - 3/0.136 = 0/0.109$$

انرژی بستگی هسته خواهد شد:

$$0/0.109 \times 931/5 \approx 10/15 MeV$$

پایز با سوال: انرژی بستگی یک هسته برابر $310/5 MeV$ است.

کاستی جرم هسته چند u است؟ ($c = 3 \times 10^8 m/s$) از کتاب درسی

$$1/33 \quad 0/45 \quad 0/27 \quad 0/24 \quad 0/4$$

پایز: **نکته:** انرژی حاصل از تبدیل جرمی معادل $1u$ به انرژی، برابر $931/5 MeV$ است. کافی است انرژی بستگی را بر $931/5$ تقسیم کنیم.

$$\frac{310/5}{931/5} = \frac{1}{3} \approx 0/33u$$

گزینه ۱

۲ ۲۳۹۵ A

ترتیب دارای سه نوکلئون است. از این رو انرژی بستگی هسته به ازای هر نوکلئون خواهد شد:

$$\frac{10/15}{3} = 3/383 MeV$$

۲ ۲۳۹۶ A

۱: تغییر جرم را حساب می‌کنیم:

$$\Delta M = M_{Ra} - (M_{Rn} + M_{He}) \Rightarrow \Delta M = 223/0.18 - (219/0.09 + 4/0.03)$$

$$\Rightarrow \Delta M = 223/0.18 - 223/0.12 = 0/006u$$

۲: به کمک رابطه اینشتین انرژی آزاد شده را حساب می‌کنیم.

$$E = mc^2 \Rightarrow E = 0/006 \times 931/5 = 5/589 MeV$$

$$= 5/589 \times 1.6 \times 10^{-19} \times 10^6 = 8/9424 \times 10^{-13} J$$

پایز با سوال: در هسته‌های یک عنصر، جرم نوکلئون‌های تشکیل‌دهنده

هسته آن $0/02u$ بیشتر از جرم خود هسته است و هر u (یکای جرم اتمی) معادل با $1/66 \times 10^{-27} kg$ است. انرژی بستگی هسته‌ای این عنصر چند ژول

است؟ ($c = 3 \times 10^8 m/s$)

$$1 \quad 2 \quad 3$$

$$1/494 \times 10^{-10} \quad 2 \quad 7/988 \times 10^{-13}$$

$$1/8 \times 10^{-14} \quad 4 \quad 7/47 \times 10^{-8}$$

پایز: تفاوت جرم هسته و نوکلئون‌ها به انرژی تبدیل می‌شود. تفاوت جرم

را بر حسب kg به دست می‌آوریم:

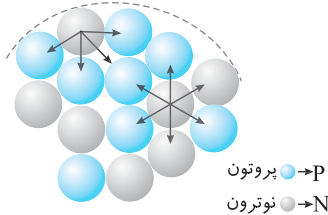
$$\Delta m = 0/002 \times 1/66 \times 10^{-27} = 3/32 \times 10^{-30} kg$$

$$E = \Delta mc^2 \Rightarrow E = 3/32 \times 10^{-30} \times (3 \times 10^8)^2 \Rightarrow E = 2/988 \times 10^{-13} J$$

گزینه ۱

۲ ۲۳۹۷ B

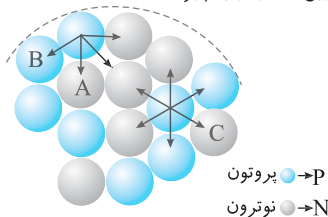
نکته: قسمتی از هسته و نوکلئون‌های آن به صورت طرح‌واره نشان داده شده است. هر نوکلئون فقط به نزدیک‌ترین نوکلئون‌های مجاورش نیروی هسته‌ای وارد می‌کند.



نیروی که دو پروتون بر هم وارد می‌کنند:

۱: نیروی رابایشی هسته‌ای **۲:** نیروی رانش الکتریکی

البته نیروی گرانش بین آن‌ها بسیار ناچیز هستند.



نیروی هسته‌ای پروتون‌های A و B بسیار قوی‌تر از نیروی الکتریکی بین آن‌ها است. زیرا این دو پروتون مجاور هم هستند. بنابراین نیروی خالص بین A و B رابایشی است. نیروی هسته‌ای نیروی کوتاه‌برد است. نیروی رابایشی هسته‌ای بین B و C کم است اما نیروی دافعه الکتریکی نیروی بلندبردتری است. بنابراین دافعه الکتریکی بین دو پروتون B و C از رابایش هسته‌ای بیشتر است و نیروی خالص رانشی است.

پنجره ۲

۴ ۲۳۹۸ A

آلفا، بتا و پوزیترون ذره و گاما و ایکس موج الکترومغناطیسی هستند. پرتو گاما از جنس امواج الکترومغناطیسی است. آلفا ذره‌ای با دو نوترون و دو پروتون است $\alpha \equiv {}_2^4 He$.

ذره بتا، الکترون ($\beta = {}_{-1}^0 e$) است و پوزیترون نیز ذره‌ای با جرم الکترون و بار مثبت برابر با بار الکترون است ($\beta^+ = {}_{+1}^0 e$) بنابراین گزینه‌های (۱)، (۲) و (۳) نادرست است. پرتو ایکس مانند پرتو گاما از جنس امواج الکترومغناطیسی است و گزینه (۴) درست است.

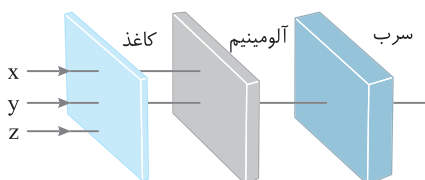
۲ ۲۳۹۹ A

پرتو گاما از جنس پرتوهای الکترومغناطیسی بوده و هنگامی که یک هسته برانگیخته با گسیل پرتو گاما به هسته حالت پایه تبدیل می‌شود، عدد جرمی و عدد اتمی آن تغییر نمی‌کند.



۲ ۲۴۰۰ A

در پرتوهای طبیعی سه نوع پرتو ایجاد می‌شود. آلفا، بتا، گاما. پرتوهای آلفا کمترین نفوذ را دارند. این ذرات پس از طی مسافت کوتاهی در هوا (۱ تا ۲ سانتی‌متر) و یا با عبور از لایه‌ای نازک از مواد جذب می‌شوند. بنابراین پرتو Z ، پرتو α و دارای بار مثبت است. پرتوهای بتا نفوذ بیشتری دارند و در سرب به ضخامت $\approx 1mm$ نفوذ می‌کنند. بنابراین پرتو X که در آلومینیم جذب شده پرتو β بوده و دارای بار منفی است. پرتو γ از جنس امواج الکترومغناطیسی است و می‌تواند از ورقه‌ای سربی به ضخامت $\approx 10cm$ بگذرد. بنابراین پرتو Y در شکل بدون بار بوده و خنثی است.



۳ ۲۴۰۵ A

یادآوری ۱ بار الکترون و بار پروتون هم‌اندازه هستند، ابتدا باید در ذهن خود طریقه تولید پوزیترون (β^+) و الکترون (β^-) در واپاشی هسته‌ای را یادآوری کنید.

۱ برای تولید پوزیترون، یک پروتون در هسته به یک نوترون و یک پوزیترون واپاشیده می‌شود. یعنی از تعداد پروتون‌های هسته یکی کم شده و بار هسته به اندازه بار یک پروتون ($1/6 \times 10^{-19} C$) کاهش می‌یابد. بنابراین گزینه (۱) نادرست است.

۲ در گسیل الکترون (β^-) یک نوترون به یک الکترون و یک پروتون واپاشیده می‌شود، الکترون از هسته خارج می‌شود و بر تعداد پروتون‌های هسته یک واحد افزوده می‌شود. بنابراین بار هسته به اندازه بار یک پروتون ($1/6 \times 10^{-19} C$) افزایش می‌یابد و

گزینه (۲) نادرست است. ${}^1_0n \rightarrow {}^1_1H + {}^0_{-1}e$
پوزیترون پروتون نوترون

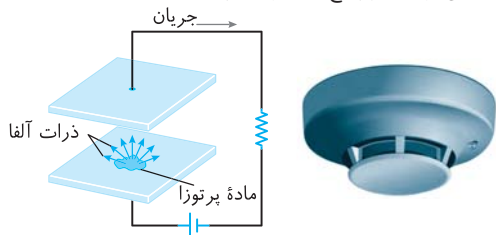
۳ ذره آلفا، از دو پروتون و دو نوترون تشکیل شده است ($\alpha = {}^4_2He$) و هر گاه

هسته ذره آلفا گسیل کند قطعاً از تعداد پروتون‌های هسته دو واحد کاسته می‌شود و بار هسته به اندازه $2 \times 1/6 \times 10^{-19} = 3/2 \times 10^{-19} C$ کاهش می‌یابد و گزینه (۳) درست است.

۴ هنگام گسیل گاما که یک موج الکترومغناطیسی، تعداد پروتون‌های هسته تغییر نمی‌کند و بار هسته ثابت می‌ماند، اما در مورد پوزیترون و الکترون همان‌گونه که بیان شد بار هسته تغییر می‌کند و گزینه (۴) نادرست است.

۳ ۲۴۰۶ A

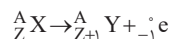
یکی از کاربردهای گسترده واپاشی α در آشکارسازهای دود است که در آن مقدار اندکی از ماده پرتوزا که ذرات α گسیل می‌کند در وسط صفحه‌ای که بار مثبت دارد (که در اینجا صفحه A است زیرا به پایانه مثبت باتری متصل می‌باشد) می‌گذارند (با توجه به اینکه پرتوهای α مثبت هستند باید در صفحه مثبت قرار بگیرد تا از این صفحه به سمت صفحه منفی حرکت کنند) در طی گسیل پرتوی α ، به مولکول‌های هوا برخورد کرده و مولکول‌های هوا را یونیده می‌کند و یون‌های مثبت و منفی ایجاد می‌شود، این یون‌ها بین دو صفحه A و B توسط صفحه‌های ناهم نام خود جذب می‌شوند در نتیجه در مدار جریان برقرار می‌شود. هنگامی که دود در هوا باشد دود موجود بین صفحات جریان را کاهش می‌دهد زیرا یون‌هایی که به ذرات دود برخورد می‌کنند معمولاً خنثی می‌شوند و این باعث می‌شود که آمپرسنج عدد کوچک‌تری نمایش دهد.



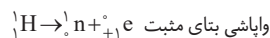
۴ ۲۴۰۷ A

در واپاشی بتای منفی (الکترون‌زا) یک نوترون به یک پروتون و یک الکترون تبدیل می‌شود. واپاشی بتای منفی ${}^1_0n \rightarrow {}^1_1H + {}^0_{-1}e$

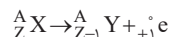
هرگاه هسته β^- گسیل کند عدد جرمی (تعداد نوکلئون‌ها) آن تغییر نمی‌کند اما عدد اتمی (تعداد پروتون‌ها) یک واحد افزایش می‌یابد.



در واپاشی پوزیترون یک پروتون به یک نوترون و یک پوزیترون تبدیل می‌شود.



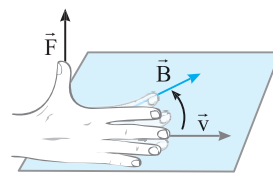
هرگاه هسته β^+ (پوزیترون) گسیل کند عدد جرمی (تعداد نوکلئون‌ها) ثابت می‌ماند اما عدد اتمی (تعداد پروتون‌ها) یک واحد کاهش می‌یابد.



هر چهار گزاره درست هستند.

۲ ۲۴۰۱ B

یادآوری ۱ هرگاه ذره بارداری از یک میدان مغناطیسی بگذرد و راستای حرکت آن در راستای خطوط میدان نباشد بر آن نیروی مغناطیسی $F = qvB \sin \alpha$ وارد می‌شود.



یادآوری ۲ قاعده دست راست

برای نیروی وارد بر بار متحرک درون میدان مغناطیسی: چهار انگشت باز دست راست را در جهت حرکت بار به گونه‌ای قرار می‌دهیم که خم کردن آن‌ها (کف دست)

در جهت میدان مغناطیسی قرار گیرد. در این صورت انگشت باز شست جهت نیروی وارد بر ذره باردار را نشان می‌دهد.

نوترون چون بدون بار است از مسیر خود منحرف نمی‌شود. آلفا دارای بار مثبت است، بنابراین با توجه به قاعده دست راست به سمت بالا منحرف می‌شود. بتا دارای بار منفی است پس با توجه به قاعده دست راست به سمت پایین منحرف می‌شود.

۱ ۲۴۰۲ B

یادآوری ۱ بر بار مثبت در جهت میدان الکتریکی و بر بار منفی در خلاف جهت میدان نیرو وارد می‌شود، این نیرو برابر $F = qE$ است.

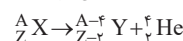
پرتو γ خنثی است، بنابراین در میدان الکتریکی منحرف نخواهد شد پس پرتو شماره (۲) است. با توجه به اینکه پرتوهای α و β باردار هستند بنابراین در میدان منحرف خواهند شد.

میدان الکتریکی برای هر دو یکسان است، اما با توجه به اینکه جنس α از جنس هسته 4_2He است، بنابراین α دارای ۲ بار مثبت و β دارای یک بار منفی است و نیروی وارد بر آلفا دو برابر نیروی وارد بر β است ($F_\alpha = 2F_\beta$).

اما جرم پرتو α خیلی بیشتر از β است به این دلیل که α از دو پروتون و دو نوترون ساخته شده در حالی که β از یک الکترون تشکیل می‌شود و طبق قانون دوم نیوتون $F = ma$ چون جرم α خیلی بیشتر از β می‌باشد شتاب آن کمتر بوده و این پرتو کمتر منحرف می‌شود، پس پرتو (۱). α و پرتو (۳). β است. پرتو α به سمت پایین منحرف شده بنابراین جهت میدان الکتریکی رو به پایین است.

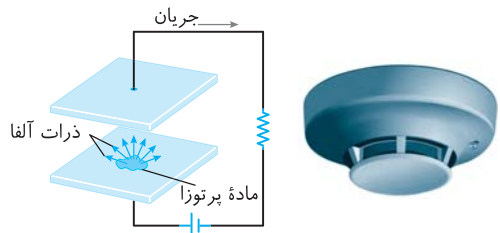
۴ ۲۴۰۳ A

ذره آلفا دارای ۲ پروتون و ۲ نوترون (4_2He) است و هنگامی که از یک هسته ذره α گسیل می‌شود، از عدد اتمی آن ۲ واحد و از عدد جرمی آن ۴ واحد کاسته می‌شود.



۴ ۲۴۰۴ A

ذره α دارای دو پروتون و دو نوترون بوده در واقع α ، هسته اتم هلیم بوده و دارای بار مثبت است. این ذره سنگین و دارای برد کوتاه است، بنابراین گزاره (الف) نادرست است. در تمام فرایندهای واپاشی پرتوزا مشاهده شده است که تعداد نوکلئون‌ها (مجموع پروتون‌ها و نوترون‌ها) در طی فرایند واپاشی هسته پایسته است یعنی تعداد نوکلئون‌ها، پیش از فرایند با تعداد نوکلئون‌ها پس از فرایند مساوی است. بنابراین گزاره (ب) درست است. یکی از کاربردهای گسترده واپاشی α ، در آشکارسازهای دود است و گزاره (پ) درست است.



واپاشی α در هسته‌های سنگین مانند اورانیم صورت می‌گیرد و گزاره (ت) نادرست است. بنابراین گزینه (۴) درست است.



ریاضی - ۸۵

پای سؤال در واپاشی بتای منفی
 (۱) عدد اتمی ثابت می‌ماند.
 (۲) جرم اتمی یک واحد زیاد می‌شود.
 (۳) مجموع نوکلئون‌ها ثابت می‌ماند.
 (۴) در هسته یک پروتون کم و یک نوترون اضافه می‌شود.

پایسج در واپاشی بتای منفی (${}_{-1}^0e$)، عدد جرمی بدون تغییر می‌ماند و به عدد اتمی یک واحد افزوده می‌شود.

در واقع یک نوترون در هسته عنصر پرتوزا واپاشیده شده و به یک پروتون و یک الکترون (بتای منفی) تبدیل می‌شود که بتا از هسته خارج می‌گردد. بنابراین مجموع نوکلئون‌ها ($A = Z + N$) ثابت می‌ماند، اما به تعداد پروتون‌های هسته یک واحد افزوده می‌شود.

۲ ۲۴۰۸ A

گسیل الکترون‌زا و پوزیترون به ترتیب به عدد اتمی عنصر یک واحد اضافه و کم می‌شود. در گسیل آلفا، دو واحد از عدد اتمی کاسته می‌شود و در تابش گاما تنها انرژی آزاد شده و عدد اتمی تغییری نمی‌کند. بنابراین بیشترین تغییر عدد اتمی مربوط به گسیل α و کمترین تغییر عدد اتمی برای گسیل γ می‌باشد.

۴ ۲۴۰۹ A

پرتوهای α در عمق 1mm / 10^6 و ذرات بتا تا عمق 1mm / 10^3 و پرتو گاما تا عمق 100mm / 10^8 سرب نفوذ می‌کنند. بنابراین گزینه (۱) درست است. در واپاشی $({}_{2}^4\text{He})\alpha$ دو نوترون و دو پروتون از هسته کاسته می‌شود، بنابراین گزینه (۲) درست است. ذره‌های آلفا دارای بار مثبت بوده و ذرات سنگین شامل دو نوترون و دو پروتون هستند بنابراین گزینه (۳) درست است. برد ذره‌های آلفا کوتاه بوده و بعد از جدایی از هسته پس از طی مسافتی کوتاه در هوا (در حدود 1cm) و یا با عبور از لایه‌ای نازک از مواد جذب می‌شود و اگر این ذره‌ها از راه تنفس یا دستگاه گوارش وارد بدن شوند باعث آسیب شدیدی به بافت‌های بدن می‌شود، بنابراین گزینه (۴) نادرست است.

۱ ۲۴۱۰ A

پادآوری در گسیل پوزیترون (${}_{+1}^0e$) از پروتون‌های هسته (عدد اتمی) یک واحد کاسته و عدد جرمی تغییر نمی‌کند. در واکنش‌های هسته‌ای تعداد نوکلئون‌ها، پیش از فرایند با تعداد نوکلئون‌ها پس از فرایند مساوی است. در واکنش‌های هسته‌ای بار الکتریکی پایسته می‌ماند یعنی مجموع عدد اتمی در دو طرف واکنش برابر است. با توجه به قوانین پایستگی در واکنش هسته‌ای می‌توان نوشت:

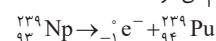
$${}_{11}^6\text{C} \rightarrow {}_Z^A\text{X} + ({}_{+1}^0e) \Rightarrow \begin{cases} 11 = A + 0 \Rightarrow A = 11 \\ 6 = Z + 1 \Rightarrow Z = 5 \end{cases} \Rightarrow {}_5^{11}\text{B}$$

۴ ۲۴۱۱ A

معادله واپاشی ایزوتوپ ${}_{8}^{15}\text{O}$ را می‌نویسیم. که با توجه به ${}_{+1}^0\beta$ ، عدد اتمی و عدد جرمی X به صورت ${}_{7}^{15}\text{X}$ می‌شود و مطابق جدول مندلیف عدد اتمی ۷ مربوط به ایزوتوپ‌های نیتروژن است. معادله واپاشی ${}_{9}^{18}\text{F}$ را می‌نویسیم. که با توجه به ${}_{-1}^0\beta$ ، عدد اتمی و عدد جرمی Y به صورت ${}_{10}^{18}\text{Y}$ می‌شود مطابق جدول مندلیف عدد اتمی ۱۰ مربوط به ایزوتوپ‌های نئون است.

۴ ۲۴۱۲ A

هرگاه هسته بتای منفی (${}_{-1}^0e$) گسیل می‌کند، به عدد اتمی آن یک واحد افزوده می‌شود و عدد جرمی آن ثابت می‌ماند. بنابراین وقتی ${}_{93}^{239}\text{Np}$ واپاشی الکترون‌زا انجام می‌دهد در جدول تناوبی تبدیل به عنصر خانه بعدی یعنی پلوتونیم می‌شود.



۱ ۲۴۱۳ A

ذره آلفا هسته هلیوم است و دارای دو نوترون و دو پروتون است (${}_{2}^4\text{He}$). هرگاه هسته عنصر پرتوزا، آلفا گسیل کند از تعداد پروتون‌ها و نوترون‌های آن هر کدام دو واحد کم می‌شود. تعداد پروتون‌ها و نوترون‌های ${}_{92}^{238}\text{U}$ به ترتیب $Z = 92$ و $N = 238 - 92 = 146$ است، بنابراین: $N' = 146 - 2 = 144$ ، $Z' = 92 - 2 = 90$

۳ ۲۴۱۴ A

در واکنش ${}_{6}^{60}\text{Ni}^* \rightarrow {}_{6}^{60}\text{Ni} + \dots$ نوع هسته تغییر نکرده است. بنابراین، هسته برانگیخته ${}_{6}^{60}\text{Ni}^*$ ، پرتو گاما گسیل کرده است.

۴ ۲۴۱۵ B

پادآوری در واپاشی بتای منفی، یک نوترون در هسته واپاشی شده و یک پروتون و یک الکترون (β^-) ایجاد می‌شود.

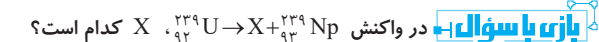
۱ تعداد نوترون‌های هسته ${}_{90}^{234}\text{Th}$ برابر است با:

$$A = Z + N \Rightarrow 234 = 90 + N \Rightarrow N = 144$$

۲ با واپاشی بتای منفی، تعداد نوترون‌های هسته یک واحد کاهش می‌یابد. $N' = 144 - 1 = 143$ و بر تعداد پروتون‌های هسته یک واحد افزوده می‌شود.

$$Z' = Z + 1 = 90 + 1 = 91$$

۳ نسبت عدد اتمی و عدد نوترونی هسته دختر خواهد شد:



خارج ریاضی - ۸۹

۱ الکترون (۱) پروتون (۲) نوترون (۳) پوزیترون (۴)

پایسج طبق قوانین پایستگی در واکنش‌های هسته‌ای داریم:

$${}_{92}^{239}\text{U} \rightarrow {}_Z^A\text{X} + {}_{93}^{239}\text{Np} \Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = -1 \end{cases} \Rightarrow {}_{-1}^0e$$

گزینه ۱

۱ ۲۴۱۶ A



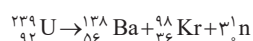
به جمع عدد اتمی در دو طرف واکنش دقت کنید.

$$56 + 36 = 92$$

بنابراین عدد اتمی علامت سؤال صفر است یعنی علامت سؤال باید نوترون ${}_{0}^1n$ باشد. اکنون به تعداد نوکلئون‌ها در دو طرف واکنش دقت کنید.

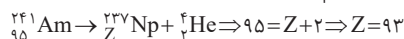
$$239 = 138 + 98 + c \Rightarrow c = 3$$

در نتیجه باید در جای علامت ؟، سه نوترون ($3({}_{0}^1n)$) قرار بگیرد.



۴ ۲۴۱۷ A

بار الکتریکی در واکنش هسته‌ای پایسته است یعنی مجموع عدد اتمی در دو طرف واکنش یکسان است، بنابراین می‌نویسیم:



عدد اتمی نپتونیم $Z = 93$ شده از این تعداد نوترون‌های آن خواهد شد:

$$A = Z + N \Rightarrow 237 = 93 + N \Rightarrow N = 237 - 93 \Rightarrow N = 144$$

۳ ۲۴۱۸ A

با توجه به قانون پایستگی بار و پایستگی تعداد نوکلئون‌ها در واکنش‌های هسته‌ای مجموع نوکلئون‌ها و مجموع عدد اتمی‌ها را در دو طرف واکنش برابر قرار می‌دهیم. می‌توان نوشت:

$${}_{2}^4\text{He} + {}_{13}^{27}\text{Al} \rightarrow {}_Z^A\text{X} + {}_{0}^1n \Rightarrow \begin{cases} 4 + 27 = A + 1 \Rightarrow A = 30 \\ 2 + 13 = Z + 0 \Rightarrow Z = 15 \end{cases}$$

۲ ۲۴۲۴ A

۱ در واکنش‌های هسته‌ای تعداد نوکلئون‌ها، پیش از فرایند و پس از فرایند مساوی است. مجموع جبری عدد اتمی در دو طرف واکنش برابر است.

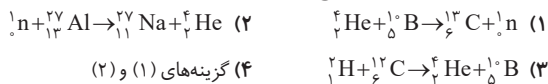
۲ در گزینه (۱) ${}^{107}_{48}\text{Cd} + {}^0_{-1}\text{e} \rightarrow {}^{106}_{47}\text{Ag}$ تعداد نوکلئون‌ها برابر نیست و این گزینه نادرست است.

در گزینه (۲) ${}^{239}_{93}\text{Np} \rightarrow {}^{239}_{94}\text{Pu} + {}^0_{-1}\beta$ هر دو قانون پایستگی برقرار است و این گزینه درست است.

در گزینه (۳) ${}^{12}_6\text{C} + {}^1_1\text{H} \rightarrow {}^{13}_6\text{C} + {}^0_{+1}\text{e}$ تعداد نوکلئون‌ها برابر نیست و گزینه (۳) نادرست است.

در گزینه (۴) ${}^1_1\text{H} + {}^1_1\text{H} \rightarrow {}^2_1\text{H} + {}^0_0\text{n}$ مجموع عدد اتمی برابر نیست $(1+1 \neq 1+0)$ و گزینه (۴) نادرست است.

بازی با سؤال کدام یک از واکنش‌های زیر بنا بر قانون‌های پایستگی بار الکتریکی یا عدد جرمی، ممنوع هستند؟



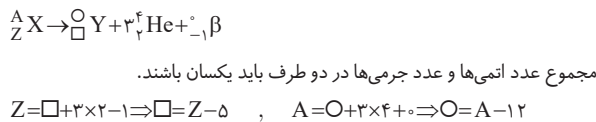
پاسخ در واکنش گزینه (۱) مجموع عدد اتمی در دو طرف واکنش یکسان نیست $(2 \neq 6+4)$ ، بنابراین این واکنش ممنوع است. در واکنش گزینه (۲) مجموع عدد جرمی در دو طرف واکنش یکسان نیست $(27+4 \neq 27+1)$ ، بنابراین این واکنش نیز ممنوع است.

گزینه ۴

۳ ۲۴۲۵ B

راه حل اول: به ازای گسیل هر ذره آلفا، دو نوترون از هسته کاسته می‌شود بنابراین به ازای گسیل سه ذره آلفا، ۶ نوترون از هسته کاسته خواهد شد. از طرفی در گسیل بتای منفی (الکترون) یک نوترون به پروتون و الکترون تبدیل شده و از تعداد نوترون‌های هسته یکی کم می‌شود بنابراین جمعاً $6+1=7$ نوترون از هسته کاسته می‌شود.

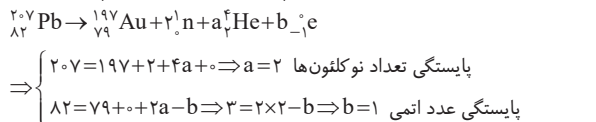
راه حل دوم: اگر عنصر را به صورت ${}^A_Z\text{X}$ در نظر بگیریم واکنش به صورت:



تعداد نوترون‌های اولیه برابر $A-Z$ و تعداد نوترون‌های عنصر حاصل برابر $(A-12) - (Z-5) = A-Z-7$ است. پس تعداد نوترون‌ها ۷ واحد کم می‌شود.

۱ ۲۴۲۶ B

خط فکری باید واکنش هسته‌ای که در صورت مسئله بیان شده را بنویسیم، تعداد ذرات α را با حرف a و تعداد ذرات بتا را با حرف b نمایش می‌دهیم و قانون‌های پایستگی در واکنش‌های هسته‌ای را می‌نویسیم و a و b را حساب می‌کنیم.

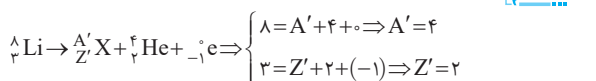


دو ذره آلفا و یک ذره بتای منفی گسیل شده است.

بازی با سؤال اگر هسته عنصر ${}^A_Z\text{Li}$ یک پرتو آلفا و هم‌زمان یک پرتو بتا

(الکترون) گسیل کند، به کدام یک از عناصر زیر تبدیل می‌شود؟ **ریاضی - ۹۰**
 (۱) ${}^7_3\text{Li}$ (۲) ${}^8_4\text{Be}$ (۳) ${}^7_4\text{He}$ (۴) ${}^6_3\text{Li}$

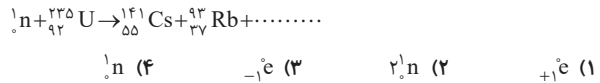
پاسخ



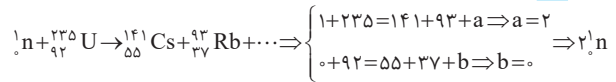
گزینه ۳

بنابراین هسته به اتم هلیم ${}^4_2\text{He}$ تبدیل می‌شود.

بازی با سؤال کدام گزینه واکنش هسته‌ای روبه‌رو را کامل می‌کند؟



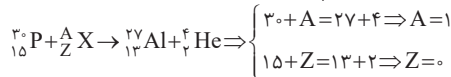
پاسخ



گزینه ۲

۳ ۲۴۱۹ A

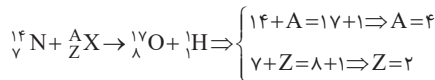
در واکنش هسته‌ای تعداد نوکلئون‌ها پیش از فرایند و پس از فرایند با هم برابر هستند. همچنین مجموع عدد اتمی پیش و پس از فرایند یکسان هستند بنابراین معادلات زیر را می‌نویسیم و A و Z را به دست می‌آوریم.



در این صورت X ذره نوترون ${}^1_0\text{n}$ است.

۱ ۲۴۲۰ A

به جای نقطه چین هسته ${}^A_Z\text{X}$ را قرار می‌دهیم. سپس به کمک پایستگی تعداد نوکلئون‌ها و پایستگی بار الکتریکی (عدد اتمی) A و Z را تعیین می‌کنیم و ذره X را مشخص می‌کنیم.

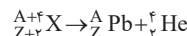


یک ذره آلفا ${}^4_2\text{He}$

می‌بینید که با بمباران هسته‌های نیتروژن با ذره‌های آلفا (${}^4_2\text{He}$) می‌توان یکی از ایزوتوپ‌های عنصر اکسیژن را ایجاد کرد.

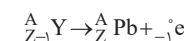
۱ ۲۴۲۱ B

اگر هسته‌ای ذره آلفا (${}^4_2\text{He}$) گسیل کند. عدد جرمی آن ۴ واحد و عدد اتمی آن دو واحد کاهش می‌یابد. بنابراین هسته‌ای که با گسیل آلفا به ${}^A_Z\text{Pb}$ تبدیل شده است. دارای عدد جرمی $A'=A+4$ و عدد اتمی $Z'=Z+2$ خواهد بود.



هسته‌مادر

اگر هسته ${}^A_Z\text{Pb}$ ذره بتای منفی (${}^0_{-1}\text{e}$) گسیل کند عدد جرمی آن ثابت می‌ماند و



عدد اتمی آن یک واحد افزایش می‌یابد.

هسته‌مادر

بنابراین اختلاف عدد جرمی در هسته‌های مادر، ۴ واحد است.

۳ ۲۴۲۲ B

در واپاشی بتا یکی از نوترون‌های درون هسته به یک پروتون و یک بتا تبدیل می‌شود ${}^1_0\text{n} \rightarrow {}^1_1\text{H} + {}^0_{-1}\text{e}$. بنابراین تعداد پروتون‌ها یک واحد افزایش می‌یابد و به $11+1=12$ رسیده

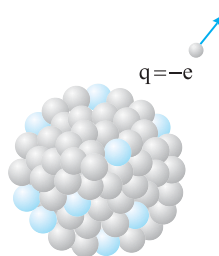
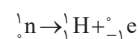
و تعداد نوترون‌ها یک واحد کاهش می‌یابد و به $13-1=12$ می‌رسد. در این صورت تعداد پروتون‌ها و نوترون‌های هسته دختر $Z=N=12$ است.

۱ ۲۴۲۳ A

هسته واپاشی الکترون‌زا انجام داده است.

هرگاه هسته بتای منفی (${}^0_{-1}\text{e}$) گسیل کند، در

واقع یک نوترون در هسته به یک پروتون و یک الکترون تبدیل می‌شود یعنی تعداد پروتون‌ها یک واحد افزایش و تعداد نوترون‌ها یک واحد کاهش می‌یابد.



A ۲۴۲۷ ۳

با توجه به فرض مسأله:



واکنش هسته‌ای را می‌نویسیم.

با توجه به پایستگی تعداد نوکلئون‌ها خواهیم داشت:

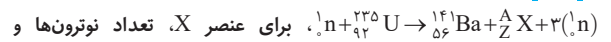
$$A = 208 + 4 + 4 \Rightarrow A = 212$$

مجموع عدد اتمی در دو طرف واکنش را با هم برابر قرار می‌دهیم و عدد اتمی Z

$$Z = 81 + 1 + 2 \Rightarrow Z = 84$$

را به دست می‌آوریم.

B ۲۴۳۱ ۱ بازرس با سؤال در فعل و انفعال هسته‌ای



برای عنصر X، تعداد نوترون‌ها و پروتون‌ها کدام است؟

$${}^{235}_{92} \text{U} \rightarrow {}^{141}_{54} \text{Ba} + {}^A_Z X + 3({}^1_0 \text{n}) \Rightarrow \begin{cases} 1 + 235 = 141 + A + 3 \Rightarrow A = 92 \\ 92 = 54 + Z + 0 \Rightarrow Z = 36 \end{cases}$$

با توجه به پایستگی تعداد نوکلئون‌ها و پایستگی بار الکتریکی در واکنش‌های هسته‌ای می‌توان نوشت:

$$A = Z + N \Rightarrow 92 = 36 + N \Rightarrow N = 56$$

اما تعداد نوترون‌ها برابر است با:

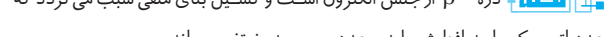
$$A = Z + N \Rightarrow 92 = 36 + N \Rightarrow N = 56$$

گزینه ۲

B ۲۴۲۸ ۴

B نکته پرتوهای α ذرات باردار مثبت از جنس هسته اتم هلیم (${}^4_2 \text{He}$) هستند و با گسیل ذره α ، ۲ واحد از عدد اتمی و ۴ واحد از عدد جرمی کم می‌شود.B نکته ذره β^- از جنس الکترون است و گسیل بتای منفی سبب می‌گردد که عدد اتمی یک واحد افزایش یابد و عدد جرمی بدون تغییر بماند.

B نکته معادله این واکنش هسته‌ای را می‌نویسیم.



ذره بتای منفی ذره آلفا

B ۲ باید مجموع عدد جرمی (تعداد نوکلئون‌ها) در دو طرف واکنش و هم چنین مجموع عدد اتمی در دو طرف واکنش هسته‌ای یکسان باشد، بنابراین می‌توان نوشت:

$$237 = A + (3 \times 4) + 0 \Rightarrow A = 225$$

$$93 = Z + (3 \times 2) + (-1) \Rightarrow Z = 88$$

B نکته عدد جرمی برابر مجموع تعداد پروتون‌ها و نوترون‌های هسته است.

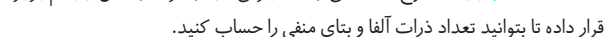
$$A = Z + N \Rightarrow 225 = 88 + N \Rightarrow N = 137$$

تعداد نوترون‌ها خواهد شد:

B ۲۴۲۹ ۲

B یادآوری در واکنش‌های هسته‌ای مجموع عدد اتمی و مجموع عدد جرمی در دو طرف واکنش یکسان است.

B خط فکری باید مجموع عدد اتمی و عدد جرمی در دو طرف واکنش را با هم برابر قرار داده تا بتوانید تعداد ذرات آلفا و بتای منفی را حساب کنید.

ذره α هسته هلیم (${}^4_2 \text{He}$) و ذره بتای منفی، الکترون (${}^0_{-1} \text{e}$) است واکنش را به‌طور کامل می‌نویسیم و تعداد α ها را با حرف M و تعداد β^- با حرف N مشخص می‌کنیم.

اکنون می‌توانیم بنویسیم:

$$A = A - 4M + 0 \Rightarrow M = 2$$

$$Z = Z + 2M - N \Rightarrow 2M = N - Z \Rightarrow N = 4$$

بنابراین به جای نقطه چین باید ۲ ذره آلفا و ۴ ذره بتا قرار داد.

B ۲۴۳۰ ۳

B ۱ ذره α از جنس هسته ${}^4_2 \text{He}$ می‌باشد.

۲ عدد اتمی دو طرف واکنش با هم برابر است:

$$93 = 2m - n + 88 \Rightarrow 2m - n = 5 \quad (1)$$

۳ عدد جرمی دو طرف واکنش با هم برابر است:

$$237 = 4m + 225 \Rightarrow 4m = 12 \Rightarrow m = 3 \quad (2)$$

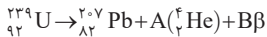
۴ با توجه به معادله‌های (۱) و (۲):

$$m = 3, n = 1$$

بنابراین $\frac{m}{n} = 3$ است.

B ۲۴۳۱ ۱

با توجه به واکنش هسته‌ای زیر قوانین پایستگی را می‌نویسیم.

۱ دقت کنید که در گسیل ذره β^- و β^+ توسط هسته، عدد جرمی هسته تغییر نمی‌کند، بنابراین قانون پایستگی تعداد نوکلئون در این واکنش به صورت زیر است:

$$239 = 207 + 4A \Rightarrow A = 8$$

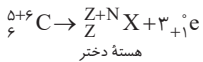
۲ مجموع عدد اتمی در دو طرف واکنش هسته‌ای را با هم برابر قرار می‌دهیم:

$$92 = 82 + 8 \times 2 + B \Rightarrow B = -6$$

مفهوم منفی این است که در این واکنش هسته ۶ ذره الکترون (بتای منفی) گسیل می‌کند.

B ۲۴۳۲ ۱

۱ معادله واپاشی کربن را براساس نمایش نشان داده شده می‌نویسیم



هسته دختر

۲ مجموع عدد اتمی در دو طرف واکنش را برابر قرار می‌دهیم

$$6 = Z + 3 \times 1 \Rightarrow Z = 3$$

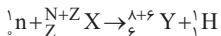
۳ قانون پایستگی تعداد نوکلئون‌ها را می‌نویسیم.

$$11 = 3 + N + 0 \Rightarrow N = 8$$



B ۲۴۳۳ ۱

۱ با توجه به طرحواره معادله واپاشی شکل زیر می‌نویسیم:



۲ مجموع عدد اتمی در دو طرف واکنش هسته‌ای را برابر قرار می‌دهیم.

$$0 + Z = 6 + 1 \Rightarrow Z = 7$$

۳ پایستگی تعداد نوکلئون‌ها را می‌نویسیم.

$$1 + N + 7 = 14 + 1 \Rightarrow N = 7$$

نسبت $\frac{N}{Z}$ خواهد شد.

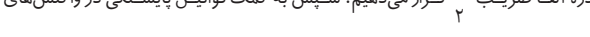
$$\frac{N}{Z} = \frac{7}{7} = 1$$



B ۲۴۳۴ ۳

۳ خط فکری واکنش هسته‌ای را می‌نویسیم. برای ذره بتای منفی ضریب a و برای ذره آلفا ضریب $\frac{a}{4}$ قرار می‌دهیم. سپس به کمک قوانین پایستگی در واکنش‌های هسته‌ای عدد جرمی و عدد اتمی هسته دختر را به دست می‌آوریم.

۱ واکنش هسته‌ای به صورت زیر است:



پایستگی تعداد نوکلئون‌ها خواهد شد:

$$A = 2a + 0 + A' \Rightarrow A' = A - 2a$$

۳ مجموع عدد اتمی در دو طرف واکنش را برابر قرار می‌دهیم.

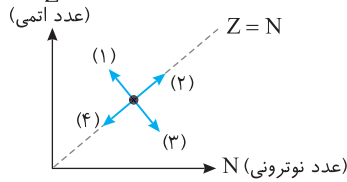
$$Z = a + (-a) + Z' \Rightarrow Z' = Z$$

بنابراین عدد جرمی کاهش می‌یابد و عدد اتمی ثابت می‌ماند.



در انتقال (۱)، Z افزایش و N کاهش یافته بنابراین این انتقال صحیح نیست.
در انتقال (۲)، تعداد پروتون‌ها و تعداد نوترون افزایش یافته و این انتقال نیز نادرست است.
در انتقال (۳)، عدد نوترونی افزایش و تعداد پروتون‌ها کاهش می‌یابد و این انتقال درست است.
در انتقال (۴)، تعداد نوترون‌ها و تعداد پروتون‌ها کاهش می‌یابد و این انتقال نادرست است.

بازر، با سوال هرگاه هسته‌ای بتا گسیل کند، در جهت کدام فلش منتقل می‌شود؟



(۱) (۴) (۳) (۳) (۲) (۲) (۴) (۱)

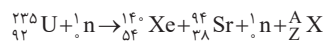
پایسج با گسیل بتا، عدد اتمی، یک واحد افزایش و عدد نوترونی، یک واحد کاهش می‌یابد. بنابراین در سوی فلش (۱) منتقل می‌شود. **گزینه ۴**

۲۴۳۹ B

ذره آلفا (${}^4_2\text{He}$) دارای دو نوترون و دو پروتون است و هرگاه هسته آلفا گسیل کند، عدد اتمی و عدد نوترونی هر کدام دو واحد کاهش می‌یابند. بنابراین در سوی فلش (۴) منتقل می‌شود.

۱ ۲۴۴۰ A

به جای نقطه‌چین هسته ${}^A_Z\text{X}$ را قرار می‌دهیم.



۱ پایستگی تعداد نوکلئون‌ها را می‌نویسیم. $235 + 1 = 140 + 94 + 1 + A \Rightarrow A = 1$

۲ مجموع عدد اتمی در دو طرف واکنش را برابر قرار می‌دهیم.

$$92 + 0 = 54 + 38 + 0 + Z \Rightarrow Z = 0$$

۳ بنابراین ${}^A_Z\text{X}$ ، نوترون ${}^1_0\text{n}$ است.

۲ ۲۴۴۱ A

در واکنش هسته‌ای ${}^{12}_6\text{C} + {}^A_Z\text{X} \rightarrow {}^4_2\text{He} + {}^1_0\text{n} + {}^B_5\text{B}$ قوانین پایستگی تعداد نوکلئون‌ها و عدد اتمی را می‌نویسیم $12 + A = 4 + 1 + B$ ، $6 + Z = 2 + 0 + 5 \Rightarrow Z = 1$
بنابراین هسته ایزوتوپ ${}^1_1\text{H}$ یعنی دوتریم، واکنش را کامل می‌کند.

۳ ۲۴۴۲ A

سدیم عنصر شماره ۱۱ جدول و Ne عنصر شماره ۱۰ جدول است، بنابراین عدد اتمی یک واحد کاهش یافته و عدد جرمی بدون تغییر است، پس پوزیترون گسیل شده است.
 ${}^{22}_{11}\text{Na} \rightarrow {}^{22}_{10}\text{Ne} + {}^0_{+1}\text{e}$

۳ ۲۴۴۳ B

بار هسته ${}^{232}_{90}\text{Th}$ در فاصله ۲ عدد اتمی هسته ${}^{232}_{90}\text{Th}$ برابر $Z = 90$ است یعنی در هسته این عنصر ۹۰ پروتون وجود دارد، بنابراین بار هسته آن برابر $q = Ze = 90e$ است و میدان الکتریکی هسته خواهد شد:

$$E = k \frac{q}{r^2} \Rightarrow E = k \frac{90e}{r^2}$$

در زنجیره واپاشی هسته دو بار ذره α ، دو بار الکترون (β^-) و هم‌چنین پروتو γ گسیل کرده است.

با هر بار گسیل ذره α ، (${}^4_2\text{He}$) هسته دو پروتون از دست می‌دهد، بنابراین در دو بار گسیل α ، هسته ۴ پروتون از دست داده است. در واپاشی الکترون‌زا یک نوترون در هسته به یک پروتون و یک الکترون (β^-) تبدیل می‌شود. ${}^1_0\text{n} \rightarrow {}^1_1\text{H} + {}^0_{-1}\text{e}$

بنابراین در هر واپاشی الکترون‌زا بر تعداد پروتون‌ها یک واحد افزوده می‌شود. در نتیجه به‌طور کلی در این زنجیره تعداد پروتون‌ها $4 - 2 = 2$ واحد کاهش می‌یابد و برابر $Z' = 90 - 2 = 88$ می‌شود و میدان هسته در این حالت برابر است با:

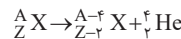
$$E' = k \frac{q'}{r'^2} \xrightarrow{q' = 88e} E' = k \frac{88e}{r'^2}$$

$$\frac{E'}{E} = \frac{k \frac{88e}{r'^2}}{k \frac{90e}{r^2}} = \frac{88}{90} = \frac{44}{45}$$

از این رو نسبت $\frac{E'}{E}$ خواهد شد.

۲ ۲۴۳۵ B

۱ معادله واپاشی آلفا را برای عنصر دلخواه ${}^A_Z\text{X}$ به صورت زیر است.



۲ عدد اتمی عنصر حاصل ($Z-2$)، برابر عدد اتمی عنصر اولیه (Z) است:

$$\frac{Z-2}{Z} = \frac{2}{3} \Rightarrow 3Z - 6 = 2Z \Rightarrow Z = 6$$

۳ عدد جرمی عنصر حاصل ($A-4$)، برابر عدد جرمی عنصر اولیه (A) است.

$$\frac{A-4}{A} = \frac{5}{7} \Rightarrow 7A - 28 = 5A \Rightarrow A = 14$$

۴ تعداد نوترون‌های عنصر اولیه به صورت:

$$N = A - Z = 14 - 6 = 8$$

۵ تعداد نوترون‌های عنصر حاصل به صورت:

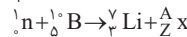
$$N' = (A-4) - (Z-2) = 10 - 4 = 6$$

۶ بنابراین نسبت تعداد نوترون‌های عنصر حاصل به تعداد نوترون‌های عنصر اولیه

$$\frac{N'}{N} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

۳ ۲۴۳۶ B

ابتدا نوع پرتو X را به کمک قوانین پایستگی در واکنش‌های هسته‌ای مشخص می‌کنیم.

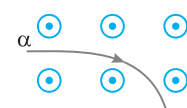


مجموع عدد اتمی‌های سمت راست = مجموع عدد اتمی‌های سمت چپ

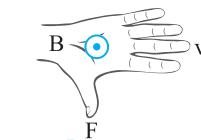
$$0 + 0 = 3 + Z \Rightarrow Z = -3$$

مجموع عدد جرمی‌های سمت راست = مجموع عدد جرمی‌های سمت چپ

$$1 + 0 = 7 + A \Rightarrow A = -6$$



بنابراین پرتو ${}^4_2\text{X}$ همان پرتو α است که دارای بار مثبت است و درون میدان پروتوسو شکل با توجه به قاعده دست راست به صورت روبه‌رو منحرف می‌شود.



۳ ۲۴۳۷ A

برای فعل و انفعال هسته‌ای (انرژی ${}^{137}_{55}\text{Cs} \rightarrow {}^{137}_{56}\text{Ba} + \text{X} + \text{انرژی}$) قوانین پایستگی را می‌نویسیم:

۱ قانون پایستگی تعداد نوکلئون‌ها:

$$137 = 137 + A_X \Rightarrow A_X = 0$$

۲ مجموع عدد اتمی در دو طرف واکنش را برابر قرار می‌دهیم.

$$55 = 56 + Z_X \Rightarrow Z_X = -1$$

بنابراین ${}^0_{-1}\text{X}$ بتای منفی است.

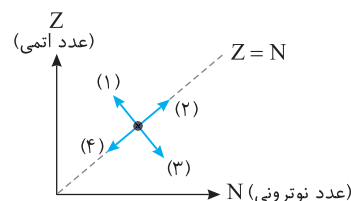
۳ اختلاف جرم را بر حسب kg به دست می‌آوریم و در رابطه اینشتین جای گذاری می‌کنیم:

$$E = mc^2 \Rightarrow E = 0.001 \times 1.6 \times 10^{-27} \times (3 \times 10^8)^2$$

$$\Rightarrow E = 1.5 \times 10^{-14} \text{ J} = 1.5 \times 10^{-13} \text{ J}$$

۳ ۲۴۳۸ B

پوزیترون (β^+) در اثر واپاشی یک پروتون در هسته، گسیل می‌شود. ${}^1_1\text{H} \rightarrow {}^1_0\text{n} + {}^0_{+1}\text{e}$



در این صورت از عدد اتمی (تعداد پروتون‌ها) یک واحد کاسته می‌شود ($Z' = Z - 1$) و

عدد نوترونی یک واحد افزایش می‌یابد ($N' = N + 1$).

پنجرهٔ روبه‌روی ۲

۳ ۲۴۴۷ A

با توجه به بردارهای نیروی رسم شده در شکل، نیروی هسته‌ای بین دو نوترون و یا دو پروتون و یا یک نوترون و یک پروتون وجود دارد یعنی از دید نیروی هسته‌ای تفاوتی بین پروتون و نوترون نیست بنابراین گزارهٔ (الف) را می‌توان نتیجه گرفت. از طرفی در شکل نشان داده شده است که هر نوکلئون تنها به نوکلئون‌های مجاورش نیرو وارد می‌کند، بنابراین نیروی هسته‌ای را کوتاه‌برد نشان می‌دهد و گزارهٔ (ب) نیز درست است. این طرح‌واره در مورد واپاشیدن هسته چیزی به ما ارائه نمی‌دهد و گزارهٔ (پ) نادرست است.

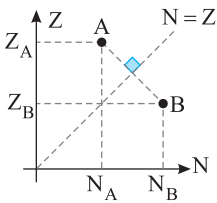
نمای ۲

۴ ۲۴۴۷ A

هنگام تشکیل هسته بخشی از جرم نوکلئون‌های تشکیل دهنده هسته به انرژی لازم برای تشکیل هسته تبدیل می‌شود و با یک کاستی جرم هسته روبه‌رو هستیم یعنی مجموع جرم نوکلئون‌های تشکیل دهنده هسته از جرم هسته بیشتر ($M > M_x$) است. دقت کنید که در صورت مسأله $N \neq 1$ در نظر گرفته شده است.

نمای ۳

۱ ۲۴۴۷ B



نکته ریاضی: شیب دو خط عمود بر هم، قرینه و یكدیگر است:

$$mm' = -1$$

خط چپین $Z=N$ نیمساز نمودار $Z-N$ و شیب آن برابر ۱ است. خط AB عمود بر نیمساز رسم شده و دارای شیب -1 خواهد بود. با توجه به نمودار شیب خط AB را نوشته و برابر -1 قرار می‌دهیم.

$$\text{شیب خط } AB = \frac{Z_A - Z_B}{N_A - N_B} = -1$$

$$Z_A - Z_B = N_B - N_A \Rightarrow N_A + Z_A = N_B + Z_B$$

بنابراین عدد جرمی‌های دو اتم A و B با هم برابر می‌باشد.

نمای ۲

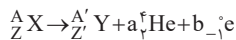
۴ ۲۴۴۷ A

در واکنش‌های شیمیایی مانند ${}^A_Z X \rightarrow {}^{A-f}_{Z-1} Y + {}^f_1 \alpha + i\beta$ همواره مجموع عدد جرمی در دو طرف واکنش با هم برابر است و هم‌چنین مجموع عدد اتمی با هم یکسان بوده که این بیانی از قانون پایستگی بار الکتریکی است و گزینه‌های (۲) و (۳) درست‌اند اما در بحث انرژی بستگی هسته متوجه شدیم که جرم در واکنش‌های هسته‌ای پایسته نمی‌ماند و گزینهٔ (۱) نادرست است.

نمای ۳

۴ ۲۴۴۷ A

در واکنش هسته‌ای، مجموع بار الکتریکی و مجموع عدد جرمی در دو طرف واکنش با هم برابر است.



با توجه به فرض سؤال، از عدد جرمی f واحد کم شده $(A' = A - f)$ و عدد اتمی ثابت مانده است $(Z = Z')$ بنابراین:

$$A = A' + fa \xrightarrow{A' = A - f} A = A - f + fa \Rightarrow a = 1$$

$$Z = Z' + za - b \xrightarrow{Z = Z'} 0 = 2 - b \Rightarrow b = 2$$

نمای ۳

۳ ۲۴۴۷ A

با توجه به رابطهٔ بین جرم و انرژی می‌توان نوشت:

$$E = mc^2 \Rightarrow E = 2 \times 10^{-6} \times (3 \times 10^8)^2 \Rightarrow E = 1.8 \times 10^7 \text{ J}$$

هر 1 kWh برابر $3.6 \times 10^6 \text{ J}$ است، از این‌رو:

$$E = \frac{1.8 \times 10^7}{3.6 \times 10^6} \Rightarrow E = 5 \times 10^0 \text{ kWh}$$

نمای ۳

۱ ۲۴۴۴ B

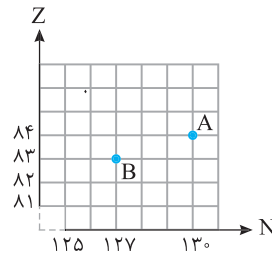
این پدیده برخورد ماده و ضد ماده است که در آن تمام جرم به انرژی تبدیل می‌شود. با توجه به رابطهٔ اینشتین، انرژی هر فوتون خواهد شد:

$$E = mc^2 \Rightarrow E = (9 \times 10^{-31}) \times (3 \times 10^8)^2$$

$$\Rightarrow E = 8.1 \times 10^{-15} \text{ J} = \frac{8.1 \times 10^{-15}}{1.6 \times 10^{-19}} \text{ eV} = 5.0625 \times 10^4 \text{ eV} = 50.6 \text{ keV}$$

برای تبدیل به eV

۳ ۲۴۴۵ C



۱ عدد اتمی عنصر A ، $Z_A = 84$ و

عدد نوترونی آن $N_A = 130$ بوده و عدد جرمی آن خواهد شد.

$$A_A = Z_A + N_A \Rightarrow A_A = 84 + 130$$

$$\Rightarrow A_A = 214 \Rightarrow {}^{214}_{84} A$$

۲ عدد اتمی عنصر B ، $Z_B = 83$ و

عدد نوترونی آن $N_B = 127$ بوده و عدد جرمی آن خواهد شد:

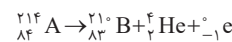
$$A_B = Z_B + N_B \Rightarrow A_B = 83 + 127 \Rightarrow A_B = 210 \Rightarrow {}^{210}_{83} B$$

۳ عدد جرمی A برای تبدیل به B ($214 - 210 = 4$) واحد کاهش یافته بنابراین

گسیل یک نوترون صورت نگرفته است و گزینهٔ (۱) نادرست است.

۴ اگر ذرهٔ آلفا گسیل کند از عدد نوترونی و همچنین عدد اتمی آن دو واحد کاسته می‌شود. از طرفی هنگام گسیل بتا از تعداد نوترون یک واحد

کاسته و بر تعداد پروتون‌ها یک واحد افزوده می‌شود. در نتیجه با گسیل یک آلفا و یک بتای منفی جمعاً ۳ واحد از عدد نوترونی و یک واحد از عدد اتمی کاسته می‌شود.



۴ ۲۴۴۶ B

نکته: هرگاه جرمی برابر یکای جرم اتمی (1 u) به انرژی تبدیل شود انرژی آزاد

شده برابر $931/5$ مگاالکترون‌ولت (MeV) است.

خط‌فکری: هستهٔ کربن (${}^{12}_6 \text{C}$) واپاشیده شده و سه ذرهٔ آلفا ایجاد شده است.

برای آنکه انرژی مورد نیاز این فرایند را حساب کنیم، باید اختلاف جرم هستهٔ کربن با سه ذرهٔ آلفا را پیدا کرده آن را در $931/5$ ضرب کنیم تا انرژی برحسب MeV را به دست بیاوریم.

$$\Delta m = 3m_\alpha - m_C \quad m_C = 12 \text{ u}, m_\alpha = 4.0026 \text{ u}$$

$$\Delta m = 3 \times 4.0026 \text{ u} - 12 \text{ u} = 0.0078 \text{ u}$$

$$E = 0.0078 \times 931/5 \approx 7.27 \text{ MeV}$$

انرژی حاصل خواهد شد:

۴ ۲۴۴۷ C

خط‌فکری: در واپاشی الکترون‌زا (β^-)، یک نوترون (${}^1_0 n$) به یک پروتون

(${}^1_1 \text{H}$) و یک ذرهٔ β^- واپاشیده می‌شود و مقداری انرژی آزاد می‌گردد جرم پروتون ایجاد

شده بسیار سنگین‌تر از جرم الکترون ایجاد شده است و پروتون در هسته ساکن یا تقریباً

ساکن می‌ماند و انرژی ایجاد شده به انرژی جنبشی الکترون تبدیل می‌شود، بنابراین شما

باید تغییر جرمی را حساب کرده و مشخص کنید این جرم چند مگاالکترون‌ولت انرژی تولید می‌کند.

۱ جرمی که به انرژی جنبشی تبدیل شده است:

$$\Delta M = M_n - (M_p + M_e) = 1.00866 - (1.00728 + 0.000549)$$

$$\Rightarrow \Delta M = 0.000831 \text{ u}$$

نکته: هرگاه جرمی برابر 1 u به انرژی تبدیل شود به اندازهٔ $931/5 \text{ MeV}$

انرژی تولید می‌کند.

۲ بیشینه انرژی جنبشی ذره‌های بتا برابر است با:

$$E = 0.000831 \times 931/5 = 0.774 \text{ MeV}$$

ایزوتوپ‌ها دارای عدد اتمی (Z) یکسان و عدد جرمی (A) و تعداد نوترون (N) متفاوت هستند. بنابراین گزینه (۳) درست و گزینه (۴) نادرست است.

۲ ۲۴۵۰

نیمه عمر یک عنصر پرتوزا، تنها تابع نوع هسته واپاشیده است و عامل‌های خارجی مانند دما، فشار، یا میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی تأثیری در آن ندارند و با گذشت زمان تغییر نمی‌کند. بنابراین گزینه (۱) نادرست است. در اثر پرتوزایی بتا، عدد اتمی هسته افزایش می‌یابد $(\overset{A}{Z}X \rightarrow \overset{A}{Z+1}Y + \overset{0}{-1}e)$ بنابراین گزینه (۲) درست است.

هر چه انرژی بستگی هسته بیشتر باشد، یعنی برای جدا کردن نوکلئون از هسته، انرژی بیشتری لازم است و هسته پایدارتر است. بنابراین گزینه (۳) نادرست است. آلفا هسته هلیوم بوده و دارای دو پروتون و دو نوترون است. هرگاه هسته پرتوزا، آلفا گسیل کند، عدد اتمی آن دو واحد و عدد جرمی آن ۴ واحد کاهش می‌یابد. بنابراین گزینه (۴) نادرست است.

۱ ۲۴۵۱

یادآوری: نیمه عمر مدت زمانی است که طول می‌کشد تا نیمی از هسته‌های عنصر پرتوزا واپاشیده شود.

$$N = \frac{\text{تعداد هسته‌های اولیه}}{2^n} \Rightarrow 2^n = \frac{N_0}{N}$$

$$n = \frac{t}{T} \quad t = 4h, T = 1h \Rightarrow n = 4$$

تعداد نیمه عمرها را حساب می‌کنیم.

تعداد هسته‌های باقیمانده بیسموت خواهد شد:

$$N = \frac{N_0}{2^4} \Rightarrow N = \frac{N_0}{16}$$

۳ ۲۴۵۲

با توجه به رابطه نیمه عمر تعداد نیمه عمرهای سپری شده را حساب می‌کنیم:

$$N = \frac{N_0}{2^n} \Rightarrow \frac{N_0}{128} = \frac{N_0}{2^n} \Rightarrow 2^7 = 2^n \Rightarrow n = 7$$

هر نیمه عمر ۲h است. بنابراین ۷ نیمه عمر خواهد شد

$$t = nT \Rightarrow t = 7 \times 2 = 14h$$

۲ ۲۴۵۳

با توجه به رابطه نیمه عمر تعداد نیمه عمرهای سپری شده را حساب می‌کنیم:

$$m = \frac{m_0}{2^n} \quad m = 1/5g, m_0 = 12g \Rightarrow \frac{3}{2} = \frac{12}{2^n} \Rightarrow 2^n = 8 \Rightarrow n = 3$$

کل مدت واپاشی ۱۸ روز بوده است. یعنی در مدت ۱۸ روز سه نیمه عمر طی شده بنابراین:

$$T = \frac{t}{n} \Rightarrow T = \frac{18}{3} = 6$$

۱ ۲۴۵۴

راه حل اول: با توجه به تعریف نیمه عمر:

$$M_0 \xrightarrow{10h} \frac{M_0}{2} \xrightarrow{10h} \frac{M_0}{4} \xrightarrow{10h} \frac{M_0}{8} \xrightarrow{10h} \frac{M_0}{16}$$

جرم باقی مانده $\frac{M_0}{16}$

جرم واپاشیده - جرم اولیه = جرم عنصر پرتوزای باقی مانده

$$\Rightarrow \frac{M_0}{16} = M_0 - 15 \Rightarrow \frac{15M_0}{16} = 15 \Rightarrow M_0 = 16g$$

راه حل دوم:

ابتدا تعداد نیمه عمرها را حساب می‌کنیم.

$$n = \frac{t}{T} \quad t = 40h, T = 10h \Rightarrow n = \frac{40}{10} = 4$$

جرم واپاشیده شده برابر است با:

$$M = M_0 - 15$$

رابطه نیمه عمر را نوشته جرم اولیه را به دست می‌آوریم.

$$M = \frac{M_0}{2^n} \quad M = M_0 - 15g \Rightarrow \frac{M_0}{2^4} = M_0 - 15 \Rightarrow M_0 = 16g$$

۳ ۲۴۴۷

ذره α از جنس هسته ${}^4_2\text{He}$ می‌باشد. ${}^{237}_{93}\text{Np} \rightarrow m\alpha + n\beta + {}^{225}_{88}\text{Ra}$

عدد اتمی دو طرف واکنش با هم برابر است:

$$93 = 2m - n + 88 \Rightarrow 2m - n = 5 \quad (1)$$

عدد جرمی دو طرف واکنش با هم برابر است:

$$237 = 4m + 225 \Rightarrow 4m = 12 \Rightarrow m = 3 \quad (2)$$

با توجه به معادله‌های (۱) و (۲):

$$m = 3, n = 1$$

نمای ξ

۱ ۲۴۴۷

به تعداد پروتون‌های هسته مادر یکی اضافه شده و از تعداد نوترون‌ها یکی کاسته شده است. بنابراین واپاشی بتا رخ داده است. $(\overset{0}{-1}e \rightarrow \overset{1}{0}n)$ و ذره گسیل شده، بتای منفی (الکترون) است.

۲ ۲۴۴۷

خط فکری: گسیل هر ذره آلفا باعث کاهش ۴ واحدی عدد جرمی و کاهش ۲ واحدی عدد اتمی می‌شود. از طرفی گسیل یک ذره بتای منفی باعث افزایش یک واحدی عدد اتمی می‌شود. در نتیجه گسیل دو ذره بتای منفی می‌تواند کاهش ۲ واحدی عدد اتمی توسط گسیل آلفا را جبران کند. با دانستن این موضوع مسئله قابل حل است. واکنش هسته‌ای را می‌نویسیم. تعداد ذرات α و β را به ترتیب با a و b نمایش می‌دهیم:

$$\overset{A}{Z}X \rightarrow A-12Z Y + a\alpha + b\beta + \overset{0}{-1}e$$

$$A = (A-12) + 4a \Rightarrow a = 3$$

بنا به پایستگی عدد جرمی:

$$Z = Z + 2a - b \xrightarrow{a=3} b = 6$$

بنا به پایستگی عدد اتمی:

نمای ξ

۲ ۲۴۴۷

نیروی هسته‌ای یک نیروی ربایشی بین نوکلئون‌ها بوده که مستقل از بار نوکلئون‌ها و یک نیروی کوتاه برد است. گزاره (الف) نادرست است. هنگام تشکیل هسته مقداری از جرم نوکلئون‌ها به انرژی لازم برای تشکیل هسته تبدیل می‌شود یعنی مقداری انرژی آزاد می‌شود. گزاره (ب) درست است. اختلاف بین ترازهای انرژی هسته اتم از مرتبه کیلو الکترون ولت (keV) تا مرتبه مگا الکترون (MeV) است. در حالی که اختلاف بین ترازهای الکترون‌ها در اتم از مرتبه الکترون ولت (eV) بوده از این رو، هسته‌ها در واکنش‌های شیمیایی شرکت نمی‌کنند و گزاره (پ) درست است. خواص شیمیایی هر اتم را تعداد پروتون‌های آن مشخص می‌کند و چون ایزوتوپ‌ها تعداد پروتون یکسانی دارند پس خواص شیمیایی یکسانی داشته و با روش‌های شیمیایی نمی‌توان آن‌ها را از هم جدا کرد.

نمای ۱، ۲ و ۳

پنجره ۳

۳ ۲۴۴۸

نکته: نیمه عمر یک عنصر پرتوزا به جنس هسته آن بستگی دارد و با فشار، دما یا زمان تغییر نمی‌کند. با واپاشی جسم پرتوزا نیمه عمر ثابت می‌ماند.

۳ ۲۴۴۹

یادآوری: اتم‌ها با تعداد پروتون یکسان و تعداد نوترون‌های مختلف را ایزوتوپ (هم مکان) می‌نامند، زیرا همگی در جدول مندلیف یک خانه را اشغال می‌کنند. نیمه عمر به نوع هسته بستگی دارد و ایزوتوپ‌های یک عنصر ممکن است نیمه عمر متفاوتی داشته باشند و حتی ممکن است یک ایزوتوپ پایدار باشد مانند ${}^1_1\text{H}$ و ایزوتوپ دیگر ناپایدار باشد مانند ${}^3_1\text{T}$ و گزینه (۱) نادرست است. انرژی بستگی هسته به تعداد نوکلئون‌های هسته بستگی دارد و برای ایزوتوپ‌های یک عنصر که تعداد نوکلئون‌های متفاوتی دارند یکسان نیست و گزینه (۲) نادرست است.

A ۳ ۲۴۵۵

۱ با توجه به تعریف نیمه عمر، ابتدا تعداد نیمه عمرهای سپری شده را به دست

$$m = \frac{m_0}{2^n} \Rightarrow 0.125 = \frac{2}{2^n} \Rightarrow 2^n = \frac{2}{0.125} \Rightarrow 2^n = 16 \Rightarrow n = 4$$

$$n = \frac{t}{T_{\frac{1}{2}}} \Rightarrow 4 = \frac{t}{28} \Rightarrow t = 112 \text{ سال}$$

۲ زمان سپری شده:

B ۱ ۲۴۵۶

۱ با توجه به تعریف نیمه عمر یک ماده پرتوزا پس از گذشت سه نیمه عمر خواهیم

$$\text{دلشت: جرم باقی مانده } M_0 \xrightarrow{t} \frac{M_0}{2} \xrightarrow{t} \frac{M_0}{4} \xrightarrow{t} \frac{M_0}{8}$$

$$2 \text{ جرم واپاشیده شده برابر است با: } M_0 - \frac{M_0}{8} = \frac{7}{8} M_0$$

$$3 \text{ نسبت خواسته شده را حساب می کنیم.} \frac{\text{جرم واپاشیده}}{\text{جرم باقی مانده}} = \frac{\frac{7}{8} M_0}{\frac{M_0}{8}} = 7$$

A ۲ ۲۴۵۷

با توجه به تعریف نیمه عمر:

۱ مقدار هسته‌های فعال باقی مانده در مدت $n=5$ نیمه عمر خواهد شد:

$$N = \frac{N_0}{2^n} \xrightarrow{n=5} N = \frac{N_0}{32}$$

۲ تعداد هسته‌های واپاشیده را به دست می آوریم.

$$\text{تعداد هسته‌های واپاشیده} = N_0 - \frac{N_0}{32} = \frac{31}{32} N_0$$

$$3 \text{ درصد هسته‌های واپاشیده شده خواهد شد: } \frac{31}{32} N_0 \sim 97\% N_0$$

A ۲ ۲۴۵۸

بنا بر تعریف نیمه عمر:

$$1 \text{ تعداد نیمه عمرها را حساب می کنیم. } n = \frac{t}{T} = \frac{32 \text{ روز}}{8 \text{ روز}} = 4$$

۲ تعداد هسته‌های باقی مانده فعال را به دست می آوریم.

$$N = \frac{N_0}{2^n} \Rightarrow N = \frac{N_0}{2^4} \Rightarrow N = \frac{N_0}{16} = 6.25\% N_0$$

۳ درصد هسته‌های واپاشیده شده خواهد شد:

$$\Delta N = N_0 - 6.25\% N_0 \Rightarrow \Delta N = 93.75\% N_0$$

بازر با سوال چند درصد از هسته‌های ماده رادیواکتیوی پس از واپاشی

$$\text{در مدت ۴ نیمه عمر به صورت فعال باقی می ماند؟}$$

۱۲/۵ (۴)	۶/۲۵ (۳)	۳ (۲)	۲/۵ (۱)
----------	----------	-------	---------

در مدت ۴ نیمه عمر خواهیم داشت:

$$N = \frac{N_0}{2^n} \Rightarrow N = \frac{N_0}{2^4} \Rightarrow N = \frac{N_0}{16} \Rightarrow \frac{N}{N_0} = \frac{1}{16} = 6.25\%$$

A ۴ ۲۴۵۹

۱ ۸۷/۵ درصد از هسته‌های اولیه واپاشیده شده بنابراین ۱۲/۵ درصد از هسته‌های

اولیه باقی مانده است. $(N = \frac{12.5}{100} N_0)$ بنابراین می توان نوشت:

$$N = \frac{N_0}{2^n} \Rightarrow \frac{12.5}{100} N_0 = \frac{N_0}{2^n} \Rightarrow \frac{1}{8} = \frac{1}{2^n} \Rightarrow n = 3$$

در مدت ۲۴h، سه نیمه عمر طی شده است. از این رو نیمه عمر این ماده پرتوزا برابر است با:

$$T = \frac{t}{n} \Rightarrow T = \frac{24}{3} = 8h$$

B ۳ ۲۴۶۰

یادآوری برای به دست آوردن درصد هسته‌های پرتوزا باقی مانده می توان از رابطه

$$N = \left(\frac{1}{2}\right)^n \times 100 \text{ استفاده کرد که در آن } n = \frac{t}{T_{\frac{1}{2}}}$$

راه حل اول: نیمه عمر کربن ۵۷۳۰ سال است، بنابراین پس از ۲۲۹۲۰ سال، ۴ نیمه عمر گذشته است.

$$n = \frac{22920}{5730} = 4$$

حال با توجه به رابطه گفته شده در یادآوری درصد خواسته شده را حساب می کنیم:

$$\text{درصد باقی مانده} \frac{N}{N_0} = \left(\frac{1}{2}\right)^4 \times 100 = 6.25\%$$

راه حل دوم: پس از هر نیمه عمر مقدار باقیمانده یک عنصر نصف می شود:

$$N \xrightarrow{\text{یک نیمه عمر}} \frac{N}{2} \xrightarrow{\text{دو نیمه عمر}} \frac{N}{4} \xrightarrow{\text{سه نیمه عمر}} \frac{N}{8}$$

$\downarrow 50\%$ $\downarrow 25\%$
 $\downarrow 12.5\%$ $\downarrow 6.25\%$

A ۲ ۲۴۶۱

۱ تعداد نیمه عمر A و B را حساب می کنیم.

$$n = \frac{t}{T} \begin{cases} A: t = 600 \text{ روز}, T_A = 100 \text{ روز} \rightarrow n_A = \frac{600}{100} = 6 \text{ نیمه عمر} \\ B: t = 600 \text{ روز}, T_B = 150 \text{ روز} \rightarrow n_B = \frac{600}{150} = 4 \text{ نیمه عمر} \end{cases}$$

۲ تعداد هسته‌های فعال A و B با هم برابر شده است. $(N_A = N_B)$

$$N_A = N_B \Rightarrow \frac{N_0 A}{2^{n_A}} = \frac{N_0 B}{2^{n_B}} \Rightarrow \frac{N_0 A}{2^6} = \frac{N_0 B}{2^4} \Rightarrow \frac{N_0 A}{N_0 B} = 2^2 = 4$$

A ۴ ۲۴۶۲

با توجه به فرض‌های مسئله تعداد هسته‌های باقی مانده A، ۴ برابر تعداد هسته‌های باقی مانده B است:

$$N_A = 4 N_B \xrightarrow{N = \frac{N_0}{2^n}} \frac{N_0 A}{2^{n_A}} = 4 \frac{N_0 B}{2^{n_B}} \xrightarrow{N_0 A = N_0 B} \frac{2^{n_B}}{2^{n_A}} = 4$$

$$\Rightarrow 2^{n_B - n_A} = 2^2 \Rightarrow n_B - n_A = 2$$

A ۳ ۲۴۶۳

۱ در مدت ۳۰۰۰ سال تعداد هسته‌های باقیمانده $N = N_0 / 8$ است. نیمه عمر را

به دست می آوریم:

$$N = \frac{N_0}{2^n} \Rightarrow \frac{N_0}{8} = \frac{N_0}{2^n} \Rightarrow n = 3, \quad T_{\frac{1}{2}} = \frac{t}{n} = \frac{3000}{3} = 1000y$$

۲ از ۳۰۰۰ سال تا ۶۰۰۰ سال نیز تعداد نیمه عمر $n = 3$ خواهد بود و تعداد

هسته‌های باقی مانده خواهد شد:

$$\frac{N_0}{8} \xrightarrow{T_{\frac{1}{2}}=1000} \frac{N_0}{16} \xrightarrow{T_{\frac{1}{2}}=1000} \frac{N_0}{32} \xrightarrow{T_{\frac{1}{2}}=1000} \frac{N_0}{64}$$

۳ بنابراین تعداد هسته‌های واپاشیده در این مدت برابر است با:

$$\frac{N_0}{8} - \frac{N_0}{64} = \frac{8N_0 - N_0}{64} = \frac{7N_0}{64}$$

۳ ۲۴۶۷ A

۱ تعداد هسته‌های موجود A و B در هر مرحله از واپاشیدن برابر تعداد هسته‌های اولیه عنصر پرتوزای A است، بنابراین:

$$N_{eA} : \text{تعداد هسته‌های اولیه A و } N_{MB} : \text{تعداد هسته‌های B در نقطه M و } N_{MA} = (N_{MA} + N_{MB}) \text{ : تعداد هسته‌های A در نقطه M}$$

۲ با توجه به فرض مسئله تعداد هسته‌های B در نقطه M، ۱۵ برابر تعداد هسته‌های A است. در نتیجه می‌توان نوشت:

$$N_{eA} = (N_{MA} + 15N_{MA}) \Rightarrow N_{eA} = 16N_{MA} \Rightarrow N_{MA} = \frac{1}{16} N_{eA}$$

۳ تعداد نیمه‌عمر A را به دست می‌آوریم:

$$N_A = \frac{N_{eA}}{2^n} \Rightarrow \frac{1}{16} N_{eA} = \frac{N_{eA}}{2^n} \Rightarrow 2^n = 16 \Rightarrow n = 4$$

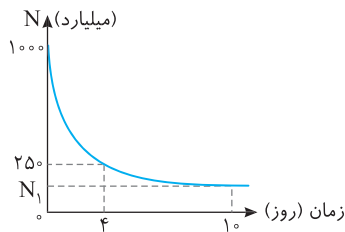
۴ بعد از گذشتن ۴ نیمه‌عمر به حالت M می‌رسد و زمان سپری شده خواهد شد:

$$4 \times \frac{1}{2} \times 10^9 = 4 \times 10^9 \text{ سال یا } 4 \text{ میلیارد سال}$$

۴ ۲۴۶۸ A

۱ به نمودار نگاه کنید. در مدت ۴ روز تعداد هسته‌های ماده فعال از 1000×10^6 هسته به 250×10^6 هسته می‌رسد یعنی تعداد نیمه‌عمر سپری شده خواهد شد:

$$N = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^n \Rightarrow 250 \times 10^6 = \frac{1000 \times 10^6}{2^n} \Rightarrow 2^n = 4 \Rightarrow n = 2$$



۲ نیمه‌عمر را به دست می‌آوریم. روز $n = \frac{t}{T} \Rightarrow 2 = \frac{4}{T} \Rightarrow T = 2$

۳ برای به دست آوردن N_1 باید بررسی کنیم در مدت ۱۰ روز چند نیمه‌عمر سپری شده است.

$$n = \frac{t}{T} = \frac{10}{2} = 5$$

۴ N_1 را حساب می‌کنیم.

$$N = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^n \Rightarrow N_1 = \frac{N_0}{2^5} \Rightarrow N_1 = \frac{N_0}{32} = \frac{1000}{32} = 31 \frac{1}{32} \times 10^6$$

۱ ۲۴۶۹ B

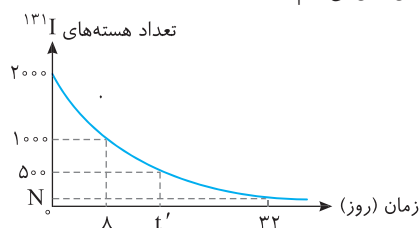
راه حل اول: با توجه به نمودار تعداد هسته‌های فعال در مدت ۸ روز، نصف شده است، بنابراین نیمه‌عمر آن ۸ روز می‌باشد. بنابراین t' که برابر دو نیمه‌عمر است، $2 \times 8 = 16$ روز است. بعد از گذشت ۳۲ روز، داریم:

$$2000 \xrightarrow{8 \text{ روز}} 1000 \xrightarrow{8 \text{ روز}} 500 \xrightarrow{8 \text{ روز}} 250 \xrightarrow{8 \text{ روز}} N = 125$$

راه حل دوم:

$$n = \frac{t}{T} = \frac{32}{8} = 4, \quad N = \frac{N_0}{2^n} \Rightarrow N = \frac{N_0}{2^4} \Rightarrow N = \frac{2000}{16} \Rightarrow N = 125$$

(در مورد t' مانند راه حل قبل عمل می‌کنیم.)



۳ ۲۴۶۴ B

خط فکری مسئله را از قسمت دوم آن یعنی باقی ماندن $\frac{m_1}{8}$ ماده فعال از مقدار m_1 باید شروع کنید و مشخص کنید در بازه $300h$ تا $450h$ چند نیمه‌عمر گذشته است، سپس نیمه‌عمر را حساب کرده به سراغ ماده اولیه بروید.

۱ در مدت 300 ساعت تا 450 ساعت، جرم فعال از m_1 به $\frac{m_1}{8}$ رسیده است از این‌رو:

$$m = \frac{m_0}{2^n} \Rightarrow \frac{m_1}{8} = \frac{m_1}{2^n} \Rightarrow n = 3$$

این‌رو:

۲ نیمه‌عمر خواهد شد:

$$T = \frac{t}{n} \Rightarrow T = \frac{450 - 300}{3} \Rightarrow T = 50h$$

۳ اکنون مقدار عنصر فعال باقیمانده پس از گذشت 450 ساعت را به دست می‌آوریم:

$$n = \frac{t}{T} \Rightarrow \frac{450}{50} \Rightarrow n = 9, \quad m = \frac{m_0}{2^n} \Rightarrow m = \frac{m_0}{2^9} \Rightarrow m = \frac{m_0}{512}$$

۴ مقدار ماده واپاشیده برابر است با:

$$m_0 - m_x = m_0 - \frac{m_0}{512} = \frac{511}{512} m_0$$

۴ ۲۴۶۵ A

با توجه به فرض مسأله:

۱ اگر جرم باقیمانده را m و جرم اولیه را m_0 فرض کنیم جرم ماده واپاشیده $\Delta m = m_0 - m$ خواهد بود که در صورت مسئله بیان شده $\Delta m = 15m$ است.

بنابراین:

$$\Delta m = 15m \Rightarrow \text{جرم باقی مانده } 15 \times \text{جرم واپاشیده شده}$$

$$\Rightarrow m_0 - m = 16m \Rightarrow m = \frac{m_0}{16}$$

۲ تعداد نیمه‌عمرها را حساب می‌کنیم. $m = \frac{m_0}{2^n} \Rightarrow \frac{m_0}{16} = \frac{m_0}{2^n} \Rightarrow n = 4$

۳ زمان سپری شده خواهد شد:

$$n = \frac{t}{T} \Rightarrow t = nT \Rightarrow t = 4 \times 16 \Rightarrow t = 64 \text{ روز}$$

۲ ۲۴۶۶ B

خط فکری وقتی ماده پرتوزای X واپاشیده شده و به ماده پرتوزای Y تبدیل می‌شود، در واقع تعداد هسته‌های ایجاد شده Y برابر تعداد هسته‌های واپاشیده X است

و قتی در صورت مسئله بیان می‌کند که تعداد هسته‌های Y (N_Y) ایجاد شده ۱۵ برابر تعداد هسته‌های باقی مانده X است یعنی $\Delta N_X = 15N_X$ است. حال با دانستن این مطلب مسئله را حل می‌کنیم.

۱ تعداد ذره‌های تولید شده Y برابر تعداد ذره‌های واپاشیده X است از این‌رو:

$$N_Y = \Delta N_X \Rightarrow N_Y = N_{eX} - N_X \Rightarrow N_X + N_Y = N_{eX}$$

۲ با توجه به فرض مسئله $N_Y = 15N_X$ است.

$$N_X + 15N_X = N_{eX} \Rightarrow N_X = \frac{N_{eX}}{16}$$

۳ تعداد نیمه‌عمرها را به دست می‌آوریم.

$$N = \frac{N_X}{2^n} \Rightarrow \frac{N_X}{16} = \frac{N_X}{2^n} \Rightarrow 2^n = 16 \Rightarrow n = 4$$

۴ بنابراین عمر قطعه سنگ برابر می‌شود با چهار نیمه‌عمر:

$$t = 5000 \times 4 = 20000 \text{ سال}$$

$$n = \frac{t}{T} \Rightarrow 4 = \frac{t}{5000} \Rightarrow t = 20000 \text{ سال}$$

۲ ۲۴۷۰ B

۱ نیمه‌عمر این ماده بنا به فرض مسئله ۸h است.

۲ در بازه t تا t+۳۲ ، ۳۲ ساعت زمان سپری شده، اکنون مشخص می‌کنیم این ۳۲ ساعت چند نیمه‌عمر است.

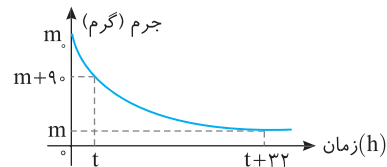
$$n = \frac{t}{T_{\frac{1}{2}}} \Rightarrow n = \frac{32}{8} \Rightarrow n = 4$$

۳ در مدت ۴ نیمه‌عمر جرم ماده فعال پرتوزا از مقدار اولیه (m+۹۰) به m رسیده است. بنابراین می‌توان نوشت

$$m = \frac{m+90}{2^n} \Rightarrow m = \frac{m+90}{2^4} \Rightarrow 16m = m+90 \Rightarrow 15m = 90 \Rightarrow m = \frac{90}{15} = 6g$$

۴ در t+۳۲ جرم ماده فعال ۶g است و در t+۴۸ زمان سپری شده ۱۶h-۳۲=۴h بوده که این زمان برابر دو نیمه‌عمر است. بنابراین جرم فعال در t+۴۸ خواهد شد.

$$6g \xrightarrow{T=8h} 3g \xrightarrow{T=8h} 1.5g$$



۳ ۲۴۷۱ B

یادآوری نیمه‌عمر یک ماده پرتوزا مدت زمانی است که طول می‌کشد تا نیمی از هسته‌های ماده پرتوزا واپاشیده شود.

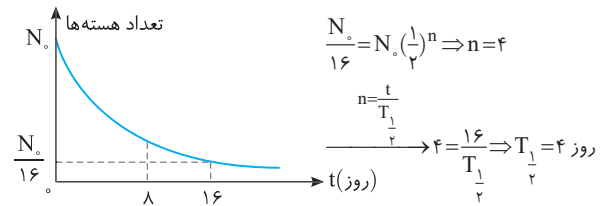
با توجه به نمودار می‌توان مسیر تحولات ماده پرتوزا را در مدت ۱۶ روز نشان داد. تعداد نیمه‌عمرها در مدت ۱۶ روز برابر ۴ نیمه‌عمر است، بنابراین:

$$\frac{N_0}{2} \cdot \frac{N_0}{2} \cdot \frac{N_0}{2} \cdot \frac{N_0}{2} = N_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4$$

در مدت ۸ روز دو نیمه‌عمر می‌گذرد و تعداد هسته‌های فعال باقی‌مانده خواهد شد:

$$N = \frac{N_0}{2^2} \Rightarrow N = \frac{N_0}{4} \Rightarrow \frac{N}{N_0} = 25\%$$

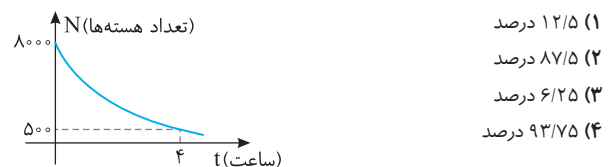
روش دیگر: با توجه به رابطه $N = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^n$ داریم:



$$n = \frac{t}{T_{\frac{1}{2}}} \Rightarrow 4 = \frac{16}{T_{\frac{1}{2}}} \Rightarrow T_{\frac{1}{2}} = 4 \text{ روز}$$

بنابراین پس از ۸ روز، $\frac{1}{2}$ هسته فعال باقی‌مانده که همان ۲۵٪ می‌باشد.

پازل یا سؤال نمودار تعداد هسته‌های پرتوزای باقی‌مانده در یک نمونه رادیواکتیو برحسب زمان مطابق شکل زیر است. پس از مدت ۳ ساعت از شروع واپاشی چند درصد از هسته‌های اولیه واپاشیده می‌شوند؟

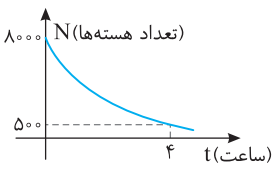


- ۱) ۱۲/۵ درصد
- ۲) ۸۷/۵ درصد
- ۳) ۶/۲۵ درصد
- ۴) ۹۳/۷۵ درصد

یادآوری با توجه به رابطه

$$N = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^n \Rightarrow n = \frac{t}{T_{\frac{1}{2}}}$$

است داریم:



$$5000 = 8000 \left(\frac{1}{2}\right)^n \Rightarrow \frac{1}{2} = \left(\frac{1}{2}\right)^n \Rightarrow n = 1 \Rightarrow T_{\frac{1}{2}} = 4 \text{ h}$$

بنابراین نیمه‌عمر برابر ۱h می‌باشد:

$$N' = 1000 = 8000 \left(\frac{1}{2}\right)^n \Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^n = \frac{1}{8} \Rightarrow n = 3 \Rightarrow t' = 3 \text{ h}$$

بنابراین از ۸۰۰۰ هسته بعد از ۳ ساعت ۱۰۰۰ هسته باقی‌مانده است یعنی ۷۰۰۰ هسته واپاشی شده است.

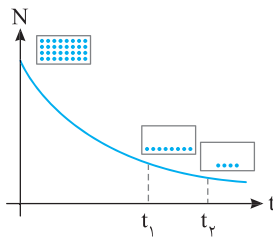
$$\frac{7000}{8000} \times 100 = 87.5\%$$

گزینه ۲

۱ ۲۴۷۲ B

خط فکری باید تعداد هسته‌های

درون هر مستطیل را بشمارید تا مشخص شود در مدت t_1 چه تعداد از هسته‌ها و در مدت t_2 تا نیز چه تعداد از هسته‌ها واپاشیده و چه تعداد باقی‌مانده است.



۱ با توجه به تعداد هسته‌های اولیه درون مستطیل اول $N_0 = 32$ و تعداد هسته‌ها در لحظه t_1 ، $N_1 = 8$ است، بنابراین t_1 خواهد شد:

$$N_1 = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{n_1} \Rightarrow 8 = 32 \left(\frac{1}{2}\right)^{n_1} \Rightarrow n_1 = 2 \Rightarrow t_1 = 2T_{\frac{1}{2}}$$

۲ در لحظه t_2 تعداد هسته‌ها، ۴ شده است. بنابراین t_2 خواهد شد:

$$N_2 = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{n_2} \Rightarrow 4 = 32 \left(\frac{1}{2}\right)^{n_2} \Rightarrow n_2 = 3 \Rightarrow t_2 = 3T_{\frac{1}{2}}$$

۳ نسبت t_2/t_1 برابر است با:

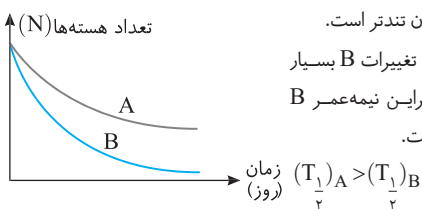
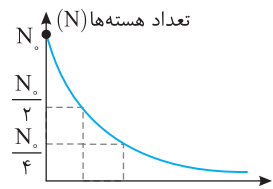
$$\frac{t_2}{t_1} = \frac{3T_{\frac{1}{2}}}{2T_{\frac{1}{2}}} = \frac{3}{2}$$

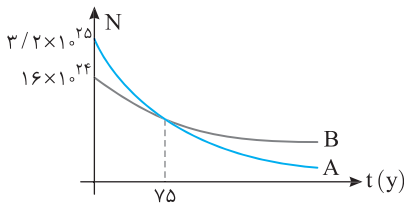
۲ ۲۴۷۳ A

نکته با توجه به نمودار روبه‌رو

هرچه نیمه‌عمر کوتاه‌تر باشد تعداد هسته‌های فعال در زمان کوتاه‌تری واپاشیده شده و تعداد هسته‌های باقیمانده فعال به سرعت کاهش می‌یابد و شیب تغییرات آن تندتر است.

با توجه به نمودار شیب تغییرات B بسیار تندتر از A است. بنابراین نیمه‌عمر B کوتاه‌تر از نیمه‌عمر A است.





۳ ۲۴۷۷ B

خط فکری دقت کنید که محور قائم این نمودار جرم واپاشی شده است و به همین دلیل در $t=0$ ، جرم واپاشیده صفر است و در نهایت اگر کل ماده پرتوزا واپاشیده شود، تعداد هسته‌های واپاشیده N_0 یعنی همان تعداد هسته‌های اولیه است. وقتی روی نمودار تعداد هسته‌های واپاشی شده $\frac{15}{16}N_0$ است یعنی تعداد هسته‌های فعال

$$N_0 - \frac{15}{16}N_0 = \frac{N_0}{16}$$

۱) تعداد نیمه‌عمرها خواهد شد:

$$N = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^n \Rightarrow \frac{1}{16}N_0 = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^n \Rightarrow n = 4$$

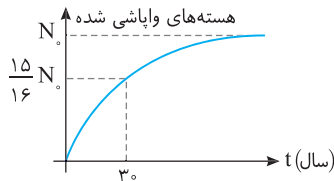
۲) نیمه‌عمر برابر است با:

$$n = \frac{t}{T_{\frac{1}{2}}} \Rightarrow 4 = \frac{30}{T_{\frac{1}{2}}} \Rightarrow T_{\frac{1}{2}} = 7.5 \text{ سال}$$

۳) اکنون زمانی که $N = \frac{1}{32}N_0$ می‌شود را به دست می‌آوریم:

$$\frac{1}{32}N_0 = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{n'} \Rightarrow n' = 5$$

$$n' = \frac{t'}{T_{\frac{1}{2}}} \Rightarrow 5 = \frac{t'}{7.5} \Rightarrow t' = 37.5 \text{ سال}$$



۲ ۲۴۷۸ A

برای هر یک از دو عنصر، هسته‌های فعال P و Q را بعد از گذشت ۱h حساب می‌کنیم:

۱) نیمه‌عمر عنصر P، ۲۰ دقیقه است. تعداد هسته‌های فعال آن بعد از $1h = 60 \text{ min}$ یعنی سه نیمه‌عمر ($n = \frac{60}{20} = 3$) را حساب می‌کنیم.

$$N_{0,P} \xrightarrow{20 \text{ min}} \frac{N_{0,P}}{2} \xrightarrow{20 \text{ min}} \frac{N_{0,P}}{4} \xrightarrow{20 \text{ min}} \frac{N_{0,P}}{8}$$

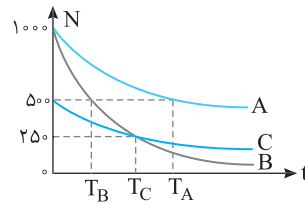
۲) نیمه‌عمر عنصر Q، ۳۰ دقیقه است. تعداد هسته‌های فعال عنصر Q را بعد از گذشت $1h = 60 \text{ min}$ یعنی دو نیمه‌عمر ($n = \frac{60}{30} = 2$) به دست می‌آوریم.

$$N_{0,Q} \xrightarrow{30 \text{ min}} \frac{N_{0,Q}}{2} \xrightarrow{30 \text{ min}} \frac{N_{0,Q}}{4}$$

۳) نسبت N_P/N_Q خواهد شد:

$$\frac{N_P}{N_Q} = \frac{\frac{N_{0,P}}{8}}{\frac{N_{0,Q}}{4}} = \frac{1}{2}$$

۴ ۲۴۷۴ A



با توجه به تعریف نیمه‌عمر می‌دانیم در مدت یک نیمه‌عمر تعداد هسته‌های پرتوزا نصف می‌شود. بنابراین با پیدا کردن زمان‌های مربوط به هر نمودار وقتی که تعداد هسته‌های آن ماده پرتوزا نصف می‌شود مشخص است که:

$$T_B < T_C < T_A$$

۳ ۲۴۷۵ B

۱) با توجه به نمودار، تعداد هسته‌های A در مدت ۳ روز از ۱۰۰۰ هسته به ۵۰۰ هسته رسیده بنابراین نیمه‌عمر A، سه روز می‌باشد، پس ۹ روز معادل ۳ نیمه‌عمر عنصر A است.

۲) تعداد هسته‌های A بعد از ۹ روز خواهد شد:

$$N = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^n \Rightarrow N = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^3 \Rightarrow N = \frac{1000}{8} = 125 \text{ هسته}$$

۳) برای عنصر B در مدت ۳ روز، تعداد هسته‌های فعال از ۱۰۰۰ به ۱۲۵ رسیده است، از این رو تعداد نیمه‌عمرها خواهد شد:

$$N_B = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^n \Rightarrow 125 = \frac{1000}{2^n} \Rightarrow n = 3$$

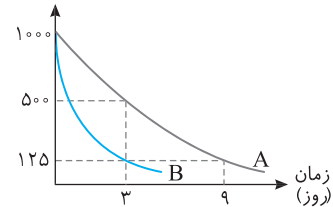
۴) نیمه‌عمر عنصر B خواهد شد:

$$T = \frac{t}{n} = \frac{3}{3} = 1 \text{ روز}$$

۵) اکنون مشخص می‌کنیم که پس از چند روز $\frac{1}{33}$ هسته‌های B فعال می‌ماند.

$$N = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^n \Rightarrow \frac{N_0}{33} = \frac{N_0}{2^n} \Rightarrow n = 5, T = \frac{t}{n} = 1 \Rightarrow t = 5 \text{ روز}$$

تعداد هسته‌ها



۲ ۲۴۷۶ B

۱) با توجه به نمودار ۷۵ سال برای هسته‌های B برابر ($n = \frac{75}{25} = 3$) سه نیمه‌عمر

است و تعداد هسته‌های B بعد از ۷۵ سال خواهد شد:

$$N_B = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^n \Rightarrow N_B = \frac{16 \times 10^{24}}{2^3} = 2 \times 10^{24}$$

۲) با توجه به نمودار پس از ۷۵ سال تعداد هسته‌های فعال A و B یکسان است از این رو:

$$N_A = N_B = 2 \times 10^{24}, N_A = \frac{N_{0,A}}{2^n} \Rightarrow 2 \times 10^{24} = \frac{3/2 \times 10^{25}}{2^n} \Rightarrow 2^n = 16 \Rightarrow n = 4$$

۳) نیمه‌عمر عنصر A خواهد شد:

$$T_{\frac{1}{2},A} = \frac{t}{n} = \frac{75}{4} = 18.75 \text{ y}$$

۴) اکنون تعداد هسته‌های فعال A را بعد از ۱۱۲/۵ سال به دست می‌آوریم:

$$n = \frac{t}{T} = \frac{112/5}{18.75} = \frac{45}{45} = 1$$

$$N = \frac{N_0}{2^n} \Rightarrow N_A = \frac{3/2 \times 10^{25}}{2^1} \Rightarrow N_A = \frac{3 \times 10^{24}}{4} \Rightarrow N_A = 5 \times 10^{23}$$

B ۲۴۷۹ ۲

۱ تعداد نیمه‌عمرهای دو عنصر را در مدت t دقیقه بر حسب t به دست می‌آوریم.

$$n = \frac{t}{T_{1/2}} \begin{cases} x \text{ عنصر: } T_{1/2} = 50 \text{ min} \rightarrow n_x = \frac{t}{50} \\ y \text{ عنصر: } T_{1/2} = 100 \text{ min} \rightarrow n_y = \frac{t}{100} \end{cases} \Rightarrow \frac{n_x}{n_y} = 2 \Rightarrow n_x = 2n_y$$

۲ جرم هسته‌های فعال باقی‌مانده X و Y را بر حسب t حساب می‌کنیم.

$$M = M_0 \left(\frac{1}{2}\right)^n \begin{cases} x \rightarrow M_x = 100 \left(\frac{1}{2}\right)^{n_x} \Rightarrow M_x = \frac{100}{2^{n_x}} \\ y \rightarrow M_y = 100 \left(\frac{1}{2}\right)^{n_y} \Rightarrow M_y = \frac{100}{2^{n_y}} \end{cases}$$

۳ نیمه‌عمر Y بزرگ‌تر است و در مدت t تعداد نیمه‌های کمتری گذرانده و جرم فعال باقیمانده آن بزرگ‌تر است و بنا به فرض مسئله خواهیم داشت.

$$M_y - M_x = 18/75 \text{ g} \Rightarrow \frac{100}{2^{n_y}} - \frac{100}{2^{n_x}} = 18/75 \xrightarrow{n_x = 2n_y}$$

$$\frac{1}{2^{n_y}} - \frac{1}{2^{2n_y}} = \frac{18}{75} \Rightarrow \frac{2^{2n_y} - 1}{2^{2n_y}} = \frac{3}{16} \Rightarrow 2^{2n_y} = 16$$

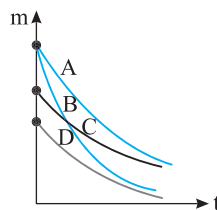
$$2n_y = 4 \Rightarrow n_y = 2$$

بنابراین در مدت t ، دو نیمه‌عمر برای عنصر Y با نیمه‌عمر 100 دقیقه می‌گذرد و t برابر $2 \times 100 = 200$ دقیقه است.

B ۲۴۸۰ ۲

با توجه به شکل مسئله، نیمه‌عمر B از همه کوتاه‌تر و سرعت واپاشی آن از بقیه بیشتر است.

نکته در نمودار جرم (یا تعداد هسته‌های فعال) بر حسب زمان: هر چه شیب نمودار تندتر باشد و سرعت کاهش جرم فعال بیشتر باشد، نیمه‌عمر کوتاه‌تر است. به نمودار دقت کنید. سرعت کاهش جرم فعال عنصر B از بقیه بیشتر است. به همین دلیل نیمه‌عمر آن از بقیه کوتاه‌تر است و واپاشی آن سریع‌تر صورت می‌گیرد.



پنجره ۲ روبه‌روی ۳

A ۲۴۸۰ ۱

۱ ایزوتوپ‌های عناصر اغلب ناپایدارند و با گذشت زمان واپاشیده می‌شوند و گزینه (۱) درست است. نیروهای هسته‌ای کوتاه‌برد هستند و گزینه (۲) نادرست است. جرم هسته همواره از مجموع جرم نوکلئون‌های تشکیل دهنده آن کمتر است و گزینه (۳) نادرست است. هر چه هسته عناصر سنگین‌تر می‌شود، نسبت $\frac{N}{Z}$ افزایش می‌یابد و برای

هسته‌های مختلف یکسان نیست و گزینه (۴) نادرست است.

نمای ۵

A ۲۴۸۰ ۲

۲ در پرتوزایی طبیعی سه پرتو توسط هسته پرتوزا گسیل می‌شود. آلفا، بتا، گاما. آلفا دارای دو نوترون و دو پروتون بوده و دارای بار مثبت است و بتا از جنس الکترون بوده و منفی است و گاما از جنس امواج الکترومغناطیسی است و در میدان مغناطیسی بر آن نیرو وارد نمی‌شود. جرم الکترون نسبت به ذره آلفا بسیار کم است. به همین علت در گذر از میدان مغناطیسی بیشتر منحرف می‌شود. بنابراین جنس پرتو Z باید الکترون (بتای منفی β^-) باشد.

چون الکترون دارای بار منفی است از دست چپ استفاده می‌کنیم.

چهار انگشت باز دست چپ را به سمت بالای صفحه در جهت خروج الکترون از چشمه به گونه‌ای قرار دهید که انگشت باز شست به سمت راست باشد. در این حالت کف دست شما رو به صفحه کاغذ بوده و میدان مغناطیسی درون‌سوست.

نمای ۶

B ۲۴۸۰ ۱

۳ نکته واپاشی β^- :

- این واپاشی، متداول‌ترین نوع واپاشی در هسته‌هاست.
- دو نوع واپاشی β^- با نام‌های β^- و β^+ رخ می‌دهند.

• در واپاشی β^- ، الکترون گسیل‌شده حاصل تبدیل نوترون درون هسته به پروتون و الکترون است.

• در نتیجه عدد جرمی ثابت مانده و عدد اتمی به اضافه (۱) می‌شود. این الکترون نه در هسته و نه در مدار اتم وجود نداشته است.

• در واپاشی β^+ ، ذره‌های هم‌جرم با الکترون اما با بار مثبت از هسته گسیل می‌شود که پوزیترون نام دارد.

• در واپاشی β^+ ، یکی از پروتون‌های درون هسته به یک نوترون و یک پوزیترون تبدیل می‌شود. اغلب هسته‌ها پس از واپاشی آلفا یا بتا در حالت برانگیخته قرار می‌گیرند و با گسیل پرتوگاما، به حالت پایه می‌رسند.

• در واپاشی β^- ، الکترون گسیل‌شده حاصل تبدیل یک نوترون به پروتون است و گزاره (الف) درست است.

• در واپاشی β^+ ، ذره گسیل‌شده دارای جرمی یکسان با الکترون، اما باری مثبت است و گزاره (ب) درست است.

• هسته‌های برانگیخته برای رسیدن به پایداری پرتو گاما می‌تابانند پس گزاره (پ) نادرست است.

• در واپاشی β^+ ، پروتون به یک نوترون و یک پوزیترون تبدیل می‌شود و گزاره (ت) نادرست است.

نمای ۴

B ۲۴۸۰ ۴

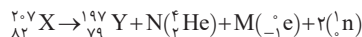
۴ نکته در واپاشی β^- که از جنس الکترون است یک نوترون واپاشیده شده و یک پروتون و یک الکترون (β^-) تولید می‌شود (${}^1_0\text{H} \rightarrow {}^1_1\text{H} + {}^0_{-1}\text{e}^-$). به همین دلیل عدد جرمی تغییر نمی‌کند. اما به تعداد پروتون‌ها یکی اضافه شده و عدد اتمی یک واحد افزایش می‌یابد و خواهیم داشت:

سدیم ${}^{24}_{11}\text{Na}$ دارای ۱۱ پروتون و $24 - 11 = 13$ نوترون است. با گسیل β^- ، از نوترون‌ها یکی کم می‌شود $13 - 1 = 12$ و بر تعداد پروتون‌ها یکی اضافه می‌شود. $11 + 1 = 12$

نمای ۴

B ۲۴۸۰ ۲

۵ یادآوری آلفا هسته هلیوم ($\alpha = {}^4_2\text{He}$) و بتای منفی، الکترون (${}^0_{-1}\text{e}$) و نوترون (${}^1_0\text{n}$) است و در واکنش‌های هسته‌ای مجموع عدد اتمی طرف چپ معادله با طرف راست و همچنین مجموع عدد جرمی طرف چپ با طرف راست یکسان است. با توجه به پایستگی مجموع عدد اتمی و عدد جرمی در دو طرف واکنش هسته‌ای خواهیم داشت:



$$82 = 79 + 2 \Rightarrow 8 = 4N \Rightarrow N = 2$$

$$207 = 197 + 4N + 2M \Rightarrow 82 = 79 + 2 \times 2 + M \Rightarrow M = 1$$

نمای ۴

A ۲۴۸۰ ۲

۶ معادله واکنش را می‌نویسیم، تعداد ذرات α را با حرف a و تعداد ذرات β^- را با حرف b نمایش می‌دهیم. a و b ضرایب α و β^- هستند. ${}^{242}_{95}\text{X} \rightarrow {}^{223}_{91}\text{Y} + a({}^4_2\text{He}) + b({}^0_{-1}\text{e})$. قانون پایستگی تعداد نوکلئون‌ها را می‌نویسیم:

$$242 = 223 + 4a + 0 \Rightarrow 19 = 4a \Rightarrow a = 5$$

مجموع عدد اتمی در دو طرف واکنش را برابر قرار می‌دهیم.

$$95 = 91 + 2a - b \Rightarrow 95 = 91 + 2 \times 5 - b \Rightarrow b = 6$$

نمای ۴

A ۲۴۸۰ ۲

با توجه به رابطه نیمه‌عمر، تعداد نیمه‌عمرها را حساب می‌کنیم.

$$N = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^n \xrightarrow{N_0 = 1600, N = 200} 200 = \frac{1600}{2^n} \Rightarrow 2^n = 8 \Rightarrow n = 3$$

$$n = \frac{t}{T_{1/2}} \Rightarrow 3 = \frac{t}{6} \Rightarrow t = 18 \text{ h}$$

زمان سپری شده خواهد شد: نمای ۵

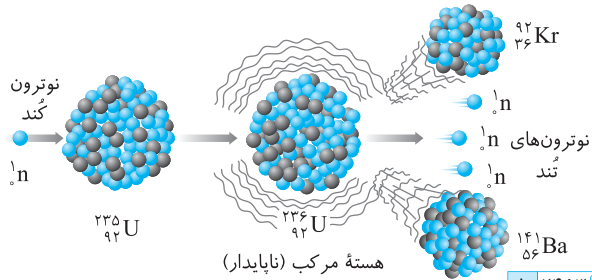
پنجره ۴

۲ ۲۴۸۱ A

شکافت هسته‌ای به فرآیندی گویند که طی آن یک هسته سنگین به دو هسته با جرم کمتر تقسیم می‌شود و گداحت (هم‌جوشی) هسته‌ای به فرآیندی گویند که طی آن دو هسته سبک با هم ترکیب شده و هسته سنگین‌تری به وجود می‌آید.

۳ ۲۴۸۲ A

هنگامی که نوترون کند توسط ${}^{235}_{92}\text{U}$ جذب می‌شود پس هسته مرکب ${}^{236}_{92}\text{U}$ ایجاد می‌شود.



۱ ۲۴۸۳ A

برای استفاده از اورانیم در نیروگاه‌های هسته‌ای، باید درصد فراوانی ایزوتوپ ${}^{235}\text{U}$ را افزایش داد.

۳ ۲۴۸۴ A

برای استفاده از اورانیم در راکتورهای هسته‌ای باید از ${}^{235}\text{U}$ استفاده کرد. زیرا ${}^{238}\text{U}$ واکنش زنجیره‌ای انجام نمی‌دهد. بخش بزرگی از اورانیم طبیعی خالص ${}^{238}\text{U}$ است، بنابراین برای استفاده از اورانیم در نیروگاه‌های هسته‌ای باید فراوانی ${}^{235}\text{U}$ را به صورت مصنوعی زیاد کرد که این کار را غنی‌سازی می‌گویند.

۲ ۲۴۸۵ B

گزاره (الف): در فرآیند شکافت هسته‌ای، یک هسته سنگین به دو هسته با جرم کمتر تبدیل می‌شود بنابراین گزاره (الف) نادرست می‌باشد
گزاره (ب): در شکافت هسته‌ای نوترون جذب شده توسط ${}^{235}\text{U}$ ، کند است و معمولاً پس از شکافت سه نوترون تند داریم بنابراین این گزاره درست است.
گزاره (پ): در معادن اورانیم به دلیل فراوانی پایین ایزوتوپ ${}^{235}\text{U}$ (از هر ۱۴۰ اتم اورانیم یکی از آن‌ها ${}^{235}\text{U}$ است)، شکافت هسته‌ای به‌طور طبیعی رخ نمی‌دهد و این گزاره درست است.

گزاره (ت): در رشته اول واکنش زنجیری یک نوترون توسط ${}^{235}\text{U}$ جذب می‌شود و پس از شکافت، ۳ نوترون در اختیار داریم پس در بهترین حالت در رشته دوم واکنش زنجیری سه نوترون می‌توانند توسط ${}^{235}\text{U}$ جذب شده و واپاشیده شوند و در هر شکافت سه نوترون ایجاد می‌شود پس در این رشته که رشته سوم می‌باشد تعداد نوترون‌ها برابر $3 \times 3 = 9$ نوترون می‌باشد بنابراین این گزاره درست است.

۳ ۲۴۸۶ A

برای کنترل آهنگ واکنش شکافت از میله‌هایی از جنس کادمیم و بور استفاده می‌شود.

۴ ۲۴۸۷ A

در واکنش شکافت باید از نوترون کند استفاده کرد. نوترون‌هایی که در اثر واکنش شکافت به وجود می‌آیند، دارای انرژی جنبشی زیادی هستند، در واقع نوترون تند هستند که برای کند کردن آن‌ها از آب معمولی، گرافیت (اتم‌های کربن) و آب سنگین (دوتریم) استفاده می‌شود.

۲ ۲۴۸۸ A

در راکتور با خارج کردن و فرو بردن میله‌های کنترل درون آن، جذب نوترون را کنترل کرده، آهنگ واکنش را تنظیم می‌کنند.

۲ ۲۴۸۰ B

۸ ۷۵ درصد از هسته‌های ماده پرتوزا واپاشیده شده است یعنی ۲۵٪ از آن ماده فعال باقی مانده است:

$$N = N_0 - \frac{75}{100} N_0 \Rightarrow N = \frac{25 N_0}{100}$$

$$\Rightarrow N = \frac{N_0}{4} = \frac{N_0}{2^2} \xrightarrow{N = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^n} \frac{N_0}{2^2} = \frac{N_0}{2^n} \Rightarrow n = 2$$

در هر نیمه‌عمر نصف ماده واپاشیده می‌شود پس برای آنکه مقدار ماده به $\frac{1}{4}$ حالت اولیه

برسد باید دو نیمه‌عمر بگذرد. زمان واپاشی خواهد شد:

$$t = n T_{\frac{1}{2}} \Rightarrow t = 2 \times 8 = 16 \text{ Day}$$

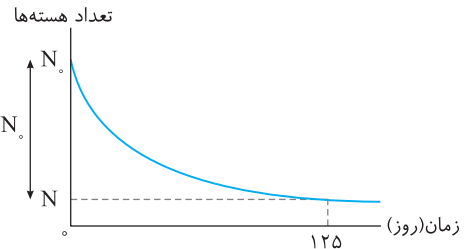
نمای ۵

۲ ۲۴۸۰ B

۹ با توجه به نمودار اختلاف تعداد هسته‌های اولیه و تعداد هسته‌های فعال باقی مانده یعنی

$N_0 - N$ برابر فیزیک هسته‌ای $N_0 \frac{31}{32}$ شده، در واقع $N_0 \frac{31}{32}$ از هسته واپاشیده شده

و تعداد هسته فعال باقی مانده برابر است با:



$$N_0 - N = \frac{31}{32} N_0 \Rightarrow N = N_0 - \frac{31}{32} N_0 = \frac{1}{32} N_0 \Rightarrow$$

$$N = \frac{N_0}{2^5} \xrightarrow{N = \frac{N_0}{2^n}} 2^5 = 2^n \Rightarrow n = 5$$

۵ نیمه‌عمر ۱۲۵ روز طول کشیده است، پس هر نیمه‌عمر برابر است با:

$$\Delta T_{\frac{1}{2}} = 125 \text{ day} \Rightarrow T_{\frac{1}{2}} = 25 \text{ day}$$

نمای ۵

۲ ۲۴۸۰ A

۱۰ وقتی تعداد هسته‌های پرتوزای فعال با تعداد هسته‌های واپاشیده برابر می‌شود، یعنی یک نیمه‌عمر از مدت واپاشی گذشته است. به راه‌حل زیر دقت کنید:

$$\frac{N_Y}{N_X} = \frac{N_{0X} - N_X}{N_X} = 1 \Rightarrow N_{0X} = 2N_X \Rightarrow N_X = \frac{N_{0X}}{2} \Rightarrow n = 1$$

اکنون زمان لازم برای آن که این نسبت ۱۵ شود را به دست می‌آوریم.

$$\frac{N'_Y}{N'_X} = \frac{N_{0X} - N'_X}{N'_X} = 15 \Rightarrow N_{0X} = 16N'_X \Rightarrow N'_X = \frac{N_{0X}}{16}$$

$$\Rightarrow \frac{N_{0X}}{2^n} = \frac{N_{0X}}{16} \Rightarrow n = 4$$

بنابراین از آغاز واپاشی ۴ نیمه‌عمر و از زمانی که $\frac{N_Y}{N_X} = 1$ است سه نیمه‌عمر یعنی

$3 \times 20 = 60$ روز می‌گذرد.

دقت کنید وقتی عنصر پرتوزای X واپاشیده می‌شود و به عنصر Y تبدیل می‌شود، در

واقع تعداد هسته‌های عنصر Y (همان تعداد هسته‌های واپاشیده شده عنصر X

$(N_{0X} - N_X)$ است.

نمای ۵

B ۴ ۲۴۸۹

راکتور هسته‌ای دارای سوخت هسته‌ای، کندکننده، میله‌های کنترل و شاره‌ای برای خارج ساختن گرما است.

A ۳ ۲۴۹۰

شماره (۲)، راکتور نیروگاه می‌باشد که درون آن میله‌های سوخت و میله کنترل که شماره (۱) است و شاره (آب) برای خروج گرما وجود دارد. هم‌چنین بخار آب پس از چرخاندن توربین به سمت چگالنده که شماره (۳) است می‌رود تا سرد و دوباره به آب مایع تبدیل شود.

A ۳ ۲۴۹۱

با توجه به اینکه در دو طرف واکنش باید مجموع عددهای جرمی برابر باشد از این‌رو: $1 + 235 = 138 + 96 + n \Rightarrow n = 2$

A ۴ ۲۴۹۲

با توجه به اینکه مجموع عدد جرمی و عدد اتمی در دو طرف واکنش باید برابر باشد. در این صورت: $0 + 92 = 51 + b \Rightarrow b = 41$, $1 + 235 = a + 98 + 4 \Rightarrow a = 134$

C ۳ ۲۴۹۳

نکته به افزایش غلظت $^{235}_{92}\text{U}$ در یک نمونه، غنی‌سازی گفته می‌شود.

خط‌نکته غنی‌سازی ۳ درصد یعنی ۳ درصد نمونه $^{235}_{92}\text{U}$ بوده و ۹۷ درصد نمونه $^{238}_{92}\text{U}$ است. بنابراین اگر تعداد کل هسته‌ها را N می‌گیریم، تعداد هسته‌های اورانیم ۲۳۵ برابر $\frac{3}{100}N$ و تعداد هسته‌های اورانیم ۲۳۸ برابر $\frac{97}{100}N$ است. با توجه به اینکه اختلاف

تعداد هسته‌های اورانیم ۲۳۵ و ۲۳۸ در نمونه $1/41 \times 10^{-2}$ است، خواهیم داشت:

$$N_{238\text{U}} - N_{235\text{U}} = 1/41 \times 10^{-2} \Rightarrow \frac{97}{100}N - \frac{3}{100}N = 1/41 \times 10^{-2} \Rightarrow \frac{94}{100}N = 1/41 \times 10^{-2} \Rightarrow N = 1/5 \times 10^{-2}$$

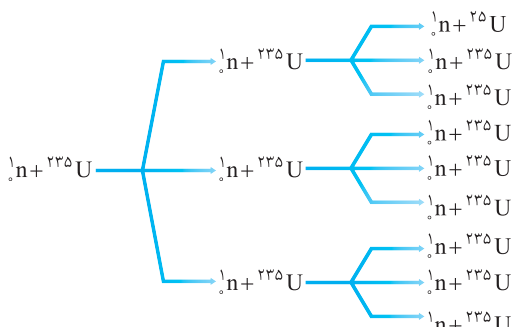
حال تعداد هسته‌های اورانیم ۲۳۵ را حساب می‌کنیم:

$$N_{235\text{U}} = \frac{3}{100}N \Rightarrow N_{235\text{U}} = 4/5 \times 10^{-18}$$

در هر واکنش شکافت ۳ نوترون آزاد می‌شود. بنابراین:

B ۲ ۲۴۹۴

مرحله سوم مرحله دوم مرحله اول



به‌ازای شکافت هر $^{235}_{92}\text{U}$ ، ۲۰۰ مگاالکترون انرژی آزاد می‌شود، با توجه به شکل بالا تعداد اورانیم‌های ۲۳۵ که دچار شکافت شده‌اند را می‌شماریم:

مرحله سوم مرحله دوم مرحله اول

$$1 + 3 + 9 = 13$$

بنابراین انرژی آزاد شده خواهد شد:

انرژی آزاد شده تعداد شکافت

$$1 \quad \begin{array}{|l} 200 \text{ MeV} \\ \hline 13 \quad ? = 13 \times 200 = 2600 \text{ MeV} \end{array} \xrightarrow{1 \text{ GeV} = 10^3 \text{ MeV}} E = 2/6 \text{ GeV}$$

و تعداد نوترون‌های آزاد شده در پایان مرحله سوم $9 \times 3 = 27$ نوترون خواهد بود.

C ۴ ۲۴۹۵

۱ ابتدا انرژی برحسب کیلوژن را به ژول تبدیل می‌کنیم:

$$\begin{cases} E = 20 \text{ (کیلوژن)} \\ \Rightarrow E = 84 \times 10^{12} \text{ J} \\ E = 4/2 \times 10^{12} \text{ J (کیلوژن)} \end{cases}$$

۲ گرمای داده شده به آب و تغییر دمای آن از رابطه $Q = mc\Delta\theta$ به دست می‌آید:

$$Q = mc\Delta\theta \xrightarrow{Q = E = 84 \times 10^{12}} 84 \times 10^{12} = m \times 4200 \times 50$$

$$c = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{C}}, \Delta\theta = 50 \text{ C}$$

$$\Rightarrow m = 4 \times 10^8 \text{ kg}$$

C ۱ ۲۴۹۶

عدد جرمی اورانیم ۲۳۵ است پس هر مول اورانیم ۲۳۵g است و چون هر مول برابر 6×10^{23} اتم بوده پس در هر ۲۳۵g (یک مول) اورانیم، 6×10^{23} اتم وجود دارد. بنابراین در m گرم آن تعداد اتم‌ها برابر است با:

$$\frac{235 \text{ g}}{m} \quad \left| \quad \begin{array}{l} 6 \times 10^{23} \\ \text{تعداد اتم} = ? \end{array} \right. \quad \frac{m}{235} \times 6 \times 10^{23} = \text{تعداد اتم‌های } ^{235}\text{U}$$

به ازای هر اتم $200 \mu\text{eV}$ انرژی آزاد می‌شود پس به ازای $\frac{m}{235} \times 6 \times 10^{23}$ اتم انرژی

$$E = \frac{m}{235} \times 6 \times 10^{23} \times 200 \text{ MeV}$$

آزاد شده برابر است با:

انرژی آزاد شده از این تعداد باید برابر انرژی حاصل از سوختن ۱kg زغال باشد که برابر 30 MJ است از این‌رو:

$$30 \times 10^6 = \frac{m}{235} \times 6 \times 10^{23} \times 200 \times 10^6 \times \frac{1}{6 \times 10^{23}} \times 10^{-19}$$

تبدیل eV به MeV تبدیل eV به ژول

$$\Rightarrow m = \frac{235}{40 \times 10^6} \Rightarrow m = 367 \times 10^{-5} \text{ g} = 3/67 \text{ mg}$$

B ۱ ۲۴۹۷

۱ توان نیروگاه ۳ گیگاوات یعنی 3×10^9 وات است. توان برابر آهنگ مصرف

انرژی $P = \frac{E}{t}$ است. پس $E = P \cdot t$ می‌شود. که t برابر یک سال یا $3/2 \times 10^7$ ثانیه

$$E_0 = Pt = 3 \times 10^9 \times 3/2 \times 10^7 \Rightarrow E_0 = 9/6 \times 10^{16} \text{ J}$$

است:

۲ انرژی به‌دست آمده در گام اول انرژی خروجی و الکتریکی بوده که طبق سؤال

$$Ra = \frac{E}{E_{\text{خروجی}}} \times 100 \text{ پس با توجه به فرمول بازده } Ra = \frac{E_0}{E}$$

انرژی خروجی را حساب می‌کنیم:

$$Ra = \frac{E_0}{E_i} = \frac{20}{E_i} = \frac{E_0}{E_i} \Rightarrow E_i = 9/6 \times 10^{16} \times \frac{10^2}{20} \Rightarrow E_i = 48 \times 10^{16} \text{ J}$$

۳ انرژی آزاد شده به‌ازای شکافت یک هسته اورانیم برابر 200 MeV است. ابتدا

این انرژی را برحسب ژول به دست می‌آوریم:

$$200 \text{ MeV} \times \frac{10^6 \text{ eV}}{1 \text{ MeV}} \times \frac{1/6 \times 10^{-19} \text{ J}}{1 \text{ eV}} = 3/2 \times 10^{-11} \text{ J}$$

۴ انرژی ورودی به نیروگاه 48×10^{16} و انرژی هر شکافت $3/2 \times 10^{-11} \text{ J}$ است. با یک تناسب ساده تعداد واکنش شکافت را حساب می‌کنیم:

$$\frac{1}{N} \quad \left| \quad \begin{array}{l} 3/2 \times 10^{-11} \text{ J} \\ \hline 48 \times 10^{16} \end{array} \right. \Rightarrow N = 15 \times 10^{27} \text{ اتم}$$

۵ حال با توجه به عدد آووگادرو تعداد مول را حساب می‌کنیم:

$$15 \times 10^{27} \text{ اتم} \times \frac{1 \text{ mol}}{6 \times 10^{23} \text{ اتم}} = 2/5 \times 10^4 \text{ mol}$$

۶ جرم مولی ^{235}U برابر $235 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$ است:

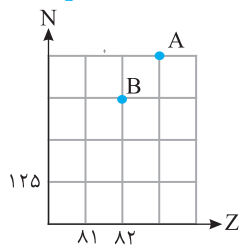
$$2/5 \times 10^4 \times \frac{235 \text{ g}}{1 \text{ mol}} = 587/5 \times 10^4 \text{ g} = 5875 \text{ kg}$$

گزاره (ب): هسته N، دو نوترون و دو پروتون بیشتر از هسته E دارد، یعنی مجموع نوترون‌ها و پروتون‌های N (عدد جرمی)، چهار واحد از E بیشتر است و گزاره (ب) نادرست است.

گزاره (پ): عدد اتمی دو عنصر M و N یکسان و عدد نوترونی آن‌ها متفاوت است. بنابراین M و N ایزوتوپ‌های یک عنصر هستند. ایزوتوپ‌های یک عنصر دارای ترازهای الکترونی (اتم) یکسانی بوده و خواص شیمیایی آن‌ها یکسان است و گزاره (پ) درست است.

گزاره (ت): عدد اتمی هسته‌های P و N متفاوت است: $Z_N = Z_P + 2$. بنابراین N و P دو عنصر متفاوت هستند و ایزوتوپ یکدیگر نیستند و گزاره (ت) نادرست است.

نمای ۲



عناصر A یک نوترون و یک پروتون از دست می‌دهد تا به عنصر B تبدیل شود. ذراتی که دارای یک نوترون و یک پروتون است، هسته دوتریم 2_1D بوده و گزینه (۳) پاسخ مسئله است.

نمای ۲

۳ ۲۵۰۱ A

۴

۱ ۲۵۰۱ A

۵

جرم اتم T مجموع جرم الکترون‌های اتم و هسته اتم است. از طرفی اندازه‌گیری‌های دقیق نشان می‌دهد که جرم هسته از مجموع جرم پروتون‌ها (ZM_p) و جرم

نوترون‌های (Nm_n) تشکیل دهنده‌اش اندکی کمتر است، یعنی هنگام تشکیل هسته، از جرم نوکلئون‌های هسته مقداری کاسته می‌شود و این جرم به انرژی برای تشکیل هسته (انرژی بستگی هسته) تبدیل می‌شود و هر چه این کاستی جسم هسته بیشتر باشد نشان‌دهنده بزرگی انرژی بستگی هسته است.

نمای ۳

۴ ۲۵۰۱ A

۶

با استفاده از رابطه نیمه‌عمر، تعداد هسته‌های باقیمانده را برحسب تعداد هسته‌های اولیه (N_0) به دست می‌آوریم:

$$N = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^n \Rightarrow N = \frac{N_0}{2^n} \xrightarrow{n=5} N = \frac{N_0}{2^5} \Rightarrow N = \frac{N_0}{32}$$

تعداد هسته‌های واپاشیده شده را برحسب تعداد هسته‌های اولیه حساب می‌کنیم:

$$\Delta N = N_0 - N = N_0 - \frac{N_0}{32} \Rightarrow \Delta N = \frac{31}{32} N_0$$

درصد تعداد هسته‌های واپاشیده خواهد شد:

$$\frac{\Delta N}{N_0} \times 100 = \frac{31}{32} \times 100 \approx 97\%$$

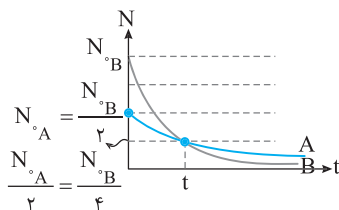
نمای ۵

۴ ۲۵۰۱ A

۷

با توجه به نمودار در مدت t برای عنصر پرتوآی A یک نیمه‌عمر و برای عنصر پرتوآی B، ۲ نیمه‌عمر گذشته است. بنابراین:

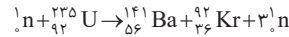
$$\frac{T_{1/2,A}}{T_{1/2,B}} = \frac{t}{n_B} \Rightarrow \frac{T_{1/2,A}}{T_{1/2,B}} = \frac{n_B}{n_A} = 2 \Rightarrow \frac{n_A}{n_B} = \frac{1}{2}$$



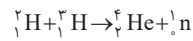
نمای ۵

۳ ۲۴۹۸ A

واکنش شکافت هسته‌ای به صورت مقابل است:



هم‌چنین واکنش گداخت نیز به صورت مقابل است:



۳ ۲۴۹۹ A

در این واکنش همجوشی هسته‌ای، جرم هسته هلیوم تولید شده، کمتر از مجموع جرم هسته‌های اولیه است که این کاستی جرم به انرژی تبدیل شده است و انرژی زیادی آزاد می‌شود.

۱ ۲۵۰۰ A

دو هسته کم جرم که در واکنش گداخت باید به یک هسته سنگین‌تر تبدیل شود باید به قدر کافی به هم نزدیک شوند تا نیروی کوتاه‌برد هسته‌ای بتواند آن‌ها را در کنار هم نگه دارد و واکنش گداخت انجام شود. ولی، هر هسته، بار مثبت دارد و هسته دیگر را دفع می‌کند، برای آنکه هسته‌ها با وجود این نیروی رانشی بسیار قوی، بتوانند به هم گداخته شوند، باید دما بسیار بالا باشد. بنابراین گزینه (۱) درست است.

۱ ۲۵۰۱ A

در واکنش شکافت $235 + 1 = 236$ نوکلئون شرکت دارند و انرژی آزاد شده به ازای هر نوکلئون خواهد شد:

$$E = \frac{200}{236} \text{ MeV}$$

نوکلئون خواهد شد:

در واکنش گداخت دوتریم با ترتیم $2 + 3 = 5$ نوکلئون شرکت دارند و انرژی آزاد شده به ازای هر نوکلئون خواهد شد.

$$E' = \frac{17/5}{5} = 3/5, \quad \frac{E'}{E} = \frac{3/5}{200} = \frac{236 \times 3/5}{200} = \frac{118 \times 3/5}{100} = 4/13$$

پنجره تو در تو

۴ ۲۵۰۱ A

۱

به کمک روش‌های فیزیکی فراوانی ${}^{235}U$ را افزایش می‌دهند. یادمان باشد که ایزوتوپ‌ها را نمی‌توان با روش‌های شیمیایی از هم جدا کرد زیرا ایزوتوپ‌های یک عنصر دارای رفتار شیمیایی یکسان هستند.

نمای ۶

۴ ۲۵۰۱ A

۲

هرچه هسته سنگین‌تر شود یعنی عدد اتمی افزایش یابد نسبت $\frac{N}{Z}$ بیشتر می‌شود و

گزینه (۱) درست است.

نیروی هسته‌ای بین دو نوکلئون وجود دارد، دو نوکلئون می‌توانند هر دو پروتون یا هر دو نوترون و یا یک نوترون و یک پروتون باشند یعنی نیروی هسته‌ای به نوع نوکلئون بستگی ندارد و گزینه (۲) درست است.

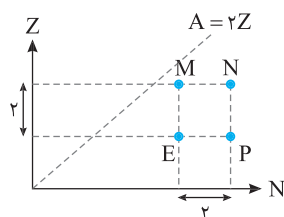
هسته‌های سنگین با عدد اتمی بزرگ‌تر از $Z = 83$ که متعلق به بیسموت (${}^{209}_{83}Bi$) است، ناپایدارند و گزینه (۳) درست است.

رفتار شیمیایی ایزوتوپ‌های یک عنصر به دلیل داشتن عدد اتمی یکسان و ساختار ترازهای انرژی اتمی یکسان، شبیه به هم است و گزینه (۴) نادرست است.

نمای ۱ و ۲

۲ ۲۵۰۱ B

۳



گزاره (الف): خط $A = 2Z$ یعنی خطی که هسته‌های روی آن دارای تعداد پروتون و نوترون یکسان ($Z = N$) است و این خط نیمساز نمودار $Z-N$ بوده است.

تمام هسته‌های واقع بر خط عمود بر نیمساز دارای عدد جرمی یکسانی هستند. اکنون به نمودار دقت کنید، خط PM قطر مربع $MNPE$ بوده و دقیقاً امتداد آن بر خط نیمساز عمود است. بنابراین دو عنصر M و P دارای عدد جرمی یکسانی بوده و گزاره (الف) درست است.

۲ ۲۵۰۱ A
۸

برای حل این مسئله مقدار $1/56$ درصد را به‌طور تقریبی برابر $\frac{1}{64}$ می‌گیریم تا بتوانیم

سن تقریبی زغال را حساب کنیم.

۱ با توجه به رابطه تعداد هسته‌های فعال با نیمه‌عمر، تعداد نیمه‌عمرهای سپری شده را حساب می‌کنیم:

$$N = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^n \Rightarrow N = \frac{N_0}{2^n} \xrightarrow{N=1/56\%N_0} \frac{1/56N_0}{100} = \frac{N_0}{2^n}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{64} = \frac{1}{2^n} \Rightarrow 2^n = 64 \Rightarrow n = 6$$

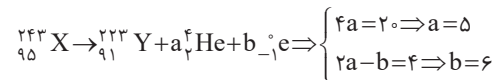
۲ زمان سپری شده (یا سن تقریبی زغال قدیمی) خواهد شد:

$$t = nT \Rightarrow t = 6 \times 5730 \Rightarrow t = 34380 \text{ سال}$$

نمای ۵

۲ ۲۵۰۱ A
۹

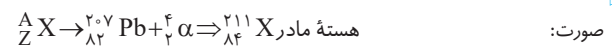
در واکنش‌های هسته‌ای، مجموع عدد جرمی و مجموع عدد اتمی در دو طرف واکنش یکسان است، بنابراین:



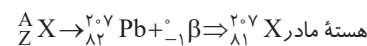
نمای ۴

۴ ۲۵۰۱ A
۱۰

در واپاشی آلفا، از عدد اتمی ۲ واحد و از عدد جرمی ۴ واحد کاسته می‌شود در این



در واپاشی بتا، عدد جرمی ثابت و به عدد اتمی یک واحد اضافه می‌شود.



نمای ۴

۳ ۲۵۰۱ A
۱۱

به فرایند افزایش درصد یا غلظت ایزوتوپ ${}^{235}\text{U}$ در یک نمونه، غنی‌سازی گفته می‌شود.

بیشتر راکتورهای تجاری تولید برق، مانند راکتور نیروگاه هسته‌ای بوشهر، از اورانیمی استفاده می‌کنند که در آن‌ها ایزوتوپ ${}^{235}\text{U}$ تا ۳ درصد غنی‌سازی شده است. همچنین

در بیشتر راکتورهای پژوهشی، مانند راکتور پژوهشی دانشگاه تهران، از سوختی استفاده

می‌شود که ایزوتوپ ${}^{235}\text{U}$ تا ۲۰ درصد غنی‌سازی شده است.

نمای ۶

۲ ۲۵۰۱ B
۱۲

غنی‌سازی $4/7$ درصد 235 داریم. بنابراین جرم اورانیم 235 برابر است با:

$$100\text{g} \times \frac{4/7}{100} = 4/7\text{g}$$

حال با توجه به اینکه جرم مولی اورانیم 235 برابر $\frac{235}{\text{mol}}$ است. تعداد مول اورانیم

را حساب می‌کنیم:

$$n = \frac{m}{M} \Rightarrow n = \frac{4/7}{235} = 0.002\text{mol}$$

در هر مول از یک عنصر 6×10^{23} اتم وجود دارد. بنابراین تعداد اتم‌های ${}^{235}\text{U}$ خواهد شد:

$$0.002\text{mol} \times \frac{6 \times 10^{23} \text{ اتم}}{1\text{mol}} = 0.12 \times 10^{23} \text{ اتم}$$

به‌ازای هر اتم اورانیم 235 ، 200MeV انرژی آزاد می‌شود:

$$\begin{array}{l|l} 1 & 200\text{MeV} \\ \hline 0.12 \times 10^{23} & E_{\text{کل}} = ? \end{array} \quad E_{\text{کل}} = 24 \times 10^{23} \text{MeV} \xrightarrow{1\text{GeV} = 10^3 \text{MeV}} \rightarrow$$

$$E_{\text{کل}} = 24 \times 10^{20} \text{GeV} = 2/4 \times 10^{21} \text{GeV}$$

نمای ۶

◀ موج آزمون جامع فیزیک (ریاضی) ▶

مؤلفان: رضا خالو، امیرعلی میری



■ خلاصه درس‌هایی به سبک نمودار درختی (QR Code)

■ ۳۵ آزمون فصل به فصل از فیزیک دهم

■ ۳۷ آزمون فصل به فصل از فیزیک یازدهم

■ ۵۹ آزمون فصل به فصل از فیزیک دوازدهم

■ ۲۰ آزمون جامع از فیزیک ۱، ۲ و ۳ به سبک کنکور

■ پاسخ‌های تشریحی با نیم‌نگاه‌هایی برای فهم بیشتر نکات

■ میانبرهایی برای حل سریع‌تر تست در پاسخ تشریحی

■ تست‌های کنکوری در پاسخ برای تسلط بر سوالات کنکور

■ در مجموع حدود ۲۰۰۰ تست با پاسخ تشریحی



جامع فیزیک پایه ریاضی (جلد ۱ و ۲)



مؤلفان: رضا خالو، امیرعلی میری

- درس‌نامه کاربردی بر اساس مفاهیم کتاب درسی
- تقسیم هر فصل به ۵ پنجره و هر پنجره به چندین نما
- بیش از ۳۰۰۰ تست با چالش آموزشی (ساده به سخت)
- ارائه تست‌های چالشی در پنجره دو جداره
- ۴ پنجره روبه‌رو و ۱ پنجره تودرتو بدون طبقه‌بندی در هر فصل برای عمق بخشیدن به یادگیری
- مشخص کردن تست‌های مهم برای جمع‌بندی سریع
- تست‌های مشابه با عنوان بازی با سؤال در برخی پاسخ‌ها
- پاسخ‌های تشریحی با ارائه خط فکری برای حل مسائل
- راه‌حل‌های کوتاه و خلاقانه با عنوان میانبر در پاسخ‌ها

