پاسخ تجربی داخل – ۱۴۰۰

B ۱۷۱۱ (۴)

نکته: پرتوهای α ذرات باردار مثبت از جنس هستهٔ اتم هلیم ($^{4}_{2}He$) هستند و با گسیل هر ذرهٔ α، ۲ واحد از عدد اتمی و ۴ واحد از عدد جرمی کم می‌شود.

ذرهٔ β^- از جنس الکترون است و گسیل بتای منفی سبب می‌گردد که عدد اتمی یک واحد افزایش یابد و عدد جرمی بدون تغییر بماند.

۱) معادلهٔ این واکنش هسته‌ای را می‌نویسیم.

$$^{237}_{93}Np \to {}^{A}_{Z}X + 3\,{}^{4}_{2}He + {}^{0}_{-1}e$$

ذرهٔ آلفا — ذره بتای منفی

۲) باید مجموع عدد جرمی (تعداد نوکلئون‌ها) در دو طرف واکنش و هم‌چنین مجموع عدد اتمی در دو طرف واکنش هسته‌ای یکسان باشد، بنابراین می‌توان نوشت:

$$237=A+(3\times4)+0 \Rightarrow A=225$$

$$93=Z+(3\times2)+(-1) \Rightarrow Z=88$$

نکته: عدد جرمی برابر مجموع تعداد پرتون‌ها و نوترون‌های هسته است.

تعداد نوترون‌ها خواهد شد: $A=Z+N \Rightarrow 225=88+N \Rightarrow N=137$

B ۱۷۱۲ (۳)

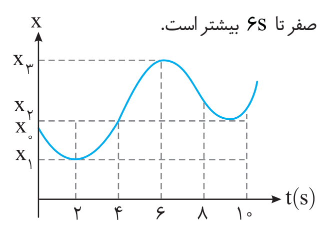
خط فکری: تندی متوسط یعنی مقدار مسافت طی شده تقسیم بر مدت زمان طی کردن آن مسافت، بنابراین شما باید در هر بازه زمانی مسافت طی شده را بررسی کرده تا بتوانید تندی متوسط را در بازه‌های مختلف مقایسه کنید.

با توجه به نمودار مسافت طی شده در بازهٔ $2s$ تا $4s$ از مسافت طی شده در بازه صفر تا $2s$ بیشتر است و هم‌چنین در بازهٔ $4s$ تا $6s$ مسافت طی شده از بازهٔ صفر تا $2s$ بیشتر است. یعنی در هر دو ثانیه (از ۲ تا ۶) مسافت طی شده بزرگ‌تر از بازهٔ صفر تا $2s$ است بنابراین تندی متوسط در بازهٔ $2s$ تا $6s$ از ۰ تا $2s$ بیشتر می‌شود.

در مدت $4s$ بین $2s$ تا $6s$ مسافت طی شده از مدت $4s$ بین $6s$ تا $10s$ بیشتر است و تندی در بازهٔ $2s$ تا $6s$ از تندی در $6s$ تا $10s$ بیشتر است. اگر بازه بین $2s$ تا $10s$ را به دو قسمت $4s$ تقسیم کنیم در $4s$ اول تندی از $4s$ دوم بیشتر است بنابراین تندی متوسط در بازه $2s$ تا $10s$ قطعاً از $6s$ تا $10s$ بیشتر است.

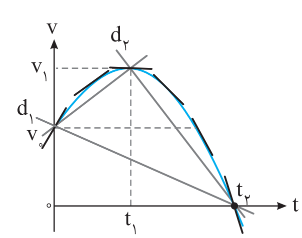
اما داستان اصلی در مورد بازهٔ صفر تا $6s$ و مقایسهٔ آن با $2s$ تا $10s$ است.

بازهٔ $2s$ تا $6s$ در هر دو مشترک است. اگر بازهٔ $6s$ تا $10s$ را به دو بازهٔ دو ثانیه‌ای ۶ تا ۸ و ۸ تا ۱۰ تقسیم کنیم در هر دو بازه مسافت طی شده با توجه به نمودار از مسافت طی شده در بازهٔ ۰ تا $2s$ بیشتر بوده بنابراین در بازه $6s$ تا $8s$ و $8s$ تا $10s$ تندی از بازهٔ ۰ تا $2s$ بیشتر است در نتیجه به‌طور کلی تندی متوسط در بازه $2s$ تا $10s$ از تندی متوسط در بازهٔ صفر تا $6s$ بیشتر است.



B ۱۷۱۳ (۴)

روش اول: در نمودار سرعت زمان شکل روبه‌رو، از لحظهٔ $t=0$ تا لحظهٔ $t=t_1$ سرعت از v_0 تا v_1 در حال افزایش است و گزینه (۱) نادرست است.



نکته: ۱) در یک سهمی هر چه از رأس دورتر شویم مقدار شیب خط مماس بزرگ‌تر خواهد شد.

۲) در نمودار $v-t$ شیب خط مماس شتاب لحظه‌ای و شیب خط قاطع بین دو لحظه شتاب متوسط در آن بازه را می‌دهد.

۳) خط گذرنده از رأس سهمی محور تقارن آن است و در فاصله‌های یکسان از محور تقارن، شیب خط مماس بر سهمی قرینه یکدیگر است.

حال با توجه به سه نکته بالا به بررسی سه گزینه دیگر می‌پردازیم:

شیب خط مماس بر نمودار سرعت زمان برابر شتاب لحظه‌ای در آن لحظه است. لحظهٔ $t=0$ و $t=t_2$ نسبت به محور سهمی تقارن ندارند بنابراین اندازهٔ شیب خط مماس در این دو لحظه باهم برابر نیست و بزرگی شتاب در این دو لحظه یکسان نخواهد بود و گزینهٔ (۲) نادرست است.

در بازهٔ ۰ تا t_1 شیب خط مماس مثبت و شتاب در جهت مثبت محور xها و در بازهٔ t_1 تا t_2 شیب خط مماس منفی و شتاب منفی و در خلاف جهت محور xها است و گزینهٔ (۳) نادرست است.

در نمودار بالا خط d_1 خط قاطع بین $t=0$ و t_2 است و خط d_2 خط قاطع بین t_1 تا t_2 است. در نمودار $v-t$ شیب خط قاطع بین دو لحظه شتاب متوسط در آن بازه است، با توجه به شکل شیب خط d_2 تندتر از شیب خط d_1 است پس بزرگی شتاب در بازهٔ t_1 تا t_2 بیشتر از بزرگی شتاب متوسط در بازهٔ صفر تا t_2 است.

روش دوم: می‌توان با توجه به رابطهٔ شتاب متوسط $a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}$ نیز درستی گزینهٔ (۴) را بررسی کرد:

$$\begin{cases} |a_{av}(0\ \text{تا}\ t_2)|=\left|\frac{v_{t_2}-v_0}{t_2-0}\right| \\ |a_{av}(t_1\ \text{تا}\ t_2)|=\left|\frac{v_{t_2}-v_1}{t_2-t_1}\right| \end{cases} \xrightarrow[t_2-t_1<t_2-0]{|v_{t_2}-v_0|<|v_{t_2}-v_1|}$$

$$a_{a_v}(0\ \text{تا}\ t_2)>a_{av}(t_1\ \text{تا}\ t_2)$$

در واقع در رابطهٔ شتاب متوسط در بازهٔ t_1 تا t_2، صورت کسر بزرگ‌تر و مخرج کسر کوچک‌تر است پس حاصل این کسر بیشتر است.

B ۱۷۱۴ (۲)

خط فکری: شتاب متوسط برابر $a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}$ است. با توجه به این رابطه و مقدار شتاب متوسط داده شده در دو بازهٔ زمانی حل سؤال را شروع می‌کنیم:

۱) با توجه به تعریف شتاب متوسط برای هر مرحله رابطهٔ شتاب متوسط را می‌نویسیم.

$$\vec{a}_{av}=\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$$

$$\xrightarrow[\vec{a}=-4\vec{i}]{t_1=5s\ \text{تا}\ t_2=10s} -4\vec{i}=\frac{\vec{v}_{10}-\vec{v}_5}{10-5} \Rightarrow \vec{v}_{10}-\vec{v}_5=-20\vec{i} \quad (1)$$

$$\xrightarrow[t_2=10s\ \text{و}\ t_3=12s]{\vec{a}=2\vec{i}} 2\vec{i}=\frac{\vec{v}_{12}-\vec{v}_{10}}{12-10} \Rightarrow \vec{v}_{12}-\vec{v}_{10}=4\vec{i} \quad (2)$$

۲) برای رسیدن به بررسی بازهٔ $t_1=5s$ تا $t_3=12s$ سرعت $\vec{v}_{10}$ مزاحم است پس رابطهٔ (۱) و (۲) را با هم جمع می‌کنیم تا v_{10} از دو معادله حذف شود:

$$\begin{cases} \vec{v}_{10}-\vec{v}_5=-20\vec{i} \\ \vec{v}_{12}-\vec{v}_{10}=4\vec{i} \end{cases} \xrightarrow{+} \vec{v}_{12}-\vec{v}_5=-20\vec{i}+4\vec{i} \Rightarrow \vec{v}_{12}-\vec{v}_5=-16\vec{i}$$

۳) شتاب متوسط در بازهٔ $t=5s$ تا $t=12s$ خواهد شد.

$$\vec{a}_{av}=\frac{\vec{v}_{12}-\vec{v}_5}{12-5} \xrightarrow{\vec{v}_{12}-\vec{v}_5=-16\vec{i}} a_{av}=\frac{-16\vec{i}}{7}=\frac{-16}{7}\vec{i}$$

۱۷۱۵ B (۳)

خط فکری شیب نمودار مکان - زمان برابر سرعت جسم است. وقتی نمودار $x-t$ به صورت خط راست باشد شیب نمودار ثابت بوده یعنی سرعت متحرک ثابت است. فاصلهٔ دو متحرک برابر بزرگی تفاضل مکان دو متحرک در آن لحظه است. سرعت متحرک A مثبت بوده چون شیب خط آن مثبت است و شیب خط B منفی است پس سرعت این متحرک منفی است. در صورت سؤال گفته شده تندی یعنی بزرگی سرعت A دو برابر بزرگی سرعت B است:

$$|v_A|=۲|v_B| \xrightarrow[v_B<۰]{v_A>۰} v_A=-۲v_B$$

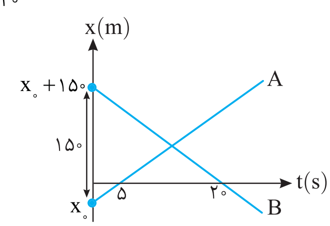
نکته معادلهٔ حرکت سرعت ثابت به صورت $x=vt+x_۰$ (سرعت متحرک: v، مکان اولیه: $x_۰$) است.

روش اول: معادلهٔ حرکت هر متحرک را نوشته و از روی نمودار، داده‌های مسئله را در آن‌ها جایگذاری می‌کنیم.

$$x_A=v_At+x_۰ \xrightarrow[x_A=۰]{t=۵s} ۰=۵v_A+x_۰ \Rightarrow v_A=\frac{-x_۰}{۵} \quad (۱)$$

$$x_B=v_Bt+x_۰+۱۵۰ \xrightarrow[x_B=۰]{t=۲۰s} ۰=۲۰v_B+x_۰+۱۵۰$$

$$\Rightarrow v_B=\frac{-x_۰-۱۵۰}{۲۰} \quad (۲)$$



با توجه به سؤال $v_A=-۲v_B$ است:

$$v_A=-۲v_B \xrightarrow[v_B=\frac{-x_۰-۱۵۰}{۲۰}]{v_A=\frac{-x_۰}{۵}} \frac{-x_۰}{۵}=-۲\left(\frac{-x_۰-۱۵۰}{۲۰}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{-x_۰}{۵}=\frac{x_۰+۱۵۰}{۱۰}\Rightarrow -x_۰=\frac{x_۰+۱۵۰}{۲}\Rightarrow -۲x_۰=x_۰+۱۵۰$$

$$\Rightarrow -۳x_۰=۱۵۰\Rightarrow x_۰=-۵۰m$$

حال $x_۰=-۵۰m$ را در معادله‌های (۱) و (۲) قرار می‌دهیم تا سرعت‌ها به‌دست آید:

$$v_A=\frac{-x_۰}{۵}=\frac{۵۰}{۵}=۱۰m/s\ ,\ v_B=\frac{-x_۰-۱۵۰}{۲۰}=\frac{-۱۰۰}{۲۰}=-۵m/s$$

با توجه به نمودار در لحظهٔ $t=۲۰s$ متحرک B از مبدأ مکان می‌گذرد $(x_B=۰)$. معادلهٔ حرکت متحرک A را نوشته و در لحظهٔ $t=۲۰s$ مکان متحرک A را به‌دست می‌آوریم:

$$x_A=v_At+x_۰ \xrightarrow[x_۰=-۵۰m]{v_A=۱۰m/s} x_A=+۱۰t-۵۰$$

$$\xrightarrow{t=۲۰s} x_A=۲۰۰-۵۰=۱۵۰m$$

فاصله دو متحرک را حساب می‌کنیم:

$$r=|x_A-x_B|\Rightarrow r=|۱۵۰-۰|=۱۵۰m$$

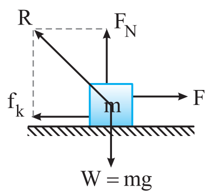
روش دوم: سرعت متحرک A برابر $۱۰m/s$ است یعنی متحرک A در هر ثانیه $۱۰m$ در جهت مثبت جابه‌جا می‌شود و سرعت متحرک B، $-۵m/s$ بوده یعنی متحرک B در هر ثانیه $۵m$ خلاف جهت محور x جابه‌جا می‌شود یعنی در هر ثانیه جمعاً دو متحرک A و B، $۵+۱۰=۱۵m$ متر به هم نزدیک می‌شوند. در ابتدا فاصلهٔ A از B، ۱۵۰ متر است بنابراین این دو متحرک در مدت $\frac{۱۵۰}{۱۵}=۱۰s$ به هم می‌رسند و بعد از به هم رسیدن در هر ثانیه $۱۵m$ از هم دور می‌شوند در مدت $(۲۰-۱۰=۱۰s)$ فاصلهٔ آن‌ها از هم $۱۰\times۱۵=۱۵۰m$ می‌شود.

۱۷۱۶ B (۲)

خط فکری هر گاه در مسائل دینامیک، در صورت مسئله، زمان داده شود یعنی شما باید سراغ حرکت‌شناسی بروید زیرا در روابط حرکت‌شناسی، زمان وجود دارد. یعنی به کمک حرکت‌شناسی، شتاب را حساب کنید سپس به کمک قانون دوم نیوتون (البته پس از رسم نیروهای وارد بر جسم) مجهول مسئله را به‌دست بیاورید.

۱) شتاب حرکت جسم را حساب می‌کنیم.

$$a=\frac{v-v_۰}{t}\Rightarrow a=\frac{۳-۰}{۴}\Rightarrow a=\frac{۳}{۴}m/s^۲$$



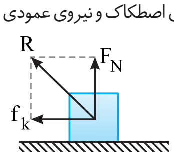
۲) به کمک قانون دوم نیوتون نیروی اصطکاک جنبشی بین جسم و سطح را به‌دست می‌آوریم:

$$F_{net}=ma\Rightarrow F-f_k=ma\Rightarrow ۱۷۷-f_k=۳۶\times\frac{۳}{۴}\Rightarrow f_k=۱۵۰N$$

۳) جسم روی سطح افقی در حال حرکت است پس باید نیروهای قائم متوازن باشند:

$$F_N=W\Rightarrow F_N=mg\Rightarrow F_N=۳۶۰N$$

نکته نیروی عمودی سطح و نیروی اصطکاک از طرف سطح به جسم وارد می‌شود بنابراین نیرویی که سطح بر جسم وارد می‌کند برابر برایند دو نیروی اصطکاک و نیروی عمودی سطح است که برهم عمودند: $R=\sqrt{F_N^۲+f_k^۲}$



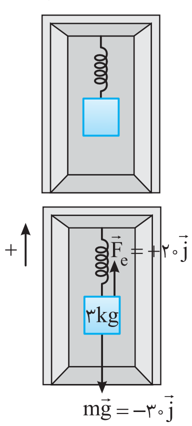
۴) نیرویی که سطح بر جسم وارد می‌کند، برایند نیروی عمودی سطح و نیروی اصطکاک است:

$$R=\sqrt{F_N^۲+f_k^۲}=\sqrt{۳۶۰^۲+۱۵۰^۲}\Rightarrow R=\sqrt{۳۰^۲(۱۲^۲+۵^۲)}$$

$$\Rightarrow R=۳۰\sqrt{۱۶۹}\Rightarrow R=۳۰\times۱۳\Rightarrow R=۳۹۰N$$

۱۷۱۷ B (۱)

خط فکری هر گاه در صورت مسئله کلمه ساکن و یا سرعت ثابت مشاهده کردید بلافاصله بالای آن عبارت $F_{net}=۰$ را قرار دهید. در این مسئله با این کار می‌توانید جرم m را حساب کنید.



۱) وقتی آسانسور ساکن است نیروی کشسانی فنر برابر نیروی وزن جسم است.

$$W=F_e\Rightarrow mg=k\Delta x$$

$$\Rightarrow m\times۱۰=۲۰۰\times\left(\frac{۶۵-۵۰}{۱۰۰}\right)\Rightarrow m=۳kg$$

۲) می‌خواهیم طول فنر $۶۰cm$ شود یعنی نیروی کشسانی فنر برابر شود با:

$$F_e=k\Delta L\Rightarrow F_e=۲۰۰\times\left(\frac{۶۰-۵۰}{۱۰۰}\right)$$

$$\Rightarrow F_e=۲۰N$$

۳) جهت مثبت محور yها را رو به بالا اختیار می‌کنیم.

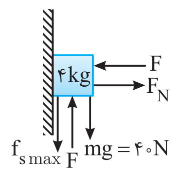
در صورت تست بیان نشده که جهت مثبت را باید رو به بالا و یا رو به پایین اختیار کنیم اما چون همواره در ریاضی جهت مثبت محور yها رو به بالاست ما نیز این مطلب را رعایت می‌کنیم. در این حالت نیروی کشسانی فنر برابر $\vec F_e=+۲۰\vec j$ و نیروی وزن برابر $\vec W=m\vec g=-۳۰\vec j$ می‌شود و بنا به قانون دوم نیوتون شتاب برابر است با:

$$\vec F_{net}=m\vec a\Rightarrow \vec F_e+\vec W=m\vec a\Rightarrow ۲۰\vec j+(-۳۰\vec j)=۳\vec a\Rightarrow \vec a=\frac{-۱۰}{۳}\vec j$$

B ۱۷۱۸ (۲)

خط فکری مسئله در دو حالت بیان شده است بنابراین شما باید هر حالت را جداگانه بررسی کنید و نیروهای وارد بر جسم را در هر حالت رسم کرده و به کمک قانون دوم نیوتون مسئله را حل کنید.

حالت (۱): در حالت اول جسم در آستانهٔ حرکت به سمت بالا است نیروی اصطکاک باید خلاف جهت لغزش باشد پس نیروی اصطکاک آستانهٔ حرکت ($f_{s\,max}$) رو به پایین است.



الف) جسم در راستای افقی ساکن است پس باید F_N و F متوازن باشد: $F_N=F$

ب) اصطکاک در آستانهٔ حرکت را حساب می‌کنیم.

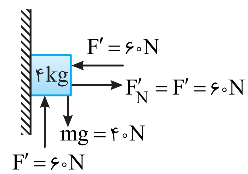
$$f_{s\,max}=\mu_s F_N \xrightarrow[\mu_s=0/5]{F_N=F} f_{s\,max}=0/5F$$

پ) جسم ساکن است و نیروها در راستای قائم متوازن بوده بنا به قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت:

$$F_{net}=ma \Rightarrow \overbrace{mg+f_{s\,max}}^{\text{نیروهای رو به پایین}}=F \Rightarrow 40+0/5F=F$$

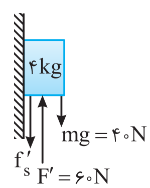
$$\Rightarrow 40=F-0/5F \Rightarrow 40=0/5F \Rightarrow F=80N$$

حالت (۲): در این حالت نیرو F را $20N$ کاهش داده‌ایم یعنی نیروی F' برابر $80-20=60$ است، ابتدا $f'_{s\,max}$ را به‌دست می‌آوریم تا ببینیم جسم شروع به حرکت می‌کند یا نه؟



$$f'_{s\,max}=\mu_s F' \Rightarrow f'_{s\,max}=0/5\times 60=30N$$

نیروی $mg=40N$ می‌خواهد جسم را به سمت پایین بکشد و نیروی $F'=60N$ می‌خواهد جسم را به سمت بالا هل دهد پس در واقع نیروی $60-40=20$ نیوتون می‌خواهد جسم را بالا ببرد که این مقدار از $f'_{s\,max}$ کمتر است در نتیجه جسم در حال سکون باقی می‌ماند و به جسم ساکن نیروی اصطکاک ایستایی وارد می‌شود:



جسم ساکن است: $\underbrace{mg+f'_s}_{\text{نیروهای روبه‌پایین}}=F'$

$$\Rightarrow 40+f'_s=60 \Rightarrow f'_s=20N$$

نیروی عمودی سطح و اصطکاک در حالت اول برابر شد با:

$$F_N=80N\ ,\ f_{s\,max}=\mu_s F_N=40N$$

نیروی عمودی سطح و اصطکاک در حالت دوم برابر شد با:

$$F'_N=60N\ ,\ f'_s=20N$$

نکته برایند دو نیروی اصطکاک و نیروی عمودی سطح برابر نیرویی است که جسم بر سطح یا سطح بر جسم وارد می‌کند.

حالت (۱)

$$R=\sqrt{f_{s\,max}^2+F_N^2}$$

$$R=\sqrt{40^2+80^2}=40\sqrt{1+2^2}$$

$$R=40\sqrt{5}N$$

حالت (۲)

$$R'=\sqrt{f'^2_s+F'^2_N}$$

$$R'=\sqrt{20^2+60^2}=20\sqrt{1^2+3^2}$$

$$R'=20\sqrt{10}$$

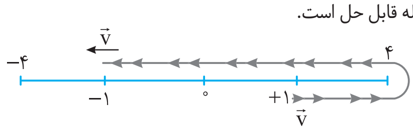
حال نسبت $\frac{R'}{R}$ را حساب می‌کنیم:

$$\frac{R'}{R}=\frac{20\sqrt{10}}{40\sqrt{5}}=\frac{20\sqrt{5}\times\sqrt{2}}{40\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

B ۱۷۱۹ (۳)

نکته هرگاه در یک حرکت هماهنگ ساده مکان و سرعت نوسانگر قرینه شود کوتاه‌ترین زمانی که این اتفاق می‌افتد برابر $\frac{T}{2}$ است.

خط فکری مسیر حرکت زیر از مکان $x_1=+1cm$ در جهت مثبت محور تا رسیدن برای اولین بار به مکان $x_2=-1cm$ مشخص می‌کند که هم مکان و هم سرعت نوسانگر قرینه شده است. بنابراین این بازهٔ زمانی برابر $\frac{T}{2}$ است. اکنون با دانستن این مطلب مسئله قابل حل است.



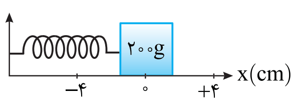
۱) با توجه به سؤال $\frac{T}{2}$ برابر $2s$ است: $\frac{T}{2}=2s \Rightarrow T=4s$

۲) بسامد زاویه‌ای برابر است با: $\omega=\frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega=\frac{2\pi}{4} \Rightarrow \omega=\frac{\pi}{2}\frac{rad}{s}$

۳) انرژی مکانیکی نوسانگر برابر خواهد شد با:

$$E=\frac{1}{2}mA^2\omega^2 \xrightarrow[A=4cm=4\times10^{-2}m]{m=200g=0/2kg} E=\frac{1}{2}\times0/2\times(4\times10^{-2})^2\times(\frac{\pi}{2})^2$$

$$\xrightarrow{\pi^2=10} E=0/1\times16\times10^{-4}\times\frac{10}{4} \Rightarrow E=4\times10^{-4}J$$



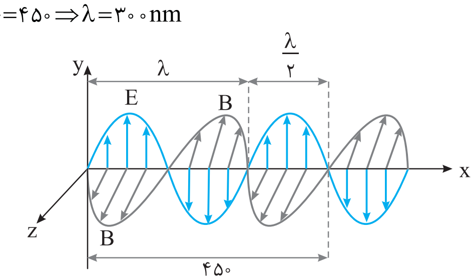
نکته هر ژول برابر ۱۰۰۰ میلی‌ژول است:

$$E=4\times10^{-4}J=4\times10^{-1}mJ=0/4mJ$$

B ۱۷۲۰ (۱)

۱) با توجه به نمودار می‌توان طول موج را حساب کرد.

$$3\frac{\lambda}{2}=450 \Rightarrow \lambda=300nm$$



۲) دوره را حساب می‌کنیم.

$$\lambda=vT \xrightarrow{v=c} T=\frac{\lambda}{c} \Rightarrow T=\frac{300\times10^{-9}}{3\times10^{8}} \Rightarrow T=10^{-15}s$$

بنابراین گزینه (۱) درست است.

۳) بسامد نوسان خواهد شد: $f=\frac{1}{T} \Rightarrow f=10^{15}Hz$

گزینه (۲) نادرست است.

۴) تندی حرکت موج الکترومغناطیسی در خلأ ثابت و برابر $3\times10^8 m/s$ است:

$$v=\frac{\Delta x}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta t=1s]{v=3\times10^8m/s} \Delta x=3\times10^8m$$

بنابراین موج الکترومغناطیسی در مدت یک ثانیه، 3×10^8m طی می‌کند که برابر با 3×10^{17} است بنابراین گزینه (۳) نادرست است.

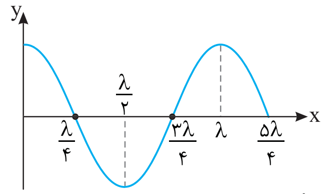
نکته طول موج‌های بین $400nm$ (بنفش) تا $700nm$ (قرمز) در محدودهٔ نور مرئی قرار دارند.

۵) طول موج این موج $300nm$ است در حالی که محدوده تقریبی طول موج‌های مرئی بین $400nm$ (بنفش) تا $700nm$ (قرمز) است بنابراین گزینه (۴) نادرست است.

۱۷۲۱ B (۲)

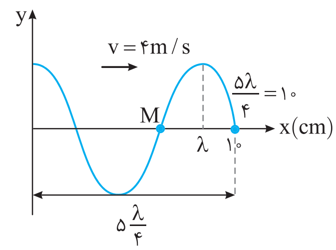
خط فکری: در سؤالاتی مانند این سؤال که با تصویر موج یا به اصطلاح نقش موج سروکار داریم از محور قائم دامنهٔ موج و از محور افقی طول موج را به‌دست می‌آوریم. دقت کنید در یک موج ذرات محیط دارای حرکت نوسانی‌اند پس برای بررسی حرکت ذرات محیط باید از رابطهٔ $\lambda=\frac{v}{f}=vT$ دورهٔ نوسان را حساب کنید.

نکته: برای به‌دست آوردن طول موج در یک نقش موج به شکل زیر دقت کنید:



۱) با توجه به شکل $\frac{5\lambda}{4}$ برابر $10cm$ شده است، پس طول موج خواهد شد:

$$5\frac{\lambda}{4}=10\Rightarrow\lambda=8cm$$



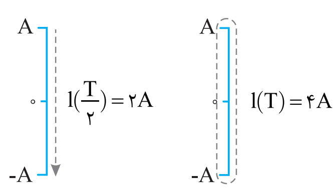
۲) با استفاده از رابطهٔ $\lambda=vT$ دوره را به‌دست می‌آوریم:

$$\lambda=vT\Rightarrow T=\frac{\lambda}{v}\Rightarrow T=\frac{0/08}{4}\Rightarrow T=0/02s$$

۳) بازهٔ $0/25s$ را با دوره مقایسه می‌کنیم.

$$\frac{\Delta t}{T}=\frac{0/25}{0/02}\Rightarrow\Delta t=12/5T\Rightarrow\Delta t=12T+\frac{T}{2}$$

نکته: در هر دوره مسافتی که ذره M در حرکت هماهنگ ساده طی می‌کند برابر $4A$ و در نصف دوره برابر $2A$ است.



۴) بنابراین در مدت $12T+\frac{T}{2}$ مسافت طی شده خواهد شد:

$$l=12(4A)+2A\Rightarrow l=50A$$

یادآوری: تندی متوسط برابر است با: $s_{av}=\frac{l}{\Delta t}$

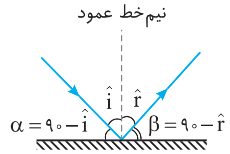
۵) تندی متوسط ذرهٔ M در این مدت برابر $6m/s$ است از این‌رو خواهیم داشت.

$$s_{av}=\frac{l}{\Delta t}\Rightarrow 6=\frac{50A}{0/25}\Rightarrow A=0/03m\Rightarrow A=3cm$$

۱۷۲۲ B (۳)

خط فکری: در حل این سؤال باید در گام اول پرتوهای تابش و بازتاب بر سطح آینه (۱) و سپس پرتو تابش و بازتاب دوم از سطح آینه (۲) را رسم کنیم. به فرض مسئله دقت کنید که گفته شده پرتو دوم بازتابی از سطح آینه (۱) موازی آینه (۲) خواهد شد.

نکته: با توجه به قانون بازتاب عمومی داریم:

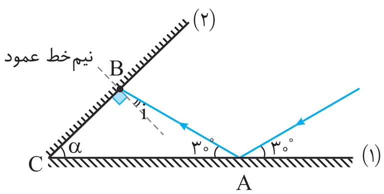


$\hat{i}=\hat{r}\ ,\ \alpha=\beta$

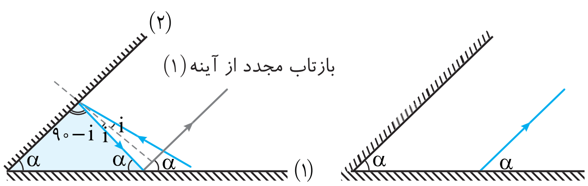
۱) بازتاب پرتو از آینه (۲) را رسم می‌کنیم و نیم‌خط عمود آن را مشخص می‌کنیم.

مجموع زوایای داخلی مثلث ABC برابر 180° است:

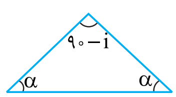
$$30+(90+\hat{i})+\alpha=180^\circ\Rightarrow\hat{i}=180^\circ-90^\circ-30^\circ-\hat{\alpha}\Rightarrow\hat{i}=60^\circ-\hat{\alpha}\quad(I)$$



۲) پرتو بازتاب شده از آینه (۲) مجدد به آینه (۱) برخورد کرده و با توجه به سؤال و پرتو بازتاب مجدد از آینه (۱) موازی با آینه (۲) است. طبق خطوط موازی و مورب، آینهٔ (۲) و بازتاب مجدد موازی‌اند و آینهٔ (۱) مورب است بنابراین:



۳) در مثلث رنگی زاویهٔ دو آینه α و زاویه‌ای که پرتو تابش با سطح آینه می‌سازد نیز با توجه به موازی مورب بالا α درجه است و مجموع زوایای داخلی مثلث 180° است، بنابراین:



$$\hat{\alpha}+\hat{\alpha}+(90-\hat{i})=180^\circ\xrightarrow[i=60-\alpha]{\text{طبق معادلهٔ (۱)}}$$

$$2\alpha+(90-(60-\alpha))=180^\circ\Rightarrow 3\alpha+30=180^\circ\Rightarrow\alpha=50^\circ$$

۱۷۲۳ B (۲)

نکته: کمترین انرژی هنگامی گسیل می‌شود که الکترون از تراز n به تراز $n-1$ برود و بیشترین انرژی هنگامی گسیل می‌شود که الکترون از تراز n به تراز ۱ برود.

انرژی فوتون در هر تراز $E_n=\frac{-E_R}{n^2}$ است و انرژی فوتون گسیل شده در انتقال از تراز n به n' برابر است با:

$$\underbrace{hf}_{\text{انرژی فوتون}}=E_n-E_{n'}$$

کمترین انرژی فوتون گسیل‌شده در گذار الکترون از $n=5$ به $n'=4$ است.

$$E_n-E_{n'}=hf\xrightarrow{E_n=-\frac{E_R}{n^2}}-\frac{E_R}{5^2}-(-\frac{E_R}{4^2})=hf$$

$$\Rightarrow\frac{-13/6}{25}+\frac{13/6}{16}=4\times10^{-15}f\Rightarrow\frac{(25-16)\times13/6}{25\times16}=4\times10^{-15}f$$

$$f=\frac{9\times3/4}{25\times16}\times10^{15}=0/0765\times10^{15}\Rightarrow f=76/5THz$$

B ۱۷۲۴ (۲)

خط فکری طول موج‌های گسیلی اتم هیدروژن از معادلهٔ ریدبرگ به‌دست می‌آید.

$$\frac{۱}{\lambda}=R(\frac{۱}{n'^۲}-\frac{۱}{n^۲})$$

ثابت ریدبرگ

به n' های مختلف نام‌های متفاوتی داده شده است وقتی $n'=۱$ باشد رشتهٔ طول موج‌ها را رشتهٔ لیمان می‌گویند بنابراین در این مسئله معادلهٔ ریدبرگ به‌صورت مقابل است.

$$\frac{۱}{\lambda}=R(\frac{۱}{۱^۲}-\frac{۱}{n^۲})$$

از طرفی شمارهٔ خط طیفی به این گونه است که در رشتهٔ لیمان اولین خط طیفی یعنی گذار از $n=۲$ به $n'=۱$، دومین خط طیفی یعنی گذار از $n=۳$ به $n'=۱$ و ... برای یافتن شمارهٔ خط طیفی شما باید ابتدا طول موج گسیل شده را حساب کنید.

طول موج گسیلی را حساب می‌کنیم:

$$\lambda=\frac{c}{f}\Rightarrow\lambda=\frac{۳\times۱۰^۸}{\frac{۸}{۳}\times۱۰^{۱۵}}\Rightarrow\lambda=\frac{۹}{۸}\times۱۰^{-۷}m\Rightarrow\lambda=\frac{۹۰۰}{۸}nm$$

به کمک رابطه ریدبرگ - بالمر خواهیم داشت:

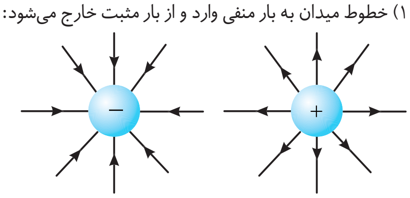
$$\frac{۱}{\lambda}=R(\frac{۱}{n'^۲}-\frac{۱}{n^۲})\xrightarrow[R=۰/۰۱nm^{-۱}]{n'=۱}$$

$$\frac{۸}{۹۰۰}=\frac{۱}{۱۰۰}(\frac{۱}{۱}-\frac{۱}{n^۲})\Rightarrow n^۲=۹\Rightarrow n=۳$$

بنابراین این طول موج مربوط به دومین خط طیفی لیمان است.

B ۱۷۲۵ (۱)

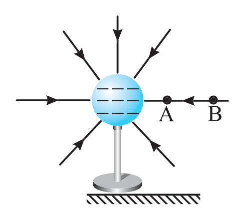
نکته ۱) خطوط میدان به بار منفی وارد و از بار مثبت خارج می‌شود:



۲) با جابه‌جایی بار در جهت خطوط میدان پتانسیل الکتریکی کاهش می‌یابد و بالعکس.

۱) خطوط میدان اطراف کرهٔ فلزی دارای بار منفی را رسم می‌کنیم:

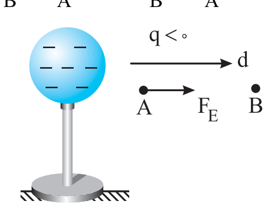
ذره از A تا B خلاف جهت خطوط میدان در حال حرکت بوده و پتانسیل الکتریکی افزایش می‌یابد: $V_B>V_A$



۲) بار منفی از گوی منفی در حال دور شدن است، نیروی الکتریکی وارد بر ذره و جهت جابه‌جایی ذره در یک جهت است پس کار میدان الکتریکی مثبت است، اما تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی قرینهٔ کار میدان الکتریکی بوده و منفی است.

البته می‌توانستیم بگوییم که ذره با بار منفی از گوی منفی دور شده که یک حرکت خودبه‌خودی بوده پس انرژی پتانسیل کاهش می‌یابد و ΔU منفی است.

$$\Delta U_{BA}<۰\Rightarrow U_B-U_A<۰\Rightarrow U_B<U_A$$

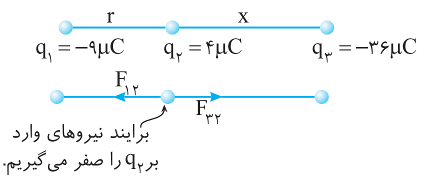


B ۱۷۲۶ (۴)

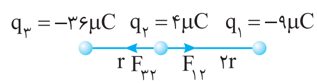
خط فکری در حل این سؤال ابتدا باید از فرض مسئله یعنی صفر بودن نیروهای وارد بر بارها استفاده کنیم و رابطه‌ای بین فاصلهٔ بارها به‌دست آوریم و در گام بعدی جای بارهای $q_۳$ و $q_۱$ را جابه‌جا کرده و نیروی خالص وارد بر بار $q_۲$ و $q_۱$ را برحسب رابطه‌ای که برای فاصله‌ها به‌دست آوردیم محاسبه کنیم.

۱) با توجه به شکل زیر باید یک رابطه بین x و r به‌دست آوریم، از این‌رو مطابق فرض مسئله نیروی خالص وارد بر $q_۲$ را صفر گرفته‌ایم، در این صورت نیروهایی که دو بار $q_۱$ و $q_۳$ به بار $q_۲$ وارد می‌کنند باید هم‌اندازه و خلاف جهت هم باشند:

$$F_{۱۲}=F_{۳۲}\Rightarrow k\frac{|q_۱||q_۲|}{r^۲}=k\frac{|q_۳||q_۲|}{x^۲}\Rightarrow\frac{۹}{r^۲}=\frac{۳۶}{x^۲}\Rightarrow\frac{x^۲}{r^۲}=۴\Rightarrow x=۲r$$



۲) جای بارهای $q_۱$ و $q_۳$ را عوض کرده و نیروی خالص وارد بر بار $q_۲$ را حساب می‌کنیم:



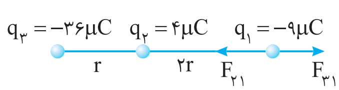
$$F_{۱۲}=k\frac{|q_۱||q_۲|}{(۲r)^۲}\Rightarrow F_{۱۲}=k\times\frac{۹\times۴\times۱۰^{-۱۲}}{۴r^۲}=\frac{۹\times۱۰^{-۱۲}k}{r^۲}$$

$$F_{۳۲}=k\frac{|q_۳||q_۲|}{(r)^۲}\Rightarrow F_{۳۲}=k\times\frac{۳۶\times۴\times۱۰^{-۱۲}}{r^۲}=\frac{۱۴۴\times۱۰^{-۱۲}k}{r^۲}$$

دو بردار $F_{۱۲}$ و $F_{۳۲}$ خلاف جهت هم‌اند بنابراین بزرگی نیروی خالص وارد بر $q_۲$ برابر اختلاف دو نیرو است:

$$|\vec{F}_۲|=\underbrace{|\vec{F}_{۱۲}-\vec{F}_{۳۲}|}_{\text{خلاف جهت هم}}\Rightarrow|\vec{F}_۲|=\frac{(۱۴۴-۹)\times۱۰^{-۱۲}k}{r^۲}=\frac{۱۳۵\times۱۰^{-۱۲}k}{r^۲}$$

۳) نیروی خالص وارد بر بار $q_۱$ را حساب می‌کنیم:



$$|\vec{F}_{۲۱}|=|\vec{F}_{۱۲}|=\frac{۹\times۱۰^{-۱۲}k}{r^۲}$$

$$F_{۳۱}=k\frac{|q_۱||q_۳|}{(۳r)^۲}\Rightarrow F_{۳۱}=k\times\frac{۹\times۳۶\times۱۰^{-۱۲}}{۹r^۲}\Rightarrow F_{۳۱}=\frac{۳۶\times۱۰^{-۱۲}k}{r^۲}$$

دو بردار $F_{۲۱}$ و $F_{۳۱}$ خلاف جهت هم‌اند بنابراین:

$$|\vec{F}_۱|=\underbrace{|\vec{F}_{۳۱}-\vec{F}_{۲۱}|}_{\text{خلاف جهت هم}}\Rightarrow F_۱=\frac{۲۷\times۱۰^{-۱۲}k}{r^۲}$$

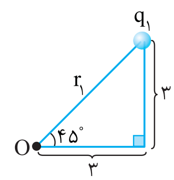
۴) حال نسبت خواسته شده را به‌دست می‌آوریم:

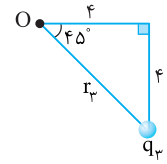
$$\frac{F_۲}{F_۱}=\frac{\frac{۱۳۵\times۱۰^{-۱۲}k}{r^۲}}{\frac{۲۷\times۱۰^{-۱۲}k}{r^۲}}=۵$$

B ۱۷۲۷ (۱)

خط فکری با سؤال طولانی و وقت‌گیری سروکار داریم. بار q_1 و q_3 و مکان آن‌ها مشخص است، ابتدا بزرگی میدان این دو بار در مبدأ مختصات را حساب می‌کنیم و با داشتن میدان خالص در نقطهٔ O می‌توان بزرگی میدان بار q_2 در مرکز و مقدار بار آن را حساب کرد.

۱) فاصلهٔ دو بار q_1 و q_3 را تا نقطهٔ O به کمک فیثاغورس حساب می‌کنیم.



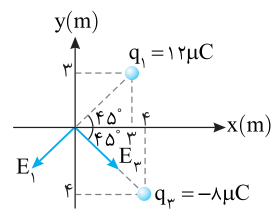


$$r_1=\sqrt{۳^۲+۳^۲}=۳\sqrt{۲}m \qquad r_3=\sqrt{۴^۲+۴^۲}=۴\sqrt{۲}m$$

میانبر البته با توجه به زاویهٔ °۴۵ مثلث قائم‌الزاویه مشخص است که وتر $\sqrt{۲}$ برابر ساق‌ها است.

۲) بار q_1 مثبت و میدان در راستای خط واصل بار و نقطهٔ O بوده و از بار q_1 خارج می‌شود. بار q_3 منفی بوده و میدان در راستای خط واصل بار و نقطهٔ O بوده و به بار q_3 وارد می‌شود. حال بزرگی میدان‌ها را حساب می‌کنیم

$$E_1=k\frac{q_1}{r_1^2}\Rightarrow E_1=\frac{۹\times۱۰^۹\times۱۲\times۱۰^{-۶}}{۱۸}=۶\times۱۰^۳N/C$$



$$E_3=k\frac{q_3}{r_3^2}$$

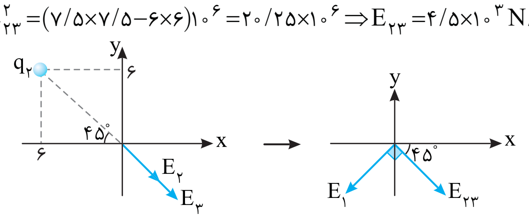
$$\Rightarrow E_3=\frac{۹\times۱۰^۹\times۸\times۱۰^{-۶}}{۳۲}=\frac{۹}{۴}\times۱۰^۳N/C$$

۳) بار q_2 نیز مثبت است و میدان در نقطهٔ O در راستای خط واصل بین بار q_2 و O است از بار q_2 خارج می‌شود، بنابراین میدان‌های E_2 و E_3 هم‌جهت‌اند و برایند آن‌ها مطابق شکل با میدان E_1 عمود است.

$$E_T=\sqrt{E_1^2+E_{23}^2}\Rightarrow E_T^2=E_1^2+E_{23}^2$$

$$\Rightarrow ۷/۵\times۷/۵\times۱۰^۶=۶\times۶\times۱۰^۶+E_{23}^2$$

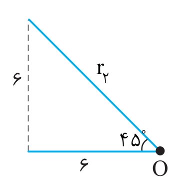
$$E_{23}^2=(۷/۵\times۷/۵-۶\times۶)۱۰^۶=۲۰/۲۵\times۱۰^۶\Rightarrow E_{23}=۴/۵\times۱۰^۳N/C$$



میانبر البته با توجه به اعداد فیثاغورس ۳، ۴ و ۵ که به ۴/۵، ۶ و ۷/۵ تبدیل شده بودند می‌توانستیم سریع‌تر به E_{23} برسیم.

$$E_{23}=E_2+E_3\Rightarrow ۴/۵\times۱۰^۳=E_2+\frac{۹}{۴}\times۱۰^۳\Rightarrow E_2=۲/۲۵\times۱۰^۳$$

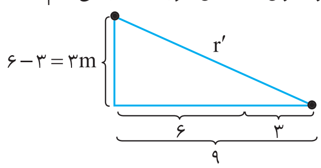
حال با توجه به E_2، q_2 را به‌دست می‌آوریم. ابتدا فاصلهٔ q_2 تا نقطهٔ O را با توجه به فیثاغورس حساب می‌کنیم:



$$r_2=\sqrt{۶^۲+۶^۲}\Rightarrow r_2=۶\sqrt{۲}$$

$$E_2=k\frac{q_2}{r_2^2}\Rightarrow ۲/۲۵\times۱۰^۳=\frac{۹\times۱۰^۹\times q_2}{۷۲}\Rightarrow q_2=۱۸\times۱۰^{-۶}C$$

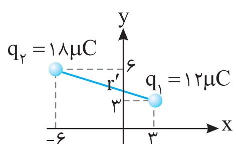
خط فکری حال فاصلهٔ بین بار q_1 و q_2 را با توجه به فیثاغورس حساب کرده و سپس به کمک قانون کولن اندازهٔ این نیرو را حساب می‌کنیم.



$$r'=\sqrt{(۹)^۲+(۳)^۲}\Rightarrow r'=\sqrt{۸۱+۹}=\sqrt{۹۰}m$$

$$F_{12}=k\frac{q_1q_2}{r'^2}\Rightarrow F_{12}=۹\times۱۰^۹\times\frac{۱۲\times۱۸\times۱۰^{-۱۲}}{۹۰}$$

$$\Rightarrow F_{12}=۱۲\times۱۸\times۱۰^{-۴}=۲/۱۶\times۱۰^{-۲}N$$



میانبر فاصلهٔ دو نقطه به مختصات (x_1,y_1) و (x_2,y_2) را می‌توان به کمک رابطهٔ زیر به‌دست آورد:

$$r'=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}\xrightarrow[(-۶,۶)]{(۳,۳)}$$

$$r'=\sqrt{(-۶-۳)^2+(۶-۳)^2}=\sqrt{۸۱+۹}=\sqrt{۹۰}m$$

A ۱۷۲۸ (۱) تجربی - ۱۴۰۰

خط فکری ظرفیت خازن به شکل هندسی خازن بستگی داشته و با توجه به رابطهٔ

مساحت سطح صفحه‌ها

$$C=\kappa\varepsilon_0\frac{A}{d}$$

با تغییر فاصلهٔ دو صفحه (d) ظرفیت خازن

ثابت خازن

فاصلهٔ صفحه‌ها تغییر می‌کند.

هر فاراد برابر $۱۰^{۱۲}$ پیکوفاراد است.

۱) ظرفیت خازن را در حالت اول به‌دست می‌آوریم:

$$C_1=\kappa\varepsilon_0\frac{A}{d_1}\Rightarrow C_1=۴\times۸/۸۵\times۱۰^{-۱۲}\times\frac{۲\times۱۰^{-۴}}{۵\times۱۰^{-۳}}=۱۴/۱۶\times۱۰^{-۱۳}F$$

$$\xrightarrow{۱F=۱۰^{۱۲}pF}C_1=۱۴/۱۶\times۱۰^{-۱}pF=۱/۴۱۶pF$$

۲) فاصلهٔ بین صفحات ۳mm کاهش یافته: $d_2=d_1-۳\Rightarrow d_2=۲mm$

ظرفیت خازن را در حالت دوم به‌دست می‌آوریم:

$$C_2=\kappa\varepsilon_0\frac{A}{d_2}\Rightarrow C_2=۴\times۸/۸۵\times۱۰^{-۱۲}\times\frac{۲\times۱۰^{-۴}}{۲\times۱۰^{-۳}}=۳۵/۴\times۱۰^{-۱۳}F$$

$$\xrightarrow{۱F=۱۰^{۱۲}pF}C_2=۳۵/۴\times۱۰^{-۱}pF=۳/۵۴pF$$

۳) حال اختلاف ظرفیت خازن را در دو حالت به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta C=C_2-C_1\Rightarrow\Delta C=۳/۵۴-۱/۴۱۶=۲/۱۲۴pF$$

A ۱۷۲۹ (۴)

نکته در پدیدهٔ ابررسـانایی مقاومت ویژه در دمـای خاصی به صورت ناگهانی به صفر افت می‌کند و در دماهای پایین‌تر همچنان صفر می‌ماند.

چون این پدیده به صورت ناگهانی رخ می‌دهد عبارت «شـیب ثابت» در این گزینه یعنی تغییر تدریجی مقاومت بنابراین گزینهٔ (۱) نادرست است.

در این پدیده مقاومت ویژه ناگهان افت می‌کند و نه افزایش و گزینهٔ (۲) نادرست است.

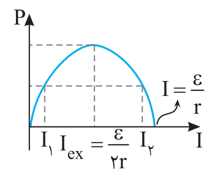
با کم شـدن دما پس از پدیدهٔ ابررسـانایی همچنان مقاومت صفر اسـت و دوباره افزایش نمی‌یابد و گزینهٔ (۳) نادرست است.

با توجه به نکتهٔ بیان شده گزینهٔ (۴) درست است.

B ۱۷۳۰ (۴)

نکته نمودار توان خروجی برحسـب جریان $P=\varepsilon I-rI^{۲}$ سهمی شکل بوده و در نمودار سـهمی نسبت به محور قائم گذرنده از رأس متقارن است از این‌رو:

$$I_{ex}=\frac{I_۱+I_۲}{۲}$$



در صـورت سـؤال بیان شـده کـه در جریان‌های $۳A$ و $۵A$، توان خروجی یکسان است:

$$I_{ex}=\frac{۳+۵}{۲}=۴A$$

نکته بیشـینه توان خروجی زمانی اسـت که مقاومت داخلی و خارجی با هم برابر باشند، بنابراین:

$$I=\frac{\varepsilon}{R+r}\xrightarrow{R=r}I_{ex}=\frac{\varepsilon}{۲r}$$

با توجه به جریان I_{ex} و نکته بالا، مقاومت داخلی را حساب می‌کنیم:

$$I_{ex}=\frac{\varepsilon}{۲r}\Rightarrow ۴=\frac{\varepsilon}{۲r}\Rightarrow \varepsilon=۸r$$

هنگامی که ولت سـنج عدد صفر را نشـان دهد یعنی اختلاف پتانسیل دو سر باتری صفر شده است:

$$V=\varepsilon-rI\xrightarrow{V=۰}I=\frac{\varepsilon}{r}\xrightarrow{\varepsilon=۸r}I=۸A$$

آمپرسنج $I=۸A$ را نشان می‌دهد.

میانبر همـواره بـه ازای جریـان $I=\frac{\varepsilon}{r}$ اختلاف پتانسـیل دو سـر باتری صفر می‌شـود. جریان $I_{ex}=۴A$ بـوده و دو برابر این جریان یعنی $۸A$ جریانی اسـت که اختلاف پتانسیل صفر می‌شود.

B ۱۷۳۱ (۳)

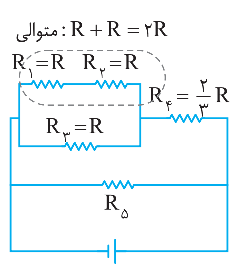
خط فکری مسئله را باید با دو نکته زیر حل کنیم:

۱) در مقاومت‌های موازی، توان با مقاومت نسبت وارون دارد. $\frac{P_۲}{P_۱}=\frac{R_۱}{R_۲}$

۲) در مقاومت‌های متوالی، توان با مقاومت نسبت مستقیم دارد. $\frac{P_۲}{P_۱}=\frac{R_۲}{R_۱}$

باید از مقاومت $R_۳=R$ شـروع کنیم و توان این مقاومت را P فرض کنیم و براساس آن توان تک‌تک شاخه‌ها را بررسی کنیم.

مدار را به شکل ساده‌تری رسم می‌کنیم.



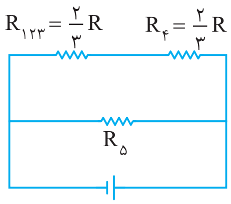
۱) تـوان مقاومـت $R_۳$، P اسـت $R_{۱۲}=۲R$ بـا $R_۳$ موازی بنابراین توان مصرفی در شـاخهٔ $R_۱$ و $R_۲$ نصـف P $(\frac{P}{۲})$ است.

۲) مجموع توان مصرفی در کل مقاومت $R_۱$ و $R_۲$ و $R_۳$ برابر است با: $P+\frac{P}{۲}=۳\frac{P}{۲}$

۳) مقاومت معادل $R_۱$ و $R_۲$ و $R_۳$ را حساب می‌کنیم

$$\frac{۱}{R_{۱۲۳}}=\frac{۱}{۲R}+\frac{۱}{R}\Rightarrow R_{۱۲۳}=\frac{۲R}{۳}$$

۴) مقاومـت $R_{۱۲۳}$ بـا مقاومـت $R_۴$ متوالی اسـت و دو مقاومـت برابرند بنابراین توان $R_۴$ نیز $\frac{۳P}{۲}$ است.



۵) کل تـوان $R_۱$ و $R_۲$ و $R_۳$ و $R_۴$ برابر است با: $\frac{۳P}{۲}+\frac{۳P}{۲}=۳P$

۶) جالـب شـد با توجه به فرض مسـئله توان مقاومت $R_۳$، $\frac{۱}{۳}$ تـوان مقاومت $R_۵$ است یعنی

$$P_۳=\frac{۱}{۳}P_۵\Rightarrow P_۵=۳P_۳\xrightarrow{P_۳=P}P_۵=۳P$$

کل توان شـاخه شـامل $R_{۱۲۳۴}$ با توان شاخه شـامل $R_۵$ که با آن موازی است برابر شده است یعنی مقاومت $R_۵$ برابر مقاومت معادل $R_{۱۲۳۴}$ است.

$$R_{۱۲۳۴}=\frac{۲}{۳}R+\frac{۲}{۳}R\Rightarrow R_۵=\frac{۴}{۳}R$$

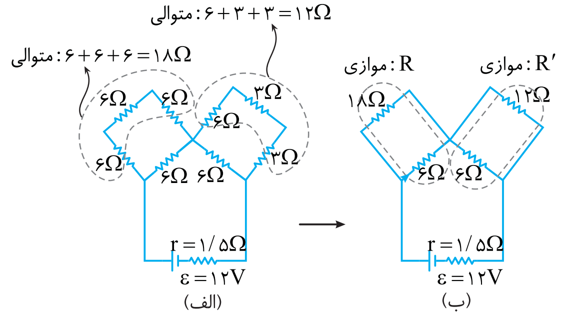
دو مقاومت $R_۵$ و $R_{۱۲۳۴}$ موازی‌اند. بنابراین مقاومت معادل مدار برابر است با:

$$\frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۳}{۴R}+\frac{۳}{۴R}\Rightarrow R_{eq}=\frac{۲}{۳}R$$

B ۱۷۳۲ (۳)

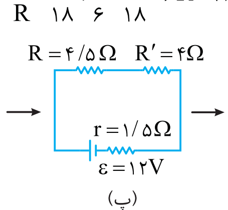
خط فکری در سـؤالاتی که مقدار تمام مقاومت‌ها و نیرو محرکه داده شده است، ابتدا مقاومـت معادل را حسـاب کرده و در گام بعدی جریان کل $I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}$ را حسـاب می‌کنیم و در گام آخر جریان شاخهٔ خواسته شده را با تقسیم جریان به‌دست می‌آوریم.

۱) ابتدا مقاومت معادل را حساب می‌کنیم:



مقاومت‌های R و R' متوالی‌اند:

$$\frac{۱}{R}=\frac{۱}{۱۸}+\frac{۱}{۶}=\frac{۴}{۱۸}\Rightarrow R=۴/۵\Omega\ ,\ \frac{۱}{R'}=\frac{۱}{۱۲}+\frac{۱}{۶}=\frac{۳}{۱۲}\Rightarrow R'=۴\Omega$$

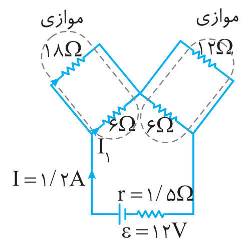


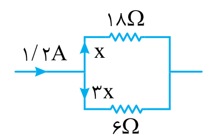
$$\longrightarrow R_{eq}=R+R'\Rightarrow R_{eq}=۴/۵+۴=۸/۵\Omega$$

۲) جریان مدار را حساب می‌کنیم:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{۱۲}{۸/۵+۱/۵}=۱/۲A$$

با توجه به مدار شکل (ب) جریان $I_۱$ خواسته شده را حساب می‌کنیم. دقت کنید در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت عکس مقدار مقاومت‌ها تقسیم می‌شود یعنی جریان $I=۱/۲A$ بین دو مقاومت ۶Ω و ۱۸Ω به نسبت عکس مقاومت‌ها تقسیم می‌شود و اگر به مقاومت ۱۸Ω جریان x برسد به مقاومت ۶Ω که مقدار آن $\frac{۱}{۳}$، مقاومت ۱۸Ω است، جریان $۳x$ خواهد رسید.





$$x+۳x=۱/۲\Rightarrow x=۰/۳A\ ,\ I_۱=۳x\Rightarrow I_۱=۰/۹A$$

B ۱۷۳۳ ③

خط فکری با توجه به سؤال جرم ذره ناچیز بوده و در واقع از نیروی وزن وارد بر جسم صرف‌نظر شده است. ابتدا اندازه و جهت نیروی الکتریکی و نیروی مغناطیسی که از طرف میدان الکتریکی و مغناطیسی به ذره وارد می‌شود را به‌دست می‌آوریم و اگر این دو نیرو هم‌جهت باشند نیروی خالص مجموع آن‌ها و اگر این دو نیرو خلاف جهت هم باشند نیروی خالص تفاضل آن‌ها و اگر برهم عمودند، نیروی خالص از فیثاغورس به‌دست می‌آید.

یادآوری اندازهٔ نیروی مغناطیسی و نیروی الکتریکی از طرف میدان‌های مغناطیسی و الکتریکی از رابطه‌های زیر به‌دست می‌آید:

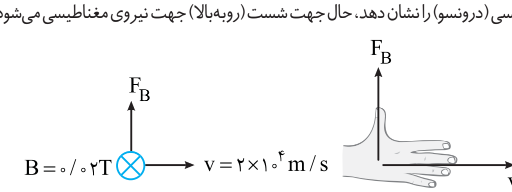
نیروی مغناطیسی	نیروی الکتریکی
$F=\|q\|vB\sin\alpha$ زاویهٔ بین میدان مغناطیسی و جهت حرکت ذره	$F_E=E\|q\|$

۱) نیروی مغناطیسی: ذره عمود بر خطوط میدان مغناطیسی در حال حرکت است بنابراین $\alpha=۹۰^\circ$ است:

$$F_B=qvB\Rightarrow F_B=۲\times۱۰^{-۶}\times۲\times۱۰^{۴}\times۲\times۱۰^{-۲}$$

$$\Rightarrow F_B=۸\times۱۰^{-۴}N=۰/۸\times۱۰^{-۳}N$$

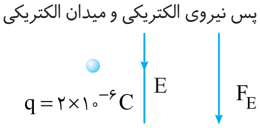
جهت نیروی مغناطیسی با توجه به قاعدهٔ دست راست مشخص می‌شود. چهار انگشت دست راست را در جهت حرکت ذره به سمت راست گرفته به‌طوری که خم شدن انگشت‌ها جهت میدان مغناطیسی (درونسو) را نشان دهد، حال جهت شست (روبه‌بالا) جهت نیروی مغناطیسی می‌شود:



۲) نیروی الکتریکی:

$$F_E=Eq\Rightarrow F_E=۵۰۰\times۲\times۱۰^{-۶}=۱۰^{-۳}N$$

ذره دارای بار مثبت است پس نیروی الکتریکی و میدان الکتریکی هم‌جهت‌اند.

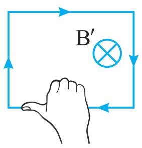


دو نیرو خلاف جهت هم‌اند، بنابراین نیروی خالص وارد بر ذره برابر است با:

$$F_T=F_E-F_B\Rightarrow F_T=۱۰^{-۳}-۰/۸\times۱۰^{-۳}=۰/۲\times۱۰^{-۳}=۲\times۱۰^{-۴}N$$

B ۱۷۳۴ ②

خط فکری مقدار نیرو محرکه القایی را با توجه به قانون القای فاراده $\bar{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ به‌دست می‌آوریم که مدت زمان $۱ms$ و تغییر شار $۰/۰۲Wb$ در حال کاهش داده شده است. جهت جریان القایی هم با توجه به قانون لنز به‌دست می‌آید. جهت جریان باید به گونه‌ای باشد که با کاهش شار که حاصل از خروج قاب از میدان است مخالفت کند.



قاب در حال خارج شدن بوده پس شار در حال کاهش است و میدان مغناطیسی القایی با کاهش شار مخالفت کرده و هم‌جهت با B به صورت درونسو القا می‌شود حال با توجه به جهت میدان القایی و قاعدهٔ دست راست، جهت جریان القایی قاب را به‌دست می‌آوریم:

چهار انگشت خم شدهٔ دست راست را در جهت میدان القایی درونسو گرفته در این حالت جهت جریان در جهت شست دست راست قرار دارد و ساعتگرد است.

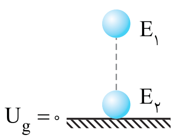
با استفاده از قانون القای فاراده، نیرو محرکه را به‌دست می‌آوریم:

$$\bar{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\xrightarrow[\Delta t=۱ms=۱۰^{-۳}s]{N=۱,\ \Delta\Phi=-۰/۰۲Wb}\bar{\varepsilon}=-۱\times\frac{(-۰/۰۲)}{۱۰^{-۳}}=۲۰V$$

B ۱۷۳۵ ④

خط فکری کار مفیدی که ماشین بالابر انجام داده به‌صورت انرژی پتانسیل گرانش در جسم ذخیره می‌شود و اگر وزنه در شرایط خلأ رها شود تمام این انرژی ذخیره شده بنا به اصل پایستگی انرژی مکانیکی به انرژی جنبشی وزنه تبدیل می‌شود. یعنی شما برای یافتن کار مفید ماشین بالابر کافی است، انرژی جنبشی جسم را هنگام برخورد به زمین به‌دست آورید سپس به کمک آن بازده ماشین را حساب کنید.

۱) انرژی ذخیره شده در جسم در ارتفاع h که توسط ماشین بالا برده شده است را با توجه به پایستگی انرژی مکانیکی حساب می‌کنیم:



$$E_۱=E_۲\Rightarrow U_۱+K_۱=U_۲+K_۲\xrightarrow{K_۱=۰,\ U_۲=۰}E_۱=K_۲$$

$$\Rightarrow E_۱=\frac{۱}{۲}mv^۲\Rightarrow E_۱=\frac{۱}{۲}\times۵۰\times۶۴=۱۶۰۰J$$

۲) بنابراین ماشین $۲۰۰۰J$ انرژی مصرف کرده اما به جسم $۱۶۰۰J$ انرژی رسیده است:

$$\xrightarrow[\text{مصرفی ماشین}]{\text{انرژی کل ۲۰۰۰J}}\text{(بالابر)}\xrightarrow[\text{ذخیره شده در وزنه}]{\text{انرژی مفید ۱۶۰۰J}}$$

$$Ra=\frac{E_{\text{مفید}}}{E_{\text{کل}}}\times۱۰۰\Rightarrow Ra=\frac{۱۶۰۰}{۲۰۰۰}\times۱۰۰=۸۰\%$$

B ۱۷۳۶ ③

یادآوری فشار در عمق h یک مایع از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید: $P=\rho gh+P_۰$

۱) فشار در عمق $۱۰cm$، برابر است با:

$$P=P_۰+\rho gh_۱\Rightarrow P_۱=۱/۰۲۶\times۱۰^۵+\rho\times۱۰\times\frac{۱۰}{۱۰۰}\Rightarrow P_۱=۱/۰۲۶\times۱۰^۵+\rho$$

۲) فشار در عمق $۵۳cm$ برابر است:

$$\begin{cases}P_۲=P_۰+\rho gh_۲\\ P_۲=۱/۰۲۶\times۱۰^۵+\rho\times۱۰\times\frac{۵۳}{۱۰۰}\end{cases}\Rightarrow P_۲=۱/۰۲۶\times۱۰^۵+۵/۳\rho$$

۳) با توجه به صورت سؤال $P_۲=۱/۵P_۱$ است:

$$\begin{cases}P_۲=۱/۵P_۱\Rightarrow۱/۵P_۱=۱/۰۲۶\times۱۰^۵+۵/۳\rho\\ P_۱=۱/۰۲۶\times۱۰^۵+\rho\end{cases}$$

۴) رابطهٔ $P_۱$ و $P_۲$ را برهم تقسیم می‌کنیم تا مجهول $P_۱$ از صورت و مخرج حذف شود و تنها مجهول چگالی باقی بماند:

$$\frac{P}{۱/۵P}=\frac{۱/۰۲۶\times۱۰^۵+\rho}{۱/۰۲۶\times۱۰^۵+۵/۳\rho}\Rightarrow\frac{۲}{۳}=\frac{۱/۰۲۶\times۱۰^۵+\rho}{۱/۰۲۶\times۱۰^۵+۵/۳\rho}$$

$$\Rightarrow۲(۱/۰۲۶\times۱۰^۵)+۱۰/۶\rho=۳(۱/۰۲۶\times۱۰^۵)+۳\rho\Rightarrow۷/۶\rho=۱/۰۲۶\times۱۰^۵$$

$$\rho=۱۳۵۰۰kg/m^۳=۱۳/۵g/cm^۳$$

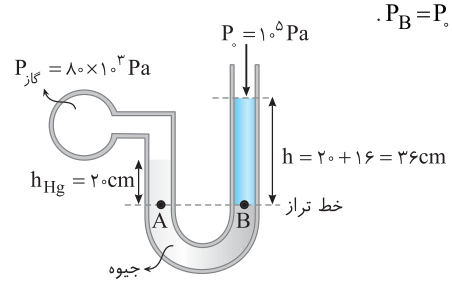
۱۷۳۷ B ۳

خط فکری برای حل سؤالاتی که با لوله U سرو کار داریم ابتدا خط تراز را می‌کشیم. خط تراز آخرین جایی است که مایع در دو شاخه یکسان بوده و خطی موازی با سطحی است که لوله روی آن قرار گرفته است. ویژگی خط تراز این است که فشار روی خط تراز یکسان است.

مطابق شکل خط تراز را می‌کشیم. فشار در نقاط A و B با هم برابر است: $P_A=P_B$

فشار در نقطه A برابر هر چیزی است که بالاتر از آن بوده و روی آن فشار می‌آورد پس $P_A=P_{\text{گاز}}+\rho_{Hg}gh_{Hg}$.

فشار در نقطه B برابر هر چیزی است که بالاتر از آن بوده و روی آن فشار می‌آورد پس $P_B=P_0+\rho gh$.



$$P_A=P_B\Rightarrow P_{\text{گاز}}+\rho_{Hg}gh_{Hg}=P_0+\rho gh$$

$$۸۰\times۱۰^{۳}+۱۳۶۰۰\times۱۰\times\frac{۲۰}{۱۰۰}=۱۰^{۵}+\rho\times۱۰\times\frac{۳۶}{۱۰۰}$$

$$۸\times۱۰^{۴}+۲۷۲۰۰=۱۰^{۵}+۳/۶\rho\Rightarrow ۸\times۱۰^{۴}+۲/۷۲\times۱۰^{۴}-۱۰^{۵}=۳/۶\rho$$

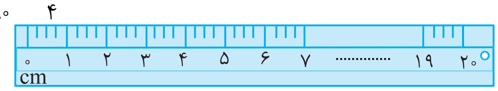
$$\Rightarrow ۰/۷۲\times۱۰^{۴}=۳/۶\rho\Rightarrow\rho=۲۰۰۰kg/m^{۳}$$

۱۷۳۸ B ۳

نکته دقت یک وسیله اندازه‌گیری مدرج مانند خط‌کش برابر کمینه درجه‌بندی آن وسیله است.

خط‌کش ۲۰cm به ۸۰ قسمت تقسیم شده بنابراین کمینه درجه‌بندی برابر است با:

$$\frac{۲۰cm}{۸۰}=\frac{۱}{۴}cm=۰/۲۵cm$$



هر سانتی‌متر ۱۰ میلی‌متر است بنابراین دقت خط‌کش برحسب mm خواهد شد:

$$۰/۲۵cm=۲/۵mm$$

۱۷۳۹ B ۲

روش اول: یخ صفر درجه ابتدا تغییر حالت داده و به آب $۰^\circ C$ تبدیل می‌شود و سپس آب $۰^\circ C$ به آب $۲۰^\circ C$ تغییر دما می‌دهد:

$$\boxed{\text{یخ}\ ۰^\circ C}\xrightarrow{Q_۱=mL_F}\boxed{\text{آب}\ ۰^\circ C}\xrightarrow{Q_۲=mc\Delta\theta}\boxed{\text{آب}\ ۲۰^\circ C}$$

$$Q_{\text{کل}}=Q_۱+Q_۲\Rightarrow Q_{\text{کل}}=mL_F+mc\Delta\theta$$

$$\Rightarrow Q_{\text{کل}}=m\times۳۳۶۰۰۰+m\times۴۲۰۰\times۲۰$$

$$Q_{\text{کل}}=۳۳۶۰۰۰m+۸۴۰۰۰m=۴۲۰۰۰۰mJ$$

سؤال نسبت گرمای ذوب یخ $(Q_۱)$ به کل گرمای داده شده به آن $(Q_{\text{کل}})$ را برحسب درصد خواسته است:

$$\frac{Q_{\text{ذوب یخ}}}{Q_{\text{کل}}}\times۱۰۰=\frac{Q_۱}{Q_{\text{کل}}}\times۱۰۰=\frac{۳۳۶۰۰۰m}{۴۲۰۰۰۰m}\times۱۰۰=۸۰٪$$

روش دوم: برای حل سؤالات بهتر است نسبت L_F و L_V آب را برحسب $c_{\text{آب}}=۴۲۰۰J/kg.K$ به خاطر بسپارید:

$$L_F=۳۳۶۰۰۰=۸۰\times۴۲۰۰=۸۰c_{\text{آب}}$$

$$L_V=۲۲۶۸۰۰۰=۵۴۰\times۴۲۰۰=۵۴۰c_{\text{آب}}$$

گرمای نهان ذوب $L_F=۳۳۶\times۱۰^{۳}J/kg$، ۸۰ برابر گرمای ویژهٔ آب $c=۴۲۰۰J/kg.K$ است بنابراین برای سادگی $L_F=۸۰c$ می‌گیریم:

$$Q_{\text{کل}}=\underbrace{Q_۱}_{\text{صرف ذوب یخ}}+\underbrace{Q_۲}_{\text{صرف افزایش دمای آب}}=mL_F+mc\Delta\theta$$

$$Q_{\text{کل}}=m(۸۰c)+mc\times۲۰=۱۰۰mc$$

$$\boxed{\text{یخ}\ ۰^\circ C}\xrightarrow{Q_۱}\boxed{\text{آب}\ ۰^\circ C}\xrightarrow{Q_۲}\boxed{\text{آب}\ ۲۰^\circ C}$$

از ۱۰۰mc گرما، ۸۰mc صرف ذوب یخ شده است:

$$\frac{Q_۱}{Q_{\text{کل}}}\times۱۰۰=\frac{۸۰mc}{۱۰۰mc}\times۱۰۰=۸۰٪$$

۱۷۴۰ A ۱

خط فکری گرمای داده شده و تغییر طول دو میله داده شده است اما این دو پارامتر باهم چه رابطه‌ای دارند:

$$\begin{cases}Q=mc\Delta\theta\\ \Delta L=L_0\alpha\Delta\theta\end{cases}$$

تنها ربط این دو رابطه تغییر دماست که باید از یکی به‌دست آمده و در دیگری استفاده شود.

نکته چون دو میله هم‌جنس‌اند پس گرمای ویژه و ضریب انبساط طولی یکسانی دارند.

۱) گرمای داده شده به دو جسم یکسان است:

$$\begin{cases}Q_A=m_Ac\Delta\theta_A\\ Q_B=m_Bc\Delta\theta_B\end{cases}\xrightarrow{Q_A=Q_B}$$

$$m_Ac\Delta\theta_A=m_Bc\Delta\theta_B\xrightarrow{m_A=\frac{m_B}{۲}}$$

$$\frac{m_B}{۲}\Delta\theta_A=m_B\Delta\theta_B\Rightarrow\frac{\Delta\theta_A}{۲}=\Delta\theta_B$$

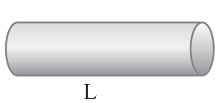
۲) تغییر طول میله A، $\frac{۳}{۴}$ برابر تغییر طول میله B است:

$$\begin{cases}\Delta L_A=L_{0A}\alpha\Delta\theta_A\\ \Delta L_B=L_{0B}\alpha\Delta\theta_B\end{cases}\xrightarrow{\Delta L_A=\frac{۳}{۴}\Delta L_B}$$

$$L_{0A}\alpha\Delta\theta_A=\frac{۳}{۴}L_{0B}\alpha\Delta\theta_B\xrightarrow{\Delta\theta_B=\frac{۱}{۲}\Delta\theta_A}$$

$$L_{0A}\Delta\theta_A=\frac{۳}{۴}L_{0B}\frac{\Delta\theta_A}{۲}\Rightarrow L_{0A}=\frac{۳}{۸}L_{0B}$$

نکته حجم یک استوانه برابر است با:



$V=AL$

سطح مقطع دو میله یکسان است و نسبت طول اولیه آن‌ها را به‌دست آوردیم بنابراین نسبت حجم آن‌ها برابر است با:

$$\frac{V_A}{V_B}=\frac{A_AL_{0A}}{A_BL_{0B}}\xrightarrow[A_A=A_B]{L_{0A}=\frac{۳}{۸}V_B}\frac{V_{0A}}{V_{0B}}=\frac{۳}{۸}$$

پاسخ تجربی خارج - ۱۴۰۰

۱۷۴۱ A (۱)

خط فکری با توجه به اینکه گرمای ویژهٔ آب برحسب $J/kg°C$ داده شده باید تغییر دما را در رابطهٔ $Q=mc\Delta\theta$ برحسب درجهٔ سلسیوس قرار دهیم، پس باید فارنهایت را به سلسیوس تبدیل کنیم، همچنین باید با توجه به چگالی و حجم آب، جرم آب را حساب کنیم.

یادآوری برای تبدیل دما از فارنهایت به درجهٔ سلسیوس از رابطهٔ $F=\frac{۹}{۵}\theta+۳۲$ و برای تبدیل تغییر دما از فارنهایت به درجهٔ سلسیوس از رابطهٔ $\Delta F=\frac{۹}{۵}\Delta\theta$ استفاده می‌کنیم.

۱) دمای آب $۹۰°F$ افزایش یافته یعنی $\Delta F=۹۰°F$ است، بنابراین خواهیم داشت:

$$\Delta F=\frac{۹}{۵}\Delta\theta \Rightarrow ۹۰=\frac{۹}{۵}\Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta=۵۰°C$$

یادآوری هر لیتر معادل $۱۰۰۰cm^۳$ است.

۲) جرم آب را حساب می‌کنیم:

$$\rho=\frac{m}{V}\xrightarrow[V=۲L=۲۰۰۰cm^۳]{\rho=۱g/cm^۳}۱g/cm^۳=\frac{m}{۲۰۰۰cm^۳}$$
$$\Rightarrow m=۲۰۰۰g=۲kg$$

میانبر برای آب با چگالی $\rho=۱g/cm^۳$ به‌ازای هر حجم آب برحسب لیتر همان مقدار آب برحسب کیلوگرم در اختیار داریم، پس جرم ۲ لیتر آب برابر $۲kg$ است.

۳) حال مقدار گرما را حساب می‌کنیم:

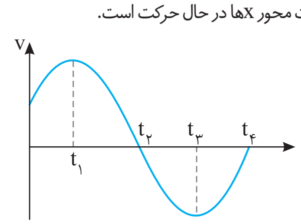
$$Q=mc\Delta\theta\xrightarrow[m=۲kg]{\Delta\theta=۵۰°C}Q=۲\times۴۲۰۰\times۵۰=۴۲۰۰۰۰J$$

یادآوری هر ۱۰۰۰ ژول گرما معادل ۱ کیلو ژول گرما است: $Q=۴۲۰kJ$

۱۷۴۲ B (۱)

خط فکری در نمودار $v-t$ مطابق شکل زیر به نکات زیر دقت کنید:

الف) در بازهٔ ۰ تا $t_۲$ سرعت متحرک مثبت بوده و متحرک در جهت مثبت محور xها در حال حرکت است و در مدت $t_۲$ تا $t_۴$ سرعت منفی شده و جهت حرکت متحرک تغییر کرده و متحرک در خلاف جهت محور xها در حال حرکت است.



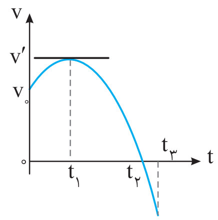
نکته: جهت حرکت با جهت سرعت مشخص می‌شود و اگر سرعت مثبت باشد، متحرک در جهت محور xها حرکت می‌کند و بالعکس.

ب) شیب خط مماس بر نمودار $v-t$ در هر لحظه برابر شتاب حرکت است. در بازهٔ ۰ تا $t_۱$ و $t_۳$ تا $t_۴$ نمودار صعودی با شیب مثبت بوده و شتاب مثبت است و در بازهٔ $t_۱$ تا $t_۳$ نمودار نزولی بوده و شتاب منفی است.

پ) در بازهٔ ۰ تا $t_۱$ و $t_۲$ تا $t_۳$ نمودار از محور زمان در حال دور شدن بوده و تندی در حال افزایش و حرکت تندشونده است و از طرف دیگر در بازهٔ $t_۱$ تا $t_۲$ و $t_۳$ تا $t_۴$ نمودار به محور زمان در حال نزدیک شدن بوده و تندی در حال کاهش و حرکت کندشونده است.

ت) در لحظهٔ $t_۲$ سرعت صفر شده و پس از آن تغییر علامت می‌دهد، پس در این لحظه متحرک تغییر جهت می‌دهد و در بیشینه و کمینهٔ نمودار یعنی لحظه‌های $t_۱$ و $t_۳$ شیب خط مماس صفر بوده و در نتیجه شتاب صفر می‌شود و علامت شتاب تغییر می‌کند.

با توجه به این نکات به بررسی تک‌تک گزاره‌ها می‌پردازیم:



الف) در لحظهٔ $t_۱$ شیب خط نمودار افقی و صفر شده پس در این لحظه تنها شتاب صفر شده و تغییر علامت می‌دهد اما سرعت v' بوده و تغییر علامت نمی‌دهد، بنابراین گزارهٔ (الف) نادرست است.

ب) در بازهٔ $t_۱$ تا $t_۲$ سرعت مثبت بوده پس متحرک در جهت مثبت محور xها در حال حرکت است و گزارهٔ (ب) درست است.

پ) در بازهٔ ۰ تا $t_۱$ نمودار از محور افقی زمان در حال دور شدن است، پس حرکت متحرک تندشونده بوده و تندی آن از $v_۰$ تا v' افزایش می‌یابد و گزارهٔ (پ) نادرست است.

ت) در بازهٔ ۰ تا $t_۱$ نمودار صعودی با شیب مثبت بوده و شتاب آن مثبت است (شتاب در جهت محور x است) و در بازهٔ $t_۱$ تا $t_۲$ نمودار نزولی با شیب منفی بوده و شتاب آن منفی است (شتاب خلاف جهت محور x است) بنابراین گزارهٔ (ت) نادرست است و تنها گزارهٔ (ب) درست است.

نکته البته می‌توانیم کمی حرفه‌ای‌تر باشیم، با توجه به گزینه‌ها گزارهٔ (ب) و (ت) دو بار در گزینه‌ها تکرار شده‌اند، پس تنها همین دو گزاره را بررسی کنیم و چون گزارهٔ (ب) درست و گزارهٔ (ت) نادرست است، پس پاسخ گزینهٔ (۱) می‌شود.

۱۷۴۳ C (۱)

خط فکری در این سؤال با نمودار $x-t$ سروکار داریم، به دو نکته زیر دقت کنید:

۱) سرعت متوسط برابر $v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}$ (جابه‌جایی) یا شیب خط قاطع بین دو لحظه است و تندی متوسط برابر $s_{av}=\frac{l}{\Delta t}$ (مسافت) است.

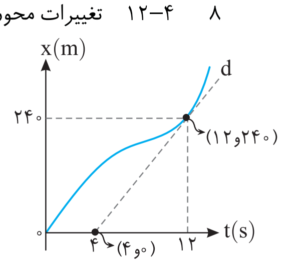
۲) سرعت در هر لحظه برابر شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان در آن لحظه و تندی برابر اندازهٔ شیب خط مماس در آن لحظه خواهد بود.

در حل سؤال ابتدا با فرض مسئله یعنی برابری تندی در لحظهٔ $t=۱۲s$ با تندی متوسط در بازهٔ $t_۱=۲s$ تا $t_۲=۱۴s$ شروع می‌کنیم، سپس خواستهٔ سؤال یعنی نسبت سرعت متوسط در دو بازهٔ گفته شده را حساب می‌کنیم.

۱) تندی در لحظهٔ $t=۱۲s$ برابر شیب خط مماس d است.

یادآوری شیب خط برابر نسبت تغییرات محور قائم به تغییرات محور افقی است:

$$\text{شیب خط}=\frac{\text{تغییرات محور قائم}}{\text{تغییرات محور افقی}}=\frac{۲۴۰-۰}{۱۲-۴}=\frac{۲۴۰}{۸}=۳۰m/s$$

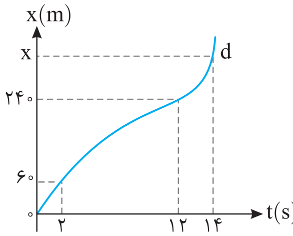


شیب خط برابر تندی لحظه‌ای است، بنابراین:

$$s(t=۱۲s)=۳۰m/s \quad (I)$$

۲) مکان متحرک در لحظهٔ $t=۱۴s$ داده نشده و مطابق شکل در بازهٔ $۲s$ تا $۱۴s$ متحرک از مکان $۶۰m$ به مکان x می‌رسد:

$$s_{av}=\frac{l}{\Delta t}\Rightarrow s_{av}=\frac{x-۶۰}{۱۲} \quad (II)$$



با توجه به فرض مسئله تندی در لحظهٔ ۱۲s با تندی متوسط در بازهٔ ۲s تا ۱۴s باهم برابر است پس از رابطهٔ (I) و (II) می‌توان نوشت:

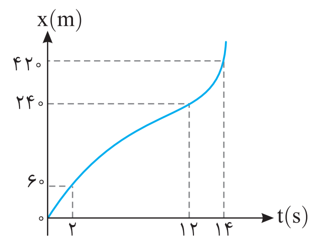
$$\frac{x-۶۰}{۱۲}=۳۰\Rightarrow x-۶۰=۳۶۰\Rightarrow x=۴۲۰m$$

یادآوری دو ثانیه اول یعنی $t=۰$ تا $t=۲s$ و دو ثانیه هفتم یعنی $t=۱۲s$ تا $t=۱۴s$

دو ثانیه اول	دو ثانیه دوم	دو ثانیه سوم	دو ثانیه چهارم	دو ثانیه پنجم	دو ثانیه ششم	دو ثانیه هفتم
۰ تا ۲s	۲s تا ۴s	۴s تا ۶s	۶s تا ۸s	۸s تا ۱۰s	۱۰s تا ۱۲s	۱۲s تا ۱۴s

۳) در دو ثانیه اول (۰ تا ۲s) متحرک از مکان $x=۰$ تا $x=۶۰m$ جابه‌جا می‌شود و سرعت متوسط در این بازه برابر است با:

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}\Rightarrow v_{av}=\frac{۶۰-۰}{۲}=۳۰m/s$$



۴) در دو ثانیه هفتم (۱۲s تا ۱۴s) متحرک از مکان $x=۲۴۰m$ به مکان $x=۴۲۰m$ می‌رود و سرعت متوسط خواهد شد:

$$v'_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}\Rightarrow v'_{av}=\frac{۴۲۰-۲۴۰}{۲}=\frac{۱۸۰}{۲}=۹۰m/s$$

۵) نسبت v_{av} به v'_{av} را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{v_{av}}{v'_{av}}=\frac{۳۰}{۹۰}=\frac{۱}{۳}$$

B ۱۷۴۴ (۳)

یادآوری شتاب متوسط برابر $\vec{a}_{av}=\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$ است.

۱) شتاب متوسط در بازهٔ ۰ تا ۱۰s برابر $-۲\vec{i}$ است:

$$\vec{a}_{av}=\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}\xrightarrow[t_۲=۱۰s]{t_۱=۰}-۲\vec{i}=\frac{\vec{v}(t=۱۰s)-\vec{v}(t=۰)}{۱۰-۰}$$

$$\Rightarrow\vec{v}(t=۱۰s)-\vec{v}(t=۰)=-۲۰\vec{i}\quad(۱)$$

۲) شتاب متوسط در بازهٔ ۰ تا ۱۵s برابر $\frac{۲}{۳}\vec{i}$ است:

$$\vec{a}_{av}=\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}\xrightarrow[t_۳=۱۵s]{t_۱=۰}\frac{۲}{۳}\vec{i}=\frac{\vec{v}(t=۱۵s)-\vec{v}(t=۰)}{۱۵-۰}$$

$$\Rightarrow\vec{v}(t=۱۵s)-\vec{v}(t=۰)=۱۰\vec{i}\quad(۲)$$

۳) برای به‌دست آوردن شتاب متوسط در بازهٔ ۱۰s تا ۱۵s نیاز به تغییر سرعت در این بازه یعنی $\vec{v}(t=۱۵s)-\vec{v}(t=۱۰s)$ است که این مقدار را با توجه به معادله‌های (۱) و (۲) به‌دست می‌آوریم:

$$\begin{cases}\vec{v}(t=۱۰s)-\vec{v}(t=۰)=-۲۰\vec{i}\\ \vec{v}(t=۱۵s)-\vec{v}(t=۰)=۱۰\vec{i}\end{cases}\xrightarrow[\text{حذف شود.}\ \vec{v}(t=۰)]{\text{دو معادله را از هم کم می‌کنیم تا}}$$

$$\vec{v}(t=۱۰s)-\vec{v}(t=۱۵s)=-۳۰\vec{i}\Rightarrow\vec{v}(t=۱۵s)-\vec{v}(t=۱۰s)=۳۰\vec{i}$$

۴) حال شتاب متوسط در بازهٔ ۱۰s تا ۱۵s را حساب می‌کنیم:

$$\vec{a}_{av}=\frac{\vec{v}(t=۱۵s)-\vec{v}(t=۱۰s)}{\Delta t}\Rightarrow\vec{a}_{av}=\frac{۳۰\vec{i}}{۵}=۶\vec{i}$$

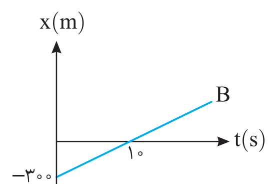
B ۱۷۴۵ (۲)

خط فکری ابتدا با توجه به نمودار باید معادلهٔ حرکت دو متحرک را بنویسیم. فاصلهٔ بین دو متحرک برابر تفاضل مکان دو متحرک یعنی $|x_A-x_B|$ است.

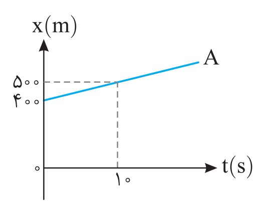
نکته اگر نمودار $x-t$ متحرکی به صورت خط راست باشد، حرکت متحرک با سرعت ثابت بوده و معادلهٔ حرکت آن به صورت $x=vt+x_۰$ است.

یادآوری شیب نمودار $x-t$ برابر سرعت متحرک است.

۱) با توجه به شیب خط‌ها، سرعت متحرک‌ها را به‌دست می‌آوریم:



$$v_B=\frac{\Delta x}{\Delta t}\Rightarrow v_B=\frac{۳۰۰}{۱۰}=۳۰m/s$$



$$v_A=\frac{\Delta x}{\Delta t}\Rightarrow v_A=\frac{۱۰۰}{۱۰}=۱۰m/s$$

۲) معادلهٔ حرکت دو متحرک را می‌نویسیم.

$$x_A=v_At+x_{۰A}\xrightarrow[x_{۰A}=۴۰۰m]{v_A=۱۰m/s}x_A=۱۰t+۴۰۰$$

$$x_B=v_Bt+x_{۰B}\xrightarrow[x_{۰B}=-۳۰۰m]{v_B=۳۰m/s}x_B=۳۰t-۳۰۰$$

۳) فاصلهٔ دو متحرک از هم ۶۰۰ متر است، بنابراین:

$$|x_A-x_B|=۶۰۰\xrightarrow[x_B=۳۰t-۳۰۰]{x_A=۱۰t+۴۰۰}|۱۰t+۴۰۰-۳۰t+۳۰۰|=۶۰۰$$

$$\Rightarrow|-۲۰t+۷۰۰|=۶۰۰$$

نکته در حل معادله‌های قدرمطلق حواستون باشد که: $|x|=a\Rightarrow x=\pm a$

۴) حال معادله را حساب می‌کنیم:

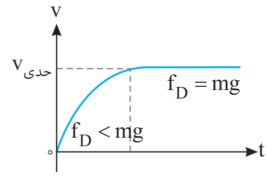
$$|-۲۰t+۷۰۰|=۶۰۰\Rightarrow-۲۰t+۷۰۰=\pm۶۰۰$$

$$\begin{cases}-۲۰t+۷۰۰=۶۰۰\Rightarrow-۲۰t=-۱۰۰\Rightarrow t_۱=۵s\\ -۲۰t+۷۰۰=-۶۰۰\Rightarrow-۲۰t=-۱۳۰۰\Rightarrow t_۲=۶۵s\end{cases}\Rightarrow\frac{t_۲}{t_۱}=\frac{۶۵}{۵}=۱۳$$

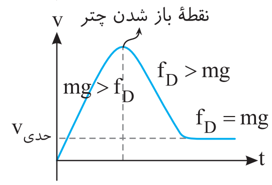
۱۷۴۶ C ۲

خط فکری در موضوع مقاومت شاره و حرکت چترباز به دو حالت زیر دقت کنید:

الف) اگر چترباز در همان ابتدا با چتر باز پریده باشد، رفته‌رفته تندی آن افزایش یافته تا به تندی حدی برسد و پس از آن با تندی ثابت به حرکت خود ادامه می‌دهد:



ب) اگر چترباز بپرد و پس از مدتی چتر خود را باز کند، در لحظهٔ باز شدن چتر تندی حرکت متحرک بیشینه بوده و با باز شدن چتر تندی چترباز شروع به کم شدن می‌کند تا به تندی حدی برسد:

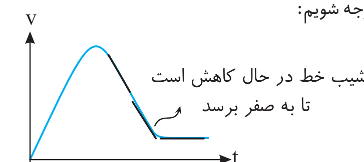


نکته مقاومت هوا به تندی جسم بستگی دارد و با افزایش و یا کاهش تندی جسم مقاومت هوا به ترتیب افزایش و یا کاهش می‌یابد.

با توجه به سؤال چترباز بعد از مدتی چتر خود را باز کرده یعنی حرکت چترباز مانند حالت (ب) خط فکری است. بعد از باز شدن چتر تندی چترباز شروع به کاهش می‌کند بنابراین گزینه‌های (۱) و (۳) و (۴) که در آن‌ها بیان شده تندی جسم افزایش می‌یابد نادرست بوده و تنها گزینهٔ (۲) درست است.

اما بررسی شتاب حرکت: جهت حرکت چترباز به سمت پایین است و پس از باز کردن چتر حرکت چترباز کندشونده بوده و نیروی مقاومت هوا (f_D) به سمت بالا و بزرگ‌تر از W است و نیروی خالص وارد بر چترباز، $f_D - W$ خواهد شد. در اصل $F_{net} = ma \Rightarrow f_D - W = ma'$ است و با کم شدن تندی جسم f_D کاهش می‌یابد در نتیجه شتاب کاهش می‌یابد و در تندی حدی که $f_D = mg$ می‌شود شتاب صفر است یعنی شتاب بعد از باز شدن چتر در حال کاهش است.

البته می‌توانستیم از روی نمودار $v-t$ و شیب خط مماس که شتاب را به ما می‌دهد نیز این موضوع را متوجه شویم:

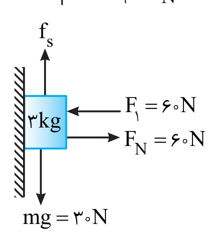


۱۷۴۷ B ۳

خط فکری ابتدا با نیروی F_1 جسم ساکن است، در این حالت به جسم نیروی $mg = ۳۰N$ رو به پایین وارد می‌شود، اما جسم تکان نمی‌خورد یعنی برای نیروهای مساوی یا کوچک‌تر از $۳۰N$ جسم به حرکت در نمی‌آید.

جسم ساکن است: $f_s = mg \Rightarrow f_s = ۳۰N$

جسم در راستای افقی حرکت ندارد: $F_1 = F_N \Rightarrow F_N = ۶۰N$

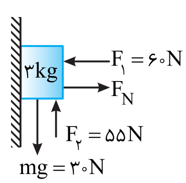


هم بر نیروی وزن و هم بر نیروی اصطکاک غلبه شده است.

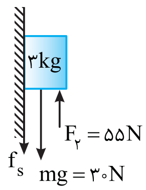
مطابق شکل به جسم دو نیروی F_1 و F_2 وارد می‌شود:

در راستای افقی جسم حرکت نمی‌کند:

$F_1 = F_N \Rightarrow F_N = ۶۰N$



دو نیروی $F_2 = ۵۵N$ به سمت بالا و $mg = ۳۰N$ به سمت پایین به جسم وارد می‌شود. در واقع به جسم نیروی خالص $۵۵-۳۰=۲۵N$ به سمت بالا وارد می‌شود که چون از $۳۰N$ کمتر است با توجه به خط فکری جسم همچنان ساکن می‌ماند و به آن نیروی اصطکاک ایستایی به سمت پایین وارد می‌شود، چون نیروی F_2 به سمت بالا بزرگ‌تر از نیروی mg به سمت پایین است:



جسم ساکن است: $f_s + mg = F_2 \Rightarrow f_s + ۳۰ = ۵۵ \Rightarrow f_s = ۲۵N$

نکته از طرف سطح دو نیروی عمودی سطح و اصطکاک، عمود بر هم به جسم وارد می‌شود بنابراین نیرویی که سطح به جسم وارد می‌کند برایند این دو نیروی عمود برهم است:

$$R = \sqrt{f^2 + F_N^2}$$

نیروی وارد از طرف سطح را حساب می‌کنیم:

$$R = \sqrt{f_s^2 + F_N^2} \xrightarrow[F_N=۶۰N]{f_s=۲۵N} R = \sqrt{(۲۵)^2 + (۶۰)^2} = ۵\sqrt{۵^2 + ۱۲^2}$$

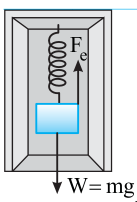
$$R = ۵\sqrt{۲۵+۱۴۴} \Rightarrow R = ۵\sqrt{۱۶۹} \xrightarrow{\sqrt{۱۶۹}=۱۳} R = ۶۵N$$

میانبر خوب است دو عدد فیثاغورسی را بلد باشیم: $(۳,۴,۵), (۵,۱۲,۱۳)$

دو نیروی عمود بر هم در این سؤال $۲۵=۵\times۵$ نیوتون و $۶۰=۵\times۱۲$ است پس برایند آن‌ها $۶۵=۵\times۱۳$ نیوتون است.

۱۷۴۸ B ۴

۱) مطابق شکل روبه‌رو، در یک شکل ساده نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم:

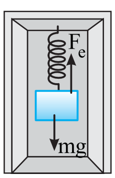


نکته در استفاده از قانون دوم نیوتون به نکات زیر دقت کنید:

$$F_{net} = ma \Rightarrow \begin{cases} \text{حرکت تندشونده}: a > ۰ \\ \text{حرکت کندشونده}: a < ۰ \end{cases}$$

$$F_{net} = \text{نیرو در جهت حرکت} - \text{نیرو خلاف جهت حرکت}$$

۲) آسانسور در حال حرکت به سمت بالا و در حال ترمز بوده است $(a = -۲m/s^2)$، با توجه به قانون دوم نیوتون داریم:



$$F_{net} = ma$$

$$\xrightarrow[a=-۲m/s^2]{F_{net} = \text{نیرو در جهت حرکت} - \text{نیرو خلاف جهت حرکت}}$$

$$F_e - mg = ma \xrightarrow[m=۰/۸kg]{mg=۸N}$$

$$F_e - ۸ = ۰/۸ \times (-۲) \Rightarrow F_e - ۸ = -۱/۶ \Rightarrow F_e = ۶/۴N$$

یادآوری نیروی فنر برابر $F_e = k\Delta x$ است: $F_e = k\Delta x$

نکته در رابطهٔ $F_e = k\Delta x$ اگر یکای ثابت فنر N/m باشد، تغییر طول فنر نیز برحسب m قرار می‌گیرد و اگر ثابت فنر برحسب N/cm داده شد می‌توان یکای تغییر طول فنر را نیز cm قرار داد.

$$۶/۴ = ۲ \times \Delta x \Rightarrow \Delta x = ۳/۲cm$$

نیروی وزن (mg) فنر را به سمت پایین می‌کشد و بزرگی شتاب حرکت $۲m/s^2$ بوده و از $g = ۱۰m/s^2$ کمتر است پس فنر کشیده خواهد شد:

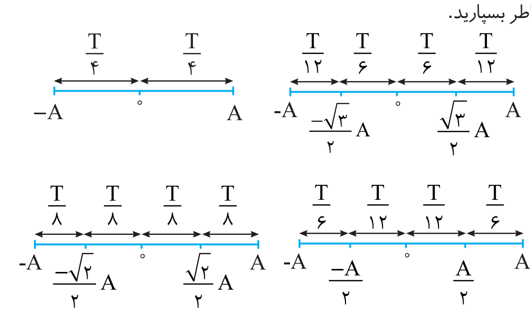
$$x_2 - x_1 = ۳/۲ \xrightarrow{x_1=۲۰cm} x_2 - ۲۰ = ۳/۲ \Rightarrow x_2 = ۲۳/۲cm$$

۱۷۴۹ B (۲)

در ابتدای این تست به شما می‌گوییم که این تست با اطلاعات کتاب درسی قابل حل نیست. زیرا در کتاب درسی به صراحت بیان شده که نباید براساس رابطهٔ انرژی پتانسیل نوسانگر $(U=\frac{1}{2}kx^2)$ مسئله‌ای طرح شود.

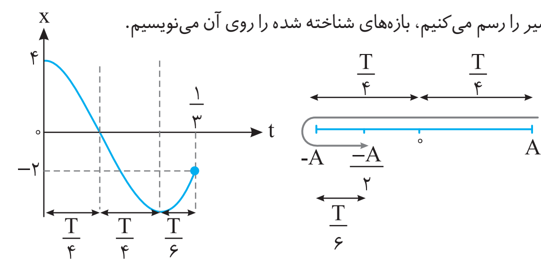
خط فکری در نمودار $x-t$ حرکت هماهنگ ساده از محور افقی دوره و از محور قائم دامنهٔ حرکت به‌دست می‌آید.

یادآوری باید بازه‌های زمانی شناخته شده مربوط به جابه‌جایی‌های معروف را به‌خاطر بسپارید.



۱) با توجه به نمودار مدت زمانی که طول می‌کشد متحرک برای دومین بار به $-2cm$ یعنی $-\frac{A}{2}$ برسد، $\frac{1}{3}$ ثانیه است:

مسیر را رسم می‌کنیم، بازه‌های شناخته شده را روی آن می‌نویسیم.



$$\Delta t=\frac{1}{3}\Rightarrow\frac{T}{4}+\frac{T}{4}+\frac{T}{6}=\frac{1}{3}\quad,\quad\frac{4T}{6}=\frac{1}{3}\Rightarrow T=\frac{1}{2}s$$

بسامد زاویه‌ای خواهد شد: $\omega=\frac{2\pi}{T}=\frac{2\pi}{\frac{1}{2}}\Rightarrow\omega=4\pi\frac{rad}{s}$

معادلهٔ حرکت نوسانی را می‌نویسیم:

$$x=A\cos\omega t\xrightarrow{A=4cm=0/04m}x=0/04\cos4\pi t$$

$$\xrightarrow{t=\frac{3}{16}s}x=0/04\cos4\pi\times\frac{3}{16}$$

$$x=0/04\cos\frac{3\pi}{4}=-0/02\sqrt{2}m$$

از اینجا به بعد شما باید از کتاب درسی خارج شوید و از رابطهٔ $U=\frac{1}{2}kx^2$ استفاده کنید.

$$\frac{U}{E}=\frac{\text{انرژی پتانسیل کشسانی}}{\text{انرژی مکانیکی}}=\frac{\frac{1}{2}kx^2}{\frac{1}{2}kA^2}\Rightarrow\frac{U}{E}=\frac{x^2}{A^2}\xrightarrow[A=0/04m]{x=-0/02\sqrt{2}m}$$

$$\frac{U}{E}=\frac{(-0/02\sqrt{2})^2}{(0/04)^2}=\frac{1}{2}\Rightarrow U=\frac{1}{2}E$$

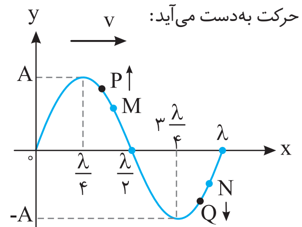
با توجه به تعریف انرژی مکانیکی خواهیم داشت:

$$E=U+K\Rightarrow E=\frac{1}{2}E+K\Rightarrow K=\frac{1}{2}E$$

بنابراین گزینهٔ (۲) درست است.

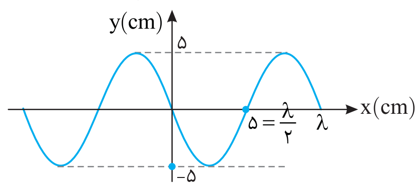
۱۷۵۰ B (۳)

خط فکری در نمودار $y-x$ یک موج که تصویر آن است، از محور افقی طول موج و از محور قائم دامنهٔ حرکت به‌دست می‌آید:



جهت حرکت هر ذره از محیط با توجه به نقطهٔ قبل به‌دست می‌آید. به‌طور مثال وقتی موج به سمت راست حرکت می‌کند ذره P که قبل از M است بالاتر از M قرار دارد یعنی ذرهٔ M رو به بالا در حال حرکت است. ذره قبل از N یعنی ذرهٔ Q پایین‌تر از N بوده و نقطهٔ N در حال حرکت به سمت پایین است.

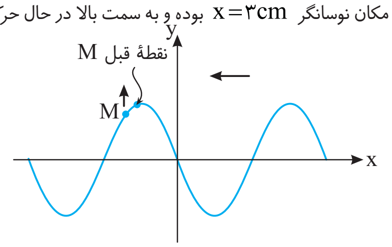
۱) با توجه به محور افقی طول موج را به‌دست می‌آوریم: $\frac{\lambda}{2}=5\Rightarrow\lambda=10cm$



با توجه به رابطهٔ $\lambda=\frac{v}{f}=vT$، دورهٔ نوسان ذرات موج و بسامد نوسان ذرات موج به‌دست می‌آید: $\lambda=vT\Rightarrow10cm=20\frac{cm}{s}\times T\Rightarrow T=\frac{1}{2}s$

نکته در مدت T ذرات محیط یک نوسان کامل انجام داده و به مکان قبلی و در همان جهت نوسان قبلی باز می‌گردند و در مدت $\frac{T}{2}$ مکان و جهت نوسان ذرات محیط قرینه می‌شوند.

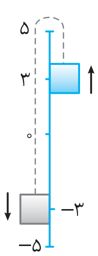
۲) با توجه به مکان M و جهت انتشار موج نقطهٔ قبل M بالاتر از آن قرار دارد بنابراین در لحظهٔ t_1 مکان نوسانگر $x=3cm$ بوده و به سمت بالا در حال حرکت است.



۳) در مدت $\Delta t=t_2-t_1=\frac{1}{4}s$ باید دید نوسانگر چه مقدار جابه‌جا شده است. دقت کنید که $\frac{1}{4}s$ نصف دوره $(T=\frac{1}{2}s)$ نوسان است. بنابراین مطابق شکل روبه‌رو مکان و جهت نوسانگر در این مدت قرینه می‌شود و جابه‌جایی آن خواهد شد:

$$\Delta x=x_2-x_1\Rightarrow\Delta x=-3-3=-6cm$$

$$\Delta t=\frac{1}{4}s$$



یادآوری سرعت متوسط برابر است با: $v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}$

۴) بزرگی سرعت متوسط ذرهٔ M را حساب می‌کنیم:

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}\Rightarrow v_{av}=\frac{-6cm}{\frac{1}{4}s}\Rightarrow v_{av}=-24\frac{cm}{s}$$

$$\xrightarrow{\text{بزرگی سرعت متوسط خواسته شده } |v_{av}|}|v_{av}|=24cm/s$$

B ۱۷۵۱ ۱

خط فکری در سؤالاتی که تراز شدت صوت در چند نقطه داده می‌شود به نکات زیر دقت کنید:

الف) شدت صوت برابر $I=\frac{P}{A}$ است که در این رابطه $A=۴\pi r^۲$ و r فاصله از چشمهٔ صوت و P توان چشمه صوت است.

ب) اگر چشمهٔ صوت یکسان و فاصله‌ها در حال تغییر باشند، توان چشمه P در هر نقطه ثابت اما A با توجه به فاصله از چشمه در حال تغییر است.

شدت صوت در نقطه خواسته شده

پ) تراز شدت صوت برابر $\beta=۱۰\log\frac{I}{I_۰}$

تراز شدت صوت برحسب دسی بل — تراز شدت صوت مبنا

است و اختلاف تراز شدت صوت در دو نقطهٔ دلخواه (۱) و (۲) برابر است:

$$\Delta\beta=\beta_۲-\beta_۱\Rightarrow\Delta\beta=۱۰\log\frac{I_۲}{I_۰}-۱۰\log\frac{I_۱}{I_۰}$$

$$\Delta\beta=۱۰(\log\frac{I_۲}{I_۰}-\log\frac{I_۱}{I_۰})\xrightarrow{\log a-\log b=\log\frac{a}{b}}\Delta\beta=۱۰\log\frac{I_۲}{I_۱}$$

ت) نسبت شدت صوت در دو نقطه برابر است با:

بسامد چشمه موج — دامنه چشمه موج

$$\frac{I_۲}{I_۱}=\frac{P_۲}{P_۱}\times\frac{A_۱}{A_۲}\xrightarrow[A=۴\pi r^۲]{P\propto f^۲,\ P\propto A^۲}\frac{I_۲}{I_۱}=(\frac{f_۲}{f_۱})^۲\times(\frac{A_۲}{A_۱})^۲\times(\frac{r_۱}{r_۲})^۲$$

مساحت سطح جبهه صوت

که اگر چشمه ثابت باشد: $\frac{I_۲}{I_۱}=(\frac{r_۱}{r_۲})^۲$

جمع‌بندی از نکات لگاریتم که در این بخش به آن نیاز داریم:

$\log a+\log b=\log ab$ $\qquad$ $\log a-\log b=\log\frac{a}{b}$

$\log b^a=b\log a$ $\qquad$ $\log a=\log b\Rightarrow a=b$

$\log ۱۰^a=a\log ۱۰=a$

۱) اختلاف تراز شدت صوت در دو نقطهٔ A و B را به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta\beta=\beta_A-\beta_B\xrightarrow[\beta_B=۱۰\log\frac{I_B}{I_۰}=\frac{۵}{۶}\beta_A]{\beta_A=۱۰\log\frac{I_A}{I_۰}=\beta}$$

$$\beta_A-\frac{۵}{۶}\beta_A=۱۰(\log\frac{I_A}{I_۰}-\log\frac{I_B}{I_۰})\Rightarrow\frac{\beta_A}{۶}=۱۰\log\frac{I_A}{I_B}$$

۲) چشمه ثابت است و شدت صوت با مربع فاصله نسبت وارون دارد یعنی $\frac{I_A}{I_B}$ برابر $(\frac{r_B}{r_A})^۲$ است:

$$\frac{\beta_A}{۶}=۱۰\log(\frac{r_B}{r_A})^۲\xrightarrow{r_B=۲r_A}\frac{\beta_A}{۶}=۱۰\log(۲)^۲$$

$$\xrightarrow{\log a^b=b\log a}\frac{\beta_A}{۶}=۲۰\log ۲$$

$$\xrightarrow{\log ۲=۰/۳}\frac{\beta_A}{۶}=۶\Rightarrow\beta_A=۳۶dB$$

۳) حال اختلاف تراز شدت صوت بین A و C را به‌دست می‌آوریم:

$$\beta_A-\beta_C=۱۰\log\frac{I_A}{I_۰}-۱۰\log\frac{I_C}{I_۰}\Rightarrow ۳۶-\beta_C=۱۰(\log\frac{I_A}{I_C})$$

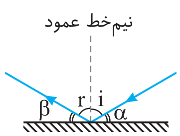
$$\xrightarrow[۱۶=۲^۴]{\frac{I_A}{I_C}=(\frac{r_C}{r_A})^۲=۱۶}۳۶-\beta_C=۱۰\log ۲^۴$$

$$\xrightarrow{\log a^b=b\log a}۳۶-\beta_C=۴۰\log ۲$$

$$\xrightarrow{\log ۲=۰/۳}۳۶-\beta_C=۱۲\Rightarrow\beta_C=۲۴d\beta$$

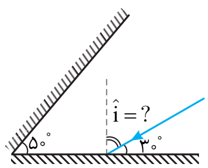
B ۱۷۵۲ ۳

نکته با توجه به قانون بازتاب عمومی، زاویه‌ای که پرتو تابش با نیم‌خط عمود (زاویه تابش) با زاویه‌ای که پرتو بازتاب با نیم‌خط عمود (زاویه بازتاب) می‌سازد باهم برابر است:



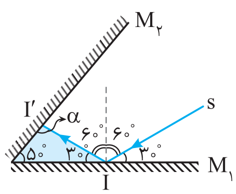
$$\begin{cases}\hat i=\hat r\\ \hat\alpha+\hat i=۹۰^\circ\\ \hat r+\hat\beta=۹۰^\circ\end{cases}$$

۱) با توجه به پرتو تابش زاویهٔ تابش را به‌دست می‌آوریم، سپس با توجه به اینکه زاویهٔ تابش و بازتاب باهم برابر است، زاویه بازتاب و پرتو بازتاب را می‌کشیم: $۳۰^\circ+\hat i=۹۰^\circ\Rightarrow\hat i=۶۰^\circ$

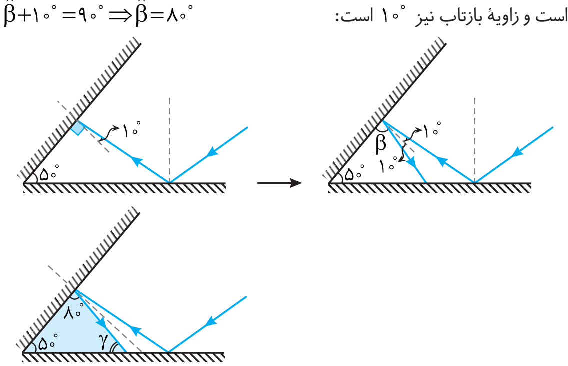


۲) زاویهٔ بازتاب ۶۰° است:

در مثلث رنگی: $۳۰^\circ+۵۰^\circ+\hat\alpha=۱۸۰^\circ\Rightarrow\hat\alpha=۱۰۰^\circ$ C



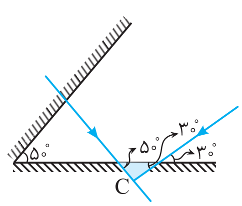
۳) برای پرتو II' خط عمود را می‌کشیم، پس زاویهٔ تابش به سطح $M_۲$، ۱۰° است و زاویهٔ بازتاب نیز ۱۰° است: $\hat\beta+۱۰^\circ=۹۰^\circ\Rightarrow\hat\beta=۸۰^\circ$



در مثلث رنگی: $۵۰^\circ+۸۰^\circ+\hat\gamma=۱۸۰\Rightarrow\hat\gamma=۵۰^\circ$

۴) حال امتداد دو پرتو SI و بازتاب از سطح دوم را باهم قطع می‌دهیم تا زاویهٔ بین دو پرتو را به‌دست بیاوریم. برای خلوت شدن شکل تنها پرتو SI و بازتاب از سطح $M_۲$ را کشیدیم:

در مثلث رنگی: $۵۰^\circ+۳۰^\circ+\hat C=۱۸۰^\circ\Rightarrow\hat C=۱۰۰^\circ$



۱۷۵۳ B (۴)

نکته: در واپاشی β^- که از جنس الکترون است یک نوترون واپاشیده شده و یک پروتون و یک الکترون (β^-) تولید می‌شود ($^{۱}_{۰}H \to ^{۱}_{۱}H + ^{۰}_{-۱}e^-$). به همین دلیل عدد جرمی تغییر نمی‌کند. اما به تعداد پروتون‌ها یکی اضافه شده و عدد اتمی یک واحد افزایش می‌یابد و خواهیم داشت:

$$^{A}_{Z}X \to ^{A}_{Z+۱}Y + ^{۰}_{-۱}e^-$$

سدیم $^{۲۴}_{۱۱}Na$ دارای ۱۱ پروتون و ۱۳=۱۱−۲۴ نوترون است. با گسیل β^-، از نوترون‌ها یکی کم می‌شود ۱۲=۱−۱۳ و بر تعداد پروتون‌ها یکی اضافه می‌شود.

۱۲=۱+۱۱

۱۷۵۴ B (۱)

خط فکری: در ابتدا شما باید بررسی کنید که سومین خط طیفی یک رشته از طول موج‌های اتم هیدروژن کدام است. اگر فرض شود که الکترون از ترازهای بالاتر به تراز n' برود در این صورت اولین خط طیفی اتم هیدروژن در این رشته از $n'+۱$ به n' و دومین طیف خطی اتم هیدروژن در این رشته از $n'+۲$ به n' و سومین خط طیف این رشته از $n'+۳$ به n' است یعنی به‌طور کلی اگر شمارهٔ خط طیفی m باشد، طول موج گسیلی مربوط به گذار الکترون از تراز $n'+m$ به n' است.

با توجه به اینکه ثابت ریدبرگ (R) داده شده سؤال را از رابطهٔ $\frac{۱}{\lambda}=R(\frac{۱}{n'^۲}-\frac{۱}{n^۲})$ حل می‌کنیم.

۱) سومین خط طیف اتمی هیدروژن در رشتهٔ n' برابر گذار از $n'+۳$ به n' است، بنابراین:

$$\text{معادلهٔ ریدبرگ: } \frac{۱}{\lambda}=R(\frac{۱}{n'^۲}-\frac{۱}{n^۲}) \xrightarrow{n=n'+۳}$$

$$\frac{۱}{\lambda}=R(\frac{۱}{n'^۲}-\frac{۱}{(n'+۳)^۲})$$

۲) با توجه به بسامد، طول موج را حساب می‌کنیم:

$$\lambda=\frac{v}{f} \xrightarrow[f=۲/۵\times۱۰^{۱۴}Hz]{v=c=۳\times۱۰^۸ m/s} \lambda=\frac{۳\times۱۰^۸}{۲/۵\times۱۰^{۱۴}} \Rightarrow \lambda=\frac{۶}{۵}\times۱۰^{-۶}m$$

۳) در معادلهٔ ریدبرگ چون یکای R برحسب $\frac{۱}{nm}$ داده شده پس باید یکای λ نیز برحسب nm گذاشته شود.

$$\lambda=\frac{۶}{۵}\times۱۰^{-۶}m \xrightarrow{۱m=۱۰^۹nm}$$

$$\lambda=\frac{۶}{۵}\times۱۰^{-۶}\times۱۰^۹nm \Rightarrow \lambda=۱۲۰۰nm$$

نکته: طول موج‌های بین ۴۰۰nm تا ۷۰۰nm در بازهٔ نورهای مرئی‌اند و نورهایی با طول موج کمتر از ۴۰۰nm فرابنفش و نورهایی با طول موج بیشتر از ۷۰۰nm در گسترهٔ طول موج‌های فروسرخ‌اند.

$$\frac{۱}{\lambda}=R(\frac{۱}{n'^۲}-\frac{۱}{(n'+۳)^۲}) \Rightarrow \frac{۱}{۱۲۰۰}=\frac{۱}{۱۰۰}(\frac{۱}{n'^۲}-\frac{۱}{(n'+۳)^۲})$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۱۲}=\frac{۱}{n'^۲}-\frac{۱}{(n'+۳)^۲}$$

نکته: رشتهٔ بالمر در ناحیهٔ فرابنفش و مرئی قرار دارد و چون $\lambda=۱۲۰۰nm$ در ناحیهٔ فروسرخ است پس این طول موج برای رشتهٔ بالمر نیست.

برای حل معادلهٔ بالا به جای حل معادله بهتر است گزینه‌ها را در معادله قرار دهیم یعنی به جای n' اعداد داده شده در هر گزینه را قرار دهیم.

گزینهٔ (۱):

$$\frac{۱}{۱۲}=(\frac{۱}{n'^۲}-\frac{۱}{(n'+۳)^۲}) \xrightarrow{n'=۳} \frac{۱}{۱۲}=\frac{۱}{۹}-\frac{۱}{۳۶} \Rightarrow \frac{۱}{۱۲}=\frac{۳}{۳۶} \checkmark$$

بنابراین $n'=۳$ و رشتهٔ آن پاشن است.

گزینهٔ (۲):

$$\frac{۱}{۱۲}=(\frac{۱}{n'^۲}-\frac{۱}{(n'+۳)^۲}) \xrightarrow{n'=۴} \frac{۱}{۱۲}=\frac{۱}{۱۶}-\frac{۱}{۴۹} \Rightarrow \frac{۱}{۱۲}=\frac{۳۳}{۷۸۴} \times$$

گزینهٔ (۳):

$$\frac{۱}{۱۲}=(\frac{۱}{n'^۲}-\frac{۱}{(n'+۳)^۲}) \xrightarrow{n'=۵} \frac{۱}{۱۲}=\frac{۱}{۲۵}-\frac{۱}{۶۴} \Rightarrow \frac{۱}{۱۲}=\frac{۳۹}{۱۶۰۰} \times$$

۱۷۵۵ B (۴)

خط فکری: چون در پرانتز انرژی ریدبرگ داده شده است، پس باید مسئله را با استفاده از رابطهٔ $E_U-E_L=hf$ حل کرد. همچنین باید دو رابطهٔ زیر از مدل اتمی بور را به خاطر داشته باشیم:

یک ریدبرگ

$$E_n=\frac{-E_R}{n^۲} \qquad r=n^۲a_۰$$

شمارهٔ تراز — شمارهٔ مدار — شعاع مدار ۱

۱) ابتدا با توجه به رابطهٔ $E_U-E_L=hf$ حل سؤال را آغاز می‌کنیم و شماره مدار r و r' را به‌دست می‌آوریم.

$$E_U-E_L=hf \xrightarrow[hf=۲/۵۵eV]{E_U=\frac{-E_R}{n_U^۲},\,E_L=\frac{-E_R}{n_L^۲}} \frac{-۱۳/۶}{n_U^۲}-\frac{-۱۳/۶}{n_L^۲}=۲/۵۵$$

$$\Rightarrow \frac{-۱}{n_U^۲}-(-\frac{۱}{n_L^۲})=\frac{۲/۵۵}{۱۳/۶} \Rightarrow \frac{-۱}{n_U^۲}+\frac{۱}{n_L^۲}=\frac{۳}{۱۶} \Rightarrow n_U=۴\,,\,n_L=۲$$

بنابراین شماره مدار r، ۴ و شماره مدار r'، ۲ است.

در این سؤال هم با توجه به معادله n_U و n_L را حدس زدیم.

۲) شعاع هر مدار را برحسب شعاع بور ($a_۰$) حساب کرده و آن‌ها را از هم کم می‌کنیم.

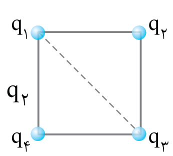
$$r_L=n_L^۲a_۰ \xrightarrow{r_L=r'} r'=۴a_۰$$

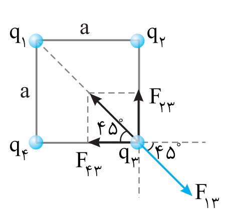
$$r_U=n_U^۲a_۰ \xrightarrow{r_U=r} r=۱۶a_۰$$

$$\xrightarrow{(-)} \Delta r=۱۲a_۰ \Rightarrow \frac{\Delta r}{a_۰}=۱۲$$

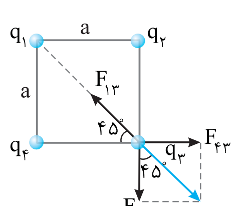
۱۷۵۶ B (۲)

خط فکری: به بار $q_۳$ از طرف سه بار $q_۱$ و $q_۲$ و $q_۴$ به‌ترتیب نیروهای الکتریکی $F_{۱۳}$ و $F_{۲۳}$ و $F_{۴۳}$ وارد می‌شود که نیروهای وارد از طرف بارهای $q_۲$ و $q_۴$ بر بار $q_۳$ برهم عمودند و نیروی وارد از طرف $q_۱$ ($F_{۱۳}$) در راستای قطر قرار دارد. برای اینکه برایند نیروهای وارد بر $q_۳$ صفر شود باید برایند دو نیروی عمود برهم $F_{۲۳}$ و $F_{۴۳}$ هم‌اندازه و خلاف جهت نیرویی باشد که $q_۱$ به $q_۳$ ($F_{۱۳}$) وارد می‌کند، در واقع شکل نیروها باید یکی از حالت‌های زیر باشد:





(۱)



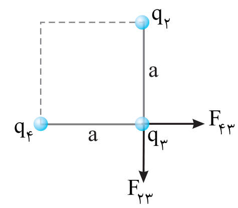
(۲)

دقت کنید که برایند F_{43} و F_{23} دقیقاً خلاف جهت با F_{13} است و چون F_{13} در راستای قطر مربع است، یعنی با محور افقی و قائم زاویهٔ 45° می‌سازد پس باید نیروهای F_{43} و F_{23} هم‌اندازه باشند تا برایند آن‌ها دقیقاً وسط این دو بردار عمود برهم قرار گیرد یعنی در امتداد قطر مربع بوده و با محور افقی و قائم زاویهٔ 45° بسازد. از طرفی هر دو بار q_2 و q_4 بار q_3 را یا باهم جذب می‌کنند (شکل (۱)) و یا دفع می‌کنند (شکل (۲)) بنابراین باید q_2 و q_4 همنام باشند.

$$F_{23}=F_{43}\Rightarrow k\frac{|q_2||q_3|}{a^2}=k\frac{|q_4||q_3|}{a^2}\Rightarrow|q_2|=|q_4|\Rightarrow q_2=q_4$$

با توجه به شکل (۱) اگر نیروهای F_{43} و F_{23} ربایشی باشند، نیروی F_{13} رانشی است و در شکل (۲) برعکس شده پس نوع نیروی F_{13} با دو نیروی دیگر متفاوت است و علامت بار q_1 با q_2 و q_4 مختلف است بنابراین گزینه‌های (۳) و (۴) نادرست‌اند.

همچنین با توجه به خط فکری باید برایند F_{43} و F_{23} برابر F_{13} باشد:



$$\begin{cases}F_{23}=k\frac{|q_2||q_3|}{a^2}\\ F_{43}=k\frac{|q_4||q_3|}{a^2}\end{cases}\xrightarrow[q_2=q_4]{\text{دو بردار برهم عمودند}}F=\sqrt{F_{23}^2+F_{43}^2}$$

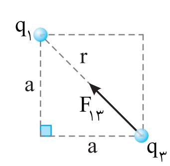
نکته برایند دو بردار هم‌اندازه و عمود برهم R برابر است با:

$$R_T=\sqrt{R^2+R^2}=R\sqrt2$$

در این سؤال نیز F_{23} و F_{43} باهم برابراند چون q_2 و q_4 باهم برابر شده‌اند پس:

$$F=k\frac{|q_2||q_3|}{a^2}\sqrt2$$

این نیرو باید با F_{13} برابر باشد:



فیثاغورس: $r=\sqrt{a^2+a^2}=a\sqrt2$

قانون کولن: $F_{13}=k\frac{|q_1||q_3|}{(a\sqrt2)^2}$

$$\Rightarrow F_{13}=k\frac{|q_1||q_3|}{2a^2}$$

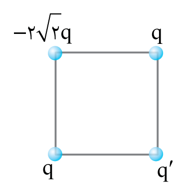
$$F=F_{13}\Rightarrow k\frac{|q_2||q_3|}{a^2}\sqrt2=k\frac{|q_1||q_3|}{2a^2}$$

$$\Rightarrow 2\sqrt2|q_2|=|q_1|\Rightarrow|q_2|=\frac{1}{2\sqrt2}|q_1|$$

مخرج کسر را گویا می‌کنیم: $|q_2|=\frac{1}{2\sqrt2}\times\frac{\sqrt2}{\sqrt2}|q_1|\Rightarrow|q_2|=\frac{\sqrt2}{4}|q_1|$

بنابراین گزینهٔ (۲) درست است.

میانبر هر گاه بخواهیم برایند نیروهای وارد بر یک رأس مربع صفر شود باید دو بار مجاور آن رأس هم‌اندازه و همنام باشند و بار روی رأس روبه‌روی آن $-2\sqrt2$ برابر بار رأس‌های مجاور باشد.



B ۱۷۵۷ (۴)

خط فکری هر دو بار مثبت هستند و وقتی از بار $q_A=q$ تعدادی الکترون گرفته شود بار q_A مثبت‌تر می‌شود $(q'_A>q_A)$ و وقتی این الکترون‌ها به بار B داده می‌شود بار مثبت آن کاهش می‌یابد. اما با توجه به صورت مسئله تعداد الکترون‌ها آن قدر زیاد بوده که بار الکتریکی B منفی شده و $q'_B=-2q$ می‌شود. البته با توجه به پایستگی بار، مجموع بارهای A و B قبل از انتقال الکترون و بعد از آن تغییر نمی‌کند.

$$q_A+q_B=q'_A+q'_B$$

با توجه به پایستگی بار الکتریکی، مقدار بار A را برحسب q به دست می‌آوریم.

$$q_A+q_B=q'_A+q'_B\xrightarrow[q'_B=-2q]{q_A=q_B=q}2q=q'_A-2q\Rightarrow q'_A=4q$$

نیروی کولنی که دو ذره در دو حالت به هم وارد می‌کنند را حساب می‌کنیم:

$q_A=q$ — r — $q_B=q$

$$F_1=k\frac{|q_A||q_B|}{r^2}\xrightarrow{|q_A|=|q_B|=q}F_1=k\frac{q^2}{r^2}$$

$q'_A=+4q$ — r — $q'_B=-2q$

$$F_2=k\frac{q'_Aq'_B}{r^2}\xrightarrow[|q'_B|=2q]{|q'_A|=4q}F_2=k\frac{8q^2}{r^2}$$

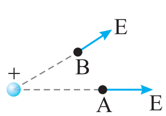
نسبت دو نیرو خواسته شده:

$$\frac{F_2}{F_1}=\frac{k\frac{8q^2}{r^2}}{k\frac{q^2}{r^2}}\Rightarrow\frac{F_2}{F_1}=8$$

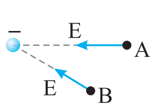
B ۱۷۵۸ (۳)

خط فکری ابتدا با توجه به اینکه بار q_2 و q_3 داده شده میدان آن‌ها در مبدأ مختصات را حساب می‌کنیم، این دو بردار در یک راستا قرار داشته و برایند آن‌ها را به‌دست می‌آوریم و در گام بعدی با توجه به میدان خالص حاصل از سه ذره و میدان برایند دو بار q_2 و q_3، میدان حاصل از بار q_1 در نقطهٔ O را به‌دست آورده و در گام آخر با توجه به رابطهٔ $E_1=k\frac{q_1}{r^2}$، مقدار بار q_1 را حساب می‌کنیم.

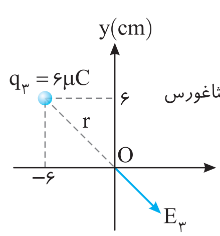
نکته اگر ذره‌ای دارای بار مثبت باشد، میدان حاصل از آن بار در یک نقطه، به سوی خارج بار است یعنی:



اگر ذره‌ای دارای بار منفی باشد، میدان حاصل از آن بار در یک نقطه، به سوی آن بار است. یعنی:

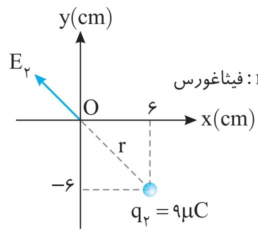


۱) میدان حاصل از بار q_2 و q_3 را حساب می‌کنیم.



فیثاغورس: $r=\sqrt{6^2+6^2}=6\sqrt2cm$

$$E_3 = k\frac{q_3}{r^2} \Rightarrow E_3 = 9\times10^{9}\times\frac{6\times10^{-6}}{72\times10^{-4}} = \frac{6}{8}\times10^{7}\ N/C$$



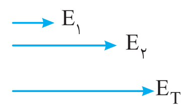
فیثاغورس: $r = \sqrt{6^2+6^2} = 6\sqrt{2}cm$

$$E_2 = k\frac{q_2}{r^2} \Rightarrow E_2 = 9\times10^{9}\times\frac{9\times10^{-6}}{72\times10^{-4}} = \frac{9}{8}\times10^{7}\ N/C$$

نکته برای دو بردار میدان الکتریکی داریم:

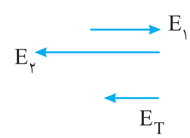
۱) اگر دو بردار هم‌جهت باشند:

$$E_T = E_1 + E_2$$



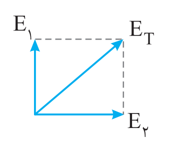
۲) اگر دو بردار خلاف جهت هم باشند:

$$E_T = |E_1 - E_2|$$



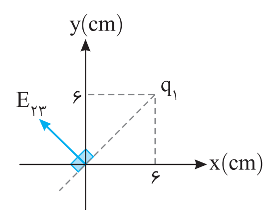
۳) اگر دو بردار برهم عمود باشند:

$$E_T = \sqrt{E_1^2 + E_2^2}$$



۲) دو میدان E_2 و E_3 خلاف جهت هم‌اند و E_2 بزرگ‌تر از E_3 است. بنابراین میدان برایند این دو بردار برابر $E_{23} = |E_2 - E_3|$ است و جهت آن به سمت E_2 است:

$$E_{23} = \frac{9}{8}\times10^{7} - \frac{6}{8}\times10^{7} \Rightarrow E_{2,3} = \frac{3}{8}\times10^{7}\ N/C$$



۳) بار q_1 چه منفی و چه مثبت باشد E_1 با E_{23} عمود است پس نیروی خالص در مبدأ مختصات حاصل از برایند دو بردار میدان عمود برهم E_1 و E_{23} است:

$$E_T = \sqrt{E_1^2 + E_{23}^2} \Rightarrow E_T^2 = E_1^2 + E_{23}^2$$

$$\Rightarrow (6/25\times10^{6})^2 = E_1^2 + (\frac{3}{8}\times10^{7})^2$$

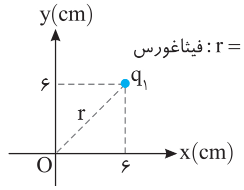
$$E_1^2 = (6/25\times10^{6})^2 - (\frac{3}{8}\times10^{7})^2 \Rightarrow E_1^2 = (10^{6})^2((\frac{625}{100})^2 - (\frac{30}{8})^2)$$

$$\Rightarrow E_1^2 = (10^{6})^2((\frac{25}{4})^2 - (\frac{15}{4})^2)$$

$$E_1^2 = (10^{6})^2(\frac{625-225}{16}) \Rightarrow E_1^2 = (10^{6})^2(25)$$

$$\Rightarrow E_1 = 5\times10^{6}\ N/C$$

حال با توجه به E_1، مقدار q_1 را به دست می‌آوریم:



فیثاغورس: $r = \sqrt{6^2+6^2} \Rightarrow r = 6\sqrt{2}cm$

میدان در نقطهٔ O: $E = k\frac{|q_1|}{r^2} \Rightarrow 5\times10^{6} = 9\times10^{9}\times\frac{|q_1|}{72\times10^{-4}}$

$$\Rightarrow 40\times10^{6} = 10^{13}\times|q_1| \Rightarrow |q_1| = 4\times10^{-6}C = 4\mu C$$

B ۱۷۵۹ (۴)

نکته در یک خازن با تغییر ولتاژ یا بار ذخیره شده در صفحات خازن، ظرفیت خازن تغییر نکرده و ثابت می‌ماند.

۱) ولتاژ (اختلاف پتانسیل) خازن ۱۰ درصد کاهش یافته است:

$$V_2 = V_1 - \frac{10}{100}V_1 \Rightarrow V_2 = 0/9V_1$$

۲) ظرفیت خازن ثابت است، بنابراین با توجه به تعریف ظرفیت خازن می‌توانیم بنویسیم.

$$\begin{cases} C_2 = \dfrac{Q_2}{V_2} \\ C_1 = \dfrac{Q_1}{V_1} \end{cases} \xrightarrow[V_2 = 0/9V_1]{C_1 = C_2} \frac{Q_2}{0/9V_1} = \frac{Q_1}{V_1} \Rightarrow Q_2 = 0/9Q_1$$

بنابراین بار الکتریکی نیز مانند ولتاژ ۰/۹ مقدار اولیه شده یعنی ۱۰٪ کاهش یافته است.

نکته درصد تغییرات برابر است با:

$$\frac{\Delta Q}{Q_1}\times100$$

$$\frac{\Delta Q}{Q_1}\times100 = \frac{Q_2 - Q_1}{U_1}\times100 \xrightarrow{Q_2 = 0/9Q_1}$$

$$\text{درصد تغییرات} = \frac{-0/9Q_1}{Q_1}\times100 = -10\%$$

کاهش

میانبر اگر تنها ولتاژ یا بار تغییر کند و ظرفیت خازن ثابت باشد، درصد تغییرات ولتاژ و بار یکسان خواهد بود.

برای به‌دست آوردن تغییرات انرژی ذخیره شده از رابطهٔ $U = \frac{1}{2}QV$ استفاده می‌کنیم، بنابراین:

$$U_1 = \frac{1}{2}Q_1V_1$$

$$U_2 = \frac{1}{2}Q_2V_2 = \frac{1}{2}(0/9Q_1)(0/9V_1) = 0/81(\frac{1}{2}Q_1V_1) = 0/81U_1$$

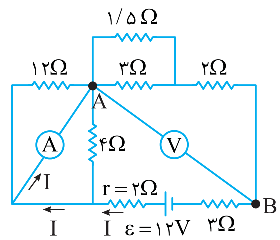
درصد تغییرات انرژی برابر است با:

$$\frac{\Delta U}{U_1}\times100 = \frac{0/81U_1 - U_1}{U_1}\times100$$

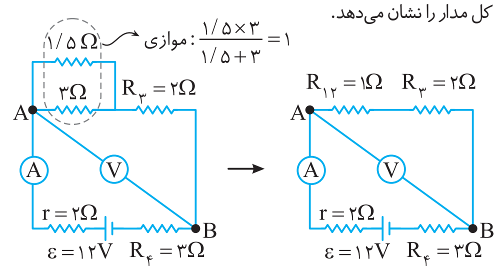
$$\text{درصد تغییرات} = -0/19\times100 = -19\%$$

۱۷۶۰ ③ B

خط فکری آمپرسنج آرمانی دارای مقاومت ناچیز است و ولت‌سنج آرمانی دارای مقاومت بسیار بزرگی است. ابتدا باید شما به نحوهٔ بسته شدن آمپرسنج و ولت‌سنج در مدار دقت کنید. سپس مقاومت معادل و جریان مدار را حساب کنید.



۱) آمپرسنج با مقاومت‌های ۱۲Ω و ۴Ω موازی بسته شده و باعث اتصال کوتاه این دو مقاومت می‌شود و این دو مقاومت از مدار حذف شده و مدار به شکل ساده زیر در می‌آید. در این حالت آمپرسنج جریان کل مدار را نشان می‌دهد.



۲) مقاومت معادل مدار خواهد شد: $R_{eq}=۱+۲+۳=۶Ω$

۳) جریان مدار را حساب می‌کنیم $I=\frac{ε}{R_{eq}+r}⇒I=\frac{۱۲}{۶+۲}⇒I=۱/۵A$

بنابراین آمپرسنج ۱/۵A را نشان می‌دهد.

۴) ولت‌سنج بین دو نقطهٔ AB بسته شده و اختلاف پتانسیل بین دو نقطهٔ A و B را نشان می‌دهد، بنابراین ابتدا مقاومت معادل بین A و B را حساب می‌کنیم:

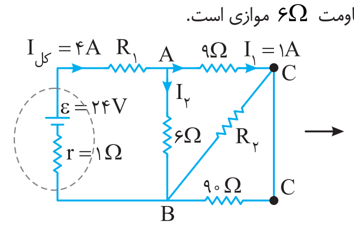
$$R_{AB}=R_{۱۲}+R_۳=۱+۲=۳Ω$$

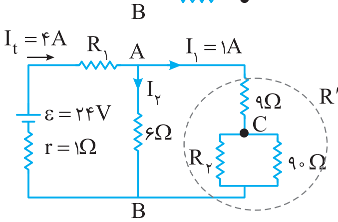
عددی که ولت‌سنج نشان می‌دهد خواهد شد:

$$V_{AB}=IR_{AB}⇒V_{AB}=۱/۵×۳=۴/۵V$$

۱۷۶۱ ② B

خط فکری شکل مدار را ساده‌تر رسم کنید تا بتوانید تقسیم جریان در هر شاخه را راحت‌تر درک کنید. مقاومت $R_۲$ و ۹۰Ω موازی و با مقاومت ۹Ω متوالی هستند و مجموعهٔ آن‌ها با مقاومت ۶Ω موازی است.





۱) جریان کل مدار ۴A وقتی به نقطهٔ A می‌رسد، به دو شاخه $I_۱=۱A$ و $I_۲$ تقسیم می‌شود

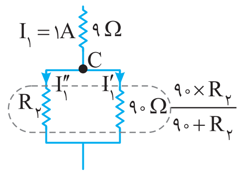
بنابراین جریان $I_۲$ خواهد شد: $I_t=I_۱+I_۲⇒۴=۱+I_۲⇒I_۲=۳A$

۲) مقاومت ۶Ω با مقاومت R′ موازی است و اختلاف پتانسیل دو سر آن‌ها برابر V_{AB} است. بنابراین می‌توان نوشت: $I_۲×۶=I_۱×R'⇒۳×۶=۱×R'⇒R'=۱۸Ω$

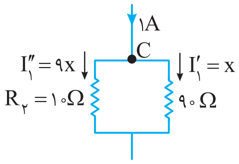
به مقاومت R′ نگاه کنید. در آن یک مقاومت ۹Ω با مقاومت معادل $R_۲$ و ۹۰Ω متوالی است:

$$R'=۹+\frac{۹۰×R_۲}{۹۰+R_۲}⇒۱۸=۹+\frac{۹۰×R_۲}{۹۰+R_۲}$$

$$۹=\frac{۹۰×R_۲}{۹۰+R_۲}⇒۱=\frac{۱۰R_۲}{۹۰+R_۲}⇒۹۰+R_۲=۱۰R_۲⇒R_۲=۱۰Ω$$



جریان $I_۱$ در نقطهٔ C به دو جریان $I'_۱$ و $I''_۱$ تقسیم می‌شود. در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت وارون مقاومت‌ها تقسیم می‌شود.



یعنی اگر جریان مقاومت ۹۰Ω را با حرف x نمایش دهیم جریان مقاومت ۱۰Ω برابر ۹x می‌شود در این صورت:

$$۱A=x+۹x⇒I'_۱=x=۰/۱A\ ,\ I''_۱=۱-۰/۱=۰/۹A$$

یادآوری توان مصرفی در یک مقاومت از رابطه‌های زیر به‌دست می‌آید:

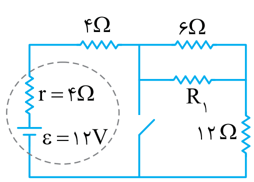
$$P=VI=\frac{V^۲}{R}=RI^۲$$

از رابطهٔ $P=RI^۲$ توان مصرفی را حساب می‌کنیم:

$$P_۲=R_۲I''^۲_۱⇒P_۲=۱۰×(۰/۹)^۲⇒P_۲=۸/۱W$$

۱۷۶۲ ③ B

خط فکری اختلاف پتانسیل دو سر باتری برابر است با $V=ε-Ir$ با بستن کلید ولتاژ دو سر باتری ۴۰٪ کاهش می‌یابد یعنی $V_۲=۰/۶V_۱$ است. از طرفی با بستن کلید سه مقاومت ۶Ω و $R_۱$ و ۱۲Ω اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شود و تنها مقاومت ۴Ω در مدار باقی می‌ماند. اکنون با توجه به این نکات شما می‌توانید در چند مرحله مسئله را حل کنید.



۱) جریان مدار در حالت اول و دوم را به ترتیب $I_۱$ و $I_۲$ می‌نامیم بنابراین:

$$V_۲=۰/۶V_۱\xrightarrow{V=ε-Ir}ε-I_۲r=۰/۶(ε-I_۱r)$$

$$۱۲-۴I_۲=۰/۶(۱۲-۴I_۱)⇒۱۲-۴I_۲=۷/۲-۲/۴I_۱$$

$$\xrightarrow{\text{دو طرف را به ۴ تقسیم می‌کنیم}}۳-I_۲=۱/۸-۰/۶I_۱$$

$$⇒I_۲-۰/۶I_۱=۱/۲\quad (I)$$

۲) در حالتی که کلید را می‌بندیم جریان مدار را حساب می‌کنیم. در این حالت در اثر اتصال کوتاه، تنها مقاومت ۴Ω در مدار است.

$$I_۲=\frac{ε}{R_{eq}+r}⇒I_۲=\frac{۱۲}{۴+۴}⇒I_۲=۱/۵A$$

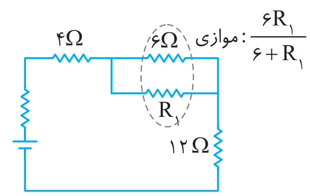
۳) $I_۲$ را در رابطهٔ (I) جای‌گذاری می‌کنیم تا $I_۱$ را به‌دست بیاوریم.

$$۱/۵-۰/۶I_۱=۱/۲\Rightarrow ۰/۳=۰/۶I_۱\Rightarrow I_۱=۰/۵A$$

۴) مقاومت معادل مدار در حالت اول را به کمک جریان به‌دست می‌آوریم:

$$I_۱=\frac{\varepsilon}{R_{eq_۱}+r}\Rightarrow ۰/۵=\frac{۱۲}{R_{eq_۱}+۴}\Rightarrow R_{eq_۱}=۲۰\Omega$$

۵) با توجه به شکل زیر مقاومت معادل خواهد شد:



$$R_{eq_۱}=۴+\frac{۶R_۱}{۶+R_۱}+۱۲\xrightarrow{R_{eq_۱}=۲۰\Omega}$$

$$۲۰=۱۶+\frac{۶R_۱}{۶+R_۱}\Rightarrow ۴=\frac{۶R_۱}{۶+R_۱}$$

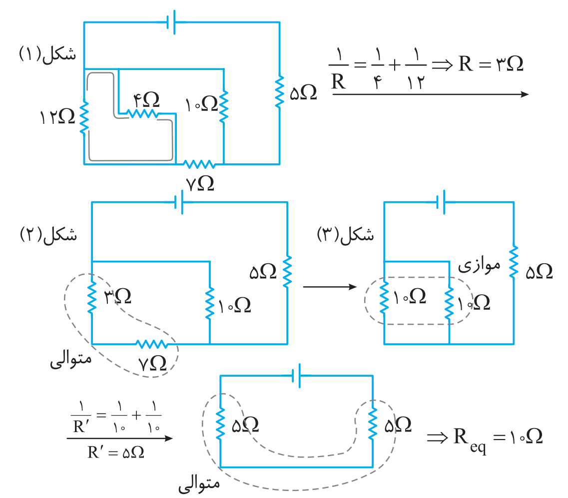
$$۱=\frac{۱/۵R_۱}{۶+R_۱}\Rightarrow ۶+R_۱=۱/۵R_۱\Rightarrow ۰/۵R_۱=۶\Rightarrow R_۱=۱۲\Omega$$

خوب خسته نباشید. این تست جز تست‌هایی است که باید آخر کار به سراغ آن بروید.

۱۷۶۳ B (۲)

خط فکری در سؤالاتی که مقدار تمام مقاومت‌ها، مقاومت درونی و نیرو محرکه داده شده، ابتدا مقاومت معادل را حساب کرده در گام بعدی جریان مدار را حساب می‌کنیم $(I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r})$ و در گام آخر با تقسیم جریان، جریان شاخهٔ خواسته شده را به‌دست می‌آوریم.

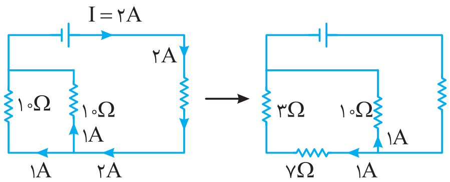
۱) دو سر مقاومت‌های ۴Ω و ۱۲Ω به هم بسته شده و این دو مقاومت باهم موازی‌اند:



۲) جریان مدار را حساب می‌کنیم:

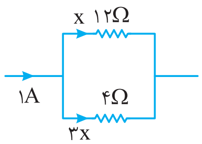
$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\xrightarrow[r=۰,\ \varepsilon=۲۰V]{R_{eq}=۱۰\Omega}I=\frac{۲۰}{۱۰+۰}=۲A$$

۳) دوباره به سراغ چگونگی به هم بستن مقاومت‌ها می‌رویم. مقاومت ۴Ω و ۱۲Ω باهم موازی بوده و معادل آن‌ها با مقاومت ۷Ω متوالی است و معادل هر سه مقاومت ۱۲Ω، ۴Ω و ۷Ω با مقاومت ۱۰Ω موازی است. تقسیم جریان را از شکل (۳) آغاز می‌کنیم:



پس به مقاومت ۳Ω که معادل دو مقاومت موازی ۱۲Ω و ۴Ω است جریان ۱A می‌رسد.

نکته در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت عکس مقدار مقاومت‌ها تقسیم می‌شود.



$$x+۳x=۱\Rightarrow x=\frac{۱}{۴}A$$

جریان عبوری از مقاومت ۴Ω خواهد شد:

$$I_{۴\Omega}=۳x\Rightarrow I_{۴\Omega}=۳\times\frac{۱}{۴}=\frac{۳}{۴}A$$

۱۷۶۴ B (۱)

خط فکری بـه کمک نیروی مغناطیسـی وارد بـر بار $(F=qvB\sin\alpha)$ نیروی مغناطیسی وارد بر پروتون را حساب کنید سپس به کمک قانون دوم نیوتون $(F=ma)$ شتاب پروتون را به‌دست بیاورید.

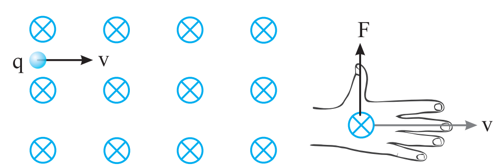
۱) اندازهٔ نیرو و جهت آن را با توجه به قاعدهٔ دست راست به‌دست می‌آوریم:

$$F=qvB\sin\alpha\xrightarrow[\alpha=۹۰^\circ\ \text{خطوط میدان}]{\text{زاویه بین راستای حرکت و}}F=qvB$$

$$\xrightarrow[q=۱/۶\times۱۰^{-۱۹}C]{B=۱۷۰G=۱۷۰\times۱۰^{-۴}T}F=۱/۶\times۱۰^{-۱۹}\times۱۰^{۴}\times۱۷۰\times۱۰^{-۴}$$

$$\Rightarrow F=۱/۶\times۱۷۰\times۱۰^{-۱۹}N$$

نکته برای به‌دست آوردن جهت نیرو، چهار انگشت باز دست راست را در جهت حرکت ذره قرار می‌دهیم به‌طوری که با خم شدن چهار انگشت، جهت میدان مغناطیسی مشخص شود، در این شرایط انگشت باز شست دست، جهت نیرو را مشخص می‌کند.



بنابراین بردار نیرو به سمت بالا و در جهت محور yها است. $\vec{F}=(۱/۶\times۱۷۰\times۱۰^{-۱۹})\vec{j}$

۲) حال با توجه به رابطهٔ $\vec{F}=m\vec{a}$، بردار شتاب را به‌دست می‌آوریم:

$$۱/۶\times۱۷۰\times۱۰^{-۱۹}\vec{j}=۱/۷\times۱۰^{-۲۷}\vec{a}\Rightarrow\vec{a}=۱/۶\times۱۰^{۱۰}\vec{j}$$

۱۷۶۵ B (۴)

خط فکری در گام اول با توجه به قانون القای فاراده نیرو محرکهٔ القایی متوسط را به‌دست می‌آوریم و در گام بعدی با توجه به قانون لنز جهت جریان القایی را حساب می‌کنیم.

نکته ۱) نیرو محرکهٔ القایی با توجه به قانون القای فاراده از رابطهٔ $\bar{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ به‌دست می‌آید.

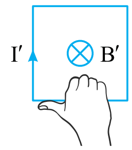
$$\bar{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\xrightarrow[N=۱,\ \Delta t=۱ms=۱۰^{-۳}s]{\Phi=BA\cos\theta}$$

$$\bar{\varepsilon}=-\frac{B_۲A\cos\theta-B_۱A\cos\theta}{۱۰^{-۳}}$$

$$\xrightarrow[\cos\theta=۱]{\text{صفحه بر خطوط عمود است}}\bar{\varepsilon}=\frac{-(B_۲-B_۱)A}{۱۰^{-۳}}$$

$$\xrightarrow[A=۶۰۰\times۱۰^{-۴}m^۲]{\Delta B=-۲۰۰G=-۲۰۰\times۱۰^{-۴}T}\bar{\varepsilon}=\frac{-(-۲۰۰\times۱۰^{-۴})\times(۶۰۰\times۱۰^{-۴})}{۱۰^{-۳}}=۱/۲V$$

نکته ۲) طبق قانون لنز، جریان القایی در جهتی ایجاد می‌شود که با عامل تغییر شار مخالفت کند.



میدان مغناطیسی در حال کاهش است پس باید میدان القایی در جهت میدان داده شده یعنی درونسو القا شود تا با کاهش میدان مغناطیسی (که عامل تغییر شار است) مخالفت کند. حال با توجه به قاعدهٔ دست راست و جهت میدان القایی، جهت جریان القایی را به‌دست می‌آوریم که مشخص می‌شود این جریان ساعتگرد است.

B ۱۷۶۶ (۲)

نکته در دستگاه مدرج مانند خط‌کش دقت اندازه‌گیری برابر کمینه درجه‌بندی دستگاه است. کمینه درجه‌بندی دستگاه در واقع فاصلهٔ بین دو شاخص متوالی روی دستگاه است.

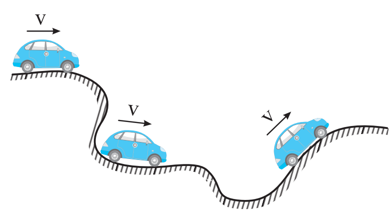
دقت خط‌کش برابر ۰/۵ سانتی‌متر است.

نکته دقت وسیلهٔ اندازه‌گیری رقمی ۱ واحد از آخرین رقمی است که دستگاه نشان می‌دهد.

دقت ترازو برابر $۰/۰۱g$ است.

B ۱۷۶۷ (۱)

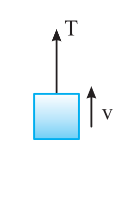
نکته تندی حرکت برابر بزرگی سرعت است، در شکل‌های زیر تندی حرکت جسم ثابت است.



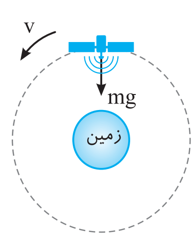
الف) با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی $W_t=\Delta K$ با ثابت ماندن تندی خواهیم داشت:

$$W_t=\frac{۱}{۲}mv_۲^۲-\frac{۱}{۲}mv_۱^۲ \Rightarrow W_t=\frac{۱}{۲}m(v_۲^۲-v_۱^۲)\xrightarrow{v_۱=v_۲} W_t=۰$$

گزارهٔ (الف) درست است.



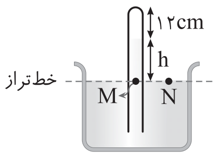
ب) فرض کنید در شکل روبه‌رو با تندی ثابت جعبه‌ای را به سمت بالا بکشیم در این صورت با اینکه انرژی جنبشی ثابت می‌ماند، اما انرژی پتانسیل در حال افزایش است، بنابراین در این حرکت با تندی ثابت انرژی مکانیکی $(E=K+U)$ افزایش می‌یابد. بنابراین گزارهٔ (ب) نادرست است.



پ) در حرکت ماهواره به دور زمین تندی حرکت ماهواره ثابت است، اما به ماهواره همواره نیروی خالص mg به سمت مرکز زمین وارد می‌شود: بنابراین گزارهٔ (پ) نادرست است.

B ۱۷۶۸ (۲)

در بالای لوله گاز محبوس است و با جابه‌جا کردن لوله چون حجم گاز محبوس در حال تغییر است پس فشار آن نیز تغییر می‌کند.

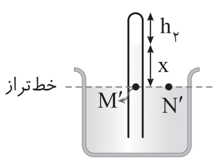


در حالت اول فشار گاز محبوس $۲cmHg$ داده شده است. خط تراز را رسم می‌کنیم، در نقاط M و N واقع بر خط تراز خواهیم داشت:

$$P_M=P_N \Rightarrow P_{\text{گاز}}+P_{\text{جیوه}}=P_۰ \Rightarrow ۲+h=۷۶ \Rightarrow h=۷۴cm$$

حجم گاز محبوس در این حالت برابر است با:

$$V_۱=Ah \xrightarrow{h=۱۲cm} V_۱=۱۲A$$



در حالت دوم نیز فشار گاز محبوس $۳cmHg$ است، بنابراین فشار در نقاط N' و M' روی خط تراز را برابر قرار می‌دهیم:

$$P_{M'}=P_{N'} \Rightarrow P_{\text{گاز}}+P_{\text{جیوه}}=P_۰$$

$$\Rightarrow ۳+x=۷۶ \Rightarrow x=۷۳cm$$

حجم گاز محبوس در حالت دوم:

$$V_۲=Ah_۲$$

در طول فرایند دما ثابت است، با توجه به قانون گازها برای گاز محبوس شده در ته لوله در دو حالت داریم:

$$\frac{P_۱V_۱}{T_۱}=\frac{P_۲V_۲}{T_۲}\xrightarrow[P_۱=۲cmHg\,,\,P_۲=۳cmHg]{T_۱=T_۲}$$

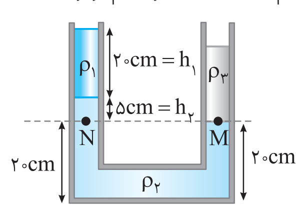
$$۲(۱۲A)=۳(Ah_۲) \Rightarrow h_۲=۸cm$$

بنابراین در حالت اول طول لوله‌ای که بیرون جیوه قرار دارد $۱۲+h=۱۲+۷۴=۸۶cm$ بوده و در حالت دوم طول لوله‌ای که بیرون جیوه قرار دارد $h_۲+x=۷۳+۸=۸۱cm$ است بنابراین لوله را به اندازهٔ $۸۶-۸۱=۵cm$ بیشتر در جیوه فرو برده‌ایم.

B ۱۷۶۹ (۱)

خط فکری برای حل مسائل لوله‌های U شکل، اولین کار رسم خط تراز و برابر قرار دادن فشار نقاط روی خط تراز است.

ابتدا خط تراز را می‌کشیم، فشار روی خط تراز باهم برابر است:



$$P_N=P_M \Rightarrow P_۰+P_{\text{مایع ۱}}+P_{\text{مایع ۲}}=P_{\text{مایع ۳}}+P_۰$$

$$\xrightarrow{P=\rho gh} \rho_۱gh_۱+\rho_۲gh_۲=P_{\text{مایع ۳}}$$

$$\Rightarrow ۸۰۰\times ۱۰\times \frac{۲۰}{۱۰۰}+۲۴۰۰\times ۱۰\times \frac{۵}{۱۰۰}=P_{\text{مایع ۳}}$$

$$P_{\text{مایع ۳}}=۱۶۰۰+۱۲۰۰=۲۸۰۰Pa$$

برای پیدا کردن جرم مایع $\rho_۳$ ابتدا وزن این مایع را به کمک تعریف فشار حساب می‌کنیم.

$$P_۳=\frac{W_۳}{A}\xrightarrow{A=۲cm^۲} ۲۸۰۰=\frac{W_۳}{۲\times ۱۰^{-۴}} \Rightarrow W_۳=۰/۵۶N$$

جرم مایع خواهد شد

$$W_۳=m_۳g \Rightarrow ۰/۵۶=m_۳\times ۱۰ \Rightarrow m_۳=۰/۰۵۶kg=۵۶g$$

B ۱۷۷۰ ③

طول اولیه دو میله برابر است. وقتی دمای هر دو میله را به یک اندازه بالا ببریم افزایش طول میله آلومینیمی از افزایش طول میلهٔ فولادی بیشتر است زیرا ضریب انبساط طولی آلومینیم بزرگ‌تر است. بعد از افزایش دما طول میلهٔ آلومینیم $۲/۳mm$ بیشـتر از طـول میلهٔ فولادی اسـت بنابراین $\Delta L_{Al}-\Delta L_M=۲/۳mm$ اسـت.

اکنون با جایگذاری $\Delta L=L_۱\alpha\Delta\theta$ می‌توانید مسئله را حل کنید.

تغییـر طـول آلومینیـم و تغییر طول فولاد را حسـاب می‌کنیم سـپس آن‌هـا را از هم کم می‌کنیم:

$$\Delta L_{Al}-\Delta L_M=۲/۳\times۱۰^{-۳}$$

$$\Rightarrow L_{Al}\alpha_{Al}\Delta\theta-L_M\alpha_M\Delta\theta=۲/۳\times۱۰^{-۳}$$

$$\xrightarrow[\alpha_{Al}=۲۳\times۱۰^{-۶}K^{-۱},\ \alpha_M=۱۱/۵\times۱۰^{-۶}K^{-۱}]{L_{Al}=L_M=۴m}$$

$$(۴\times۲۳\times۱۰^{-۶}-۴\times۱۱/۵\times۱۰^{-۶})\Delta\theta=۲/۳\times۱۰^{-۳}$$

$$\Rightarrow ۴۶\times۱۰^{-۶}\Delta\theta=۲/۳\times۱۰^{-۳}$$

$$\Rightarrow \Delta\theta=\frac{۲/۳\times۱۰^{-۳}}{۴۶\times۱۰^{-۶}}=\frac{۲/۳\times۱۰^{۳}}{۴۶}=۵۰^\circ C$$

پاسخ تشریحی آزمون‌های سراسری ۱۴۰۱

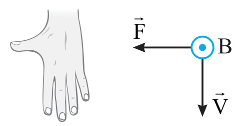
داخل تجربی ۱۴۰۱

A ۱۷۷۱ (۱)

امواج مکانیکی برای انتشار نیاز به محیط مادی دارند. امواج صوتی از نوع امواج مکانیکی هستند بنابراین برای انتشار نیاز به محیط مادی دارند.

پرتوهای x، رادیویی و فروسرخ از جنس امواج الکترومغناطیسی بوده و می‌توانند در خلأ منتشر شوند و برای انتشار به محیط مادی نیاز ندارند.

A ۱۷۷۲ (۳)



با توجه به قاعدهٔ دست راست، چهار انگشت باز دست راست را در جهت V رو به پایین گرفته به صورتی که انگشت باز شست دست جهت نیرو به سمت چپ را نشان دهد در این صورت کف دست شما رو به بیرون صفحهٔ کاغذ بوده و جهت میدان را نشان می‌دهد یعنی میدان مغناطیسی برونسو است اما بار ذره منفی بوده (بار الکترون) پس جهت به‌دست آمده با قاعدهٔ دست راست را وارون کرده و جهت میدان مغناطیسی درونسو می‌شود.

B ۱۷۷۳ (۱)

خط فکری برای حل این تست باید تک‌تک گزینه‌ها بررسی شود و اگر شانس بیاوریم و گزینهٔ (۱) درست باشد دیگر نیازی به بررسی بقیهٔ گزینه‌ها نیست.

برای بررسی هر گزینه باید یک رابطهٔ ریاضی که در آن کمیت مورد نظر وجود دارد را به‌کار ببرید.

برای میدان مغناطیسی استفاده از رابطهٔ نیروی وارد بر سیم حامل جریان در میدان مغناطیسی بهترین انتخاب است.

$$F=I\ell B\sin\theta$$

یکای فرعی نیرو kgm/s^2، یکای جریان آمپر (A) یکای طول (m) و نسبت‌های مثلثاتی یکا ندارند از این‌رو:

$$kgm/s^2=A\cdot m[B]\Rightarrow[B]=\frac{kg}{As^2}$$

بنابراین نیازی به بررسی گزینه‌های دیگر نیست.

A ۱۷۷۴ (۴)

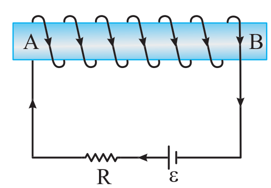
یادآوری انرژی الکترون در ترازهای اتم هیدروژن از رابطهٔ $E_n=\frac{-E_R}{n^2}$ به‌دست می‌آید.

در اتم هیدروژن $n=1$ تراز پایه، $n=2$ اولین حالت برانگیخته و تراز $n=3$ دومین حالت برانگیخته است، انرژی در دو حالت را می‌نویسیم و بر هم تقسیم می‌کنیم/

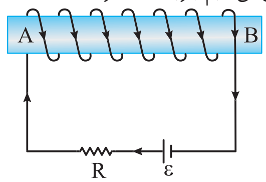
$$E_A=\frac{-E_R}{n^2}\Rightarrow\begin{cases}E_3=\frac{-E_R}{3^2}=\frac{-E_R}{9}\\E_1=\frac{-E_R}{1^2}=-E_R\end{cases}\xrightarrow{\div}\frac{E_3}{E_1}=\frac{\frac{-E_R}{9}}{-E_R}=\frac{1}{9}$$

A ۱۷۷۵ (۲)

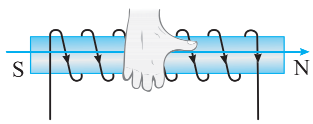
نکته سوی جریان در مدار خارجی یک باتری از پایانهٔ مثبت به سوی پایانهٔ منفی است.



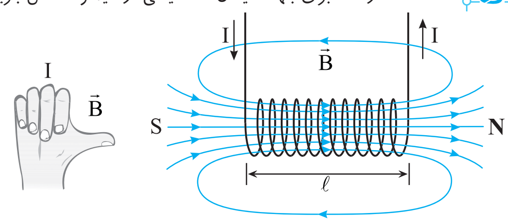
جهت جریان را مشخص می‌کنیم جریان ساعتگرد است.



با توجه قاعدهٔ دست راست جهت میدان درون سیملوله را مشخص می‌کنیم، چهار انگشت دست راست را در سوی جریان سیملوله می‌چرخانیم، در این حالت انگشت باز شست دست راست جهت راست را نشان می‌دهد که جهت میدان مغناطیسی است و قطب N نیز در همین سمت است.



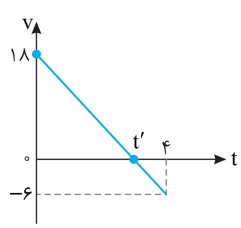
یادآوری قاعدهٔ دست راست برای جهت میدان مغناطیسی در سیملولهٔ حامل جریان.



B ۱۷۷۶ (۲)

خط فکری برای به‌دست آوردن تندی متوسط و یا مسافت طی شده بهتر است نمودار سرعت - زمان $(v-t)$ متحرک را رسم کرده و از سطح زیر نمودار کمک گرفت.

(۱) نمودار $v-t$ در بازهٔ صفر تا $4s$ را رسم می کنیم

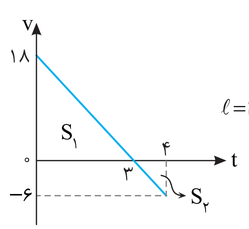


$$v=-6t+18\begin{cases}\xrightarrow{t=0}v=18m/s\\\xrightarrow{t=4s}v=-6m/s\end{cases}$$

(۲) لحظهٔ t' لحظهٔ تغییر جهت حرکت متحرک یعنی لحظه‌ای که $v=0$ است:

$$v=-6t+18\xrightarrow{v=0}-6t'+18=0\Rightarrow t'=3s$$

(۳) مسافت طی شده را حساب می‌کنیم:



$$\ell=S_1+S_2\Rightarrow\ell=\frac{3\times18}{2}+\frac{1\times6}{2}=27+3=30m$$

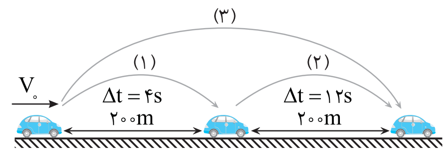
(۴) تندی متوسط برابر است با:

$$s_{av}=\frac{\ell}{\Delta t}\Rightarrow s'_{av}=\frac{30}{4}=7/5m/s$$

B ۱۷۷۷ (۴)

خط فکری بازهٔ زمانی t_1 تا $t_2=t_1+16(s)$ یعنی کل مدت مورد بررسی $16s$ است. و در این $16s$، متحرک $400m$ جابه‌جا شده است. بنابراین نصف این مسیر یعنی $200m$ را در $4s$ و ۲۰۰ متر بعدی را در $16-4=12$ طی کرده است. از این رو کافی شما از معادلهٔ جابه‌جایی - مکان در حرکت با شتاب ثابت یک بار در $4s$ و بار دیگر در کل مدت $16s$ استفاده کنید.

مسیر حرکت را رسم می‌کنیم و با توجه به اینکه جابه‌جایی متحرک در زمان‌های مختلف داده شده است. برای مسیرهای (۱) و (۳) معادلهٔ $\Delta x=\frac{1}{2}at^2+v_0t$ را می‌نویسیم.



$$(1)\ \Delta x=\frac{1}{2}at^2+v_0t\Rightarrow 200=\frac{1}{2}a(4)^2+4v_0\Rightarrow 200=8a+4v_0 \quad (I)$$

$$(3)\ \Delta x=\frac{1}{2}at^2+v_0t\Rightarrow 400=\frac{1}{2}a\times(16)^2+16v_0\Rightarrow 400=128a+16v_0 \quad (II)$$

حال با حل دستگاه دو معادله دو مجهول شتاب حرکت را حساب می‌کنیم

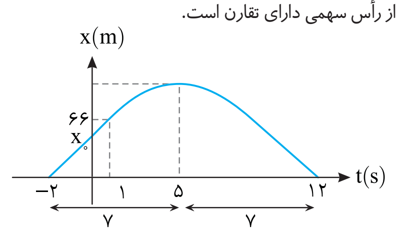
$$\begin{cases}-4(8a+4v_0=200)\\ 128a+16v_0=400\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}-32a-16v_0=-800\\ 128a+16v_0=400\end{cases}\xrightarrow{+}96a=-400$$

$$\Rightarrow a=\frac{-400}{96}\Rightarrow a=\frac{-25}{6}m/s^2$$

بزرگی شتاب خواسته شده است از این‌رو: $|a|=\frac{25}{6}m/s^2$

۱۷۷۸ C ۳

نکته نمودار مکان - زمان حرکت با شتاب ثابت یک سهمی است و سهمی نسبت به محور گذرا از رأس سهمی دارای تقارن است.



با توجه به نمودار ریشه‌های این سهمی $t=-2s$ و $t=12s$ است. بنابراین معادلهٔ آن خواهد شد:

$$x=A(t-12)(t+2)$$

باید مختصات $t=1s$ و $x=66m$ در این معادله صدق کند.

$$66=A(1-12)(1+2)\Rightarrow A=-2$$

معادله را کامل می‌کنیم.

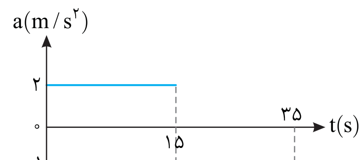
$$x=-2(t-12)(t+2)$$

اکنون کافی است که در این معادله $t=0$ را قرار داده و مکان اولیه را حساب کنیم:

$$x_0=-2(0-12)(0+2)\Rightarrow x_0=48m$$

۱۷۷۹ B ۱

خط فکری نمودار شتاب - زمان، اطلاعات خاصی از حرکت به ما نمی‌دهد بنابراین از نقاط روی نمودار استفاده کرده و به کمک روابط حرکت با شتاب ثابت مسئله را حل می‌کنیم. سرعت و مکان متحرک در $t=2s$ به ما داده شده است با استفاده از آن‌ها و با توجه به اینکه در بازهٔ $2s$ تا $15s$، شتاب ثابت و $12m/s^2$ است مکان و سرعت متحرک در $t=15s$ را حساب کرده سپس در بازهٔ $15s$ تا $35s$ نیز به کمک معادلهٔ مکان - زمان حرکت با شتاب ثابت مکان در $t=35s$ را به دست می‌آوریم.



۱ در لحظهٔ $t=2s$، مکان $-16m$ و سرعت $-6m/s$ و شتاب ثابت $2m/s^2$ است بنابراین مکان در لحظهٔ $t=15s$ خواهد شد:

$$x=\frac{1}{2}at^2+v_0t+x_0\Rightarrow x_1=\frac{1}{2}\times2\times(13)^2+(-6)\times13+(-16)$$

$$x_1=169+(-78)-16\Rightarrow x_1=75m$$

۲ سرعت در لحظهٔ $t=15s$ را حساب می‌کنیم

$$v_1=at+v_0\Rightarrow v_1=2\times13-6\Rightarrow v_1=20m/s$$

۳ سرعت $v_1=20m/s$ سرعت اولیهٔ قسمت دوم حرکت و مکان $x_1=75m$ مکان اولیهٔ این قسمت است بنابراین می‌توان به کمک معادلهٔ مکان - زمان مکان در $t=35s$ را حساب کرد.

$$x_2=\frac{1}{2}a_2t_2^2+v_1t+x_1\Rightarrow x_2=\frac{1}{2}\times(-1)\times(20)^4+20\times20+75$$

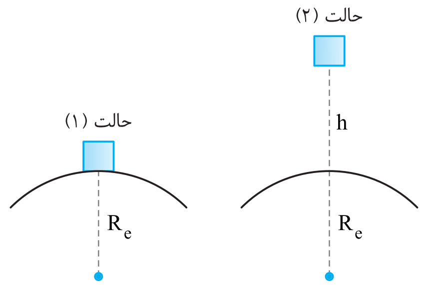
$$x_2=-200+400+75\Rightarrow x_2=275m\Rightarrow \vec{x}_2=275\vec{i}$$

۱۷۸۰ ۴

شتاب گرانش ۹۹ درصد کاهش یافته؛

$$g'=g-\frac{99}{100}g\Rightarrow g'=\frac{1}{100}g$$

شتاب گرانش از رابطهٔ $g=G\frac{M_e}{r^2}$ به دست می‌آید که r فاصله از مرکز زمین است

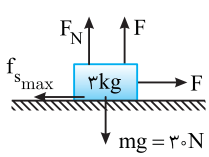


$$\frac{GM_e}{(h+R_e)^2}=\frac{1}{100}\frac{GM_e}{R_e^2}$$

$$\left(\frac{R_e}{h+R_e}\right)^2=\frac{1}{100}\Rightarrow\frac{R_e}{h+R_e}=\frac{1}{10}\Rightarrow 10R_e=h+R_e\Rightarrow h=9R_e$$

۱۷۸۱ B ۲

حالت اول: جسم در آستانهٔ حرکت بوده و نیروی اصطکاک آن نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه $f_{s_{max}}$ است:



نیروی عمودی سطح را به دست می‌آوریم:

$F+F_N=mg$: در راستای قائم جسم حرکت نمی‌کند

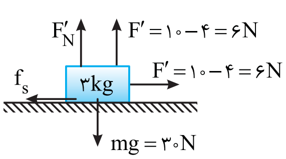
$$\Rightarrow F_N=30-F$$

$F=f_{s_{max}}$: در راستای افقی جسم در آستانهٔ حرکت بوده و هنوز حرکت نکرده

$$\xrightarrow[F_N=30-F]{f_{s_{max}}=\mu_sF_N}F=\mu_s(30-F)\xrightarrow{\mu_s=0.5}F=0.5(30-F)$$

$$\Rightarrow F+0.5F=15\Rightarrow1.5F=15\Rightarrow F=10N$$

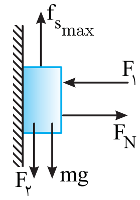
حالت دوم: هر کدام از نیروهای F، $4N$ کاهش یافته و $F=10N$ به $6N$ می‌رسد، دقت کنید که چون نیروی در راستای قائم کاهش یافته پس F_N افزایش می‌یابد و F افقی نیز کاهش یافته، در واقع در قسمت قبلی با نیروی $10N$ و نیروی عمودی سطح $30-10=20N$ جسم در آستانهٔ حرکت بوده پس در این حالت که نیروی افقی $F'=6N$ شده و نیروی عمودی سطح $F'_N=30-6=24N$ افزایش یافته جسم همچنان ساکن می‌ماند و نیروی اصطکاک برابر نیروی F' است.



$$F'=f_s\Rightarrow f_s=6N$$

۱۷۸۲ (۱) B

۱ ابتدا نیروهای وارد بر قطعه چوب را رسم می‌کنیم، دقت کنید قطعه چوب در آستانهٔ لغزش رو به پایین قرار دارد و در نتیجه نیروی اصطکاک بیشینه ($f_{s_{max}}$) و رو به بالا است:



۲ نیروی اصطکاک آستانهٔ حرکت را حساب می‌کنیم.

$$F_{net y}=۰\Rightarrow f_{s_{max}}=F_۲+mg\xrightarrow[F_۲=۳/۵N,m=۰/۲۵kg]{f_{s_{max}}}f_{s_{max}}=۳/۵+۲/۵=۶N$$

۳ نیرویی که دیوار به چوب وارد می‌کند از رابطهٔ $R=\sqrt{F^۲_{s_{max}}+F^۲_N}$ به‌دست می‌آید نیروی عمودی سطح خواهد شد.

$$R=\sqrt{F^۲_{s_{max}}+F^۲_N}\Rightarrow ۱۰=\sqrt{۶^۲+F^۲_N}\Rightarrow ۱۰۰=۳۶+F^۲_N\Rightarrow F_N=۸N$$

۴ $f_{s_{max}}$ برابر μ_sF_N است:

$$f_{s_{max}}=\mu_sF_N\Rightarrow ۶=\mu_s\times ۸\Rightarrow \mu_s=\frac{۶}{۸}=۰/۷۵$$

۱۷۸۳ (۳) B

خط فکری ابتدا دورهٔ حرکت را به‌دست می‌آوریم.

با توجه به شکل:

$$۵\frac{\lambda}{۴}=۲۵\Rightarrow\lambda=۲۰cm=۰/۲m$$

$$\lambda=vT\Rightarrow\frac{۲}{۱۰}=۱۰\times T\Rightarrow T=۰/۰۲s$$

حال برای بررسی گزارهٔ (الف) دقت کنید که گفته شده مسافتی که موج در هر ثانیه طی می‌کند، با توجه اینکه سرعت انتشار موج $۱۰m/s$ است پس این مسافت برابر است با:

$$\Delta x=vt=۱۰\times۱=۱۰m$$

پس گزارهٔ (الف) نادرست است.

گزارهٔ (ب): هر ذره از محیط در مدت یک نوسان، مسافت $۴A$ را طی می‌کند. بنابراین با توجه به اینکه $T=۰/۰۲s$ است، در ۰/۰۱ ثانیه تعداد نوسان‌های هر ذره از محیط برابر است با: $N=\frac{t}{T}=\frac{۰/۰۱}{۰/۰۲}=\frac{۱}{۲}$

و ذره مسافت $۲A$ یعنی $۴۰cm$ را طی می‌کند و این گزاره درست است.

گزارهٔ (پ) در مورد جابه‌جایی است. اگر ذره‌ای در نقطه تعادل باشد بعد از $۰/۰۱s$ یعنی $\frac{T}{۲}$ مجدداً در نقطهٔ تعادل است و جابه‌جایی‌اش صفر است. و اگر ذره‌ای در مکان بیشینه باشد پس از $\frac{T}{۲}$ در مکان کمینه قرار دارد و جابه‌جایی آن برابر $۲A$ خواهد شد.

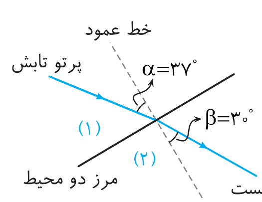
پس جابه‌جایی بستگی به مکان اولیه ذره دارد و این گزاره نادرست است.

بررسی گزارهٔ (ت): $۰/۰۲s$ برابر یک دوره است و جابه‌جایی هر ذره در مدت یک دوره همواره برابر صفر است. پس گزاره‌های (ب) و (ت) درستاند.

۱۷۸۴ (۴) B

خط فکری برای به‌دست آوردن نسبت سرعت‌ها در دو محیط ($v_۱/v_۲$) باید از قانون شکست عمومی استفاده کنید. اما قبل از آن باید زاویهٔ تابش ($\theta_۱$) و زاویهٔ شکست ($\theta_۲$) را به کمک شکل مشخص کنید.

نکته زاویه‌ای که جبههٔ موج با مرز بین دو محیط می‌سازد برابر زاویه‌ای است که پرتو آن با خط عمود بر مرز می‌سازد.



۱ با توجه به نکتهٔ بالا نمودار پرتویی به‌صورت روبه‌رو بوده و زاویهٔ تابش و زاویهٔ شکست به ترتیب برابر $\theta_۱=۳۷^\circ$ و $\theta_۲=۳۰^\circ$ است.

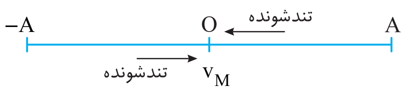
۲ حال با توجه به قانون شکست عمومی:

$$\frac{\sin\theta_۱}{\sin\theta_۲}=\frac{v_۱}{v_۲}\Rightarrow\frac{\sin ۳۷^\circ}{\sin ۳۰^\circ}=\frac{v_۱}{v_۲}\Rightarrow\frac{۰/۶}{۰/۵}=\frac{v_۱}{v_۲}\Rightarrow\frac{v_۱}{v_۲}=\frac{۶}{۵}$$

۱۷۸۵ (۴)

نکته در مدت یک دوره، $\frac{T}{۲}$ ثانیه حرکت تندشونده است.

نکته هرگاه نوسانگر در حال حرکت به‌سوی حالت تعادل باشد حرکت تندشونده است.



۱ با توجه به معادلهٔ حرکت $x=۰/۰۲\cos ۴\pi t$ دوره را حساب می‌کنیم.

$$\omega=\frac{۲\pi}{T}\Rightarrow ۴\pi=\frac{۲\pi}{T}\Rightarrow T=\frac{۱}{۲}s$$

۲ بازهٔ زمانی $t_۱=\frac{۱}{۱۲}s$ تا $t_۲=\frac{۷}{۶}s$ را با دوره مقایسه می‌کنیم.

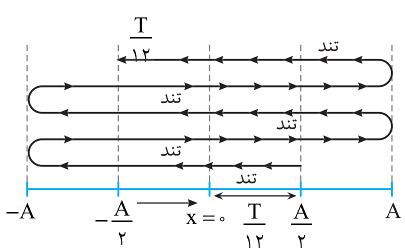
$$\frac{\Delta t}{T}=\frac{\frac{۷}{۶}-\frac{۱}{۱۲}}{\frac{۱}{۲}}\Rightarrow\frac{\Delta t}{T}=\frac{\frac{۱۴-۱}{۱۲}}{\frac{۱}{۲}}\Rightarrow\Delta t=\frac{۱۳}{۶}T=۲T+\frac{T}{۶}$$

۳ در بازهٔ $۲T$ به مدت نصف بازه یعنی T حرکت تند شونده است.

۴ اما در مدت $\frac{T}{۶}$ چگونه است؟ برای این منظور مکان نوسانگر در ابتدای بازه $(t=\frac{۱}{۱۲}s)$ را باید مشخص کنیم.

$$x=۰/۰۲\cos ۴\pi(\frac{۱}{۱۲})\Rightarrow x=۰/۰۲\cos\frac{\pi}{۳}\Rightarrow x=۰/۰۱m\Rightarrow x=\frac{۱}{۲}A$$

۵ مسیر حرکت را مشخص می‌کنیم.



۶ با توجه به مسیر در مدت حرکت از $\frac{A}{۲}$ تا $x=۰$، $\frac{T}{۱۲}$ حرکت تندشونده و در مدت $۲T$ بعدی نیز به مدت T حرکت کندشونده است یعنی در کل زمان حرکت تندشونده خواهد شد:

$$\Delta t=T+\frac{T}{۱۲}=\frac{۱۳T}{۱۲}\xrightarrow{T=\frac{۱}{۲}s}\Delta t=\frac{۱۳}{۲۴}s$$

۱۷۸۶ (۱) B

خط فکری در حل این نوع مسائل ابتدا باید طول موج را حساب کنید. سپس به کمک رابطهٔ ریدبرگ n و n' را به‌دست بیاورید اما در اغلب این مسائل شما باید در واقع n و n' را حدس بزنید. برای این منظور از گزینه‌ها کمک بگیرید.

۱ ابتدا طول موج بسامد $۲/۲۵\times۱۰^{۱۵}$ هرتز را حساب می‌کنیم:

$$\lambda=\frac{c}{f}\Rightarrow\lambda=\frac{۳\times۱۰^۸}{۲/۲۵\times۱۰^{۱۵}}\Rightarrow\lambda=\frac{۱۰^{-۷}}{۰/۷۵}\Rightarrow\lambda=\frac{۴}{۳}\times۱۰^{-۷}m=\frac{۴۰۰}{۳}nm$$

۲ حال به کمک معادلهٔ ریدبرگ n و n' را به‌دست می‌آوریم

$$\frac{۱}{\lambda}=R(\frac{۱}{n'^۲}-\frac{۱}{n^۲})\Rightarrow\frac{۳}{۴۰۰}=\frac{۱}{۱۰۰}(\frac{۱}{n'^۲}-\frac{۱}{n^۲})\Rightarrow\frac{۳}{۴}=(\frac{۱}{n'^۲}-\frac{۱}{n^۲})$$

با توجه به گزینه‌ها مشخص می‌شود که $n'=۱$ و $n=۲$ است.

۱۷۸۷ B (۳)

۱) رشتهٔ براکت $n'=4$ است و دومین خط آن یعنی گذار از $n=6$ به $n=4$ است.

اولین خط رشتهٔ براکت $n'=4 , n=5$

دومین خط رشتهٔ براکت $n'=4 , n=6$

۲) طول موج این خط طیف را از رابطهٔ ریدبرگ برحسب R حساب می‌کنیم.

$$\frac{1}{\lambda}=R(\frac{1}{n'^2}-\frac{1}{n^2})\Rightarrow\frac{1}{\lambda}=R(\frac{1}{16}-\frac{1}{36})=R(\frac{9-4}{144})\Rightarrow\frac{1}{\lambda}=\frac{5R}{144}\Rightarrow\lambda=\frac{144}{5R}$$

۳) رشتهٔ بالمر $n'=2$ بوده و چهارمین خط آن یعنی گذار از $n=6$ به $n'=2$

چهارمین خط رشتهٔ بالمر	سومین خط رشتهٔ بالمر	دومین خط رشتهٔ بالمر	اولین خط رشتهٔ بالمر
$n'=2 , n=6$	$n'=2 , n=5$	$n'=2 , n=4$	$n'=2 , n=3$

۴) طول موج این خط طیف را نیز به کمک رابطهٔ ریدبرگ حساب می‌کنیم.

$$\frac{1}{\lambda'}=R(\frac{1}{n'^2}-\frac{1}{n^2})\Rightarrow\frac{1}{\lambda'}=R(\frac{1}{4}-\frac{1}{36})\Rightarrow\frac{1}{\lambda'}=R(\frac{32}{144})\Rightarrow\lambda'=\frac{144}{32R}$$

۵) حال نسبت $\frac{\lambda}{\lambda'}$ را به‌دست می‌آوریم:

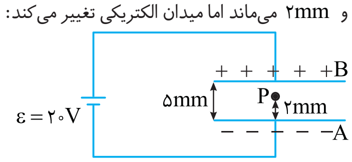
$$\frac{\lambda}{\lambda'}=\frac{\frac{144}{5R}}{\frac{144}{32R}}\Rightarrow\frac{\lambda}{\lambda'}=\frac{32}{5}$$

میانبر m امین خط رشتهٔ n' یعنی: $n'=n' ,\quad n=m+n'$

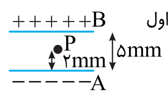
۱۷۸۸ B (۲)

یادآوری اختلاف پتانسیل بین دو نقطه در میدان الکتریکی یکنواخت برابر $\Delta V=Ed$ است که در آن d فاصلهٔ دو نقطه در امتداد خطوط میدان است.

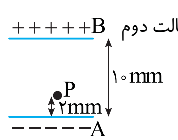
دو صفحهٔ خازن به باتری متصل است و اختلاف پتانسیل دو سر خازن ثابت و برابر ۲۰V است. اختلاف پتانسیل بین نقطهٔ P و صفحهٔ منفی A برابر $V_P-V_A=Ed_{AP}$ است. که E میدان الکتریکی بین صفحات است. با دور شدن صفحهٔ B فاصلهٔ P و A از هم تغییر نکرده و ۲mm می‌ماند اما میدان الکتریکی تغییر می‌کند:



۱) در هر حالت میدان الکتریکی را حساب می‌کنیم.



حالت اول: $E_1=\frac{V}{d_1}\xrightarrow{d_1=5mm}E_1=\frac{20}{5\times10^{-3}}=4000\frac{V}{m}$



حالت دوم: $E_2=\frac{V}{d_2}\xrightarrow{d_2=10mm}E_1=\frac{20}{10\times10^{-3}}=2000\frac{V}{m}$

۲) اختلاف پتانسیل بین P و A در هر حالت خواهد شد:

حالت اول: $\Delta V_{AP}=V_P-V_A\to4000\times2\times10^{-3}=V_P-V_A\to V_P=8-V_A$

حالت دوم: $\Delta V'_{AP}=V'_P-V_A\to2000\times2\times10^{-3}=V'_P-V_A\to V'_P=4+V_A$

بنابراین پتانسیل نقطهٔ P، ۴V کاهش یافته است.

۱۷۸۹ B (۱)

یادآوری در جابه‌جایی در جهت خطوط میدان پتانسیل الکتریکی کاهش می‌یابد.

با توجه به سؤال از B تا A در خلاف جهت خطوط میدان ذره جابه‌جا شده و $V_A>V_B$ است پس V_A-V_B مثبت است.

یادآوری اختلاف پتانسیل الکتریکی از رابطهٔ $\Delta V=Ed\cos\theta$ به‌دست می‌آید.

یادآوری هرچه تراکم خطوط میدان الکتریکی بیشتر، اندازهٔ میدان الکتریکی بیشتر بوده و میدان قوی‌تر است. با توجه به شکل تراکم خطوط از A تا B در شکل (۳) بزرگتر از شکل (۲) و در شکل (۲) بزرگتر از شکل (۱) است. بنابراین:

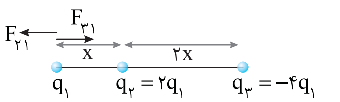
$$\Delta V_3=E_3d\cos\theta$$
$$\Delta V_2=E_2d\cos\theta\xrightarrow{E_3>E_2>E_1}\Delta V_3>\Delta V_2>\Delta V_1$$
$$\Delta V_1=E_1d\cos\theta$$

۱۷۹۰ B (۳)

۱) نیروهای وارد بر q_1 را حساب می‌کنیم، بار q_2 و q_1 همنام بوده و یکدیگر را دفع می‌کنند و بارهای q_3 و q_1 ناهمنام بوده و یکدیگر را جذب می‌کنند. به کمک قانون کولن نیروها را به‌دست می‌آوریم.

$$F_{21}=k\frac{|q_1||q_2|}{r_{12}^2}=k\frac{2q_1^2}{x^2}$$

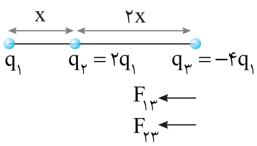
$$F_{31}=k\frac{|q_1||q_3|}{r_{13}^2}=k\frac{4q_1^2}{9x^2}$$



۲) دو نیرو خلاف جهت هم‌اند و اندازهٔ نیروی خالص وارد بر q_1 برابر تفاضل F_{21} و F_{31} است:

$$F_1=F_{21}-F_{31}=2k\frac{q_1^2}{x^2}-\frac{4}{9}k\frac{q_1^2}{x^2}=\frac{14}{9}k\frac{q_1^2}{x^2}$$

۳) نیروهای وارد بر q_3 را حساب می‌کنیم. بنا به قانون سوم نیوتن نیرویی که q_3 به q_1 وارد می‌کند با نیرویی که q_1 به q_3 وارد کرده برابر است. از این‌رو اندازهٔ F_{13} نیز برابر $\frac{4}{9}k\frac{q_1^2}{x^2}$ است:



$$F_{23}=k\times\frac{2q_1\times4q_1}{4x^2}=2k\frac{q_1^2}{x^2}$$

۴) دو نیرو هم‌جهت‌اند:

$$F_3=F_{23}+F_{13}=2k\frac{q_1^2}{x^2}+\frac{4}{9}k\frac{q_1^2}{x^2}=\frac{22}{9}k\frac{q_1^2}{x^2}$$

۵) حال نسبت F_1 به F_3 را حساب می‌کنیم:

$$\frac{F_1}{F_3}=\frac{\frac{14}{9}k\frac{q_1^2}{x^2}}{\frac{22}{9}k\frac{q_1^2}{x^2}}=\frac{14}{22}=\frac{7}{11}$$

روش دیگر:

در حل این نوع مسائل می‌توانید نیرویی که دو بار الکتریکی یکسان q_1 در فاصلهٔ x بر هم وارد می‌کنند را F فرض کنیم و با توجه به قانون کولن $F=k\frac{|q_1||q_2|}{r^2}$، نیروهای دیگر را بر حسب F به‌دست آوریم.

۱) نیرویی که بار $q_2=2q_1$ بر بار q_1 در فاصلهٔ x وارد می‌کند برابر $F_{21}=2F$ و نیرویی که بار $q_3=4q_1$ در فاصلهٔ 3x وارد می‌کند برابر $F_{31}=\frac{4F}{9}$ و نیروی خالص وارد بر q_1 خواهد شد:

$$F_1=2F-\frac{4}{9}F\Rightarrow F_1=\frac{18F-4F}{9}\Rightarrow F_1=\frac{14}{9}F$$

۲) نیرویی که بار q_1 بر بار q_3 وارد می‌کند بنا به قانون سوم نیوتن هم‌اندازهٔ نیرویی است که بار q_3 به بار q_1 وارد می‌کند. $F_{13}=\frac{4}{9}F$

۳) نیرویی که بار $q_2=2q_1$ بر بار $q_3=4q_1$ در فاصلهٔ 2x وارد می‌کند $F_{23}=2F$ و نیروی خالص وارد بر F_3 خواهد شد:

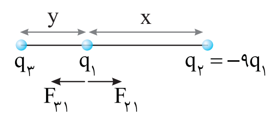
$$F_3=F+\frac{4}{9}F=\frac{13}{9}F$$

۴) نسبت F_1/F_3 خواهد شد:

$$\frac{F_1}{F_3}=\frac{\frac{7}{9}F}{\frac{11}{9}F}=\frac{7}{11}$$

B ۱۷۹۱ ④

① ابتدا دقت کنید در هر چهار گزینه، بار $q_۳$ در سمت چپ بار $q_۱$ قرار می‌گیرد بنابراین طرز قرار گرفتن بارها به شکل زیر است.



② با توجه به فرض مسئله نیروهای وارد بر هر بار از جمله بار $q_۱$ صفر است. از طرفی بار $q_۱$ و $q_۲$ ناهمنام هستند و نیروی $F_{۲۱}$ جاذبه است. بنابراین نیرویی که $q_۳$ بر $q_۱$ وارد می‌کند نیز باید جاذبه و به سمت چپ باشد یعنی $q_۳$ نیز باید با $q_۱$ ناهمنام باشد بنابراین $q_۳$ منفی است در نتیجه گزینه‌های (۱) و (۲) حذف شده و مقدار بار $q_۳=-\frac{۹}{۴}q_۱$ خواهد بود.

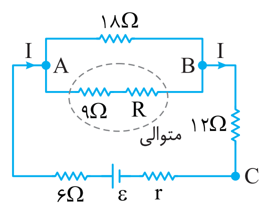
③ با برابر قرار دادن نیروهای $F_{۲۱}$ و $F_{۳۱}$، مقدار y را برحسب x به‌دست می‌آوریم.

$$F_{۲۱}=F_{۳۱}\Rightarrow k\frac{|q_۲||q_۱|}{x^۲}=k\frac{|q_۳||q_۱|}{y^۲}\Rightarrow\frac{|q_۲|}{x^۲}=\frac{|q_۳|}{y^۲}=\frac{۹q_۱}{x^۲}=\frac{\frac{۹}{۴}q_۱}{y^۲}$$

$$\Rightarrow y^۲=\frac{x^۲}{۴}\Rightarrow y=\frac{x}{۲}$$

B ۱۷۹۲ ②

خط فکری به فرض مسئله دقت کنید اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت ۱۸Ω(V_{AB}) با اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت ۱۲Ω(V_{BC}) برابر است. بنابراین باید مقاومت R_{AB} با مقاومت R_{BC} برابر باشد. با توجه به این مطلب مسئله را حل می‌کنیم.



در گام اول مقاومت معادل بین دو نقطهٔ AB را حساب می‌کنیم. مقاومت R و ۹Ω متوالی و معادل آن‌ها با مقاومت ۱۸Ω موازی است. بنابراین:

$$\frac{۱}{R_{AB}}=\frac{۱}{۱۸}+\frac{۱}{R+۹}\Rightarrow R_{AB}=\frac{(۱۸)\times(R+۹)}{۲۷+R}$$

در گام دوم برای آن که $V_{AB}=V_{BC}$ باشد باید مقاومت R_{AB} با مقاومت R_{BC} برابر باشد از این‌رو:

$$V_{AB}=V_{BC}\Rightarrow IR_{AB}=IR_{BC}\Rightarrow$$

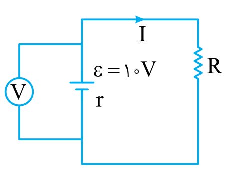
$$R_{AB}=R_{BC}=\frac{۱۸(R+۹)}{۲۷+R}=۱۲\Rightarrow\frac{۳(R+۹)}{۲۷+R}=۲$$

$$\Rightarrow ۳R+۲۷=۵۴+۲R\Rightarrow R=۲۷\Omega$$

B ۱۷۹۳ ③

① اگر تنها یکی از کلیدها بسته باشد، فقط یکی از مقاومت‌های R در مدار قرار می‌گیرد و مدار به شکل زیر است. در این حالت ولت‌سنج ولتاژ دو سر باتری را ۶V نشان می‌دهد و جریان مدار خواهد شد:

$$I=\frac{\varepsilon}{R+r}\to I=\frac{۱۰}{R+r}$$



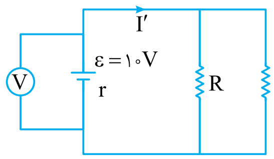
② اختلاف پتانسیل دو سر باتری برابر $V=\varepsilon-rI$ است:

$$v=\varepsilon-rI\xrightarrow{r=۶v}۶=۱۰-\frac{۱۰r}{R+r}$$

$$\to\frac{۱۰r}{R+r}=t\to ۱۰r=۴R+۴r$$

$$\to ۶r=۴R\to R=۱/۵r$$

③ اگر دو کلید بسته شود هر دو مقاومت R در مدار قرار می‌گیرند و با هم موازی‌اند:



$$\frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۱}{R}+\frac{۱}{R}\to\frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۲}{R}\to R_{eq}=\frac{R}{۲}$$

$$I'_{\text{مدار}}=\frac{\varepsilon}{r+R_{eq}}\Rightarrow I'_{\text{مدار}}=\frac{۱۰}{r+\frac{R}{۲}}\xrightarrow{R=۱/۵r}I'_{\text{مدار}}=\frac{۱۰}{r+۰/۷۵r}$$

$$\to I'_{\text{مدار}}=\frac{۱۰}{۱/۷۵r}$$

④ اختلاف پتانسیل دو سر باتری برابر $V'=\varepsilon-rI'_{\text{مدار}}$ است:

$$V'=\varepsilon-r'_{\text{مدار}}\to V'=۱۰-r\frac{۱۰}{۱/۷۵r}\to V'=۱۰-\frac{۱۰}{۱/۷۵}$$

$$\to V'=\frac{۱۷/۵-۱۰}{۱/۷۵}=\frac{۷/۵}{۱/۷۵}\to V'=\frac{۷۵۰}{۱۷۵}=\frac{۳۰}{۷}v$$

میانبر اختلاف پتانسیل دو سر باتری بر حسب مقاومت خارجی مدار (R_{eq}) از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید.

$$V=\frac{R_{eq}}{R_{eq}+r}\varepsilon$$

با استفاده از این رابطه نیازی به محاسبهٔ جریان نیست.

B ۱۷۹۴ ②

① آمپرسنج جریان اصلی مدار را ۰/۸A نشان داده است از این‌رو جریان گذرنده از سه مقاومت متوالی ۹Ω، R و ۴Ω برابر I=۰/۸A است.

② ولت‌سنج به دو سر مقاومت R بسته شده و ولتاژ دو سر آن را ۱۲V نشان می‌دهیم: مقاومت R را حساب می‌کنیم:

$$\begin{cases}V=۱۲V\\I=۰/۸A\end{cases}\to R=\frac{V}{I}\to R=\frac{۱۲}{۰/۸}\to R=\frac{۱۲۰}{۸}=۱۵\Omega$$

③ مقاومت معادل خواهد شد:

$$R_{eq}=۴+۱۵+۹\Rightarrow R_{eq}=۲۸\Omega$$

④ به کمک جریان مدار نیروی محرکهٔ باتری را به‌دست می‌آوریم.

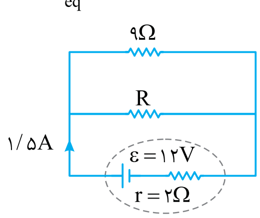
$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\to ۰/۸=\frac{\varepsilon}{۲۸+۲}\to\varepsilon=۲۴V$$

B ۱۷۹۵ ①

خط فکری با توجه به اعداد روی مدار، جریان مدار ۱/۵A است به کمک جریان ابتدا مقاومت معادل مدار را حساب کنید. سپس به کمک مقاومت معادل به سراغ یافتن مقدار مقاومت R بروید با داشتن مقاومت R می‌توانید جریان R (و یا ولتاژ دو سر R) را حساب کرده و توان مصرفی آن را بیابید. البته ما جریان R را به‌دست آورده‌ایم.

① جریان مدار ۱/۵A است. با توجه به مدار $I_{\text{مدار}}=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}$، مقدار R_{eq} را به‌دست می‌آوریم:

$$۱/۵=\frac{۱۲}{R_{eq}+۲}\to ۱/۵R_{eq}+۳=۱۲\to ۱/۵R_{eq}=۹\to R_{eq}=۶\Omega$$



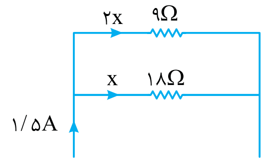
② مقاومت R و ۹Ω موازی‌اند:

$$\frac{۱}{R}+\frac{۱}{۹}=\frac{۱}{۶}\to\frac{۱}{R}=\frac{۱}{۶}-\frac{۱}{۹}\to\frac{۱}{R}=\frac{۳}{۱۸}-\frac{۲}{۱۸}$$

$$\to\frac{۱}{R}=\frac{۱}{۱۸}\to R=۱۸\Omega$$

یادآوری جریان در مقاومت‌های موازی به نسبت وارون مقدار مقاومت تقسیم می‌شود.

۳) جریان عبوری از مقاومت 18Ω را x بگیرید، جریان مقاومت 9Ω برابر 2x می‌شود:



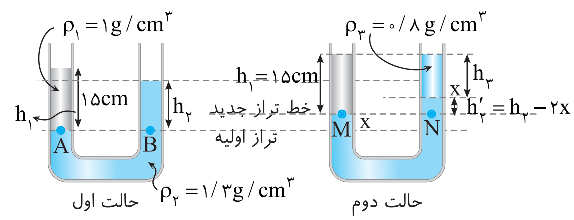
$x+2x=1/5A \to 3x=1/5 \to x=0/5A$

۴) توان مصرفی مقاومت 18Ω برابر است با:

$P=RI^2 \to P=18\times(0/5)^2 \to P=18\times\frac{1}{4}=4/5W$

۱۷۹۶ C ③

خط فکری شکل دو حالت مسئله را کنار هم رسم می‌کنیم. در حالت اول خط تراز را می‌کشیم تا ارتفاع h_2 را حساب کنیم. وقتی مایع ρ_3 را به شاخهٔ سمت راست اضافه می‌کنیم. مایع ρ_2 به اندازهٔ x در سمت راست پایین می‌رود و به همین اندازه مطابق شکل در سمت چپ بالا می‌رود. از این‌جا به بعد شما با مقایسهٔ دو شکل باید مقدار x و h_3 را حساب کنید.



۱) خط تراز در حالت اول را رسم می‌کنیم. فشار نقاط A و B واقع بر خط تراز یکسان است.

$P_A=P_B \Rightarrow \rho_1 g h_1=\rho_2 g h_2 \Rightarrow 1\times15=1/3h_2 \Rightarrow h_2=\frac{150}{13}cm$

۲) مایع ρ_3 به شاخهٔ سمت راست اضافه شده تا سطح آزاد مایع در دو شاخه برابر شود. در این حالت مجدداً خط تراز را رسم می‌کنیم. فشار نقاط N و M برابر است. فشار در نقطهٔ M، فشار ستون 15cm مایع ρ_1 است و فشار در نقطهٔ N مجموع فشار ستون h_3 مایع ρ_3 و فشار ستون $h'_2=\frac{150}{13}-2x$ مایع ρ_2 است از این‌رو می‌توان نوشت:

$P_M=P_N \Rightarrow \rho_1h_1=\rho_3h_3+\rho_2h'_2 \Rightarrow 1\times15=0/8h_3+1/3(\frac{150}{13}-2x)$

$15=0/8h_3+15-2/6x \Rightarrow 0/8h_3=2/6x \Rightarrow x=\frac{4}{13}h_3$

۳) اکنون باید به دقت به شکل حالت دوم و اعداد روی شاخهٔ راست و چپ دقت کنید. h_1 با مجموع h_3 و h'_2 برابر است.

$h_1=h'_2+h_3 \Rightarrow 15=(\frac{150}{13}-2x)+h_3 \Rightarrow h_3-2x'=15-\frac{150}{13}=\frac{45}{13}$

۴) از رابطهٔ (I) در رابطهٔ بالا جایگذاری می‌کنیم

$\frac{45}{13}=h_3-\frac{8}{13}h_3 \Rightarrow \frac{5}{13}h_3=\frac{45}{13} \Rightarrow h_3=9cm$

حجم مایع اضافه شده خواهد شد:

$V_3=Ah_3=1\times9=9cm^3$

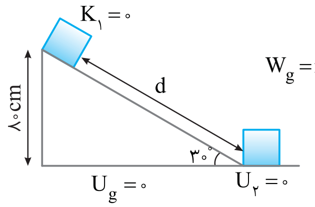
بالاخره تموم شد، عجب محاسبات عددی وحشتناکی! پس باید محاسبات عددی خودمون رو به‌شدت تقویت کنیم.

۱۷۹۷ B ①

یادآوری کار نیروی وزن برابر $W_g=\pm mgh$ است که اگر جسم بالا رود، $W_g<0$ و اگر جسم پایین بیاید $W_g>0$ است.

۱) کار نیروی وزن را حساب می‌کنیم. جسم از سطح شیب‌دار پایین آمده و W_g مثبت است.

$W_g=mgh \to W_g=\frac{500}{1000}\times10\times\frac{80}{100}=4J$



۲) با توجه به پایستگی انرژی می‌توان نوشت:

$E_2-E_1=W_f \to U_2+K_2-(U_1+K_1)=W_f$

جسم از ارتفاع 80cm رها شده $(v_1=0)$ پس U_1 برابر mgh_1 بوده که $h_1=0/8m$ است و K_1 برابر ۰ است. هنگام رسیدن به زمین U_2 صفر است. بنابراین:

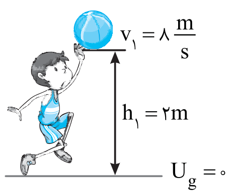
$k_2-U_1=W_f \Rightarrow \frac{1}{2}m(v_2)^2-mgh_1=W_f \to \frac{1}{2}\times0/5\times9-0/5\times10\times0/8=$

$W_f \to 2/25-4=W_f \to W_f=-1/75J$

میانبر چون در گزینه‌ها مقدار W_f که داده شده متفاوت است، پس تنها کافی است W_f را حساب کنیم.

۱۷۹۸ ④

۱) انرژی مکانیکی در لحظهٔ پرتاب را به‌دست می‌آوریم (سطح زمین را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر می‌گیریم.)

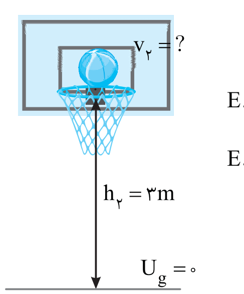


$E_1=K_1+U_1 \Rightarrow E_1=\frac{1}{2}mv_1^2+mgh_1$

$E_\circ=K_\circ+U_\circ \to E_\circ=\frac{1}{2}\times m\times64+m\times g\times2$

$\to E_1=32m+20m \Rightarrow E_1=52m$

۲) انرژی مکانیکی در لحظهٔ رسیدن به سبد را به‌دست می‌آوریم:



$E_2=K_2+U_2 \to E_2=\frac{1}{2}m\times v_2^2+mg\times3 \to$

$E_2=\frac{1}{2}mv_2^2+30m$

۳) بنا به فرض مسئله کار نیروی مقاومت هوا خواهد شد:

$W_f=-\frac{1}{8}K_\circ \Rightarrow W_f=-\frac{1}{8}(\frac{1}{2}mv_1^2) \Rightarrow W_f=-\frac{1}{16}m(8)^2 \to W_f=-4m$

۴) قانون پایستگی انرژی را نوشته و v_2 را حساب می‌کنیم.

$E_2-E_1=W_f \Rightarrow K_2+U_2-E_1=W_f$

$\Rightarrow \frac{1}{2}mv_2^2+mgh_2-E_1=-4m \Rightarrow \frac{1}{2}mv_2^2+30m-52m=-4m$

$\frac{1}{2}v_2^2+30-52=-4 \to \frac{1}{2}v_2^2=18 \to v_2^2=36 \to v_2=6m/s$

۱۷۹۹ B ②

خط فکری طول اولیهٔ دو میله یکسان و افزایش دمای آن‌ها نیز برابر است. پس هر میله‌ای که ضریب انبساط طولی بیشتری دارد، افزایش طول بیشتری خواهد داشت. ضریب انبساط طولی مس بیشتر از آهن است و افزایش طول میلهٔ مس بیشتر از میلهٔ آهنی خواهد شد و برای اینکه اختلاف طول دو میله 0/3mm باشد باید افزایش طول

میلهٔ مس ۰/۳ میلی‌متر بیشتر از افزایش طول میلهٔ آهنی باشد: افزایش طول هر دو میله را $(\Delta L=L_1\alpha\Delta\theta)$ حساب کنید و تفاضل آن‌ها را برابر $0/3mm$ قرار دهید.

(۱) معادلهٔ افزایش طول میلهٔ مس را می‌نویسیم. برای آن‌که این افزایش برحسب میلی‌متر به‌دست آید طول اولیهٔ مس را برحسب میلی‌متر $(0/5\times1000=500mm)$ قرار می‌دهیم:

$$\Delta L_{cu}=L_{cu}\alpha_{cu}\Delta\theta\to\Delta L_{cu}=500\times1/8\times10^{-5}\times\Delta\theta\to\Delta L_{cu}=9\times10^{-3}\Delta\theta$$

(۲) معادلهٔ افزایش طول میلهٔ آهن را می‌نویسیم:

$$\Delta L_{Fe}=L_{Fe}\alpha_{Fe}\Delta\theta\to\Delta L_{Fe}=500\times1/2\times10^{-5}\times\Delta\theta\to\Delta L_{Fe}=6\times10^{-3}\Delta\theta$$

(۳) اختلاف ΔL_{cu} و ΔL_{re} برابر $0/3mm$ است:

$$\Delta L_{cu}-\Delta L_{Fe}=0/3mm\to9\times10^{-3}\Delta\theta-6\times10^{-3}\Delta\theta=0/3$$

$$\to3\times10^{-3}\Delta\theta=0/3\to\Delta\theta=100^\circ C$$

B ۱۸۰۰ (۴)

خط‌فکری در این فرآیند یخ از آب $20^\circ C$ گرما می‌گیرد. ابتدا یخ $-10^\circ C$ به یخ $0^\circ C$ تبدیل می‌شود، سپس یخ $0^\circ C$ با دریافت گرما از آب، ذوب می‌شود و به آب $0^\circ C$ تبدیل شده و سرانجام دمای آن $5^\circ C$ می‌شود. در این مدت، آب $20^\circ C$ با از دست دادن گرما به آب $5^\circ C$ تبدیل می‌شود. گرمایی که یخ $-10^\circ C$ می‌گیرد تا به آب $5^\circ C$ تبدیل شود و هم‌چنین گرمایی که آب $20^\circ C$ از دست می‌دهد تا دمایش $5^\circ C$ شود را حساب کنید و برابر قرار دهید تا بتوانید جرم آب $20^\circ C$ را به‌دست بیاورید.

(۱) گرمای لازم برای رسیدن یخ $-10^\circ C$ به آب $5^\circ C$ را حساب می‌کنیم:

$$\underset{-10^\circ C}{1kg\ \text{یخ}}\xrightarrow[m'C_{\text{یخ}}\Delta\theta_1]{Q_1}\underset{0^\circ C}{1kg\ \text{یخ}}\xrightarrow[m'L_F]{Q_1}\underset{5^\circ C}{1kg\ \text{آب}}$$

$$Q_{\text{یخ}}=Q_1+Q_2+Q_3=m'c_{\text{یخ}}\Delta\theta_1+m'L_F+m'c_{\text{آب}}\Delta\theta$$

$$Q_{\text{یخ}}=1\times2100\times10+1\times336000+1\times4200\times5$$

(۲) گرمایی که آب $20^\circ C$ از دست می‌دهد تا به آب $5^\circ C$ برسد را حساب می‌کنیم:

$$Q_{\text{آب}}=mc_{\text{آب}}\Delta\theta'=m\times4200\times15$$

(۳) $Q_{\text{یخ}}$ و $Q_{\text{آب}}$ با هم برابر است:

$$Q_{\text{یخ}}=Q_{\text{آب}}\to2100\times10+336000+4200\times5=m\times4200\times15$$

$$\xrightarrow[\text{۲۱۰۰ تقسیم می‌کنیم}]{\text{دو طرف را بر}}10+160+10=30m\to180=30m\to m=6kg$$

میانبر می‌توان $c_{\text{یخ}}$ که برابر ۲۱۰۰ است را به‌عنوان c گرفت در این‌صورت $c_{\text{آب}}$ که برابر ۴۲۰۰ است برابر $2c$ و L_F که برابر ۳۳۶۰۰۰ بوده برابر $160c$ می‌شود:

$$Q_1=10c,Q_2=160c,Q_3=10c$$

$$Q_{\text{آب}}=30mc$$

$$Q_{\text{یخ}}=Q_{\text{آب}}=180c=30mc\to m=6kg$$

خارج تجربی ۱۴۰۱

A ۱۸۰۱ (۴)

یادآوری ذرهٔ آلفا دارای دو پروتون و دو نوترون بوده $(\alpha={}^4_2He)$ و هنگام واپاشی آلفازا ۴ واحد از عدد جرمی و ۲ واحد از عدد اتمی کاسته می‌شود.

واکنش هسته‌ای را می‌نویسیم و در آن هستهٔ مادر را به صورت ${}^A_ZX$ نمایش می‌دهیم

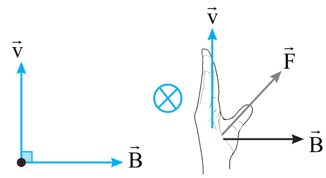
$${}^A_ZX\to{}^{207}_{82}Pb+{}^4_2He$$

بنابراین عدد اتمی Z برابر است با: $Z=82+2=84$

عدد جرمی A برابر است با: $A=207+4=211$

A ۱۸۰۲ (۱)

یادآوری برای به دست آوردن جهت نیروی مغناطیسی وارد بر یک ذرهٔ باردار مثبت چهار انگشت باز دست راست را در جهت v قرار داده به طوریکه کف دست در جهت میدان مغناطیسی باشد، در این صورت شصت دست راست جهت نیروی مغناطیسی را نشان می‌دهد، البته اگر بار ذره منفی باشد، جهت به دست آورده را قرینه می‌کنیم و یا از ابتدا از دست چپ استفاده می‌کنیم.

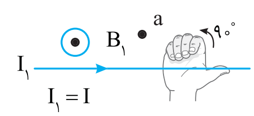


چون بار الکترون منفی است، جهت نیرو قرینه شده و برونسو است.

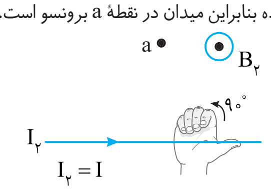
B ۱۸۰۳ (۲)

یادآوری برای به دست آوردن جهت میدان مغناطیسی ناشی از سیم حامل جریان، انگشت باز شست دست راست را در جهت جریان قرار می‌دهیم به گونه‌ای که چهار انگشت دست راست در جهت خط واصل بین سیم و نقطه‌ای که میدان در آن خواسته شده قرار گیرد، حال اگر چهار انگشت دست راست را 90° خم کنیم، جهت میدان مغناطیسی در آن نقطه به دست می‌آید:

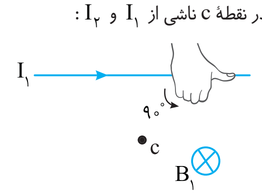
الف) میدان مغناطیسی سیم I_1 و I_2 در نقطهٔ a:



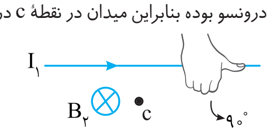
هر دو میدان برونسو بوده بنابراین میدان در نقطهٔ a برونسو است.



ب) میدان مغناطیسی در نقطهٔ c ناشی از I_1 و I_2:

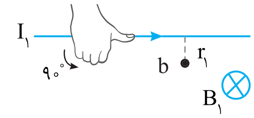


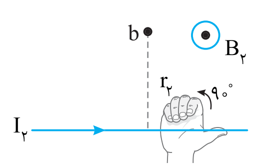
هر دو میدان در نقطهٔ c درونسو بوده بنابراین میدان در نقطهٔ c درونسو است.



نکته میدان مغناطیسی حاصل از سیم راست با جریان سیم رابطهٔ مستقیم و با فاصله رابطهٔ عکس دارد.

پ) میدان مغناطیسی در نقطهٔ b ناشی از سیم I_1 درونسو و ناشی از سیم I_2 برونسوست.





جریان دو سیم برابر اما نقطهٔ b از سیم (۲) دورتر است، پس $B_1>B_2$ بوده و میدان خالص در جهت میدان قوی‌تر یعنی درونسو خواهد بود.

A ۱۸۰۴ (۲)

تغییر حجم جسم جامد از رابطهٔ $\Delta V=V_1\times ۳\alpha\times\Delta\theta$ به دست می‌آید که α ضریب انبساط طولی است:

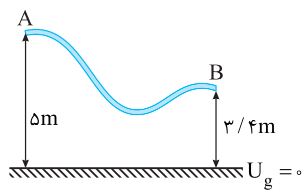
$$\Delta V=V_1\times ۳\alpha\times\Delta\theta \xrightarrow[\Delta V=۸/۱\,cm^3]{V_1=۱۰۰۰\,cm^3} ۸/۱=۱۰۰۰\times ۳\alpha\times ۱۲۰$$

$$\alpha=\frac{۸/۱}{۱۰۰۰\times ۳\times ۱۲۰}=\frac{۸/۱}{۳۶}\times ۱۰^{-۴}\Rightarrow \alpha=\frac{۰/۹}{۴}\times ۱۰^{-۴}=۰/۲۲۵\times ۱۰^{-۴}$$

$$\Rightarrow \alpha=۲/۲۵\times ۱۰^{-۵}(K^{-1})$$

B ۱۸۰۵ (۳)

(۱) مسیر بدون اصطکاک است، پس از A تا B انرژی مکانیکی ثابت است. جسم از نقطهٔ A، رها شده و انرژی جنبشی در A صفر است:
(سطح زمین را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی فرض می‌کنیم.)



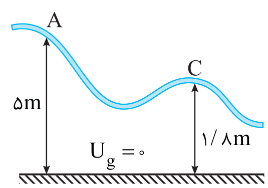
$$E_A=E_B$$

$$mgh_A=mgh_B+\frac{۱}{۲}mv_B^2 \xrightarrow[\text{را ساده می‌کنیم } m]{\text{از دو طرف معادله}}$$

$$۵۰=۳۴+\frac{v_B^2}{۲}\Rightarrow v_B^2=۳۲$$

$$\Rightarrow v_B=۴\sqrt{۲}\ m/s$$

(۲) مسیر A تا C بدون اصطکاک است:



$$E_A=E_C$$

$$mgh_A=mgh_C+\frac{۱}{۲}mv_C^2 \xrightarrow[\text{را ساده می‌کنیم}]{\text{از دو طرف معادله } m}$$

$$۵۰=۱۸+\frac{v_C^2}{۲}\Rightarrow \frac{v_C^2}{۲}=۳۲$$

$$\Rightarrow v_C^2=۶۴\Rightarrow v_C=۸m/s$$

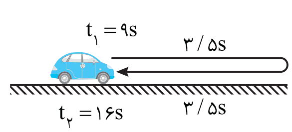
(۳) حال نسبت $\frac{v_C}{v_B}$ را حساب می‌کنیم:

$$\frac{v_C}{v_B}=\frac{۸}{۴\sqrt{۲}}\Rightarrow \frac{v_C}{v_B}=\frac{۲}{\sqrt{۲}}\Rightarrow \frac{v_C}{v_B}=\sqrt{۲}$$

B ۱۸۰۶ (۲)

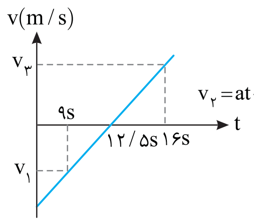
خط فکری جابه‌جایی متحرک روی محور xها در بازهٔ $t_1=۹s$ تا $t_2=۱۶s$ صفر شده است، یعنی متحرک یک مسیر رفت و برگشت را طی کرده است. از طرفی شتاب ثابت است، بنابراین مسیر رفت و برگشت قرینه هستند و دقیقاً چون وسط بازهٔ زمانی یعنی $\frac{۹+۱۶}{۲}=۱۲/۵s$ متحرک متوقف شده و برمی‌گردد.

یعنی متحرک با شتاب $۴m/s^2$ در مدت $۱۲/۵-۹=۳/۵s$ متوقف شده و برمی‌گردد.



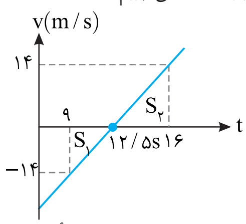
$$t_{\text{تغییرجهت}}=\frac{t_1+t_2}{۲}=\frac{۲۵}{۲}=۱۲/۵s$$

(۱) چون تندی متوسط خواسته شده و باید مسافت را حساب کنیم، برای اینکار نمودار سرعت - زمان را رسم می‌کنیم. دقت کنید که شتاب $+۴m/s^2$ بوده و چون تغییر جهت داشتیم باید سرعت صفر شود پس سرعت اولیه منفی است:



$$v_2=at+v_1\begin{cases} \xrightarrow[v_2=۰]{\text{۹s تا ۱۲/۵s}} ۰=۳/۵\times ۴+v_1 \\ \Rightarrow v_1=-۱۴m/s \\ \xrightarrow[\text{۱۲/۵s تا ۱۶s}]{v_2=۰} v_3=۳/۵\times ۴+v_2 \\ \Rightarrow v_3=۱۴m/s\end{cases}$$

(۲) حال با استفاده از سطح زیر نمودار مسافت را به دست می‌آوریم:



$$S_1=\frac{-۱۴\times(۱۲/۵-۹)}{۲}=-۲۴/۵m$$

$$S_2=\frac{۱۴\times(۱۶-۱۲/۵)}{۲}=۲۴/۵m$$

$$\ell=|S_1|+|S_2|\Rightarrow \ell=۴۹m$$

(۳) تندی متوسط را به دست می‌آوریم:

$$s_{av}=\frac{\ell}{\Delta t}=\frac{۴۹}{۱۶-۹}=\frac{۴۹}{۷}=۷m/s$$

B ۱۸۰۷ (۳)

خط فکری شتاب متوسط ($a_{av}=\frac{v_2-v_1}{t_2-t_1}$) را باید حساب کنیم، بنابراین باید در لحظهٔ $t_1=۲s$ و $t_2=۱۷s$ سرعت حرکت متحرک را به دست بیاوریم. البته حرکت متحرک از سه قسمت تشکیل شده در قسمت اول و سوم باید شتاب را حساب کنیم سپس به سراغ سرعت‌ها برویم.

راه‌حل اول:

(۱) در مدت ۵s سرعت متحرک از صفر به ۲۰m/s رسیده است، با توجه به رابطهٔ $v_2=at+v_1$ شتاب حرکت در ۵s نخست را به دست می‌آوریم:

$v_0=۰$	a_1	۲۰m/s	$a=۰$	۲۰m/s	a_2	$v=۰$
	۵s		۱۰s		۴s	

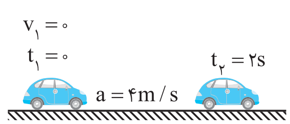
$$v_2=at+v_1\Rightarrow ۲۰=۵a+۰\Rightarrow a_1=۴m/s^2$$

(۲) در بازهٔ زمانی $t=۵s$ تا $t=۱۵s$ (به مدت ۱۰s) سرعت ثابت و برابر ۲۰m/s است. در این لحظه اتومبیل ترمز می‌کند و در مدت ۴s (بازهٔ ۱۵s تا ۱۹s) متوقف می‌شود. شتاب را در این مدت حساب می‌کنیم.

$$v_2=at+v_1\xrightarrow[v_1=۲۰m/s]{v_2=۰} ۰=۴a_2+۲۰\Rightarrow a_2=-۵m/s^2$$

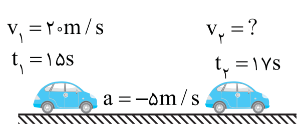
(۳) سرعت در $t_1=۲s$ و $t_2=۱۷s$ را حساب می‌کنیم:

الف) در لحظهٔ $t_1=۲s$ شتاب حرکت $۴m/s^2$ و سرعت اولیه صفر است:



$$v=at+v_0\xrightarrow{t=۲s} v_1=۲\times ۴+۰\Rightarrow v_1=۸m/s$$

ب) در لحظهٔ $t_2=۱۷s$ شتاب حرکت $-۵m/s^2$ و سرعت در ابتدای بازهٔ این شتاب یعنی $t_1=۱۵s$ برابر ۲۰m/s است.

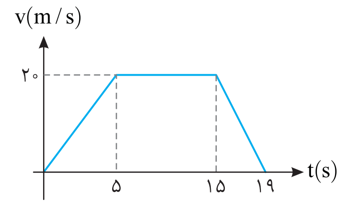


$$v=at+v_0\Rightarrow v_2=-۵\times ۲+۲۰\Rightarrow v_2=۱۰m/s$$

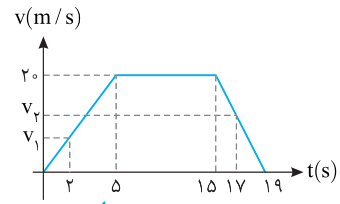
(۴) شتاب متوسط را حساب می‌کنیم:

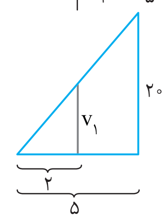
$$a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{۱۰-۸}{۱۷-۲}=\frac{۲}{۱۵}m/s^2$$

راه‌حل دوم: نمودار $v-t$ متحرک را رسم کنیم. در مدت ۰ تا ۵s سرعت از صفر به ۲۰m/s رسیده و در مدت ۵s تا ۱۵s سرعت ثابت و در مدت ۱۵s تا ۱۹s سرعت از ۲۰m/s به صفر رسیده است:

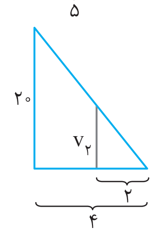


حال با توجه به تشابه، سرعت در $t_1=2s$ و $t_2=17s$ به دست می‌آوریم:





$$\frac{v_1}{2}=\frac{20}{5}\Rightarrow v_1=8m/s$$



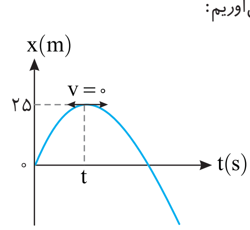
$$\frac{v_2}{2}=\frac{20}{4}\Rightarrow v_2=10m/s$$

در نهایت شتاب متوسط را به دست می‌آوریم: $a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}\Rightarrow a_{av}=\frac{10-8}{17-2}=\frac{2}{15}m/s^2$

B ۱۸۰۸ (۳)

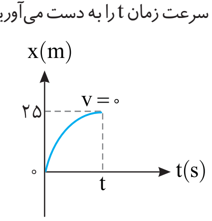
یادآوری در نمودار مکان - زمان در نقاط کمینه و بیشینه، سرعت متحرک صفر است.

(۱) تندی متحرک در مکان $x=25m$ که رأس سهمی بوده برابر صفر است. با توجه به فرض سؤال در مکان $x=-375m$ نیز تندی $40m/s$ است، بنابراین به کمک رابطهٔ مستقل از زمان، شتاب حرکت را به دست می‌آوریم:



$$v_2^2-v_1^2=2a\Delta x\Rightarrow 1600=2a(x_2-x_1)$$
$$\Rightarrow 1600=2a(-375-25)$$
$$1600=-800a\Rightarrow a=-2m/s^2$$

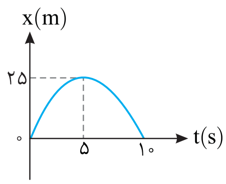
(۲) در بازهٔ زمانی ۰ تا t متحرک با شتاب $a=-2m/s^2$ به اندازهٔ $\Delta x=25m$ جابه‌جا شده و سرعت نهایی آن صفر شده است. ابتدا با توجه به رابطهٔ $v^2-v_0^2=2a\Delta x$ سرعت اولیه را حساب کرده و سپس به کمک معادلهٔ سرعت زمان t را به دست می‌آوریم:



$$v^2-v_0^2=2a\Delta x\xrightarrow[v=0]{a=-2m/s^2}$$
$$-v_0^2=-4\times 25\Rightarrow v_0^2=100$$
$$\Rightarrow v_0=10m/s$$

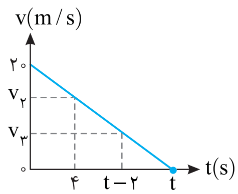
$$v=at+v_0\Rightarrow 0=-2t+10\Rightarrow t=5s$$

سهمی نسبت به محور قائم گذرا از رأس آن تقارن دارد از این رو متحرک در لحظهٔ $t=10s$ از مکان $x=0$ عبور کرده و در بازهٔ ۰ تا ۱۰s مکان متحرک مثبت بوده و بردار مکان در جهت محور x است.



B ۱۸۰۹ (۲)

نمودار سرعت - زمان خط راست است، پس شتاب حرکت ثابت است. اگر شتاب حرکت را a در نظر بگیریم در هر ثانیه سرعت به اندازهٔ a تغییر می‌کند. حال با توجه به شتاب a سرعت در لحظهٔ $t=4s$ و در لحظهٔ ۲s قبل از توقف را حساب می‌کنیم:



$$v_2=at+v_1\begin{cases}\xrightarrow{0\ \text{تا}\ 4s} v_2=4a+20\\ \xrightarrow[t-2\ \text{تا}\ t]{v_4=0} v_4=2a+v_3\xrightarrow{v_4=0} v_3=-2a\end{cases}$$

حال با توجه به رابطهٔ $\Delta x=\frac{v_1+v_2}{2}\Delta t$ مسافت طی شده را در ۴s نخست و ۲s آخر حرکت را به دست می‌آوریم:

$$d_1=\frac{v_1+v_2}{2}\Delta t_1\xrightarrow[v_2=20+4a]{v_1=20m/s} d_1=\frac{40+4a}{2}(4)\Rightarrow d_1=80+8a$$

$$d_2=\frac{v_3+v_4}{2}\Delta t_2\xrightarrow[v_3=-2a]{v_4=0} d_2=\frac{-2a}{2}\times 2\Rightarrow d_2=-2a$$

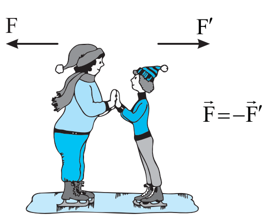
با توجه به سؤال نسبت $\frac{d_1}{d_2}$ برابر ۳۶ است، از این رو خواهیم داشت:

$$\frac{d_1}{d_2}=36\Rightarrow\frac{80+8a}{-2a}=36\Rightarrow 80+8a=-72a\Rightarrow 80=-80a\Rightarrow a=-1m/s^2$$

بزرگی شتاب برابر $|a|=1m/s^2$ است.

A ۱۸۱۰ (۴)

نیروهای $\vec{F}$ و $\vec{F}'$ کنش و واکنش یکدیگرند پس این دو نیرو هم‌اندازه و خلاف جهت‌اند.

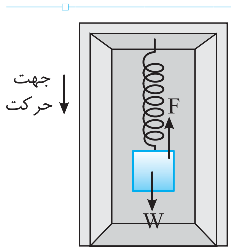


شتاب از رابطهٔ $F=ma\Rightarrow a=\frac{F}{m}$ به دست می‌آید. چون دو نیرو هم‌اندازه‌اند، پس هرچه جرم شخصی بیشتر باشد شتاب حرکت او کمتر است:

$$m_2>m_1\xrightarrow[F=F']{a=\frac{F}{m}} a_2<a_1$$

B ۱۸۱۱ (۱)

آسانسور از حال سکون رو به پایین شروع به حرکت می‌کند. نیروهای وارد بر وزنه را رسم می‌کنیم. بر وزنه دو نیرو (۱) وزن رو به پایین (۲) نیروی کشسانی فنر رو به بالا وارد می‌شود. بنا به قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت:

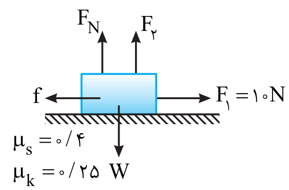


$$F_{net}=ma\Rightarrow W-F=ma\Rightarrow mg-kx=ma$$

$$\xrightarrow[k=200N/m,\ a=1m/s^2]{x=35-26=9cm} m\times 10-200\times\frac{9}{100}=m\times 1$$
$$\Rightarrow 10m-m=18\Rightarrow 9m=18\Rightarrow m=2kg$$

C ۱۸۱۲ (۴)

خط فکری نیروی $F_۲$ از صفر تا $۲۰N$ در حال تغییر است بنابراین نیروی اصطکاک آستانهٔ حرکت $(f_{s\,max})$ در حال تغییر است. شما باید مشخص کنید که $f_{s\,max}$ ابتدا صفر نیوتون بوده و در نهایت چند نیوتون می‌شود و با مقایسهٔ نیروی جلوبر $F_۱$ با $f_{s\,max}$ مشخص کنید که جسم در حال سکون می‌ماند و یا اینکه به حرکت درمی‌آید.



(۱) نیروی عمودی سطح و نیروی اصطکاک آستانهٔ حرکت را وقتی $F_۲=۰$ است حساب می‌کنیم:

$$F_۲=۰\Rightarrow F_N=W\Rightarrow F_{N_۱}=۴۰N$$

نیروی اصطکاک آستانهٔ حرکت:

$$f_{s\,max_۱}=\mu_s F_N\Rightarrow F_{s\,max_۱}=۰/۴\times۴۰=۱۶N$$

(۲) نیروی $F_۱=۱۰N$ را با $F_{s\,max}=۱۶N$ مقایسه می‌کنیم $F_۱<f_{s\,max}$ است. به همین دلیل تا لحظه‌ای که $f_{s\,max}\le۱۰N$ شود، جسم ساکن می‌ماند و نیروی اصطکاک برابر نیروی $F_۱$ بوده و اصطکاک ثابت می‌ماند $(f_s=F_۱=۱۰N)$

(۳) با افزایش $F_۲$، نیروی عمودی سطح $(\downarrow F_N=W-F_۲\uparrow)$ کاهش می‌یابد که سبب کاهش $f_{s\,max}$ می‌شود. وقتی $F_۲=۲۰N$ می‌شود، F_N و $f_{s\,max}$ را به دست می‌آوریم.

$$F_N=W-F_۲\xrightarrow{F_۲=۲۰N}F_N=۴۰-۲۰=۲۰N$$

$$f_{s\,max}=\mu_s F_N\Rightarrow F_{s\,max}=۰/۴\times۲۰\Rightarrow f_{s\,max}=۸N$$

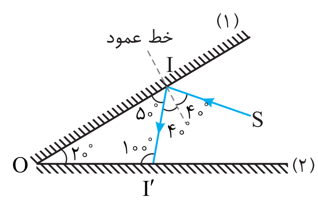
(۴) در این حالت $F_۱=۱۰N>f_{s\,max}$ بوده یعنی جسم به حرکت درمی‌آید و نیروی اصطکاک، نیروی اصطکاک جنبشی خواهد بود که از $f_{s\,max}$ کمتر است، یعنی اصطکاک کاهش می‌یابد و برابر خواهد شد با:

$$F_k=\mu_k F_N\Rightarrow F_k=۰/۲۵\times۲۰=۵N$$

در نتیجه ابتدا اصطکاک ثابت است و سپس کاهش می‌یابد.

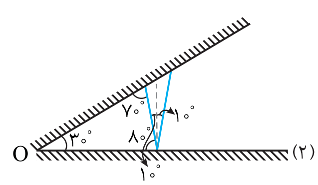
B ۱۸۱۳ (۴)

خط فکری در حل این مسائل باید یک‌به‌یک، زاویهٔ تابش و بازتاب در هر بار برخورد نور به هر آینه را ادامه داده تا لحظه‌ای که دیگر پرتو به آینه‌ای برخورد نکند البته شما باید مقداری هندسه بدانید و اینکه مجموع زوایای داخلی مثلث ۱۸۰° است، سپس برید و با حوصله مسئله را حل کنید.



(الف)

(۱) زاویهٔ تابش بر سطح آینه (۱) بنا بر فرض مسئله ۴۰° است و بنا بر قانون بازتاب عمومی، زاویهٔ بازتاب نیز ۴۰° و زاویه‌ای که پرتو بازتاب با سطح آینهٔ (۱) می‌سازد ۵۰° خواهد بود.

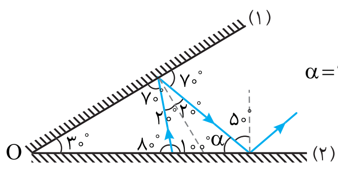


(ب)

(۲) به مثلث OII' شکل (الف) نگاه کنید، زاویه‌ای که پرتو تابیده به سطح آینهٔ (۲) با آینه می‌سازد ۱۰۰° است. اگر خط عمود را رسم کنید در شکل (ب) مشخص می‌شود که زاویهٔ تابش ۱۰° است. پرتو بازتاب وقتی به آینه (۱) می‌رسد با آن زاویه ۱۱۰° می‌سازد.

(۳) برای پرتویی که مجدد به آینهٔ (۱) با زاویهٔ ۷۰° برخورد کرده خط عمود رسم می‌کنیم زاویهٔ تابش ۲۰° می‌شود:

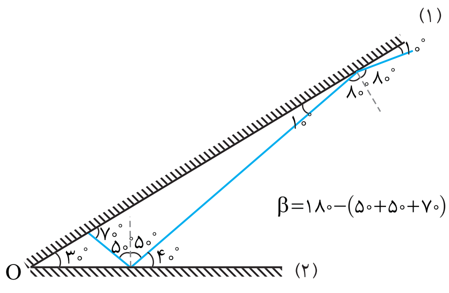
$$\alpha=۱۸۰-(۲۰+۲۰+۱۰۰)=۴۰^\circ$$



(پ)

با توجه به شکل (ت) زاویهٔ پرتویی که مجدد به سطح (۱) می‌تابد با آن ۱۰° است.

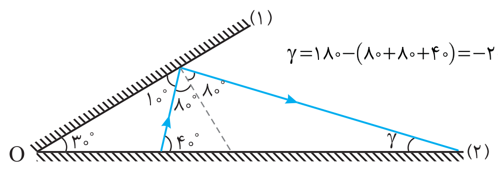
$$\beta=۱۸۰-(۵۰+۵۰+۷۰)=۱۰^\circ$$



(ت)

پرتویی که به سطح (۱) تابیده شده دارای زاویهٔ تابش ۸۰° است.

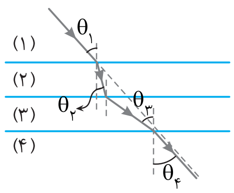
$$\gamma=۱۸۰-(۸۰+۸۰+۴۰)=-۲۰^\circ$$



(ث)

بنابراین هیچگاه زاویهٔ γ تشکیل نمی‌شود و آخرین زاویهٔ تابش برابر ۸۰° است.

B ۱۸۱۴ (۳)



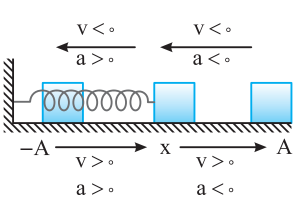
نکته هرچه زاویه‌ای که پرتو با خط عمود می‌سازد بزرگتر باشد، تندی نور در آن محیط بیشتر است.

(۱) پرتو ورودی از محیط (۱) با پرتو خروجی در محیط (۴) با هم موازی هستند. $(\theta_۱=\theta_۴)$ در نتیجه تندی نور در این دو محیط با هم برابر است.

(۲) زاویهٔ بین پرتو و خط عمود در محیط (۲) $(\theta_۲)$ از سه محیط دیگر کمتر و زاویهٔ بین پرتو و خط عمود در محیط (۳) $(\theta_۳)$ از سه محیط دیگر بیشتر است بنابراین:

$$v_۲<v_۱=v_۴<v_۳$$

C ۱۸۱۵ (۱)



خط فکری به مسیر حرکت سامانهٔ جرم - فنر شکل روبه‌رو دقت کنید. در مدتی که نوسانگر از مکان $-A$ به سوی مرکز نوسان می‌رود بردار شتاب و سرعت در جهت محور x هستند که این بازه $\frac{T}{۴}$ طول می‌کشد. ابتدا دوره را به دست بیاورید و معین کنید که بازهٔ زمانی داده شده چه کسری از دوره است؟ مکان نوسانگر در ابتدای بازه $t_۱=۰/۵s$ را به دست آورده و مسیر حرکت تا $t_۲=۵s$ را دنبال کنید تا مشخص شود چه مدتی a و v همزمان مثبت هستند.

(۱) با توجه به معادلهٔ $x=0/04\cos\frac{\pi}{2}t$ دوره خواهد شد:

$$\omega=\frac{2\pi}{T}\Rightarrow\frac{\pi}{2}=\frac{2\pi}{T}\Rightarrow T=4s$$

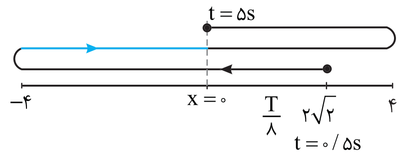
(۲) بازهٔ $t_1=0/5s$ تا $(t_2=5s)$ را با دوره مقایسه می‌کنیم.

$$\frac{\Delta t}{T}=\frac{5-0/5}{4}=\frac{4/5}{4}\Rightarrow\Delta t=\frac{9}{8}T=T+\frac{T}{8}$$

(۳) مکان در ابتدای بازه $t_1=0/5s$ را به دست می‌آوریم.

$$x=0/04\cos\frac{\pi}{2}\times(\frac{1}{2})=0/04\cos\frac{\pi}{4}=0/04\times\frac{\sqrt{2}}{2}\Rightarrow x=0/02\sqrt{2}m=2\sqrt{2}cm$$

(۴) به کمک بازه‌های زمانی شناخته شده از مکان $2\sqrt{2}$ مسیر را دنبال می‌کنیم.



(۵) بنابراین تنها در قسمت رنگی مسیر $(\frac{T}{4})$، a و v همزمان مثبت هستند.

$$\frac{T}{4}=\frac{4}{4}=1s$$

B ۱۸۱۶ (۱)

خط فکری مجموع انرژی جنبشی و پتانسیل برابر انرژی مکانیکی نوسانگر بوده و انرژی مکانیکی نوسانگر $E=2\pi^2mA^2F^2$ است. بنابراین کافی است K و U را با هم جمع کرده سپس به کمک رابطهٔ انرژی مکانیکی بسامد را حساب کنیم.

انرژی مکانیکی برابر است با:

$$E=K+U\xrightarrow[U=15\times10^{-3}J]{K=5\times10^{-3}J}E=5\times10^{-3}+15\times10^{-3}\Rightarrow E=20\times10^{-3}J$$

بسامد را حساب می‌کنیم.

$$E=2\pi^2mA^2f^2\xrightarrow[\pi^2=10]{A=2\times10^{-2},\,m=0/1kg}$$

$$20\times10^{-3}=2\times10\times0/1\times(2\times10^{-2})^2f^2\Rightarrow20\times10^{-3}=2\times10\times0/1\times(2\times10^{-2})^2f^2$$

$$\Rightarrow10^{-2}=(2\times10^{-2})^2f^2\xrightarrow{\text{از طرفین جذر می‌گیریم}}10^{-1}=2\times20^2F\Rightarrow f=5HZ$$

C ۱۸۱۷ (۲)

(۱) انرژی فوتون را برحسب الکترون ولت به دست می‌آوریم.

$$E_{\text{فوتون}}=\frac{4/08\times10^{-19}}{1/6\times10^{-19}}\Rightarrow E_{\text{فوتون}}=2/55eV$$

(۲) در گذار الکترون از مدار n به n′، الکترون فوتونی با اختلاف انرژی دو تراز گسیل می‌کند. از این رو انرژی الکترون در ترازهای مختلف را از رابطهٔ $E_n=-E_R/n^2$ به دست می‌آوریم و مشخص می‌کنیم اختلاف انرژی کدام ترازها برابر $2/55eV$ می‌شود.

$$E_n=-\frac{E_R}{n^2}\begin{cases}\xrightarrow{n=1}E_1=-13/6eV\\\xrightarrow{n=2}E_2=-\frac{13/6}{4}=-3/4eV\\\xrightarrow{n=3}E_3=\frac{-13/6}{3^2}=-1/5ev\\\xrightarrow{n=4}E_4=\frac{-13/6}{4^2}=-0/85eV\end{cases}$$

بنابراین اختلاف انرژی ترازهای $n=4$ و $n'=2$ برابر $-0/85-(3/4)=2/55eV$ است.

(۳) شعاع مدار چهارم خواهد شد.

$$r_n=n^2a_0\xrightarrow{n=4}r_2=16a_0$$

B ۱۸۱۸ (۴)

(۱) بیشترین بسامد گسیلی (یعنی کوتاه‌ترین طول موج) گسیلی و قتی است که الکترون از تراز بینهایت به تراز $n'=3$ در رشتهٔ پاشن برود. با توجه به رابطهٔ ریدبرگ کوتاه‌ترین طول موج را حساب می‌کنیم.

$$\frac{1}{\lambda}=R(\frac{1}{n'^2}-\frac{1}{n^2})\Rightarrow\frac{1}{\lambda}=0/01(\frac{1}{3^2}-\frac{1}{\infty})\Rightarrow\lambda_{min}=900nm$$

(۲) بیشینه بسامد خواهد شد:

$$f_{max}=\frac{c}{\lambda_{min}}=\frac{3\times10^8}{900\times10^{-9}}\Rightarrow f_{max}=\frac{1}{3}\times10^{15}Hz$$

(۳) کمترین بسامد گسیلی (یعنی بلندترین موج) وقتی گسیل می‌شود که الکترون از تراز $n=4$ به تراز $n'=3$ در رشتهٔ پاشن برود از این رو خواهیم داشت:

$$\frac{1}{\lambda}=R(\frac{1}{n'^2}-\frac{1}{n^2})\Rightarrow\frac{1}{\lambda_{max}}=\frac{1}{100}(\frac{1}{9}-\frac{1}{16})=\frac{1}{100}(\frac{16-9}{9\times16})$$

$$\Rightarrow\lambda_{max}=\frac{900\times16}{7}nm$$

(۴) کمترین بسامد را حساب می‌کنیم.

$$f_{min}=\frac{c}{\lambda_{max}}=\frac{3\times10^8}{\frac{900\times16}{7}\times10^{-9}}\Rightarrow f_{min}=\frac{7}{48}\times10^{15}Hz$$

(۵) اختلاف دو بسامد را حساب می‌کنیم.

$$f_{max}-f_{min}=\frac{1}{3}\times10^{15}-\frac{7}{48}\times10^{15}\Rightarrow\Delta f=(\frac{16-7}{48})\times10^{15}=\frac{30}{16}\times10^{14}$$

$$\Rightarrow\Delta f=1/875\times10^{14}Hz$$

B ۱۸۱۹ (۳)

(۱) با توجه به تعریف ظرفیت خازن:

$$C=\frac{Q}{V}\Rightarrow Q=CV\Rightarrow\begin{cases}Q_1=CV_1\\Q_2=CV_2\end{cases}\Rightarrow\Delta Q=C\Delta V$$

با توجه به فرض مسئله $\Delta V=1V$ و $C=8\mu F$ است بنابراین:

$$\Delta Q=8\times1=8\mu C$$

(۲) تغییر تعداد الکترون‌های هر صفحه را حساب می‌کنیم:

$$\Delta Q=ne\xrightarrow{e=1/6\times10^{-19}C}8\times10^{-6}C=n\times1/6\times10^{-19}C\Rightarrow n=5\times10^{13}$$

B ۱۸۲۰ (۱)

خط فکری ابتدا به کمک قضیه کار و انرژی جنبشی $(W_E=\Delta K)$، کار نیروی میدان الکتریکی وارد بر ذرهٔ باردار را حساب کنید. کار نیروی میدان الکتریکی قرینهٔ تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی ذره است. $(W_E=-\Delta U_E)$، بنابراین با توجه به تعریف اختلاف پتانسیل الکتریکی $(\Delta V=\frac{\Delta U}{q})$ مسئله را حل کنید.

(۱) تنها نیروی وارد بر ذره، نیروی میدان الکتریکی است و کار این نیرو، خواهد شد:

$$W_E=\Delta K\Rightarrow W_E=\frac{1}{2}mv_2^2-\frac{1}{2}mv_1^2\xrightarrow[v_1=10m/s,\,v_2=20m/s]{m=4\times10^{-9}kg}$$

$$W_E=\frac{1}{2}\times4\times10^{-9}(400-100)\Rightarrow W_E=6\times10^{-7}J$$

(۲) تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی ذره برابر است با:

$$W_E=-\Delta U_E\Rightarrow\Delta U_E=-6\times10^{-7}J$$

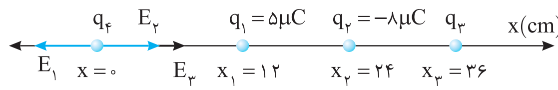
(۳) اختلاف پتانسیل بین نقاط A و B را حساب می‌کنیم.

$$V_B-V_A=\frac{\Delta U}{q}\xrightarrow{q=5\times10^{-9}C}V_B-V_A=\frac{-6\times10^{-7}}{5\times10^{-9}}$$

$$\Rightarrow V_B-V_A=-120V$$

۱۸۲۱ B ۲

میدان الکتریکی بار $q_۱$ در محل $q_۴$ به سمت چپ (خلاف محور xها) و میدان الکتریکی بار $q_۲$ در محل $q_۴$ به سمت راست (در جهت محور xها) بوده و با آنکه $|q_۲|>|q_۱|$ است اما چون فاصله $q_۲$ تا $q_۴$، دو برابر فاصله $q_۱$ تا $q_۴$ است بنابراین میدان بار $q_۲$ از بار $q_۱$ ضعیف‌تر است از این رو باید میدان الکتریکی بار $q_۳$ در جهت میدان $q_۲$ یعنی رو به راست باشد. بنابراین بار $q_۳$ باید منفی باشد. از این رو می‌توان نوشت:



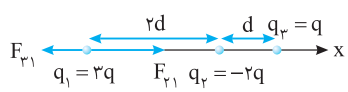
$$E_۳=E_۱-E_۲ \xrightarrow{E=k\frac{|q|}{r^۲}} \frac{kq_۳}{(۳۶)^۲}=\frac{k(۵)}{(۱۲)^۲}-\frac{k(۸)}{(۲۴)^۲}$$

$$\xrightarrow{\text{دو طرف را در } (۱۲)^۲ \text{ ضرب می‌کنیم}} \frac{q_۳}{۳^۲}=\frac{۵}{۱}-\frac{۸}{۲^۲} \Rightarrow \frac{q_۳}{۹}=۵-۲ \Rightarrow |q_۳|=۲۷$$

$$\Rightarrow q_۳=-۲۷\mu C$$

۱۸۲۲ B ۳

۱ نیروی وارد بر بار $q_۱=۳q$ از طرف دو بار دیگر را رسم کرده و مقدار نیروها را به دست می‌آوریم.



$q_۳$ بار $q_۱$ را می‌راند.

$$F_{۳۱}=k\frac{|q_۱||q_۳|}{(۳d)^۲} \Rightarrow F_{۳۱}=k\frac{۳q\times q}{۹d^۲}=k\frac{q^۲}{۳d^۲}$$

$q_۲$ بار $q_۱$ را می‌رباید.

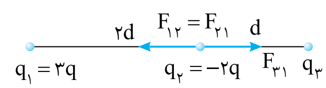
$$F_{۲۱}=k\frac{|q_۲||q_۱|}{(۲d)^۲} \Rightarrow F_{۲۱}=k\frac{۲q\times ۳q}{(۲d)^۲} \Rightarrow F_{۲۱}=\frac{۳}{۲}k\frac{q^۲}{d^۲}$$

۲ نیروهای $F_{۲۱}$ و $F_{۳۱}$ در خلاف جهت هم بوده اندازهٔ برایند آن‌ها از تفاضل آن‌ها به دست می‌آید و بنا به فرض مسئله خواهیم داشت:

$$F=F_{۲۱}-F_{۳۱} \Rightarrow F=\frac{۳}{۲}k\frac{q^۲}{d^۲}-k\frac{q^۲}{۳d^۲} \Rightarrow F=\frac{۹-۲}{۶}k\frac{q^۲}{d^۲} \Rightarrow F=\frac{۷}{۶}k\frac{q^۲}{d^۲}$$

این نیرو در جهت مثبت محور xهاست.

۳ نیروهای وارد بـر بار $q_۲=-۲q$ را رسم کرده، اندازهٔ آن‌ها را به دست آورید. سپس برایند آن‌ها را حساب کنید.



نیرویی که $q_۱$ بر $q_۲$ وارد می‌کند با نیرویی که $q_۲$ بر $q_۱$ وارد می‌کند برابر است.

$$F_{۱۲}=F_{۲۱}=\frac{۳}{۲}K\frac{q^۲}{d^۲}$$

نیرویی که $q_۳$ بر $q_۲$ وارد می‌کند خواهیم داشت:

$$F_{۳۲}=k\frac{|q_۲||q_۳|}{d^۲} \Rightarrow F_{۳۲}=k\frac{۲q\times q}{d^۲}=۲k\frac{q^۲}{d^۲}$$

۴ برایند نیروهای وارد بر بار $q_۲$ را به دست می‌آوریم.

$$F'=F_{۳۲}-F_{۱۲}=۲\frac{kq^۲}{d^۲}-\frac{۳}{۲}k\frac{q^۲}{d^۲} \Rightarrow F'=\frac{۱}{۲}k\frac{q^۲}{d^۲}$$

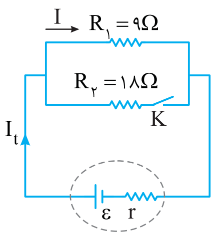
این نیرو در جهت مثبت محور xهاست.

۵ اکنون F' را بر F تقسیم می‌کنیم.

$$\frac{F'}{F}=\frac{\frac{۱}{۲}k\frac{q^۲}{d^۲}}{\frac{۷}{۶}k\frac{q^۲}{d^۲}}=\frac{۳}{۷} \Rightarrow F'=\frac{۳}{۷}F$$

۱۸۲۳ B ۴

۱ کلید K بسته: در این حالت مقاومت‌های $R_۱=۹\Omega$ و $R_۲=۱۸\Omega$ با هم موازی هستند و در مقاومت‌های موازی، جریان به نسبت وارون مقاومت‌ها تقسیم می‌شود، بنابراین وقتی جریان مقاومت ۹Ω، $I=۲A$ است جریان مقاومت ۱۸Ω نصف I یعنی $۱A$ بوده و جریان کل مدار برابر خواهد شد با:



$$I_t=۲+۱=۳A$$

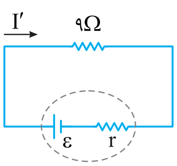
۲ مقاومت معادل مدار در این حالت خواهد شد:

$$\frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۱}{R_۱}+\frac{۱}{R_۲}=\frac{۱}{۹}+\frac{۱}{۱۸} \Rightarrow \frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۲+۱}{۱۸} \Rightarrow R_{eq}=۶\Omega$$

۳ جریان مدار در این حالت برابر است با:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r} \Rightarrow ۳=\frac{\varepsilon}{۶+r} \qquad (I)$$

۴ کلید K باز: تنها مقاومت مدار $R_۱=۹\Omega$ است که بنا به فرض مسئله جریان آن $۰/۲۵A$ افزایش می‌یابد و برابر $I'=۲+۰/۲۵=۲/۲۵A=\frac{۹}{۴}A$ می‌شود.



از این رو می‌توان نوشت:

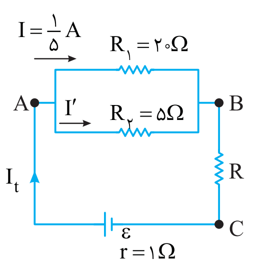
$$I'=\frac{\varepsilon}{R'_{eq}} \Rightarrow \frac{۹}{۴}=\frac{\varepsilon}{۹+r} \qquad (II)$$

۵ رابطهٔ (I) را بر رابطهٔ (II) تقسیم می‌کنیم.

$$\frac{۳}{\frac{۹}{۴}}=\frac{\frac{\varepsilon}{۶+r}}{\frac{\varepsilon}{۹+r}} \Rightarrow \frac{۴}{۳}=\frac{۹+r}{۶+r} \Rightarrow ۲۴+۴r=۲۷+۳r \Rightarrow r=۳\Omega$$

۱۸۲۴ B ۴

به شکل نگاه کنید.



۱ اختـلاف پتانسیل دو سـر مقاومـت ۲۰Ω همان اختلاف پتانسیل بین نقاط A و B است از این رو:

$$V_{AB}=IR_۱ \Rightarrow V_{AB}=\frac{۱}{۵}\times ۲۰=۴V$$

۲ ولتاژ دو سر مقاومت ۵Ω نیز $۴V$ بوده و جریان آن خواهد شد:

$$V=I'R_۲ \Rightarrow ۴=I'\times ۵ \Rightarrow I'=\frac{۴}{۵}A$$

۳ جریان مدار را حساب می‌کنیم.

$$I_t=I+I'=\frac{۱}{۵}+\frac{۴}{۵} \Rightarrow I=۱A$$

۴ اختلاف پتانسیل دو سر باتری خواهد شد:

$$V=V_{AB}+V_{BC} \Rightarrow V=۴+۳=۷V$$

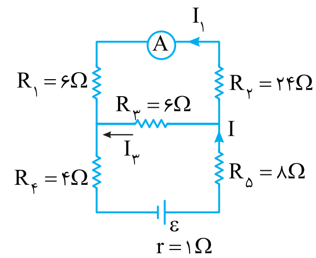
۵ اکنون می‌توان نیروی محرکه باتری را به دست آورد.

$$V=\varepsilon-Ir \Rightarrow ۷=\varepsilon-۱\times ۱ \Rightarrow \varepsilon=۸V$$

C ۱۸۲۵ ①

خط فکری با مسئله‌ای طولانی سروکار دارید. ابتدا در حالت کلید باز باید مقاومت مدار را بررسی کنید و جریان گذرنده از آمپرسنج را برحسب جریان کل مدار به دست بیاورید. سپس در حالت کلید بسته، همین مسیر را طی کنید و مسئله را حل کنید. دقت کنید ε (نیروی محرکه باتری) پارامتری است که در محاسبات حذف خواهد شد.

یادآوری آمپرسنج آرمانی شبیه یک سیم بدون مقاومت فرض می‌شود.



① کلید K باز: در این حالت مدار به شکل روبه‌رو درمی‌آید. که در آن مقاومت‌های R_1 و R_2 متوالی و با مقاومت R_3 موازی هستند.

$$R_{12}=R_1+R_2=۶+۲۴\Rightarrow R_{12}=۳۰\Omega$$

$$\frac{۱}{R_{123}}=\frac{۱}{R_{12}}+\frac{۱}{R_3}\Rightarrow\frac{۱}{R_{123}}=\frac{۱}{۳۰}+\frac{۱}{۶}=\frac{۱+۵}{۳۰}\Rightarrow R_{123}=۵\Omega$$

② مقاومت معادل R_{123} با مقاومت‌های R_4 و R_5 متوالی بوده مقاومت کل مدار خواهد شد.

$$R_{eq}=R_{123}+R_4+R_5\Rightarrow R_{eq}=۵+۴+۸\Rightarrow R_{eq}=۱۷\Omega$$

③
$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{\varepsilon}{۱۷+۱}\Rightarrow I=\frac{\varepsilon}{۱۸}$$

④ در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت وارون مقاومت‌ها تقسیم می‌شود.

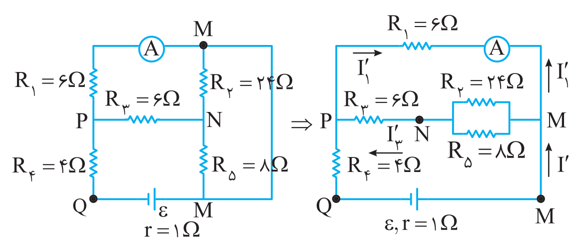
$$\frac{I_1}{I_3}=\frac{R_3}{R_{12}}\Rightarrow\frac{I_1}{I_3}=\frac{۶}{۳۰}\Rightarrow I_3=۵I_1\xrightarrow{I=I_1+I_3}\frac{\varepsilon}{۱۸}=I_1+۵I_1$$

$$\Rightarrow I_1=\frac{۱}{۶}\left(\frac{\varepsilon}{۱۸}\right)$$

نگران نباشید تازه در ابتدای مسیر حل مسئله هستیم.

کلید K بسته:

⑤ در این حالت با نام‌گذاری نقاط، مدار را باید مجدداً رسم کنیم تا بتوانیم موازی و متوالی بودن مقاومت‌ها را تشخیص بدهیم.



⑥ باید مقاومت معادل را حساب کنیم.

R_2 و R_5 موازی هستند.
$$R_{25}=\frac{۲۴\times۸}{۲۴+۸}\Rightarrow R_{25}=۶\Omega$$

مقاومت R_3 با R_{25} متوالی:
$$R_{235}=۶+۶\Rightarrow R_{235}=۱۲\Omega$$

مقاومت R_1 با R_{235} موازی:
$$R_{1235}=\frac{۶\times۱۲}{۶+۱۲}\Rightarrow R_{1235}=۴\Omega$$

مقاومت معادل مدار خواهد شد:

$$R'_{eq}=R_{1235}+R_4=۴+۴\Rightarrow R'_{eq}=۸\Omega$$

⑦ جریان مدار در این حالت برابر است با:

$$I'=\frac{\varepsilon}{R'_{eq}}\Rightarrow I'=\frac{\varepsilon}{۸+۱}\Rightarrow I'=\frac{\varepsilon}{۹}$$

⑧ جریان کل مدار به نسبت ۲ به ۱ بین شاخهٔ آمپرسنج و شاخهٔ موازی با آن تقسیم می‌شود یعنی جریان I به سه قسمت تقسیم شده و دو قسمت آن از آمپرسنج می‌گذرد.

$$I'_1=۲\times\frac{I}{۳}\Rightarrow I'_1=\frac{۲}{۳}\times\frac{\varepsilon}{۹}$$

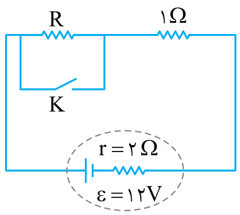
⑨ اکنون نسبت $\frac{I'_1}{I_1}$ را به دست می‌آوریم.

$$\frac{I'_1}{I_1}=\frac{\frac{۲}{۳}\times\frac{\varepsilon}{۹}}{\frac{۱}{۶}\times\frac{\varepsilon}{۱۸}}=\frac{۲\times۶\times۱۸}{۳\times۹}\Rightarrow\frac{I'_1}{I_1}=۸$$

B ۱۸۲۶ ②

یادآوری هرگاه در یک مدار توان خروجی باتری برای R_1 و R_2 یکسان باشد، بین مقاومت درونی باتری (r) و مقاومت‌های R_1 و R_2 رابطه زیر برقرار است:

$$r=\sqrt{R_1R_2}$$



وقتی کلید باز است مقاومت کل مدار $R_1=R+۱$ است.

وقتی کلید وصل است مقاومت R اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شود در این حالت مقاومت کل مدار برابر $R_2=۱\Omega$ است.

توان خروجی در دو حالت R_1 و R_2 (قطع و وصل کلید) برابر است، از این رو:

$$r=\sqrt{R_1R_2}\Rightarrow ۲=\sqrt{(R+۱)\times۱}\Rightarrow ۴=R+۱\Rightarrow R=۳\Omega$$

B ۱۸۲۷ ③

① قرار است با ریختن الکل درون یک لیتر آب، چگالی مخلوط ۱۰ درصد از چگالی الکل بیشتر شود، بنابراین:

$$\rho_{\text{مخلوط}}=\rho_{\text{الکل}}+۰/۱\rho_{\text{الکل}}\Rightarrow\rho_{\text{مخلوط}}=۱/۱\rho_{\text{الکل}}\xrightarrow{\rho_{\text{الکل}}=۰/۸g/cm^3}$$

$$\rho_{\text{مخلوط}}=۰/۸۸g/cm^3$$

② چگالی مخلوط برابر است با:

$$\rho_{\text{مخلوط}}=\frac{m_{\text{آب}}+m_{\text{الکل}}}{V_{\text{آب}}+V_{\text{الکل}}}$$

③ جرم یک لیتر آب $(V=۱۰۰۰cc)$ برابر $m=۱۰۰۰g$ است. در رابطه چگالی مخلوط جای‌گذاری می‌کنیم:

$$۰/۸۸=\frac{۱۰۰۰+m_{\text{الکل}}}{۱۰۰۰+V_{\text{الکل}}}\xrightarrow{m_{\text{الکل}}=\rho_{\text{الکل}}V_{\text{الکل}}}۰/۸۸=\frac{۱۰۰۰+۰/۸V_{\text{الکل}}}{۱۰۰۰+V_{\text{الکل}}}$$

$$۸۸۰+۰/۸۸V_{\text{الکل}}=۱۰۰۰+۰/۸V_{\text{الکل}}\Rightarrow ۰/۰۸V_{\text{الکل}}=۱۲۰$$

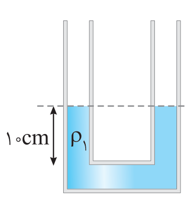
$$\Rightarrow V_{\text{الکل}}=\frac{۱۲۰}{۰/۰۸}=۱۵۰۰cm^3$$

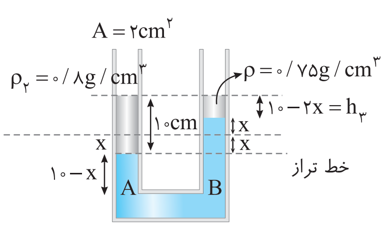
C ۱۸۲۸ ④

① ارتفاع مایع ρ_2 را حساب می‌کنیم.

$$V_2=Ah_2\xrightarrow{V=۲۰cm^3}۲۰=۲h_2\Rightarrow h_2=۱۰cm$$

② اکنون با دقت به شکل سمت راست نگاه کنید. وقتی مایع ρ_2 را اضافه می‌کنیم مایع ρ_1 از سمت چپ به اندازه x پایین می‌آید و از سمت راست به اندازه x بالا می‌رود.





۳ اگر خط تراز را رسم کنید. فشار در نقاط A و B برابر است. فشار در نقطهٔ A ناشی از ارتفاع ۱۰cm مایع ρ_2 و فشار در نقطهٔ B ناشی از ارتفاع ۲x آب و از ارتفاع (۱۰−۲x) مایع ρ_3 است. بنابراین می‌توان نوشت:

$$P_A = P_B \Rightarrow \rho_2 h_2 = \rho_1(2x) + \rho_3(10-2x)$$

$$\Rightarrow 0/8 \times 10 = 1 \times 2x + 0/75(10-2x)$$

$$\Rightarrow 8 = 2x + 7/5 - 1/5x \Rightarrow 0/5 = 0/5x \Rightarrow x = 1\,cm$$

۴ ارتفاع ستون h_3 خواهد شد. $h_3 = 10 - 2x = 10 - 2\times 1 \Rightarrow h_3 = 8cm$

۵ حجم مایع ρ_3 خواهد شد: $V_3 = Ah_3 = 2\times 8 = 16cm^3$

B ۱۸۲۹ ۱

خط فکری بازده یعنی نسبت کار مفید به کل کار داده شده به تلمبه. کار داده شده به تلمبه را به کمک توان ورودی آن حساب می‌کنیم $(W = Pt)$ و کار مفیدی که تلمبه انجام می‌دهد بالا بردن آب به ارتفاع ۱۵m است $(W_{مفید} = mgh)$ بنابراین مسئله قابل حل است.

۱ کار ورودی به تلمبه خواهد شد:

$$W = Pt \xrightarrow{P=5\times 10^3\,W \text{ و } t=60s} W = 5\times 10^3 \times 60 \Rightarrow W = 3\times 10^5 J$$

۲ کار مفید تلمبه را حساب می‌کنیم. (جرم هر لیتر آب، یک کیلوگرم است)

$$W_{مفید} = mgh \xrightarrow[g=10N/kg]{m=1200kg,\,h=15m} W_{مفید} = 1200\times 10\times 15 = 18\times 10^4 J$$

۳ بازده تلمبه را به دست می‌آوریم.

$$Ra = \frac{W_{مفید}}{W_{ورودی}}\times 100 \Rightarrow Ra = \frac{18\times 10^4}{30\times 10^4}\times 100 \Rightarrow Ra = \%60$$

B ۱۸۳۰ ۴

گرمایی که آلومینیوم از دست می‌دهد تا دمایش از $\theta_1 = 94^\circ C$ به $\theta_e = 52^\circ C$ برسد برابر گرمایی است که ۴/۵kg آب $\theta_2 = 50^\circ C$ دریافت می‌کند تا دمای آن نیز به دمای تعادل $\theta_e = 52^\circ C$ برسد از این رو خواهیم داشت.

$$Q_{Al} + Q_W = 0 \Rightarrow m_{Al}c_{Al}(\theta_e - \theta_{1Al}) + m_W c_W(\theta_e - \theta_{1W}) = 0$$

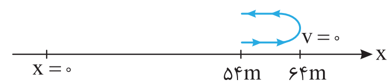
$$\xrightarrow{c_{Al}=900J/kg^\circ C,\, c_W=4200J/kg^\circ C}$$

$$m\times 900(52-94) + 4/5\times 4200(52-50) = 0 \Rightarrow 2m\times(42) = 42\times 2 \Rightarrow m = 1kg$$

پاسخ آزمون ۱۴۴

۱۸۳۱ (۱) c

۱ مکان متحرکی در لحظه‌های $t_۱$ و $t_۳$ یکسان است، پس جابه‌جایی متحرک در بازهٔ ۲s تا ۶s صفر شده و سرعت متوسط در این بازه صفر است.



یادآوری در حرکت با شتاب ثابت سرعت متوسط در یک بازهٔ زمانی برابر سرعت متحرک در لحظهٔ وسط آن بازهٔ زمانی است.

وسط بازهٔ زمانی ۲s تا ۶s، لحظهٔ $\frac{۲+۶}{۲}=۴s$ است:

$$\begin{cases} v_{av_{۲s\ تا\ ۶s}}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=۰ \\ v_{av_{۲s\ تا\ ۶s}}=v_{۴s} \end{cases}\Rightarrow v_{۴s}=۰$$

۲ در بازهٔ ۴s تا ۶s متحرک به اندازهٔ $\Delta x=x_۳-x_۲=-۱۰m$ جابه‌جا شده و سرعت در ابتدای بازه یعنی در لحظهٔ $t=۴s$ صفر است:

$$\Delta x=\frac{۱}{۲}at^۲+v_{۰اولیه}t\xrightarrow[\Delta t=۶-۴=۲s]{v_{اولیه}=۰}-۱۰=\frac{۱}{۲}a\times(۲)^۲\Rightarrow a=-۵m/s^۲$$

یادآوری در حرکت با شتاب ثابت سرعت متوسط در یک بازهٔ زمانی برابر میانگین سرعت اولیه و انتهایی مسیر است:

$$v_{av}=\frac{v_۱+v_۲}{۲}$$

۳ برای به‌دست آوردن سرعت متوسط در بازهٔ $t_۱=۰$ تا $t_۲=۱۰s$، ابتدا سرعت را در این دو لحظه حساب می‌کنیم:

$$v=at+v_۰\xrightarrow[v_{۴s}=۰,v_۰=?]{\Delta t=۴s,a=-۵m/s^۲}۰=-۲۰+v_۰\Rightarrow v_۰=۲۰m/s$$

$$v=at+v_۰\xrightarrow[v_۰=۲۰m/s,v_{۱۰s}=?]{\Delta t=۱۰s,a=-۵m/s}v_{۱۰s}=-۵۰+۲۰\Rightarrow v_{۱۰s}=-۳۰m/s$$

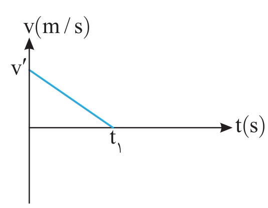
۴ حال سرعت متوسط را در ۱۰ ثانیه اول حرکت، حساب می‌کنیم:

$$v_{av}=\frac{v_۰+v_{۱۰s}}{۲}=\frac{۲۰+(-۳۰)}{۲}=-۵m/s$$

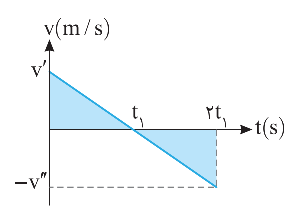
بزرگی سرعت متوسط برابر $|\vec{v}_{av}|=۵m/s$ است.

۱۸۳۲ (۳) C

۱ در بازهٔ صفر تا $t_۱$ نمودار $v-t$ به صورت خط راست است و شتاب متحرک برابر شیب خط نمودار خواهد بود. سرعت اولیه را v' فرض می‌کنیم در این صورت: $a=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{۰-v'}{t_۱}=\frac{-v'}{t_۱}$



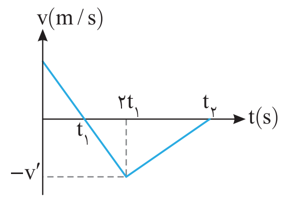
۲ برای شتاب در بازهٔ $۲t_۱$ تا $t_۲$ نیز به صورت بالا عمل می‌کنیم. اما در ابتدا با توجه به تشابه دو مثلث رنگی سرعت در $۲t_۱$ را بر حسب v' حساب می‌کنیم:



$$\frac{v'}{t_۱}=\frac{v''}{۲t_۱-t_۱}\Rightarrow v''=v'$$

۳ اکنون شتاب در قسمت دوم حرکت را به‌دست می‌آوریم:

$$a'=\frac{\Delta v'}{\Delta t'}\Rightarrow a'=\frac{۰-(-v')}{t_۲-۲t_۱}\Rightarrow a'=\frac{v'}{t_۲-۲t_۱}$$



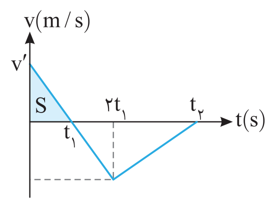
۴ با توجه به فرض مسئله $|a|=۲|a'|$ است:

$$\frac{v'}{t_۱}=۲\frac{v'}{t_۲-۲t_۱}\Rightarrow t_۲-۲t_۱=۲t_۱\Rightarrow t_۲=۴t_۱$$

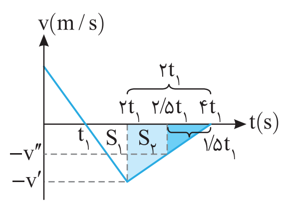
۵ حال با توجه به سطح زیر نمودار در بازهٔ صفر تا $t_۱$ مسافت طی شده در این بازه را حساب کرده و تندی متوسط در این بازه را حساب می‌کنیم:

$$\ell=S\Rightarrow \ell=\frac{v't_۱}{۲}$$

$$s_{av}=\frac{\ell}{\Delta t}\Rightarrow s_{av}=\frac{\frac{v't_۱}{۲}}{t_۱}=\frac{v'}{۲}$$



۶ مجدداً با توجه به سطح زیر نمودار باید مسافت طی شده در بازهٔ $t_۱$ تا $۲/۵t_۱$ را به‌دست آوریم:



$$\frac{v'}{۲t_۱}=\frac{v''}{۱/۵t_۱}\Rightarrow v''=\frac{۳}{۴}v'$$

$$\ell'=S_۱+S_۲\Rightarrow \ell'=\frac{v't_۱}{۲}+\frac{۰/۵t_۱(\frac{۷}{۴}v')}{۲}\Rightarrow \ell'=\frac{v't_۱}{۲}+\frac{۷v't_۱}{۱۶}$$

$$\ell'=\frac{۱۵}{۱۶}v't_۱$$

$$s'_{av}=\frac{\ell'}{\Delta t'}\Rightarrow s'_{av}=\frac{\frac{۱۵}{۱۶}v't_۱}{\frac{۳}{۲}t_۱}=\frac{۵}{۸}v'$$

حال نسبت $\frac{s_{av}}{s'_{av}}$ را حساب می‌کنیم:

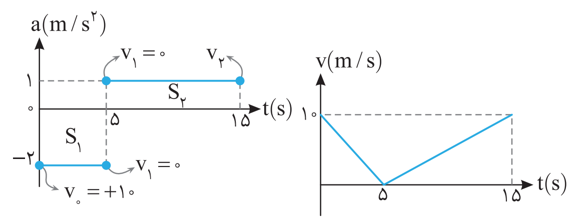
$$\frac{s_{av}}{s'_{av}}=\frac{\frac{v'}{۲}}{\frac{۵}{۸}v'}=\frac{۴}{۵}$$

B ۱۸۳۳ (۲) ابتدا از روی نمودار $a-t$، نمودار $v-t$ متحرک را رسم می‌کنیم:

یادآوری سطح زیر نمودار $a-t$ برابر تغییر سرعت است.

$$S_۱=\Delta v_۱ \Rightarrow -۱۰=v_۱-v_۰ \Rightarrow -۱۰=v_۱-۱۰ \Rightarrow v_۱=۰$$

$$S_۲=\Delta v_۲ \Rightarrow ۱۰=v_۲-v_۱ \Rightarrow ۱۰=v_۲-۰ \Rightarrow v_۲=۱۰\,m/s$$



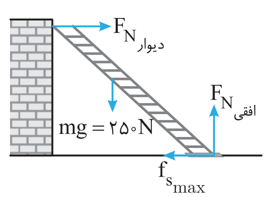
الف) با توجه به نمودار $v-t$، سرعت متحرک در لحظهٔ $t=۵s$ صفر می‌شود اما علامت سرعت تغییر نمی‌کند، یعنی متحرک در این لحظه تغییر جهت نمی‌دهد و گزاره (الف) نادرست است. بنابراین نیازی به بررسی تغییر جهت بردار مکان وجود ندارد.

ب) چون متحرک تغییر جهت نمی‌دهد پس جابه‌جایی و مسافت با هم برابر است و گزاره (ب) درست است.

پ) شتاب متوسط برابر $a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}$ است و چون سرعت در $t=۰$ و $t=۱۵s$ یکسان و برابر $۱۰m/s$ بوده پس $\Delta v=۰$ است و شتاب متوسط برابر صفر است و گزارهٔ (پ) درست است.

ت) سطح زیر نمودار $v-t$ برابر جابه‌جایی است و چون نمودار $v-t$ کلاً بالای محور زمان قرار دارد و جابه‌جایی مثبت و مخالف صفر $(\Delta x>۰)$ بوده و با توجه به تعریف $(v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t})$ سرعت متوسط دارای مقداری مثبت خواهد بود و گزاره (ت) نادرست است.

B ۱۸۳۴ (۴)



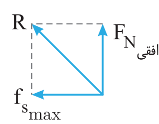
(۱) شکل ساده‌ای از صورت سؤال رسم می‌کنیم و نیروهای وارد بر نردبان را می‌کشیم. دقت کنید چون بیشینه نیروی سطح افقی خواسته شده پس باید اصطکاک ایستایی بین نردبان و سطح افقی نیز بیشینه باشد و نردبان در آستانهٔ حرکت $(f_{s_{max}})$ باشد.

(۲) نردبان ساکن است پس باید $F_{N_{افقی}}$ که به سمت بالا است اثر نیروی mg رو به پایین را خنثی کند از این‌رو می‌توان نوشت:

$$F_{N_{افقی}}=mg \Rightarrow F_{N_{افقی}}=۲۵۰N$$

(۳) نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه را به‌دست می‌آوریم:

$$f_{s_{max}}=\mu_s F_{N_{افقی}} \Rightarrow f_{s_{max}}=۰/۴\times۲۵۰=۱۰۰N$$



(۴) نیرویی که سطح افقی بر نردبان وارد می‌کند برایند دو نیروی عمود بر هم $F_{N_{افقی}}$ و $f_{s_{max}}$ است بنابراین:

$$R=\sqrt{f^۲_{s_{max}}+F^۲_{N_{افقی}}} \xrightarrow[\text{گرفته و از زیر رادیکال بیرون می‌آوریم}]{\text{عامل‌های مشترک بین } F_N \text{ و } f_{s_{max}} \text{ را فاکتور}}$$

$$R=۵۰\sqrt{۲^۲+۵^۲} \Rightarrow R=۵۰\sqrt{۲۹}N$$

B ۱۸۳۵ (۴)

یادآوری شتاب گرانش در ارتفاع h از سطح زمین از رابطهٔ $g=G\frac{M_e}{(R_e+h)^۲}$ به‌دست می‌آید.

شتاب گرانش در سطح زمین برابر است با: $g=G\frac{M_e}{(R_e+h)^۲}\xrightarrow{h=۰}۹/۸=\frac{GM_e}{R_e^۲}$

شتاب گرانش در ارتفاع ۱۶۰۰km از سطح زمین برابر است با:

$$g'=G\frac{M_e}{(R_e+h)^۲}\Rightarrow g'=\frac{GM_e}{(R_e+۱۶۰۰)^۲}$$

دو عبارت بالا را بر هم تقسیم می‌کنیم تا مقدار GM_e که در هر دو عبارت تکرار شده‌اند ساده شوند:

$$\frac{۹/۸}{g'}=\frac{\frac{GM_e}{R_e^۲}}{\frac{GM_e}{(R_e+۱۶۰۰)^۲}}\Rightarrow\frac{۹/۸}{g'}=\frac{(R_e+۱۶۰۰)^۲}{R_e^۲}\xrightarrow{R_e=۶۴۰۰km}$$

$$\frac{۹/۸}{g'}=(\frac{۸۰۰۰}{۶۴۰۰})^۲$$

$$\frac{۹/۸}{g'}=(\frac{۵}{۴})^۲\Rightarrow\frac{۹/۸}{g'}=\frac{۲۵}{۱۶}\Rightarrow g'=\frac{۹/۸\times۱۶}{۲۵}=۶/۲۷۲m/s^۲$$

B ۱۸۳۶ (۱) تکانهٔ نوسانگر برابر $P=mv$ است و بیشینه تکانه آن برابر $P_{max}=mv_m$ است.

انرژی مکانیکی نوسانگر برابر $E=K_m=\frac{۱}{۲}mv_m^۲$ است.

با توجه به رابطهٔ $K=\frac{P^۲}{۲m}$، اگر انرژی جنبشی نوسانگر بیشینه باشد، تکانه آن نیز بیشینه است:

$$K_m=\frac{P_m^۲}{۲m}=\frac{۴\times۱۰^{-۶}\pi^۲}{۲\times۰/۱}\Rightarrow K_m=۲\times۱۰^{-۵}\pi^۲J$$

$$\xrightarrow[\times۱۰^۶]{\text{تبدیل یکا به میکروژول}}K_m=۲۰\pi^۲\mu J$$

دقت کردید در حل تست طول پاره‌خط برابر ۴cm در حل مسئله نقشی ندارد.

B ۱۸۳۷ (۲)

یادآوری بزرگی شتاب نوسانگر از رابطهٔ $|a|=\omega^۲|x|$ به‌دست می‌آید:

$$\frac{\pi^۲}{۲}=\omega^۲\times\frac{۲}{۱۰۰}\Rightarrow\omega^۲=۲۵\pi^۲\Rightarrow\omega=۵\pi$$

طول پاره‌خط نوسانگر برابر $۲A$ است، پس:

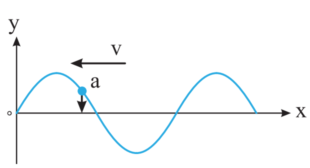
$$۲A=۸cm\Rightarrow A=۴cm$$

تندی بیشینه نوسانگر برابر است با:

$$v_m=A\omega\Rightarrow v_m=۰/۰۴\times۵\pi=۰/۲\pi=\frac{۲\pi}{۱۰}=\frac{\pi}{۵}m/s$$

B ۱۸۳۸ (۱) ذرات یک موج در حال نوسان هستند و در حرکت نوسانی می‌دانیم مکان و شتاب خلاف جهت هم‌اند. b در مکان‌های منفی قرار دارد پس شتاب آن مثبت بوده و در جهت محور y است.

انرژی جنبشی یعنی $K=\frac{۱}{۲}mv^۲$ برای نقطهٔ a در حال افزایش است پس باید تندی a در حال افزایش باشد و در واقع حرکت آن تندشونده باشد، بنابراین a در حال حرکت به سمت پایین یعنی حرکت به سمت مرکز تعادل خود است و ذرهٔ قبلی a باید پایین‌تر از آن باشد، پس ذرهٔ قبلی a سمت راست این نقطه قرار دارد و نتیجه می‌گیریم جهت انتشار موج به سمت چپ است و جهت انتشار موج خلاف جهت محور x است.



B ۱۸۳۹ (۳) تراز شدت صوت بنا به تعریف $\beta=۱۰\log\frac{I}{I_۰}$ است که در آن $I_۰$ شدت صوت مرجع بوده. در صورت مسئله نسبت $\frac{I}{I_۰}$ برابر $۲\sqrt{۱۰}\times۱۰^۵$ داده شده است.

$$\beta=۱۰\log\frac{I}{I_۰}\Rightarrow\beta=۱۰\log ۲\sqrt{۱۰}\times۱۰^۵$$

یادآوری ریاضی:

$$\log ab=\log a+\log b$$

اکنون لگاریتم را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$\beta=۱۰(\log ۲+\log\sqrt{۱۰}+\log ۱۰^۵)\Rightarrow\beta=۱۰(۰/۳+\frac{۱}{۲}\log ۱۰+۵\log ۱۰)$$

$$\xrightarrow{\log ۱۰=۱}\beta=۱۰(۰/۳+۰/۵+۵)\Rightarrow\beta=۱۰(۵/۸)=۵۸dB$$

B ۱۸۴۰ (۴)

خط فکری اولین خط طیفی رشتهٔ n' یعنی گذار الکترون از تراز $n'+۱$ به تراز n' و دومین خط طیفی رشتهٔ n' یعنی گذار الکترون از تراز $n'+۲$ به تراز n'. به کمک رابطهٔ ریدبرگ این دو گذار را نوشته و به جای طول موج $\frac{c}{f}$ قرار داده و تفاضل بسامد را برابر $\frac{۳۵}{۲۴}\times۱۰^{۱۴}Hz$ قرار می‌دهیم.

۱ بنا به رابطهٔ ریدبرگ برای اولین و دومین طیف رشتهٔ معین n' می‌توان نوشت:

$$\frac{۱}{\lambda}=R(\frac{۱}{n'^۲}-\frac{۱}{n^۲})\Rightarrow\begin{cases}\xrightarrow{\text{اولین}}\frac{۱}{\lambda_۱}=R(\frac{۱}{n'^۲}-\frac{۱}{(n'+۱)^۲})\xrightarrow{\frac{۱}{\lambda}=\frac{f}{c}}\frac{f_۱}{c}=R(\frac{۱}{n'^۲}-\frac{۱}{(n'+۱)^۲})\\ \xrightarrow{\text{دومین}}\frac{۱}{\lambda_۲}=R(\frac{۱}{n'^۲}-\frac{۱}{(n'+۲)^۲})\\ \Rightarrow\frac{f_۲}{c}=R(\frac{۱}{n'^۲}-\frac{۱}{(n'+۲)^۲})\end{cases}$$

۲ دو رابطه را از هم کم می‌کنیم. البته بسامد در دومین خط طیفی از بسامد اولیه خط طیفی بزرگ‌تر است، زیرا الکترون از تراز بالاتری به n' می‌آید بنابراین:

$$\frac{f_۲}{c}-\frac{f_۱}{c}=R(\frac{۱}{n'^۲}-\frac{۱}{(n'^۲+۲)^۲}-\frac{۱}{n'^۲}+\frac{۱}{(n'+۱)^۲})$$

$$\frac{f_۲-f_۱}{c}=R(\frac{۱}{(n'+۱)^۲}-\frac{۱}{(n'+۲)^۲})$$

جای‌گذاری می‌کنیم:

$$\frac{\frac{۳۵}{۲۴}\times۱۰^{۱۴}}{۳\times۱۰^۸}=\frac{۱}{۱۰۰\times۱۰^{-۹}}(\frac{۱}{(n'+۱)^۲}-\frac{۱}{(n'+۲)^۲})$$

$$\Rightarrow\frac{۱}{(n'+۱)^۲}-\frac{۱}{(n'+۲)^۲}=\frac{۳۵}{۷۲۰}\Rightarrow\frac{(n'+۲)^۲-(n'+۱)^۲}{(n'+۱)^۲(n'+۲)^۲}=\frac{۳۵}{۷۲۰}$$

$$\frac{۲n'+۳}{(n'+۱)^۲(n'+۲)^۲}=\frac{۷}{۱۴۴}$$

باید صورت $(۲n'+۳)$ برابر عدد هفت شود. $۲n'+۳=۷\Rightarrow۲n'=۴\Rightarrow n'=۲$

رشته بالمر پاسخ است.

B ۱۸۴۱ (۲)

یادآوری انرژی الکترون در ترازهای انرژی از رابطهٔ $E_n=-\frac{E_R}{n^۲}$ به‌دست می‌آید که در آن n شمارهٔ تراز است.

یادآوری هرگاه الکترون از تراز بالا با انرژی E_U به تراز پایین‌تر با انرژی E_L برود فوتونی با انرژی برابر اختلاف E_U-E_L گسیل می‌کند.

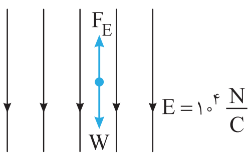
انرژی را در دو حالت نوشته از هم کم می‌کنیم و برابر hf قرار می‌دهیم. دقت کنید چهارمین حالت برانگیخته یعنی $n=۵$.

$$-\frac{E_R}{n_U^۲}-(\frac{-E_R}{n_L^۲})=hf\xrightarrow[h=۴\times۱۰^{-۱۵}eVs]{n_L=۱,n_U=۵,E_R=-۱۳/۶eV}$$

$$\frac{۱۳/۶}{۱^۲}-\frac{۱۳/۶}{۵^۲}=۴\times۱۰^{۱۵}f\Rightarrow\frac{۲۴}{۲۵}(۱۳/۶)=۴\times۱۰^{-۱۵}f$$

$$f=\frac{۲۴\times۱۳/۶}{۲۵\times۴}\times۱۰^{۱۵}\Rightarrow f=\frac{۲۴\times۱۳/۶}{۱۰۰}\times۱۰^{۱۵}=۳/۲۶۴\times۱۰^{۱۵}Hz$$

B ۱۸۴۲ (۳) ذره باردار معلق است، بنابراین نیروهای وارد بر آن متوازن هستند. بر ذره دو نیرو، یکی وزن رو به پایین و دیگری نیروی الکتریکی رو به بالا وارد می‌شود بنابراین:



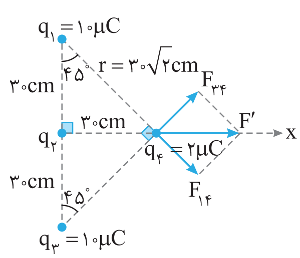
$$F_E=W\Rightarrow qE=mg\Rightarrow q\times۱۰^۴=۵\times۱۰^{-۳}\times۱۰$$

$$\Rightarrow q=۵\times۱۰^{-۶}C\Rightarrow q=+۵\mu C$$

جهت نیروی وارد بر بار الکتریکی خلاف جهت میدان است. از این‌رو بار q باید منفی و برابر $q=-۵\mu C$ باشد.

B ۱۸۴۳ (۱)

خط فکری نیروهای وارد بر بار $q_۴$ توسط بار $q_۱$ و $q_۳$ را به‌دست بیاورید. این دو نیرو برابرند. برایند آن‌ها روی محور xها قرار می‌گیرد، پس دو نیرو را حساب کرده، برایند آن‌ها را به‌دست می‌آوریم و با نیروی برایند $\vec{F}_T=[(\sqrt{۲}-۲)N]\vec{i}$ مقایسه می‌کنیم تا نیروی $F_{۲۴}$ مشخص شود.



۱ اندازه نیروهای $F_{۱۴}$ و $F_{۳۴}$ را حساب می‌کنیم. (فاصله بین $q_۱$ و $q_۴$ با استفاده از رابطهٔ فیثاغورس خواهد شد: $r=۳۰\sqrt{۲}cm$)

$$F_{۳۴}=F_{۱۴}=k\frac{|q_۱||q_۴|}{r^۲}\Rightarrow F_{۳۴}=F_{۱۴}=۹\times۱۰^۹\times\frac{۱۰\times۱۰^{-۶}\times۲\times۱۰^{-۶}}{۹۰۰\times۲\times۱۰^{-۴}}$$

$$\Rightarrow F_{۳۴}=F_{۱۴}=۱N$$

۲ برایند این دو نیرو خواهد شد:

$$F'=\sqrt{F_{۱۴}^۲+F_{۳۴}^۲}=\sqrt{۱^۲+۱^۲}\Rightarrow F'=\sqrt{۲}N\Rightarrow\vec{F'}=\sqrt{۲}\vec{i}$$

۳ نیروی $\vec{F}_{۲۴}$ را به‌دست می‌آوریم:

$$F_T'=\vec{F'}+\vec{F}_{۲۴}\Rightarrow(\sqrt{۲}-۲)\vec{i}=\sqrt{۲}\vec{i}+\vec{F}_{۲۴}\Rightarrow\vec{F}_{۲۴}=-۲\vec{i}$$

۴ نیروی وارد بر بار $q_۴$ توسط $q_۲$ ربایشی است، بنابراین $q_۲$ دارای بار منفی است.

۵ مقدار $q_۲$ را حساب می‌کنیم:

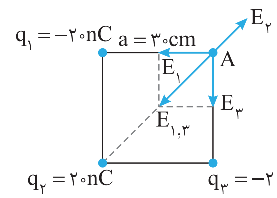
$$F_{۲۴}=k\frac{|q_۲||q_۴|}{r^۲}\Rightarrow۲=۹\times۱۰^۹\times\frac{|q_۲|\times۲\times۱۰^{-۶}}{۹۰۰\times۱۰^{-۴}}$$

$$\Rightarrow|q_۲|=۱۰\mu C\Rightarrow q_۲=-۱۰\mu C$$

B ۱۸۴۴ (۲) بردار میدان ناشی از هر یک از بارها را در نقطهٔ A رسم می‌کنیم. مطابق شکل میدان‌های E_1 و E_3 بر هم عمودند. از طرفی چون $q_1=q_3$ بوده، میدان‌های این دو بار هم اندازه هستند و برایند آن‌ها روی قطر مربع و در خلاف جهت E_2 است. از این‌رو برای به‌دست آوردن میدان خالص، میدان‌های E_2 و E_{13} را باید از هم کم کنیم $\vec{E}_T=\vec{E}_{13}-\vec{E}_2$، در نتیجه با حذف بار $q_2=q$ میدان E_2 حذف شده و میدان برایند همان $\vec{E}'_T=\vec{E}_{13}$ است یعنی میدان در نقطهٔ A به اندازهٔ میدان حاصل از بار $q_2=q$ افزایش می‌یابد.

$$\Delta E=E_2=k\frac{q_2}{r^2}\xrightarrow{r=\sqrt{30^2+30^2}=30\sqrt{2}cm}$$

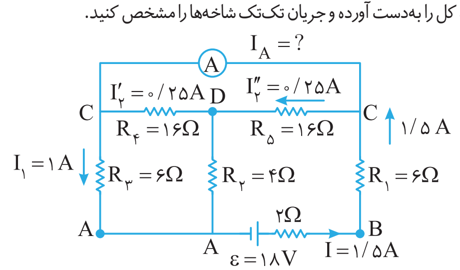
$$\Delta E=9\times10^9\times\frac{20\times10^{-9}}{900\times2\times10^{-4}}\Rightarrow\Delta E=1000N/C$$



بنابراین میدان الکتریکی $1000N/C$ افزایش می‌یابد.
مسئلهٔ ساده‌ای بود اما مفهومی!

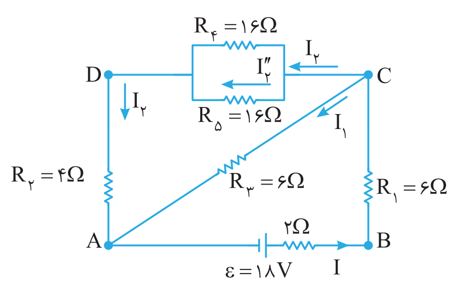
B ۱۸۴۵ (۲)

خط فکری در گام اول باید شکل مدار را با نامگذاری ساده کنید سپس مقاومت معادل، بعد از آن جریان کل را به‌دست آورده و جریان تک‌تک شاخه‌ها را مشخص کنید.



(۱) دقت کنید مقاومت R_4 و R_5 بین نقاط D و C قرار داشته با هم موازیند.

$$R_{45}=R_{CD}=\frac{16}{2}=8\Omega$$



مقاومت $R_2=4\Omega$ بین A و D قرار دارد و با مقاومت R_{CD} متوالی است بنابراین:

$$R_{245}=4+8=12\Omega$$

مقاومت $R_3=6\Omega$ بین AC بسته شده و با R_{245} موازی است.

$$R_{AC}=\frac{6\times12}{6+12}=4\Omega$$

مقاومت R_{AC} با مقاومت $R_1=6\Omega$ متوالی بوده و مقاومت معادل خواهد شد:

$$R_{eq}=R_1+R_{AC}=6+4=10\Omega$$

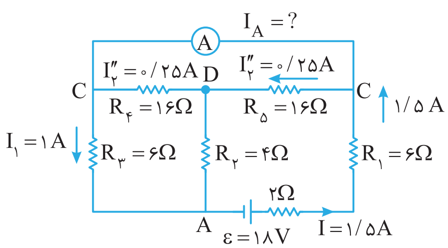
(۲) جریان کل مدار خواهد شد:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{18}{10+2}\Rightarrow I=1.5A$$

(۳) در نقطهٔ C جریان کل به دو شاخه I_1 و I_2 تقسیم می‌شود. جریان در مقاومت‌های موازی به نسبت وارون مقاومت‌ها تقسیم می‌شود. بنابراین جریان باید به نسبت ۱۲ به ۶ یعنی ۲ به ۱ تقسیم شود و جریان $I_1=1A$ و جریان $I_2=0.5A$ می‌شود.

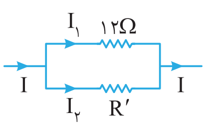
جریان $I_2=0.5A$ به دو شاخه یکسان $0.25A$ تقسیم شده و از مقاومت‌های $R_4=R_5=16\Omega$ می‌گذرد. جریان عبوری از مقاومت $R_2=4\Omega$ همان $0.5A$ است. مجدداً شکل را با آمپرسنج درون آن و جریان‌های هر مقاومت بررسی می‌کنیم. جریان هر مقاومت را روی شکل می‌نویسیم در نقطهٔ C، $1.5A$ به دو شاخه یکی $0.25A$ و دیگری I_A تقسیم می‌شود بنابراین

$$I_A=1.5-0.25=1.25=\frac{5}{4}A$$



B ۱۸۴۶ (۳)

خط فکری برای مقایسهٔ توان مصرفی‌ها از رابطهٔ $P=RI^2$ کمک می‌گیریم. به این منظور اگر جریان مدار را I بگیریم جریان عبوری از R' برابر خواهد شد با:



$$\begin{cases}I_1+I_2=I\\ 12I_1=R'I_2\Rightarrow I_1=\frac{R'}{12}I_2 \quad \text{چون دو مقاومت موازی‌اند}\end{cases}$$

$$I_1+I_2=I\Rightarrow\frac{R'}{12}I_2+I_2=I\Rightarrow\frac{R'+12}{12}I_2=I\Rightarrow I_2=\frac{12}{R'+12}I$$

حال با توجه به نسبت توان‌های مقاومت R' و 4.5Ω داریم:

$$2P_{R'}=P_{4.5}\Rightarrow2R'I_2^2=4.5\times I^2\Rightarrow2R'(\frac{12I}{R'+12})^2=\frac{9}{2}I^2$$

از دو طرف معادله I^2 را ساده می‌کنیم:

$$2R'(\frac{144}{R'^2+144+24R'})=\frac{9}{2}\Rightarrow\frac{64R'}{R'^2+144+24R'}=1$$

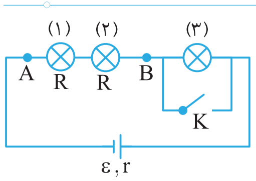
$$\Rightarrow R'^2+24R'+144=64R'$$

$$\Rightarrow R'^2-40R'+144=0\Rightarrow(R'-4)(R'-36)=0$$

$$\Rightarrow R'=4\Omega \text{ یا } 36\Omega$$

کمترین مقدار R' خواسته شده یعنی $R'=4\Omega$ است.

B ۱۸۴۷ (۱)



(۱) با بستن کلید K لامپ شماره ۳ اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شود و مقاومت مدار کاهش می‌یابد $\downarrow R_{eq}$.

(۲) با کاهش مقاومت کل، جریان مدار افزایش می‌یابد.

$$\uparrow I=\frac{\varepsilon}{\downarrow R_{eq}+r}$$

(۳) با افزایش جریان مدار، اختلاف پتانسیل دو سر باتری کاهش می‌یابد.

$$\downarrow V=\varepsilon-\uparrow Ir$$

(۴) با افزایش جریان، اختلاف پتانسیل دو سر لامپ‌های (۱) و (۲) $(\uparrow V=\uparrow IR)$ افزایش می‌یابد.

۱۸۴۸ B (۳) میدان مغناطیسی سیملوله از رابطهٔ $B=\frac{\mu_0 NI}{\ell}$ به‌دست می‌آید:

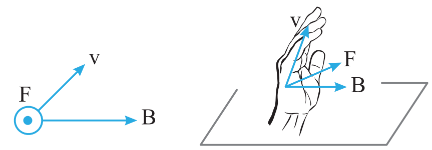
$$B=\frac{\mu_0 NI}{\ell}\xrightarrow[\ell=0/2m,\,I=0/8A]{\mu_0=12\times10^{-7},\,N=500}$$

$$B=\frac{12\times10^{-7}\times500\times0/8}{0/2}=24\times10^{-4}T$$

هر تسلا برابر 10^4 گاوس است پس:

$$B=24G$$

۱۸۴۹ B (۲) با توجه به قاعدهٔ دست راست برای بار مثبت، ۴ انگشت باز را در جهت v قرار می‌دهیم به گونه‌ای که با خم شدن ۴ انگشت جهت B مشخص شود، در این صورت شست باز دست، جهت نیرو را مشخص می‌کند.



دقت کنید که بار منفی بوده و جهت به‌دست آمده را باید قرینه کنیم پس جهت نیرو برونسو است.

۱۸۵۰ B (۴) معادلهٔ جریان متناوب را به کمک داده‌های مسئله می‌نویسیم:

$$I=I_{max}\sin(\frac{2\pi}{T}t)\xrightarrow[T=\frac{1}{50}s]{I_{max}=5A}$$

$$I=5\sin(\frac{2\pi}{\frac{1}{50}}t)\Rightarrow I=5\sin(100\pi t)$$

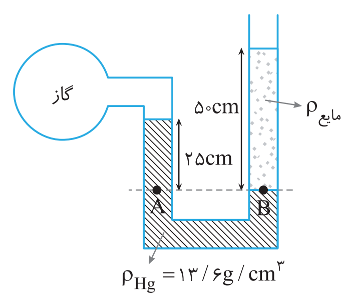
حال $t=\frac{3}{400}s$ را در معادله جایگذاری می‌کنیم:

$$I=5\sin(100\pi\times\frac{3}{400})\Rightarrow I=5\sin(\frac{3\pi}{4})$$

$$\Rightarrow I=5\times\frac{\sqrt{2}}{2}\Rightarrow I=\frac{5\sqrt{2}}{2}A$$

۱۸۵۱ B (۳)

خط فکری برای لولهٔ U شکل خط تراز می‌کشیم و می‌دانیم فشار پیمانه‌ای برابر $P_{گاز}-P_0$ است.



گام اول: خط تراز را رسم می‌کنیم. فشار A و B با هم برابر است.

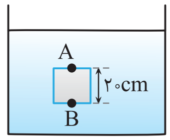
$$\begin{cases}P_A=P_B\Rightarrow P_{گاز}+\rho_{جیوه}gh_{جیوه}=P_0+\rho_{مایع}gh_{مایع}\\ P_{گاز}-P_0=\rho_{مایع}gh_{مایع}-\rho_{جیوه}gh_{جیوه}\end{cases}$$

گام دوم: با توجه به سؤال مقدار $P_{گاز}-P_0$ برابر فشار پیمانه‌ای یعنی $-25kPa=-25000Pa$ است:

$$-25000=\rho_{مایع}\times10\times\frac{50}{100}-13600\times10\times\frac{25}{100}\Rightarrow-25000=5\rho-34000$$

$$5\rho=9000\Rightarrow\rho=1800kg/m^3$$

۱۸۵۲ B (۳) اختلاف فشار بین دو نقطه درون یک مایع از رابطهٔ $\Delta P=\rho g\Delta h$ به‌دست می‌آید:



$$\begin{cases}P_A=101kPa\\ P_B=105kPa\end{cases}\Rightarrow\Delta P_{AB}=105-101=4kPa=4000Pa$$

حال با توجه به ΔP مقدار چگالی را حساب می‌کنیم:

$$\Delta P=\rho g\Delta h\Rightarrow4000=\rho\times10\times0/2\Rightarrow\rho=2000kg/m^3$$

مقدار چگالی بر حسب گرم بر لیتر خواهد شد:

$$\rho=2000\frac{\cancel{kg}}{\cancel{m^3}}\times\frac{1000g}{1\cancel{kg}}\times\frac{1\cancel{m^3}}{1000L}=2000\frac{g}{L}$$

۱۸۵۳ B (۲) سطح زمین را مبدأ انرژی پتانسیل فرض می‌کنیم:

جسم در سطح زمین بوده و انرژی پتانسیل آن صفر است. از این‌رو انرژی مکانیکی اولیهٔ آن خواهد شد:

$$E_1=U_1+K_1\Rightarrow E_1=K_1\Rightarrow E_1=\frac{1}{2}m(80)^2\Rightarrow E_1=(3200)mJ$$

انرژی مکانیکی ثانویه را حساب می‌کنیم. در این نقطه جسم هم انرژی پتانسیل دارد و هم انرژی جنبشی:

$$E_2=K_2+U_2\Rightarrow E_2=\frac{1}{2}m\times400+mg(236)$$

$$\Rightarrow E_2=200m+2360m\Rightarrow E_2=(2560m)J$$

با توجه به پایستگی انرژی، کار نیروی اتلافی در اثر مقاومت هوا را حساب می‌کنیم:

$$E_2-E_1=W_f\Rightarrow2560m-3200m=W_f\Rightarrow W_f=-640m$$

خواسته سؤال این است که مقدار W_f چند درصد مقدار K_1 است:

$$\frac{W_f}{K_1}\times100=\frac{640m}{3200m}\times100=20\%$$

۱۸۵۴ B (۴) کار نیروی وزن برابر $W_g=\pm mg\Delta h$ است. اگر جسم به سمت بالا جابه‌جا شود کار نیروی وزن آن منفی خواهد بود و اگر به سمت پایین جابه‌جا شود کار نیروی وزن مثبت است.

$$W_g=-mg\Delta h\Rightarrow W_g=-2\times10\times0/5=-10J$$

۱۸۵۵ B (۱)

خط فکری ابتدا تغییر دما را بر حسب درجهٔ سلسیوس حساب می‌کنیم و در گام بعد به کمک رابطهٔ $\Delta\ell=\ell_1\alpha\Delta\theta$ تغییر طول پل را حساب می‌کنیم.

(۱) تغییر دما بر حسب درجهٔ فارنهایت برابر است با:

$$\Delta F=F_2-F_1=122-(-58)=180^\circ F$$

$$\Delta F=\frac{9}{5}\Delta\theta\Rightarrow180=\frac{9}{5}\Delta\theta\Rightarrow\Delta\theta=100^\circ C$$

(۲) تغییر طول پل برابر است با:

$$\Delta\ell=\ell_1\alpha\Delta\theta\Rightarrow\Delta\ell=1158\times1/3\times10^{-5}\times100$$

$$\Rightarrow\Delta\ell=1/5054\simeq1/5m$$

B ۱۸۵۶ (۳) اگر $c_{\text{آب}}=۴۲۰۰\,J/kg.K$ را به عنوان یک ضریب در نظر بگیریم مقدار $L_F=۳۳۶\times ۱۰^۳\,J/kg$ است، برابر $۸۰c_{\text{آب}}$ خواهد بود:

$$\boxed{\text{یخ}\ -۱۰^\circ C}\xrightarrow[Q_۱]{mc_{\text{یخ}}\Delta\theta}\boxed{\text{یخ}\ ۰^\circ C}\xrightarrow[Q_۲]{mL_F}\boxed{\text{آب}\ ۰^\circ C}\xrightarrow[Q_۳]{mc_{\text{آب}}\Delta\theta}\boxed{\text{آب}\ ۱۰^\circ C}$$

$$Q_{\text{کل}}=Q_۱+Q_۲+Q_۳\Rightarrow Q_{\text{کل}}=mc_{\text{یخ}}\Delta\theta+mL_F+mc_{\text{آب}}\Delta\theta$$

$$Q_{\text{کل}}=۰/۵\times\frac{c_{\text{آب}}}{۲}\times ۱۰+۰/۵\times ۸۰c_{\text{آب}}+۰/۵c_{\text{آب}}\times ۱۰$$

$$\Rightarrow Q_{\text{کل}}=۲/۵c_{\text{آب}}+۴۰c_{\text{آب}}+۵c_{\text{آب}}\Rightarrow Q_{\text{کل}}=۴۷/۵c_{\text{آب}}$$

حال به جای c مقدار ۴۲۰۰ را قرار می‌دهیم:

$$Q_{\text{کل}}=۴۷/۵\times ۴۲۰۰=۱۹۹۵۰۰J=۱۹۹/۵kJ$$

B ۱۸۵۷ (۲) در واپاشی β منفی یک نوترون به یک پروتون و یک الکترون واپاشیده می‌شود، یعنی از تعداد نوترون‌ها یک واحد کاسته شده و بر تعداد پروتون‌ها یک واحد افزوده می‌شود بنابراین الف و پ نادرست هستند.

$$\underset{\text{نوترون}}{{}^{1}_{0}n}\to\underset{\text{پروتون}}{{}^{1}_{1}H}+\underset{\text{بتای منفی}}{{}^{\ 0}_{-1}e}$$

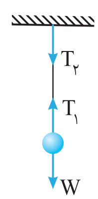
$${}^{A}_{Z}X_N\to{}^{\ \ A}_{Z+1}Y_{N-1}+e^-$$

در واپاشی β مثبت یک پروتون به یک نوترون و یک پوزیترون (بتای مثبت β^+) واپاشیده شده و از تعداد پروتون‌ها یک واحد کاسته شده و بر تعداد نوترون‌ها یک واحد افزوده می‌شود. بنابراین (ب) درست و (ت) نادرست است.

$${}^{1}_{1}H\to{}^{1}_{0}n+{}^{\ 0}_{+1}e$$

$${}^{A}_{Z}X_N\to{}^{\ \ A}_{Z-1}Y_{N+1}+{}^{0}e^+$$

B ۱۸۵۸ (۴) با صرف نظر کردن از وزن نخ، نیروی کشش نخ در تمام نقاط این نخ یکسان و اندازهٔ آن برابر وزن گلوله است. $(T_۱=T_۲=W)$ و گزینهٔ (۱) درست است.



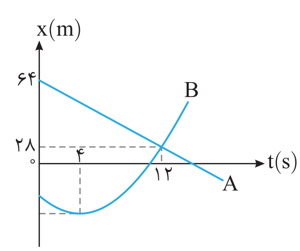
نیروی $T_۲$ نیرویی است که توسط نخ بر سقف وارد می‌شود و واکنش آن نیرویی است که توسط سقف بر نخ وارد می‌شود و گزینهٔ (۲) درست است.

نیروی $T_۱$ توسط نخ بر گلوله وارد می‌شود و واکنش آن نیز بنا به قانون سوم نیوتون توسط گلوله بر نخ وارد شده و گزینهٔ (۳) درست است.

نیروهای $T_۱$ و $T_۲$ کنش و واکنش هم نیستند، زیرا توسط نخ بر سقف و گلوله وارد می‌شوند. از این‌رو گزینهٔ (۴) نادرست است.

B ۱۸۵۹ (۱) از امواج مکانیکی برای مکان‌یابی پژواکی در دستگاه سونار که در کشتی‌ها برای مکان‌یابی اجسام زیر آب به‌کار می‌رود استفاده می‌شود. همچنین در تعیین تندی شارش خون (گویچه‌های قرمز) در رگ‌ها استفاده می‌شود.

B ۱۸۶۰ (۴) با یک مسئله سروکار داریم که در تمام مراحل حل آن باید در معادلات حرکت داده شدهٔ کتاب جایگذاری کنیم.



(۱) تندی متحرک A برابر اندازهٔ شیب نمودار آن است.

$$|v_A|=\frac{|۲۸-۶۴|}{۱۲}=۳m/s\Rightarrow v_A=-۳m/s$$

(۲) تندی متحرک B در $t=۱۲s$ ، $\frac{۱۶}{۳}$ تندی متحرک A است بنابراین:

$$|v_B|=\frac{۱۶}{۳}|v_A|=\frac{۱۶}{۳}\times ۳=۱۶m/s$$

شیب خط مماس بر نمودار B در لحظهٔ $t=۱۲s$ مثبت است، بنابراین سرعت B در این لحظه $+۱۶m/s$ است.

(۳) در بازهٔ ۴s تا ۱۲s سرعت متحرک B از صفر به $۱۶m/s$ می‌رسد و شتاب خواهد شد:

$$a=\frac{\Delta v}{\Delta t}\Rightarrow a=\frac{۱۶-۰}{۱۲-۴}\Rightarrow a=۲m/s^۲$$

(۴) سرعت اولیه متحرک B را حساب می‌کنیم:

$$v=at+v_۰\Rightarrow ۱۶=۲\times ۱۲+v_۰\Rightarrow v_۰=-۸m/s$$

(۵) مکان اولیهٔ متحرک B را به‌دست می‌آوریم و در لحظهٔ $t=۱۲s$ ، مکان ۲۸m است. از این‌رو:

$$x=\frac{۱}{۲}at^۲+v_۰t+x_۰\Rightarrow ۲۸=\frac{۱}{۲}\times ۲\times(۱۲)^۲-۸\times ۱۲+x_۰$$

$$\Rightarrow ۲۸=۱۴۴-۹۶+x_۰\Rightarrow x_۰=-۲۰m$$

(۶) معادلهٔ حرکت B را می‌نویسیم:

$$x=\frac{۱}{۲}at^۲+v_۰t+x_۰\Rightarrow x=\frac{۱}{۲}\times ۲t^۲-۸t-۲۰\Rightarrow x=t^۲-۸t-۲۰$$

(۷) لحظهٔ تغییر جهت بردار مکان B یعنی لحظهٔ گذر متحرک B از مبدأ مکان $(x=۰)$:

$$۰=t^۲-۸t-۲۰\Rightarrow(t+۲)(t-۱۰)=۰\Rightarrow t=۱۰s$$

(۸) اکنون کافی است مکان A در $t=۱۰s$ را به‌دست بیاوریم:

$$x_A=v_At+x_{۰A}\Rightarrow x_A=-۳t+۶۴$$

$$\xrightarrow{t=۱۰s}x_A=-۳۰+۶۴=۳۴m$$

بالاخره تموم شد هورااا.