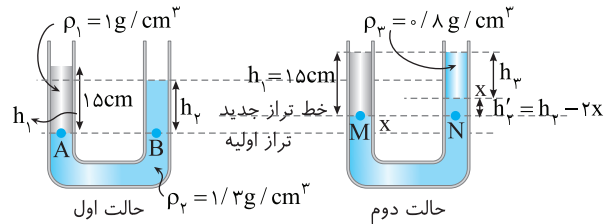


فصل نهم: آزمون‌های سراسری ۱۴۰۱

C ۲۱۸۳

خط فکری

شکل دو حالت مسئله را کنار هم رسم می‌کنیم. در حالت اول خط تراز را می‌کشیم تا ارتفاع h_p را حساب کنیم. وقتی مایع ρ_p را به شاخه سمت راست اضافه می‌کنیم. مایع ρ_p به اندازه x در سمت راست پایین می‌رود و به همین اندازه مطابق شکل در سمت چپ بالا می‌رود. از این‌جا به بعد شما با مقایسه دو شکل باید مقدار x و h_p را حساب کنید.



۱ خط تراز در حالت اول را رسم می‌کنیم. فشار نقاط A و B واقع بر خط تراز یکسان است.

$$P_A = P_B \Rightarrow \rho_1 g h_1 = \rho_2 g h_p \Rightarrow 1 \times 15 = \frac{1}{3} h_p \Rightarrow h_p = \frac{15}{13} \text{ cm}$$

۲ مایع ρ_p به شاخه سمت راست اضافه شده تا سطح آزاد مایع در دو شاخه برابر شود. در این حالت مجدداً خط تراز را رسم می‌کنیم. فشار نقاط M و N برابر است. فشار در نقطه M، فشار ستون 15 cm مایع ρ_1 است و فشار در نقطه N مجموع فشار ستون h_p مایع ρ_p و فشار ستون $h'_p = \frac{15}{13} - 2x$ مایع ρ_p است از این‌رو می‌توان نوشت:

$$\rho_M = \rho_N \Rightarrow \rho_1 h_1 = \rho_p h_p + \rho_p h'_p \Rightarrow 1 \times 15 = \frac{1}{3} h_p + \frac{1}{3} (\frac{15}{13} - 2x)$$

$$15 = \frac{1}{3} h_p + \frac{15}{39} - \frac{2}{13} x \Rightarrow \frac{1}{3} h_p = \frac{2}{13} x \Rightarrow x = \frac{1}{2} h_p$$

۳ اکنون باید به دقت به شکل حالت دوم و اعداد روی شاخه راست و چپ دقت کنید. h_1 با مجموع h_p و h'_p برابر است.

$$h_1 = h'_p + h_p \Rightarrow 15 = (\frac{15}{13} - 2x) + h_p \Rightarrow h_p - 2x = 15 - \frac{15}{13} = \frac{180}{13}$$

۴ از رابطه (I) در رابطه بالا جایگذاری می‌کنیم

$$\frac{180}{13} = h_p - \frac{1}{2} h_p \Rightarrow \frac{1}{2} h_p = \frac{180}{13} \Rightarrow h_p = \frac{360}{13} = 9 \text{ cm}$$

حجم مایع اضافه شده خواهد شد:

$$V_p = A h_p = 1 \times 9 = 9 \text{ cm}^3$$

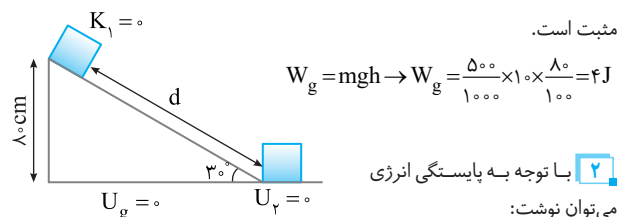
بالاخره نمودار شد. عجب معادلات عددی و حشتناکی! پس باید معادلات عددی خودمون رو به‌شدت تقویت کنیم.

B ۲۱۸۴

یادآوری

کار نیروی وزن برابر $W_g = \pm mgh$ است که اگر جسم بالا رود. $W_g < 0$ و اگر جسم پایین بیاید $W_g > 0$ است.

۱ کار نیروی وزن را حساب می‌کنیم. جسم از سطح شیب‌دار پایین آمده و W_g مثبت است.



$$E_p - E_k = W_f \Rightarrow U_p + K_p - (U_1 + K_1) = W_f$$

جسم از ارتفاع 80 cm رها شده ($v_1 = 0$) پس U_1 برابر mgh_1 بوده که $h_1 = 0.8 \text{ m}$ است و K_1 برابر ۰ است. هنگام رسیدن به زمین U_p صفر است. بنابراین:

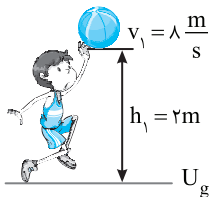
$$K_p - U_1 = W_f \Rightarrow \frac{1}{2} m (v_p)^2 - mgh_1 = W_f \Rightarrow \frac{1}{2} \times 0.5 \times 9 - 0.5 \times 10 \times 0.8 = W_f$$

$$= W_f \Rightarrow 2.25 - 4 = W_f \Rightarrow W_f = -1.75 \text{ J}$$

۱ میانبر چون در گزینه‌ها مقدار W_f که داده شده متفاوت است، پس تنها کافی است W_f را حساب کنیم.

B ۲۱۸۵

۱ انرژی مکانیکی در لحظه پرتاب را



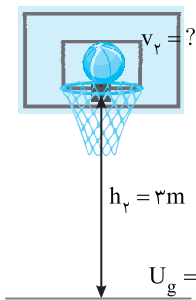
به دست می‌آوریم؛
(سطح زمین را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر می‌گیریم.)

$$E_1 = K_1 + U_1 \Rightarrow E_1 = \frac{1}{2} m v_1^2 + mgh_1$$

$$E_2 = K_2 + U_2 \Rightarrow E_2 = \frac{1}{2} m \times 6^2 + m \times 9 \times 2$$

$$\Rightarrow E_1 = 32m + 20m \Rightarrow E_1 = 52m$$

۲ انرژی مکانیکی در لحظه رسیدن به سید را به دست می‌آوریم:



$$E_2 = K_2 + U_2 \Rightarrow E_2 = \frac{1}{2} m v_2^2 + mg \times 3 \Rightarrow$$

$$E_2 = \frac{1}{2} m v_2^2 + 30m$$

۳ بنا به فرض مسئله کار نیروی مقاومت هوا خواهد شد:

$$W_f = -\frac{1}{\lambda} K_0 \Rightarrow W_f = -\frac{1}{\lambda} (\frac{1}{2} m v_0^2) \Rightarrow W_f = -\frac{1}{16} m (\lambda)^2 \Rightarrow W_f = -4m$$

۴ قانون پایستگی انرژی را نوشته و v_p را حساب می‌کنیم.

$$E_p - E_1 = W_f \Rightarrow K_p + U_p - E_1 = W_f$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} m v_p^2 + mgh_p - E_1 = -4m \Rightarrow \frac{1}{2} m v_p^2 + 30m - 52m = -4m$$

$$\frac{1}{2} v_p^2 + 30 - 52 = -4 \Rightarrow \frac{1}{2} v_p^2 = 18 \Rightarrow v_p^2 = 36 \Rightarrow v_p = 6 \text{ m/s}$$

B ۲۱۸۶

خط فکری

طول اولیه دو میله یکسان و افزایش دمای آن‌ها نیز برابر است. پس هر میله‌ای که ضریب انبساط طولی بیشتری دارد، افزایش طول بیشتری خواهد داشت. ضریب انبساط طولی مس بیشتر از آهن است و افزایش طول میله مس بیشتر از میله آهنی خواهد شد و برای اینکه اختلاف طول دو میله 0.3 mm باشد باید افزایش طول میله مس 0.3 mm بیشتر از افزایش طول میله آهنی باشد: افزایش طول هر دو میله را $(\Delta L = L_0 \alpha \Delta \theta)$ حساب کنید و تفاضل آن‌ها را برابر 0.3 mm قرار دهید.

۱ معادله افزایش طول میله مس را می‌نویسیم. برای آن که این افزایش برحسب میلی‌متر به دست آید طول اولیه مس را برحسب میلی‌متر $(0.5 \times 1000 = 500 \text{ mm})$ قرار می‌دهیم:

$$\Delta L_{cu} = L_{cu} \alpha_{cu} \Delta \theta \Rightarrow \Delta L_{cu} = 500 \times 1/100 \times 10^{-5} \times \Delta \theta \Rightarrow \Delta L_{cu} = 9 \times 10^{-3} \Delta \theta$$

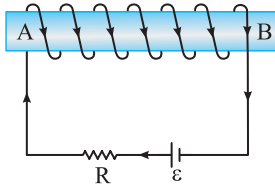
۲ معادله افزایش طول میله آهن را می‌نویسیم:

$$\Delta L_{Fe} = L_{Fe} \alpha_{Fe} \Delta \theta \Rightarrow \Delta L_{Fe} = 500 \times 1/200 \times 10^{-5} \times \Delta \theta \Rightarrow \Delta L_{Fe} = 6 \times 10^{-3} \Delta \theta$$

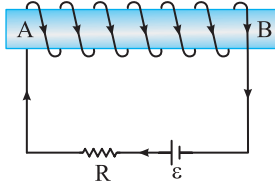


۲ ۲۱۹۰ A

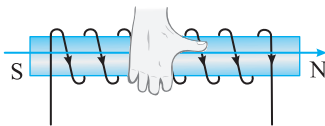
نکته سوی جریان در مدار خارجی یک باتری از پایانه مثبت به سوی پایانه منفی است.



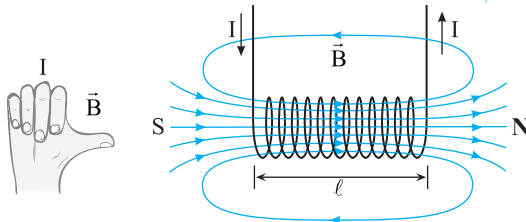
جهت جریان را مشخص می کنیم جریان ساعتگرد است.



با توجه قاعده دست راست جهت میدان درون سیمولوله را مشخص می کنیم، چهار انگشت دست راست را در سوی جریان سیمولوله می چرخانیم، در این حالت انگشت باز شست دست راست جهت راست را نشان می دهد که جهت میدان مغناطیسی است و قطب N نیز در همین سمت است.

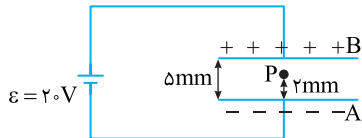


یادآوری قاعده دست راست برای جهت میدان مغناطیسی در سیمولوله حامل جریان.



۲ ۲۱۹۱ B

یادآوری اختلاف پتانسیل بین دو نقطه در میدان الکتریکی یکنواخت برابر $\Delta V = Ed$ است که در آن d فاصله دو نقطه در امتداد خطوط میدان است. دو صفحه خازن به باتری متصل است و اختلاف پتانسیل دو سر خازن ثابت و برابر ۲۰V است. اختلاف پتانسیل بین نقطه P و صفحه منفی A برابر $V_P - V_A = Ed_{AP}$ است. که E میدان الکتریکی بین صفحات است. با دور شدن صفحه B فاصله A و از هم تغییر نکرده و ۲mm می ماند اما میدان الکتریکی تغییر می کند:



در هر حالت میدان الکتریکی را حساب می کنیم.

$$\begin{matrix} + + + + + B \\ \uparrow \Delta mm \\ P \\ \downarrow 2mm \\ - - - - - A \end{matrix} \quad E_1 = \frac{V}{d_1} = \frac{20}{\Delta mm} \rightarrow E_1 = \frac{20}{\Delta \times 10^{-3}} = 4000 \frac{V}{m}$$

$$\begin{matrix} + + + + + B \\ \uparrow 10mm \\ P \\ \downarrow 2mm \\ - - - - - A \end{matrix} \quad E_2 = \frac{V}{d_2} = \frac{20}{10mm} \rightarrow E_2 = \frac{20}{10 \times 10^{-3}} = 2000 \frac{V}{m}$$

اختلاف ΔL_{Cu} و ΔL_{Fe} برابر $0.3mm$ است:

$$\Delta L_{Cu} - \Delta L_{Fe} = 0.3mm \rightarrow 9 \times 10^{-6} \Delta \theta - 6 \times 10^{-6} \Delta \theta = 0.3$$

$$\rightarrow 3 \times 10^{-6} \Delta \theta = 0.3 \rightarrow \Delta \theta = 10^6 \text{ } ^\circ C$$

۴ ۲۱۸۷ B

خط فکری در این فرآیند یخ از آب $20^\circ C$ گرما می گیرد. ابتدا یخ $-10^\circ C$ به یخ $0^\circ C$ تبدیل می شود، سپس یخ $0^\circ C$ با دریافت گرما از آب، ذوب می شود و به آب $0^\circ C$ تبدیل شده و سرانجام دمای آن $5^\circ C$ می شود. در این مدت، آب $20^\circ C$ با از دست دادن گرما به آب $5^\circ C$ تبدیل می شود. گرمایی که یخ $-10^\circ C$ می گیرد تا به آب $5^\circ C$ تبدیل شود و هم چنین گرمایی که آب $20^\circ C$ از دست می دهد تا دمایش $5^\circ C$ شود را حساب کنید و برابر قرار دهید تا بتوانید جرم آب $20^\circ C$ را به دست بیاورید.

۱ گرمای لازم برای رسیدن یخ $-10^\circ C$ به آب $5^\circ C$ را حساب می کنیم:

$$1kg \text{ یخ } \xrightarrow{Q_1} 1kg \text{ یخ } \xrightarrow{Q_2} 1kg \text{ آب } \xrightarrow{Q_3} 5^\circ C$$

$$Q_{یخ} = Q_1 + Q_2 + Q_3 = m'c_{یخ} \Delta \theta_1 + m' L_F + m' c_{آب} \Delta \theta$$

$$Q_{یخ} = 1 \times 2100 \times 10 + 1 \times 336000 + 1 \times 4200 \times 5$$

۲ گرمایی که آب $20^\circ C$ از دست می دهد تا به آب $5^\circ C$ برسد را حساب می کنیم:

$$Q_{آب} = mc_{آب} \Delta \theta' = m \times 4200 \times 15$$

۳ $Q_{یخ}$ و $Q_{آب}$ با هم برابر است:

$$Q_{یخ} = Q_{آب} \rightarrow 2100 \times 10 + 336000 + 4200 \times 5 = m \times 4200 \times 15$$

$$\xrightarrow{\text{دو طرف را بر } 2100} 10 + 160 + 10 = 30m \rightarrow 180 = 30m \rightarrow m = 6kg$$

میانبر می توان یخ C که برابر ۲۱۰۰ است را به عنوان C گرفت در این صورت:

$Q_{آب}$ که برابر ۴۲۰۰ است برابر ۲C و L_F که برابر ۳۳۶۰۰۰ بوده برابر ۱۶۰C می شود:

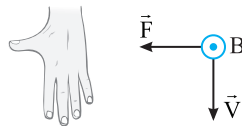
$$Q_1 = 10C, Q_2 = 160C, Q_3 = 10C$$

$$Q_{آب} = 30mc$$

$$Q_{یخ} = Q_{آب} = 180C = 30mc \Rightarrow m = 6kg$$

۳ ۲۱۸۸ A

با توجه به قاعده دست راست، چهار انگشت باز دست راست را در جهت V رو به پایین گرفته به صورتی که انگشت باز شست دست جهت نیرو به سمت چپ را نشان دهد در این صورت کف دست شما رو به بیرون صفحه کاغذ بوده و جهت میدان را نشان می دهد یعنی میدان مغناطیسی برونسو است اما بار ذره منفی بوده (بار الکترون) پس جهت به دست آمده با قاعده دست راست را وارون کرده و جهت میدان مغناطیسی درونسو می شود.



۱ ۲۱۸۹ B

خط فکری برای حل این تست باید تک تک گزینه ها بررسی شود و اگر شانس بیاوریم گزینه (۱) درست باشد و دیگر نیازی به بررسی بقیه گزینه ها نیست. برای بررسی هر گزینه باید یک رابطه ریاضی که در آن کمیت مورد نظر وجود دارد را به کار ببرید.

برای میدان مغناطیسی استفاده از رابطه نیروی وارد بر سیم حامل جریان در میدان مغناطیسی بهترین انتخاب است.

$$F = I l B \sin \theta$$

یکای فرعی نیرو kgm/s^2 ، یکای جریان آمپر (A) یکای طول (m) و نسبت های مثلثاتی یکنانند از این رو:

$$kgm/s^2 = A \cdot m [B] \Rightarrow [B] = \frac{kg}{As^2}$$

بنابراین نیازی به بررسی گزینه های دیگر نیست.

۲ نیروی که بار q_1 بر بار q_3 وارد می کند بنا به قانون سوم نیوتن هم اندازه نیروی

$$F_{13} = \frac{F}{9}$$

است که بار q_3 به بار q_1 وارد می کند.

۳ نیروی که بار $q_3 = 2q_1$ بر بار $q_3 = 4q_1$ در فاصله $2x$ وارد می کند

$$F_{33} = F + \frac{F}{9} = \frac{10}{9}F$$

نیروی خالص وارد بر F_3 خواهد شد:

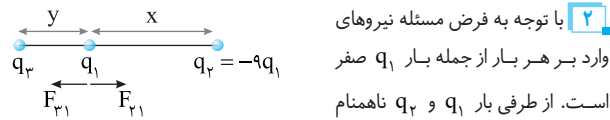
$$\frac{F_1}{F_3} = \frac{\frac{F}{9}}{\frac{10}{9}F} = \frac{1}{10}$$

نسبت F_1/F_3 خواهد شد:

۴ ۲۱۹۴ B

۱ ابتدا دقت کنید در هر چهار گزینه، بار q_3 در سمت چپ بار q_1 قرار می گیرد

بنابراین طرز قرار گرفتن بارها به شکل زیر است.



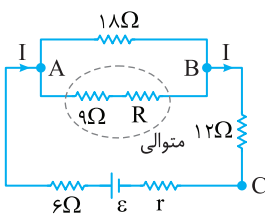
۲ با توجه به فرض مسئله نیروهای وارد بر هر بار از جمله بار q_1 صفر است. از طرفی بار q_1 و q_3 ناهمنام هستند و نیروی F_{13} جاذبه است. بنابراین نیروی که q_3 بر q_1 وارد می کند نیز باید جاذبه و به سمت چپ باشد یعنی q_3 نیز باید با q_1 ناهمنام باشد بنابراین q_3 منفی است در نتیجه گزینه های (۱) و (۲) حذف شده و مقدار بار $q_3 = -\frac{9}{4}q_1$ خواهد بود.

۳ با برابر قرار دادن نیروهای F_{12} و F_{13} ، مقدار y را برحسب x به دست می آوریم.

$$F_{12} = F_{13} \Rightarrow k \frac{|q_2||q_1|}{x^2} = k \frac{|q_3||q_1|}{y^2} \Rightarrow \frac{|q_2|}{x^2} = \frac{|q_3|}{y^2} = \frac{9q_1}{x^2} = \frac{9}{4} \frac{q_1}{y^2}$$

$$\Rightarrow y^2 = \frac{x^2}{4} \Rightarrow y = \frac{x}{2}$$

۲ ۲۱۹۵ B



خط فکری به فرض مسئله دقت کنید اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت 18Ω (V_{AB}) با اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت 12Ω (V_{BC}) برابر است. بنابراین باید مقاومت R_{AB} با مقاومت R_{BC} برابر باشد. با توجه به این مطلب مسئله را حل می کنیم.

در گام اول مقاومت معادل بین دو نقطه AB را حساب می کنیم. مقاومت R و 9Ω متوالی و معادل آنها با مقاومت 18Ω موازی است. بنابراین:

$$\frac{1}{R_{AB}} = \frac{1}{18} + \frac{1}{R+9} \Rightarrow R_{AB} = \frac{(18)(R+9)}{27+R}$$

در گام دوم برای آن که $V_{AB} = V_{BC}$ باشد باید مقاومت R_{AB} با مقاومت R_{BC} برابر باشد از این رو:

$$V_{AB} = V_{BC} \Rightarrow IR_{AB} = IR_{BC} \Rightarrow R_{AB} = R_{BC} = \frac{18(R+9)}{27+R} = 12 \Rightarrow \frac{2(R+9)}{27+R} = 2$$

$$\Rightarrow 2R + 27 = 54 + 2R \Rightarrow R = 27\Omega$$

۳ ۲۱۹۶ B

۱ اگر تنها یکی از کلیدها بسته باشد، فقط یکی از مقاومت های R در مدار قرار می گیرد و مدار به شکل زیر است. در این حالت ولتسنج ولتاژ دو سر باتری را $6V$ نشان می دهد و جریان مدار خواهد شد:

$$I = \frac{\varepsilon}{R+r} \rightarrow I = \frac{10}{R+r}$$

۲ اختلاف پتانسیل بین P و A در هر حالت خواهد شد:

$$\Delta V_{AP} = V_P - V_A \Rightarrow 4000 \times 2 \times 10^{-3} = V_P - V_A \Rightarrow V_P = 8 - V_A$$

$$\Delta V'_{AP} = V'_P - V_A \Rightarrow 2000 \times 2 \times 10^{-3} = V'_P - V_A \Rightarrow V'_P = 4 + V_A$$

بنابراین پتانسیل نقطه P ، $4V$ کاهش یافته است.

۱ ۲۱۹۲ B

یادآوری در جابه جایی در جهت خطوط میدان پتانسیل الکتریکی کاهش می یابد. با توجه به سؤال از B تا A در خلاف جهت خطوط میدان ذره جابه جا شده و $V_A > V_B$ است پس $V_A - V_B$ مثبت است.

یادآوری اختلاف پتانسیل الکتریکی از رابطه $\Delta V = Ed \cos \theta$ به دست می آید.

یادآوری هرچه تراکم خطوط میدان الکتریکی بیشتر، اندازه میدان الکتریکی بیشتر بوده و میدان قوی تر است. با توجه به شکل تراکم خطوط از A تا B در شکل (۳) بزرگتر از شکل (۲) و در شکل (۲) بزرگتر از شکل (۱) است. بنابراین:

$$\Delta V_3 = E_3 d \cos \theta$$

$$\Delta V_2 = E_2 d \cos \theta \xrightarrow{E_2 > E_3 > E_1} \Delta V_2 > \Delta V_3 > \Delta V_1$$

$$\Delta V_1 = E_1 d \cos \theta$$

۳ ۲۱۹۳ B

۱ نیروهای وارد بر q_1 را حساب می کنیم، بار q_1 و q_2 همنام بوده و یکدیگر را دفع می کنند و بارهای q_3 و q_1 ناهمنام بوده و یکدیگر را جذب می کنند. به کمک قانون کولن نیروها را به دست می آوریم.

$$F_{11} = k \frac{|q_1||q_2|}{r_{12}^2} = k \frac{2q_1^2}{x^2}$$

$$F_{13} = k \frac{|q_1||q_3|}{r_{13}^2} = k \frac{4q_1^2}{9x^2}$$

۲ دو نیرو خلاف جهت هم اند و اندازه نیروی خالص وارد بر q_1 برابر تضائل F_{11} و F_{13} است:

$$F_1 = F_{11} - F_{13} = 2k \frac{q_1^2}{x^2} - \frac{4}{9} k \frac{q_1^2}{x^2} = \frac{14}{9} k \frac{q_1^2}{x^2}$$

۳ نیروهای وارد بر q_3 را حساب می کنیم. بنا به قانون سوم نیوتن نیروی که q_3 به q_1 وارد می کند با نیروی که q_1 به q_3 وارد کرده برابر است. از این رو اندازه F_{13} نیز برابر $\frac{4}{9} k \frac{q_1^2}{x^2}$ است:

$$F_{33} = k \times \frac{2q_1 \times 4q_1}{4x^2} = 2k \frac{q_1^2}{x^2}$$

۴ دو نیرو هم جهت اند:

$$F_3 = F_{33} + F_{13} = 2k \frac{q_1^2}{x^2} + \frac{4}{9} k \frac{q_1^2}{x^2} = \frac{22}{9} k \frac{q_1^2}{x^2}$$

$$\frac{F_1}{F_3} = \frac{\frac{14}{9} k \frac{q_1^2}{x^2}}{\frac{22}{9} k \frac{q_1^2}{x^2}} = \frac{14}{22} = \frac{7}{11}$$

حال نسبت F_1 به F_3 را حساب می کنیم:

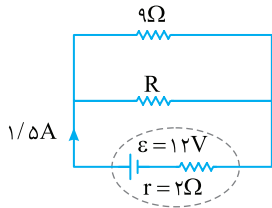
روش دیگر:

در حل این نوع مسائل می توانید نیروی که دو بار الکتریکی یکسان q_1 در فاصله x بر هم وارد می کنند را F فرض کنیم و با توجه به قانون کولن $F = k \frac{|q_1||q_2|}{r^2}$ ، نیروهای دیگر را بر حسب F به دست آوریم.

۱ نیروی که بار $q_3 = 2q_1$ بر بار q_1 در فاصله x وارد می کند برابر $F_{13} = 2F$ و

نیروی که بار $q_3 = 4q_1$ در فاصله $3x$ وارد می کند برابر $F_{13} = \frac{4F}{9}$ و نیروی خالص

وارد بر q_1 خواهد شد: $F_1 = 2F - \frac{4}{9}F \Rightarrow F_1 = \frac{14F}{9} \Rightarrow F_1 = \frac{14}{9}F$



۲ مقاومت R و ۹Ω موازی اند:

$$\frac{1}{R} + \frac{1}{9} = \frac{1}{18} \rightarrow \frac{1}{R} = \frac{1}{18} - \frac{1}{9} = \frac{1}{18} - \frac{2}{18} = -\frac{1}{18}$$

$$\rightarrow \frac{1}{R} = \frac{1}{18} \rightarrow R = 18\Omega$$

یادآوری: جریان در مقاومت‌های

موازی به نسبت وارون مقدار مقاومت تقسیم می‌شود.

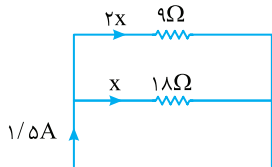
۳ جریان عبوری از مقاومت ۱۸Ω

را x بگیرد، جریان مقاومت ۹Ω برابر

۲x می‌شود:

$$x + 2x = 1/5 \text{ A} \rightarrow 3x = 1/5 \rightarrow x = 1/15 \text{ A}$$

۴ توان مصرفی مقاومت ۱۸Ω برابر



$$P = RI^2 \rightarrow P = 18 \times (1/15)^2 \rightarrow P = 18 \times \frac{1}{225} = \frac{4}{25} \text{ W}$$

است با:

۱ ۲۱۹۹

۵ ابتدا با توجه به اینکه هر مایل ۱۸۰۰ متر است، کیلومتر را به مایل تبدیل

می‌کنیم:

$$216 \frac{\text{km}}{\text{h}} \times \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} \times \frac{1 \text{ mi}}{1800 \text{ m}} = 12 \frac{\text{mi}}{\text{h}}$$

۶ در گام بعدی ساعت را به دقیقه تبدیل می‌کنیم. هر ساعت، ۶۰ دقیقه است:

$$12 \frac{\text{mi}}{\text{h}} \times \frac{1 \text{ h}}{60 \text{ min}} = 2 \frac{\text{mi}}{\text{min}}$$

۲ ۲۲۰۰

ضریب انبساط طولی (α)، $3 \times 10^{-5} \frac{1}{^\circ\text{C}}$ داده شده پس ضریب انبساط حجمی یعنی

۳α برابر $9 \times 10^{-5} \frac{1}{^\circ\text{C}}$ می‌شود. همچنین تغییرات دما 20°C است. چون در سؤال

گفته شده، دما 20°C افزایش یافته است.

یادآوری: درصد تغییرات حجمی برابر $3\alpha \Delta\theta \times 100$ است:

$$\text{درصد تغییرات حجمی} = \frac{V_2 - V_1}{V_1} \times 100 = \frac{V_1 3\alpha \Delta\theta}{V_1} \times 100 = 3\alpha \Delta\theta \times 100$$

$$\Rightarrow \text{درصد تغییرات حجمی} = 1/8\% \Rightarrow 9 \times 10^{-5} \times (20) \times 100 = 1/8\%$$

۱ ۲۲۰۱

خط فکری: جسم در حال پایین آمدن بوده و انرژی پتانسیل گرانشی آن آزاد می‌شود اما تندی جسم ثابت مانده و این انرژی پتانسیل به انرژی جنبشی تبدیل نمی‌شود پس در طول مسیر اصطکاک داریم.

(الف) کار نیروی سطح برابر برآیند کار عمودی سطح و کار نیروی اصطکاک است و چون مسیر دارای اصطکاک بوده پس کار نیروی اصطکاک داشته و گزاره (الف) نادرست است.

(ب) انرژی مکانیکی برابر مجموع انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل است. با توجه به اینکه تندی ثابت بوده و انرژی جنبشی ثابت می‌ماند اما با پایین آمدن جسم انرژی پتانسیل گرانشی کاهش یافته پس:

$$E = K + U \xrightarrow{\substack{U \text{ کم شده} \\ K \text{ ثابت مانده}}} \downarrow E$$

گزاره (ب) درست است.

(پ) با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی کار کل برابر تغییر انرژی جنبشی است پس $W_t = \Delta K$ بوده و با ثابت بودن تندی انرژی جنبشی تغییر نمی‌کند و کار کل صفر

است. در حالی که با پایین آمدن جسم روی سطح شیبدار کار نیروی وزن صفر نیست $(W_g = mg\Delta h)$ و گزاره (پ) نادرست است.

(ت) با توجه به توضیحات گزاره (ب)، چون انرژی مکانیکی در حال کاهش بوده پس این گزاره نادرست است.

۲ اختلاف پتانسیل دو سر باتری برابر

$$V = \varepsilon - rI$$

$$v = \varepsilon - rI \xrightarrow{r=6V} \varepsilon = 10 - \frac{10r}{R+r}$$

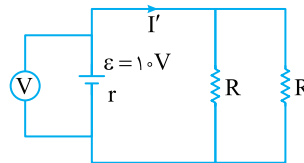
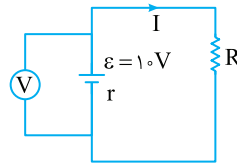
$$\rightarrow \frac{10r}{R+r} = t \rightarrow 10r = 4R + 4r$$

$$\rightarrow 6r = 4R \rightarrow R = 1.5r$$

۳ اگر دو کلید بسته شود هر دو

مقاومت R در مدار قرار می‌گیرند و

با هم موازی اند:



$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R} \rightarrow \frac{1}{R_{eq}} = \frac{2}{R} \rightarrow R_{eq} = \frac{R}{2}$$

$$I'_{مدار} = \frac{\varepsilon}{r + R_{eq}} \Rightarrow I'_{مدار} = \frac{10}{r + \frac{R}{2}} \xrightarrow{R=1.5r} I'_{مدار} = \frac{10}{r + 0.75r}$$

$$\rightarrow I'_{مدار} = \frac{10}{1.75r}$$

۴ اختلاف پتانسیل دو سر باتری برابر $V' = \varepsilon - rI'_{مدار}$ است:

$$V' = \varepsilon - rI'_{مدار} \rightarrow V' = 10 - r \frac{10}{1.75r} \rightarrow V' = 10 - \frac{10}{1.75}$$

$$\rightarrow V' = \frac{17.5 - 10}{1.75} = \frac{7.5}{1.75} \rightarrow V' = \frac{750}{175} = \frac{30}{7} \text{ V}$$

میانبر: اختلاف پتانسیل دو سر باتری بر حسب مقاومت خارجی مدار (R_{eq})

$$V = \frac{R_{eq}}{R_{eq} + r} \varepsilon$$

از رابطه زیر به دست می‌آید.

با استفاده از این رابطه نیازی به محاسبه جریان نیست.

۲ ۲۱۹۷

۱ آمپر سنج جریان اصلی مدار را 0.8 A نشان داده است از این رو جریان گذرنده از

سه مقاومت متوالی 9Ω ، R و 4Ω برابر 0.8 A است.

۲ ولت سنج به دو سر مقاومت R بسته شده و ولتاژ دو سر آن را 12 V نشان

می‌دهیم: مقاومت R را حساب می‌کنیم:

$$\begin{cases} V = 12 \text{ V} \\ I = 0.8 \text{ A} \end{cases} \rightarrow R = \frac{V}{I} \rightarrow R = \frac{12}{0.8} \rightarrow R = \frac{120}{8} = 15\Omega$$

۳ مقاومت معادل خواهد شد:

$$R_{eq} = 4 + 15 + 9 \Rightarrow R_{eq} = 28\Omega$$

۴ به کمک جریان مدار نیروی محرکه باتری را به دست می‌آوریم.

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} \Rightarrow 0.8 = \frac{\varepsilon}{28 + 2} \Rightarrow \varepsilon = 24 \text{ V}$$

۱ ۲۱۹۸

خط فکری: با توجه به اعداد روی مدار، جریان مدار $1/5 \text{ A}$ است به کمک جریان

ابتدا مقاومت معادل مدار را حساب کنید. سپس به کمک مقاومت معادل به سراغ یافتن مقدار مقاومت R بروید با داشتن مقاومت R می‌توانید جریان R (و یا ولتاژ دو سر R) را حساب کرده و توان مصرفی آن را بیابید. البته ما جریان R را به دست آورده‌ایم.

۱ جریان مدار $1/5 \text{ A}$ است. با توجه به مدار $I_{مدار} = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r}$ مقدار R_{eq} را

به دست می‌آوریم:

$$1/5 = \frac{12}{R_{eq} + 2} \rightarrow 1/5 R_{eq} + 3 = 12 \rightarrow 1/5 R_{eq} = 9 \rightarrow R_{eq} = 45\Omega$$

۱ تغییر انرژی پتانسیل از A تا B را حساب می‌کنیم:

$$\Delta U_{E_{AB}} = -(-5 \times 10^{-6}) \times 10^5 \times 0.5 \Rightarrow \Delta U_{E_{AB}} = 0.25 \text{ J}$$

۲ تغییر انرژی پتانسیل از B تا C را به دست می‌آوریم:

$$\Delta U_{E_{BC}} = -(-5 \times 10^{-6}) \times 10^5 \times 0.5 \times (-0.6) \Rightarrow \Delta U_{E_{BC}} = -0.15 \text{ J}$$

۳ تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی در کل مسیر ABC خواهد شد:

$$\Delta U_{E_{ABC}} = +0.25 - 0.15 = +0.1 \text{ J}$$

بنابراین انرژی پتانسیل الکتریکی بار ۱ J افزایش می‌یابد.

۴ ۲۲۰۸ B

هر یک از مؤلفه‌های میدان الکتریکی $\vec{E} = -2 \times 10^5 \vec{i} - 1/8 \times 10^5 \vec{j}$ میدان الکتریکی یکی از بارها است.

مؤلفه $E_x = -2 \times 10^5 \text{ N/C}$
 میدان الکتریکی حاصل از بار q_1 است و چون میدان به سوی خارج بار است این بار مثبت است.

$$E = k \frac{|q|}{r^2} \Rightarrow 2 \times 10^5 = 9 \times 10^9 \frac{|q_1|}{(0.06)^2} \Rightarrow q_1 = +8 \times 10^{-6} \Rightarrow q_1 = +8 \mu\text{C}$$

مؤلفه $E_y = -1/8 \times 10^5 \text{ N/C}$ میدان الکتریکی حاصل از بار q_2 بوده و چون میدان به سوی بار است، بار q_2 منفی است.

$$E = k \frac{|q|}{r^2} \Rightarrow 1/8 \times 10^5 = 9 \times 10^9 \frac{|q_2|}{(0.08)^2}$$

$$q_2 = -12/8 \times 10^{-6} \text{ C} \Rightarrow q_2 = -1.5 \mu\text{C}$$

۲ ۲۲۰۹ B

خط فکری ولتاژ دو سر خازن با عایق و انرژی ذخیره شده در خازن در این حالت داده شده است بنابراین با استفاده از رابطه $U = \frac{1}{2} CV^2$ ظرفیت خازن با عایق را

به دست آورده سپس ثابت دی الکتریک را حساب می‌کنیم.

$$U = \frac{1}{2} CV^2 \xrightarrow[U=2V]{U=2 \times 10^{-3} \text{ J}} 2 \times 10^{-3} = \frac{1}{2} \times C \times 4$$

$$\Rightarrow C = 1.0 \times 10^{-6} \text{ F} \Rightarrow C = 1.0 \mu\text{F}$$

۲ به کمک رابطه ساختمانی ظرفیت خازن، K را حساب می‌کنیم:

$$\begin{cases} C = k\epsilon_0 \frac{A}{d} \\ C_0 = \epsilon_0 \frac{A}{d} \end{cases} \Rightarrow \frac{C}{C_0} = k \Rightarrow k = \frac{1.0}{5} = 2$$

۴ ۲۲۱۰ B

وقتی کلید باز است در مدار دو مقاومت وجود دارد و توان مصرفی مدار خواهد شد:

$$P_1 = \frac{\epsilon^2}{2R} \Rightarrow P_1 = \frac{(18)^2}{2R} = \frac{9 \times 18}{R}$$

وقتی کلید بسته می‌شود مقاومت معادل مدار خواهد شد:

$$R_{eq} = R + \frac{R}{2} = \frac{3R}{2}$$

توان در این حالت را به دست می‌آوریم:

$$P_2 = \frac{\epsilon^2}{2R} \Rightarrow P_2 = \frac{2\epsilon^2}{3R} \Rightarrow P_2 = \frac{2 \times 18 \times 18}{3R} \Rightarrow P_2 = \frac{12 \times 18}{R}$$

۳ ۲۲۰۲ A

فشار بر حسب سانتی‌متر جیوه برابر است با:

$$P = \rho_{Hg} g h_{Hg} \Rightarrow 68 \times 10^3 = 13600 \times 10 \times h_{Hg} \Rightarrow h_{Hg} = 0.5 \text{ m} = 50 \text{ cm}$$

بنابراین فشار 68 kPa معادل 50 سانتی‌متر جیوه است.

۴ ۲۲۰۳ B

۱ اندازه نیروی مغناطیسی از رابطه $F = I \ell B \sin \alpha$ به دست می‌آید. α زاویه بین B و I است.

۲ یادآوری هر گaus برابر 10^{-4} تسلا است.

$$B = 0.5 \text{ G}$$

$$F = I \ell B \sin \alpha \xrightarrow[\alpha=90^\circ, \ell=2/5 \text{ m}]{I=2/5 \text{ A}}$$

$$F = 2/5 \times 2/5 \times 0.5 \times 10^{-4} \Rightarrow F = 3 \times 10^{-4} \text{ N}$$

۲ برای به دست آوردن جهت، چهار انگشت دست راست را در جهت جریان می‌گیریم به طوری که کف دست در جهت میدان مغناطیسی درون شود، در این حالت شست دست راست جهت نیرو را مشخص می‌کند، بنابراین نیرو به سمت پایین است.

۴ ۲۲۰۴ A

نکته عقربه مغناطیسی جهت میدان در یک نقطه را نشان می‌دهد.

۱ با توجه به شکل جهت میدان مغناطیسی اطراف A با توجه به عقربه مغناطیسی به گونه‌ای است که خط میدان از قطب A خارج می‌شود و این قطب همان N است.

۲ میدان مغناطیسی در هر نقطه بر خط میدان مماس است.

۲ ۲۲۰۵ A

معادله جریان متناوب برابر $I = I_{max} \sin \frac{\gamma \pi}{T} t$ است:

$$\begin{cases} I_{max} = 2 \text{ A} \\ T = 0.2 \text{ s} \end{cases} \Rightarrow I = 2 \sin \frac{\gamma \pi}{0.2} t \Rightarrow I = 2 \sin 10 \pi t$$

۴ ۲۲۰۶ A

فاصله بین دو بار ۲۰٪ افزایش یافته بنابراین $r_2 = r_1 + 0.2r_1 \Rightarrow r_2 = 1.2r_1$ قانون کولن را در دو حالت نوشته و بر هم تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{k \frac{|q_1||q_2|}{r_2^2}}{k \frac{|q_1||q_2|}{r_1^2}} \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 = \frac{1}{1.44} \Rightarrow F_2 = 0.7 \text{ F}_1$$

درصد تغییرات نیروی الکتریکی خواهد شد: $\frac{\Delta F}{F_1} \times 100 = \frac{0.7F_1 - F_1}{F_1} \times 100 = -30\%$

۱ ۲۲۰۷ B

یادآوری تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی یک بار در میدان الکتریکی برابر قرینه کار نیروی میدان وارد بر بار است.

$$\Delta U_E = -W_E \Rightarrow \Delta U_E = -F_E d \cos \alpha$$

$$\xrightarrow{F_E = qE} \Delta U_E = -qEd \cos \alpha$$

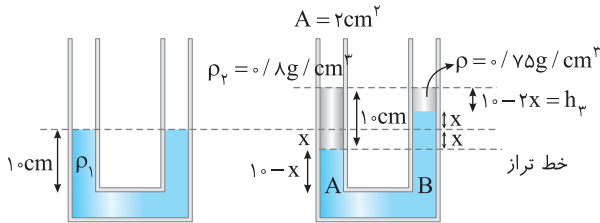
۴ ۲۲۱۴ C

۱ ارتفاع مایع ρ_p را حساب می‌کنیم.

$$V_p = Ah_p \xrightarrow{V=2 \cdot \text{cm}^3} 2 = 2h_p \Rightarrow h_p = 1 \text{ cm}$$

۲ اکنون با دقت به شکل سمت راست نگاه کنید. وقتی مایع ρ_p را اضافه می‌کنیم

مایع ρ_1 از سمت چپ به اندازه x پایین می‌آید و از سمت راست به اندازه x بالا می‌رود.



۳ اگر خط تراز را رسم کنید. فشار در نقاط A و B برابر است. فشار در نقطه A ناشی از ارتفاع ۱۰ cm مایع ρ_p و فشار در نقطه B ناشی از ارتفاع ۲x آب و از ارتفاع

مایع ρ_1 (۱۰ - ۲x) است. بنابراین می‌توان نوشت:

$$P_A = P_B \Rightarrow \rho_p h_p = \rho_1 (2x) + \rho_p (10 - 2x)$$

$$\Rightarrow 0.8 \times 10 = 1 \times 2x + 0.8 \times (10 - 2x)$$

$$\Rightarrow 8 = 2x + 8 - 1.6x \Rightarrow 0.4 = 0.4x \Rightarrow x = 1 \text{ cm}$$

۴ ارتفاع ستون h_p خواهد شد.

۵ حجم مایع ρ_p خواهد شد:

۱ ۲۲۱۵ B

خط فکری بازده یعنی نسبت کار مفید به کل کار داده شده به تلمبه را به کمک توان ورودی آن حساب می‌کنیم ($W = Pt$) و کار مفیدی که تلمبه انجام می‌دهد بالا بردن آب به ارتفاع ۱۵ m است ($W_{\text{مفید}} = mgh$) بنابراین مسئله قابل حل است.

۱ کار ورودی به تلمبه خواهد شد:

$$W = Pt \xrightarrow{P=5 \times 10^3 \text{ W}, t=6 \text{ s}} W = 5 \times 10^3 \times 6 \Rightarrow W = 3 \times 10^4 \text{ J}$$

۲ کار مفید تلمبه را حساب می‌کنیم. (جرم هر لیتر آب، یک کیلوگرم است)

$$W_{\text{مفید}} = mgh \xrightarrow{m=200 \text{ kg}, h=15 \text{ m}, g=10 \text{ N/kg}} W_{\text{مفید}} = 1200 \times 10 \times 15 = 1.8 \times 10^4 \text{ J}$$

۳ بازده تلمبه را به دست می‌آوریم.

$$Ra = \frac{W_{\text{مفید}}}{W_{\text{ورودی}}} \times 100 \Rightarrow Ra = \frac{1.8 \times 10^4}{3 \times 10^4} \times 100 \Rightarrow Ra = 60\%$$

۴ ۲۲۱۶ B

گرمایی که آلومینیوم از دست می‌دهد تا دمایش از $\theta_1 = 94^\circ \text{C}$ به $\theta_e = 52^\circ \text{C}$ برسد برابر گرمایی است که $4/5 \text{ kg}$ آب $\theta_p = 5^\circ \text{C}$ دریافت می‌کند تا دمای آن نیز به دمای تعادل $\theta_e = 52^\circ \text{C}$ برسد از این رو خواهیم داشت.

$$Q_{Al} + Q_W = 0 \Rightarrow m_{Al} c_{Al} (\theta_e - \theta_{1Al}) + m_W c_W (\theta_e - \theta_{1W}) = 0$$

$$\xrightarrow{c_{Al} = 900 \text{ J/kg}^\circ \text{C}, c_W = 4200 \text{ J/kg}^\circ \text{C}}$$

$$m \times 900 \cdot (52 - 94) + 4 \times 4200 \cdot (52 - 5) = 0 \Rightarrow 2m \times (42) = 42 \times 2 \Rightarrow m = 1 \text{ kg}$$

۱ ۲۲۱۷ A

یادآوری برای به دست آوردن جهت نیروی مغناطیسی وارد بر یک ذره باردار مثبت چهار انگشت باز دست راست را در جهت v قرار داده به طوریکه کف دست در جهت میدان مغناطیسی باشد، در این صورت شصت دست راست جهت نیروی مغناطیسی را نشان می‌دهد، البته اگر بار ذره منفی باشد، جهت به دست آورده را قرینه می‌کنیم و یا از ابتدا از دست چپ استفاده می‌کنیم.

بنا به فرض مسئله اختلاف توان‌ها برابر 9 W است از این رو خواهیم داشت:

$$P_p - P_1 = 9 \Rightarrow \frac{12 \times 18}{R} - \frac{9 \times 18}{R} = 9$$

$$\Rightarrow \frac{12 - 9}{R} \times 18 = 9 \Rightarrow (12 - 9) \times 2 = R \Rightarrow R = 6 \Omega$$

۲ ۲۲۱۱ A

تغییر حجم جسم جامد از رابطه $\Delta V = V_1 \times \alpha \times \Delta \theta$ به دست می‌آید که α ضریب انبساط طولی است:

$$\Delta V = V_1 \times \alpha \times \Delta \theta \xrightarrow{V_1 = 1000 \text{ cm}^3, \Delta V = 81 \text{ cm}^3} 81 = 1000 \times \alpha \times 120$$

$$\alpha = \frac{81}{1000 \times 3 \times 120} = \frac{81}{36} \times 10^{-4} \Rightarrow \alpha = \frac{9}{4} \times 10^{-4} = 0.225 \times 10^{-4}$$

$$\Rightarrow \alpha = 2.25 \times 10^{-5} (\text{K}^{-1})$$

۳ ۲۲۱۲ B

۱ مسیر بدون اصطکاک است، پس از A تا B انرژی مکانیکی ثابت است. جسم از نقطه A، رها شده و انرژی جنبشی در A صفر است:

(سطح زمین را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی فرض می‌کنیم.)

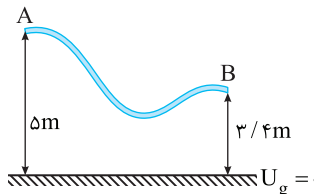
$$E_A = E_B$$

$$mgh_A = mgh_B + \frac{1}{2}mv_B^2$$

از دو طرف معادله را ساده می‌کنیم

$$50 = 24 + \frac{v_B^2}{2} \Rightarrow v_B^2 = 52$$

$$\Rightarrow v_B = 4\sqrt{2} \text{ m/s}$$



۲ مسیر A تا C بدون اصطکاک است:

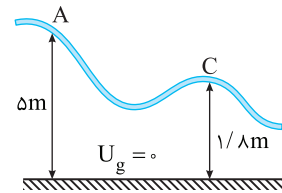
$$E_A = E_C$$

$$mgh_A = mgh_C + \frac{1}{2}mv_C^2$$

از دو طرف معادله را ساده می‌کنیم

$$50 = 18 + \frac{v_C^2}{2} \Rightarrow \frac{v_C^2}{2} = 32$$

$$\Rightarrow v_C^2 = 64 \Rightarrow v_C = 8 \text{ m/s}$$



۳ حال نسبت $\frac{v_C}{v_B}$ را حساب می‌کنیم: $\frac{v_C}{v_B} = \frac{8}{4\sqrt{2}} \Rightarrow \frac{v_C}{v_B} = \frac{2}{\sqrt{2}} \Rightarrow \frac{v_C}{v_B} = \sqrt{2}$

۳ ۲۲۱۳ B

۱ قرار است با ریختن الکل درون یک لیتر آب، چگالی مخلوط ۱۰ درصد از چگالی الکل بیشتر شود، بنابراین:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \rho_{\text{الکل}} + 0.1 \rho_{\text{الکل}} \Rightarrow \rho_{\text{مخلوط}} = 1.1 \rho_{\text{الکل}} \xrightarrow{\rho_{\text{الکل}} = 0.8 \text{ g/cm}^3}$$

$$\rho_{\text{مخلوط}} = 0.88 \text{ g/cm}^3$$

۲ چگالی مخلوط برابر است با:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_{\text{آب}} + m_{\text{الکل}}}{V_{\text{آب}} + V_{\text{الکل}}}$$

۳ جرم یک لیتر آب ($V = 1000 \text{ cc}$) برابر $m = 1000 \text{ g}$ است. در رابطه چگالی مخلوط جای‌گذاری می‌کنیم:

$$0.88 = \frac{1000 + m_{\text{الکل}}}{1000 + V_{\text{الکل}}} \xrightarrow{m_{\text{الکل}} = \rho_{\text{الکل}} V_{\text{الکل}}} 0.88 = \frac{1000 + 0.8V_{\text{الکل}}}{1000 + V_{\text{الکل}}}$$

$$880 + 0.88V_{\text{الکل}} = 1000 + 0.8V_{\text{الکل}} \Rightarrow 0.08V_{\text{الکل}} = 120$$

$$\Rightarrow V_{\text{الکل}} = \frac{120}{0.08} = 1500 \text{ cm}^3$$

۳ ۲۲۱۹ B

۱ با توجه به تعریف ظرفیت خازن:

$$C = \frac{Q}{V} \Rightarrow Q = CV \Rightarrow \begin{cases} Q_1 = CV_1 \\ Q_2 = CV_2 \end{cases} \Rightarrow \Delta Q = C \Delta V$$

با توجه به فرض مسئله $\Delta V = 1V$ و $C = 8\mu F$ است بنابراین: $\Delta Q = 8 \times 1 = 8\mu C$

۲ تغییر تعداد الکترون‌های هر صفحه را حساب می‌کنیم:

$$\Delta Q = ne = \frac{e \times 1.6 \times 10^{-19} C}{\lambda \times 10^{-6} m} \rightarrow \lambda \times 10^{-6} C = n \times 1.6 \times 10^{-19} C \Rightarrow n = 5 \times 10^{13}$$

۱ ۲۲۲۰ B

خط فکری

ابتدا به کمک قضیه کار و انرژی جنبشی ($W_E = \Delta K$)، کار نیروی میدان الکتریکی وارد بر ذره باردار را حساب کنید. کار نیروی میدان الکتریکی قرینه تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی ذره است. $(W_E = -\Delta U_E)$ ، بنابراین با توجه به تعریف اختلاف پتانسیل الکتریکی ($\Delta V = \frac{\Delta U}{q}$) مسئله را حل کنید.

۱ تنها نیروی وارد بر ذره، نیروی میدان الکتریکی است و کار این نیرو، خواهد شد:

$$W_E = \Delta K \Rightarrow W_E = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2 \rightarrow \frac{m = 4 \times 10^{-9} kg}{v_1 = 1.0 m/s, v_2 = 2.0 m/s}$$

$$W_E = \frac{1}{2} \times 4 \times 10^{-9} (4.0^2 - 1.0^2) \Rightarrow W_E = 6 \times 10^{-9} J$$

۲ تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی ذره برابر است با:

$$W_E = -\Delta U_E \Rightarrow \Delta U_E = -6 \times 10^{-9} J$$

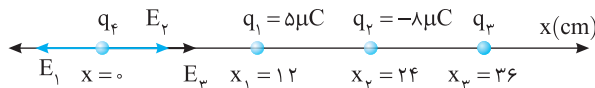
۳ اختلاف پتانسیل بین نقاط A و B را حساب می‌کنیم.

$$V_B - V_A = \frac{\Delta U}{q} = \frac{-6 \times 10^{-9} C}{5 \times 10^{-9} C} \rightarrow V_B - V_A = -1.2 V$$

$$\Rightarrow V_B - V_A = -1.2 V$$

۲ ۲۲۲۱ B

میدان الکتریکی بار q_1 در محل q_4 به سمت چپ (خلاف محور xها) و میدان الکتریکی بار q_2 در محل q_4 به سمت راست (در جهت محور xها) بوده و با آنکه $|q_2| > |q_1|$ است اما چون فاصله q_2 تا q_4 ، دو برابر فاصله q_1 تا q_4 است بنابراین میدان بار q_2 از بار q_1 ضعیف‌تر است از این رو باید میدان الکتریکی بار q_3 در جهت میدان q_2 یعنی رو به راست باشد. بنابراین بار q_3 باید منفی باشد. از این رو می‌توان نوشت:



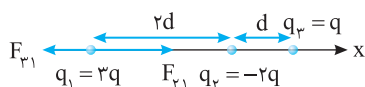
$$E_3 = E_1 - E_2 \rightarrow \frac{kq_3}{r_3^2} = \frac{kq_1}{(12)^2} - \frac{kq_2}{(24)^2}$$

$$\frac{q_3}{3^2} = \frac{5}{1^2} - \frac{8}{2^2} \Rightarrow \frac{q_3}{9} = 5 - 2 \Rightarrow |q_3| = 27$$

$$\Rightarrow q_3 = -27 \mu C$$

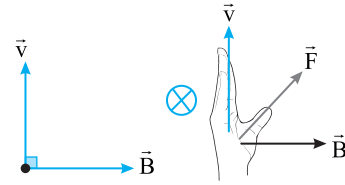
۳ ۲۲۲۲ B

۱ نیروی وارد بر بار $q_1 = 3q$ از طرف دو بار دیگر را رسم کرده و مقدار نیروها را به دست می‌آوریم.



$$F_{31} = k \frac{|q_1||q_3|}{(3d)^2} \Rightarrow F_{31} = k \frac{3q \times 3q}{9d^2} = k \frac{q^2}{3d^2}$$

$$F_{21} = k \frac{|q_1||q_2|}{(2d)^2} \Rightarrow F_{21} = k \frac{2q \times 3q}{(2d)^2} \Rightarrow F_{21} = \frac{3}{2} k \frac{q^2}{d^2}$$

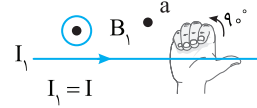


چون بار الکترون منفی است، جهت نیرو قرینه شده و برونسو است.

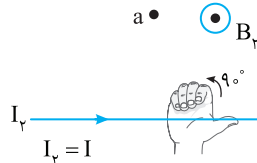
۲ ۲۲۱۸ B

یادآوری: برای دست آوردن جهت میدان مغناطیسی ناشی از سیم حامل جریان، انگشت باز شست دست راست را در جهت جریان قرار می‌دهیم به گونه‌ای که چهار انگشت دست راست در جهت خط واصل بین سیم و نقطه‌ای که میدان در آن خواسته شده قرار گیرد، حال اگر چهار انگشت دست راست را 90° خم کنیم، جهت میدان مغناطیسی در آن نقطه به دست می‌آید:

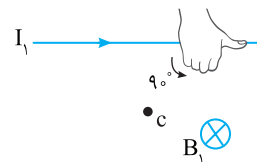
الف) میدان مغناطیسی سیم I_1 و I_2 در نقطه a:



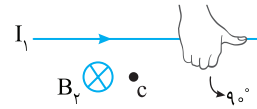
هر دو میدان برونسو بوده بنابراین میدان در نقطه a برونسو است.



ب) میدان مغناطیسی در نقطه c ناشی از I_1 و I_2 :

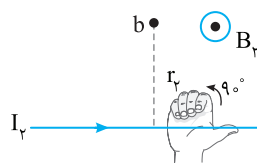
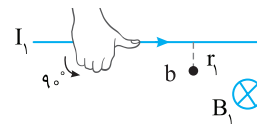


هر دو میدان در نقطه c درونسو بوده بنابراین میدان در نقطه c درونسو است.



نکته: میدان مغناطیسی حاصل از سیم راست با جریان سیم رابطه مستقیم و با فاصله رابطه عکس دارد.

پ) میدان مغناطیسی در نقطه b ناشی از سیم I_1 درونسو و ناشی از سیم I_2 برونسوست.

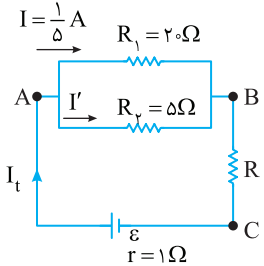


جریان دو سیم برابر اما نقطه b از سیم (2) دورتر است، پس $B_1 > B_2$ بوده و میدان خالص در جهت میدان قوی‌تر یعنی درونسو خواهد بود.

۵ رابطه (I) را بر رابطه (II) تقسیم می‌کنیم.

$$\frac{\frac{\varepsilon}{3}}{\frac{9}{4}} = \frac{\frac{\varepsilon}{6+r}}{\frac{9}{3}} \Rightarrow \frac{4}{9} = \frac{6+r}{9} \Rightarrow 4 = 6+r \Rightarrow r = 2 \Omega$$

۴ ۲۲۲۴ B



به شکل نگاه کنید.
۱ اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت 20Ω همان اختلاف پتانسیل بین نقاط A و B است از این رو:
 $V_{AB} = IR_1 \Rightarrow V_{AB} = \frac{1}{5} \times 20 = 4V$

۲ ولتاژ دو سر مقاومت 5Ω نیز $4V$ بوده و جریان آن خواهد شد:

$$V = IR_2 \Rightarrow 4 = I' \times 5 \Rightarrow I' = \frac{4}{5} A$$

$$I_t = I + I' = \frac{1}{5} + \frac{4}{5} \Rightarrow I_t = 1A$$

۳ جریان مدار را حساب می‌کنیم.

۴ اختلاف پتانسیل دو سر باتری خواهد شد:

$$V = V_{AB} + V_{BC} \Rightarrow V = 4 + 3 = 7V$$

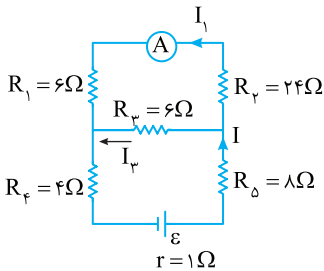
۵ اکنون می‌توان نیروی محرکه باتری را به دست آورد.

$$V = \varepsilon - Ir \Rightarrow 7 = \varepsilon - 1 \times 1 \Rightarrow \varepsilon = 8V$$

۱ ۲۲۲۵ C

خط نگرانی با مسئله‌ای طولانی سروکار دارید. ابتدا در حالت کلید باز باید مقاومت مدار را بررسی کنید و جریان گذرنده از آمپرسنج را برحسب جریان کل مدار به دست بیاورید. سپس در حالت کلید بسته، همین مسیر را طی کنید و مسئله را حل کنید. دقت کنید ε (نیروی محرکه باتری) پارامتری است که در محاسبات حذف خواهد شد.

یادآوری آمپرسنج آرمانی



شبهه یک سیم بدون مقاومت فرض می‌شود.
۱ کلید K باز: در این حالت مدار به شکل روبه‌رو درمی‌آید. که در آن مقاومت‌های R_1 و R_2 متوالی و با مقاومت R_3 موازی هستند.

$$R_{12} = R_1 + R_2 = 6 + 24 \Rightarrow R_{12} = 30 \Omega$$

$$\frac{1}{R_{123}} = \frac{1}{R_{12}} + \frac{1}{R_3} \Rightarrow \frac{1}{R_{123}} = \frac{1}{30} + \frac{1}{6} = \frac{1+5}{30} \Rightarrow R_{123} = 5 \Omega$$

۲ مقاومت معادل R_{123} با مقاومت‌های R_4 و R_5 متوالی بوده مقاومت کل مدار خواهد شد.

$$R_{eq} = R_{123} + R_4 + R_5 \Rightarrow R_{eq} = 5 + 4 + 8 \Rightarrow R_{eq} = 17 \Omega$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} \Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{17 + 1} \Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{18}$$

۳ در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت وارون مقاومت‌ها تقسیم می‌شود.

$$\frac{I_1}{I_3} = \frac{R_3}{R_{12}} \Rightarrow \frac{I_1}{I_3} = \frac{6}{30} \Rightarrow I_3 = 5I_1 \xrightarrow{I=I_1+I_3} \frac{\varepsilon}{18} = I_1 + 5I_1$$

$$\Rightarrow I_1 = \frac{1}{6} \left(\frac{\varepsilon}{18} \right)$$

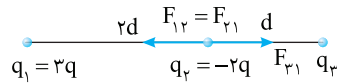
نگران نباشید تازه در ابتدای مسیر حل مسئله هستیم.

۲ نیروهای F_{21} و F_{12} در خلاف جهت هم بوده اندازۀ آن‌ها از تفاضل آن‌ها به دست می‌آید و بنا به فرض مسئله خواهیم داشت:

$$F = F_{21} - F_{12} \Rightarrow F = \frac{3}{2} k \frac{q^2}{d^2} - k \frac{q^2}{3d^2} \Rightarrow F = \frac{9-2}{6} k \frac{q^2}{d^2} \Rightarrow F = \frac{7}{6} k \frac{q^2}{d^2}$$

این نیرو در جهت مثبت محور X هاست.

۳ نیروهای وارد بر بار $q_2 = -2q$ را رسم کرده، اندازۀ آن‌ها را به دست آورید.



سپس برآیند آن‌ها را حساب کنید.

نیروی که q_1 بر q_2 وارد می‌کند با نیرویی که q_2 بر q_1 وارد می‌کند برابر است.

$$F_{12} = F_{21} = \frac{3}{2} k \frac{q^2}{d^2}$$

نیروی که q_2 بر q_3 وارد می‌کند خواهد داشت:

$$F_{23} = k \frac{|q_2||q_3|}{d^2} \Rightarrow F_{23} = k \frac{2q \times q}{d^2} = 2k \frac{q^2}{d^2}$$

۴ برآیند نیروهای وارد بر بار q_2 را به دست می‌آوریم.

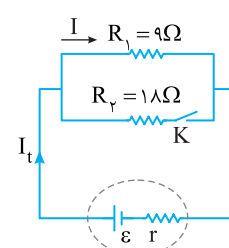
$$F' = F_{23} - F_{12} = 2k \frac{q^2}{d^2} - \frac{3}{2} k \frac{q^2}{d^2} \Rightarrow F' = \frac{1}{2} k \frac{q^2}{d^2}$$

این نیرو در جهت مثبت محور X هاست.

۵ اکنون F' را بر F تقسیم می‌کنیم.

$$\frac{F'}{F} = \frac{\frac{1}{2} k \frac{q^2}{d^2}}{\frac{7}{6} k \frac{q^2}{d^2}} = \frac{3}{7} \Rightarrow F' = \frac{3}{7} F$$

۴ ۲۲۲۳ B



۱ کلید K بسته: در این حالت مقاومت‌های

$R_1 = 9 \Omega$ و $R_2 = 18 \Omega$ با هم موازی هستند و در مقاومت‌های موازی، جریان به نسبت وارون مقاومت‌ها تقسیم می‌شود، بنابراین وقتی جریان مقاومت 9Ω ، $2A$ است جریان مقاومت 18Ω نصف I یعنی $1A$ بوده و جریان کل مدار برابر خواهد شد با:

$$I_t = 2 + 1 = 3A$$

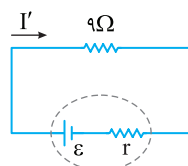
۲ مقاومت معادل مدار در این حالت خواهد شد:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{1}{9} + \frac{1}{18} \Rightarrow \frac{1}{R_{eq}} = \frac{2+1}{18} \Rightarrow R_{eq} = 6 \Omega$$

۳ جریان مدار در این حالت برابر است با:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} \Rightarrow 3 = \frac{\varepsilon}{6 + r} \quad (I)$$

۴ کلید K باز: تنها مقاومت مدار $R_1 = 9 \Omega$ است که بنا به فرض مسئله جریان آن



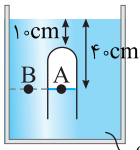
$2.5A$ افزایش می‌یابد و برابر

$$I' = 2 + 0.25 = 2.25A = \frac{9}{4} A$$

از این رو می‌توان نوشت:

$$I' = \frac{\varepsilon}{R_{eq}} \Rightarrow \frac{9}{4} = \frac{\varepsilon}{9 + r} \quad (II)$$

۱ ۲۲۲۸ B



(۱) فشار در نقاط A و B واقع بر خط تراز با هم برابر است.

$$P_A = P_B$$

(۲) فشار در نقطه B برابر مجموع فشار هوا و فشار ستون ۴۰ cm مایع است و فشار در نقطه A برابر فشار گاز محبوس در لوله است.

$$P_B = P_A \Rightarrow P_0 + \rho gh = P_{\text{گاز}} \quad (۱)$$

(۳) فشار پیمانه‌ای (P_g) برابر تفاضل فشار مخزن (گاز) و فشار هوای محیط است.

$$P_g = P_{\text{گاز}} - P_0 = \rho gh \Rightarrow P_g = 1700 \times 10 \times \frac{1}{7} = 2428.57 \text{ Pa}$$

فشار را برحسب cmHg به دست می‌آوریم.

$$\rho h = \rho_{\text{Hg}} h_{\text{Hg}} \Rightarrow 1700 \times 10 = 13600 h_{\text{Hg}} \Rightarrow h_{\text{Hg}} = 12.5 \text{ cm}$$

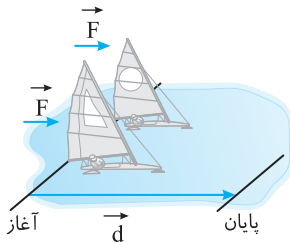
$$\Rightarrow P_g = 12.5 \text{ cmHg}$$

۱ ۲۲۲۹ B

روش اول: استفاده از قضیه کار و انرژی جنبشی:

(۱) نیروی وارد بر هر دو قایق یکسان و جابه‌جایی آن‌ها نیز یکسان است. بنابراین کار نیروی باد بر هر دو قایق یکسان است.

$$W = Fd \Rightarrow W_1 = W_2$$



یادآوری: کار نیروی خالص وارد بر جسم برابر تغییر انرژی جنبشی جسم است. (۲) با توجه به قضیه کار و انرژی خواهیم داشت:

$$W = \Delta K \xrightarrow{W_1=W_2} \Delta K_1 = \Delta K_2 \Rightarrow K_1 = K_2$$

$$\xrightarrow{K = \frac{1}{2}mv^2} \frac{1}{2} m_1 v_1^2 = \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \xrightarrow{m_1 = 4m_2}$$

$$\frac{1}{2} (4m_2) v_1^2 = \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \Rightarrow v_2 = 2v_1$$

بنابراین تندى قایق سبک‌تر دو برابر قایق سنگین‌تر است.

روش دوم: استفاده از روابط حرکت‌شناسی و دینامیک

نیروی وارد بر قایق برابر است اما جرم قایق اول ۴ برابر قایق دوم است ($m_1 = 4m_2$)

و بنا به قانون دوم نیوتون خواهیم داشت:

$$F = ma \xrightarrow{F_1=F_2} m_1 a_1 = m_2 a_2 \Rightarrow 4m_2 a_1 = m_2 a_2$$

$$\Rightarrow a_1 = \frac{1}{4} a_2 \quad (۱)$$

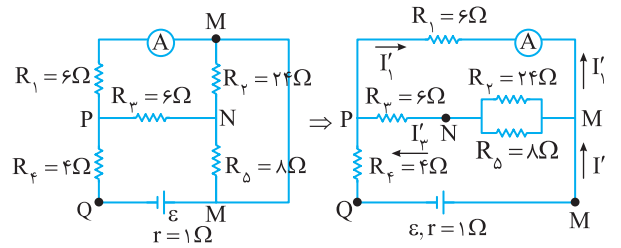
با توجه به رابطه مستقل از زمان می‌توان نوشت:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \xrightarrow{\Delta x_1 = \Delta x_2 = d} \begin{cases} v_1^2 - 0 = 2a_1 d \\ v_2^2 - 0 = 2a_2 d \end{cases}$$

$$\frac{v_1^2}{v_2^2} = \frac{a_1}{a_2} \xrightarrow{(۱)} \frac{v_1^2}{v_2^2} = \frac{a_2}{4a_2} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{1}{2}$$

کلید K بسته:

(۵) در این حالت با نام‌گذاری نقاط، مدار را باید مجدداً رسم کنیم تا بتوانیم موازی و متوالی بودن مقاومت‌ها را تشخیص بدهیم.



(۶) باید مقاومت معادل را حساب کنیم.

$$R_{25} = \frac{24 \times 8}{24 + 8} \Rightarrow R_{25} = 6 \Omega$$

$$R_{235} = 6 + 6 \Rightarrow R_{235} = 12 \Omega$$

$$R_{1235} = \frac{6 \times 12}{6 + 12} \Rightarrow R_{1235} = 4 \Omega$$

مقاومت معادل مدار خواهد شد:

$$R'_{eq} = R_{1235} + R_4 = 4 + 4 \Rightarrow R'_{eq} = 8 \Omega$$

(۷) جریان مدار در این حالت برابر است با:

$$I' = \frac{\epsilon}{R'_{eq}} \Rightarrow I' = \frac{\epsilon}{8 + 1} \Rightarrow I' = \frac{\epsilon}{9}$$

(۸) جریان کل مدار به نسبت ۲ به ۱ بین شاخه آمپرسنج و شاخه موازی با آن تقسیم می‌شود یعنی جریان I به سه قسمت تقسیم شده و دو قسمت آن از آمپرسنج می‌گذرد.

$$I' = 2 \times \frac{I}{3} \Rightarrow I' = \frac{2}{3} \times \frac{\epsilon}{9}$$

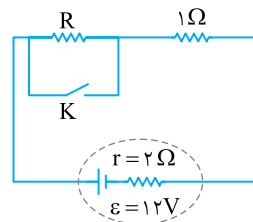
$$\frac{I'}{I} = \frac{\frac{2}{3} \times \frac{\epsilon}{9}}{\frac{\epsilon}{9}} = \frac{2}{3} \times \frac{1}{1} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{I'}{I} = \frac{2}{3}$$

۲ ۲۲۲۶ B

یادآوری: هرگاه در یک مدار توان خروجی باتری برای R_1 و R_2 یکسان باشد، بین مقاومت درونی باتری (r) و مقاومت‌های R_1 و R_2 رابطه زیر برقرار است:

$$r = \sqrt{R_1 R_2}$$

وقتی کلید باز است مقاومت کل مدار $R_1 = R + 1$ است.



وقتی کلید وصل است مقاومت R اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شود در این حالت مقاومت کل مدار برابر $R_2 = 1 \Omega$ است.

توان خروجی در دو حالت R_1 و R_2 (قطع)

و وصل کلید) برابر است، از این رو:

$$r = \sqrt{R_1 R_2} \Rightarrow 2 = \sqrt{(R+1) \times 1} \Rightarrow 4 = R+1 \Rightarrow R = 3 \Omega$$

۴ ۲۲۲۷ B

به کمک تبدیلات زنجیره‌ای جرم ۱۸۲ قیراط را به کیلوگرم تبدیل می‌کنیم.

$$182 \text{ قیراط} \times \frac{200 \text{ mg}}{1 \text{ قیراط}} \times \frac{10^{-3} \text{ g}}{1 \text{ mg}} \times \frac{10^{-3} \text{ kg}}{1 \text{ g}} = 182 \times 200 \times 10^{-6}$$

ضریب تبدیل میلی‌گرم به کیلوگرم
ضریب تبدیل قیراط به میلی‌گرم
ضریب تبدیل قیراط به کیلوگرم

$$\Rightarrow 182 \text{ قیراط} = 36400 \times 10^{-6} \text{ kg} = 3/64 \times 10^{-2} \text{ kg}$$



۲ ۲۲۳۰

یادآوری به حاصل ضرب جرم جسم (m) در گرمای ویژه جسم (c) ظرفیت گرمایی گویند.

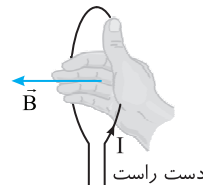
در ابتدا ظرفیت گرمایی جسم برابر $m_1 c = 2100 \text{ J/K}$ بوده و با کم کردن جرم به اندازه 1 kg ($m_2 = m_1 - 1$) ظرفیت گرمایی ۲٪ کاهش یافته بنابراین:

$$m_2 c = \frac{80}{100} m_1 c \Rightarrow m_2 - 1 = \frac{4}{5} m_1 \Rightarrow \frac{1}{5} m_1 = 1 \Rightarrow m_1 = 5 \text{ kg}$$

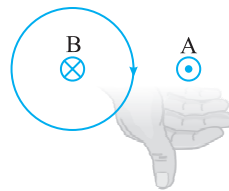
گرمای ویژه خواهد شد:

$$m_1 c = 2100 \Rightarrow 5c = 2100 \Rightarrow c = 420 \text{ J/kgK}$$

۲ ۲۲۳۱



یادآوری قاعده دست راست: انگشت شست دست راست را مطابق شکل در جهت جریان قرار می‌دهیم، خم کردن چهار انگشت جهت بردار میدان را نشان می‌دهد.



در نقطه A میدان مغناطیسی برونسو بوده بنابراین جریان الکتریکی حلقه ساعتگرد و میدان مغناطیسی در مرکز حلقه درونسو است. **میانبر** در نقطه‌ای مانند A در خارج حلقه جهت میدان خلاف جهت میدان در مرکز حلقه است.

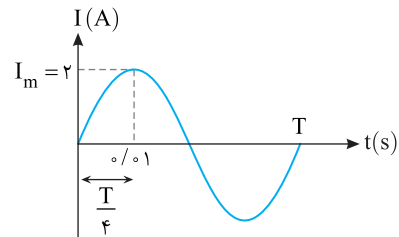
۲ ۲۲۳۲

با توجه به نمودار جریان بیشینه برابر ۲A بوده و دوره خواهد شد:

$$\frac{T}{4} = 0.01 \text{ s} \Rightarrow T = 0.04 \text{ s}$$

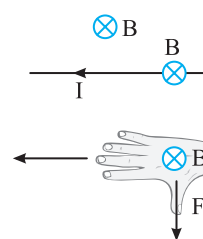
اکنون معادله جریان را می‌نویسیم:

$$I = I_m \sin \frac{2\pi}{T} t \Rightarrow I = 2 \sin \frac{2\pi}{0.04} t \Rightarrow I = 2 \sin 50\pi t$$



۳ ۲۲۳۳

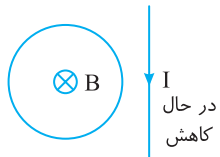
(۱) جهت جریان سیم را مشخص می‌کنیم. چرخش چهار انگشت دست راست را مطابق شکل در سوی چرخش خطوط میدان مغناطیسی حاصل از سیم قرار دهید در این حالت انگشت باز شست شما به سمت چپ خواهد بود که نشان می‌دهد جریان سیم به سوی چپ است ($\leftarrow I$).



(۲) چهار انگشت باز دست راست خود را در جهت جریان به گونه‌ای قرار دهید که کف دست شما رو به صفحه کاغذ (درونسو) باشد. در این حالت انگشت باز شست شما رو به پایین خواهد بود. یعنی نیروی وارد بر سیم رو به پایین است. ($F \downarrow$)

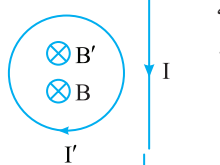
۱ ۲۲۳۴

خط‌نگری باید جهت میدان مغناطیسی سیم راست را در محل حلقه مشخص کنید. سپس با توجه به قانون لنز و چگونگی تغییر میدان مغناطیسی جهت جریان حلقه را به دست می‌آوریم.

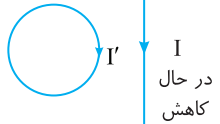


(۱) در گزینه (۱) جریان سیم راست رو به پایین است و با توجه به قاعده دست راست جهت میدان مغناطیسی ناشی از جریان درون حلقه درونسو است.

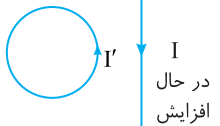
(۲) جریان در حال کاهش بوده و میدان B نیز در حال کاهش است. از این رو بنا به قانون لنز جهت میدان مغناطیسی القایی (B') باید هم جهت B بوده تا با کاهش میدان مخالفت کند یعنی B' نیز درونسو است.



(۳) به کمک قاعده دست راست مشخص می‌شود که جریان حلقه باید ساعتگرد باشد و گزینه (۱) درست است. بنابراین بررسی سه گزینه دیگر لازم نیست.

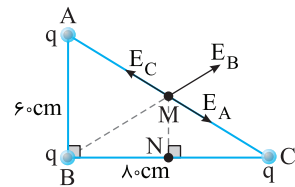


میانبر هرگاه جریان سیم راست در حال کاهش باشد جریان القایی (I') مطابق شکل روبه‌رو همسو با آن است و هرگاه جریان در حال افزایش باشد، جریان القایی (I') ناهمسو با آن است.



۱ ۲۲۳۵

(۱) فاصله بارهای واقع در رأس‌های A و C تا نقطه M وسط AC برابر بوده و با توجه به مثبت و یکسان بودن بارها، میدان الکتریکی حاصل از بارهای q_A و q_C در نقطه M هم‌اندازه و خلاف جهت هم بوده و یکدیگر را خنثی می‌کنند. ($E_A = E_C$). بنابراین میدان الکتریکی خالص در نقطه M همان میدان الکتریکی ناشی از بار الکتریکی واقع در نقطه B است.



از اینجا به بعد باید به سراغ هندسه برویم و فاصله BM را حساب کنیم. (۲) طول ضلع AC را حساب می‌کنیم. $AC^2 = AB^2 + BC^2 \Rightarrow AC^2 = 6^2 + 8^2 \Rightarrow AC = 10 \text{ cm}$

(۳) فاصله MC را به دست می‌آوریم: $MC = \frac{AC}{2} = 5 \text{ cm}$

(۴) هرگاه از وسط ضلع AC خطی به موازات ضلع AB رسم کنیم، ضلع BC را نصف می‌کند. یعنی نقطه N وسط BC بوده و طول ضلع $BN = NC = \frac{8}{2} = 4 \text{ cm}$ است.

(۵) در مثل قائم‌الزاویه CMN، طول MN را حساب می‌کنیم. $MC^2 = MN^2 + NC^2 \Rightarrow 5^2 = MN^2 + 4^2 \Rightarrow MN = 3 \text{ cm}$

(۶) در مثل قائم‌الزاویه BMN، طول ضلع BM را به دست می‌آوریم. $BM^2 = BN^2 + MN^2 \Rightarrow BM^2 = 4^2 + 3^2 \Rightarrow BM = 5 \text{ cm}$

(۷) اکنون مقدار بار q را حساب می‌کنیم.

$$E = k \frac{q}{r^2} \Rightarrow 9 \times 10^4 = 9 \times 10^9 \frac{q}{(0.05)^2} \Rightarrow q = 0.25 \times 10^{-5} \text{ C}$$

$$\Rightarrow q = 2.5 \times 10^{-6} \Rightarrow q = 2.5 \mu\text{C}$$

(۱) نیروهای وارد بر $q_p = q$ که در وسط دو بار دیگر است هم جهت بوده و نیروی

$$F_p = F + F = 2F \quad \text{خالص وارد بر } q_p \text{ برابر است با:}$$

$$F_1 = F + \frac{F}{4} = \frac{5}{4}F \quad (2) \text{ اندازه نیروی خالص وارد بر } q_1 \text{ خواهد شد:}$$

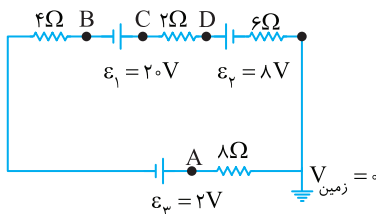
(۳) نیروهای وارد بر بار q_3 در خلاف جهت هم بوده و اندازه نیروی خالص وارد بر بار

$$F_3 = F - \frac{F}{4} = \frac{3}{4}F \quad q_3 \text{ خواهد شد:}$$

$$\frac{2F}{\frac{3}{4}} = \frac{\lambda}{\frac{3}{4}} \quad (4) \text{ بنابراین بزرگترین نیرو } 2F \text{ و کوچکترین نیرو } \frac{3}{4}F \text{ است از این رو:}$$

به مدار نگاه کنید. نیروی محرکه $\varepsilon_1 = 20V$ از مجموع نیروهای محرکه دو باتری ε_p و ε_3 ($\varepsilon_p + \varepsilon_3 = 8 + 2 = 10V$) بزرگتر بوده و جهت جریان ساعتگرد و اندازه جریان الکتریکی مدار خواهد شد:

$$I = \frac{\varepsilon_1 - (\varepsilon_p + \varepsilon_3)}{R_{eq}} \Rightarrow I = \frac{20 - 10}{4 + 2 + 6 + 8} \Rightarrow I = \frac{10}{20} = 0.5A$$



یادآوری پتانسیل الکتریکی هر نقطه از مدار یعنی اختلاف پتانسیل بین آن نقطه و اتصال به زمین.

به ترتیب پتانسیل الکتریکی نقاط A, B, C, D را حساب می‌کنیم.

پتانسیل نقطه A: از A تا اتصال زمین در خلاف جهت جریان قدم می‌زنیم.

$$V_A + 8 \times 0.5 = 0 \Rightarrow V_A = -4V$$

پتانسیل نقطه B: از B در جهت جریان قدم می‌زنیم.

$$V_B + 20 - 0.5 \times 4 - 8 - 0.5 \times 6 = 0 \Rightarrow V_B = -8V$$

$$V_C - 0.5 \times 2 - 8 - 0.5 \times 6 = 0 \Rightarrow V_C = 12V \quad \text{پتانسیل نقطه C:}$$

$$V_D - 8 - 0.5 \times 6 = 0 \Rightarrow V_D = 11V \quad \text{پتانسیل نقطه D:}$$

بنابراین پتانسیل نقطه C از بقیه نقاط بیشتر است.

میانبر باتری ε_1 مولد بوده و نقطه C از قطب مثبت آن کمترین فاصله را دارد بنابراین پتانسیل آن نسبت به نقاط دیگر بیشتر است.

۳ ۲۲۳۹ B

(۱) نیروی وارد بر الکترون را به دست می‌آوریم.

$$E = \frac{F}{q} \Rightarrow F = qE \xrightarrow{E=125N/C, q=1.6 \times 10^{-19}C}$$

$$F = 125 \times 1.6 \times 10^{-19} \Rightarrow F = 2 \times 10^{-17} N$$

(۲) شتاب حرکت الکترون را به کمک قانون دوم نیوتون حساب می‌کنیم.

$$F_E = ma \xrightarrow{m=1.6 \times 10^{-31}kg} 2 \times 10^{-17} = 1.6 \times 10^{-31} a \Rightarrow a = 2 \times 10^{13} m/s^2$$

(۳) زمان جابه‌جایی $10cm$ را با شتاب $2 \times 10^{13} m/s^2$ به کمک معادله حرکت با شتاب ثابت به دست می‌آوریم:

$$\Delta x = \frac{1}{2} a t^2 \Rightarrow 0.1 = \frac{1}{2} \times 2 \times 10^{13} t^2 \Rightarrow t^2 = 10^{-14} \Rightarrow t = 10^{-7} s$$

$$t = 10^{-7} \times 10^9 \Rightarrow t = 100 ns$$

برای تبدیل به نانوثانیه

یادآوری تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی قرینه کار نیروی میدان است. $\Delta U_E = -W_E$

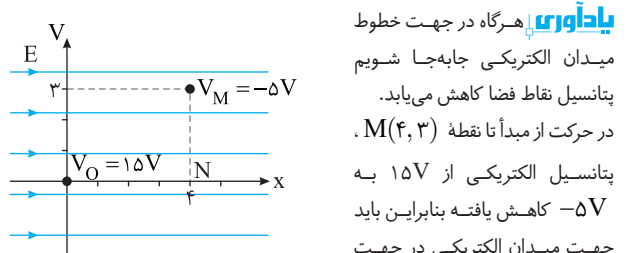
(۴) تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی خواهد شد:

$$\Delta U_E = -(F_E d) \Rightarrow \Delta U_E = -2 \times 10^{-17} \times 0.1$$

$$\Rightarrow \Delta U_E = -2 \times 10^{-18} J \Rightarrow \Delta U_E = -2 \times 10^{-18} J \times \frac{1 eV}{1.6 \times 10^{-19} J}$$

$$\Rightarrow \Delta U_E = -12/5 eV \quad \text{ضریب تبدیل ژول به eV}$$

۳ ۲۲۳۷ B



یادآوری هرگاه در جهت خطوط میدان الکتریکی جابه‌جا شویم پتانسیل نقاط فضا کاهش می‌یابد. در حرکت از مبدأ تا نقطه $M(4, 3)$ پتانسیل الکتریکی از $15V$ به $-5V$ کاهش یافته بنابراین باید جهت میدان الکتریکی در جهت مثبت محور X باشد.

نکته نقاط واقع بر خط عمود بر میدان الکتریکی هم پتانسیل هستند.

فقط M و N روی خط MN عمود بر خطوط میدان قرار دارند و پتانسیل آن‌ها یکی است، بنابراین:

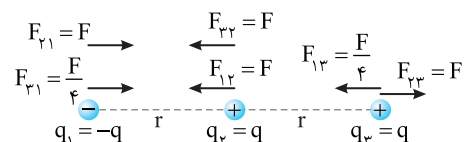
$$V_N - V_O = V_M - V_O = -5 - (+15) = -20V$$

یادآوری اختلاف پتانسیل بین دو نقطه در میدان الکتریکی برابر $|\Delta V| = Ed$ است. بزرگی میدان الکتریکی را حساب می‌کنیم.

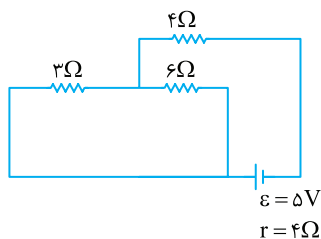
$$20 = E(d_{NO}) \Rightarrow 20 = E(0.4) \Rightarrow E = \frac{200}{4} = 50 N/C$$

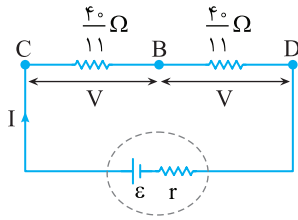
۴ ۲۲۲۸ B

خط فکری بارها را نامگذاری کنید و بردارهای نیرویی که بر هر بار توسط دو بار دیگر وارد می‌شود را رسم کنید تا بتوانید مشخص کنید بزرگترین و کوچکترین نیروی خالص بر کدام بارها وارد می‌شود. اگر نیروی بین دو بار q به فاصله r برابر F بگیریم نیروی بین دو بار -q و +q که در فاصله 2r از هم قرار دارند برابر می‌شود. با توجه به این نکات مسئله قابل حل است.



خط فکری برای یافتن توان تولیدی باتری ($P = \varepsilon I$) ابتدا باید مقاومت معادل را در هر حالت حساب کنید سپس جریان مدار را به دست بیاورید تا بتوانید مقدار P در آن حالت را معین کنید.





وقتی ولتاژ دو سر مقاومت‌ها برابر است با توجه به رابطه $P = \frac{V^2}{R}$ ، مقاومت کوچک‌تر دارای توان مصرفی بیشتری است. بنابراین توان مصرفی مقاومت $R_ϕ = 4\Omega$ از بقیه بیشتر است.

حالت اول: دو دست مقاومت‌های 3Ω و 6Ω در دست هم بوده و این دو مقاومت موازی هستند و مقاومت معادل آن‌ها خواهد شد:

$$R_{36} = \frac{3 \times 6}{3+6} = 2\Omega$$

مقاومت 4Ω با مقاومت معادل ۳ و ۶ اهمی متوالی است. بنابراین مقاومت معادل مدار برابر است با:

$$R_{eq} = 2+4 = 6\Omega$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} \Rightarrow I = \frac{5}{6+4} \Rightarrow I = 0.5A$$

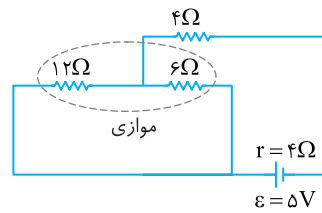
$$P = \varepsilon I_1 \Rightarrow P = 5 \times 0.5 = 2.5W$$

توان تولیدی باتری خواهد شد:

حالت دوم: با قرار دادن مقاومت 12Ω به جای 3Ω مقاومت معادل خواهد شد:

$$R'_{eq} = \frac{12 \times 6}{12+6} + 4$$

$$\Rightarrow R'_{eq} = 4+4 = 8\Omega$$



$$I' = \frac{\varepsilon}{R'_{eq} + r} = \frac{5}{8+4} \Rightarrow I' = \frac{5}{12} A$$

جریان مدار را حساب می‌کنیم

توان تولیدی باتری را به دست می‌آوریم.

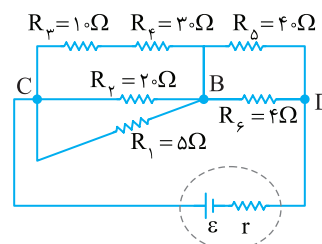
$$P' = \varepsilon I' \Rightarrow P' = 5 \times \frac{5}{12} \Rightarrow P' = \frac{25}{12} W$$

تغییر توان تولیدی باتری را حساب می‌کنیم.

$$P - P' = \frac{5}{2} - \frac{25}{12} \Rightarrow \Delta P = \frac{30-25}{12} \Rightarrow \Delta P = \frac{5}{12} W$$

B ۲۲۴۱

در یک نگاه دقیق به شکل مسئله مشخص است که جریان کل مدار در انشعاب C به سرشاخه و در انشعاب D به دو شاخه تقسیم می‌شود و سهم مقاومت $R_ϕ = 4\Omega$ از جریان کل مدار از بقیه مقاومت‌ها بیشتر بوده و با توجه به رابطه $P = RI^2$ توان این مقاومت از بقیه بیشتر است.



(۱) ابتدا مقاومت معادل هر قسمت را حساب می‌کنیم.

$$R_{\beta\gamma} = 1+3 = 4\Omega$$

مقاومت‌های R_β و R_γ متوالی هستند.

مقاومت‌های $R_{\beta\gamma}$ و R_α و R_1 موازی هستند.

$$\frac{1}{R_{CB}} = \frac{1}{5} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{8+2+1}{40} \Rightarrow R_{CB} = \frac{40}{11} \Omega$$

مقاومت معادل بین B و D خواهد شد:

$$\frac{1}{R_{DB}} = \frac{1}{40} + \frac{1}{4} = \frac{1+10}{40} \Rightarrow R_{DB} = \frac{40}{11} \Omega$$

(۲) بنابراین شکل مدار به صورت زیر است. مقاومت‌های R_{CB} و R_{DB} با هم برابر بوده از این رو ولتاژ دو سر هر دو مقاومت یکسان است.

$$V_{CB} = V_{BD} = V$$