فصل یازدهم: آزمون‌های سراسری ۱۴۰۱

۱ ۲۵۶۹ A

۱ ابتدا با توجه به اینکه هر مایل ۱۸۰۰ متر است، کیلومتر را به مایل تبدیل می‌کنیم:

$$۲۱۶\frac{km}{h}\times\frac{۱۰۰۰m}{۱km}\times\frac{۱mi}{۱۸۰۰m}=۱۲۰\frac{mi}{h}$$

۲ در گام بعدی ساعت را به دقیقه تبدیل می‌کنیم. هر ساعت، ۶۰ دقیقه است:

$$۱۲۰\frac{mi}{h}\times\frac{۱h}{۶۰min}=۲\frac{mi}{min}$$

۲ ۲۵۷۰ A

ضریب انبساط طولی (α)، $۳\times۱۰^{-۵}\frac{۱}{^\circ C}$ داده شده پس ضریب انبساط حجمی یعنی ۳α برابر $۹\times۱۰^{-۵}\frac{۱}{^\circ C}$ می‌شود، همچنین تغییرات دما $۲۰۰^\circ C$ است. چون در سؤال گفته شده، دما $۲۰۰^\circ C$ افزایش یافته است.

یادآوری درصد تغییرات حجمی برابر $۳\alpha\Delta\theta\times۱۰۰$ است:

$$\text{درصد تغییرات حجمی}=\frac{V_۱۳\alpha\Delta\theta}{V_۱}\times۱۰۰\Rightarrow\text{درصد تغییرات حجمی}=\frac{\Delta V}{V_۱}\times۱۰۰$$

$$\Rightarrow\text{درصد تغییرات حجمی}=۹\times۱۰^{-۵}\times(۲۰۰)\times۱۰۰\Rightarrow\text{درصد تغییرات حجمی}=۱/۸٪$$

۱ ۲۵۷۱ B

خط فکری جسم در حال پایین آمدن بوده و انرژی پتانسیل گرانشی آن آزاد می‌شود اما تندی جسم ثابت مانده و این انرژی پتانسیل به انرژی جنبشی تبدیل نمی‌شود پس در طول مسیر اصطکاک داریم.

الف) کار نیروی سطح برابر برایند کار عمودی سطح و کار نیروی اصطکاک است و چون مسیر دارای اصطکاک بوده پس کار نیروی اصطکاک داشته و گزارهٔ (الف) نادرست است.

ب) انرژی مکانیکی برابر مجموع انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل است، با توجه به اینکه تندی ثابت بوده و انرژی جنبشی ثابت می‌ماند اما با پایین آمدن جسم انرژی پتانسیل گرانشی کاهش یافته پس:

$$E=K+U\xrightarrow[K\text{ ثابت مانده}]{U\text{ کم شده}}\downarrow E$$

گزارهٔ (ب) درست است.

پ) با توجه به قضیهٔ کار و انرژی جنبشی کار کل برابر تغییر انرژی جنبشی است پس $W_t=\Delta K$ بوده و با ثابت بودن تندی انرژی جنبشی تغییر نمی‌کند و کار کل صفر است، در حالی که با پایین آمدن جسم روی سطح شیبدار کار نیروی وزن صفر نیست $(W_g=mg\Delta h)$ و گزارهٔ (پ) نادرست است.

ت) با توجه به توضیحات گزارهٔ (ب)، چون انرژی مکانیکی در حال کاهش بوده پس این گزاره نادرست است.

۴ ۲۵۷۲ B

یادآوری کار انجام شده در فرایند فشار ثابت از رابطهٔ $W=-P\Delta V=-nR\Delta T$ به‌دست می‌آید.

تغییرات حجم و فشار داده شده پس:

$$W=-P\Delta V\xrightarrow[V_۲-V_۱=۱/۵-۲=-۰/۵L]{P=۱۰^۵Pa}W=-۱۰^۵(-۰/۵\times۱۰^{-۳})=۵۰J$$

۳ ۲۵۷۳ A

فشار برحسب سانتی‌متر جیوه برابر است با:

$$P=\rho_{Hg}gh_{Hg}\Rightarrow۶۸\times۱۰^۳=۱۳۶۰۰\times۱۰\times h_{Hg}\Rightarrow h_{Hg}=۰/۵m=۵۰cm$$

بنابراین فشار $۶۸kPa$ معادل ۵۰ سانتی‌متر جیوه است.

۲ ۲۵۷۴ B

با توجه به معادلهٔ حالت داریم: $PV=nRT\Rightarrow\frac{۵}{۴}P_۰\times V=۱\times R\times T\quad(I)$

در حالت دوم هم‌جرم نیتروژن، هلیم به مخزن اضافه شده، مول هلیم اضافه شده را به‌دست می‌آوریم:

$$n_{N_۲}=\frac{m_{N_۲}}{M_{N_۲}}\xrightarrow[M_{N_۲}=۲۸g/mol]{n_{N_۲}=۱}۱=\frac{m_{N_۲}}{۲۸}\Rightarrow m_{N_۲}=۲۸g$$

$$n_{He}=\frac{m_{He}}{M_{He}}=\frac{۲۸}{۴}=۷mol$$

پس در حالت ثانویه تعداد مول درون مخزن برابر $۱+۷=۸mol$ می‌شود:

$$P'V=n'RT\Rightarrow P'\times V=۸RT\quad(II)$$

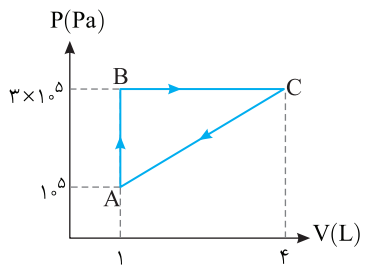
دو معادلهٔ (I) و (II) را بر هم تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{(II)}{(I)}:\frac{P'V}{\frac{۵}{۴}P_۰V}=\frac{۸RT}{RT}\Rightarrow P'=۱۰P_۰$$

دقت کنید فشار P' به‌دست آمده فشار مطلق است نه فشار پیمانه‌ای پس:

$$P'=۱۰P_۰\xrightarrow{P'=P'_{\text{پیمانه‌ای}}+P_۰}P'_{\text{پیمانه‌ای}}+P_۰=۱۰P_۰\Rightarrow P'_{\text{پیمانه‌ای}}=۹P_۰$$

۳ ۲۵۷۵ B



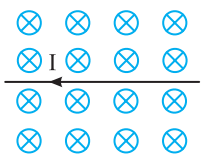
مساحت سطح محصور در چرخه برابر اندازهٔ کار مبادله شده با محیط و همچنین گرمای مبادله شده با محیط است.

از طرفی هرگاه چرخه ساعتگرد باشد، کار محیط روی دستگاه منفی و گرمای مبادله شده مثبت است بنابراین کافی است سطح مثلث ABC را حساب کنیم:

$$|Q|=S=\frac{(۴-۱)\times۱۰^{-۳}\times(۳\times۱۰^۵-۱۰^۵)}{۲}=\frac{۳\times۱۰^{-۳}\times۲\times۱۰^۵}{۲}\Rightarrow|Q|=۳۰۰J$$

۴ ۲۵۷۶ B

۱ اندازهٔ نیروی مغناطیسی از رابطهٔ $F=I\ell B\sin\alpha$ به‌دست می‌آید. α زاویهٔ بین B و I است.



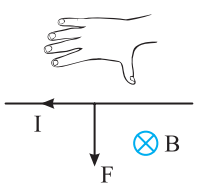
یادآوری هر گاوس برابر $۱۰^{-۴}$ تسلا است.

$$B=۰/۵G$$

$$F=I\ell B\sin\alpha\xrightarrow[I=۲/۵A]{\alpha=۹۰^\circ,\ \ell=۲/۴m}$$

$$F=۲/۵\times۲/۴\times(۰/۵\times۱۰^{-۴})\Rightarrow F=۳\times۱۰^{-۴}N$$

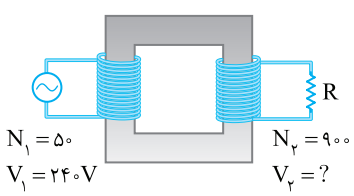
۲ برای به‌دست آوردن جهت، چهار انگشت دست راست را در جهت جریان می‌گیریم به طوری که کف دست در جهت میدان مغناطیسی درونسو باشد، در این حالت شست دست راست جهت نیرو را مشخص می‌کند، بنابراین نیرو به سمت پایین است.



۴ ۲۵۷۷ A

در یک مبدل تعداد دور با ولتاژ دو سر مبدل رابطهٔ مستقیم دارد:

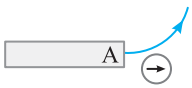
$$\frac{V_۲}{V_۱}=\frac{N_۲}{N_۱}\Rightarrow\frac{V_۲}{۲۴۰}=\frac{۹۰۰}{۵۰}\Rightarrow V_۲=۴۳۲۰V$$



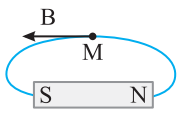
A ۲۵۷۸ ۴

نکته عقربهٔ مغناطیسی جهت میدان در یک نقطه را نشان می‌دهد.

۱ با توجه به شکل جهت میدان مغناطیسی اطراف A با توجه به عقربهٔ مغناطیسی به گونه‌ای است که خط میدان از قطب A خارج می‌شود و این قطب همان N است:



۲ میدان مغناطیسی در هر نقطه بر خط میدان مماس است:



A ۲۵۷۹ ۲

معادلهٔ جریان متناوب برابر $I=I_{max}\sin\frac{2\pi}{T}t$ است:

$$\begin{cases} I_{max}=2A \\ T=0/02s \end{cases} \Rightarrow I=2\sin\frac{2\pi}{0/02}t \Rightarrow I=2\sin 100\pi t$$

A ۲۵۸۰ ۲

فاصلهٔ بین دو بار ٪۲۰ افزایش یافته بنابراین: $r_2=r_1+0/2r_1 \Rightarrow r_2=1/2r_1$

قانون کولن را در دو حالت نوشته و بر هم تقسیم می‌کنیم:

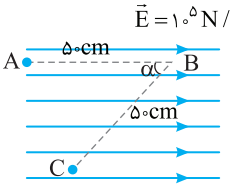
$$\frac{F_2}{F_1}=\frac{k\frac{|q_1||q_2|}{r_2^2}}{k\frac{|q_1||q_2|}{r_1^2}} \Rightarrow \frac{F_2}{F_1}=\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2=\frac{1}{1/44} \Rightarrow F_2=0/7F_1$$

درصد تغییرات نیروی الکتریکی خواهد شد: $\frac{\Delta F}{F_1}\times 100=\frac{0/7F_1-F_1}{F_1}\times 100=-٪30$

B ۲۵۸۱ ۱

یادآوری تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی یک بار در میدان الکتریکی برابر قرینهٔ کار نیروی میدان وارد بر بار است.

$$\Delta U_E=-W_E \Rightarrow \Delta U_E=-F_E d\cos\alpha \xrightarrow{F_E=qE} \Delta U_E=-qEd\cos\alpha$$



۱ تغییر انرژی پتانسیل از A تا B را حساب می‌کنیم:

$$\Delta U_{E_{AB}}=-(-5\times10^{-6})\times10^5\times0/5 \Rightarrow \Delta U_{E_{AB}}=0/25J$$

۲ تغییر انرژی پتانسیل از B تا C را به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta U_{E_{BC}}=-(-5\times10^{-6})\times10^5\times0/5\times(-0/6) \Rightarrow \Delta U_{E_{BC}}=-0/15J$$

۳ تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی در کل مسیر ABC خواهد شد:

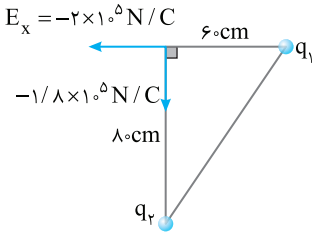
$$\Delta U_{E_{ABC}}=+0/25-0/15=+0/1J$$

بنابراین انرژی پتانسیل الکتریکی بار ۰/۱J افزایش می‌یابد.

B ۲۵۸۲ ۴

هر یک از مؤلفه‌های میدان الکتریکی $\vec{E}=-2\times10^5\vec{i}-1/8\times10^5\vec{j}$ میدان الکتریکی یکی از بارها است.

مؤلفهٔ $E_x=-2\times10^5 N/C$، میدان الکتریکی حاصل از بار q_1 است و چون میدان به سوی خارج بار است این بار مثبت است.



$$E=k\frac{|q|}{r^2} \Rightarrow 2\times10^5=9\times10^9\frac{|q_1|}{(0/6)^2} \Rightarrow q_1=+8\times10^{-6} \Rightarrow q_1=+8\mu C$$

مؤلفهٔ $E_y=-1/8\times10^5 N/C$، میدان الکتریکی حاصل از بار q_2 بوده و چون میدان به سوی بار است، بار q_2 منفی است.

$$E=k\frac{|q|}{r^2} \Rightarrow 1/8\times10^5=9\times10^9\frac{|q_2|}{(0/8)^2} \xrightarrow{q_2 \text{ منفی}}$$

$$q_2=-12/8\times10^{-6}C \Rightarrow q_2=-12/8\mu C$$

B ۲۵۸۳ ۲

خط فکری ولتاژ دو سر خازن با عایق و انرژی ذخیره شده در خازن در این حالت داده شده است بنابراین با استفاده از رابطهٔ $U=\frac{1}{2}CV^2$ ظرفیت خازن با عایق را به‌دست آورده سپس ثابت دی‌الکتریک را حساب می‌کنیم.

۱ ظرفیت خازن با دی‌الکتریک خواهد شد:

$$U=\frac{1}{2}CV^2 \xrightarrow[V=20V]{U=2\times10^{-3}J} 2\times10^{-3}=\frac{1}{2}\times C\times400$$

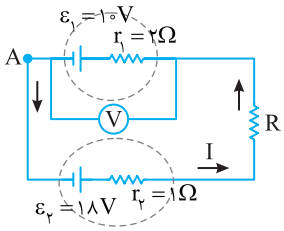
$$\Rightarrow C=10\times10^{-6}F \Rightarrow C=10\mu F$$

۲ به کمک رابطهٔ ساختمانی ظرفیت خازن، κ را حساب می‌کنیم:

$$\begin{cases} C=\kappa\varepsilon_0\frac{A}{d} \\ C_0=\varepsilon_0\frac{A}{d} \end{cases} \Rightarrow \frac{C}{C_0}=\kappa \Rightarrow \kappa=\frac{10}{5}=2$$

B ۲۵۸۴ ۳

خط فکری به مدار نگاه کنید. نیروی محرکهٔ باتری ε_2 از نیروی محرکهٔ باتری ε_1 بیشتر است و جریان دو باتری ناهمسو هستند نتیجه می‌گیریم باتری ε_2، مولد و باتری ε_1 مصرف کننده است. وقتی باتری مصرف کننده است، ولتاژ دو سر آن $V_1=\varepsilon_1+Ir_1$ خواهد شد بنابراین ابتدا جریان مدار را به کمک ولتاژ دو سر باتری ε_1 به‌دست می‌آوریم سپس اختلاف پتانسیل دو سر آن را حساب می‌کنیم.



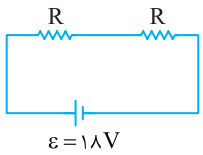
۱ ولتاژ دو سر باتری ε_1، 14V است بنابراین:

$$V_1=\varepsilon_1+Ir_1 \Rightarrow 14=10+I\times2 \Rightarrow I=2A$$

۲ از نقطهٔ A در جهت جریان قدم می‌زنیم:

$$V_A+\varepsilon_2-Ir_2-V_R-14=V_A \Rightarrow 18-2-V_R-14=0 \Rightarrow V_R=2V$$

B ۲۵۸۵ ۴



وقتی کلید باز است در مدار دو مقاومت وجود دارد و توان مصرفی مدار خواهد شد:

$$P_1=\frac{\varepsilon^2}{2R} \Rightarrow P_1=\frac{(18)^2}{2R}=\frac{9\times18}{R}$$

وقتی کلید بسته می‌شود مقاومت معادل مدار خواهد شد:

$$R_{eq}=R+\frac{R}{2}=\frac{3R}{2}$$

توان در این حالت را به‌دست می‌آوریم:

$$P_2=\frac{\varepsilon^2}{\frac{3R}{2}} \Rightarrow P_2=\frac{2\varepsilon^2}{3R} \Rightarrow P_2=\frac{2\times18\times18}{3R} \Rightarrow P_2=\frac{12\times18}{R}$$

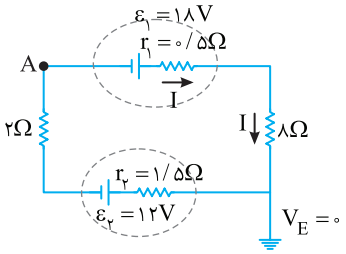
بنا به فرض مسئله اختلاف توان‌ها برابر 9W است از این‌رو خواهیم داشت:

$$P_2-P_1=9 \Rightarrow \frac{12\times18}{R}-\frac{9\times18}{R}=9$$

$$\Rightarrow \frac{12-9}{R}\times18=9 \Rightarrow (12-9)\times2=R \Rightarrow R=6\Omega$$

B ۲۵۸۶ ۲

از مقایسهٔ ε_1 و ε_2 مشخص می‌شود که $\varepsilon_1>\varepsilon_2$ بوده و جریان مدار ساعتگرد است. در این حالت ε_1 مولد و ε_2 مصرف‌کننده است و جریان مدار خواهد شد:



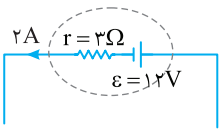
$$I=\frac{\varepsilon_1-\varepsilon_2}{R_{eq}+r_1+r_2}\Rightarrow I=\frac{18-12}{10+2}\Rightarrow I=0/5A$$

از A در جهت جریان تا نقطهٔ اتصال به زمین قدم می‌زنیم:

$$V_A+\varepsilon_1-Ir_1-8I=0\Rightarrow V_A+18-0/5\times0/5-8\times0/5=0$$
$$\Rightarrow V_A=-13/75V$$

A ۲۵۸۷ ۴

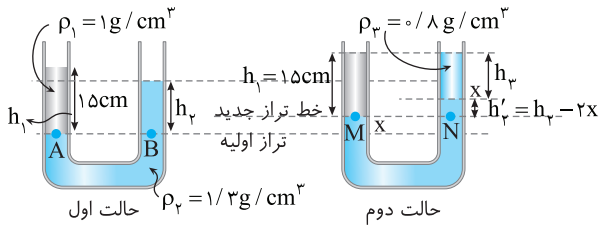
توان ورودی به باتری از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:



$$P=\varepsilon I+rI^2\Rightarrow P=12\times2+3(2)^2$$
$$\Rightarrow P=24+12\Rightarrow P=36W$$

C ۲۵۸۸ ۳

خط فکری شکل دو حالت مسئله را کنار هم رسم می‌کنیم. در حالت اول خط تراز را می‌کشیم تا ارتفاع h_2 را حساب کنیم. وقتی مایع ρ_3 را به شاخهٔ سمت راست اضافه می‌کنیم. مایع ρ_2 به اندازهٔ x در سمت راست پایین می‌رود و به همین اندازه مطابق شکل در سمت چپ بالا می‌رود. از این‌جا به بعد شما با مقایسهٔ دو شکل باید مقدار x و h_3 را حساب کنید.



۱ خط تراز در حالت اول را رسم می‌کنیم. فشار نقاط A و B واقع بر خط تراز یکسان است.

$$P_A=P_B\Rightarrow\rho_1gh_1=\rho_2gh_2\Rightarrow1\times15=1/3h_2\Rightarrow h_2=\frac{150}{13}cm$$

۲ مایع ρ_3 به شاخهٔ سمت راست اضافه شده تا سطح آزاد مایع در دو شاخه برابر شود. در این حالت مجدداً خط تراز را رسم می‌کنیم. فشار نقاط N و M برابر است. فشار در نقطهٔ M، فشار ستون 15cm مایع ρ_1 است و فشار در نقطهٔ N مجموع فشار ستون h_3 مایع ρ_3 و فشار ستون $h'_2=\frac{150}{13}-2x$ مایع ρ_2 است از این‌رو می‌توان نوشت:

$$\rho_M=\rho_N\Rightarrow\rho_1h_1=\rho_3h_3+\rho_2h'_2\Rightarrow1\times15=0/8h_3+1/3(\frac{150}{13}-2x)$$
$$15=0/8h_3+15-2/6x\Rightarrow0/8h_3=2/6x\Rightarrow x=\frac{4}{13}h_3$$

۳ اکنون باید به دقت به شکل حالت دوم و اعداد روی شاخهٔ راست و چپ دقت کنید. h_1 با مجموع h_3 و h'_2 برابر است.

$$h_1=h'_2+h_3\Rightarrow15=(\frac{150}{13}-2x)+h_3\Rightarrow h_3-2x'=15-\frac{150}{13}=\frac{45}{13}$$

۴ از رابطهٔ (I) در رابطهٔ بالا جایگذاری می‌کنیم

$$\frac{45}{13}=h_3-\frac{8}{13}h_3\Rightarrow\frac{5}{13}h_3=\frac{45}{13}\Rightarrow h_3=9cm$$

حجم مایع اضافه شده خواهد شد:

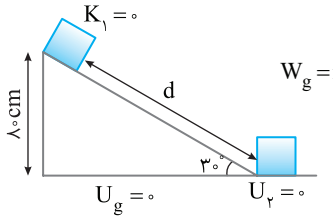
$$V_3=Ah_3=1\times9=9cm^3$$

بالاخره تموم شد، عجب محاسبات عددی وحشتناکی! پس باید محاسبات عددی خودمون رو بهشدت تقویت کنیم.

B ۲۵۸۹ ۱

یادآوری کار نیروی وزن برابر $W_g=\pm mgh$ است که اگر جسم بالا رود. $W_g<0$ و اگر جسم پایین بیاید $W_g>0$ است.

۱ کار نیروی وزن را حساب می‌کنیم، جسم از سطح شیب‌دار پایین آمده و W_g مثبت است.



$$W_g=mgh\rightarrow W_g=\frac{500}{1000}\times10\times\frac{80}{100}=4J$$

۲ با توجه به پایستگی انرژی می‌توان نوشت:

$$E_2-E_1=W_f\Rightarrow U_2+K_2-(U_1+K_1)=W_f$$

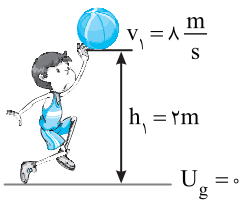
جسم از ارتفاع 80cm رها شده $(v_1=0)$ پس U_1 برابر mgh_1 بوده که $h_1=0/8m$ است و K_1 برابر ۰ است. هنگام رسیدن به زمین U_2 صفر است. بنابراین:

$$k_2-U_1=W_f\Rightarrow\frac{1}{2}m(v_2)^2-mgh_1=W_f\Rightarrow\frac{1}{2}\times0/5\times9-0/5\times10\times0/8=$$
$$W_f\Rightarrow2/25-4=W_f\Rightarrow W_f=-1/75J$$

میانبر چون در گزینه‌ها مقدار W_f که داده شده متفاوت است، پس تنها کافی است W_f را حساب کنیم.

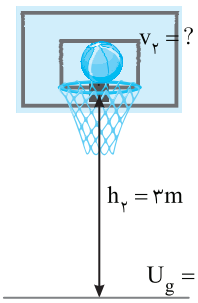
B ۲۵۹۰ ۴

۱ انرژی مکانیکی در لحظهٔ پرتاب را به‌دست می‌آوریم:
(سطح زمین را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر می‌گیریم.)



$$E_1=K_1+U_1\Rightarrow E_1=\frac{1}{2}mv_1^2+mgh_1$$
$$E_0=K_0+U_0\Rightarrow E_0=\frac{1}{2}\times m\times64+m\times g\times2$$
$$\Rightarrow E_1=32m+20m\Rightarrow E_1=52m$$

۲ انرژی مکانیکی در لحظهٔ رسیدن به سبد را به‌دست می‌آوریم:



$$E_2=K_2+U_2\rightarrow E_2=\frac{1}{2}m\times v_2^2+mg\times3\rightarrow$$
$$E_2=\frac{1}{2}mv_2^2+30m$$

۳ بنا به فرض مسئله کار نیروی مقاومت هوا خواهد شد:

$$W_f=-\frac{1}{8}K_0\Rightarrow W_f=-\frac{1}{8}(\frac{1}{2}mv_1^2)\Rightarrow W_f=-\frac{1}{16}m(8)^2\rightarrow W_f=-4m$$

۴ قانون پایستگی انرژی را نوشته و v_2 را حساب می‌کنیم.

$$E_2-E_1=W_f\Rightarrow K_2+U_2-E_1=W_f$$
$$\Rightarrow\frac{1}{2}mv_2^2+mgh_2-E_1=-4m\Rightarrow\frac{1}{2}mv_2^2+30m-52m=-4m$$
$$\frac{1}{2}v_2^2+30-52=-4\Rightarrow\frac{1}{2}v_2^2=18\Rightarrow v_2^2=36\Rightarrow v_2=6m/s$$

B ۲۵۹۱ ۲

خط فکری طول اولیهٔ دو میله یکسان و افزایش دمای آن‌ها نیز برابر است. پس هر میله‌ای که ضریب انبساط طولی بیشتری دارد، افزایش طول بیشتری خواهد داشت. ضریب انبساط طولی مس بیشتر از آهن است و افزایش طول میلهٔ مس بیشتر از میلهٔ آهنی خواهد شد و برای اینکه اختلاف طول دو میله ۰/۳mm باشد باید افزایش طول میلهٔ مس ۰/۳ میلی‌متر بیشتر از افزایش طول میلهٔ آهنی باشد: افزایش طول هر دو میله را $(\Delta L = L_1 \alpha \Delta\theta)$ حساب کنید و تفاضل آن‌ها را برابر ۰/۳mm قرار دهید.

۱ معادلهٔ افزایش طول میلهٔ مس را می‌نویسیم. برای آن‌که این افزایش برحسب میلی‌متر به‌دست آید طول اولیهٔ مس را برحسب میلی‌متر (۰/۵×۱۰۰۰=۵۰۰mm) قرار می‌دهیم:

$$\Delta L_{cu} = L_{cu}\alpha_{cu}\Delta\theta \Rightarrow \Delta L_{cu} = 500\times 1/8\times 10^{-5}\times\Delta\theta$$
$$\Rightarrow \Delta L_{cu} = 9\times 10^{-3}\Delta\theta$$

۲ معادلهٔ افزایش طول میلهٔ آهن را می‌نویسیم:

$$\Delta L_{Fe} = L_{Fe}\alpha_{Fe}\Delta\theta \Rightarrow \Delta L_{Fe} = 500\times 1/2\times 10^{-5}\times\Delta\theta$$
$$\Rightarrow \Delta L_{Fe} = 6\times 10^{-3}\Delta\theta$$

۳ اختلاف ΔL_{cu} و ΔL_{re} برابر ۰/۳mm است:

$$\Delta L_{cu} - \Delta L_{Fe} = 0/3\text{mm} \Rightarrow 9\times 10^{-5}\Delta\theta - 6\times 10^{-3}\Delta\theta = 0/3$$
$$\Rightarrow 3\times 10^{-3}\Delta\theta = 0/3 \Rightarrow \Delta\theta = 100^\circ C$$

B ۲۵۹۲ ۴

خط فکری در این فرآیند یخ از آب ۲۰°C گرما می‌گیرد. ابتدا یخ −۱۰°C به یخ ۰°C تبدیل می‌شود، سپس یخ ۰°C با دریافت گرما از آب، ذوب می‌شود و به آب ۰°C تبدیل شده و سرانجام دمای آن ۵°C می‌شود. در این مدت، آب ۲۰°C با از دست دادن گرما به آب ۵°C تبدیل می‌شود. گرمایی که یخ −۱۰°C می‌گیرد تا به آب ۵°C تبدیل شود و هم‌چنین گرمایی که آب ۲۰°C از دست می‌دهد تا دمایش ۵°C شود را حساب کنید و برابر قرار دهید تا بتوانید جرم آب ۲۰°C را به‌دست بیاورید.

۱ گرمای لازم برای رسیدن یخ −۱۰°C به آب ۵°C را حساب می‌کنیم:

$$\text{یخ } 1\text{kg}, -10^\circ C \xrightarrow[m'C_{\text{یخ}}\Delta\theta_1]{Q_1} \text{یخ } 1\text{kg}, 0^\circ C \xrightarrow[m'L_F]{Q_1} \text{آب } 1\text{kg}, 0^\circ C$$

$$Q_{\text{یخ}} = Q_1 + Q_2 + Q_3 = m'c_{\text{یخ}}\Delta\theta_1 + m'L_F + m'c_{\text{آب}}\Delta\theta$$
$$Q_{\text{یخ}} = 1\times 2100\times 10 + 1\times 336000 + 1\times 4200\times 5$$

۲ گرمایی که آب ۲۰°C از دست می‌دهد تا به آب ۵°C برسد را حساب می‌کنیم:

$$Q_{\text{آب}} = mc_{\text{آب}}\Delta\theta' = m\times 4200\times 15$$

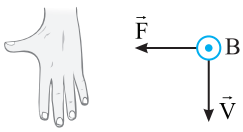
۳ $Q_{\text{یخ}}$ و $Q_{\text{آب}}$ با هم برابرند است:

$$Q_{\text{یخ}} = Q_{\text{آب}} \rightarrow 2100\times 10 + 336000 + 4200\times 5 = m\times 4200\times 15$$
$$\xrightarrow[\text{تقسیم می‌کنیم } 2100]{\text{دو طرف را بر}} 10 + 160 + 10 = 30m \rightarrow 180 = 30m \Rightarrow m = 6\text{kg}$$

میانبر می‌توان $c_{\text{یخ}}$ که برابر ۲۱۰۰ است را به‌عنوان c گرفت در این‌صورت $c_{\text{آب}}$ که برابر ۴۲۰۰ است برابر ۲c و L_F که برابر ۳۳۶۰۰۰ بوده برابر ۱۶۰c می‌شود:

$$Q_1 = 10c, Q_2 = 160c, Q_3 = 10c$$
$$Q_{\text{آب}} = 30mc$$
$$Q_{\text{یخ}} = Q_{\text{آب}} = 180c = 30mc \rightarrow m = 6\text{kg}$$

A ۲۵۹۳ ۳



با توجه به قاعدهٔ دست راست، چهار انگشت باز دست راست را در جهت V رو به پایین گرفته به صورتی که انگشت باز شست دست جهت نیرو به سمت چپ را نشان دهد در این صورت کف دست شما رو به بیرون صفحهٔ کاغذ بوده و جهت میدان را نشان می‌دهد یعنی میدان مغناطیسی برونسو است اما بار ذره منفی بوده (بار الکترون) پس جهت به‌دست آمده با قاعدهٔ دست راست را وارون کرده و جهت میدان مغناطیسی درونسو می‌شود.

B ۲۵۹۴ ۱

خط فکری برای حل این تست باید تک‌تک گزینه‌ها بررسی شود و اگر شانس بیاوریم گزینهٔ (۱) درست باشد و دیگر نیازی به بررسی بقیهٔ گزینه‌ها نیست.

برای بررسی هر گزینه باید یک رابطهٔ ریاضی که در آن کمیت مورد نظر وجود دارد را به‌کار ببرید.

برای میدان مغناطیسی استفاده از رابطهٔ نیروی وارد بر سیم حامل جریان در میدان مغناطیسی بهترین انتخاب است. $F = I\ell B\sin\theta$

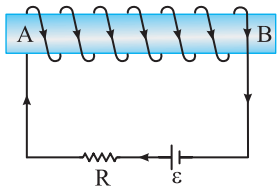
یکای فرعی نیرو kgm/s^2، یکای جریان آمپر (A) یکای طول (m) و نسبت‌های مثلثاتی یکا ندارند از این‌رو:

$$kgm/s^2 = A\cdot m[B] \Rightarrow [B] = \frac{kg}{As^2}$$

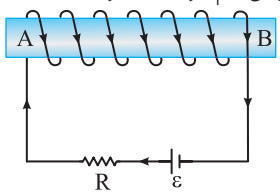
بنابراین نیازی به بررسی گزینه‌های دیگر نیست.

A ۲۵۹۵ ۲

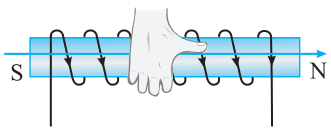
نکته سوی جریان در مدار خارجی یک باتری از پایانهٔ مثبت به سوی پایانهٔ منفی است.



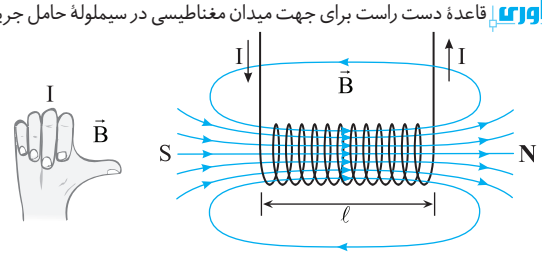
جهت جریان را مشخص می‌کنیم جریان ساعتگرد است.



با توجه قاعدهٔ دست راست جهت میدان درون سیملوله را مشخص می‌کنیم، چهار انگشت دست راست را در سوی جریان سیملوله می‌چرخانیم، در این حالت انگشت باز شست دست راست جهت راست را نشان می‌دهد که جهت میدان مغناطیسی است و قطب N نیز در همین سمت است.



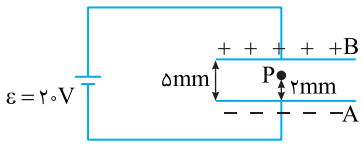
یادآوری قاعدهٔ دست راست برای جهت میدان مغناطیسی در سیملولهٔ حامل جریان.



B ۲۵۹۶ ۲

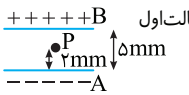
یادآوری اختلاف پتانسیل بین دو نقطه در میدان الکتریکی یکنواخت برابر $\Delta V = Ed$ است که در آن d فاصلهٔ دو نقطه در امتداد خطوط میدان است.

دو صفحهٔ خازن به باتری متصل است و اختلاف پتانسیل دو سر خازن ثابت و برابر ۲۰v است. اختلاف پتانسیل بین نقطهٔ P و صفحهٔ منفی A برابر $V_P - V_A = Ed_{AP}$ است. که E میدان الکتریکی بین صفحات است. با دور شدن صفحهٔ B فاصلهٔ P و A از هم تغییر نکرده و ۲mm می‌ماند اما میدان الکتریکی تغییر می‌کند:

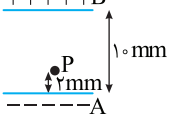


۱ در هر حالت میدان الکتریکی را حساب می‌کنیم.

حالت اول: $E_1 = \frac{V}{d_1} \xrightarrow{d_1 = ۵mm} E_1 = \frac{۲۰}{۵\times۱۰^{-۳}} = ۴۰۰۰ \frac{V}{m}$



حالت دوم: $E_2 = \frac{V}{d_2} \xrightarrow{d_2 = ۱۰mm} E_1 = \frac{۲۰}{۱۰\times۱۰^{-۳}} = ۲۰۰۰ \frac{V}{m}$



۲ اختلاف پتانسیل بین P و A در هر حالت خواهد شد:

حالت اول: $\Delta V_{AP} = V_P - V_A \Rightarrow ۴۰۰۰\times۲\times۱۰^{-۳} = V_P - V_A \Rightarrow V_P = ۸ - V_A$

حالت دوم: $\Delta V'_{AP} = V'_P - V_A \Rightarrow ۲۰۰۰\times۲\times۱۰^{-۳} = V'_P - V_A \Rightarrow V'_P = ۴ + V_A$

بنابراین پتانسیل نقطهٔ P، ۴V کاهش یافته است.

B ۲۵۹۷ ۱

یادآوری در جابه‌جایی در جهت خطوط میدان پتانسیل الکتریکی کاهش می‌یابد.

با توجه به سؤال از B تا A در خلاف جهت خطوط میدان ذره جابه‌جا شده و $V_A > V_B$ است پس $V_A - V_B$ مثبت است.

یادآوری اختلاف پتانسیل الکتریکی از رابطهٔ $\Delta V = Ed\cos\theta$ به‌دست می‌آید.

یادآوری هرچه تراکم خطوط میدان الکتریکی بیشتر، اندازهٔ میدان الکتریکی بیشتر بوده و میدان قوی‌تر است. با توجه به شکل تراکم خطوط از A تا B در شکل (۳) بزرگتر از شکل (۲) و در شکل (۲) بزرگتر از شکل (۱) است. بنابراین:

$\Delta V_۳ = E_۳ d\cos\theta$

$\Delta V_۲ = E_۲ d\cos\theta \xrightarrow{E_۳ > E_۲ > E_۱} \Delta V_۳ > \Delta V_۲ > \Delta V_۱$

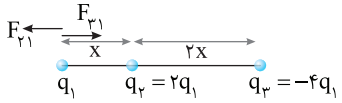
$\Delta V_۱ = E_۱ d\cos\theta$

B ۲۵۹۸ ۳

۱ نیروهای وارد بر $q_۱$ را حساب می‌کنیم، بار $q_۲$ و $q_۱$ همنام بوده و یکدیگر را دفع می‌کنند و بارهای $q_۳$ و $q_۱$ ناهمنام بوده و یکدیگر را جذب می‌کنند. به کمک قانون کولن نیروها را به‌دست می‌آوریم.

$F_{۲۱} = k\frac{|q_۱||q_۲|}{r_{۱۲}^۲} = k\frac{۲q_۱^۲}{x^۲}$

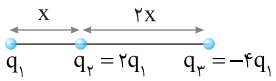
$F_{۳۱} = k\frac{|q_۱||q_۳|}{r_{۱۳}^۲} = k\frac{۴q_۱^۲}{۹x^۲}$



۲ دو نیرو خلاف جهت هم‌اند و اندازهٔ نیروی خالص وارد بر $q_۱$ برابر تفاضل $F_{۲۱}$ و $F_{۳۱}$ است:

$F_۱ = F_{۲۱} - F_{۳۱} = ۲k\frac{q_۱^۲}{x^۲} - \frac{۴}{۹}k\frac{q_۱^۲}{x^۲} = \frac{۱۴}{۹}k\frac{q_۱^۲}{x^۲}$

۳ نیروهای وارد بر $q_۳$ را حساب می‌کنیم. بنا به قانون سوم نیوتن نیرویی که $q_۳$ به $q_۱$ وارد می‌کند با نیرویی که $q_۱$ به $q_۳$ وارد کرده برابر است. از این‌رو اندازهٔ $F_{۱۳}$ نیز برابر $\frac{۴}{۹}k\frac{q_۱^۲}{x^۲}$ است:



$F_{۲۳} = k\times\frac{۲q_۱\times۴q_۱}{۴x^۲} = ۲k\frac{q_۱^۲}{x^۲}$

$F_{۱۳}$ ←

$F_{۲۳}$ ←

۴ دو نیرو هم‌جهت‌اند:

$F_۳ = F_{۲۳} + F_{۱۳} = ۲k\frac{q_۱^۲}{x^۲} + \frac{۴}{۹}k\frac{q_۱^۲}{x^۲} = \frac{۲۲}{۹}k\frac{q_۱^۲}{x^۲}$

۵ حال نسبت $F_۱$ به $F_۳$ را حساب می‌کنیم:

$\frac{F_۱}{F_۳} = \frac{\frac{۱۴}{۹}k\frac{q_۱^۲}{x^۲}}{\frac{۲۲}{۹}k\frac{q_۱^۲}{x^۲}} = \frac{۱۴}{۲۲} = \frac{۷}{۱۱}$

روش دیگر:

در حل این نوع مسائل می‌توانید نیرویی که دو بار الکتریکی یکسان $q_۱$ در فاصلهٔ x بر هم وارد می‌کنند را F فرض کنیم و با توجه به قانون کولن $F = k\frac{|q_۱||q_۲|}{r^۲}$، نیروهای دیگر را بر حسب F به‌دست آوریم.

۱ نیرویی که بار $q_۲ = ۲q_۱$ بر بار $q_۱$ در فاصلهٔ x وارد می‌کند برابر $F_{۲۱} = ۲F$ و نیرویی که بار $q_۳ = ۴q_۱$ در فاصلهٔ ۳x وارد می‌کند برابر $F_{۳۱} = \frac{۴F}{۹}$ و نیروی خالص وارد بر $q_۱$ خواهد شد:

$F_۱ = ۲F - \frac{۴}{۹}F \Rightarrow F_۱ = \frac{۱۸F - ۴F}{۹} \Rightarrow F_۱ = \frac{۱۴}{۹}F$

۲ نیرویی که بار $q_۱$ بر بار $q_۳$ وارد می‌کند بنا به قانون سوم نیوتن هم‌اندازهٔ نیرویی است که بار $q_۳$ به بار $q_۱$ وارد می‌کند.

$F_{۱۳} = \frac{۴}{۹}F$

۳ نیرویی که بار $q_۲ = ۲q_۱$ بر بار $q_۳ = ۴q_۱$ در فاصلهٔ ۲x وارد می‌کند $F_{۲۳} = ۲F$ و نیروی خالص وارد بر $F_۳$ خواهد شد:

$F_۳ = F + \frac{۴}{۹}F = \frac{۱۳}{۹}F$

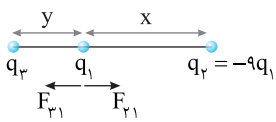
۴ نسبت $F_۱/F_۳$ خواهد شد:

$\frac{F_۱}{F_۳} = \frac{\frac{۷}{۹}F}{\frac{۱۱}{۹}F} = \frac{۷}{۱۱}$

B ۲۵۹۹ ۴

۱ ابتدا دقت کنید در هر چهار گزینه، بار $q_۳$ در سمت چپ بار $q_۱$ قرار می‌گیرد بنابراین طرز قرار گرفتن بارها به شکل زیر است.

۲ با توجه به فرض مسئله نیروهای وارد بر هر بار از جمله بار $q_۱$ صفر است. از طرفی بار $q_۱$ و $q_۲$ ناهمنام هستند و نیروی $F_{۲۱}$ جاذبه است. بنابراین نیرویی که $q_۳$ بر $q_۱$ وارد می‌کند نیز باید جاذبه و به سمت چپ باشد یعنی $q_۳$ نیز باید با $q_۱$ ناهمنام باشد بنابراین $q_۳$ منفی است در نتیجه گزینه‌های (۱) و (۲) حذف شده و مقدار بار $q_۳ = -\frac{۹}{۴}q_۱$ خواهد بود.



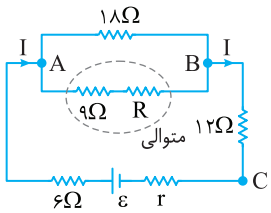
۳ با برابر قرار دادن نیروهای $F_{۲۱}$ و $F_{۳۱}$، مقدار y را برحسب x به‌دست می‌آوریم.

$F_{۲۱} = F_{۳۱} \Rightarrow k\frac{|q_۲||q_۱|}{x^۲} = k\frac{|q_۳||q_۱|}{y^۲} \Rightarrow \frac{|q_۲|}{x^۲} = \frac{|q_۳|}{y^۲} = \frac{۹q_۱}{x^۲} = \frac{\frac{۹}{۴}q_۱}{y^۲}$

$\Rightarrow y^۲ = \frac{x^۲}{۴} \Rightarrow y = \frac{x}{۲}$

B ۲۶۰۰ ۲

خط فکری به فرض مسئله دقت کنید اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت $18\Omega(V_{AB})$ با اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت $12\Omega(V_{BC})$ برابر است. بنابراین باید مقاومت R_{AB} با مقاومت R_{BC} برابر باشد. با توجه به این مطلب مسئله را حل می‌کنیم.



در گام اول مقاومت معادل بین دو نقطهٔ AB را حساب می‌کنیم. مقاومت R و 9Ω متوالی و معادل آن‌ها با مقاومت 18Ω موازی است. بنابراین:

$$\frac{1}{R_{AB}}=\frac{1}{18}+\frac{1}{R+9}\Rightarrow R_{AB}=\frac{(18)\times(R+9)}{27+R}$$

در گام دوم برای آن که $V_{AB}=V_{BC}$ باشد باید مقاومت R_{AB} با مقاومت R_{BC} برابر باشد از این‌رو:

$$V_{AB}=V_{BC}\Rightarrow IR_{AB}=IR_{BC}\Rightarrow$$

$$R_{AB}=R_{BC}=\frac{18(R+9)}{27+R}=12\Rightarrow\frac{3(R+9)}{27+R}=2$$

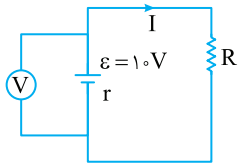
$$\Rightarrow 3R+27=54+2R\Rightarrow R=27\Omega$$

B ۲۶۰۱ ۳

۱ اگر تنها یکی از کلیدها بسته باشد، فقط یکی از مقاومت‌های R در مدار قرار می‌گیرد و مدار به شکل زیر است. در این حالت ولت‌سنج ولتاژ دو سر باتری را $6V$ نشان می‌دهد و جریان مدار خواهد شد:

$$I=\frac{\varepsilon}{R+r}\Rightarrow I=\frac{10}{R+r}$$

۲ اختلاف پتانسیل دو سر باتری برابر $V=\varepsilon-rI$ است:

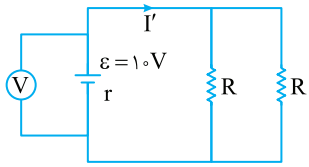


$$v=\varepsilon-rI\xrightarrow{r=6v}6=10-\frac{10r}{R+r}$$

$$\Rightarrow\frac{10r}{R+r}=t\Rightarrow 10r=4R+4r$$

$$\Rightarrow 6r=4R\Rightarrow R=1/5r$$

۳ اگر دو کلید بسته شود هر دو مقاومت R در مدار قرار می‌گیرند و با هم موازی‌اند:



$$\frac{1}{R_{eq}}=\frac{1}{R}+\frac{1}{R}\Rightarrow\frac{1}{R_{eq}}=\frac{2}{R}\Rightarrow R_{eq}=\frac{R}{2}$$

$$I'_{\text{مدار}}=\frac{\varepsilon}{r+R_{eq}}\Rightarrow I'_{\text{مدار}}=\frac{10}{r+\frac{R}{2}}\xrightarrow{R=1/5r}I'_{\text{مدار}}=\frac{10}{r+0/75r}$$

$$\rightarrow I'_{\text{مدار}}=\frac{10}{1/75r}$$

۴ اختلاف پتانسیل دو سر باتری برابر $V'=\varepsilon-rI'_{\text{مدار}}$ است:

$$V'=\varepsilon-r'_{\text{مدار}}\Rightarrow V'=10-r\frac{10}{1/75r}\Rightarrow V'=10-\frac{10}{1/75}$$

$$\Rightarrow V'=\frac{17/5-10}{1/75}=\frac{7/5}{1/75}\Rightarrow V'=\frac{750}{175}=\frac{30}{7}V$$

میانبر اختلاف پتانسیل دو سر باتری بر حسب مقاومت خارجی مدار (R_{eq}) از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید.

$$V=\frac{R_{eq}}{R_{eq}+r}\varepsilon$$

با استفاده از این رابطه نیازی به محاسبهٔ جریان نیست.

B ۲۶۰۲ ۲

۱ آمپرسنج جریان اصلی مدار را $0/8A$ نشان داده است از این‌رو جریان گذرنده از سه مقاومت متوالی 9Ω ، R و 4Ω برابر $I=0/8A$ است.

۲ ولت‌سنج به دو سر مقاومت R بسته شده و ولتاژ دو سر آن را $12V$ نشان می‌دهیم: مقاومت R را حساب می‌کنیم:

$$\begin{cases}V=12V\\ I=0/8A\end{cases}\Rightarrow R=\frac{V}{I}\Rightarrow R=\frac{12}{0/8}\Rightarrow R=\frac{120}{8}=15\Omega$$

۳ مقاومت معادل خواهد شد:

$$R_{eq}=4+15+9\Rightarrow R_{eq}=28\Omega$$

۴ به کمک جریان مدار نیروی محرکهٔ باتری را به‌دست می‌آوریم.

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow 0/8=\frac{\varepsilon}{28+2}\Rightarrow\varepsilon=24V$$

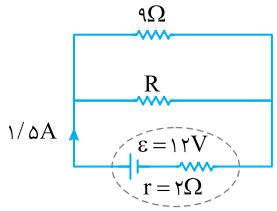
B ۲۶۰۳ ۱

خط فکری با توجه به اعداد روی مدار، جریان مدار $1/5A$ است به کمک جریان ابتدا مقاومت معادل مدار را حساب کنید. سپس به کمک مقاومت معادل به سراغ یافتن مقدار مقاومت R بروید با داشتن مقاومت R می‌توانید جریان R (و یا ولتاژ دو سر R) را حساب کرده و توان مصرفی آن را بیابید. البته ما جریان R را به‌دست آورده‌ایم.

۱ جریان مدار $1/5A$ است. با توجه به مدار $I_{\text{مدار}}=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}$ ، مقدار R_{eq} را به‌دست می‌آوریم:

$$1/5=\frac{12}{R_{eq}+2}\Rightarrow 1/5R_{eq}+3=12\Rightarrow 1/5R_{eq}=9\Rightarrow R_{eq}=6\Omega$$

۲ مقاومت R و 9Ω موازی‌اند:



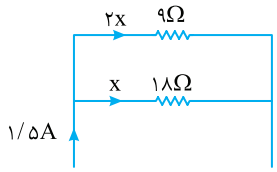
$$\frac{1}{R}+\frac{1}{9}=\frac{1}{6}\Rightarrow\frac{1}{R}=\frac{1}{6}-\frac{1}{9}$$

$$\Rightarrow\frac{1}{R}=\frac{3}{18}-\frac{2}{18}$$

$$\Rightarrow\frac{1}{R}=\frac{1}{18}\rightarrow R=18\Omega$$

یادآوری جریان در مقاومت‌های موازی به نسبت وارون مقدار مقاومت تقسیم می‌شود.

۳ جریان عبوری از مقاومت 18Ω را x بگیرید، جریان مقاومت 9Ω برابر $2x$ می‌شود:



$$x+2x=1/5\,A\Rightarrow 3x=1/5$$

$$\Rightarrow x=0/5A$$

۴ توان مصرفی مقاومت 18Ω برابر است با:

$$P=RI^2\Rightarrow P=18\times(0/5)^2\Rightarrow P=18\times\frac{1}{4}=4/5W$$

B ۲۶۰۴ ۴

به کمک تبدیلات زنجیره‌ای جرم ۱۸۲ قیراط را به کیلوگرم تبدیل می‌کنیم.

$$\text{۱۸۲ قیراط}\times\underbrace{\frac{200mg}{1\text{ قیراط}}}_{\text{ضریب تبدیل}}\times\underbrace{\frac{10^{-3}g}{1mg}}_{\text{ضریب تبدیل}}\times\underbrace{\frac{10^{-3}kg}{1g}}_{\text{ضریب تبدیل}}=182\times200\times10^{-6}$$

قیراط به میلی‌گرم — میلی‌گرم به گرم — گرم به کیلوگرم

$$\Rightarrow\text{۱۸۲ قیراط}=36400\times10^{-6}kg=3/64\times10^{-2}kg$$

B ۲ ۲۶۰۵

بنـا به قانـون اول ترمودینامیک مجموع گرمایی که ماشـین به منبـع دما پایین (Q_L) می‌دهد و کار تولیدشـده توسـط ماشـین (W) برابر گرمایی اسـت که ماشـین از منبع دمابالا (Q_H) دریافت می‌کند. از این رو:

$$Q_H=|W|+|Q_L| \xrightarrow[|Q_L|=۶۰J]{Q_H=۱۰۰J} ۱۰۰=|W|+۶۰ \Rightarrow |W|=۴۰J$$

توان خروجی: آهنگ انجام کار است از این رو:

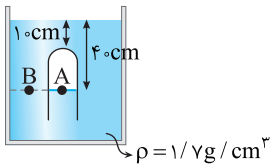
$$P=\frac{|W|}{t} \xrightarrow{t=۰/۵s} P=\frac{۴۰}{۰/۵} \Rightarrow P=۸۰W$$

B ۱ ۲۶۰۶

۱ فشـار در نقاط A و B واقع بر خط تراز با هم برابر است.

$$P_A=P_B$$

۲ فشـار در نقطـهٔ B برابـر مجمـوع فشار هوا و فشار ستون ۴۰cm مایع است و فشار در نقطهٔ A برابر فشار گاز محبوس در لوله است.



$$P_B=P_A \Rightarrow P_۰+\rho gh=P_{گاز} \quad (۱)$$

۳ فشـار پیمانه‌ای (P_g) برابر تفاضل فشـار مخزن (گاز) و فشار هوای محیط است، بنابراین:

$$P_g=P_{گاز}-P_۰=\rho gh \Rightarrow P_g=۱۷۰۰\times ۱۰\times \frac{۴}{۱۰}=۶۸۰۰Pa$$

فشار را برحسب cmHg به‌دست می‌آوریم.

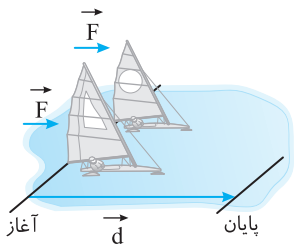
$$\rho h=\rho_{Hg}h_{Hg} \Rightarrow ۱/۷\times ۴۰=۱۳/۶h_{Hg} \Rightarrow h_{Hg}=۵\,cm$$
$$\Rightarrow P_g=۵cmHg$$

B ۱ ۲۶۰۷

روش اول: استفاده از قضیهٔ کار و انرژی جنبشی:

۱ نیروی وارد بر هر دو قایق یکسـان و جابه‌جایی آن‌ها نیز یکسان است، بنابراین کار نیروی باد بر هر دو قایق یکسان است.

$$W=Fd \Rightarrow W_۱=W_۲$$



یادآوری کار نیروی خالص وارد بر جسم برابر تغییر انرژی جنبشی جسم است.

۲)با توجه به قضیهٔ کار و انرژی خواهیم داشت:

$$W=\Delta K \xrightarrow{W_۱=W_۲} \Delta K_۱=\Delta K_۲ \Rightarrow K_۱=K_۲$$
$$\xrightarrow{K=\frac{۱}{۲}mv^۲} \frac{۱}{۲}m_۱v_۱^۲=\frac{۱}{۲}m_۲v_۲^۲ \xrightarrow{m_۱=۴m_۲}$$
$$\frac{۱}{۲}(۴m_۲)v_۱^۲=\frac{۱}{۲}m_۲v_۲^۲ \Rightarrow v_۲=۲v_۱$$

بنابراین تندی قایق سبک‌تر دو برابر قایق سنگین‌تر است.

روش دوم: استفاده از روابط حرکت‌شناسی و دینامیک

نیروی وارد بر قایق برابر است اما جرم قایق اول ۴ برابر قایق دوم است $(m_۱=۴m_۲)$

و بنا به قانون دوم نیوتون خواهیم داشت:

$$F=ma \xrightarrow{F_۱=F_۲} m_۱a_۱=m_۲a_۲ \Rightarrow ۴m_۲a_۱=m_۲a_۲$$
$$\Rightarrow a_۱=\frac{۱}{۴}a_۲ \quad (۱)$$

با توجه به رابطهٔ مستقل از زمان می‌توان نوشت:

$$v^۲-v_۰^۲=۲a\Delta x \xrightarrow{\Delta x_۱=\Delta x_۲=d} \begin{cases} v_۱^۲-۰=۲a_۱d \\ v_۲^۲-۰=۲a_۲d \end{cases}$$

$$\frac{v_۲^۲}{v_۱^۲}=\frac{a_۲}{a_۱} \xrightarrow{(۱)} \frac{v_۲^۲}{v_۱^۲}=\frac{a_۲}{\frac{۱}{۴}a_۲} \Rightarrow \frac{v_۲}{v_۱}=۲$$

B ۳ ۲۶۰۸

یادآوری بـه حاصل‌ضرب جـرم جسـم (m) در گرمای ویژهٔ جسـم (c) ظرفیت گرمایی گویند.

در ابتـدا ظرفیـت گرمایی جسـم برابر $m_۱c=۲۱۰۰\,J/K$ بوده و با کـم کردن جرم به اندازهٔ $(m_۲=m_۱-۱)\,۱kg$ ظرفیت گرمایی ۲۰٪ کاهش یافته بنابراین:

$$m_۲c=\frac{۸۰}{۱۰۰}m_۱c \Rightarrow m_۱-۱=\frac{۴}{۵}m_۱ \Rightarrow \frac{۱}{۵}m_۱=۱ \Rightarrow m_۱=۵kg$$

گرمای ویژه خواهد شد:

$$m_۱c=۲۱۰۰ \Rightarrow ۵c=۲۱۰۰ \Rightarrow c=۴۲۰J/kgK$$

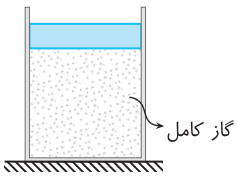
B ۴ ۲۶۰۹

خط فکری فشار گاز برابر مجموع فشار هوا $P_۰$ و فشار ناشی از وزن پیستون است که در دو حالت قبل و بعد از افزایش دما، یکسان است $(P_۱=P_۲)$ اکنون کافی است با توجه به این مطالب به کمک قانون گازها مسئله را حل کنید.

۱ بنا به قانون گازها:

$$\frac{P_۱V_۱}{T_۱}=\frac{P_۲V_۲}{T_۲} \Rightarrow \frac{V_۲}{T_۲}=\frac{V_۱}{T_۱} \Rightarrow \frac{T_۲}{T_۱}=\frac{V_۲}{V_۱}$$

۲ در کسـر بـالا تفضیل نسـبت در صورت انجام می‌دهیم.



$$\frac{T_۲-T_۱}{T_۱}=\frac{V_۲-V_۱}{V_۱} \Rightarrow \frac{\Delta T}{T_۱}=\frac{\Delta V}{V_۱} \quad (I)$$

۳ دمای اولیهٔ گاز برحسـب کلوین برابر $T_۱=۲۷+۲۳۷=۳۰۰K$ و تغییر حجم آن خواهد شد:

$$\Delta V=A\times \Delta h \xrightarrow[h=۲cm]{A=۵۰cm^۲} \Delta V=۵۰\times ۲=۱۰۰\,cm^۳$$

۴ در رابطهٔ (I) جایگذاری می‌کنیم.

$$\frac{\Delta T}{۳۰۰}=\frac{۱۰۰}{۲۰۰۰} \Rightarrow \Delta T=۱۵K$$

B ۲ ۲۶۱۰

۱ گاز منبسط شده و کار محیط روی دستگاه منفی است. از طرفی سطح محصور بین نمودار $P-V$ و محور افقی برابر کار محیط روی دستگاه است. بنابراین:

$$|W|=S=\frac{۲\times ۱۰^۵+۳\times ۱۰^۵}{۲}\times (۴-۱)\times ۱۰^{-۳} \Rightarrow |W|=۷۵۰J$$
$$\xrightarrow{W<۰} W=-۷۵۰J$$

۲ انرژی درونی یک گاز کامل فقط تابع دمای گاز است. $(U \propto T)$ بنابراین خواهیم داشت:

$$\frac{U_۲}{U_۱}=\frac{T_۲}{T_۱} \quad (I)$$

۳ بنا به قانون گازها می‌توان نوشت:

$$\begin{matrix} P_۱V_۱=nRT_۱ \\ P_۲V_۲=nRT_۲ \end{matrix} \Rightarrow \frac{T_۲}{T_۱}=\frac{P_۲V_۲}{P_۱V_۱} \Rightarrow \frac{T_۲}{T_۱}=\frac{۲\times ۱۰^۵\times ۴\times ۱۰^{-۳}}{۳\times ۱۰^۵\times ۱\times ۱۰^{-۳}}$$

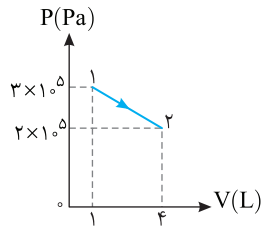
$$\Rightarrow \frac{T_۲}{T_۱}=\frac{۸}{۳} \quad (II)$$

۴ از رابطهٔ (I) و (II) نتیجه می‌شود که:

$$\frac{U_۲}{۷۵۰}=\frac{۸}{۳}\Rightarrow U_۲=۲۰۰۰\text{J}$$

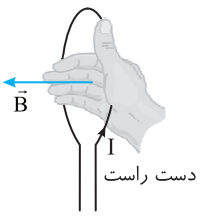
۵ با توجه به قانون اول ترمودینامیک گرمای مبادله شده را به‌دست می‌آوریم.

$$\Delta U=Q+W\Rightarrow ۲۰۰۰-۷۵۰=Q-۷۵۰\Rightarrow Q=۲۰۰۰\text{J}$$



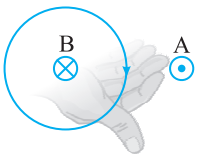
B ۲۶۱۱ ۲

یادآوری قاعدهٔ دست راست: انگشت شست دست راست را مطابق شکل در جهت جریان قرار می‌دهیم، خم کردن چهار انگشت جهت بردار میدان را نشان می‌دهد.



در نقطهٔ A میدان مغناطیسی برونسو بوده بنابراین جریان الکتریکی حلقه ساعتگرد و میدان مغناطیسی در مرکز حلقه درونسوست.

میانبر در نقطه‌ای مانند A در خارج حلقه جهت میدان خلاف جهت میدان در مرکز حلقه است.



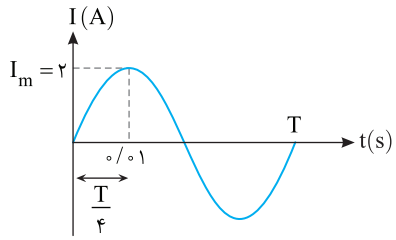
B ۲۶۱۲ ۲

با توجه به نمودار جریان بیشینه برابر ۲A بوده و دوره خواهد شد:

$$\frac{T}{۴}=۰/۰۱\text{s}\Rightarrow T=۰/۰۴\text{s}$$

اکنون معادلهٔ جریان را می‌نویسیم:

$$I=I_m\sin\frac{۲\pi}{T}t\Rightarrow I=۲\sin\frac{۲\pi}{۰/۰۴}t\Rightarrow I=۲\sin ۵۰\pi t$$



B ۲۶۱۳ ۱

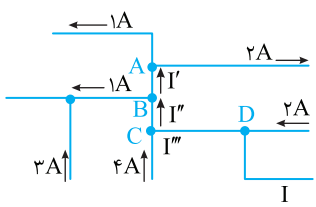
یادآوری قاعدهٔ انشعاب: مجموع جریان‌هایی که به هر نقطهٔ انشعاب وارد می‌شود برابر با مجموع جریان‌هایی است که از آن نقطهٔ انشعاب خارج می‌شود.

خط فکری محل اتصال انشعاب‌ها (گره‌ها) را نام‌گذاری می‌کنیم و قانون انشعاب جریان‌ها را برای این گره‌ها می‌نویسیم تا مقدار و سوی جریان I مشخص شود.

جریان‌های ۱A و ۲A از انشعاب A خارج می‌شوند، بنابراین جریان $I'=۱+۲=۳\text{A}$ به این انشعاب وارد می‌شود.

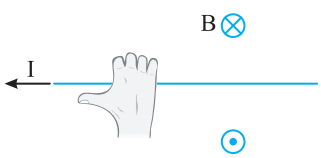
جریان‌های $I'=۳\text{A}$ و ۱A از انشعاب B خارج می‌شوند بنابراین جریان $I''=۳+۱=۴\text{A}$ به این انشعاب وارد می‌شود.

برای انشعاب C مشخص است که جریان $I'''=۴-۴=۰$ بوده از این رو برای انشعاب D خواهیم داشت: $I=۲\text{A}$ و I در سوی (۲) است.

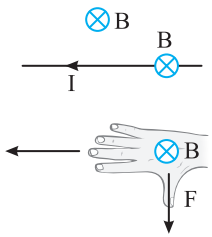


B ۲۶۱۴ ۳

۱ جهت جریان سیم را مشخص می‌کنیم. چرخش چهار انگشت دست راست را مطابق شکل در سوی چرخش خطوط میدان مغناطیسی حاصل از سیم قرار دهید در این حالت انگشت باز شست شما به سمت چپ خواهد بود که نشان می‌دهد جریان سیم به سوی چپ است $(\xleftarrow{I})$.



۲ چهار انگشت باز دست راست خود را در جهت جریان به گونه‌ای قرار دهید که کف دست شما رو به صفحهٔ کاغذ (درونسو) باشد. در این حالت انگشت باز شست شما رو به پایین خواهد بود. یعنی نیروی وارد بر سیم رو به پایین است. $(F\downarrow)$

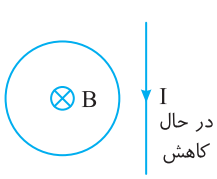


B ۲۶۱۵ ۱

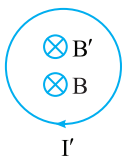
خط فکری باید جهت میدان مغناطیسی سیم راست را در محل حلقه مشخص کنید. سپس با توجه به قانون لنز و چگونگی تغییر میدان مغناطیسی جهت جریان حلقه را به‌دست می‌آوریم.

۱ در گزینهٔ (۱) جریان سیم راست رو به پایین است و با توجه به قاعدهٔ دست ارست جهت میدان مغناطیسی ناشی از جریان درون حلقه درونسو است.

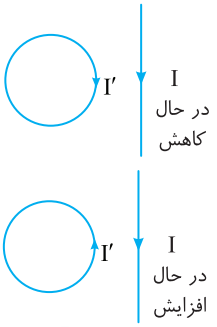
۲ جریان در حال کاهش بوده و میدان B نیز در حال کاهش است. از این رو بنا به قانون لنز جهت میدان مغناطیسی القایی (B') باید هم‌جهت B بوده تا با کاهش میدان مخالفت کند یعنی B' نیز درونسو است.



۳ به کمک قاعدهٔ دست راست مشخص می‌شود که جریان حلقه باید ساعتگرد باشد و گزینهٔ (۱) درست است. بنابراین بررسی سه گزینهٔ دیگر لازم نیست.



میانبر هرگاه جریان سیم راست در حال کاهش باشد جریان القایی (I') مطابق شکل روبه‌رو همسو با آن است و هرگاه جریان در حال افزایش باشد، جریان القایی (I') ناهمسو با آن است.



B ۲۶۱۶ ۱

۱ فاصلهٔ بارهای واقع در رأس‌های A و C تا نقطهٔ M وسط AC برابر بوده و با توجه به مثبت و یکسان بودن بارها، میدان الکتریکی حاصل از بارهای q_A و q_C در نقطهٔ M هم‌اندازه و خلاف جهت هم بوده و یکدیگر را خنثی می‌کنند. $(E_A=E_C)$، بنابراین میدان الکتریکی خالص در نقطهٔ M همان میدان الکتریکی ناشی از بار الکتریکی واقع در نقطهٔ B است.

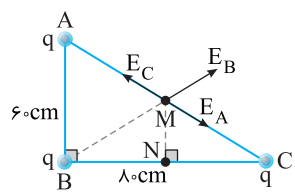
از اینجا به بعد باید به سراغ هندسه برویم و فاصلهٔ BM را حساب کنیم.

۲ طول ضلع AC را حساب می‌کنیم.

$$AC^۲=AB^۲+BC^۲$$

$$\Rightarrow AC^۲=۶۰^۲+۸۰^۲$$

$$\Rightarrow AC=۱۰۰\text{ cm}$$



۳ فاصلهٔ MC را به‌دست می‌آوریم:

$$MC=\frac{AC}{۲}=۵۰\,cm$$

۴ هرگاه از وسط ضلع AC خطی به موازات ضلع AB رسم کنیم، ضلع BC را نصف می‌کند. یعنی نقطهٔ N وسط BC بوده و طول ضلع $BN=NC=\frac{۸۰}{۲}=۴۰\,cm$ است.

۵ در مثلث قائم‌الزاویه CMN، طول MN را حساب می‌کنیم.

$$MC^۲=MN^۲+NC^۲\Rightarrow ۵۰^۲=MN^۲+۴۰^۲\Rightarrow MN=۳۰\,cm$$

۶ در مثلث قائم‌الزاویهٔ BMN، طول ضلع BM را به‌دست می‌آوریم.

$$BM^۲=BN^۲+MN^۲\Rightarrow BM^۲=۴۰^۲+۳۰^۲\Rightarrow BM=۵۰\,cm$$

۷ اکنون مقدار بار q را حساب می‌کنیم.

$$E=k\frac{q}{r^۲}\Rightarrow ۹\times۱۰^۴=۹\times۱۰^۹\frac{q}{(۰/۵)^۲}\Rightarrow q=۰/۲۵\times۱۰^{-۵}C$$

$$\Rightarrow q=۲/۵\times۱۰^{-۶}\Rightarrow q=۲/۵\mu C$$

B ۲ ۲۶۱۷

۱ نیروی وارد بر الکترون را به‌دست می‌آوریم.

$$E=\frac{F}{q}\Rightarrow F=qE\xrightarrow{E=۱۲۵N/C,q=۱/۶\times۱۰^{-۱۹}C}$$

$$F=۱۲۵\times۱/۶\times۱۰^{-۱۹}\Rightarrow F=۲\times۱۰^{-۱۷}N$$

۲ شتاب حرکت الکترون را به کمک قانون دوم نیوتون حساب می‌کنیم.

$$F_E=ma\xrightarrow{m=۱۰^{-۳۰}kg}۲\times۱۰^{-۱۷}=۱۰^{-۳۰}a\Rightarrow a=۲\times۱۰^{۱۳}m/s^۲$$

۳ زمان جابه‌جایی ۱۰cm را با شتاب $۲\times۱۰^{۱۳}m/s^۲$ به کمک معادلهٔ حرکت با شتاب ثابت به دست می‌آوریم:

$$\Delta x=\frac{۱}{۲}at^۲\Rightarrow ۰/۱=\frac{۱}{۲}\times۲\times۱۰^{+۱۳}t^۲\Rightarrow t^۲=۱۰^{-۱۴}\Rightarrow t=۱۰^{-۷}s$$

$$t=۱۰^{-۷}\times\underbrace{۱۰^۹}_{\text{برای تبدیل به نانوثانیه}}\Rightarrow t=۱۰۰ns$$

یادآوری تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی قرینهٔ کار نیروی میدان است $\Delta U_E=-W_E$.

۴ تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی خواهد شد:

$$\Delta U_E=-(F_Ed)\Rightarrow \Delta U_E=-۲\times۱۰^{-۱۷}\times۰/۱$$

$$\Rightarrow \Delta U_E=-۲\times۱۰^{-۱۸}J\Rightarrow \Delta U_E=-۲\times۱۰^{-۱۸}J\times\frac{۱eV}{۱/۶\times۱۰^{-۱۹}J}$$

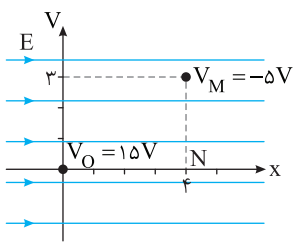
$$\Rightarrow \Delta U_E=-۱۲/۵\,eV$$

ضرب تبدیل ژول به eV

B ۳ ۲۶۱۸

یادآوری هرگاه در جهت خطوط میدان الکتریکی جابه‌جا شویم پتانسیل نقاط فضا کاهش می‌یابد.

در حرکت از مبدأ تا نقطهٔ M(۴,۳)، پتانسیل الکتریکی از ۱۵V به −۵V کاهش یافته بنابراین باید جهت میدان الکتریکی در جهت مثبت محور xها باشد.



نکته نقاط واقع بر خط عمود بر میدان الکتریکی هم‌پتانسیل هستند.

فقط M و N روی خط MN عمود بر خطوط میدان قرار دارند و پتانسیل آن‌ها یکی است، بنابراین:

$$V_N-V_O=V_M-V_O=-۵-(+۱۵)=-۲۰V$$

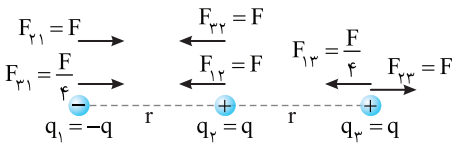
یادآوری اختلاف پتانسیل بین دو نقطه در میدان الکتریکی برابر $|\Delta V|=Ed$ است.

بزرگی میدان الکتریکی را حساب می‌کنیم.

$$۲۰=E(d_{NO})\Rightarrow ۲۰=E(۰/۰۴)\Rightarrow E=\frac{۲۰۰۰}{۴}=۵۰۰N/C$$

B ۴ ۲۶۱۹

خط فکری بارها را نامگذاری کنید و بردارهای نیرویی که بر هر بار توسط دو بار دیگر وارد می‌شود را رسم کنید تا بتوانید مشخص کنید بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین نیروی خالص بر کدام بارها وارد می‌شود. اگر نیروی بین دو بار q به فاصلهٔ r را برابر F بگیریم نیروی بین دو بار −q و +q که در فاصلهٔ ۲r از هم قرار دارند برابر $\frac{F}{۴}$ می‌شود. با توجه به این نکات مسئله قابل حل است.



۱ نیروهای وارد بر $q_۲=q$ که در وسط دو بار دیگر است هم‌جهت بوده و نیروی خالص وارد بر $q_۲$ برابر است با:

$$F_۲=F+F=۲F$$

۲ اندازهٔ نیروی خالص وارد بر $q_۱$ خواهد شد:

$$F_۱=F+\frac{F}{۴}=۵\frac{F}{۴}$$

۳ نیروهای وارد بر بار $q_۳$ در خلاف جهت هم بوده و اندازهٔ نیروی خالص وارد بر بار $q_۳$ خواهد شد:

$$F_۳=F-\frac{F}{۴}=\frac{۳}{۴}F$$

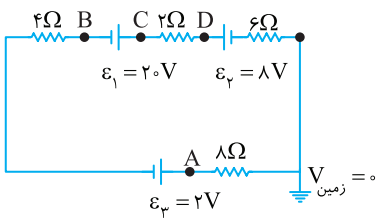
۴ بنابراین بزرگ‌ترین نیرو ۲F و کوچک‌ترین نیرو $\frac{۳}{۴}F$ است از این رو:

$$\frac{۲F}{\frac{۳F}{۴}}=\frac{۸}{۳}$$

B ۳ ۲۶۲۰

به مدار نگاه کنید. نیروی محرکهٔ $\varepsilon_۱=۲۰V$ از مجموع نیروهای محرکهٔ دو باتری $\varepsilon_۲$ و $\varepsilon_۳$ $(\varepsilon_۲+\varepsilon_۳=۸+۲=۱۰V)$ بزرگ‌تر بوده و جهت جریان ساعتگرد و اندازهٔ جریان الکتریکی مدار خواهد شد:

$$I=\frac{\varepsilon_۱-(\varepsilon_۲+\varepsilon_۳)}{R_{eq}}\Rightarrow I=\frac{۲۰-۱۰}{۴+۲+۶+۸}\Rightarrow I=\frac{۱۰}{۲۰}=۰/۵A$$



یادآوری پتانسیل الکتریکی هر نقطه از مدار یعنی اختلاف پتانسیل بین آن نقطه و اتصال به زمین.

به ترتیب پتانسیل الکتریکی نقاط A، B، C و D را حساب می‌کنیم.

پتانسیل نقطهٔ A: از A تا اتصال زمین در خلاف جهت جریان قدم می‌زنیم.

$$V_A+۸\times۰/۵=۰\Rightarrow V_A=-۴V$$

پتانسیل نقطهٔ B: از B در جهت جریان قدم می‌زنیم.

$$V_B+۲۰-۰/۵\times۲-۸-۰/۵\times۶=۰\Rightarrow V_B=-۸V$$

پتانسیل نقطهٔ C:

$$V_C-۰/۵\times۲-۸-۰/۵\times۶=۰\Rightarrow V_C=۱۲V$$

پتانسیل نقطهٔ D:

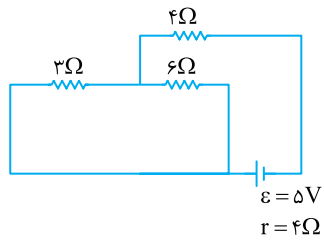
$$V_D-۸-۰/۵\times۶=۰\Rightarrow V_D=۱۱V$$

بنابراین پتانسیل نقطهٔ C از بقیهٔ نقاط بیشتر است.

میانبر باتری $\varepsilon_۱$ مولد بوده و نقطهٔ C از قطب مثبت آن کمترین فاصله را دارد بنابراین پتانسیل آن نسبت به نقاط دیگر بیشتر است.

B ۱ ۲۶۲۱

خط فکری برای یافتن توان تولیدی باتری $(P=\varepsilon I)$ ابتدا باید مقاومت معادل را در هر حالت حساب کنید سپس جریان مدار را به‌دست بیاورید تا بتوانید مقدار P در آن حالت را معین کنید.



حالت اول: دو دست مقاومت‌های ۳Ω و ۶Ω در دست هم بوده و این دو مقاومت موازی هستند و مقاومت معادل آن‌ها خواهد شد:

$$R_{۳۶}=\frac{۳\times۶}{۳+۶}=۲\Omega$$

مقاومت ۴Ω با مقاومت معادل ۳ و ۶ اهمی متوالی است، بنابراین مقاومت معادل مدار برابر است با:

$$R_{eq}=۲+۴=۶\Omega$$

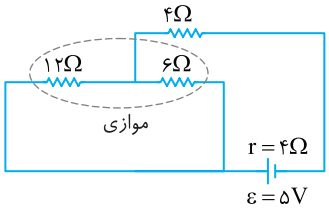
جریان مدار را حساب می‌کنیم.

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{۵}{۶+۴}\Rightarrow I=۰/۵A$$

توان تولیدی باتری خواهد شد:

$$P=\varepsilon I_۱\Rightarrow P=۵\times۰/۵=۲/۵\,W$$

حالت دوم: با قرار دادن مقاومت ۱۲Ω به جای ۳Ω مقاومت معادل خواهد شد:



$$R'_{eq}=\frac{۱۲\times۶}{۱۲+۶}+۴$$
$$\Rightarrow R'_{eq}=۴+۴=۸\Omega$$

جریان مدار را حساب می‌کنیم

$$I'=\frac{\varepsilon}{R'_{eq}+r}=\frac{۵}{۸+۴}\Rightarrow I'=\frac{۵}{۱۲}A$$

توان تولیدی باتری را به‌دست می‌آوریم.

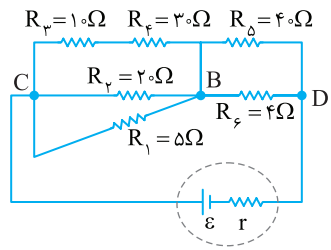
$$P'=\varepsilon I'\Rightarrow P'=۵\times\frac{۵}{۱۲}\Rightarrow P'=\frac{۲۵}{۱۲}W$$

تغییر توان تولیدی باتری را حساب می‌کنیم.

$$P-P'=\frac{۵}{۲}-\frac{۲۵}{۱۲}\Rightarrow\Delta P=\frac{۳۰-۲۵}{۱۲}\Rightarrow\Delta P=\frac{۵}{۱۲}W$$

B ۴ ۲۶۲۲

در یک نگاه دقیق به شکل مسئله مشخص است که جریان کل مدار در انشعاب C به سرشاخه و در انشعاب D به دو شاخه تقسیم می‌شود و سهم مقاومت $R_۶=۴\Omega$ از جریان کل مدار از بقیهٔ مقاومت‌ها بیشتر بوده و با توجه به رابطهٔ $P=RI^۲$ توان این مقاومت از بقیه بیشتر است.



۱ ابتدا مقاومت معادل هر قسمت را حساب می‌کنیم.

مقاومت‌های $R_۳$ و $R_۴$ متوالی هستند.

$$R_{۳۴}=۱۰+۳۰=۴۰\Omega$$

مقاومت‌های $R_{۳۴}$ و $R_۲$ و $R_۱$ موازی هستند.

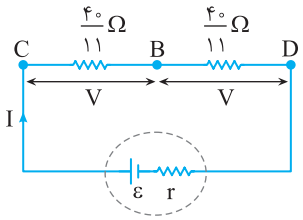
$$\frac{۱}{R_{CB}}=\frac{۱}{۵}+\frac{۱}{۲۰}+\frac{۱}{۴۰}=\frac{۸+۲+۱}{۴۰}\Rightarrow R_{CB}=\frac{۴۰}{۱۱}\Omega$$

مقاومت معادل بین B و D خواهد شد:

$$\frac{۱}{BD}=\frac{۱}{۴۰}+\frac{۱}{۴}=\frac{۱+۱۰}{۴۰}\Rightarrow R_{DB}=\frac{۴۰}{۱۱}\Omega$$

۲ بنابراین شکل مدار به صورت زیر است. مقاومت‌های R_{DB} و R_{CB} با هم برابر بوده از این رو ولتاژ دو سر هر دو مقاومت یکسان است.

$$V_{CB}=V_{BD}=V$$



وقتی ولتاژ دو سر مقاومت‌ها برابر است با توجه به رابطهٔ $P=\frac{V^۲}{R}$، مقاومت کوچک‌تر دارای توان مصرفی بیشتری است، بنابراین توان مصرفی مقاومت $R_۶=۴\Omega$ از بقیه بیشتر است.

A ۲ ۲۶۲۳

تغییر حجم جسم جامد از رابطهٔ $\Delta V=V_۱\times۳\alpha\times\Delta\theta$ به دست می‌آید که α ضریب انبساط طولی است:

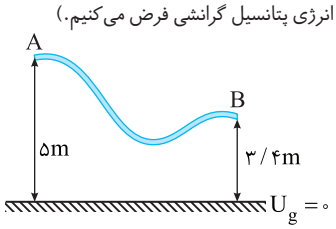
$$\Delta V=V_۱\times۳\alpha\times\Delta V\xrightarrow[\Delta V=۸/۱\,cm^۳]{V_۱=۱۰۰۰\,cm^۳}۸/۱=۱۰۰۰\times۳\alpha\times۱۲۰$$

$$\alpha=\frac{۸/۱}{۱۰۰۰\times۳\times۱۲۰}=\frac{۸/۱}{۳۶}\times۱۰^{-۴}\Rightarrow\alpha=\frac{۰/۹}{۴}\times۱۰^{-۴}=۰/۲۲۵\times۱۰^{-۴}$$
$$\Rightarrow\alpha=۲/۲۵\times۱۰^{-۵}(K^{-۱})$$

B ۳ ۲۶۲۴

۱ مسیر اصطکاک است پس از A تا B انرژی مکانیکی ثابت است. جسم از نقطهٔ A، ۴ شده و انرژی جنبشی در A صفر است:

(سطح زمین را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی فرض می‌کنیم.)

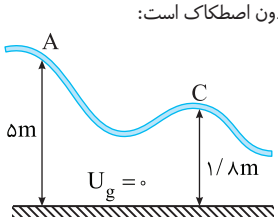


$$E_A=E_B\Rightarrow mgh_A=mgh_B+\frac{۱}{۲}mv_B^۲$$

از دو طرف معادله m را ساده می‌کنیم

$$۵۰=۳۴+\frac{v_B^۲}{۲}\Rightarrow v_B^۲=۳۲\Rightarrow v_B=۴\sqrt{۲}\,m/s$$

۲ مسیر A تا C بدون اصطکاک است:



$$E_A=E_C\Rightarrow mgh_A=mgh_C+\frac{۱}{C}mv_C^۲$$

از دو طرف معادله m را ساده می‌کنیم

$$۵۰=۱۸+\frac{v_C^۲}{۲}\Rightarrow\frac{v_C^۲}{۲}=۳۲\Rightarrow v_C^۲=۶۴\Rightarrow v_C=۸m/s$$

۲ کار مفید تلمبه را حساب می‌کنیم. (جرم هر لیتر آب، یک کیلوگرم است)

$$W_{\text{مفید}}=mgh \xrightarrow[g=10N/kg]{m=120kg,\ h=15m} W_{\text{مفید}}=1200\times10\times15=18\times10^{4}J$$

۳ بازده تلمبه را به دست می‌آوریم.

$$Ra=\frac{W_{\text{مفید}}}{W_{\text{ورودی}}}\times100\Rightarrow Ra=\frac{18\times10^{4}}{30\times10^{4}}\times100\Rightarrow Ra=\%60$$

۴ ۲۶۲۸ B

گرمایی که آلومینیوم از دست می‌دهد تا دمایش از $\theta_1=94^\circ C$ به $\theta_e=52^\circ C$ برسد برابر گرمایی است که $4/5kg$ آب $\theta_2=50^\circ C$ دریافت می‌کند تا دمای آن نیز به دمای تعادل $\theta_e=52^\circ C$ برسد از این رو خواهیم داشت.

$$Q_{Al}+Q_W=0\Rightarrow m_{Al}C_{Al}(\theta_e-\theta_{1Al})+m_Wc_W(\theta_e-\theta_{1W})=0$$

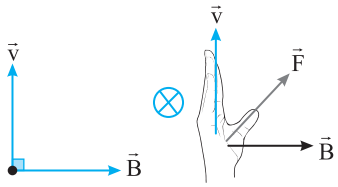
$$\xrightarrow{c_{Al}=900J/kg^\circ C,\ c_W=4200J/kg^\circ C}$$

$$m\times900(52-94)+4/5\times4200(52-50)=0$$

$$\Rightarrow 2m\times(4c)=4c\times2\Rightarrow m=1kg$$

۱ ۲۶۲۹ A

یادآوری برای به دست آوردن جهت نیروی مغناطیسی وارد بر یک ذرهٔ باردار مثبت ۴ انگشت باز دست راست را در جهت $\vec{V}$ قرار داده به طوریکه کف دست در جهت میدان مغناطیسی باشد، در این صورت شصت دست راست جهت نیروی مغناطیسی را نشان می‌دهد، البته اگر بار ذره منفی باشد، جهت به دست آورده را قرینه می‌کنیم و یا از دست چپ استفاده می‌کنیم.

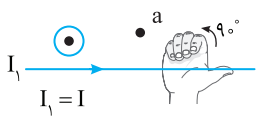


چون بار الکترون منفی است، جهت نیرو قرینه شده و برونسو است.

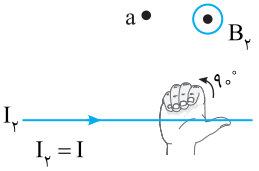
۲ ۲۶۳۰ B

یادآوری برای به دست آوردن جهت میدان مغناطیسی ناشی از سیم حامل جریان، انگشت باز شصت دست راست را در جهت جریان قرار می‌دهیم به گونه‌ای که چهار انگشت دست راست در جهت خط واصل بین سیم و نقطه‌ای که میدان در آن خواسته شده قرار گیرد، حال اگر چهار انگشت دست راست را 90° خم کنیم، جهت میدان مغناطیسی در آن نقطه به دست می‌آید:

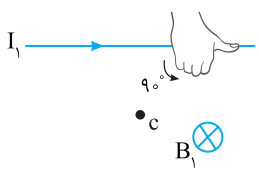
الف) میدان مغناطیسی سیم I_1 و I_2 در نقطهٔ a:



هر دو میدان برونسو بوده بنابراین میدان در نقطهٔ a برونسو است.



ب) میدان مغناطیسی در نقطهٔ c ناشی از I_1 و I_2 :



هر دو میدان در نقطهٔ c درونسو بوده بنابراین میدان در نقطهٔ C درونسو است.

۳ حال نسبت $\frac{v_C}{v_B}$ را حساب می‌کنیم:

$$\frac{v_C}{v_B}=\frac{8}{4\sqrt{2}}\Rightarrow\frac{v_C}{v_B}=\frac{2}{\sqrt{2}}\Rightarrow\frac{v_C}{v_B}=\sqrt{2}$$

۳ ۲۶۲۵ B

۱ قرار است با ریختن الکل درون یک لیتر آب، چگالی مخلوط ۱۰ درصد از چگالی الکل بیشتر می‌شود بنابراین:

$$\rho_{\text{مخلوط}}=\rho_{\text{الکل}}+0/1\rho_{\text{الکل}}\Rightarrow\rho_{\text{مخلوط}}=1/1\rho_{\text{الکل}}\xrightarrow{\rho_{\text{الکل}}=0/8g/cm^3}$$

$$\rho_{\text{مخلوط}}=0/88g/cm^3$$

۲ چگالی مخلوط برابر است با:

$$\rho_{\text{مخلوط}}=\frac{m_{\text{آب}}+m_{\text{الکل}}}{V_{\text{آب}}+V_{\text{الکل}}}$$

۳ جرم یک لیتر آب $(V=1000CC)$ برابر $m=1000g$ است. در رابطه چگالی مخلوط جای‌گذاری می‌کنیم:

$$0/88=\frac{1000+m_{\text{الکل}}}{1000+V_{\text{الکل}}}\xrightarrow{m_{\text{الکل}}=\rho_{\text{الکل}}V_{\text{الکل}}}0/88=\frac{1000+0/8V_{\text{الکل}}}{1000+V_{\text{الکل}}}$$

$$880+0/88V_{\text{الکل}}=1000+0/8V_{\text{الکل}}\Rightarrow0/08V_{\text{الکل}}=120$$

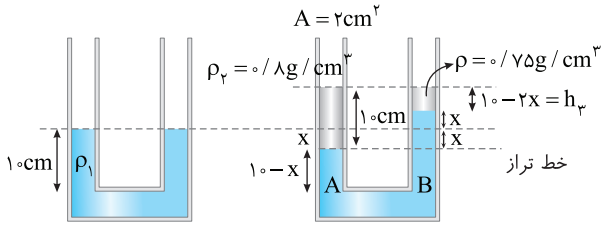
$$\Rightarrow V_{\text{الکل}}=\frac{120}{0/08}=1500cm^3$$

۴ ۲۶۲۶ C

۱ ارتفاع مایع ρ_2 را حساب می‌کنیم.

$$V_2=Ah_2\xrightarrow{V=20cm^3}20=2h_2\Rightarrow h_2=10cm$$

۲ اکنون با دقت به شکل سمت راست نگاه کنید. وقتی مایع ρ_2 را اضافه می‌کنیم مایع ρ_1 از سمت چپ به اندازه x پایین می‌آید و از سمت راست به اندازهٔ x بالا می‌رود.



۳ اگر خط تراز را رسم کنید. فشار در نقاط A و B برابر است ۰. فشار در نقطهٔ A ناشی از ارتفاع $10cm$ مایع ρ_2 و فشار در نقطهٔ B ناشی از ارتفاع $2x$ آب و از ارتفاع $(10-2x)$ مایع ρ_3 است. بنابراین می‌توان نوشت:

$$\rho_A=\rho_B\Rightarrow\rho_2h_2=\rho_1(2x)+\rho_3(10-2x)$$

$$\Rightarrow0/8\times10=1\times2x+0/75(10-2x)$$

$$\Rightarrow8=2x+7/5-1/5x=0/5=0/5x\Rightarrow x=1cm$$

۴ ارتفاع ستون h_3 خواهد شد. $h_3=10-2x=10-2\times1\Rightarrow h_3=8cm$

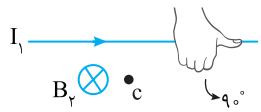
۵ حجم مایع ρ_3 خواهد شد: $V_3=Ah_3=2\times8=16cm^3$

۱ ۲۶۲۷ B

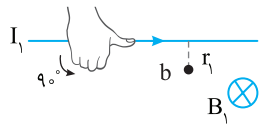
خط فکری بازده یعنی نسبت کار مفید به کل کار داده شده به تلمبه کار داده شده به تلمبه را به کمک توان ورودی آن حساب می‌کنیم $(W=pt)$ و کار مفیدی که تلمبه انجام می‌دهد بالا بردن آب به ارتفاع ۱۵m است $(W_{\text{مفید}}=mgh)$ بنابراین مسئله قابل حل است.

۱ کار ورودی به تلمبه خواهد شد:

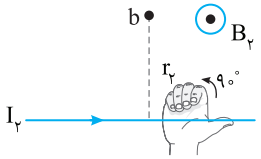
$$W=pt\xrightarrow{P=5\times10^3W\ و\ t=60s}W=5\times10^3\times60\Rightarrow W=3\times10^5J$$



نکته میدان مغناطیسی حاصل از سیم راست با جریان سیم رابطهٔ مستقیم و با فاصله رابطهٔ عکس دارد.



پ) میدان مغناطیسی در نقطهٔ b ناشی از سیم I_1 درونسو و ناشی از سیم I_2 برونسوست.



جریان دو سیم برابر اما نقطهٔ b از سیم (۲) دورتر است پس $B_1 > B_2$ بوده و میدان خالص در جهت میدان قوی‌تر یعنی درونسو خواهد بود.

B ۲۶۳۱ ۳

۱ با توجه به تعریف ظرفیت خازن:

$$C=\frac{q}{V}\Rightarrow q=CV\begin{cases}\Rightarrow q_1=CV_1\\ \Rightarrow q_2=CV_2\end{cases}\Rightarrow \Delta q=C\Delta V$$

با توجه به فرض مسئله $\Delta V=17$ و $C=8\mu F$ است بنابراین: $\Delta q=8\times1=8\mu C$

۲ تغییر تعداد الکترون‌های هر صفحه را حساب می‌کنیم:

$$\Delta q=ne\xrightarrow{e=1/6\times10^{-19}}8\times10^{-6}=n\times1/6\times10^{-19}\Rightarrow n=5\times10^{13}$$

B ۲۶۳۲ ۱

خط فکری ابتدا به کمک قضیه کار و انرژی جنبشی $(W_E=\Delta K)$، کار نیروی میدان الکتریکی وارد بر ذرهٔ باردار را حساب کنید. کار نیروی میدان الکتریکی قرینهٔ تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی ذره است. $(W_E=-\Delta U_E)$ بنابراین با توجه به تعریف اختلاف پتانسیل الکتریکی $(\Delta V=\frac{\Delta U}{q})$ مسئله را حل کنید.

۱ تنها نیروی وارد بر ذره، نیروی میدان الکتریکی است و کار این نیرو، خواهد شد:

$$W_E=\Delta K\Rightarrow W_E=\frac{1}{2}mv_2^2-\frac{1}{2}mv_1^2\xrightarrow[v_1=10m/s,\ v_2=20m/s]{m=4\times10^{-9}kg}$$

$$W_E=\frac{1}{2}\times4\times10^{-9}(400-100)\Rightarrow W_E=6\times10^{-7}J$$

۲ تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی ذره برابر است با:

$$W_E=-\Delta U_E\Rightarrow \Delta U_E=-6\times10^{-7}J$$

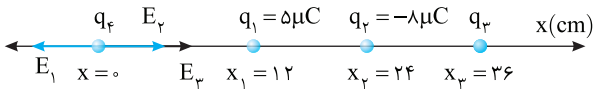
۳ اختلاف پتانسیل بین نقاط A و B را حساب می‌کنیم.

$$V_B-V_A=\frac{\Delta U}{q}\xrightarrow{q=5\times10^{-9}C}V_B-V_A=\frac{-6\times10^{-7}}{5\times10^{-9}}$$

$$\Rightarrow V_B-V_A=-120V$$

B ۲۶۳۳ ۲

میدان الکتریکی بار q_1 در محل q_4 به سمت چپ (خلاف محور xها) و میدان الکتریکی بار q_2 در محل q_4 به سمت راست (در جهت محور xها) بوده و با آنکه $|q_2|>|q_1|$ است اما چون فاصله q_2 تا q_4، دو برابر فاصلهٔ q_1 تا q_4 است بنابراین میدان بار q_2 از بار q_4 ضعیف‌تر است از این رو باید میدان الکتریکی بار q_3 در جهت میدان q_3 یعنی رو به راست باشد بنابراین بار q_3 باید منفی باشد. از این رو می‌توان نوشت:



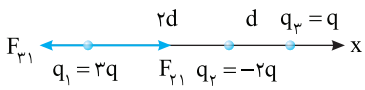
$$E_3=E_1-E_2\xrightarrow{E=K\frac{|q|}{r^2}}\frac{Kq_3}{(36)^2}=\frac{K(5)}{(12)^2}-\frac{K(8)}{(24)^2}$$

$$\xrightarrow{\text{دو طرف را در }(12)^2\text{ ضرب می‌کنیم}}\frac{q_3}{3^2}=\frac{5}{1}-\frac{8}{2^2}\Rightarrow\frac{q_3}{9}=5-2\Rightarrow|q_3|=27$$

$$\Rightarrow q_3=-27\mu C$$

B ۲۶۳۴ ۳

۱ نیروی وارد بر بار $q_1=3q$ از طرف دو بار دیگر را رسم کرده و مقدار نیروها را به دست می‌آوریم.



q_3 بار q_1 را می‌راند.

$$F_{31}=K\frac{|q_1||q_3|}{(3d)^2}\Rightarrow F_{31}=K\frac{3q\times q}{9d^2}=K\frac{q^2}{3d^2}$$

q_2 بار q_1 را می‌رباید.

$$F_{21}=K\frac{|q_2||q_1|}{(2d)^2}\Rightarrow F_{21}=K\frac{2q\times3q}{(2d)^2}\Rightarrow F_{21}=\frac{3}{2}K\frac{q^2}{d^2}$$

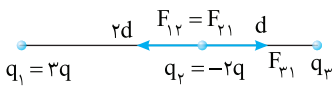
۲ نیروهای F_{21} و F_{31} در خلاف جهت هم بوده اندازهٔ برآیند آن‌ها از تفاضل آن‌ها به دست می‌آید و بنا به فرض مسئله خواهیم داشت:

$$F=F_{21}-F_{31}\Rightarrow F=\frac{3}{2}K\frac{q^2}{d^2}-K\frac{q^2}{3d^2}\Rightarrow F=\frac{9-2}{6}K\frac{q^2}{d^2}\Rightarrow F=\frac{7}{6}K\frac{q^2}{d^2}$$

این نیرو در جهت مثبت محور xهاست.

۳ نیروهای وارد بر بار $q_2=-2q$ را رسم کرده، اندازهٔ آن‌ها را به دست آورید.

سپس برآیند آن‌ها را حساب می‌کنیم.



نیرویی که q_1 بر q_2 وارد می‌کند با نیرویی که q_2 بر q_1 وارد می‌کند برابر است.

$$F_{12}=F_{21}=\frac{3}{2}K\frac{q^2}{d^2}$$

نیرویی که q_3 بر q_2 وارد می‌کند خواهد داشت:

$$F_{32}=K\frac{|q_2||q_3|}{d^2}\Rightarrow F_{32}=K\frac{2q\times q}{d^2}=2K\frac{q^2}{d^2}$$

۴ برآیند نیروهای وارد بر بار q_2 را به دست می‌آوریم.

$$F'=F_{32}-F_{12}=2\frac{Kq^2}{d^2}-\frac{3}{2}K\frac{q^2}{d^2}\Rightarrow F'=\frac{1}{2}K\frac{q^2}{d^2}$$

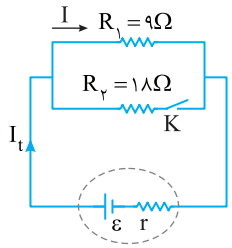
این نیرو در جهت مثبت محور xهاست.

۵ اکنون F' را بر F تقسیم می‌کنیم.

$$\frac{F'}{F}=\frac{\frac{1}{2}K\frac{q^2}{d^2}}{\frac{7}{6}K\frac{q^2}{d^2}}=\frac{3}{7}\Rightarrow F'=\frac{3}{7}F$$

B ۲۶۳۵ ۴

۱ کلید K بسته: در این حالت مقاومت‌های $R_1=9\Omega$ و $R_2=18\Omega$ با هم موازی هستند و در مقاومت‌های موازی، جریان به نسبت وارون مقاومت‌ها تقسیم می‌شود بنابراین وقتی جریان مقاومت 9Ω، $I=2A$ است جریان مقاومت 18Ω نصف I یعنی $1A$ بوده و جریان کل مدار برابر خواهد شد با:



$$I_t=2+1=3A$$

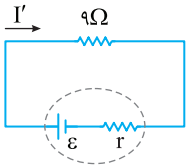
۲ مقاومت معادل مدار در این حالت خواهد شد:

$$\frac{1}{R_{eq}}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}=\frac{1}{9}+\frac{1}{18}\Rightarrow\frac{1}{R_{eq}}=\frac{2+1}{18}\Rightarrow R_{eq}=6\Omega$$

۳ جریان مدار در این حالت برابر است با:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow 3=\frac{\varepsilon}{6+r}\qquad (I)$$

۴ کلید K باز: تنها مقاومت $R_1=9\Omega$ که بنا به فرض مسئله جریان آن $0/25A$ افزایش می‌یابد و برابر $I'=2+0/25=2/25A$ می‌شود.



از این رو می‌توان نوشت:

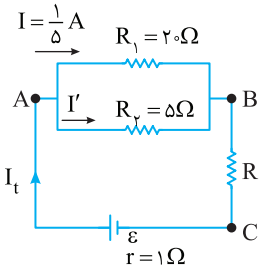
$$I'=\frac{\varepsilon}{R'_{eq}}\Rightarrow 2/25=\frac{\varepsilon}{9+r}\qquad (II)$$

۵ رابطهٔ (I) را بر رابطهٔ (II) تقسیم می‌کنیم.

$$\frac{3}{2/25}=\frac{\frac{\varepsilon}{6+r}}{\frac{\varepsilon}{9+r}}\Rightarrow\frac{4}{3}=\frac{9+r}{6+r}\Rightarrow 24+4r=27+3r\Rightarrow r=3\Omega$$

B ۲۶۳۶ ۴

به شکل نگاه کنید.



۱ اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت 20Ω همان اختلاف پتانسیل بین نقاط A و B است از این رو:

$$V_{AB}=IR_1\Rightarrow V_{AB}=\frac{1}{5}\times 20=4V$$

۲ ولتاژ دو سر مقاومت 5Ω نیز $4V$ بوده و جریان آن خواهد شد:

$$V=I'R_2\Rightarrow 4=I'\times 5\Rightarrow I'=\frac{4}{5}A$$

۳ جریان مدار را حساب می‌کنیم.

$$I_t=I+I'=\frac{1}{5}+\frac{4}{5}\Rightarrow I=1A$$

۴ اختلاف پتانسیل دو سر باتری خواهد شد:

$$V=V_{AB}+V_{BC}\Rightarrow V=4+3=7V$$

۵ اکنون می‌توان نیروی محرکه باتری را به دست آورد.

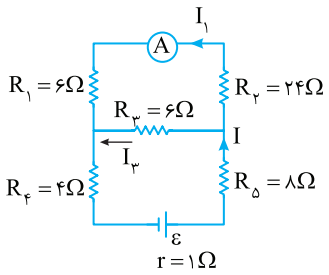
$$V=\varepsilon-Ir\Rightarrow 7=\varepsilon-1\times 1\Rightarrow\varepsilon=8V$$

C ۲۶۳۷ ۱

خط فکری با مسئله‌ای طولانی سروکار دارید. ابتدا در حالت کلید باز باید مقاومت مواد را بررسی کنید و جریان گذرنده از آمپرسنج را برحسب جریان کل مدار را به دست بیاورید. سپس در حالت کلید بسته، همین مسیر را طی کنید و مسئله را حل کنید. دقت کنید ε (نیروی محرکه باتری) پارامتری است که در محاسبات حذف خواهد شد.

یادآوری آمپرسنج آرمانی شبیه یک سیم بدون مقاومت فرض می‌شود.

۱ کلید باز: در این حالت مدار به شکل روبه‌رو درمی‌آید. که در آن مقاومت‌های R_1 و R_2 متوالی و با مقاومت R_3 موازی هستند.



$$R_{1,2}=R_1+R_2=6+24\Rightarrow R_{1,2}=30\Omega$$

$$\frac{1}{R_{1,2,3}}=\frac{1}{R_{1,2}}+\frac{1}{R_3}\Rightarrow\frac{1}{R_{1,2,3}}=\frac{1}{30}+\frac{1}{6}=\frac{1+5}{30}\Rightarrow R_{1,2,3}=5\Omega$$

۲ مقاومت معادل $R_{1,2,3}$ با مقاومت‌های R_4 و R_5 متوالی بوده مقاومت کل مدار خواهد شد.

$$R_{eq}=R_{1,2,3}+R_4+R_5\Rightarrow R_{eq}=5+4+8\Rightarrow R_{eq}=17\Omega$$

۳

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{\varepsilon}{17+1}\Rightarrow I=\frac{\varepsilon}{18}$$

۴ در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت وارون مقاومت‌ها تقسیم می‌شود.

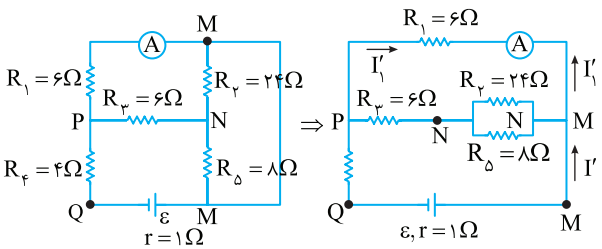
$$\frac{I_1}{I_3}=\frac{R_3}{R_{1,2}}\Rightarrow\frac{I_1}{I_3}=\frac{6}{30}\Rightarrow I_3=5I\xrightarrow{I=I_1+I_3}\frac{\varepsilon}{18}=I_1+5I_1$$

$$\Rightarrow I_1=\frac{1}{6}\left(\frac{\varepsilon}{18}\right)$$

نگران نباشید تازه در ابتدای مسیر حل مسئله هستیم.

کلید K بسته:

۵ در این حالت با نام‌گذاری نقاط مدار را باید مجدداً رسم کنیم تا بتوانیم موازی و متوالی بودن مقاومت‌ها را تشخیص بدهیم.



۶ باید مقاومت معادل را حساب کنیم.

R_2 و R_5 موازی هستند.

$$R_{2,5}=\frac{24\times 8}{24+8}\Rightarrow R_{2,5}=6\Omega$$

مقاومت R_3 با $R_{2,5}$ متوالی:

$$R_{2,3,5}=6+6\Rightarrow R_{2,3,5}=12\Omega$$

مقاومت R_1 با $R_{2,3,5}$ موازی:

$$R_{1,2,3,5}=\frac{6\times 12}{6+12}\Rightarrow R_{1,2,3,5}=4\Omega$$

مقاومت معادل مدار خواهد شد:

$$R'_{eq}=R_{1,2,3,5}+R_4=4+4\Rightarrow R'_{eq}=8\Omega$$

۷ جریان مدار در این حالت برابر است با:

$$I'=\frac{\varepsilon}{R'_{eq}}\Rightarrow I'=\frac{\varepsilon}{8+1}\Rightarrow I'=\frac{\varepsilon}{9}$$

۸ جریان کل مدار به نسبت ۲ به این شاخهٔ آمپرسنج و شاخهٔ موازی با آن تقسیم می‌شود یعنی جریان I به سه قسمت تقسیم شده و دو قسمت آن از آمپرسنج می‌گذرد.

$$I'_1=2\times\frac{I}{3}\Rightarrow I'_1=\frac{2}{3}\frac{\varepsilon}{9}$$

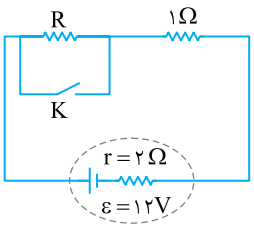
۹ اکنون نسبت $\frac{I'_1}{I_1}$ را به دست می‌آوریم.

$$\frac{I'_1}{I_1}=\frac{\frac{2}{3}\frac{\varepsilon}{9}}{\frac{1}{6}\frac{\varepsilon}{18}}\Rightarrow\frac{I'_1}{I_1}=8$$

B ۲۶۳۸ ۲

یادآوری هرگاه در یک مدار توان خروجی باتری برای R_1 و R_2 یکسان باشد. بین مقاومت درونی باتری (r) و مقاومت‌های R_1 و R_2 رابطه زیر برقرار است:

$$r=\sqrt{R_1R_2}$$



وقتی کلید باز است مقاومت کل مدار $R_1=R+1$ است.

وقتی کلید وصل است مقاومت R اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شود در این حالت مقاومت کل مدار برابر $R_2=1\Omega$ است.

توان خروجی در دو حالت R_1 و R_2 (قطع و وصل کلید) برابر است از این رو:

$$r=\sqrt{R_1R_2}\Rightarrow 2=\sqrt{(R+1)\times 1}\Rightarrow 4=R+1\Rightarrow R=3\Omega$$