

فصل اول

راهبردهای حل مسئله





فصل اول: راهبردهای حل مسئله



تمرین

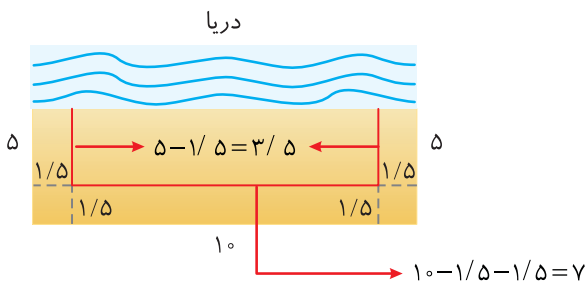
تمرین‌های تشریحی

۱ حسن > علی > حسین > محمد

۲

$$\text{طول نرده} = 7 + 3/5 + 3/5 = 14$$

۳



$$\text{طول فرش} \Rightarrow 5 - 0/5 - 0/5 = 4$$

$$\text{عرض فرش} \Rightarrow 3 - 0/5 - 0/5 = 2$$

$$\text{مساحت فرش} = 2 \times 4 = 8$$

$$\text{محیط فرش} = 2 \times (2 + 4) = 12$$

۴ با شش جهش به لبه انتهایی دیوار می‌رسد. زیرا در ۵ پرش اول به سمت چپ هر بار ۲۰ سانتی‌متر به سمت چپ و ۵ سانتی‌متر به راست و در مجموع ۱۵ سانتی‌متر به انتهای لبه حرکت می‌کرده، پس در ۵ پرش اول، ۷۵ سانتی‌متر را طی کرده و در پرش ششم به انتهای لبه می‌رسد.

۵

$$128 + 128 + 64 + 64 + 32 + 32 = 448$$

۶ در مجموع ۲۸ بازی انجام می‌شود.

۷ تیم قهرمان ۳ بازی انجام می‌دهد.

۸ در مجموع ۲۷ عدد ممکن به صورت زیر داریم:

۱۱۱-۱۱۵-۱۵۱-۱۱۷-۱۷۱-۱۵۷-۱۷۵-۱۷۷-۱۵۵-۵۵۵-۵۵۱-۵۱۵-۵۷۱-۵۱۷-۵۷۷-۵۱۱

۵۷۵-۵۵۷-۷۷۷-۷۱۱-۷۵۵-۷۱۵-۷۵۱-۷۱۷-۷۷۱-۷۷۵-۷۵۷

۹ در زوج مرتب‌های زیر، عدد اول نشان‌دهنده رقم تاس قرمز و عدد دوم نشان‌دهنده رقم تاس آبی است:
 (۲, ۶), (۳, ۵), (۴, ۴), (۵, ۳), (۶, ۲)

۱۰

$$1+1+6 / 1+2+5 / 1+3+4 / 2+2+4 / 2+3+3$$

۱۱ همه امتیازات ممکن به صورت زیر است:

$$8+8+8=24 / 8+8+5=21 / 8+8+3=19 / 8+5+5=18 / 8+3+3=14$$

$$8+5+3=16 / 5+5+5=15 / 5+5+3=13 / 5+3+3=11 / 3+3+3=9$$

۱۲ ۴ اسکناس ۵۰۰۰ تومانی / ۱۰ اسکناس ۲۰۰۰ تومانی / ۲ اسکناس ۵۰۰۰ تومانی و ۵ اسکناس ۲۰۰۰ تومانی

۱۳

$$10+10=20 \longrightarrow 10 \times 10=100$$

بیشترین مقدار حاصل ضرب زمانی است که دو عدد برابر باشند.

۱۴

$$7 / 17 / 27 / 37 / 47 / 57 / 67 / 77 / 87 / 97 / 107 / 117 / 127 / 137 / 147 / 157 / 167 / 177 /$$

$$187 / 197 / 207 / 217 / 227 / 237 / 247 / 257 / 267 / 277 / 287 / 297 / 307 / 317 / 327 / 337 /$$

$$347 / 357 / 367 / 377 / 387 / 397 / 407 / 417 / 427 / 437 / 447 / 457 / 467 / 477 / 487 / 497 /$$

$$507 / 517 / 527 / 537 / 547 / 557 / 567 / 577 / 587 / 597 / 607 / 617 / 627 / 637 / 647 / 657 /$$

$$667 / 687 / 697 / 70 / 71 / 72 / 73 / \dots$$

در مجموع در هر ۱۰۰ عدد، ۱۹ عدد هفت مشاهده می‌شود، پس تعداد کل هفت‌ها برابر است با:

$$7 \times 19 = 133$$

۱۵

$$18+81 / 27+72 / 36+63 / 45+54$$

بنابراین تمام این اعداد عبارت‌اند از:

$$18 / 27 / 36 / 45 / 54 / 63 / 72 / 81$$

۱۶

الف) ۹۰ عدد سه‌رقمی ب) ۳۶ عدد سه‌رقمی

۱۷

$$1+7+9 / 1+8+8 / 3+5+9 / 3+6+8 / 3+7+7 / 5+6+6 / 5+5+7$$

۱۸

$\underbrace{247, 427}_{62} \text{ (پ)}$	$\underbrace{472, 742, 274, 724}_{64} \text{ (ب)}$	$\underbrace{427, 472, 724, 742}_{64} \text{ (الف)}$
--	--	--

۱۹

$$140: 1, 2, 4, 5, 7, 10, 14, 20, 28, 35, 70, 140$$

اعداد قابل قبول

مجموع ۱۶: ۱, ۵, ۱۰

۲, ۴, ۸

۲, ۷, ۷

۴, ۵, ۷

حاصل ضرب ۱۴۰: ۵۰ x

۸۰ x

۹۸ x

۱۴۰ ✓

سن این افراد ۴، ۵ و ۷ سال است.



۲۰

۹۰: ۱, ۲, ۳, ۵, ۶, ۹, ۱۰, ۱۵, ۱۸, ۳۰, ۴۵, ۹۰

اعداد قابل قبول

مجموع ۱۴: ۱, ۳, ۱۰

۲, ۳, ۹

۳, ۵, ۶

۹۰ حاصل ضرب: ۳۰ ×

۵۴ ×

۹۰ ✓

کوچک‌ترین فرزند این خانواده ۳ ساله است.

۲۱

$$\begin{array}{r} \textcircled{1} \quad \textcircled{2} \\ \times \quad \triangle 3 \\ \hline \triangle 3 \quad 6 \end{array}$$

۲۲

الف) ۲۴۳, ۸۱, ۲۷, ۹, ۳, ۱

ب) $\frac{1}{4}, \frac{2}{5}, \frac{3}{6}, \frac{4}{7}, \frac{5}{8}, \frac{6}{9}$

پ) ۱, ۲, ۶, ۲۴, ۱۲۰, ۷۲۰, ۵۰۴۰

۲۳

$$1+3+5+7=16=4 \times 4$$

$$1+3+5+7+9+11=25=5 \times 5$$

$$1+3+5+7+9+11=36=6 \times 6$$

⋮

$$1+3+5+7+\dots+99=50 \times 50=2500$$

$$1+3+5+\dots+999=500 \times 500=250000$$

۲۴

شکل (۱) شکل (۲) شکل (۳) شکل (۸)

$$\begin{array}{ccccccc} \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & \dots & \downarrow \\ \frac{2}{9} & & \frac{4}{15} & & \frac{6}{21} & & \frac{16}{51} \end{array}$$

۲۵ در هر بار تقسیم ضلع مربع‌ها نصف می‌شود و بار هشتم ضلع مربع‌های به‌دست آمده ۲ می‌شود و مساحت آن برابر ۴ است.

۲۶

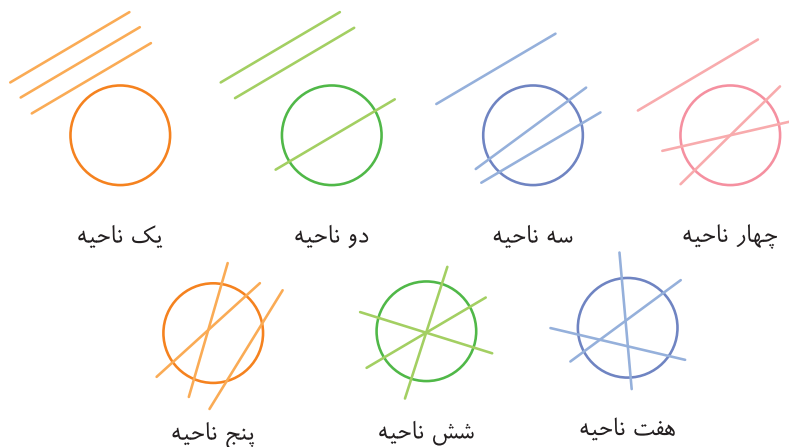
تعداد دوچرخه‌ها	تعداد سه‌چرخه‌ها	تعداد چرخ‌ها
۱۵	۱۵	۷۵
۱۶	۱۴	۷۴
۱۷	۱۳	۷۳
۱۸	۱۲	۷۲

مقدار قابل قبول ←

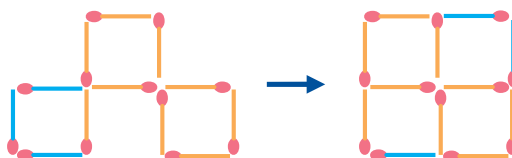
۱۸ = تعداد دوچرخه‌ها

۱۲ = تعداد سه‌چرخه‌ها

۲۷



۲۸



۲۹

متر مربع $= 2 \times (3 \times 4) + 2 \times (3 \times 6) = 60$
 هزینه رنگ کردن $= 24 \times 35000 + 60 \times 30000 = 2640000$

مساحت سقف $= 4 \times 6 = 24$

پس انداز ۶ هفته علی $\rightarrow 6 \times 50000 = 300000$

قیمت کیف $\rightarrow 300000 \times 4 = 1200000$

۳۰

تعداد پیراهن $\rightarrow \frac{5}{12} \times 3600 = 1500$

تعداد شلوار $\rightarrow 3600 - 1500 = 2100$

۳۱

درآمد $\rightarrow 1500 \times 200000 + 2100 \times 300000 = 93000000$

۳۲

	زمین	درصد	
گندم :	۸	۴۰	$\square = \frac{8 \times 100}{40} = 20$ مساحت کل
		۱۰۰	

	زمین	درصد	
جو :		۳۵	$\square = \frac{35 \times 20}{100} = 7$ مساحت زیر کشت جو
	۲۰	۱۰۰	



	زمین	درصد
ذرت:		۲۵
	۲۰	۱۰۰

$$\text{مساحت زیر کشت ذرت} = \frac{20 \times 25}{100} = 5$$

۳۳

$$2000 + 2000 \times \frac{20}{100} = 2200 \quad \Rightarrow \text{قیمت نهایی} \quad 2200 - 2200 \times \frac{10}{100} = 1980$$

۳۴

$$30 + 30 \times \frac{10}{100} = 33 \quad \Rightarrow \text{مساحت مربع جدید} \quad 33 \times 33 = 1089$$

$$\text{تغییرات مساحت} \Rightarrow 1089 - 900 = 189 \quad \Rightarrow \text{درصد افزایش مساحت} \quad \frac{189}{900} \times 100 = 21\%$$

۳۵

$$1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2} = 2 - \frac{1}{2}$$

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{7}{4} = 2 - \frac{1}{4} \quad \Rightarrow 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{512} = \frac{1023}{512} = 2 - \frac{1}{512}$$

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{15}{8} = 2 - \frac{1}{8}$$

۳۶

الف) $(1 - \frac{1}{2})(1 - \frac{1}{3})(1 - \frac{1}{4}) \dots (1 - \frac{1}{100}) = \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \dots \times \frac{98}{99} \times \frac{99}{100} = \frac{1}{100}$

ب) $\frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} + \dots + \frac{1}{99 \times 101}$

به صورت استقرایی حاصل را به دست می آوریم:

$$\frac{1}{1 \times 3} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} = \frac{3}{7}$$

$$\frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} + \frac{1}{7 \times 9} = \frac{4}{9}$$

$$\vdots$$

$$\frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} + \dots + \frac{1}{99 \times 101} = \frac{50}{101}$$

۳۷

در واقع از هر دو نقطه دلخواه یک خط می گذرد، بنابراین به ازای هر نقطه، می توانیم به هشت نقطه دیگر متصل شویم و ۸ پاره خط به وجود بیاید. از طرفی چون داریم هر پاره خط را دوبار حساب می کنیم، تقسیم بر ۲ را نیز انجام می دهیم:

$$\frac{9 \times 8}{2} = 36$$

۳۸) هر رأس هشت ضلعی به پنج رأس دیگر متصل می‌شود و قطر را به وجود می‌آورد، بنابراین:

$$\frac{8 \times 5}{2} = 20$$

۳۹)

$$200000 - 20000 = 180000 \quad \text{قیمت هر بسته مدارنگی: } 180000 \div 3 = 60000$$

تمرین‌های ویژه

۱) بله می‌توانیم. ابتدا طول به اندازه ۱۷ سانتی‌متر را مشخص می‌کنیم. سپس به اندازه چوب‌های ۵ و ۹ سانتی‌متری از آن کم می‌کنیم. حال طولی به اندازه ۳ سانتی‌متر داریم. اکنون با چوب ۵ سانتی‌متری دوبار به ۳ سانتی‌متر اضافه می‌کنیم و به این صورت طول ۱۳ سانتی‌متر را علامت می‌زنیم.

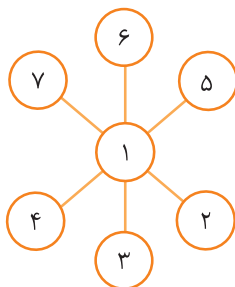
۲) هر چه طول ضلع‌های چهارضلعی بیشتر باشد، بنابراین محیط آن بیشتر می‌شود. پس اگر مثلث‌ها را از ضلع به طول ۳ سانتی‌متر به هم بچسبانیم، محیط چهارضلعی بیشترین مقدار ممکن می‌شود و مقدار آن برابر است با:

$$2 \times (7 + 9) = 32$$

۳)

$$1 \boxed{-} 2 \boxed{-} 3 \boxed{+} 4 \boxed{+} 5 = 5$$

۴)



۵)

۶	۱	۸
۷	۵	۳
۲	۹	۴

۶)

$$\begin{array}{r} 2 \quad 7 \quad 7 \\ + \quad 7 \quad 8 \\ \hline 3 \quad 5 \quad 5 \end{array}$$



پرسش‌های چهارگزینه‌ای

۱. گزینه (۳)

طول قاب: $40 + (4 + 4) = 48$
 عرض قاب: $30 + (4 + 4) = 38$ مساحت $\Rightarrow 48 \times 38 = 1824$

۲. گزینه (۲)

$(3, 6), (4, 5), (5, 4), (6, 3)$

۳. گزینه (۱)

۵ اسکناس ۲۰ تومانی و ۲ اسکناس ۵۰ تومانی / ۱۰ اسکناس ۲۰ تومانی / چهار اسکناس ۵۰ تومانی

۴. گزینه (۱)

$2 + 7 + 9 / 4 + 5 + 9 / 4 + 6 + 8$

۵. گزینه (۳)

$$\begin{array}{r} \textcircled{4} \quad \boxed{7} \quad 1 \\ + \quad \quad \boxed{7} \quad \textcircled{4} \\ \hline 5 \quad 4 \quad \triangle 5 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \textcircled{5} \quad \boxed{2} \quad 1 \\ + \quad \quad \boxed{2} \quad \textcircled{5} \\ \hline 5 \quad 4 \quad \triangle 6 \end{array}$$

دو مقدار ۸ و ۱۲ را به دست می‌آوریم که بیشترین مقدار آن ۱۲ است.

۶. گزینه (۲)

$3 \quad 5 \quad 7 \quad 2 \times 9 + 1 = 19$
 شکل (۹) ... شکل (۳) شکل (۲) شکل (۱)

۷. گزینه (۲)

$\begin{cases} 4x + 3y = 67 \\ x + y = 20 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} \text{تعداد ماشین} = 7 \\ \text{تعداد سه چرخه} = 13 \end{matrix} \Rightarrow 13 - 7 = 6$

۸. گزینه (۴)

مساحت مثلث - مساحت نیم‌دایره = مساحت ناحیه رنگی $= \frac{\pi \times 5^2}{2} - \frac{6 \times 8}{2} = \frac{3 \times 25}{2} - 24 = 13/5$

۹. گزینه (۴)

$(1 + \frac{1}{2})(1 + \frac{1}{3})(1 + \frac{1}{4}) \dots (1 + \frac{1}{21}) = \frac{3}{2} \times \frac{4}{3} \times \frac{5}{4} \times \dots \times \frac{22}{21} = \frac{22}{2} = 11$

۱۰. گزینه (۲)

$3 \times \bigcirc + 2 = 35 \Rightarrow 3 \times \bigcirc = 33 \Rightarrow \bigcirc = \frac{33}{3} = 11$

فصل دوم

عددهای صحیح





درس اول: معرفی عددهای علامت‌دار



تمرین

درست یا نادرست



- (الف) $-3 < -4$ (X) (ب) $-10 < -7$ (✓) (پ) (X) (ت) (✓) (ث) (X)

کامل کنید

(الف)

- ۱) 0 و 2 : دو عدد صحیح بعدی
 ۲) -1 و 0 : دو عدد صحیح قبلی
 ۳) -5 و -3 : دو عدد صحیح قبلی
 ۴) -4 و -3 : دو عدد صحیح بعدی

(ب)

۱) $-7 < -5$

۲) $-6 > -10$

(ت) همان عدد صحیح

(ج) صفر

(ج) -100

(پ) $\hat{A}OB = 140^\circ$, $\hat{A}OC = 135^\circ$

(ث) قرینه همان عدد صحیح

(ج) -999

پرسش‌های دو گزینه‌ای

(الف) گزینه (۱)

(ب) گزینه (۲)

(پ) گزینه (۲)

(ت) گزینه (۱)

(ث) گزینه (۱)

$3 - (-2) = 5$

$-13 + 2 = -11$

$-3 - 2 = -5$

تمرین‌های تشریحی

۱

الف) $3 > -2$



ب) $-1 < 0$



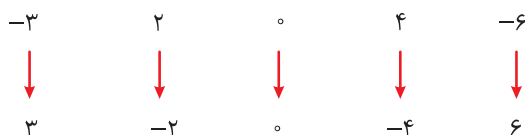
پ) $-3 > -7$



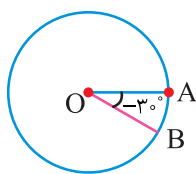
۲ الف) چهار عدد: $-4, -3, -2, -1$

ب) یازده عدد: $-6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4$

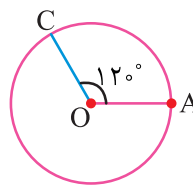
۳



۴



$A\hat{O}B = -3^\circ$



$A\hat{O}C = +12^\circ$

$-7^\circ - 9^\circ = -16^\circ$

۵

منفی ۱۶ درجه سانی گراد

$9 - 13 = -4$

۶

جای ماهی -۴ متر است.

$-21, -14, -12, -3, 0, 2, 7, 14$

۷

۸

الف) درست: $-10 - (-12) = 2$

ب) درست: $0 - (-7) = 7$

پ) درست: $4 - (-10) = 14$

ت) نادرست، زیرا -12 از -7 کمتر است، بنابراین کمترین دما در شهر کرد ۵ درجه سانی گراد از کمترین دما در سنندج کمتر است.



۹ قسمت اول:

$$-2 - (11) = -13$$

سیزده طبقه به پایین برود.

$$4 - (-2) = 6$$

قسمت دوم:

شش طبقه به بالا برود.

$$-(-3 - 4) = 7$$

۱۰ نتیجه احمد یا همان عدد -3 ، زیرا:

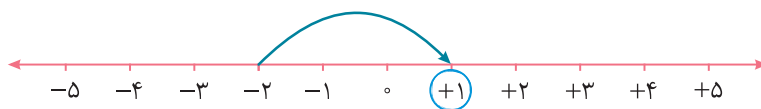
اما نتیجه علی، حسن و حسین به ترتیب برابر 6 ، 2 و 1 به دست می آید.

۱۱

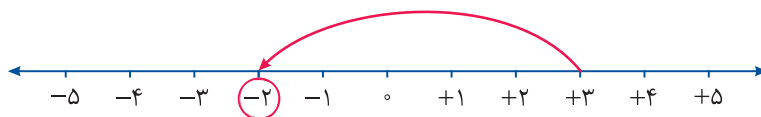
الف) -9 ب) -99 پ) -1 ت) -10

۱۲

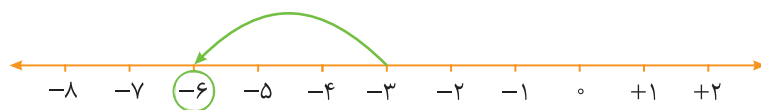
الف)



ب)



پ)



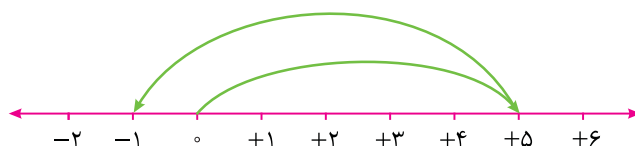
۱۳

الف) $5 + (-5) = 0$ ب) $-3 + (-5) = -8$ پ) $-3 + (6) = 3$ ت) $4 + (-6) = -2$

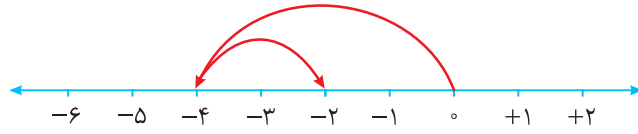
ث) $4 + (-7) + (-2) = -5$

۱۴

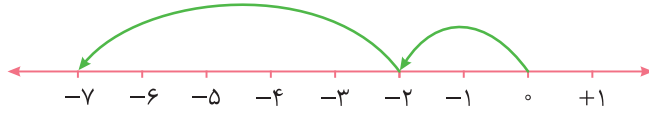
الف) $(+5) + (-6) = -1$



ب) $(-4) + (+2) = -2$

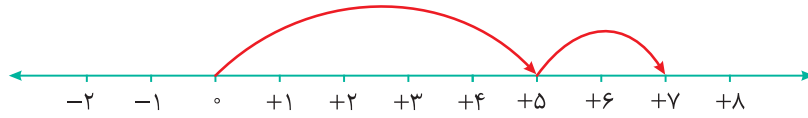


پ) $(-2) + (-5) = -7$

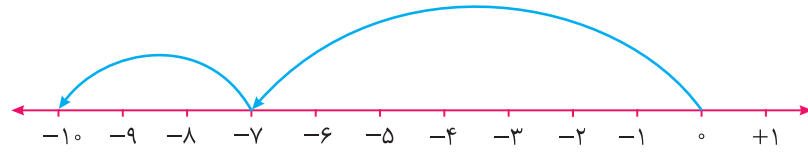


۱۵

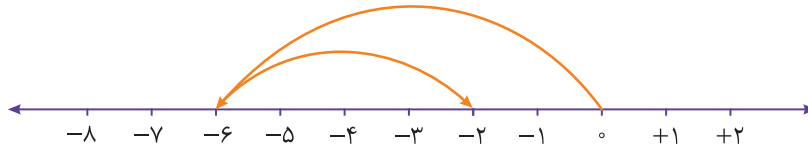
الف) $5 - (-2) = 5 + (+2) = 7$



ب) $-7 - 3 = (-7) + (-3) = -10$



پ) $-6 - (-4) = (-6) + (+4) = -2$

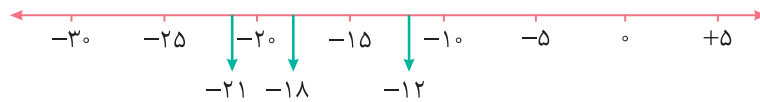


۱۶ دایره = +۳، مربع = -۲، مثلث = -۸

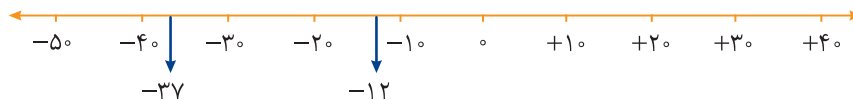
$\triangle - 8 + \square - 2 - \circ + 3 = -13$

۱۷

الف) -۱۸، -۱۲ و -۲۱

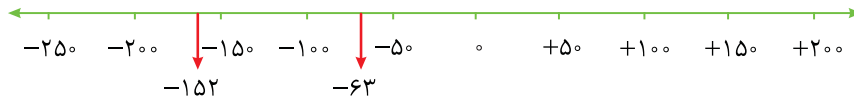


ب) -۱۲ و -۳۷

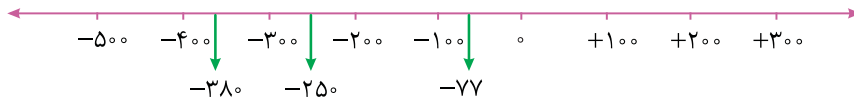




پ) -63 و -152



ت) -77 ، -250 و -380



۱۸

الف) نقاط از راست به چپ به ترتیب به طور تقریبی برابرند با:

$$+15, +5, -7, -13, -35$$

ب) نقاط از راست به چپ به ترتیب به طور تقریبی برابرند با:

$$+50, -50, -120, -390$$

۱۹

الف) $-491 = -400 - 90 - 1 = (-400) + (-90) + (-1)$

ب) $-2936 = -2000 - 900 - 30 - 6 = (-2000) + (-900) + (-30) + (-6)$

تمرین‌های ویژه

۱) طبقه شایان: $-2 = 3 + (-5)$ ، طبقه پویا: $-9 = 6 - 3$

شایان به اندازه یک طبقه در طبقه بالاتری قرار دارد.

۲) الف) $24 - (-210) - 1 = 233$

عدد صحیح بین این دو عدد قرار دارد.

ب) عددی با این ویژگی‌ها شامل خود ۱۵ و -17 نیز می‌شود و تعداد آن برابر است با:

$$15 - (-17) + 1 = 33$$

پ) عدد ۳، زیرا: $3 - (-7) - 1 = 9$

درس دوم: جمع و تفریق عددهای صحیح (۱)



تمرین

درست یا نادرست

الف) ب) پ) ت) ث)

کامل کنید

الف) ۵ ب) -۲۶ پ) صفر ت) ۴ ث) -۲

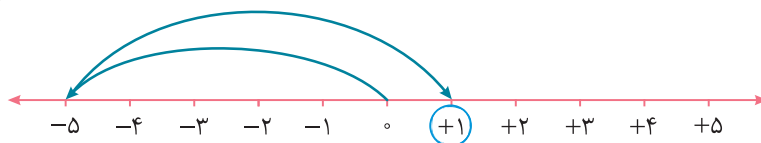
پرسش‌های دو گزینه‌ای

الف) گزینه (۱) ب) گزینه (۲) پ) گزینه (۲) ت) گزینه (۱) ث) گزینه (۱)

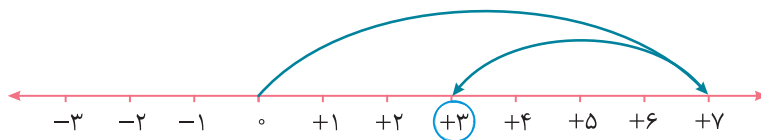
تمرین‌های تشریحی

(۱)

الف) $(-۵) + (+۶) = +۱$



ب) $(+۷) + (-۴) = ۳$



(۲)

الف) -۱۶

ب) ۸

پ) ۷

ت) -۱۱

ث) -۹

ج) -۲۶

د) -۳۴

ه) +۲

ح) ۳۲۰

ط) -۲۵۰



۳

الف) $\overbrace{((-13)+(-17))}^{-30} - (-7) = -23$

پ) $(9-13) - (12-6) = -10$

ب) $\overbrace{((-3)+(-7))}^{-10} - \overbrace{((-9)+16)}^7 = -17$

ت) $(19-27-16) - (3-7) = -20$

۴

$$\begin{cases} A = -8 \\ B = 9 \Rightarrow A+B+C = -8 \\ C = -9 \end{cases}$$

$+6 + (-8) = -2$

$+5 + (-1) = 4$

الف) ۵ $-8 =$ عدد صحیح، $6 =$ عدد طبیعی

ب) $-1 =$ عدد صحیح، $5 =$ عدد طبیعی

۶ الف

$2 - 6 < -3$

ب

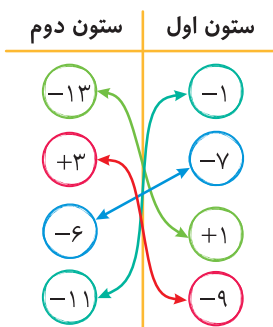
$9 - 5 > 12$

الف) ۷ $-15 - 8 = -7$

ب) $1 - 6 < -4$

پ) $-11 - 10 > -9$

۸



۹

الف) -۲

ب) ۱۰

۱۰

$-3 + 2 = 3 - 4$, $2 + 3 - 12 = -7$

۱۱

$$-4 - 9 = -13 \Rightarrow \text{طبقه فرزانه}$$

$$13 = \text{طبقه ریحانه} \Rightarrow 0 = \text{طبقه ریحانه} + \text{طبقه فرزانه}$$

۱۲

$$-370 + 120 = -250$$

زیردریایی دوم در عمق -250 نسبت به سطح دریا قرار دارد.

۱۳

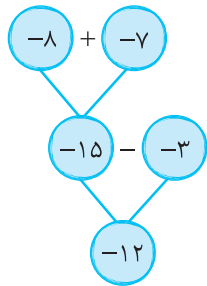
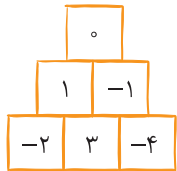
$$-7 + 15 - 9 = -1$$

بنابراین یک واحد پایین شیروانی قرار دارد.

۱۴

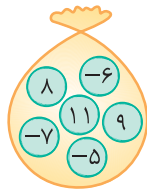
کوچکترین عدد صحیح کوچکتر از ۱۹ برابر است با ۱۸، کوچکترین عدد صحیح بزرگتر از -30 برابر است با -29
 $18 + (-29) = -11$

۱۵

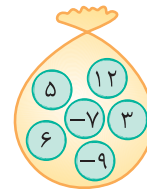


۱۶

۱۷



$$8 - 6 + 9 - 5 - 7 = -1 + 11 = 10$$



$$12 + 3 - 9 + 6 + 5 = 17 - 7 = 10$$

تمرین‌های ویژه

۱

$$\text{الف) } -1 + 2 - 3 + 4 - \dots - 99 + 100 = 50$$

$$\text{ب) } 2 - 3 + 4 - 5 + 6 - 7 + \dots + 98 - 99 = -49$$

۲

$$\begin{cases} A = -50 - 49 - 48 - \dots - 1 \\ B = 1 + 2 + \dots + 45 + 46 + 47 \end{cases} \Rightarrow A + B = -147$$



۳

الف) ۵ و -۵

۴ سه‌جفت

ب) -۷ و -۸

-۱, -۶ / -۲, -۵ / -۳, -۴

۵ اعداد ۴, -۶, و صفر

$$\boxed{-3} + \boxed{2} - \boxed{-1} = 0$$

$$\boxed{-3} + \boxed{-1} - \boxed{2} = -6$$

$$\boxed{-1} + \boxed{2} - \boxed{-3} = 4$$

$$\boxed{-1} + \boxed{-3} - \boxed{2} = -6$$

$$\boxed{2} + \boxed{-1} - \boxed{-3} = 4$$

$$\boxed{2} + \boxed{-3} - \boxed{-1} = 0$$

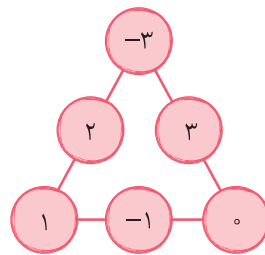
۶

$$\boxed{+} \boxed{1} \boxed{+} \boxed{2} \boxed{-} \boxed{4} \boxed{-} \boxed{5} = -6$$

۷

$$\boxed{-} \boxed{3} \boxed{-} \boxed{7} \boxed{+} \boxed{(-9)} = -19$$

۸



درس سوم: جمع و تفریق عددهای صحیح (۲)



تمرین

تعریف‌های تشریحی

۱

الف) $(+60) + (+4)$
 $(-70) + (-2)$
 $(-80) + (-1)$

$(-90) + (+1) = -89$

ب) $(-30) + (-1)$
 $(-50) + (-4)$
 $(+20) + (+7)$

$(-60) + (+2) = -58$

پ) $(-900) + (-40) + (-5)$
 $(+200) + (+70) + (+6)$
 $+ (-40) + (-3)$

$(-700) + (-10) + (-2) = -712$

۲

الف) -۱۲

ب) -۶۰

پ) ۱

ت) ۸

ث) ۶

۳

الف)

-۹
-۴
-۷

 $\xrightarrow{+7}$

-۲
+۳
۰

ب)

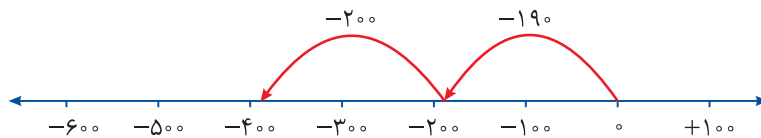
۶	-۱۷	-۲
۰	۴	۰
-۶	۳	۹

 $\xrightarrow{-3}$

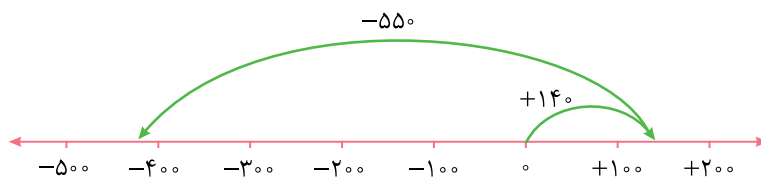
۳	-۲۰	-۵
-۳	۱	-۳
-۹	۰	۶

۴

الف) $(-190) + (-200) = -390$



ب) $(+140) - (+550) = -410$



۵

الف) $(+320) + (-740) = -420$

ب) $(-240) - (-500) = 260$

پ) $(-930) + (+890) = -40$



درس چهارم: ضرب و تقسیم عددهای صحیح



تمرین

درست یا نادرست

الف) درست نادرست ب) درست نادرست پ) درست نادرست ت) درست نادرست



پرسش‌های دو گزینه‌ای

الف) گزینه (۲) ب) گزینه (۲) پ) گزینه (۱) ت) گزینه (۱) ث) گزینه (۱)

تمرین‌های تشریحی

- ۱) الف) مثبت ب) منفی پ) منفی ت) مثبت
- ۲) الف) منفی ب) منفی پ) مثبت ت) منفی
- ۳) الف) +۵۶ ب) -۳۲۴ پ) -۸۴۰ ت) +۲۶۴۰
- ۴) الف) صفر ب) ۷۰ پ) -۷ ت) +۶۶
ث) صفر ج) +۲۹ ج) -۴ ج) -۳
- ۵) الف) -۴ ب) -۱ پ) -۹ ت) ۱

۶

$$\begin{cases} \text{طبقه فرهاد: } 3 \\ \text{طبقه فرزاد: } -2 \end{cases} \Rightarrow 3 \times (-2) = -6$$

۷

الف) ۸

ب) جای خالی اول: ۴ / جای خالی دوم: ۱

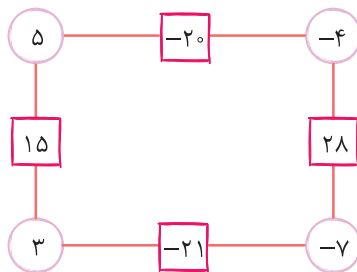
پ) چند حالت می تواند باشد: ۲، -۲ / ۱، -۴ / -۴، ۱ / -۲، ۲

۸

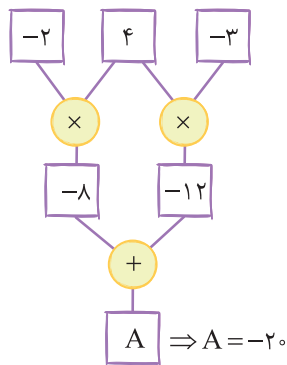
$$\triangle \times \square = -42$$

$$-6, 7 / 6, -7 / 21, -2 / -21, 2 / 42, -1 / -42, 1 / -3, 14 / 3, -14$$

۹



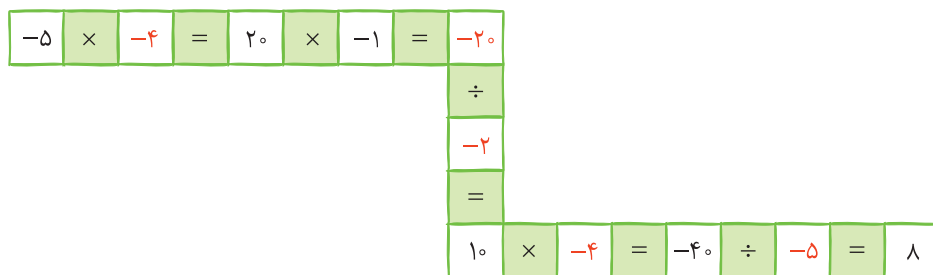
۱۰



۱۱

$$A=24, B=8, C=-3$$

۱۲



۱۳

$$6 \times (+4) + 9 \times (-2) = 6$$



۱۴

الف) کل مسیر ۲۰ ساعت طول می‌کشد. شهر یزد در نیمه راه است، پس بندرعباس برابر ۱۰ می‌شود.

ب) +۱۰

پ) $-3 \times 65 = -195$

در فاصله ۱۹۵ کیلومتری قبل از شهر یزد قرار دارد.

ت) $325 \div 65 = 5$

ث)

زمان (برحسب ساعت)	-۱۰	-۸	-۶	-۴	-۲	۰	+۲	+۴	+۶	+۸	+۱۰
مکان قطار نسبت به یزد	-۶۵۰	-۵۲۰	-۳۹۰	-۲۶۰	-۱۳۰	۰	+۱۳۰	+۲۶۰	+۳۹۰	+۵۲۰	+۶۵۰

۱۵

$$(+3+1-5-7) \div 4 = -2$$

۱۶

$$3 \times (-4) = -12$$

$$(-4-12) \div 2 = -8$$

۱۷

$$3 - 6 \times 2 = -9$$

۱۸

بزرگ‌ترین عدد صحیح منفی دورقمی

$$(-10) \times (+11) = -11$$

کوچک‌ترین عدد طبیعی فرد دورقمی

تمرین‌های ویژه

۱

$$15 = (-1) \times (-15), \quad 15 = (-3) \times (-5)$$

مجموع دو عدد حداکثر برابر ۸- است.

۲

منفی است. زیرا اگر سه‌تایی منفی باشد، سینا هم منفی و سروش مثبت می‌شود و اگر سه‌تایی مثبت باشد، سینا هم مثبت می‌شود و سروش منفی می‌شود. در هر دو حالت، حاصل ضرب منفی می‌شود.

۳

$$\begin{cases} x+y=-9 \\ x \times y=8 \end{cases} \Rightarrow x=-1, y=-8$$

۴

$$-10 < \triangle < 6, \quad -3 < \square < 2$$

$$\triangle \times \square = -10$$

پرسش‌های چهارگزینه‌ای

- ۱ گزینۀ (۳)
- ۲ گزینۀ (۱)
- ۳ گزینۀ (۴)
- ۴ گزینۀ (۳)
- ۵ گزینۀ (۲)
- ۶ گزینۀ صحیح وجود ندارد، مقدار برابر ۱۲ می‌شود.
- ۷ گزینۀ (۳)
- ۸ گزینۀ (۴)
- ۹ گزینۀ (۳)
- ۱۰ گزینۀ (۴)

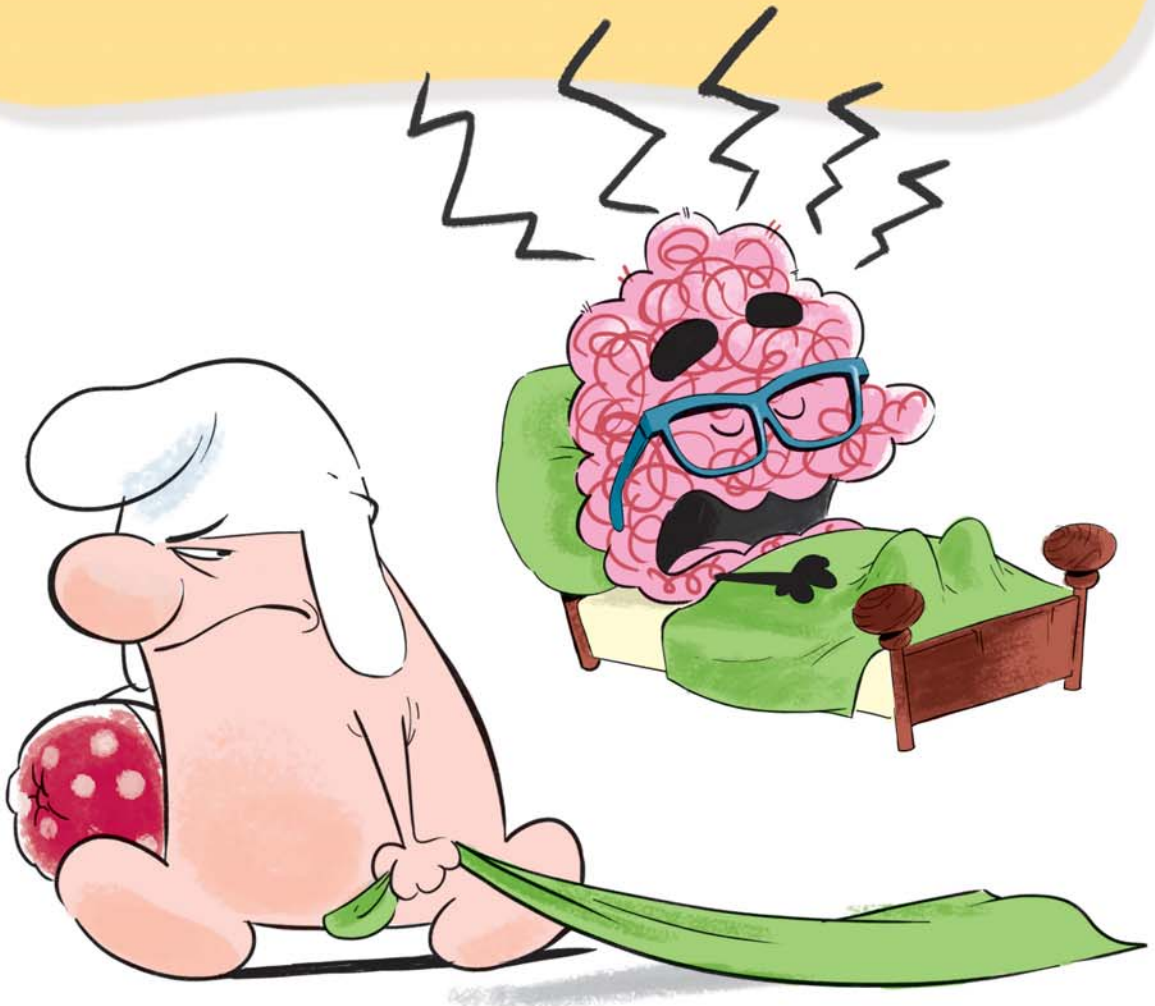


امتحان فصل دوم

۱	الف) ✓ (ب) ✓ (پ) ✗ (ت) ✗	۱
۱	الف) ۶ (ب) مثبت (پ) بزرگتر (ت) -۱۸	۲
۲	الف) ۷ (ب) $۱۶ \div (-۸)$ (پ) $-۵ + (+۳) = -۲$ (ت) -۸	۳
۲	الف) $+۵ - ۱۰ = -۵$ ب) $(-۴) + (-۵) = -۹$	۴
۱/۵	-۲۷, -۲۴, ۰, ۱۳, ۱۹	۵
۲	$(+۴) - ۸ + ۲ = -۲$	۶
۲	الف) -۹ (ب) ۱۸	۷
۱	$(-۶۰۰) + (-۲۰) + (-۵)$ $(-۲۰۰) + (-۳۰) + (-۴)$ <hr/> $(-۸۰۰) + (-۵۰) + (-۹) = -۸۵۹$	۸
۱/۵	$۳ \times (-۴) = -۱۲$ $(-۱۰) \div ۲ = -۵$ $-۱۲ - (-۵) = -۷$ ۷ واحد از نصف ۱۰ کمتر است.	۹
۲	الف) $+۵ \times -۲ = -۱۰$ $-۱۰ \div +۵ = -۲$ ب) $۴ \times (-۳) = -۱۲$	۱۰
۲	الف) -۲ (ب) ۵	۱۱
۲	$۴ + (۸ \times (-۳)) = -۲۰$	۱۲

فصل سوم

جبر و معادله





درس اول: الگوهای عددی

تمرین

درست یا نادرست

- (الف) (ب) (پ) (ت) (ث)

کامل کنید

(الف) دو برابر (ب) $-n$ (پ) $n+3$ (ت) $(a \times a)+3$

پرسش‌های دو گزینه‌ای

- (الف) گزینه (۱) (ب) گزینه (۲) (پ) گزینه (۱) (ت) گزینه (۱) (ث) گزینه (۱)

تمرین‌های تشریحی

(۱)

شماره شکل	۱	۲	۳	۴	۵	...	n
تعداد دایره‌ها	۱	۴	۷	۱۰	۱۳	...	$3n-2$

(۲)

(الف)

شماره شکل	۱	۲	۳	۴	...	n
تعداد چوب کبریت‌ها	۵	۶	۷	۸	...	$n+4$

(ب)

شماره شکل	۱	۲	۳	۴	...	n
تعداد چوب کبریت‌ها	۳	۶	۹	۱۲	...	$3n$

۳

الف) $1, 4, 7, 10, 13, 16, 19, \dots, 3n-2$

ب) $10, 5, 0, -5, -10, -15, -20, \dots, 15-5n$

پ) $3, 6, 12, 24, 48, 96, 192, \dots, 3 \times 2 \times \dots \times 2$
مرتبۀ $n-1$

ت) $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \frac{6}{5}, \frac{7}{6}, \frac{8}{7}, \dots, \frac{n+1}{n}$

۴

الف) $a \xrightarrow{\times 3} 3a \xrightarrow{+1} 3a+1$ ب) $b \xrightarrow{\times(-2)} -2b \xrightarrow{-1} -2b-1$

پ) $x \xrightarrow{+4} x+4 \xrightarrow{\times 2} (x+4) \times 2$ ت) $x \xrightarrow{-5} x-5 \xrightarrow{\times(-3)} (x-5) \times (-3)$

ث) $x-2 \xrightarrow{+2} x \xrightarrow{\times 5} 5x$ ج) $x+1 \xrightarrow{\times 4} (x+1) \times 4 \xrightarrow{-2} (x+1) \times 4 - 2$

۵

الف) $a \xrightarrow{+2} a+2$ ب) $b \xrightarrow{\times 2} 2b \xrightarrow{+3} 2b+3$

پ) $x \xrightarrow{\times(-3)} -3x \xrightarrow{+1} -3x+1$ ت) $y \xrightarrow{\times(-2)} -2y \xrightarrow{+1} 1-2y$

۶

الف) محیط $P = 2a + 2a + 2a + 2a$
مساحت $S = 2a \times 2a$

ب) محیط $P = x + x + y + y + x + x + y + y$
مساحت $S = (x+x) \times (y+y)$

پ) محیط $P = 2 \times 3 \times r$
مساحت $S = 3 \times r \times r$

۷

الف) $x+8$

ب) $2x-6$

پ) $(7x-1)-3$

ت) $3\left(\frac{x}{2}+2\right)+10$

۸

ب) دو برابر مجموع یک عدد و منفی سه

الف) مجموع سه برابر یک عدد و منفی پنج

ت) مجموع نصف یک عدد و $\frac{3}{4}$

پ) مجموع یک عدد و ثلث همان عدد

ج) سه واحد بیشتر از دو برابر مجموع یک عدد و منفی یک

ث) ثلث مجموع دو برابر عددی و ۵

۹

تعداد صفحاتی که در یک هفته مطالعه می‌کند: $7n$

تعداد صفحاتی که در یک ماه ۳۰ روزه مطالعه می‌کند: $30n$

۱۰

هزینه اجاره سالن برای n نفر: $50000n + 2000000$



تمرین‌های ویژه

۱

الف) $5a$ ب) $7c+2b$ پ) $2a+4c+5b$ ت) $(3a+2c)+(4a+2c+3b)$

۲ هزینه سفر برای مسیری n کیلومتری: $2000n+500$

۳

شماره شکل	۱	۲	۳	۴	۵	...	n
تعداد مربع‌ها	۴	۹	۱۴	۱۹	۲۴	...	$5n-1$

۴

شماره شکل	۱	۲	۳	۴	۵	...	n
تعداد مربع‌ها	۳	۶	۹	۱۲	۱۵	...	$3n$

درس دوم: عبارتهای جبری



تمرین

درست یا نادرست

- (الف) (ب) (پ) (ت) (ث) (ت)

کامل کنید

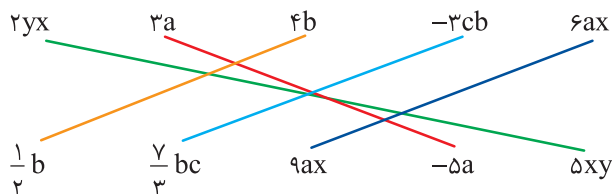
- (الف) است (ب) ۶ (پ) متشابه‌اند (ت) $-n+5$ (ث) $1-a$ (ت) -1

پرسش‌های دو گزینه‌ای

- (الف) گزینه (۲) (ب) گزینه (۲) (پ) گزینه (۱) (ت) گزینه (۱) (ث) گزینه (۱)

تعریف‌های تشریحی

(۱)



(۲)

(الف) $ab, 3ab, \frac{1}{2}ab, -\frac{3}{5}ab$

(ب) $\frac{1}{2}axy, -axy, 8axy, \frac{4}{3}axy$

(۳)

(الف) $2a-2b$

(ب) $a+b+1$

(پ) $5n+2$

(ت) $x-4y+8$

(۴)

(الف) $-3x+y-t+2$

(ب) $14x+21y+7$



۵

- الف) $2a + 3b + 1$ ب) $4a + 10b - 2$ پ) $a - 3b$ ت) $a + 5b - 5$
 ث) $13x - 5$ ج) $9n$

۶

- الف) $3(a - b + 1) = 3a + (-3)b + 3$ ب) $3(x + y - 2) = 3x - (-3)y - 6$

۷

- الف) $-2x + 4y$ ب) $6x + 2y$ پ) $4x - y$ ت) $3x - 13y$

۸

- الف) $2a + 3b$ ب) $8a + 4b$ پ) $12b$ ت) $6a + 8b$

۹

- الف) rab ب) $a \times a + \frac{1}{2} \times (ab)$ پ) $b(a + c)$

تمرین‌های ویژه

۱

$$2A + 3B - C = 2(-2x + 1) + 3(3x + 2) - (5x - 2) = -4x + 2 + 9x + 6 - 5x + 2 = 10$$

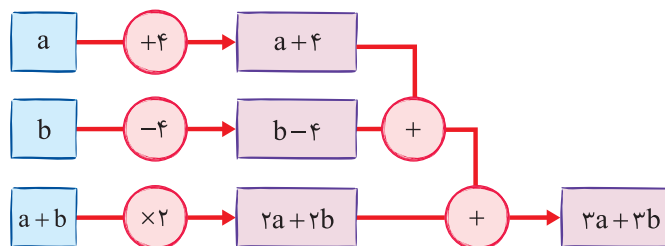
۲

$$3(-2x + y) - 3(2(x - 1) + y) - 4x = 3(-2x - y - 3(2x - 2 + y)) - 4x = 3(-2x - y - 6x + 6 - 3y) - 4x = 3(-8x - 4y + 6) - 4x = -24x - 12y + 18 - 4x = -28x - 12y + 18$$

۳

شماره شکل	۱	۲	۳	۴	...	n
تعداد مربع‌ها	۵	۹	۱۳	۱۷	...	4n + 1

۴



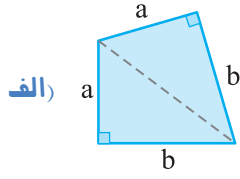
۵

۳ $\lambda + x$ مساحت = $3 \times (\lambda + x) = 3\lambda + 3x$

۶

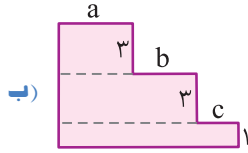
الف) محیط = $3r + 3r + \frac{1}{2}(2 \times 3 \times r) + \frac{1}{2}(2 \times 3 \times r) = 6r + 3r + 3r = 12r$

ب) محیط = $2r + 2r + (r + r + 2r + 2r) + \frac{1}{2}(2 \times 3 \times r) + \frac{1}{2}(2 \times 3 \times (2r)) = 4r + (6r) + 3r + 6r = 19r$



$$\frac{1}{2}ab + \frac{1}{2}ab = ab$$

۷



$$(3a) + 3(a+b) + 1(a+b+c) = 3a + 3a + 3b + a + b + c = 7a + 4b + c$$

۸

کل تولید هفتگی = $(3a) + (3(a+1)) + 1 \cdot 0 = 3a + 3a + 3 + 1 \cdot 0 = 6a + 13$

۹

$3a, 2a, a, -a, -2a, -3a$
 ۶ عبارت مختلف



درس سوم: مقدار عددی یک عبارت جبری



تمرین

درست یا نادرست



- الف) ب) پ) ت) ث)

کامل کنید

- الف) -۱۱ ب) $\frac{8}{11}$ پ) 70° ت) $\frac{7}{5}$

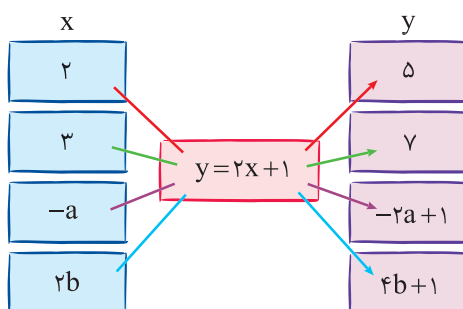
پرسش‌های دو گزینه‌ای

- الف) گزینه (۲) ب) گزینه (۱) پ) گزینه (۲) ت) گزینه (۱) ث) گزینه (۲)

تمرین‌های تشریحی

- الف) $6a+6$ ب) $2aa+5a+2$ پ) $\begin{cases} 18 = \text{محیط} \\ 20 = \text{مساحت} \end{cases}$

x	0	1	-2	$\frac{1}{2}$
$2x-3$	-3	-1	-7	-2
$\frac{6x+13}{4}$	$\frac{13}{4}$	$\frac{19}{4}$	$\frac{1}{4}$	4



۳

۴

الف) ۱۵ ب) ۵ پ) ۷ ت) ۷ ث) ۲ ج) $\frac{3}{5}$

۵

الف) ۴۶

ب) $\begin{cases} 13x + 6y + 2 \\ 46: \text{مقدار عددی} \end{cases}$

در هر دو حالت جواب‌ها برابرند پ)

۶ پول چادر: ۵۸۰۰۰۰ تومان

۷

الف) $2m + n$

ب) ۷۰۰۰

۸

الف) $15000n$

ب) 1800000

۹

الف) $6000m + 40000n$

ب) ۵۶۰۰۰

۱۰

الف)

شماره شکل	۱	۲	۳	۴	...	n
تعداد چوب کبریت‌ها	۱	۵	۹	۱۳	...	$4n - 3$

ب) ۸۹

تمرین‌های ویژه

۱) ۸۲

شماره شکل	۱	۲	۳	...	n
تعداد دایره‌های خاکستری	۱	۲	۳	...	n
تعداد دایره‌های قرمز	۶	۱۰	۱۴	...	$4n + 2$

۲) خیر، چون جملات دنباله مضرب ۳ هستند و ۱۰۰۱ مضرب ۳ نیست.

۳) ۱۲

۴)

$$19 - (a + b - c) - (b + c - a) - (c + a - b) = 19 - a - b + c - b - c + a - c - a + b = 19 - a - b - c = 19 - \underbrace{(a + b + c)}_{17} = 2$$

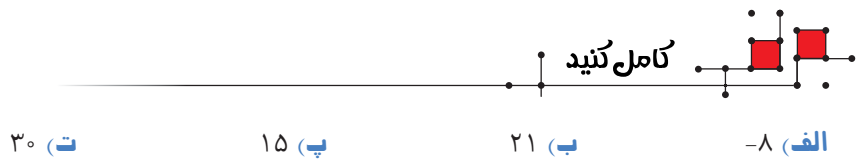


درس چهارم: معادله

تمرین

درست یا نادرست

- (ث)
- (ت)
- (پ)
- (ب)
- (الف)



پرسش‌های دو گزینه‌ای

- (ت) گزینه (۲)
- (پ) گزینه (۲)
- (ب) گزینه (۱)
- (الف) گزینه (۱)

تمرین‌های تشریحی

۱

- (الف) بله
- (ب) خیر
- (پ) خیر
- (ت) بله

۲

- (الف) $x = 5$
- (ب) $x = 3$
- (پ) $x = -15$
- (ت) $x = 10$
- (ث) $x = \frac{17}{2}$
- (ج) $x = \frac{11}{5}$

۳

- (الف) $2x = x + 7 \rightarrow x = 7$
- (ب) $2x + 30^\circ = 3x - 10^\circ \rightarrow x = 40^\circ$
- (پ) $x + (x + 3) + (2x + 1) = 16 \rightarrow x = 3$

۴

- (الف) $a = \frac{7}{4}$
- (ب) $a = -4$

۵

- الف) مجموع دو برابر عددی و ۳، برابر ۷ است. آن عدد چیست؟
 ب) سه برابر مجموع یک عدد و منفی دو، برابر ۲۵ است. آن عدد چیست؟
 پ) دو برابر مجموع یک عدد و یک مساوی پنج برابر همان عدد است. آن عدد چیست؟
 ت) سه برابر مجموع یک عدد و ۱- مساوی چهار برابر مجموع همان عدد و ۲ است. آن عدد چیست؟

۶

$$3x - 2^\circ + 4x + 5^\circ + 3x - 3^\circ = 18^\circ \Rightarrow 10x = 18^\circ \rightarrow x = 18^\circ$$

اندازه کوچک‌ترین زاویه مثلث: 51°

۷) فرض کنید x اندازه ساق مثلث باشد.

$$\text{محیط مثلث} = x + x + 2 = 10 \rightarrow x = 4$$

۸) فرض کنید x طول یک ضلع مثلث متساوی‌الاضلاع باشد.

$$\text{مربع محیط} = 3 \times 4 = 120$$

$$\text{محیط مثلث متساوی‌الاضلاع} = 3x = 120 \rightarrow x = 40$$

طول هر ضلع مثلث متساوی‌الاضلاع: 40 سانتی‌متر

۹) فرض کنید قیمت هر مداد x باشد.

$$8x = 40000 - 8000 \rightarrow x = 4000$$

قیمت هر مداد: 4000 تومان

۱۰) فرض کنید قیمت هر خودکار a باشد.

$$6a = (5 \times 10000) - 8000 \rightarrow a = 7000$$

قیمت هر خودکار: 7000 تومان

۱۱) فرض کنید x پارچه مصرف شده برای هر دست کت و شلوار باشد.

$$12x = 30 - 3/6 \rightarrow x = 2/2$$

$2/2$ متر پارچه برای هر دست کت و شلوار مصرف شده است.

۱۲) فرض کنید x تعداد صفحاتی باشد که در هر ساعت مطالعه می‌کند.

$$6x = 100 - 10 \rightarrow 6x = 90 \rightarrow x = 15$$

۱۳) فرض کنید x تعداد شاخه گل کاشته شده در هر متر مربع توسط باغبان باشد.

$$6x = 100 - 4 \rightarrow 6x = 96 \rightarrow x = 16$$

16 شاخه گل در هر متر مربع توسط باغبان کاشته شده است.

۱۴) فرض کنید x تعداد دانش‌آموزان مدرسه باشد.

$$\frac{1}{3}x + \frac{1}{5}x + 140 = x \rightarrow \frac{8x}{15} + 140 = x \rightarrow x - \frac{8x}{15} = 140 \rightarrow \frac{7x}{15} = 140 \rightarrow x = 300$$

۱۵

$$7a = 3a + 50 \rightarrow a = 12/5$$

۱۶

$$5x + 4 = 2x \rightarrow x = -\frac{4}{3}$$

۱۷

$$a - 1, a, a + 1 \rightarrow a - 1 + a + a + 1 = 141 \rightarrow a = 47$$

سه عدد طبیعی متوالی

پس سه عدد طبیعی متوالی به صورت $46, 47, 48$ می‌باشند.



۱۸ الف

$$(a) + (a+1) = 53 \rightarrow a = 26$$

دو عدد متوالی

پس دو عدد صحیح متوالی به صورت ۲۶، ۲۷ می‌باشند.

ب

$$(2a-2) + 2a + (2a+2) = -42 \rightarrow a = -7$$

سه عدد زوج متوالی

پس سه عدد صحیح زوج متوالی به صورت -۱۲، -۱۴، -۱۶ می‌باشند.

پ

$$(2a-1) + (2a+1) + (2a+3) = 75 \rightarrow a = 12$$

سه عدد فرد متوالی

پس سه عدد فرد متوالی به صورت ۲۳، ۲۵، ۲۷ می‌باشند.

ت

$$(2a-3) + (2a-1) + (2a+1) + (2a+3) = -80 \rightarrow a = -10$$

چهار عدد فرد متوالی

پس چهار عدد فرد متوالی به صورت -۱۷، -۱۹، -۲۱، -۲۳ می‌باشند.

تمرین‌های ویژه

۱ فرض کنید a تعداد جلد کتاب‌هایی باشد که علی صحافی می‌کند و m تعداد جلد کتاب‌هایی باشد که محمد صحافی می‌کند.
 $m + a = 36 \rightarrow m + m + 6 = 36 \rightarrow m = 15, a = 21$

علی: ۲۱ جلد، محمد: ۱۵ جلد

۲ فرض کنید x تعداد خودکار ۷ هزار تومانی باشد.
 $7000x = 56000 \rightarrow x = 8$ ، تومان $10 \times 5500 + 10000 = 56000$ کل پول حمید

۳ فرض کنید x تعداد دفتر ۱۵۰۰۰ تومانی باشد.
 $15000x = 20000(x-5) \rightarrow 15000x = 20000x - 100000 \rightarrow 5000x = 100000 \rightarrow x = 20$

تومان $20 \times 15000 = 300000$ پول الناز

۴

شماره شکل	۱	۲	۳	۴	...	n
تعداد مربع‌ها	۲	۵	۸	۱۱	...	$3n-1$

$$3n-1=95 \rightarrow 3n=96 \rightarrow n=32$$

شکل ۳۲م از ۹۵ مربع تشکیل شده است.

۵

شکل n ام الگو: $5n+1$

$$5n+1=96 \rightarrow 5n=95 \rightarrow n=19$$

شکل ۱۹م

پرسش‌های چهارگزینه‌ای

۱ گزینه (۲)

۲ گزینه (۲)

۳ گزینه (۴)

$$\text{مساحت} = 2a \times 4 + \frac{1}{2}(3 \times a \times a) = 8a + \frac{3}{2}a \times a$$

۴ گزینه (۲)

$$\text{عبارت} = 6a - 10b + 6 - 6a - 9b - 6 = -19b$$

۵ گزینه (۳)

$$\text{عبارت} = x - (1 - (x - 1 + x)) = x - (1 - (2x - 1)) = x - (1 - 2x + 1) = x - (-2x + 2) = x + 2x - 2 = 3x - 2$$

۶ گزینه (۱)

$$\text{عبارت} = 3a - 12b + 3c - 6a + 12b - 3c = -3a \xrightarrow{a=10} \text{عبارت} = -30$$

۷ گزینه (۲)

$$\text{معادله} : 36x - 60 - 8x + 4 = x - 2 \rightarrow 28x - 56 = x - 2 \rightarrow 28x - x = 56 - 2 \rightarrow 27x = 54 \rightarrow x = 2$$

۸ گزینه (۴)

$$\text{عبارت} = 3a - 3 - 3a + 3x = x + 9 \rightarrow 3x - x = 9 + 3 \rightarrow x = 6$$

۹ گزینه (۳)

$$(5x - 2) \times 2 = 10 \rightarrow x = \frac{7}{5}$$

۱۰ گزینه (۳)

$$(2x) + (x + 3) + (x - 1) + (2x + 1) = 36 \rightarrow (2x + x + x + 2x) + (3 - 1 + 1) = 36 \rightarrow 6x + 3 = 36 \rightarrow x = \frac{33}{6} = 5\frac{1}{2}$$

$$\text{طول بلندترین ضلع} = 2x + 1 = 2 \times (5\frac{1}{2}) + 1 = 12$$

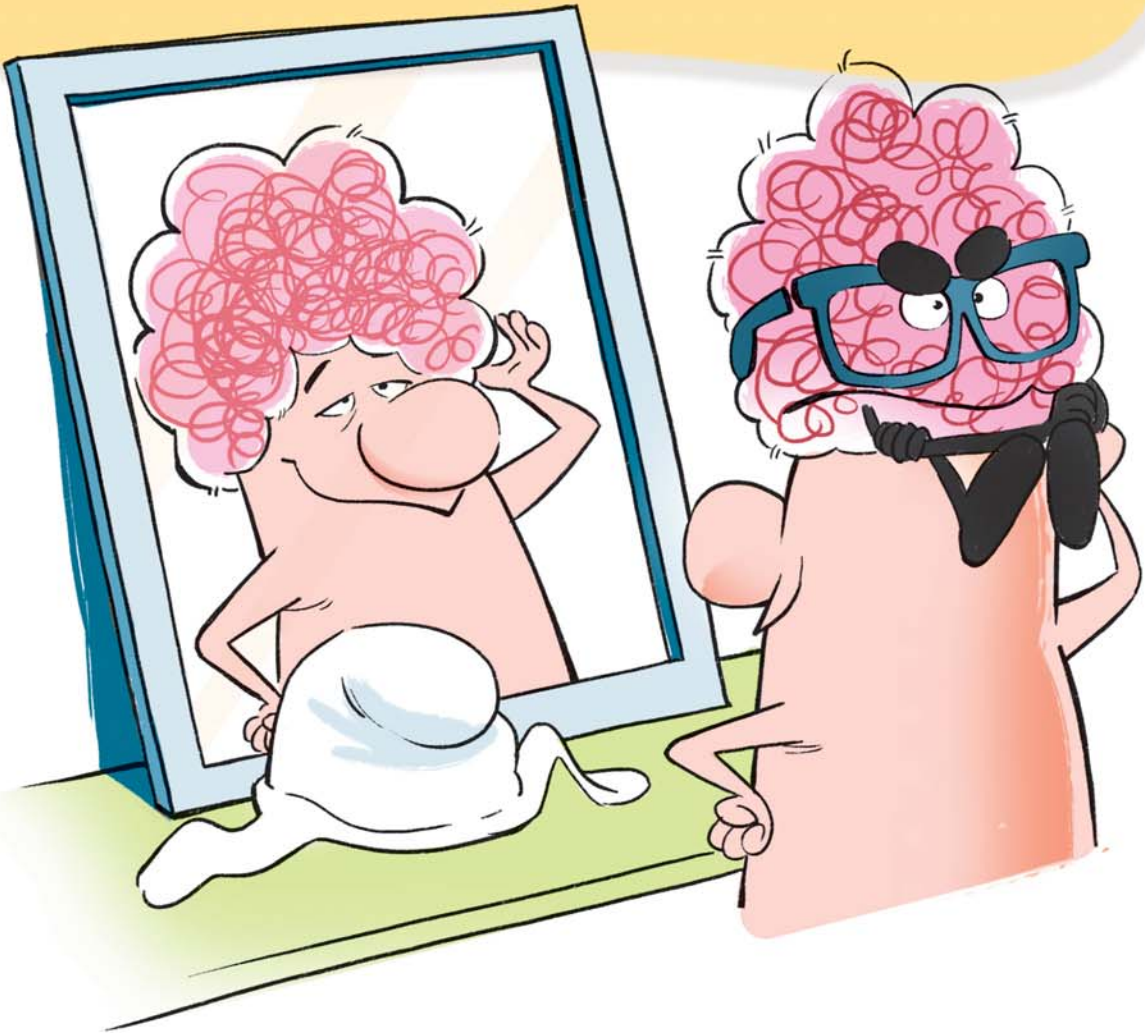


امتحان فصل سوم

۱	الف) <input checked="" type="checkbox"/> (ب) <input checked="" type="checkbox"/> (پ) <input checked="" type="checkbox"/> (ت) <input checked="" type="checkbox"/>	۱																
۱	الف) -۶ (ب) $aa+4a$ (پ) $12/5$ (ت) $3/5$	۲																
۲	الف) گزینه (۲) ب) گزینه (۱) پ) گزینه (۱) ت) گزینه (۱)	۳																
	<p>جمله هفتم - جمله چهارم = $(3 \times 7 - 2) - (3 \times 4 - 2) = (21 - 3) - (12 - 2) = 9$</p> $\begin{cases} 3 - 2x = 5x \rightarrow 7x = 3 \rightarrow x = \frac{3}{7} \\ 2x + 3 = 4x \rightarrow 2x = 3 \rightarrow x = \frac{3}{2} \end{cases}$																	
۲	<table border="1"> <tr> <td>شماره شکل</td> <td>۱</td> <td>۲</td> <td>۳</td> <td>۴</td> <td>۵</td> <td>...</td> <td>n</td> </tr> <tr> <td>تعداد دایره‌ها</td> <td>۴</td> <td>۷</td> <td>۱۰</td> <td>۱۳</td> <td>۱۶</td> <td>...</td> <td>$3n+1$</td> </tr> </table>	شماره شکل	۱	۲	۳	۴	۵	...	n	تعداد دایره‌ها	۴	۷	۱۰	۱۳	۱۶	...	$3n+1$	۴
شماره شکل	۱	۲	۳	۴	۵	...	n											
تعداد دایره‌ها	۴	۷	۱۰	۱۳	۱۶	...	$3n+1$											
۱	$x+2 \xrightarrow{\times 3} 3(x+2) \xrightarrow{-5} 3(x+2)-5$	۵																
۲	هزینه اقامت به مدت n روز $= 150000n + 200000$	۶																
۱	عبارت $= -a + 2b - (5 - 2a - b) + 4 - a - b = -a + 2b - 5 + 2a + b + 4 - a - b = 2b - 1$	۷																
۲	الف) $5000x + 7000y$ ب) کل مبلغ پرداختی: ۹۰۰۰۰ تومان	۸																
۲	$-2x - 3x + 1 + 4 = 4x - 4 \rightarrow -5x + 5 = 4x - 4 \rightarrow 9x = 9 \rightarrow x = 1$	۹																
۲	$4n - 1 = 91 \rightarrow 4n = 92 \rightarrow n = \frac{92}{4} = 23$ بیست و سومین جمله الگو برابر ۹۱ است.	۱۰																
۲	$2x + 40^\circ + 40^\circ - x + 3x + 20^\circ = 180^\circ \rightarrow 4x + 100^\circ = 180^\circ \rightarrow 4x = 80^\circ \rightarrow x = \frac{80^\circ}{4} = 20^\circ$ بنابراین اندازه زاویه‌های مثلث 80° ، 20° و 80° است.	۱۱																
۲	فرض کنید عدد مورد نظر x باشد. $-x - 2x + 3 = 15 \rightarrow -3x + 3 = 15 \rightarrow -3x = 12 \rightarrow x = \frac{12}{-3} = -4$	۱۲																

فصل چہارم

ہندسہ و استدلال





درس اول: روابط بین پاره‌خطها

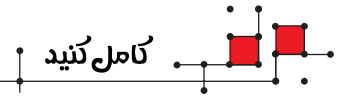


تمرین

درست یا نادرست



- الف) ب) پ) ت) ث)



کامل کنید

$\overline{AB} + \overline{BC} = \overline{BD}$ (ب)

الف) بی‌نهایت

$\overline{AC} + \overline{AB} > \overline{BC}$ (ت)

$\overline{AC} = \frac{1}{2} \overline{BF}$ (پ)

پرسش‌های دو گزینه‌ای

- الف) گزینه (۲) ب) گزینه (۲) پ) گزینه (۲) ت) گزینه (۱)

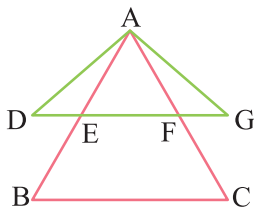
تمرین‌های تشریحی

AB, BC, CD, CE, DE

۱) ۵ پاره‌خط

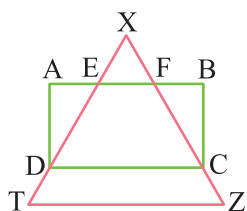
۲)

الف)



$\triangle ABC, \triangle ADG, \triangle AEF, \triangle AED, \triangle AFG, \triangle AEG, \triangle AFD$

ب)



$\triangle XTZ, \triangle XEF, \triangle ADE, \triangle BCF, \triangle XDC$

۳

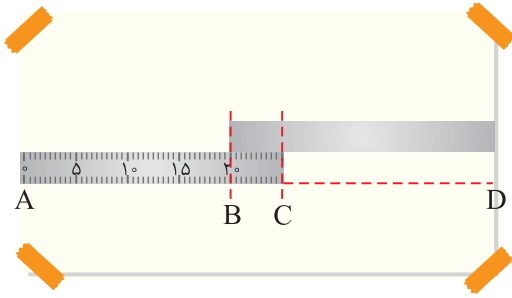
خط راست: eZ - نیم خط: Ax, Ay, Ak, At - پارہ خط: ED, DC

۴

۶ نقطہ



۵



ساتی متر $\overline{AC} + \overline{BD} - \overline{BC} = 25 + 25 - 5 = 45$: روش اول
ساتی متر $\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} = 20 + 5 + 25 = 45$: روش دوم

۶

$$\overline{BC} = \overline{AC} - \overline{AB} = 4 - 2 = 2 \text{ cm}$$

$$\overline{CD} = \overline{BE} - \overline{BC} - \overline{DE} = 9 - 2 - 0/5 = 6/5 \text{ cm}$$

۷

\overline{AB} (ث)

\overline{BE} (ت)

\overline{AE} (پ)

\overline{AD} (ب)

\overline{AD} (الف)

\overline{CD} (د)

\overline{AC} (ج)

\overline{AC} (ج)

\overline{AC} (ج)

\overline{DE} (ج)

۸

(الف) $\overline{AF} = 5 \overline{AB}$

(ب) $\overline{BC} = \frac{1}{2} \overline{AC}$

(پ) $\overline{AD} = 3 \overline{EF}$

(ت) $\overline{AE} = \frac{4}{5} \overline{AF}$

۹

$\overline{BD} = \overline{BC} + \overline{CD} = \overline{BC} + \overline{AB}$: زیرا \overline{AC}

۱۰

(ت) درست

(پ) نادرست

(ب) درست

(الف) درست

(الف) \overline{AC} (۱۱)

(ب)

(ت) نادرست

(پ) نادرست

(ب) درست

(الف) نادرست

۱۲

(الف) $\overline{BC} = \frac{2}{3} \overline{AC}$

(ب) $\overline{AB} + \overline{BC} = \frac{1}{2} \overline{AD}$

(پ) $\overline{AD} - \overline{BD} = \frac{1}{2} \overline{BC}$

(ت) $\overline{BD} - \overline{BC} = \frac{3}{5} \overline{BD}$



۱۳

الف) AD و BE

ب) تعداد کل پاره‌خطها = ۱۰

$$\begin{aligned} \text{شروع از A: } & \begin{cases} \overline{AB} \\ \overline{AC} \\ \overline{AD} \\ \overline{AE} \end{cases} & \text{شروع از B: } & \begin{cases} \overline{BC} \\ \overline{BD} \\ \overline{BE} \end{cases} & \text{شروع از C: } & \begin{cases} \overline{CD} \\ \overline{CE} \end{cases} & \text{شروع از D: } & \{ \overline{DE} \end{aligned}$$

پ) AC, BD و CE

ت) با توجه به حل قسمت (ب) مجموع اندازه کل پاره‌خطها ۲۰cm است.

$$\begin{aligned} \text{شروع از A: } & \begin{cases} \overline{AB}=1 \\ \overline{AC}=2 \\ \overline{AD}=3 \\ \overline{AE}=4 \end{cases} & \text{شروع از B: } & \begin{cases} \overline{BC}=1 \\ \overline{BD}=2 \\ \overline{BE}=3 \end{cases} & \text{شروع از C: } & \begin{cases} \overline{CD}=1 \\ \overline{CE}=2 \end{cases} & \text{شروع از D: } & \{ \overline{DE}=1 \end{aligned}$$

۱۴

الف) $\overline{AD} = 3\overline{DE}$ ب) $\overline{AB} < \overline{CE}$ پ) $\overline{AD} > 2\overline{CD}$

۱۵

$$\begin{aligned} \text{نابرابری: } & \begin{cases} \overline{BD} + \overline{DC} > \overline{BC} \\ \overline{DE} + \overline{EC} > \overline{DC} \\ \overline{AD} + \overline{DC} > \overline{AC} \end{cases} & \text{تساوی: } & \begin{cases} \overline{AC} - \overline{EC} = \overline{AE} \\ \overline{AC} - \overline{AE} = \overline{EC} \\ \overline{BD} - \overline{BE} = \overline{DE} \end{cases} \end{aligned}$$

۱۶

الف) $\overline{CD} > \overline{EF}$ ب) $\overline{MN} < 3\overline{XY}$

تمرین‌های ویژه

۱

$$\begin{cases} \overline{GI} = 2\overline{AB} \\ \overline{BE} = 3\overline{AB} \\ \overline{DE} = \overline{AB} \end{cases}$$

$$\frac{\overline{BE}}{\overline{DE} + \overline{GI}} = \frac{3\overline{AB}}{\overline{AB} + 2\overline{AB}} = \frac{3\overline{AB}}{3\overline{AB}} = 1$$

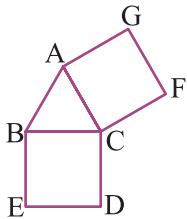
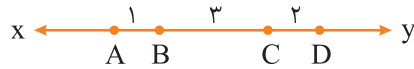
۲



۳

$$\begin{cases} \overline{BC} = \frac{3}{2} \overline{CD} \\ \overline{AB} = \frac{1}{3} \overline{BC} \end{cases} \Rightarrow \overline{AB} = \frac{1}{3} \times \frac{3}{2} \overline{CD} = \frac{1}{2} \overline{CD}$$

فرض می‌کنیم اندازه پاره خط AB یک واحد باشد.



$$\begin{cases} \overline{DE} = \overline{BC}: \text{ضلع مربع} \\ \overline{BC} = \overline{AC}: \text{ضلع مثلث متساوی الاضلاع} \\ \overline{AC} = \overline{FG}: \text{ضلع مربع} \end{cases}$$

۴

$$\overline{DE} = \overline{FG} \text{ بنابراین}$$

۵



ترتیب نقطه‌ها از چپ به راست به صورت C, A, B, D است.

۶

چون $x < 3 + 5$, پس $x < 8$. از طرف دیگر $5 < 3 + x$, بنابراین $x > 2$. در نتیجه $x = 3, 4, 5, 6, 7$

$$\text{محیط} = \begin{cases} 3 + 5 + 3 = 11 \\ 3 + 5 + 4 = 12 \\ 3 + 5 + 5 = 13 \\ 3 + 5 + 6 = 14 \\ 3 + 5 + 7 = 15 \end{cases}$$



درس دوم: روابط بین زاویه‌ها



تمرین

درست یا نادرست



- (الف) (ب) (پ) (ت) (ث)

کامل کنید

(الف)

۱) $x\hat{O}t = 3\hat{O}_1$ ۲) $\hat{O}_\gamma = \frac{1}{2}y\hat{O}t$ ۳) $x\hat{O}z = \frac{2}{3}x\hat{O}t$

(ب) متمم زاویه 35° زاویه 55° و مکمل آن زاویه 145° است.

(پ) 45° (ت) مربع (ث) چندضلعی محدب

پرسش‌های دو گزینه‌ای

- (الف) گزینه (۲) (ب) گزینه (۲) (پ) گزینه (۲) (ت) گزینه (۱) (ث) گزینه (۲)

تمرین‌های تشریحی

۱

$x\hat{O}y, x\hat{O}z, x\hat{O}t, y\hat{O}z, y\hat{O}t, z\hat{O}t$

۲

(الف) تند (ب) باز (پ) نیم‌صفحه (ت) راست

۳

(الف) $x\hat{O}t = 3\hat{O}_\gamma$ (ب) $\hat{O}_\gamma = \frac{1}{2}z\hat{O}u$ (پ) $y\hat{O}t = 1x\hat{O}z$ (ت) $x\hat{O}t = \frac{3}{2}z\hat{O}u$ (ث) $y\hat{O}z = 1\hat{O}_\gamma$

۴

الف) $\hat{O}_1 + \hat{O}_r = \hat{O}_s + \hat{O}_f$ ب) $\hat{O}_1 + \hat{O}_r > \hat{O}_f$ پ) $x\hat{O}t > t\hat{O}s$

۵

$$y\hat{O}z = 180^\circ - 2^\circ - 5^\circ = 110^\circ \Rightarrow y\hat{O}x = \frac{1}{2} \times 110^\circ = 55^\circ$$

۶

$$x\hat{O}y + y\hat{O}z = 90^\circ \Rightarrow 4^\circ + y\hat{O}z = 90^\circ \Rightarrow y\hat{O}z = 86^\circ$$

$$y\hat{O}z + z\hat{O}t = 90^\circ \Rightarrow 86^\circ + z\hat{O}t = 90^\circ \Rightarrow z\hat{O}t = 4^\circ$$

۷

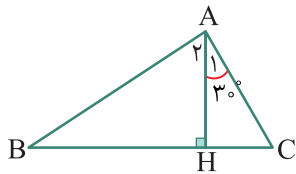
$$x\hat{A}y + y\hat{A}z = 15^\circ \Rightarrow x\hat{A}y + 9^\circ = 15^\circ \Rightarrow x\hat{A}y = 6^\circ$$

$$\frac{x\hat{A}y}{x\hat{A}z} = \frac{6^\circ}{15^\circ} = \frac{2}{5} \Rightarrow x\hat{A}y = \frac{2}{5} x\hat{A}z$$

۸) زاویه‌های متمم به صورت مقابل دسته‌بندی شده‌اند:

$$\left\{ \begin{array}{l} x\hat{O}y \\ y\hat{O}z \end{array} \right\}, \left\{ \begin{array}{l} y\hat{O}z \\ z\hat{O}t \end{array} \right\}, \left\{ \begin{array}{l} z\hat{O}t \\ t\hat{O}r \end{array} \right\}, \left\{ \begin{array}{l} z\hat{O}s \\ s\hat{O}r \end{array} \right\}, \left\{ \begin{array}{l} x\hat{O}y \\ t\hat{O}r \end{array} \right\}$$

۹



$$\hat{A}_1 + \hat{A}_r = 90^\circ \Rightarrow \hat{A}_r + 3^\circ = 90^\circ \Rightarrow \hat{A}_r = 87^\circ$$

$$\hat{A}_r + \hat{B} = 90^\circ \Rightarrow 87^\circ + \hat{B} = 90^\circ \Rightarrow \hat{B} = 3^\circ$$

$$\hat{A}_1 + \hat{C} = 90^\circ \Rightarrow 3^\circ + \hat{C} = 90^\circ \Rightarrow \hat{C} = 87^\circ$$

۱۰

$$\left\{ \begin{array}{l} x\hat{O}z \\ z\hat{O}y \end{array} \right\}, \left\{ \begin{array}{l} z\hat{O}y \\ y\hat{O}t \end{array} \right\}, \left\{ \begin{array}{l} y\hat{O}t \\ t\hat{O}x \end{array} \right\}, \left\{ \begin{array}{l} t\hat{O}x \\ x\hat{O}z \end{array} \right\}$$

زاویه‌های مکمل به صورت مقابل دسته‌بندی شده‌اند:

۱۱

الف) $x + 62^\circ = 118^\circ \Rightarrow x = 56^\circ$

ب) $\left\{ \begin{array}{l} y = 110^\circ: \text{زاویه متقابل به رأس} \\ z + 110^\circ = 118^\circ \Rightarrow z = 8^\circ \\ x = z = 8^\circ: \text{زاویه متقابل به رأس} \end{array} \right.$

۱۲

$$\hat{A} + \hat{B} = 118^\circ \Rightarrow 160^\circ + \hat{B} = 118^\circ \Rightarrow \hat{B} = -42^\circ$$

$$\hat{C} + \hat{B} = 90^\circ \Rightarrow \hat{C} + (-42^\circ) = 90^\circ \Rightarrow \hat{C} = 132^\circ$$

فرض کنید \hat{C} متمم زاویه \hat{B} باشد. پس

۱۳

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{A} + \hat{B} = 90^\circ: \text{متمم هستند} \\ \hat{A} - \hat{B} = 3^\circ \Rightarrow \hat{A} = 3^\circ + \hat{B} \end{array} \right.$$

$$3^\circ + \hat{B} + \hat{B} = 90^\circ \Rightarrow 2\hat{B} = 87^\circ \Rightarrow \hat{B} = 43.5^\circ$$

با جایگذاری $\hat{A} + \hat{B} = 90^\circ$ در عبارت $\hat{A} = 3^\circ + \hat{B}$ داریم:
چون $\hat{A} = 3^\circ + \hat{B}$ پس $\hat{A} = 3^\circ + 3^\circ = 6^\circ$



۱۴

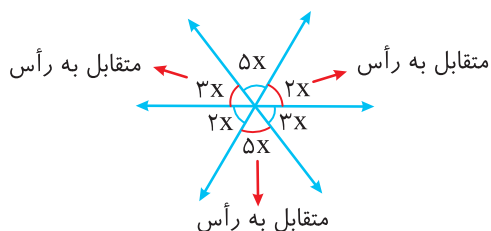
$$\begin{cases} x + 25^\circ + 9^\circ = 180^\circ \Rightarrow x = 65^\circ \\ x + y = 180^\circ \Rightarrow 65^\circ + y = 180^\circ \Rightarrow y = 115^\circ \\ z = x = 65^\circ: \text{زاویه های متقابل به رأس} \end{cases}$$

۱۵

زاویه های متقابل به رأس: $\begin{cases} 2a + 4^\circ \\ 3a - 2^\circ \end{cases} \Rightarrow 2a + 4^\circ = 3a - 2^\circ \Rightarrow a = 6^\circ$

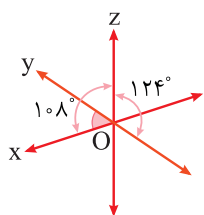
$$x\hat{O}z + x\hat{O}t = 180^\circ \Rightarrow x\hat{O}z + 16^\circ = 180^\circ \Rightarrow x\hat{O}z = 2^\circ$$

۱۶



$$3x + \Delta x + 2x = 180^\circ \Rightarrow 10x = 180^\circ \Rightarrow x = 18^\circ$$

۱۷



$$y\hat{O}z + 124^\circ = 180^\circ \Rightarrow y\hat{O}z = 56^\circ$$

$$y\hat{O}z + y\hat{O}x = 108^\circ \Rightarrow 56^\circ + y\hat{O}x = 108^\circ \Rightarrow y\hat{O}x = 52^\circ$$

۱۸

$$A\hat{C}B + 55^\circ = 90^\circ \Rightarrow A\hat{C}B = 35^\circ$$

$$A\hat{C}B + \hat{C}_1 + \hat{C}_r = 180^\circ \Rightarrow \hat{C}_1 + \hat{C}_r = 180^\circ - 35^\circ = 145^\circ$$

$$\hat{C}_1 = \hat{C}_r = \frac{145^\circ}{2} = 72.5^\circ$$

الف) $A\hat{C}y = 145^\circ$ ب) $A\hat{C}x = 72.5^\circ$ پ) $\hat{C}_1 = 72.5^\circ$

ت) $B\hat{C}x = 107.5^\circ$ ث) $\hat{C}_r = 72.5^\circ$ ج) $x\hat{C}y = 72.5^\circ$

۱۹

الف) $A\hat{C}B + 13^\circ = 180^\circ \Rightarrow A\hat{C}B = 5^\circ$

$$A\hat{C}B + \hat{A} + x = 180^\circ \Rightarrow 5^\circ + 75^\circ + x = 180^\circ \Rightarrow x = 180^\circ - 75^\circ - 5^\circ = 55^\circ$$

ب) $A\hat{B}C + 11^\circ = 180^\circ \Rightarrow A\hat{B}C = 7^\circ$, $A\hat{C}B + 13^\circ = 180^\circ \Rightarrow A\hat{C}B = 5^\circ$

$$x + A\hat{B}C + A\hat{C}B = 180^\circ \Rightarrow x + 7^\circ + 5^\circ = 180^\circ \Rightarrow x = 180^\circ - 7^\circ - 5^\circ = 66^\circ$$

پ) $A\hat{C}H + 12^\circ = 180^\circ \Rightarrow A\hat{C}H = 6^\circ$

$$H\hat{A}C + A\hat{C}H = 9^\circ \Rightarrow H\hat{A}C + 6^\circ = 9^\circ \Rightarrow H\hat{A}C = 3^\circ$$

$$x + H\hat{A}C = 9^\circ \Rightarrow x + 3^\circ = 9^\circ \Rightarrow x = 9^\circ - 3^\circ = 6^\circ$$

ت) روش اول: $\hat{B} + B\hat{A}H = 9^\circ \Rightarrow 4^\circ + B\hat{A}H = 9^\circ \Rightarrow B\hat{A}H = 9^\circ - 4^\circ = 5^\circ$

$$B\hat{A}H + H\hat{A}C = 9^\circ \Rightarrow 5^\circ + H\hat{A}C = 9^\circ \Rightarrow H\hat{A}C = 9^\circ - 5^\circ = 4^\circ$$

$$x + H\hat{A}C = 9^\circ \Rightarrow x + 4^\circ = 9^\circ \Rightarrow x = 9^\circ - 4^\circ = 5^\circ$$

روش دوم: $x + 4^\circ = 9^\circ \Rightarrow x = 9^\circ - 4^\circ = 5^\circ$

ث) $4y + 6y = 18^\circ \Rightarrow 10y = 18^\circ \Rightarrow y = 1.8^\circ$

$3y + 4y + x = 18^\circ \Rightarrow 7y + x = 18^\circ \Rightarrow 7 \times 1.8^\circ + x = 18^\circ \Rightarrow x = 18^\circ - 7 \times 1.8^\circ = 5.4^\circ$

ج) $2b + 3b = 18^\circ \Rightarrow 5b = 18^\circ \Rightarrow b = 3.6^\circ$

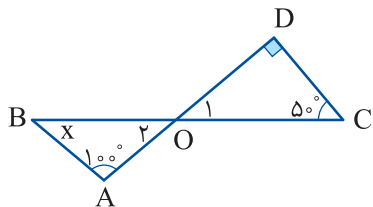
$2b + 2^\circ + \hat{A}CD = 18^\circ \Rightarrow 7.2^\circ + 2^\circ + \hat{A}CD = 18^\circ \Rightarrow \hat{A}CD = 18^\circ - 7.2^\circ - 2^\circ = 8.8^\circ$

$\hat{A}CD + \hat{A}CB = 18^\circ \Rightarrow 8.8^\circ + \hat{A}CB = 18^\circ \Rightarrow \hat{A}CB = 18^\circ - 8.8^\circ = 9.2^\circ$

$\hat{B} + \hat{A}CB + x = 18^\circ \Rightarrow 3^\circ + 9.2^\circ + x = 18^\circ \Rightarrow x = 18^\circ - 3^\circ - 9.2^\circ = 5.8^\circ$

۲۰

$$\begin{cases} x + \hat{A}CB = 18^\circ \\ \hat{A} + \hat{B} + \hat{A}CB = 18^\circ \end{cases} \Rightarrow x + \hat{A}CB = \hat{A} + \hat{B} + \hat{A}CB \Rightarrow x = \hat{A} + \hat{B}$$



$\hat{O}_1 + \hat{C} = 9^\circ \Rightarrow \hat{O}_1 + 5^\circ = 9^\circ \Rightarrow \hat{O}_1 = 4^\circ$

زاویه‌های متقابل به رأس: $\hat{O}_r, \hat{O}_l \Rightarrow \hat{O}_1 = \hat{O}_r = 4^\circ$

$x + \hat{A} + \hat{O}_r = 18^\circ \Rightarrow x + 10^\circ + 4^\circ = 18^\circ \Rightarrow x = 18^\circ - 14^\circ = 4^\circ$

۲۱

۲۲

الف) $\hat{A}BC + 12^\circ = 18^\circ \Rightarrow \hat{A}BC = 18^\circ - 12^\circ = 6^\circ$

مثلث ABC متساوی الساقین است. $\hat{C} = \hat{A}BC = 6^\circ$

$x + \hat{A}BC + \hat{C} = 18^\circ \Rightarrow x + 6^\circ + 6^\circ = 18^\circ \Rightarrow x = 18^\circ - 6^\circ - 6^\circ = 6^\circ$

ب) مثلث ABD متساوی الساقین است. $\hat{A}BD = 4^\circ$

$\hat{A} + \hat{A}BD + \hat{B}DA = 18^\circ \Rightarrow 4^\circ + 4^\circ + \hat{B}DA = 18^\circ \Rightarrow \hat{B}DA = 18^\circ - 4^\circ - 4^\circ = 10^\circ$

در مثلث ABD:

$\hat{B}DA + \hat{B}DC = 18^\circ \Rightarrow 10^\circ + \hat{B}DC = 18^\circ \Rightarrow \hat{B}DC = 18^\circ - 10^\circ = 8^\circ$

مثلث BDC متساوی الساقین است. $\hat{B}DC = \hat{C} = 8^\circ$

$x + \hat{C} + \hat{B}DC = 18^\circ \Rightarrow x + 8^\circ + 8^\circ = 18^\circ \Rightarrow x = 18^\circ - 8^\circ - 8^\circ = 2^\circ$

در مثلث BDC:

ب) مثلث ABC متساوی الساقین است. $\begin{cases} \hat{A} + \hat{B} + \hat{A}CB = 18^\circ \\ \hat{B} = \hat{A}CB \end{cases} \Rightarrow 7^\circ + 2\hat{B} = 18^\circ \Rightarrow \hat{B} = 5.5^\circ$

بنابراین $\hat{A}CB = 5.5^\circ$

مثلث ECD متساوی الساقین است. $\begin{cases} \hat{E} + \hat{D} + \hat{E}CD = 18^\circ \\ \hat{D} = \hat{E}CD \end{cases} \Rightarrow 5^\circ + 2\hat{E}CD = 18^\circ \Rightarrow \hat{E}CD = 6.5^\circ$

اکنون:

$\hat{A}CB + x + \hat{E}CD = 18^\circ \Rightarrow 5.5^\circ + x + 6.5^\circ = 18^\circ \Rightarrow x = 18^\circ - 12^\circ = 6^\circ$

۲۳

الف) چندضلعی محدب ب) چندضلعی محدب پ) چندضلعی مقعر ت) چندضلعی مقعر



تمرین‌های ویژه

۱

$$3x + 2x + 4y + y = 180^\circ \Rightarrow 5x + 5y = 180^\circ \Rightarrow 5(x + y) = 180^\circ \Rightarrow x + y = 36^\circ \Rightarrow 2(x + y) = 2 \times 36^\circ = 72^\circ$$

۲

$$x\hat{O}t - y\hat{O}t = y\hat{O}x \Rightarrow y\hat{O}x = 100^\circ - 70^\circ = 30^\circ$$

$$x\hat{O}t - x\hat{O}z = z\hat{O}t \Rightarrow z\hat{O}t = 100^\circ - 60^\circ = 40^\circ$$

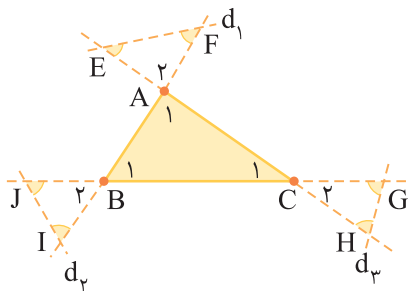
بنابراین:

$$y\hat{O}z = x\hat{O}t - y\hat{O}x - z\hat{O}t = 100^\circ - 30^\circ - 40^\circ = 30^\circ$$

۳ فرض کنید x زاویه اولیه و y مکمل آن باشد.

$$\begin{cases} x + 30^\circ = y - 20^\circ \\ x + y = 180^\circ \end{cases} \Rightarrow x + 30^\circ = 180^\circ - x - 20^\circ \Rightarrow 2x = 130^\circ \Rightarrow x = 65^\circ$$

۴



$$\begin{cases} \hat{A}_1 = \hat{A}_2 \\ \hat{B}_1 = \hat{B}_2 \\ \hat{C}_1 = \hat{C}_2 \end{cases}$$

زاویه‌های متقابل به رأس

$$(1): \triangle EAF: \hat{A}_1 + \hat{E} + \hat{F} = 180^\circ \quad (2): \triangle GCH: \hat{C}_1 + \hat{G} + \hat{H} = 180^\circ$$

$$(3): \triangle JBI: \hat{B}_1 + \hat{J} + \hat{I} = 180^\circ \quad (4): \triangle ABC: \hat{A}_1 + \hat{B}_1 + \hat{C}_1 = 180^\circ$$

با جمع عبارات (۱)، (۲) و (۳) به دست می‌آید:

$$\hat{A}_1 + \hat{E} + \hat{F} + \hat{C}_1 + \hat{G} + \hat{H} + \hat{B}_1 + \hat{J} + \hat{I} = 180^\circ + 180^\circ + 180^\circ = 540^\circ$$

اکنون با توجه به رابطه (۴) به دست می‌آید:

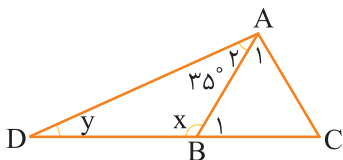
$$180^\circ + \underbrace{\hat{E} + \hat{F} + \hat{G} + \hat{H} + \hat{J} + \hat{I}} = 540^\circ$$

مجموع زاویه‌های رنگی

$$\text{مجموع زاویه‌های رنگی} = 540^\circ - 180^\circ = 360^\circ$$

به این ترتیب

۵

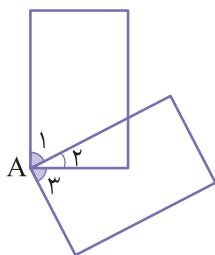


$$\hat{A}_1 = \hat{B}_1 = \hat{C}_1 = 60^\circ \Rightarrow \text{مثلث } ABC \text{ متساوی‌الاضلاع است.}$$

$$\hat{B}_1 + x = 180^\circ \Rightarrow 60^\circ + x = 180^\circ \Rightarrow x = 120^\circ$$

در مثلث ABD:

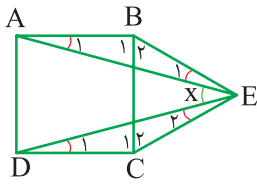
$$x + \hat{A}_2 + y = 180^\circ \Rightarrow 120^\circ + 35^\circ + y = 180^\circ \Rightarrow y = 180^\circ - 120^\circ - 35^\circ = 25^\circ$$



$$\begin{cases} \hat{A}_1 + \hat{A}_2 = 90^\circ \\ \hat{A}_2 + \hat{A}_3 = 90^\circ \end{cases} \Rightarrow \hat{A}_1 + \hat{A}_2 = \hat{A}_2 + \hat{A}_3$$

۶ هر زاویه مستطیل 90° است، بنابراین

$$\hat{A}_1 = \hat{A}_3 \text{ بنابراین}$$



۷ هر زاویه مربع 90° و هر زاویه مثلث متساوی الاضلاع 60° است، بنابراین

$$\begin{cases} \hat{B}_1 + \hat{B}_\gamma = 90^\circ + 60^\circ = 150^\circ \\ \hat{E}_1 + x + \hat{E}_\gamma = 60^\circ \\ \hat{C}_1 + \hat{C}_\gamma = 90^\circ + 60^\circ = 150^\circ \end{cases}$$

$\hat{A}_1 = \hat{E}_1 \Rightarrow$ مثلث ABE متساوی الساقین است.

$$\hat{A}_1 + \hat{E}_1 + \hat{B}_1 + \hat{B}_\gamma = 180^\circ \Rightarrow \hat{E}_1 + \hat{E}_1 = 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ \Rightarrow \hat{E}_1 = 15^\circ$$

در مثلث ABE:

$\hat{E}_\gamma = \hat{D}_1 \Rightarrow$ مثلث CDE متساوی الساقین است.

$$\hat{D}_1 + \hat{E}_\gamma + \hat{C}_1 + \hat{C}_\gamma = 180^\circ \Rightarrow \hat{E}_\gamma + \hat{E}_\gamma = 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ \Rightarrow \hat{E}_\gamma = 15^\circ$$

در مثلث CDE:

چون $\hat{E}_1 + x + \hat{E}_\gamma = 60^\circ$ پس:

$$15^\circ + x + 15^\circ = 60^\circ \Rightarrow x = 30^\circ$$



درس سوم: تبدیلات هندسی (انتقال، تقارن، دوران)



تمرین

درست یا نادرست



ث (X)

ت (✓)

پ (✓)

ب (X)

الف (✓)

ت) تغییر می‌کند

ب) مساوی - تغییر می‌کند

الف) مساوی و هم‌جهت

پرسش‌های دو گزینه‌ای

ت) گزینه (۲)

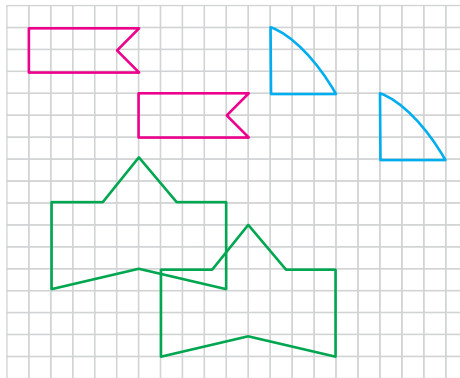
ب) گزینه (۲)

ب) گزینه (۲)

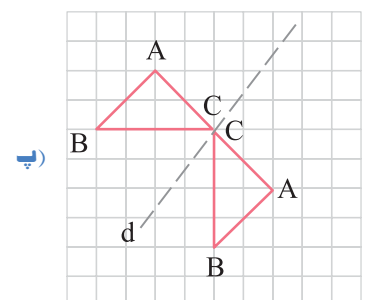
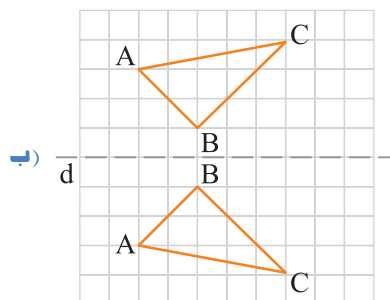
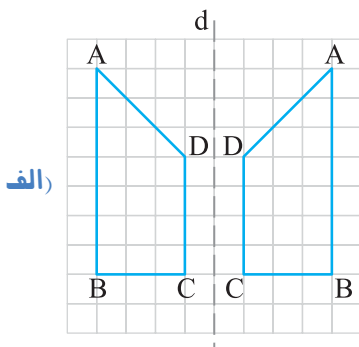
الف) گزینه (۲)

تمرین‌های تشریحی

۱



۲

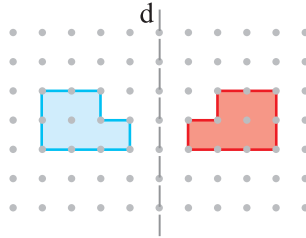


۳

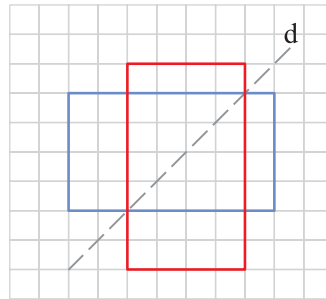
الف)



ب)



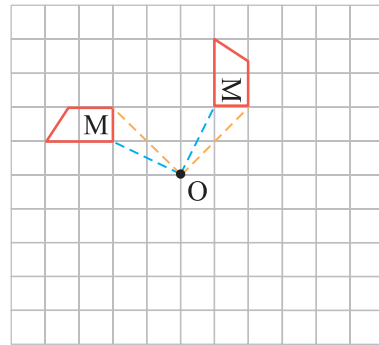
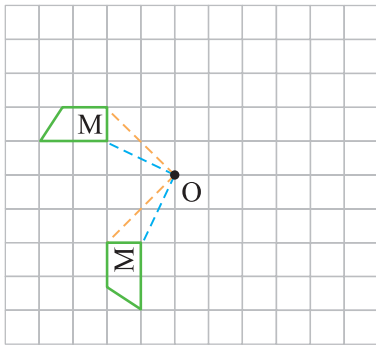
۴



۵

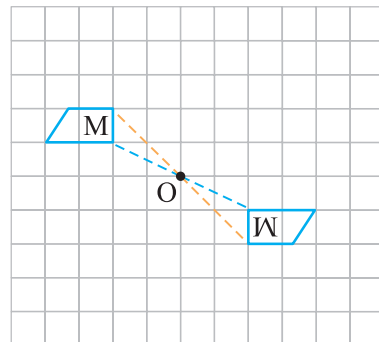
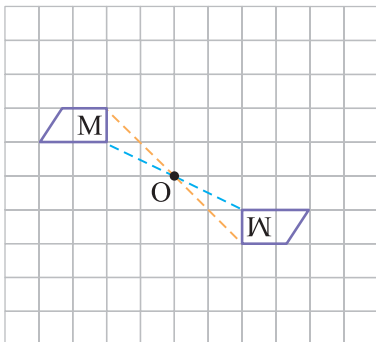
الف)

ب)



ب)

ب)

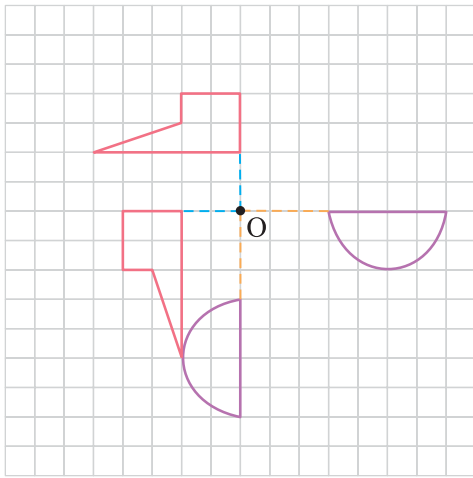




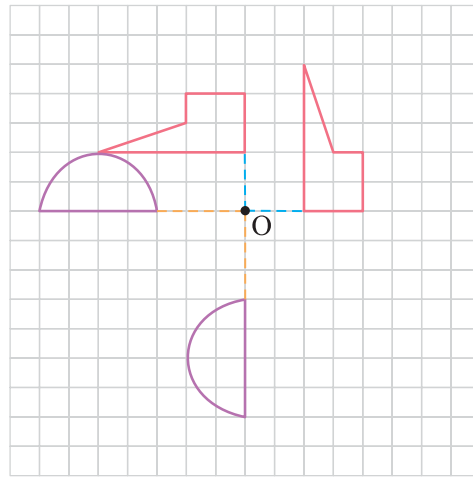
۶

الف) شکل شماره (۳) ب) شکل شماره (۴)

۷

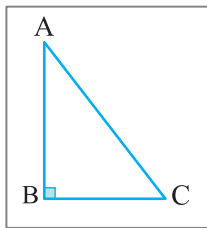


ب)

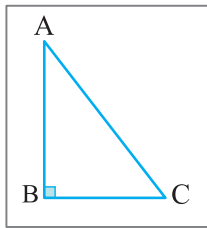
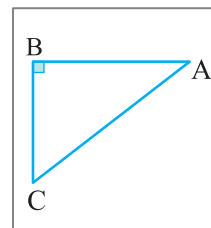


الف)

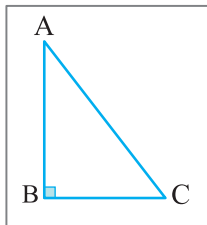
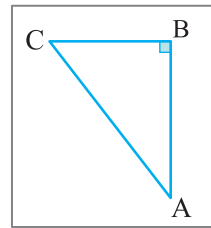
۸



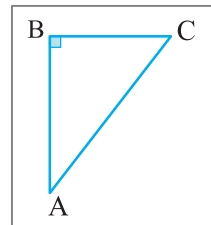
دوران 90° حول نقطه B
در جهت حرکت عقربه‌های ساعت



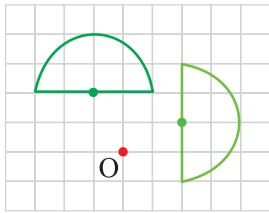
دوران 180° حول نقطه C
در عکس جهت حرکت عقربه‌های ساعت



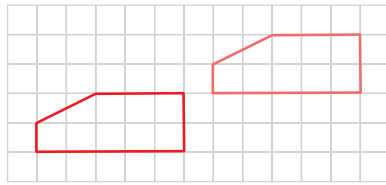
قرینه نسبت به ضلع BC



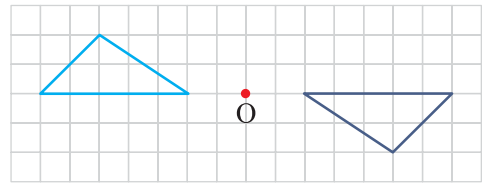
۹



دوران 90° حول نقطه O در جهت عقربه‌های ساعت



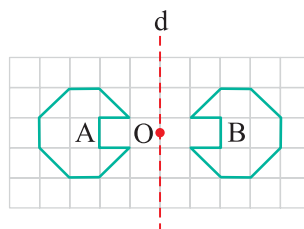
انتقال ۶ واحد به راست و ۲ واحد به بالا



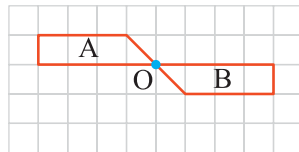
دوران 180° حول نقطه O در جهت عقربه‌های ساعت

۱۰

الف) تقارن، دوران 180° حول نقطه O در جهت عقربه‌های ساعت



ب) دوران 180° حول نقطه O در جهت عقربه‌های ساعت، دوران 180° حول نقطه O در خلاف جهت عقربه‌های ساعت



۱۱

الف) F

ب) B و E

پ) A، C و D

۱۲

الف) انتقال

ب) دوران

پ) تقارن

ت) انتقال

ث) دوران



درس چهارم: شکل‌های مساوی (هم‌نهشت)

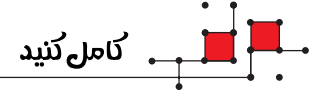


تمرین

درست یا نادرست



- الف) درست نادرست ب) درست نادرست پ) درست نادرست ت) درست نادرست



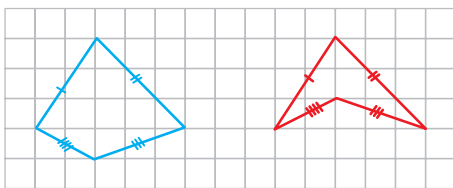
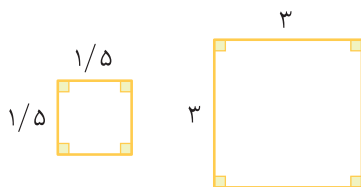
- الف) MN کامل کنید ب) $x = 120^\circ$ و $y = 6^\circ$ ضلع‌های برابر ت) باز ث) ۴

پرسش‌های دو گزینه‌ای

- الف) گزینه (۱) ب) گزینه (۲) پ) گزینه (۱) ت) گزینه (۲) ث) گزینه (۱)

تمرین‌های تشریحی

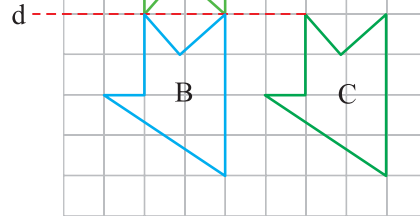
$\triangle XYZ \cong \triangle BAC \cong \triangle MPN$, $\triangle FED \cong \triangle JLK$



ب) خیر، زیرا با یک یا چند تبدیل هندسی در صفحه، نمی‌توان یک شکل را بر دیگری منطبق کرد.

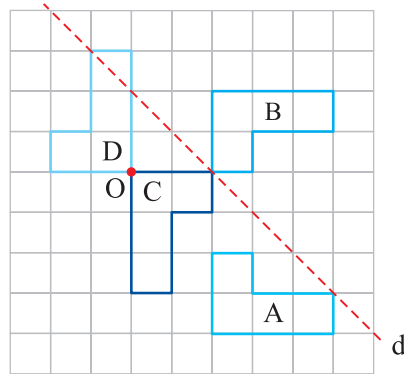
۴

A →^{تقارن} B →<sup>انتقال
۴ واحد به راست</sup> C



۵

A →^{تقارن} B →^{تقارن} C →<sup>دوران ۱۸° ساعتگرد
حول نقطه O</sup> D

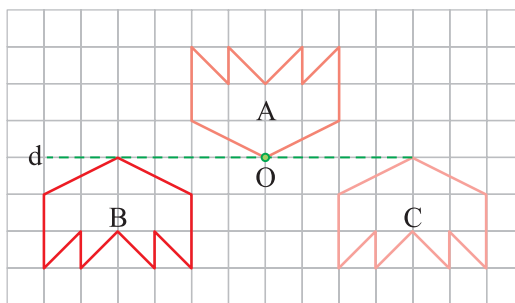


۶

A →<sup>دوران ۹°
در جهت عقربه‌های ساعت</sup> B →^{تقارن} C →<sup>۲ واحد انتقال به پایین
۳ واحد انتقال به چپ</sup> D

۷

الف



ب) ۱- تقارن نسبت به خط d و ۴ واحد انتقال به راست

۲- دوران ۱۸° حول نقطه O در جهت عقربه‌های ساعت و ۴ واحد انتقال به راست

۸

A →<sup>دوران ۱۸° حول نقطه تماس
در جهت عقربه‌های ساعت</sup> B →^{تقارن} C →<sup>۴ واحد انتقال به بالا
۲ واحد انتقال به چپ</sup> D

→<sup>دوران ۱۸° در جهت
عقربه‌های ساعت</sup> E →<sup>دوران ۹° در خلاف جهت
عقربه‌های ساعت</sup> F



۹

$$\begin{array}{l} \hat{A} = \hat{D} \\ \hat{B} = \hat{E} \\ \hat{C} = \hat{F} \end{array} \quad \begin{array}{l} \overline{AB} = \overline{DE} \\ \overline{BC} = \overline{EF} \\ \overline{AC} = \overline{DF} \end{array}$$

۱۰

$$\begin{array}{l} \overline{AB} = \overline{PQ} \\ \overline{BC} = \overline{QM} \\ \overline{CD} = \overline{MN} \\ \overline{DA} = \overline{NP} \end{array} \quad \begin{array}{l} \hat{A} = \hat{P} \\ \hat{B} = \hat{Q} \\ \hat{C} = \hat{M} \\ \hat{D} = \hat{N} \end{array}$$

۱۱

$$2x + 2 = 10 \Rightarrow 2x = 8 \Rightarrow x = \frac{8}{2} = 4$$

$$y = 30^\circ, \quad z + 30^\circ + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow z + 120^\circ + 180^\circ \Rightarrow z = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$$

۱۲

۱- انتقال ۹ واحد به راست

۲- تقارن

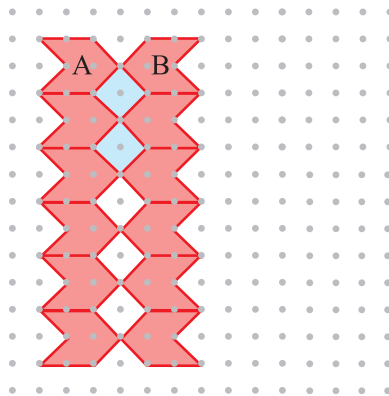
۳- دوران 90° در خلاف جهت عقربه‌های ساعت

۱۳

الف) تقارن، دوران 180° حول نقطه تماس A و B در جهت عقربه‌های ساعت (یا خلاف عقربه‌های ساعت)

ب) ۲ واحد انتقال به پایین، تقارن، دوران 180° حول نقطه تماس C و D در جهت عقربه‌های ساعت (یا خلاف عقربه‌های ساعت)

پ)

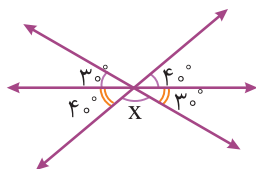


پرسش‌های چهارگزینه‌ای

گزینه (۳)

گزینه (۲)

$$\frac{\overline{AC} + \overline{DF}}{\overline{AE} - \overline{AB}} = \frac{2\overline{AB} + 2\overline{AB}}{4\overline{AB} - \overline{AB}} = \frac{4\overline{AB}}{3\overline{AB}} = \frac{4}{3}$$

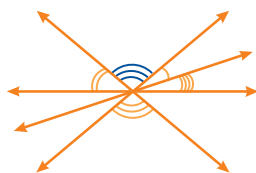


$$x + 30^\circ + 40^\circ = 180^\circ \Rightarrow x + 70^\circ = 180^\circ \Rightarrow x = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$$

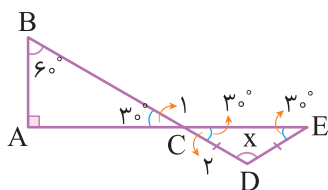
گزینه (۳)

گزینه (۴)

زاویه نیم صفحه، 180° است.



گزینه (۴)



$$\triangle ABC: 90^\circ + 60^\circ + \hat{C}_1 = 180^\circ \Rightarrow \hat{C}_1 = 180^\circ - 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$$

زاویه‌های متقابل به رأس: $\hat{C}_1 = \hat{C}_2 = 30^\circ$

مثلث DCE متساوی الساقین است. $\Rightarrow \hat{E} = 30^\circ$, $x + 30^\circ + 30^\circ = 180^\circ \Rightarrow x = 120^\circ$

گزینه (۲)

$$50^\circ + x + 10^\circ + 180^\circ - 4x = 180^\circ \Rightarrow -3x + 240^\circ = 180^\circ \Rightarrow -3x = 180^\circ - 240^\circ = -60^\circ \Rightarrow x = \frac{-60^\circ}{-3} = 20^\circ$$

گزینه (۷)

گزینه (۸)

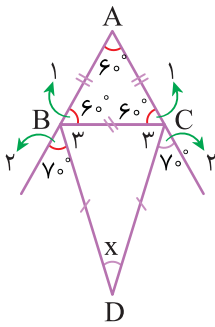
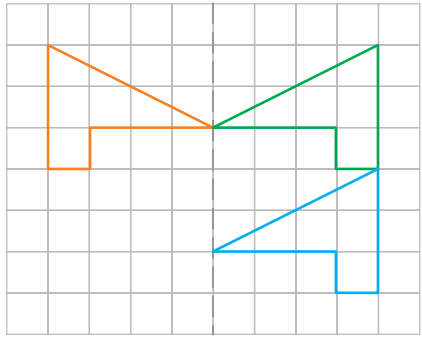
گزینه (۱)

$$\begin{cases} y = x - 5 \\ 2x - 10 = x \end{cases} \Rightarrow y = x - 5 = 10 - 5 = 5$$

گزینه (۴)



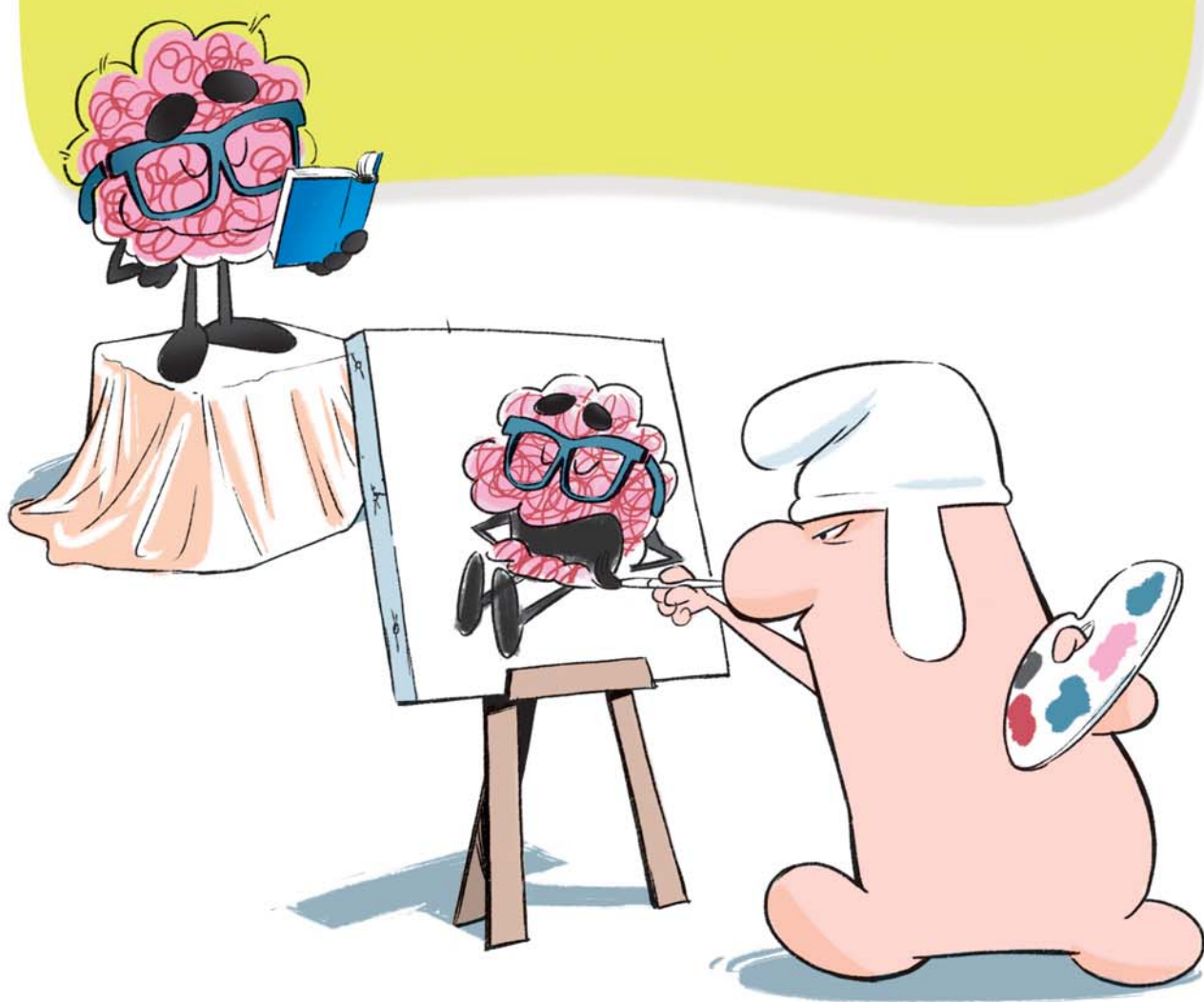
امتحان فصل چهارم

۱	(الف) <input checked="" type="checkbox"/> (ب) <input checked="" type="checkbox"/> (پ) <input checked="" type="checkbox"/> (ت) <input checked="" type="checkbox"/>	۱
۱	(الف) دو نقطه (ب) متساوی الاضلاع (پ) 40° (ت) برابر	۲
۲	(الف) $\frac{2}{3}$ (ب) $\frac{x-y=2^\circ}{x+y=9^\circ} \Rightarrow x = \frac{9^\circ+2^\circ}{2} = 5.5^\circ$ (ت) مستطیل	۳
۲	(الف) $AN = \frac{1}{3} NB$ (ب) $\overline{AN} + \overline{MB} = \overline{NB}$ (ت) $\overline{AM} - \overline{AN} + \overline{MB} = \overline{NB}$	۴
۲	۵ = حداکثر $x \Rightarrow x < 3+3=6$ = طول قاعده مثلث	۵
۲	$y\hat{O}z$ نیمساز $Ox \Rightarrow y\hat{O}z = 2 \times 7^\circ = 14^\circ$, $y\hat{O}u$ نیمساز $Ot \Rightarrow y\hat{O}t = t\hat{O}u$ $2y\hat{O}t + 14^\circ = 180^\circ \Rightarrow 2y\hat{O}t = 180^\circ - 14^\circ = 166^\circ \Rightarrow y\hat{O}t = 83^\circ$, $t\hat{O}z = y\hat{O}t + y\hat{O}z = 180^\circ$	۶
۲	$4x + 3x + 2x = 180^\circ \Rightarrow 9x = 180^\circ \Rightarrow x = \frac{180^\circ}{9} = 20^\circ$ $y + 2x = 180^\circ \Rightarrow y + 40^\circ = 180^\circ \Rightarrow y = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$	۷
۲	 <p> $\triangle ABC$ (متساوی الاضلاع) $\Rightarrow \hat{A} = \hat{B}_1 = \hat{C}_1 = 60^\circ$ $\triangle DBC$ (متساوی الساقین) $\Rightarrow \hat{C}_2 = \hat{B}_2$ $\hat{C}_2 + 70^\circ + 60^\circ = 180^\circ \Rightarrow \hat{C}_2 = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ \Rightarrow \hat{B}_2 = \hat{C}_2 = 50^\circ$ $\triangle DBC: x + \hat{B}_2 + \hat{C}_2 = 180^\circ \Rightarrow x + 100^\circ = 180^\circ \Rightarrow x = 80^\circ$ </p>	۸
۲	 <p>d</p>	۹

۱		۱۰
۱	$A \xrightarrow{\text{تقارن}} B \xrightarrow{\substack{۳ \text{ واحد انتقال به پایین} \\ ۵ \text{ واحد انتقال به چپ}}} C$	۱۱
۲	$2y + 1 = y + 4 \Rightarrow 2y - y = 4 - 1 \Rightarrow y = 3$ $3x = 45^\circ \Rightarrow x = \frac{45^\circ}{3} = 15^\circ$	۱۲

فصل پنجم

شمارنده‌ها و اعداد اول



درس اول: عدد اول



تمرین

درست یا نادرست

- (الف) (ب) (پ) (ت) (ث)

کامل کنید

- (الف) همان عدد (ب) ۱ (پ) ۲ (ت) ۹۷ (ث) ۱۰۱

پرسش‌های دو گزینه‌ای

- (الف) گزینه (۱) (ب) گزینه (۱) (پ) گزینه (۲) (ت) گزینه (۲) (ث) گزینه (۲)

تمرین‌های تشریحی

(۱)

(الف) ۴۸: ۱, ۲, ۳, ۴, ۶, ۸, ۱۲, ۱۶, ۲۴, ۴۸

(ب) ۷۲: ۱, ۲, ۳, ۴, ۶, ۸, ۹, ۱۲, ۱۸, ۲۴, ۳۶, ۷۲

(پ) ۸۱: ۱, ۳, ۹, ۲۷, ۸۱

(ت) ۱۲۴: ۱, ۲, ۴, ۳۱, ۶۲, ۱۲۴

(۲)

حالت‌های ممکن: $\begin{cases} ۱, ۷۲ & ۲, ۳۶ \\ ۳, ۲۴ & ۴, ۱۸ \\ ۶, ۱۲ & ۸, ۹ \end{cases}$, ۷۲: ۱, ۲, ۳, ۴, ۶, ۸, ۹, ۱۲, ۱۸, ۲۴, ۳۶, ۷۲

(۳) ۳ حالت

تعداد کل نفرات: $۶ \times ۳ + ۴ \times ۲ + ۲ \times ۱۱ = ۱۸ + ۸ + ۲۲ = ۴۸$

۴۸: ۱, ۲, ۳, ۴, ۶, ۸, ۱۲, ۱۶, ۲۴, ۴۸

$\Rightarrow ۶, ۸, ۱۲$: تعداد نفرات هر گروه یکی از اعداد مقابل است $\begin{cases} ۴۸ \div ۶ = ۸ \text{ گروه} \rightarrow \text{گروه ۶ نفره} \\ ۴۸ \div ۸ = ۶ \text{ گروه} \rightarrow \text{گروه ۸ نفره} \\ ۴۸ \div ۱۲ = ۴ \text{ گروه} \rightarrow \text{گروه ۱۲ نفره} \end{cases}$



۴

الف) اول

ب) اول

پ) مرکب

ت) اول

ث) مرکب

ج) مرکب

۵) ۸۳, ۸۹, ۹۷

۶) الف) ۲, ۶ و ۸

ب) ۹, ۱۶ و ۲۵

۷) خیر، زیرا حاصل ضرب دو عدد اول بیشتر از ۲ شمارنده دارد.

۸) خیر، $۱۰۰۱ = ۷ \times ۱۱ \times ۱۳$

۹) چون ۲۶۵ فرد است، بنابراین یکی از این دو عدد برابر ۲ است، پس $x = ۲$ و $y = ۲۶۳$

$$xy = ۲ \times ۲۶۳ = ۵۲۶$$

۱۰) چون ۹۲۲ زوج است، بنابراین یکی از این دو عدد ۲ است، پس $x = ۲$ و $y = \frac{۹۲۲}{۲} = ۴۶۱$

$$x + y = ۲ + ۴۶۱ = ۴۶۳$$

۱۱)

$$\begin{cases} ۱۰۰ \div ۲۵ = ۴ \\ ۳۶ \div ۱۲ = ۳ \Rightarrow \text{تعداد کل جعبه‌ها} = ۴ \times ۳ \times ۶ = ۷۲ \\ ۳۰ \div ۵ = ۶ \end{cases}$$

تمرین‌های ویژه

۱)

$$۴۰: ۱, ۲, ۴, ۵, ۸, ۱۰, ۲۰, ۴۰$$

$$۴۰ - ۷۰ = ۲۰ = \text{عدد جا افتاده} , ۱ + ۲ + ۴ + ۵ + ۸ + ۱۰ + ۲۰ + ۴۰ = ۹۰ = \text{مجموع کل شمارنده‌های عدد } ۴۰$$

۲)

$$۱۱, ۱۳, ۱۷, ۱۹, \cancel{۲۳}, \cancel{۲۹}, ۳۱, ۳۷, \cancel{۴۱}, \cancel{۴۳}, \cancel{۴۷}, ۵۳, ۵۹, \cancel{۶۱}, \cancel{۶۷}, ۷۱, ۷۳, ۷۹, \cancel{۸۳}, \cancel{۸۹}, ۹۷$$

$$\text{تعداد اعداد مورد نظر } ۲۱ - ۹ = ۱۲$$

درس دوم: شماره اول



تمرین

درست یا نادرست

- (الف) (ب) (پ) (ت) (ث)

کامل کنید

- (الف) ۳ (ب) ۱۳ (پ) ۳ (ت) ۸ (ث) $\frac{10}{33}$

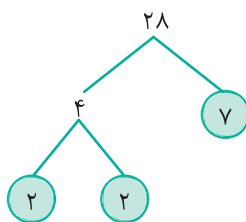
پررشتن های دو گزینه ای

- (الف) گزینه (۲) (ب) گزینه (۱) (پ) گزینه (۱) (ت) گزینه (۱) (ث) گزینه (۱)

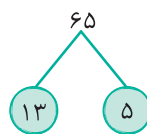
تمرین های تشریحی

۱

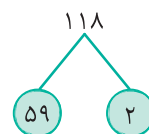
(الف) $28 = 2 \times 2 \times 7$



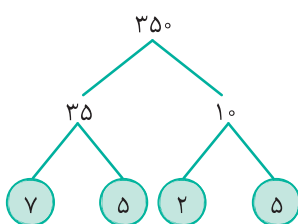
(ب) $65 = 13 \times 5$



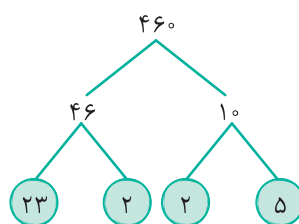
(پ) $118 = 2 \times 59$



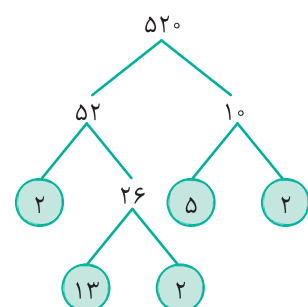
(ت) $350 = 7 \times 5 \times 2 \times 5$



(ث) $460 = 23 \times 2 \times 2 \times 5$



(ج) $520 = 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 13$





۲

$$۱۴ = ۲ \times ۷, \quad ۲۸ = ۲ \times ۲ \times ۷, \quad ۵۶ = ۲ \times ۲ \times ۲ \times ۷, \quad ۹۸ = ۲ \times ۷ \times ۷$$

$$a = ۴ \times ۶ \times ۱۰ = (۲ \times ۲) \times (۲ \times ۳) \times (۲ \times ۵)$$

۳

الف) ۲، ۳ و ۵

ب) ۴، ۶، ۸، ۱۰ و ۱۲

۴

$$۹۰ = ۲ \times ۳ \times ۳ \times ۵$$

۵

الف) $۱۸ = ۲ \times ۳ \times ۳$

$$۱۸: ۱, ۲, ۳, ۶, ۹, ۱۸$$

ب) $۲۰ = ۲ \times ۲ \times ۵$

$$۲۰: ۱, ۲, ۴, ۵, ۱۰, ۲۰$$

پ) $۳۰ = ۲ \times ۳ \times ۵$

$$۳۰: ۱, ۲, ۳, ۵, ۶, ۱۰, ۱۵, ۳۰$$

ت) $۴۰ = ۲ \times ۲ \times ۲ \times ۵$

$$۴۰: ۱, ۲, ۴, ۵, ۸, ۱۰, ۲۰, ۴۰$$

ث) $۵۰ = ۲ \times ۵ \times ۵$

$$۵۰: ۱, ۲, ۵, ۱۰, ۲۵, ۵۰$$

ج) $۶۴ = ۲ \times ۲ \times ۲ \times ۲ \times ۲$

$$۶۴: ۱, ۲, ۴, ۸, ۱۶, ۳۲, ۶۴$$

چ) $۶۸ = ۲ \times ۲ \times ۱۷$

$$۶۸: ۱, ۲, ۴, ۱۷, ۳۴, ۶۸$$

ح) $۷۲ = ۲ \times ۲ \times ۲ \times ۳ \times ۳$

$$۷۲: ۱, ۲, ۴, ۶, ۸, ۹, ۱۲, ۱۸, ۲۴, ۳۶, ۷۲$$

خ) $۸۰ = ۲ \times ۲ \times ۲ \times ۲ \times ۵$

$$۸۰: ۱, ۲, ۴, ۵, ۸, ۱۰, ۱۶, ۲۰, ۴۰, ۸۰$$

د) $۸۸ = ۲ \times ۲ \times ۲ \times ۱۱$

$$۸۸: ۱, ۲, ۴, ۸, ۱۱, ۲۲, ۴۴, ۸۸$$

ذ) $۱۰۰ = ۲ \times ۲ \times ۵ \times ۵$

$$۱۰۰: ۱, ۲, ۴, ۵, ۱۰, ۲۰, ۲۵, ۵۰, ۱۰۰$$

ر) $۱۲۰ = ۲ \times ۲ \times ۲ \times ۳ \times ۵$

$$۱۲۰: ۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶, ۸, ۱۰, ۱۲, ۱۵, ۲۰, ۲۴, ۳۰, ۴۰, ۶۰, ۱۲۰$$

۶

الف) $\frac{۵۵}{۳۳} = \frac{۵ \times ۱۱}{۳ \times ۱۱} = \frac{۵}{۳}$

ب) $\frac{۱۴۴}{۳۹۰} = \frac{۲ \times ۲ \times ۲ \times ۲ \times ۳ \times ۳}{۲ \times ۳ \times ۵ \times ۱۳} = \frac{۲ \times ۲ \times ۲ \times ۳}{۵ \times ۱۳} = \frac{۲۴}{۶۵}$

۷

$$\frac{۷۸}{۱۰۵} = \frac{۲ \times ۳ \times ۱۳}{۳ \times ۷ \times ۵} = \frac{۲ \times ۱۳}{۷ \times ۵} = \frac{۲۶}{۳۵}$$

ساده‌نشده $\frac{۱۵۴}{۱۹۵} = \frac{۲ \times ۷ \times ۱۱}{۳ \times ۵ \times ۱۳}$

۸

$$\frac{۴}{۷} = \frac{۴۰}{۷۰} = \frac{۲۴}{۴۲} = \frac{۸}{۱۴}$$

۹) الف) خیر، چون صورت و مخرج کسر شمارنده‌های مشترکی ندارند.

ب) بله، چون در صورت و مخرج کسر شمارنده ۲ موجود است.

۱۰) الف) $۲۱۰ = ۲ \times ۳ \times ۵ \times ۷$

ب) $۱۵۰۱۵ = ۳ \times ۵ \times ۷ \times ۱۱ \times ۱۳$

تمرین‌های ویژه

۹۴۳ = ۲۳ × ۴۱

۱

۲

۱۸: ۱, ۲, ۳, ۶, ۹, ۱۸

$$\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{9} + \frac{1}{18} = \frac{18+9+6+3+2+1}{18} = \frac{39}{18} = \frac{3 \times 13}{2 \times 3 \times 3} = \frac{13}{2 \times 3} = \frac{13}{6}$$

۲۴: ۱, ۲, ۳, ۴, ۶, ۸, ۱۲, ۲۴

$$\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{8} + \frac{1}{12} + \frac{1}{24} = \frac{24+12+8+6+4+3+2+1}{24} = \frac{60}{24} = \frac{2 \times 2 \times 3 \times 5}{2 \times 2 \times 2 \times 3} = \frac{5}{2}$$

توجه کنید ۳ $\frac{Y}{12} = \frac{Y \times X}{12 \times X}$ که X شماره‌نده مشترک صورت و مخرج است. اکنون با توجه به اطلاعات مسئله

$$12X + 7X = 76 \Rightarrow 19X = 76 \Rightarrow X = \frac{76}{19} = 4, \quad \frac{Y}{12} = \frac{Y \times 4}{12 \times 4} = \frac{28}{48}$$



درس سوم: بزرگ‌ترین شمارنده مشترک



تمرین

درست یا نادرست

الف) (الف) درست نادرست
ب) (ب) درست نادرست
پ) (پ) درست نادرست
ت) (ت) درست نادرست
ج) (ج) درست نادرست

کامل کنید

الف) (الف) ۱
ب) (ب) a
پ) (پ) ۱
ت) (ت) ۱۱۰
ث) (ث) ۱

پرسش‌های دو گزینه‌ای

الف) (الف) گزینه (۱)
ب) (ب) گزینه (۲)
پ) (پ) گزینه (۲)
ت) (ت) گزینه (۱)
ث) (ث) گزینه (۱)

تمرین‌های تشریحی

۱
الف

شمارنده‌های مشترک ۴۲ و ۵۶: ۱, ۲, ۷, ۱۴

ب

شمارنده‌های مشترک ۱۲۰ و ۱۸۰: ۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶, ۱۰, ۱۲, ۱۵, ۲۰, ۳۰, ۶۰

۲

$$\begin{cases} \text{بزرگ‌ترین مقسوم علیه مشترک} = ۳۰ \\ \text{کوچک‌ترین مقسوم علیه مشترک} = ۱ \end{cases} \Rightarrow ۳۰ - ۱ = ۲۹$$

۳

پ) (پ) $(۹۰, ۱۵۰) = ۳۰$

ب) (ب) $(۴۰, ۴۸) = ۸$

الف) (الف) $(۳۰, ۳۶) = ۶$

ث) (ث) $(۶۵, ۹۵, ۱۱۵) = ۵$

ت) (ت) $(۸۰, ۱۲۰, ۲۰۰) = ۴۰$

۴

الف) $((12, 15), 20) = (3, 20) = 1$

ب) $((16, 30), (45, 50)) = (2, 5) = 1$

۵

الف) $(40, 40) = 40$

ب) $(20, 20) = 20$

پ) $(1, 30) = 1$

ت) $(7, 14) = 7$

ث) $(23, 40) = 1$

ج) $(1400, 5) = 5$

چ) $(101, 103) = 1$

۶

الف) $(a, c) = a$

ب) $\frac{(a, 1)}{(b, 1)} = \frac{1}{1} = 1$

پ) $\frac{(a, c) + (b, c)}{(a, a) + (b, b)} = \frac{a+b}{a+b} = 1$

۷

$42 = 2 \times 3 \times 7$, $18 = 2 \times 3 \times 3$

$= 6$ = بزرگ‌ترین پیمانه , $1, 2, 3, 6$ یا $1, 2, 3$ = شماره‌های مشترک 18 و 42 = پیمانه‌های مناسب

۸

$= 4$ = بزرگ‌ترین پیمانه $(8, 12, 24)$

۹

الف) شماره‌های 20 : $1, 2, 4, 5, 10, 20$

ب) شماره‌های 30 : $1, 2, 3, 5, 10, 15, 30$

پ) شماره‌های مشترک 20 و 30 عبارتند از: $1, 2, 5, 10$

ت)

چادرهای 10 نفره مناسب هستند $\Rightarrow (20, 30) = 10$

5 عدد چادر لازم است $\Rightarrow 20 + 30 = 50 = 5 \times 10$ = تعداد کل دانش‌آموزان

۱۰

الف

$\left\{ \begin{array}{l} \text{شماره‌های } 50: 1, 2, 5, 10, 25, 50 \\ \text{شماره‌های } 90: 1, 2, 3, 5, 6, 9, 10, 15, 18, 30, 45, 90 \end{array} \right. \Rightarrow \text{طول کف پوش‌ها: } 1, 2, 5 \text{ یا } 10$

ب)

$(50, 90) = 10$ = حداکثر طول کف پوش‌های مربعی

$\text{حداقل تعداد کف پوش} = \frac{\text{مساحت کل}}{\text{مساحت کف پوش‌های مربعی}} = \frac{50 \times 90}{10 \times 10} = 45$

۱۱

الف

$\left\{ \begin{array}{l} \text{شماره‌های } 30: 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30 \\ \text{شماره‌های } 45: 1, 3, 5, 9, 15, 45 \\ \text{شماره‌های } 60: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60 \end{array} \right. \Rightarrow \text{طول تکه سیم‌ها: } 1, 3, 5 \text{ یا } 15$



ب

$$(30, 45, 60) = 15 \Rightarrow \begin{cases} 30 \div 15 = 2 \text{ تکه} \\ 45 \div 15 = 3 \text{ تکه} \\ 60 \div 15 = 4 \text{ تکه} \end{cases} \Rightarrow \text{حداقل تعداد تکه‌سیم‌ها} = 2 + 3 + 4 = 9$$

۱۲

الف

$$\begin{cases} 18: 1, 2, 3, 6, 9, 18 \\ 28: 1, 2, 4, 7, 14, 28 \\ 40: 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40 \end{cases} \Rightarrow 2 \text{ یا } 1 = \text{ابعاد مکعب‌ها}$$

ب

$$(18, 28, 40) = 2 \Rightarrow \begin{cases} 18 \div 2 = 9 \\ 28 \div 2 = 14 \\ 40 \div 2 = 20 \end{cases} \Rightarrow \text{حداقل تعداد مکعب‌ها} = 9 \times 14 \times 20 = 2520$$

تمرین‌های ویژه

۱

$$\begin{cases} \frac{a}{b} = \frac{3}{5} \\ (a, b) = 4 \end{cases} \xrightarrow[\text{ساده‌شدنی نیست}]{\text{چون کسر } \frac{3}{5}} \frac{a}{b} = \frac{3 \times 4}{5 \times 4} = \frac{12}{20} \Rightarrow \begin{cases} a = 12 \\ b = 20 \end{cases}$$

۲ با توجه به فرض مسئله $a \neq b$ و $(a, b) = 5$. چون ۵ بزرگ‌ترین شمارنده مشترک a و b است، کفایت $a = 5$ و $b = 10$ تا مجموع a و b حداقل باشند. بنابراین $a + b = 10 + 5 = 15$.

۳

$$700 = 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 7$$

$$\begin{cases} a = 700 \\ b = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} a = 175 \\ b = 4 \end{cases} \quad \begin{cases} a = 25 \\ b = 28 \end{cases} \quad \begin{cases} a = 100 \\ b = 7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = 1 \\ b = 700 \end{cases} \quad \begin{cases} a = 4 \\ b = 175 \end{cases} \quad \begin{cases} a = 28 \\ b = 25 \end{cases} \quad \begin{cases} a = 7 \\ b = 100 \end{cases}$$

درس چهارم: کوچکترین مضرب مشترک



تمرین

درست یا نادرست



- (الف) (ب) (پ) (ت) (ث)

کامل کنید

- (الف) a (ب) حاصل ضرب (پ) حاصل ضرب (ت) ۲۱۶۰ (ث) ۳۰۰

پرسش‌های دو گزینه‌ای

- (الف) گزینه (۱) (ب) گزینه (۲) (پ) گزینه (۲) (ت) گزینه (۱) (ث) گزینه (۲)

تمرین‌های تشریحی

(۱)

۱۰, ۱۵, ۲۰, ۲۵, ۳۰, ۳۵, ۴۰, ۴۵, ۵۰, ۵۵, ۶۰, ۶۵, ۷۰, ۷۵, ۸۰, ۸۵, ۹۰, ۹۵

(۲) بله، چون مضرب‌های یک عدد طبیعی از ضرب کردن عددهای طبیعی در این عدد به دست می‌آیند و عددهای طبیعی را هر چقدر که بخواهیم می‌توانیم ادامه دهیم.

(۳)

- (الف) $[۴, ۵] = ۲۰$ (ب) $[۶, ۸] = ۲۴$ (پ) $[۱۲, ۱۸] = ۳۶$ (ت) $[۲۰, ۸۰] = ۸۰$
 (ث) $[۳۰, ۵۰] = ۱۵۰$ (ج) $[۱۹, ۳۱] = ۵۸۹$ (د) $[۲۲, ۴۵] = ۹۹۰$ (ه) $[۹, ۱۲, ۱۵] = ۱۸۰$

(۴)

$[۱۰, ۱۵] = ۳۰$

مضرب‌های مشترک ۱۰ و ۱۵: $۳۰, ۳۰ \times ۲, ۳۰ \times ۳, ۳۰ \times ۴, \dots$
 $۶۰ \quad ۹۰ \quad ۱۲۰$



۵

الف) $\frac{3}{4} + \frac{5}{8} = \frac{6}{8} + \frac{5}{8} = \frac{6+5}{8} = \frac{11}{8}$

ب) $\frac{6}{7} - \frac{1}{3} = \frac{18}{21} - \frac{7}{21} = \frac{18-7}{21} = \frac{11}{21}$

پ) $\frac{7}{12} + \frac{11}{16} = \frac{28}{48} + \frac{33}{48} = \frac{28+33}{48} = \frac{61}{48}$

ت) $\frac{17}{20} - \frac{13}{30} = \frac{51}{60} - \frac{26}{60} = \frac{25}{60} = \frac{5 \times 5}{12 \times 5} = \frac{5}{12}$

$[2, 3] = 6$

۶) اعدادی هم بر ۲ و هم بر ۳ بخش‌پذیر که مضرب ک.م.م. ۲ و ۳ باشند.

(۸ عدد) $12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54$: مضرب‌های دورقمی کوچک‌تر از ۶۰ عدد ۶

۷) ک.م.م. دو عدد اول برابر حاصل‌ضرب آن‌هاست. بنابراین جواب مسئله ۱۴۳ است.

۸

$[6, 18, 96] = 288$, مضرب‌های ۲۸۸: $288, 576, 864, 1152, \dots$

پس ۸۶۴ بزرگ‌ترین عدد سه‌رقمی است که بر ۶، ۸ و ۹۶ بخش‌پذیر است.

۹

الف) $[(17, 19), 16] = [1, 16] = 16$

ب) $(20, 30) \times [3, 7] = 10 \times 21 = 210$

پ) $\frac{[(18, 6), (17, 29)]}{[(24, 12), [2, 3)]} = \frac{[6, 1]}{(24, 6)} = \frac{6}{6} = 1$

ت) a و b اعداد اول مختلف هستند $\Rightarrow \frac{[a, b]}{(a, b)} = \frac{ab}{1} = ab$

۱۰

بعد از ۱۰۵ ثانیه هر دو با هم به همان نقطه شروع می‌رسند $\Rightarrow [21, 35] = 105$

$$\begin{cases} 105 \div 21 = 5 \Rightarrow \text{حسین ۵ دور دویده} \\ 105 \div 35 = 3 \Rightarrow \text{امید ۳ دور دویده} \end{cases}$$

۱۱

$[4, 6] = 12$, مضرب‌های ۱۲: $12, 24, 36, \dots$

بنابراین در عدد ۲۴ این دو مهره برای دومین بار کنار هم قرار می‌گیرند.

۱۲) الف) کفایت به ک.م.م. ۱۸ و ۲۴، سه واحد اضافه کنیم

عدد مورد نظر $= [24, 18] + 3 = 72 + 3 = 75$

ب) کفایت به مضرب مناسب ک.م.م. ۱۲ و ۱۵، سه واحد اضافه کنیم

عدد مورد نظر $= k [12, 15] + 4 = k60 + 4 \xrightarrow{k=2} 120 + 4 = 124$
مضرب مناسب

۱۳

۶۰ دقیقه بعد دو اتوبوس به‌طور هم‌زمان از این دو خط حرکت خواهند کرد $\Rightarrow [20, 30] = 60$

بنابراین ساعت ۱ بعد از ظهر دو اتوبوس از این دو خط حرکت خواهند کرد.

۱۴

$$\begin{cases} (80, a) = 16 \\ [80, a] = 720 \end{cases} \Rightarrow 80a = 16 \times 720 \Rightarrow a = \frac{16 \times 720}{80} = 144$$

۱۵

$xy = (x, y) \times [x, y]$
مساحت مستطیل
 $xy = 7 \times 140 = 980$

۱۶

$$\begin{cases} (x, 18) = 6 \\ [x, 18] = 126 \end{cases} \Rightarrow 18x = 6 \times 126 \Rightarrow x = \frac{6 \times 126}{18} \Rightarrow x = 42$$

۱۷

$$(a, b) \times [a, b] = ab \Rightarrow ab = 9 \times 9 = 81$$

۱۸

$$(50, 50, 75) = 25$$

$$\begin{cases} 50 \div 25 = 2 \\ 50 \div 25 = 2 \Rightarrow \text{کمترین تعداد مکعب های مساوی} : 2 \times 2 \times 3 = 12 \\ 75 \div 25 = 3 \end{cases}$$

۱۹

$$[3, 6, 7] = 42, \quad \text{مضرب های } 42: 42, 84, 126, 168, \dots$$

چون همواره ۲ خودکار باقی می ماند، به هر مضرب ۴۲، ۲ واحد اضافه می کنیم. به این ترتیب
عدد مورد نظر $= 126 + 2 = 128$



تمرین‌های ویژه

۱

شمارنده‌های ۴۸: ۱, ۲, ۳, ۴, ۶, ۸, ۱۲, ۱۶, ۲۴, ۴۸

حداکثر مجموع $۲۴ + ۴۸ = ۷۲$, $[۲۴, ۴۸] = ۴۸$

۲

عدد مورد نظر $= [۲۶۴, ۱۶۰] + ۴ = ۵۲۸۰ + ۴ = ۵۲۸۴$

۳

$$ab = (a, b) \times [a, b] = ۶ \times ۳۳۶$$

$\Rightarrow \frac{a}{۶} \times \frac{b}{۶} = \frac{۳۳۶ \times ۶}{۶ \times ۶} = ۵۶$ چون a و b مضرب‌های ۶ هستند

کمترین مقدار $a + b =$ شش برابر کمترین مقدار $\frac{a}{۶} + \frac{b}{۶}$

شمارنده‌های ۵۶: ۱, ۲, ۴, ۷, ۸, ۱۴, ۲۸, ۵۶

کمترین مقدار $\frac{a}{۶} + \frac{b}{۶}$ برابر است با $۷ + ۸ = ۱۵$. در نتیجه کمترین مقدار $a + b$ برابر است با $۶ \times ۱۵ = ۹۰$.

۴

$$۱۲۰ = ۲ \times ۲ \times ۲ \times ۳ \times ۵, \quad ۴۰ = ۲ \times ۲ \times ۲ \times ۵$$

تجزیه عدد a شامل حداکثر سه شمارنده ۲، حداکثر یک شمارنده ۵ و دقیقاً یک شمارنده ۳ است. بنابراین عدد a می‌تواند یکی از اعداد زیر باشد:

$$\underbrace{۳, ۶, ۱۲, ۱۵, ۲۴, ۳۰, ۶۰, ۱۲۰}_{\text{عدد ۸}}$$

۵

$$۵۰ = ۲ \times ۵ \times ۵$$

$$\begin{cases} a=۲ \\ b=۲۵ \end{cases} \quad \begin{cases} a=۱۰ \\ b=۲۵ \end{cases} \quad \begin{cases} a=۱ \\ b=۵۰ \end{cases} \quad \begin{cases} a=۵۰ \\ b=۵۰ \end{cases} \quad \begin{cases} a=۲۵ \\ b=۵۰ \end{cases} \quad \begin{cases} a=۱۰ \\ b=۵۰ \end{cases}$$

۶

$$۲۴ = ۲ \times ۲ \times ۲ \times ۳, \quad ۱۴۴ = ۲ \times ۲ \times ۲ \times ۲ \times ۳ \times ۳$$

اعداد مورد نظر باید مضرب‌های ۲۴ بوده و تجزیه‌شان فقط از شمارنده‌های ۲ و ۳ تشکیل شده باشد. بنابراین اعداد مورد نظر ۷۲ و ۴۸ هستند.

پرسش‌های چهارگزینه‌ای

۱ گزینه (۴)

۲ گزینه (۲)

۳ گزینه (۴) چون مجموع دو عدد اول عددی فرد شده است، پس یکی از اعداد ۲ است و دیگری ۵۹.

۴ گزینه (۳)

۵ گزینه (۱)

۶ گزینه (۲)

$$(24, 20) = 4 \Rightarrow \begin{cases} 24 \div 4 = 6 \\ 20 \div 4 = 5 \end{cases} \Rightarrow 6 \times 5 = 30$$

۷ گزینه (۲)

۸ گزینه (۱)

$$a \times 36 = 12 \times 180 \Rightarrow a = \frac{12 \times 180}{36} = 60$$

۹ گزینه (۳)

$$[12, 8] = 24$$

۲۴ مضرب‌های ۲۴: ۲۴, ۴۸, ۷۲, ..., ۹۸۴

۱۰ گزینه (۳)

$$[6, 8] = 24$$

۲۴ مضرب‌های ۲۴: ۲۴, ۴۸, ۷۲, ۹۶, ...

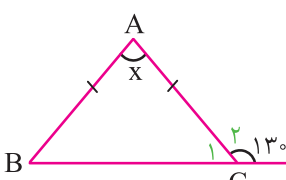
روزهایی که با هم ورزش می‌کنند



امتحان فصل پنجم

۱	الف) <input checked="" type="checkbox"/> (ب) <input checked="" type="checkbox"/> (پ) <input checked="" type="checkbox"/> (ت) <input checked="" type="checkbox"/>	۱
۱	الف) یک (ب) همان عدد (پ) ۹۷ یا ۱ (ت) p و ۱	۲
۲	الف) ۲۷۷ (ب) ۴ (پ) ۳۹۲ (ت) ۱۸	۳
۲	۹۷, ۱۰۱, ۱۰۳, ۱۰۷, ۱۰۹	۴
۱	$۲۶۰ = ۲ \times ۲ \times ۵ \times ۱۳$	۵
۱/۵	$۸۴ = ۲ \times ۲ \times ۳ \times ۷$ شمارنده‌های ۸۴: ۱, ۲, ۳, ۴, ۶, ۷, ۱۲, ۱۴, ۲۱, ۲۸, ۴۲, ۸۴	۶
۱	$\frac{۱۷۵}{۳۸۵} = \frac{۵ \times ۵ \times ۷}{۵ \times ۷ \times ۱۱} = \frac{۵}{۱۱}$	۷
۲	$۴۸ = ۲ \times (۱ + ۴۸) = ۹۸$ بیشترین مقدار محیط \Rightarrow ۱, ۲, ۳, ۴, ۶, ۸, ۱۲, ۱۶, ۲۴, ۴۸	۸
۲	$[۱۲, ۱۵, ۲۰] = ۶۰$ (ت) $(۲۶, ۳۹) = ۱۳$ (پ) $[۵۰, ۱۰۰] = ۱۰۰$ (ب) $(۱۳, ۲۹) = ۱$ (الف)	۹
۲	حدافل تعداد کفیوش‌ها $\Rightarrow ۱۴ \times ۱۵ = ۲۱۰$ $(۷۰, ۷۵) = ۵ \Rightarrow \begin{cases} ۷۰ \div ۵ = ۱۴ \\ ۷۵ \div ۵ = ۱۵ \end{cases}$	۱۰
۲	$[۶, ۹] = ۱۸$ دومین دیدار $۹۰ =$ ششمین دیدار $\Rightarrow ۱۸, ۳۶, ۵۴, ۷۲, ۹۰, \dots$ مضرب‌های ۱۸	۱۱
۱	$\begin{cases} (a, b) \times [a, b] = ab \\ ۶ \times [a, b] = ab \end{cases} \Rightarrow (a, b) = ۶$	۱۲
۱/۵	$[۲۴, ۱۵] = ۱۲۰$ $\frac{۹۵}{۲۴} - \frac{۱۱}{۱۵} = \frac{۹۵ \times ۵}{۱۲۰} - \frac{۱۱ \times ۸}{۱۲۰} = \frac{۴۷۵}{۱۲۰} - \frac{۸۸}{۱۲۰} = \frac{۴۷۵ - ۸۸}{۱۲۰} = \frac{۳۸۷}{۱۲۰}$ $\frac{۳۸۷}{۱۲۰} = \frac{۴۳ \times ۳ \times ۳}{۸ \times ۵ \times ۳} = \frac{۱۲۹}{۴۰}$	۱۳

امتحان نوبت اول

۱	(الف) (×) (ب) (×) (پ) (✓) (ت) (×)	۱															
۱	(الف) مثبت (ب) ۲ (پ) محدب (ت) ۲	۲															
۲	(الف) ششمین (ب) ۳۵ (پ) ۳، ۵ و ۶ (ت) ۹۴	۳															
۲	<table border="1"> <thead> <tr> <th>تعداد دوچرخه‌ها</th> <th>تعداد سه‌چرخه‌ها</th> <th>تعداد چرخ‌ها</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>۱۲</td> <td>۱۵</td> <td>۶۹</td> </tr> <tr> <td>۱۳</td> <td>۱۴</td> <td>۶۸</td> </tr> <tr> <td>۱۴</td> <td>۱۳</td> <td>۶۷</td> </tr> <tr> <td>۱۵</td> <td>۱۲</td> <td>۶۶</td> </tr> </tbody> </table> <p>تعداد دوچرخه‌ها = ۱۵، تعداد سه‌چرخه‌ها = ۱۲</p>	تعداد دوچرخه‌ها	تعداد سه‌چرخه‌ها	تعداد چرخ‌ها	۱۲	۱۵	۶۹	۱۳	۱۴	۶۸	۱۴	۱۳	۶۷	۱۵	۱۲	۶۶	۴
تعداد دوچرخه‌ها	تعداد سه‌چرخه‌ها	تعداد چرخ‌ها															
۱۲	۱۵	۶۹															
۱۳	۱۴	۶۸															
۱۴	۱۳	۶۷															
۱۵	۱۲	۶۶															
۲	۱۳ (الف) -۳۵ (ب)	۵															
۱	$2(2x - 3y) - 3(4x + 2y) - 3x = 4x - 6y - 12x - 6y - 3x = -11x - 12y$	۶															
۲	$-4(-3x + y) + 3(5x - 2y) = 12x - 4y + 15x - 6y = 27x - 10y$ $y = 3$ و $x = -2$ ازای به عبارت جبری به مقدار عبارت $27x(-2) - 10y(3) = -54 - 30 = -84$	۷															
۲	دو عدد طبیعی فرد متوالی: $2a - 1, 2a + 1$ $2a - 1 + 2a + 1 = 144 \Rightarrow 4a = 144 \Rightarrow a = \frac{144}{4} = 36$ دو عدد مورد نظر: $\begin{cases} 2a + 1 = 2 \times 36 + 1 = 73 \\ 2a - 1 = 2 \times 36 - 1 = 71 \end{cases}$	۸															
۱	 <p>$\hat{B} = \hat{C}_1 \Rightarrow$ مثلث ABC متساوی الساقین است. $\hat{C}_1 + \hat{C}_2 = 180^\circ \Rightarrow \hat{C}_1 + 13^\circ = 180^\circ \Rightarrow \hat{C}_1 = 180^\circ - 13^\circ = 167^\circ$ $\triangle ABC: \hat{B} + x + \hat{C}_1 = 180^\circ \xrightarrow{\hat{B} = \hat{C}_1} \hat{C}_1 + x + \hat{C}_1 = 180^\circ$ $167^\circ + x + 167^\circ = 180^\circ \Rightarrow x = 180^\circ - 334^\circ \Rightarrow x = 154^\circ$</p>	۹															



<p>۱</p>		<p>۱۰</p>
<p>۱</p>	<p>الف) $\overline{AD} + \overline{BE} = 6\overline{DE}$ ب) $\overline{AD} - \overline{BC} = \frac{1}{2}\overline{AE}$</p>	<p>۱۱</p>
<p>۲</p>	<p>الف) ۳۱, ۳۷, ۴۱, ۴۳, ۴۷, ۵۳, ۵۹ ب) $[(18, 3), (16, 24)] = [3, 8] = 24$</p>	<p>۱۲</p>
<p>۲</p>	<p>حداکثر حجم ظرف‌های مورد نیاز $= (36, 60) = 12$ لیتر حجم کل $= 36 + 60 = 96$ حداقل تعداد ظرف‌های مورد نیاز $= \frac{96}{12} = 8$</p>	<p>۱۳</p>

فصل ششم

سطح و حجم





درس اول: حجم‌های هندسی



تمرین

درست یا نادرست



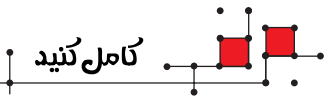
پ) ممکن است حجم منشوری نامنتظم باشد. ❌

ب) ❌

الف) ✔️

ث) ❌

ت) ✔️



کامل کنید

ث) دایره

ت) دو

پ) مقطع زدن

ب) رأس

الف) سطح‌ها

پرسش‌های دو گزینه‌ای

ث) گزینه (۲)

ت) گزینه (۱)

پ) گزینه (۲)

ب) گزینه (۲)

الف) گزینه (۱)

تمرین‌های تشریحی

۱) شکل‌های (الف) و (ت) حجم منشوری هستند. در شکل (الف) قاعده یک دوزنقه است و در شکل (ت)، قاعده یک پنج‌ضلعی نامنتظم است.

۲) الف)

رأس‌ها: $A, A', B, B', C, C', D, D'$

یال‌ها: $AB, BC, CD, DA, A'B', B'C', C'D', D'A', AA', BB', CC', DD'$

قاعده‌ها: $ABCD, A'B'C'D'$

وجه‌های جانبی: $AA'D'D, ABB'A', BCC'B', CDD'C'$

(ب)

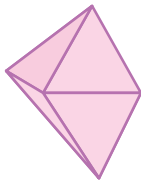
رأسها: M, N, O, P, Q, R, S, T

یالها: $MN, NO, OP, PM, QR, RS, ST, TQ, MQ, NR, PT, OS$

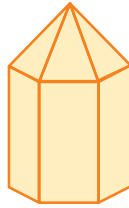
قاعدهها: $MQTP, RSON$

وجههای جانبی: $MNOP, OSTP, RSTQ, MNRQ$

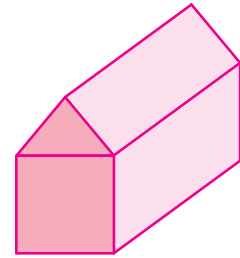
(۳)



(پ)



(ب)



(الف)

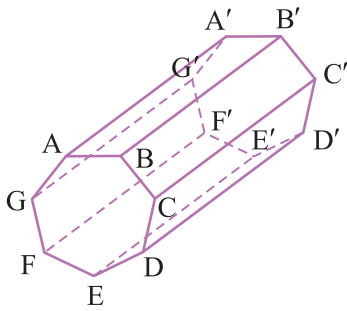
(۴)

رأسها: $A, B, C, D, E, F, G, A', B', C', D', E', F', G'$

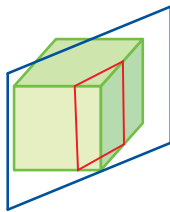
یالها:

$AB, BC, CD, DE, EF, FG, GA, A'B', B'C', C'D', D'E', E'F', F'G', G'A', AA', BB', CC', DD', EE', FF', GG'$

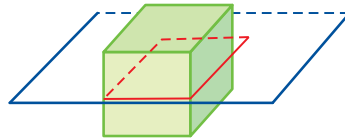
قاعده: $ABCDEFG, A'B'C'D'E'F'G'$



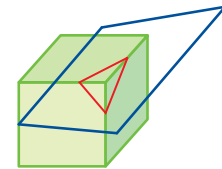
(۵)



(پ)



(ب)



(الف)

(۶)



(پ)



(ب)

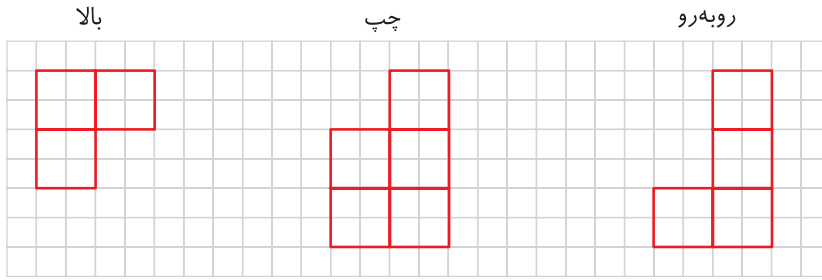


(الف)

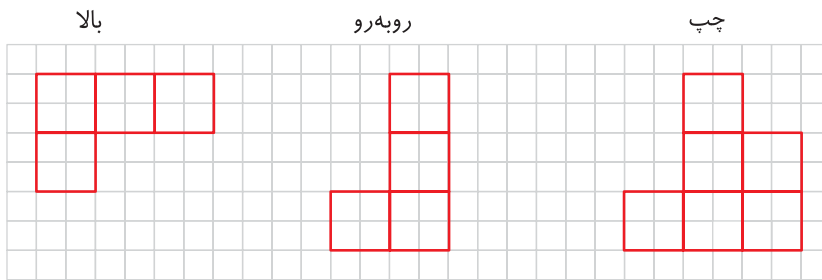


۷ در هر مورد، مشخص کنید حجم داده شده از بالا، روبه‌رو و چپ چگونه دیده می‌شود.

الف

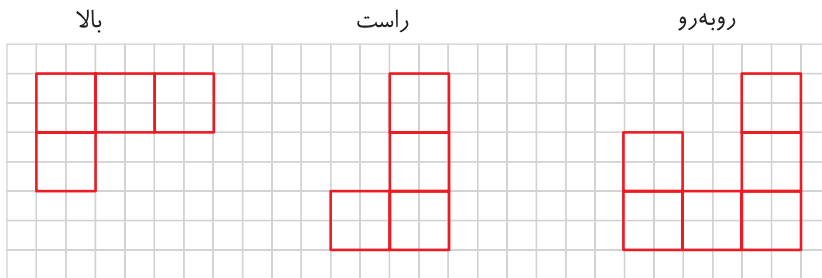


ب

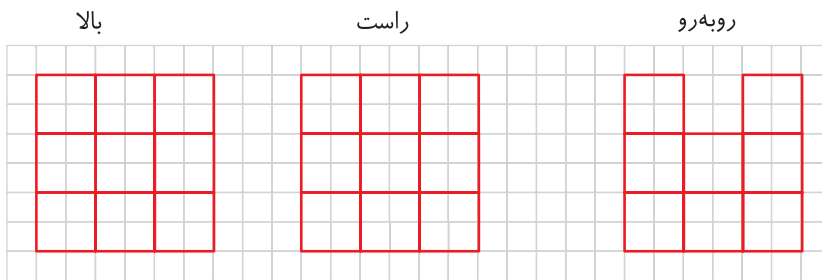


۸

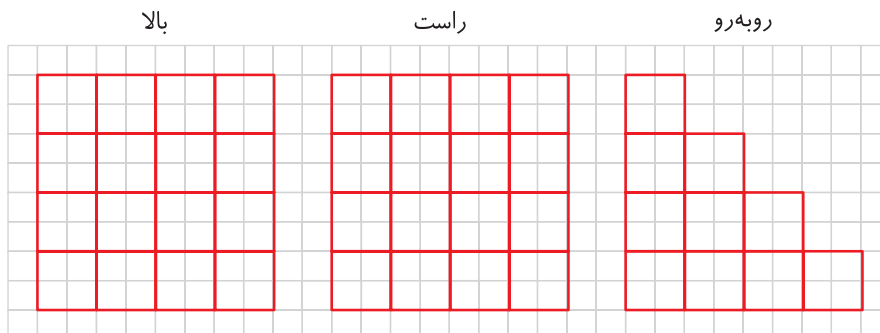
الف



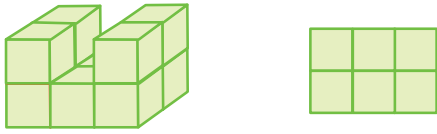
ب



پ



۹ فرض می‌کنیم نمای شکل از بالا به صورت زیر باشد:



۱۰

$$\begin{aligned} 55 \div 5 = 11 &\Rightarrow \text{عرض هر وجه جانبی} = \text{طول ضلع قاعده} \\ 68 - (2 \times 11) = 46 &\Rightarrow \text{طول هر وجه جانبی} \\ 23 \times 11 = 253 &\Rightarrow \text{سانتی‌متر مربع} \end{aligned}$$

۱۱

$$\begin{aligned} 72 \div 6 = 12 &\Rightarrow \text{طول هر وجه جانبی} = \text{طول ضلع قاعده} \\ 48 \div 12 = 4 &\Rightarrow \text{عرض هر وجه جانبی} \\ 2(12 + 4) = 32 &\Rightarrow \text{سانتی‌متر} \end{aligned}$$



درس دوم: محاسبهٔ حجم‌های منشوری



تمرین

درست یا نادرست



(پ)

(ب)

(الف)

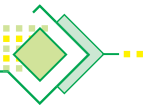
(ت) چهار

(پ) دو

(ب) $2hS$

(الف) $24abc$

پرسش‌های دو گزینه‌ای



(پ) گزینهٔ (۱)

(ب) گزینهٔ (۱)

(الف) گزینهٔ (۱)

تمرین‌های تشریحی

(۱)

شکل (۱):

سانتی‌متر مکعب $100 = 20 \times 5 \Rightarrow$ حجم منشور $, 20 = (4 \times 4) + \frac{1}{2}(4 \times 2) \Rightarrow$ مساحت قاعده

شکل (۲):

سانتی‌متر مکعب $40 = 8 \times 5 \Rightarrow$ حجم منشور $, 8 = 2 \times (\frac{1}{2}(1+3)) \times 2 \Rightarrow$ مساحت قاعده

شکل (۳):

سانتی‌متر مکعب $82/5 = 16/5 \times 5 \Rightarrow$ حجم منشور $, 16/5 = 9 + \frac{1}{2} \times 3 \times 3 + \frac{1}{2} \times 3 \times 2 \Rightarrow$ مساحت قاعده

شکل (۴):

سانتی‌متر مکعب $25 = 5 \times 5 \Rightarrow$ حجم منشور $, 5 = 3 + 4 \times \frac{1}{2} \Rightarrow$ مساحت قاعده

۲

الف

$$۲۰ \times ۴ = ۸۰ \text{ : حجم منشور} , ۳۶ - \left(\frac{1}{2} \times ۵ \times ۲ + \frac{1}{2} \times ۴ \times ۱ + \frac{1}{2} \times ۲ \times ۳ + \frac{1}{2} \times ۳ \times ۴ \right) = ۳۶ - (۵ + ۲ + ۳ + ۶) = ۲۰ , \text{ مساحت قاعده}$$

ب

$$\text{سانتی متر مکعب} ۲۷ \times ۴ = ۱۰۸ \text{ : حجم منشور} , \pi \times (۳)^2 = ۹\pi = ۹ \times ۳ = ۲۷ , \text{ مساحت قاعده}$$

۳

$$۱۲ \times ۱۲ = ۱۴۴ \text{ : حجم منشور} , \frac{1}{2} \times ۴ \times ۶ = ۱۲ , \text{ مساحت قاعده (الف)}$$

$$۱۱ \times ۳ = ۳۳ \text{ : حجم منشور} , \frac{1}{2} \times (۵ + ۶) \times ۲ = ۱۱ , \text{ مساحت قاعده (ب)}$$

$$۳۲/۵ \times ۸ = ۲۶۰ \text{ : حجم منشور} , ۵ \times ۵ + \frac{1}{2} \times ۳ \times ۵ = ۳۲/۵ , \text{ مساحت قاعده (پ)}$$

$$۴۹/۵ \times ۱۰ = ۴۹۵ \text{ : حجم منشور} , ۶ \times ۶ + \frac{1}{2} \pi \times (۳)^2 = ۳۶ + ۱۳/۵ = ۴۹/۵ , \text{ مساحت قاعده (ت)}$$

$$۲۰ \times ۵ = ۱۰۰ \text{ : حجم منشور} , ۸ \times ۳ - (۴ \times ۱) = ۲۰ , \text{ مساحت قاعده (ث)}$$

$$۸ \times ۱۰ = ۸۰ \text{ : حجم منشور} , ۸ \times ۴ - \frac{1}{2} \pi \times (۴)^2 = ۳۲ - ۲۴ = ۸ , \text{ مساحت قاعده (ج)}$$

۴

الف) حجم خواسته شده برابر جمع حجم سه منشور مکعب مستطیل

$$۳ \times ۲ \times ۲ + ۳ \times ۲ \times ۱ + ۳ \times ۲ \times ۱ = ۲۴$$

ب) حجم این شکل برابر مجموع حجم استوانه و حجم دو مکعب مستطیل است.

$$\pi \times (۲/۵)^2 \times ۲۰ + ۵ \times ۵ \times ۱/۵ + ۵ \times ۵ \times ۱/۵ = ۴۵۰$$

۵

الف) حجم خواسته شده برابر حجم مکعب مستطیل بزرگ منهای حجم مکعب مستطیل داخلی:

$$۴ \times ۴ \times ۲ - ۲ \times ۲/۵ \times ۲ = ۳۲ - ۱۰ = ۲۲$$

ب) حجم خواسته شده برابر حجم مکعب مستطیل منهای حجم استوانه داخلی:

$$۳/۵ \times ۳/۵ \times ۴ - \pi \times (۱)^2 \times ۴ = ۴۹ - ۱۲ = ۳۷$$

پ) حجم استوانه بیرونی منهای حجم استوانه درونی برابر حجم مطلوب است.

$$\pi \times (۲)^2 \times ۲۰ - \pi (۱)^2 \times ۲۰ = ۱۸۰$$

ت) حجم مطلوب برابر حجم استوانه با قاعده پنج ضلعی منهای نیم استوانه است:

$$۲۰ \times ۲۰ + \frac{1}{2} \times ۲۰ \times ۱۵ = ۵۵۰ \text{ : مساحت قاعده}$$

$$۵۵۰ \times ۵۰ - \frac{1}{2} \times \pi \times (۵)^2 \times ۵۰ = ۲۵۶۲۵$$

۶

الف

$$۶ \times ۴ \times x = ۱۰۸ \Rightarrow ۲۴x = ۱۰۸ \Rightarrow x = ۴/۵$$

ب

$$\pi \times (۳)^2 \times x = ۱۰۸ \Rightarrow ۲۷x = ۱۰۸ \Rightarrow x = ۴$$



۷

$$2 \times \pi \times 2 = 4\pi = 4 \times 3 = 12$$

$$12 \div 4 = 3 \Rightarrow \text{طول ضلع (قاعده) مربع} = \text{عرض هر وجه جانبی}$$

$$3 \times 3 \times 6 = 54$$

۸ از آنجا که حجم دو شکل برابر است و ارتفاع‌های آن‌ها نیز با توجه به شکل برابر است، بنابراین مساحت قاعده‌های آن‌ها نیز برابر است. بنابراین مساحت قاعده پنج‌پهلوی برابر است با:

$$\pi \times (3)^2 = 9 \times 3 = 27$$

۹

$$\pi \times (1/2)^2 \times 3 = 12/96$$

۱۰

$$2 \times 3 \times 4 = 24$$

$$24 \times 10000 = 240000$$

$$240000 \div 25 = 9600$$

$$9600 \div 60 = 160$$

۱۱

$$\pi \times (8)^2 \times 28 = 5376$$

$$\pi \times (4)^2 \times 7 = 336$$

$$5376 \div 336 = 16$$

۱۲

$$\pi \times (5/3)^2 \times 16 = 4/32$$

$$4/32 \times 1/5 = 6/48$$

$$6/48 = 4 \times 6 / 28 \times x \Rightarrow x = 0/25$$

درس سوم: مساحت جانبی و کل



تمرین

درست یا نادرست

(ت)

(پ)

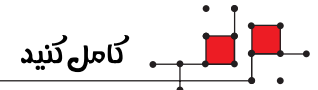
(ب)

(الف)

(پ) شش

(ب) $h \times P$

(الف) مساحت جانبی



پرسش‌های دو گزینه‌ای

(ت) گزینه (۲)

(پ) گزینه (۱)

(ب) گزینه (۱)

(الف) گزینه (۲)

تمرین‌های تشریحی

(۱)

$$۶۰ = ۳ \times (۶ + ۴) \times ۲ = \text{ارتفاع} \times \text{محیط قاعده} = \text{مساحت جانبی مکعب مستطیل}$$

(۲)

$$\text{مساحت هر وجه جانبی} = ۴ \times \text{مساحت جانبی مکعب}$$

$$۳۶ \div ۴ = ۹ = \text{مساحت هر وجه}$$

$$۶ \times ۹ = ۵۴ = \text{مساحت کل}$$

(۳)

$$۲۸۰ = ۲ \times (x + ۸) \times ۱۰ \Rightarrow x + ۸ = ۱۴ \Rightarrow x = ۶$$

$$\text{مساحت کل} = ۲۸۰ + ۲ \times (۶ \times ۸) = ۲۸۰ + ۹۶ = ۳۷۶$$

(۴)

$$\text{سانتی‌متر مکعب} = a \times a \times a = ۶۴$$

$$\text{طول هر ضلع مکعب} = ۴ \Rightarrow \text{مساحت جانبی} = ۴ \times (۴ \times ۴) = ۶۴, \text{ مساحت کل} = ۶ \times (۴ \times ۴) = ۹۶$$



۵

الف) $مساحت\ جانبی = (6 + 8 + 10) \times 15 = 24 \times 15 = 360$ ب) $مساحت\ جانبی = 2 \times (3 + 4) \times 8 = 14 \times 8 = 112$

پ) $مساحت\ جانبی = (2 \times 6) \times 10 = 12 \times 10 = 120$

۶

$حجم\ منشور = مساحت\ قاعده \times ارتفاع = (\frac{1}{2} \times 6 \times 8) \times 30 = 720$

$مساحت\ قاعده = 2 \times (مساحت\ جانبی)$

$مساحت\ کل = (6 + 8 + 10) \times 30 + 2 \times (\frac{1}{2} \times 6 \times 8) = 24 \times 30 + 48 = 768$

۷

$مساحت\ کل\ استوانه = مساحت\ قاعده \times ارتفاع + 2 \times (مساحت\ قاعده) = 2 \times \pi \times (2)^2 \times ارتفاع + 2 \times (\pi \times (2)^2)$

$ارتفاع = 5 \text{ سانتی متر} \Rightarrow ارتفاع + 8\pi = 4\pi \times ارتفاع \Rightarrow ارتفاع = 5$

$حجم\ استوانه = ارتفاع \times مساحت\ قاعده = (\pi \times (2)^2) \times 5 = 20\pi$

۸

$ارتفاع = 4 \Rightarrow 4\pi \times ارتفاع = 2 \times \pi \times 2 \times 6 \Rightarrow ارتفاع = 4$

$حجم\ استوانه = \pi \times (4)^2 \times 6 = 96\pi$

۹

$متر\ مربع = \frac{7}{2} = \frac{6 \times 0}{3 \times 4} = \frac{7}{2}$ مساحت جانبی ستون

$تعداد\ کاشی\ مورد\ نیاز = \frac{7}{2} \div \frac{36}{2} = 20$

۱۰

$حجم\ منشوری = مساحت\ جانبی \times ارتفاع = 6 \times (مساحت\ هر\ مربع) = 6 \times (4 \times 4) = 96$

۱۱

$مساحت\ جانبی\ منشور\ شش\ پهلو = مساحت\ هر\ مستطیل) = 6 \times (4 \times 2) = 48$

۱۲

$مساحت\ جانبی = ارتفاع \times مساحت\ قاعده = (3 \times 3) \times 8 = 72$

۱۳) این شکل گسترده یک استوانه است.

$مساحت\ جانبی = مساحت\ قاعده \times ارتفاع = 2 \times \pi \times 1 \times 10 = 20\pi = 20 \times 3 = 60$

$مساحت\ کل = مساحت\ قاعده\ ها + مساحت\ جانبی = 60 + 2 \times (\pi \times 1^2) = 60 + 2\pi = 60 + 2 \times 3 = 66$

$حجم = ارتفاع \times مساحت\ قاعده = \pi \times 1^2 \times 10 = 3 \times 10 = 30$

۱۴

مساحت جانبی جعبه = مساحت جانبی استوانه

$مساحت\ جانبی\ جعبه = 2 \times \pi \times 4 \times 6 = 48\pi = 48 \times 3 = 144$

۱۵

$مساحت\ جانبی\ غلطک = (2\pi \times 4) \times 20 = 160 \times \pi = 160 \times 3 = 480$

$تعداد\ متر\ مربع\ رنگ\ شده\ دیوار = 480 \times 5 = 2400$

۱۶

$$\pi = 1 \times 5 / 20 \times \pi = \text{مساحت جانبی غلطک}$$

اگر به طور تقریبی π را برابر ۳ در نظر بگیریم، داریم:

$$720 = 6 \times 120 = \text{مساحت کوچه}$$

و غلطک باید ۴ بار روی آن بغلشد.

$$2880 = 4 \times 720 = \text{مساحتی که غلطک باید طی کند}$$

$$960 = 3 \div 2880 = \text{تعداد دفعات چرخش غلطک}$$

۱۷

$$\text{مساحت کل چادر مسافرتی} = \text{مساحت قاعده‌ها} + \text{مساحت جانبی} = 3 \times 2 \times 4 + 2 \times \left(\frac{1}{4} \times 2 \times 1 / 7\right) = 24 + 3/4 = 27/4$$

۱۸

$$192 = 64\pi = 16\pi + 48\pi = \pi \times 4^2 + (2 \times \pi \times 4) \times 6 = \text{مساحت سقف} + \text{مساحت جانبی} = \text{مساحتی که باید رنگ شود}$$

$$1920000 = 192 \times 10000 = \text{هزینه رنگ کردن}$$

۱۹

$$384 = 6 \times (8 \times 8) = \text{مساحت کل مکعب} = \text{میزان مقوای مورد نیاز}$$

۲۰

$$\begin{aligned} \text{مساحت قاعده‌ها} + \text{مساحت جانبی} = \text{حداقل کاغذ کادوی لازم} = \text{مساحت کل مکعب مستطیل} \\ = 2 \times (20 + 30) \times 50 + 2 \times (20 \times 30) = 5000 + 1200 = 6200 \end{aligned}$$

۲۱

الف) مکعب‌های داخلی در این حجم اصلاً رنگ نمی‌شوند که مکعبی به ابعاد ۲ است و تعداد آن برابر است با $2 \times 2 \times 2 = 8$.

ب) تعداد کل مکعب‌ها منهای مکعب‌هایی که اصلاً رنگ نشده‌اند برابر مکعب‌هایی است که حداقل یک وجه‌شان رنگ شده

$$64 - 8 = 56$$

پ) ۲۴ مکعب فقط دو وجه‌شان رنگ می‌شود. مکعب‌های قرار گرفته روی ۱۲ یال و در هر کدام دو مکعب این حالت را دارند. در مجموع ۲۴ مکعب می‌شود.

ت) مکعب‌هایی که به رأس‌ها منتهی می‌شوند. بنابراین ۸ مکعب فقط سه وجه‌شان رنگ می‌شود.



درس چهارم: حجم و سطح



تمرین

درست یا نادرست



ت ✓

پ ✗

ب ✗

الف ✓

پ طول یا عرض

ب مستطیل

الف استوانه

پرسش‌های دو گزینه‌ای

پ گزینه (۲)

ب گزینه (۱)

الف گزینه (۱)

تمرین‌های تشریحی

(۱)

$$x=20, t=6, z=8, y=10$$

(۲)

$$\text{حجم استوانه حول ضلع } 4 \Rightarrow \pi \times 5 \times 5 \times 4 = 100\pi = 100 \times 3 = 300$$

$$\text{حجم استوانه حول ضلع } 5 \Rightarrow \pi \times 4 \times 4 \times 5 = 80\pi = 80 \times 3 = 240$$

حجم استوانه از دوران حول ضلع ۴ بیشتر است.

(۳)

$$\text{حجم مکعب مستطیل به ارتفاع } 8 \Rightarrow 8 \times 3 \times 3 = 72$$

$$\text{حجم مکعب مستطیل به ارتفاع } 12 \Rightarrow 12 \times 2 \times 2 = 48$$

حجم مکعب مستطیل به ارتفاع ۸ بیشتر است.

۴

حجم مکعب مستطیل $= 2 \times 2 \times 6 = 24$

حجم استوانه \Rightarrow محیط قاعده $= 2 \times \pi \times r \Rightarrow 8 = 2 \times 3 \times r \Rightarrow r = \frac{4}{3} \Rightarrow$ حجم استوانه $= \pi \times \frac{4}{3} \times \frac{4}{3} \times 6 = 32$

حجم استوانه بیشتر از مکعب مستطیل است.

۵

شعاع استوانه به ارتفاع ۴ $\Rightarrow 2 \times \pi \times r = 20 \Rightarrow r = \frac{20}{2 \times 3} = \frac{10}{3}$

حجم استوانه به ارتفاع ۴ $\Rightarrow \pi \times \frac{10}{3} \times \frac{10}{3} \times 4 = \frac{400}{3}$

شعاع استوانه به ارتفاع ۵ $\Rightarrow 2 \times \pi \times r = 16 \Rightarrow r = \frac{16}{2 \times 3} = \frac{8}{3}$

حجم استوانه به ارتفاع ۵ $\Rightarrow \pi \times \frac{8}{3} \times \frac{8}{3} \times 5 = \frac{320}{3}$

حجم استوانه به ارتفاع ۴ بیشتر است.

۶

الف

مساحت قاعده‌ها + مساحت جانبی = مساحت کل بسته‌بندی استوانه‌ای

$= (2 \times \pi \times 5) \times 10 + 2 \times \pi \times 5 \times 5 = 100\pi + 50\pi = 150 \times 3 = 450$

مساحت کل بسته‌بندی مکعبی $= 6 \times 10 \times 10 = 600$

در بسته‌بندی استوانه‌ای ورق کمتری مصرف می‌شود.

ب) حمل و نقل بسته‌بندی مکعبی راحت‌تر است و فضای کمتری اشغال می‌کند، زیرا بین بسته‌بندی‌های مکعبی فضای خالی وجود ندارد.

پ

حجم بسته‌بندی استوانه‌ای $= \pi \times 5 \times 5 \times 10 = 250\pi = 250 \times 3 = 750$

حجم بسته‌بندی مکعبی $= 10 \times 10 \times 10 = 1000$

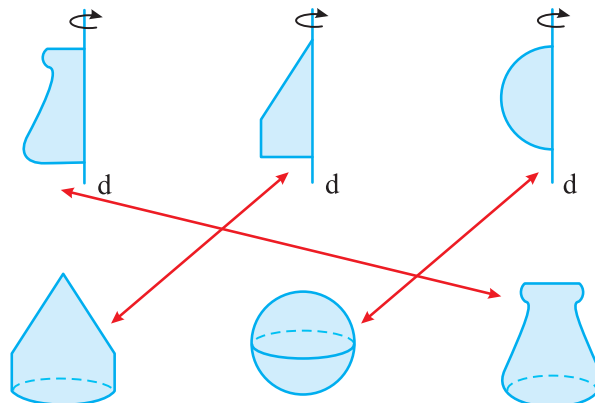
در بسته‌بندی مکعبی روغن بیشتری جای می‌گیرد.

۷

طول ضلع مربع قاعده $= 40 - 5 - 5 = 30$

حجم جعبه شبرینی $= 30 \times 30 \times 5 = 4500$

۸





۹

$$\text{حجم استوانه حاصل از دوران حول ضلع } 2 \Rightarrow \pi \times 6 \times 6 \times 2 = 72\pi$$

$$\text{حجم استوانه حاصل از دوران حول ضلع } 6 \Rightarrow \pi \times 2 \times 2 \times 6 = 24\pi$$

$$\text{نسبت حجم شکل‌های به دست آمده} = \frac{72\pi}{24\pi} = \frac{72}{24} = 3$$

۱۰

$$\text{حجم شکل} = \pi \times 5 \times 5 \times 6 - \pi \times 3 \times 3 \times 6 = 150\pi - 54\pi = 96\pi = 96 \times 3 = 288$$

۱۱

$$\text{حجم صابون مصرف شده} \Rightarrow 4 \times \frac{5}{2} \times \frac{3}{2} = 15$$

$$\text{میزان تغییر حجم} = 25 - 15 = 10$$

$$\text{درصد کاهش حجم} = \frac{10}{25} \times 100 = 40\%$$

پرسش‌های چهارگزینه‌ای

۱ گزینه (۲)

۲ گزینه (۴):

۳ گزینه (۱)

۴ گزینه (۳):

۵ گزینه (۴):

۶ گزینه (۲) $3 \times 8 \times 8 \times 4 = 768$

۷ گزینه (۲)

۸ گزینه (۲)

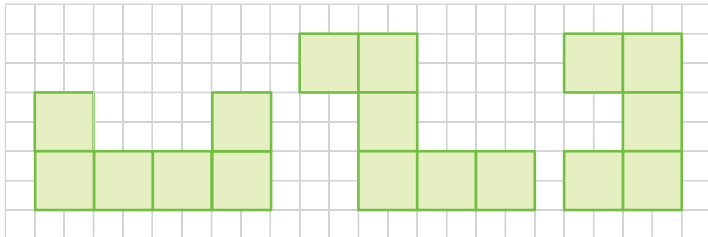
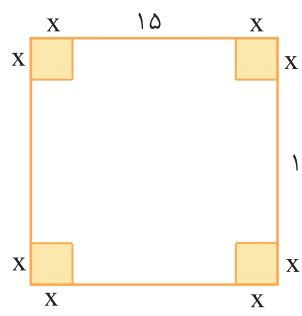
۹ گزینه (۴)

۱۰ گزینه (۳)

$$24 - 15 = 9$$

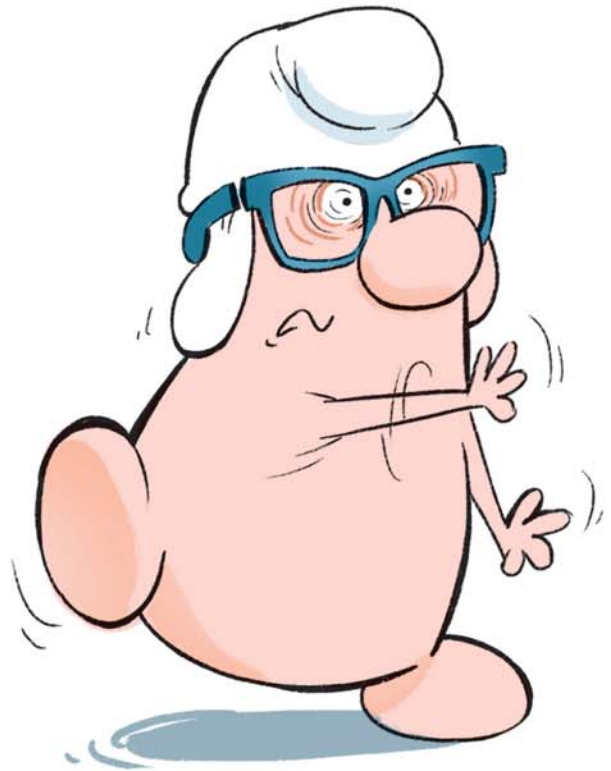
$$\frac{1}{2} \times 5 \times 4 \times x = 120 \Rightarrow x = 12$$

امتحان فصل نهم

۱	(الف) ✓ (ب) ✗ (پ) ✗ (ت) ✗	۱
۱	(الف) هشت (ب) مساحت - ارتفاع (پ) ۹۶	۲
۲	(الف) ۴۰ (ب) ۷۲ (پ) ۶۴ (ت) دایره	۳
۲	ارتفاع × مساحت قاعده = حجم شکل $16 \times 8 = 128$ $2 \times 5 + \frac{1}{2} \times 4 \times 3 = 10 + 6 = 16$ مساحت قاعده	۴
۲	چپ روبه‌رو بالا 	۵
۱/۵	مساحت مربع + مساحت سطح نیم‌استوانه = مساحت جانبی $\frac{1}{2} \times 2 \times \pi \times 10 \times 20 + 20 \times 20$ $= 3 \times 10 \times 20 + 20 \times 20 = 1000$	۶
۲	مساحت قاعده‌ها + مساحت جانبی = مساحت کل $48\pi = 2 \times \pi \times 3 \times x + 2 \times \pi \times 3 \times 3$ $48\pi = 6\pi x + 18\pi \Rightarrow 30\pi = 6\pi x \Rightarrow x = 5$	۷
۲	حجم مکعب = $\pi \times 5 \times 5 \times 4 = 100\pi$ مساحت قاعده‌ها + مساحت جانبی = مساحت کل $2 \times \pi \times 5 \times 4 + 2 \times \pi \times 5 \times 5 = 40\pi + 50\pi = 90\pi$	۸
۲	حجم مکعب = $36 \times 36 \times 36 = 46656$ حجم پیمانہ = $\pi \times 4 \times 4 \times 12 = 576$ \Rightarrow تعداد دفعات استفاده از پیمانہ = $\frac{46656}{576} = 81$	۹
۱/۵	شعاع قاعده = $2 \times \pi \times r = 9 \Rightarrow r = \frac{9}{2 \times 3} = \frac{3}{2}$ حجم شکل = $\pi \times \frac{3}{2} \times \frac{3}{2} \times 5 = \frac{135}{4} = 33 \frac{3}{4}$	۱۰
۲	ارتفاع × محیط قاعده = مساحت جانبی ستون $(6 \times 0 / 5) \times 7 = 21$ میزان رنگ مورد نیاز = $21 \times 100 = 2100$ گرم	۱۱
۱	ابعاد قاعده مستطیل $\Rightarrow 15 - 2x$, $10 - 2x$ ارتفاع مکعب مستطیل = x حجم جعبه = $(15 - 2x) \times (10 - 2x) \times x$ 	۱۲

فصل هفتم

توان و جذر



درس اول: تعریف توان



تمرین

درست یا نادرست

(الف) (ب) (پ) (ت) (ث)

کامل کنید

(الف) همان عدد (ب) صفر (پ) a^2 (ت) a^3 (ث) 3^3

پرسش‌های دو گزینه‌ای

(الف) گزینه (۱) (ب) گزینه (۲) (پ) گزینه (۱) (ت) گزینه (۲) (ث) گزینه (۱)

تمرین‌های تشریحی

۱

(الف) 2^9

(ب)

شماره تا	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	...	n
تعداد قسمت‌ها	2^1	2^2	2^3	2^4	2^5	2^6	2^7	2^8	2^9	...	2^n

۲

مرحله تکثیر	۱	۲	۳	۴	۵	۶	...	n
تعداد یاخته‌ها	2^1	2^2	2^3	2^4	2^5	2^6	...	2^n

۳

شماره شکل	۱	۲	۳	۴	۵	۶	...	n
تعداد مکعب‌های کوچک	2^3	3^3	4^3	5^3	6^3	7^3	...	$(n+1)^3$



۴

مرحله	۱	۲	۳	۴	۵	...	n
تعداد مثلث‌ها	۱	۳	۹	۲۷	۸۱	...	3^{n-1}

۵

۶

۷

۸

۹

حجم شکل $= a \times a \times b = a^2 \times b$

الف) 8^3 ب) $(\frac{1}{5})^4$ پ) $(-1)^3$ ت) $(-\frac{1}{9})^2$

ث) $(-2)^3 \times 3^2$ ج) $\frac{7^4}{(-5)^3}$ د) $(\frac{a}{b})^{12}$ ه) $(ab)^{19}$

الف) ۹ ب) ۱۶ پ) ۲۵ ت) ۳۶

ث) ۴۹ ج) ۶۴ د) ۸۱ ه) ۱۰۰

ج) ۱۲۱ د) ۱۴۴ ز) ۱ ح) ۱

ز) ۴ ح) ۸ س) ۹ ش) ۲۷

ص) $\frac{8}{125}$ ض) $\frac{4}{125}$ ط) $\frac{27}{8}$ ظ) $\frac{16}{7}$

ع) ۰/۰۹ غ) ۰/۲۵ ف) ۰/۰۰۰۱ ق) ۱/۴۴

ک) ۵/۲۹

الف) $(-1)^3 = (-1) \times (-1) \times (-1) = -1$

ب) $(-1)^4 = (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) = 1$

پ) $(-2)^3 = (-2) \times (-2) \times (-2) = -8$

ت) $(-2)^4 = (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) = 16$

ث) $-2^3 = -(2^3) = -(2 \times 2 \times 2) = -8$

ج) $-2^4 = -(2^4) = -(2 \times 2 \times 2 \times 2) = -16$

ه) $-(-5)^3 = -(-5) \times (-5) \times (-5) = 125$

د) $-(-6)^2 = -(-6) \times (-6) = -36$

الف) a^4

ب) $b \times b \times b \times b$

پ) $a^2 b^2$

ت) $\frac{b^3}{a^3}$

ث) $x^2 + y^2 + 2xy$

ج) $t^2 x^3$

ه) $\frac{a^3}{b^6}$

د) $\frac{x^2 y^2}{t^3}$

۱۰

- (الف) درست (ب) نادرست (ج) نادرست (د) درست
 (ث) نادرست (ج) نادرست (ب) نادرست (د) درست

۱۱

(الف) $2^5 \div 8 = 4$ (ب) $3^2 + 7^2 = 58$ (پ) $-(-7)^1 - 8^1 = -1$

۱۲

$3^2 - 1^2 = (2)^3$, $6^2 - 3^2 = (3)^3$, $10^2 - 6^2 = (4)^3$, $15^2 - 10^2 = (5)^3$, $21^2 - 15^2 = (6)^3$

۱۳ 11^{13} , ۱۴ رقمی است.

توان‌های ۱۱	11^2	11^3	11^4	11^5	11^6	11^7
تعداد رقم‌ها	۳	۴	۵	۶	۷	۸

۱۴

(الف) $400 = 2^4 \times 5^2$ (ب) $3000 = 2^3 \times 3 \times 5^3$ (پ) $2500 = 2^2 \times 5^4$ (ت) $2200 = 2^3 \times 5^2 \times 11$
 (ث) $240 = 2^4 \times 3 \times 5$ (ج) $360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$ (د) $650 = 2 \times 5^2 \times 13$ (ه) $448 = 2^6 \times 7$
 (ز) $512 = 2^9$

۱۵

(الف)

عدد $2^8 - 2^7 - 1 = 256 - 128 - 1 = 127$

(ب)

عدد $3^6 - 3^5 - 1 = 729 - 243 - 1 = 485$

(پ)

عدد $2^{11} - 2^9 = 2048 - 512 - 1 = 1535$

۱۶

(الف) $(3^4 \times 5^2, 3^3 \times 5^3) = 3^3 \times 5^2 = 675$, $[3^4 \times 5^2, 3^3 \times 5^3] = 3^4 \times 5^3 = 10125$

(ب) $(2^3 \times 3^4 \times 5^2, 2^2 \times 5^3 \times 7) = 2^2 \times 5^2 = 100$, $[2^3 \times 3^4 \times 5^2, 2^2 \times 5^3 \times 7] = 2^3 \times 3^4 \times 5^3 \times 7 = 567000$

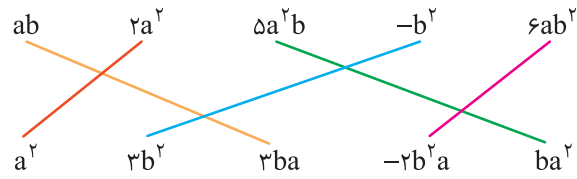
۱۷

(الف) $(48, 72) = (2^4 \times 3, 2^3 \times 3^2) = 2^3 \times 3 = 24$

(ب) $(12, 16, 44) = (2^2 \times 3, 2^4, 2^2 \times 11) = 2^2 = 4$

(پ) $[24, 32] = [2^3 \times 3, 2^5] = 2^5 \times 3 = 96$

(ت) $[8, 18, 40] = [2^3, 2 \times 3^2, 2^3 \times 5] = 2^3 \times 3^2 \times 5 = 360$



تمرین‌های ویژه

۱

الف) $1^2, 2^2, 3^2, 4^2, \dots, n^2$

ب) $-(-1) \times 2, -(-1)^2 \times 2, -(-1)^3 \times 2, -(-1)^4 \times 2, \dots, -(-1)^n \times 2$

پ) $(-1) \times 1, (-1)^2 \times 2, (-1)^3 \times 3, (-1)^4 \times 4, \dots, (-1)^n \times n$

ت) $(-2)^2, (-2)^3, (-2)^4, (-2)^5, \dots, (-2)^{n+1}$

۲

$$\begin{cases} 2^7 = 128 < 130 \\ 2^8 = 256 > 130 \end{cases} \Rightarrow a = 7$$

a = 5 ۳

3^a	3 ¹	3 ²	3 ³	3 ⁴	3 ⁵
5^a	5 ¹	5 ²	5 ³	5 ⁴	5 ⁵
مجموع	۸	۳۴	۱۵۲	۷۰۶	۳۳۶۸

درس دوم: محاسبه عبارت توان دار



تمرین

درست یا نادرست



پ (X)

ب (X)

الف (X)

کامل کنید

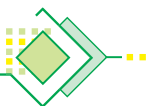


پ (1)

ب (فرد)

الف (زوج)

پرسش‌های دو گزینه‌ای



پ (گزینه ۲)

ب (گزینه ۱)

الف (گزینه ۱)

تعریف‌های تشریحی

(۱)

الف) $(2^\circ + 3^\circ + 1)^\circ - 4^\circ = (1+1+1)^\circ - 1 = 3^\circ - 1 = 2$

ب) $2^\circ \times 3^\circ - 5^\circ \times 2^\circ = 1 \times 3^\circ - 1 \times 2^\circ = 3^\circ - 2^\circ = 1$

پ) $1^\circ + 2^\circ + 3^\circ + 4^\circ + 5^\circ + \dots + 1^\circ = \underbrace{1+1+1+\dots+1}_{10 \text{ تا}} = 10$

(۲)

الف) $7^1 > 7^\circ$

ب) $(\frac{3}{5})^2 < 2^\circ$

پ) $-2 = (-2)^1$

ت) $(3+2)^\circ < 2^\circ + 3^\circ$

ث) $(2\frac{1}{2})^\circ = (-\frac{1}{2})^\circ$

ج) $(-\frac{2}{3})^\circ + (\frac{1}{3})^\circ > 1$

ج) $4+2^\circ < 6$

ح) $2^\circ + 3^\circ + 5^\circ > 1$

د) $4^\circ < (-2)^2$

(۳)

ت نادرست

پ نادرست

ب نادرست

الف نادرست



۴

- الف) $3 \times 2^4 - 5 = 3 \times 16 - 5 = 43$
 ب) $5 - 4 \times 3^3 = 5 - 4 \times 27 = -103$
 پ) $2^5 - 5^2 = 32 - 25 = 7$
 ت) $4 \times 3^2 - 3 \times 2^4 = 4 \times 9 - 3 \times 16 = -12$
 ث) $3^2 - 5 \times 2^3 + 1 = 9 - 5 \times 8 + 1 = -30$
 ج) $2^3 - 3^3 \times 5 + 1^9 = 8 - 27 \times 5 + 1 = -126$
 چ) $2^3 + 5^5 + 2^2 \times 3^2 - 1^3 = 8 + 0 + 4 \times 9 - 1 = 43$
 ح) $(-2)^3 \times (-3)^2 = -8 \times 9 = -72$
 خ) $(-5)^2 - (-4)^3 = 25 - (-64) = 89$
 د) $3 \times (2^4 - 1) + 1 = 3 \times (16 - 1) + 1 = 46$
 ذ) $(2^3 - 5)^2 + 1 = (8 - 5)^2 + 1 = 3^2 + 1 = 9 + 1 = 10$
 ر) $2 \times (3^3 - 20)^3 - 10 = 2 \times (27 - 20)^3 - 10 = 2 \times (7)^3 - 10 = 2 \times 343 - 10 = 676$
 ز) $3^2 \times (4^2 - 7) - 3^3 = 9 \times (16 - 7) - 27 = 9 \times 9 - 27 = 54$
 ژ) $(2^4 - 3^2)^2 - (2^5 - 3^3)^3 = (16 - 9)^2 - (32 - 27)^3 = 7^2 - 5^3 = 49 - 125 = -76$
 س) $2 \times (5^3 - 4^2)^2 - 3 \times (4^4 - 2^7)^2 = 2 \times (125 - 16)^2 - 3 \times (256 - 128)^2 = 2 \times (109)^2 - 3 \times (128)^2$
 $= 2 \times 11881 - 3 \times 16384 = -2539$
 ش) $\frac{2 \times 4 + 10}{9^2 \times 5^2} = \frac{8 + 10}{81 \times 25} = \frac{18}{2025} = \frac{2 \times 3^2}{225 \times 3^2} = \frac{2}{225}$
 ص) $\frac{10 \div (8 - 6) + 9 \times 4}{3^5 + 2^5} = \frac{10 \div 2 + 36}{243 + 32} = \frac{41}{275}$
 ض) $\frac{2 \times (3^3 - 1) - 50^1 + 1}{3} - 17 = \frac{2 \times (27 - 1) - 50 + 1}{3} - 17 = \frac{52 - 50 + 1}{3} - 17 = \frac{3}{3} - 17 = 1 - 17 = -16$

۵

- الف) $(-1)^1 + (-1)^2 + (-1)^3 + \dots + (-1)^9 = -1 + 1 - 1 + 1 - \dots - 1 = (-1 + 1) + (-1 + 1) + \dots + (-1 + 1) - 1$
 $= 0 + 0 + \dots + 0 - 1 = -1$
 ب) $(-1)^1 + (-1)^2 + (-1)^3 + \dots + (-1)^{20} = -1 + 1 - 1 + 1 - 1 + \dots + 1 = (-1 + 1) + (-1 + 1) + \dots + (-1 + 1)$
 $= 0 + 0 + \dots + 0 = 0$

۶

- الف) عبارت $= 2 \times 1000 + 4 \times 100 + 7 \times 10 + 2 \times 1 = 2000 + 400 + 70 + 2 = 2472$
 ب) عبارت $= 5 \times 1000 + 0 + 10 + 9 \times 1 = 5000 + 10 + 9 = 5019$
 پ) عبارت $= 3 \times 10000 + 4 \times 1000 + 0 + 2 \times 10 + 7 \times 1 = 30000 + 4000 + 20 + 7 = 34027$

۷

- الف) $4375 = 4 \times 1000 + 3 \times 100 + 7 \times 10 + 5 \times 1 = 4 \times 10^3 + 3 \times 10^2 + 7 \times 10^1 + 5 \times 10^0$
 ب) $9207 = 9 \times 1000 + 2 \times 100 + 0 \times 10 + 7 \times 1 = 9 \times 10^3 + 2 \times 10^2 + 0 \times 10^1 + 7 \times 10^0$
 پ) $80730 = 8 \times 10000 + 0 \times 1000 + 7 \times 100 + 3 \times 10 + 0 \times 1 = 8 \times 10^4 + 0 \times 10^3 + 7 \times 10^2 + 3 \times 10^1 + 0 \times 10^0$

۸

الف) $(-2)^2 - (2)^2 + (-2) \times (2) = 4 - 4 - 4 = -4$

ب) $(1)^3 - 2(-2)^2 + (1)^2 \times (-2) = 1 - 2 \times 4 + (-2) = 1 - 8 - 2 = -9$

پ) $2 \times (1)^4 - 3 \times (1)^2 \times (-1)^3 = 2 + 3 = 5$

ت) $3 \times (1)^4 \times (0)^4 - 2 \times (1)^2 \times (0) + 1 + 2 = 3$

۹

الف) $6^0, 8^1, 9^2, 3^5, 4^{10}$

ب) $5^0, 7^1, 2^3, 4^3, 5^3$

پ) $(\frac{2}{5})^3, (0/5)^2, (\frac{3}{4})^0, 3^1, 7^2$

۱۰ الف

n	۱	۲	۳	۴	۵	۶
n^3	۱	۸	۲۷	۶۴	۱۲۵	۲۱۶
3^n	۳	۹	۲۷	۸۱	۲۴۳	۷۲۹

ب) 3^n

پ) 3^{10}

۱۱ الف

n	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷
2^n	۲	۴	۸	۱۶	۳۲	۶۴	۱۲۸
3^n	۳	۹	۲۷	۸۱	۲۴۳	۷۲۹	۲۱۸۷

ب) 3^n

پ) 3^{19}



درس سوم: ساده کردن عبارتهای تواندار



تمرین

درست یا نادرست



پ)

ب)

الف)

$$\frac{2^{a+2}}{2} = \frac{2^a \times 2^2}{2} = \frac{b \times 2^2}{2} = 2b \quad \text{پ)}$$

$$9 \times 3^5 = 3^2 \times 3^5 = 3^7 \quad \text{ب)}$$

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2^7} = \frac{1}{2^8} \quad \text{الف)}$$

کامل کنید

پرسش‌های دو گزینه‌ای

پ) گزینه (۲): $4 \times 2^4 = 2^2 \times 2^4 = 2^{2+4} = 2^6$

ب) گزینه (۱): $\frac{3^{a+1}}{3^{2a}} = \frac{3^a \times 3^1}{3^a \times 3^a} = \frac{3}{3^a}$

الف) گزینه (۲)

تمرین‌های تشریحی

(۱)

الف) $3^2 \times 3^3 = 3^{2+3} = 3^5$

ب) $2^3 \times 2^3 \times 4^3 = (2 \times 2 \times 4)^3 = 2^6 \times 4^3 = 2^6 \times 2^6 = 2^{12}$

پ) $3^3 \times 3^5 \times 3^7 = 3^{3+5+7} = 3^{15}$

ت) $2^m + 2^m + 2^m = 3 \times 2^m$

(۲)

الف) $a^f \times a^r \times a^2 \times a = a^{f+r+2+1} = a^{10}$

ب) $(-3)^2 \times (-3)^3 \times (-3)^4 = (-3)^{2+3+4} = (-3)^9 = -3^9$

پ) $(-2)^3 \times (-2)^5 \times (-2)^7 = (-2)^{3+5+7} = (-2)^{15}$

ت) $a^3 \times (2a)^3 \times a^3 = 8 \times a^3 \times a^3 \times a^3 = 8 \times a^{3+3+3} = 8a^9$

ث) $1^4 \times (-1)^4 \times 3^5 = 1 \times 1 \times 3^5 = 3^5$

ج) $-(-1)^5 \times (-5)^4 = 1 \times 5^4 = 5^4$

ج) $2^5 \times (-2)^4 = 2^5 \times 2^4 = 2^{5+4} = 2^9$

د) $(-3)^3 \times 3^4 = -(3^3 \times 3^4) = -(3^{3+4}) = -3^7$

خ) $2^3 \times 3^3 \times 5^3 = (2 \times 3 \times 5)^3 = 3^3$

د) $5^4 \times (-5)^4 \times 3^4 = 5^4 \times 5^4 \times 3^4 = (5 \times 5 \times 3)^4 = 75^4$

ذ) $3^5 \times 3^2 \times 3^4 = 3^{5+2+4} = 3^{11}$

ر) $4^5 \times 4^3 \times (-4)^6 = 4^5 \times 4^3 \times 4^6 = 4^{5+3+6} = 4^{14}$

ج) $4^5 \times 4^5 \times 4^5 = 4^{5+5+5} = 4^{15}$

ج) $(-2)^3 \times (-2)^5 \times 2^6 = (-2)^3 \times (-2)^5 \times (-2)^6 = (-2)^{3+5+6} = (-2)^{14} = 2^{14}$

س) $(-a)^3 \times (-a^f) = -(a^3 \times (-a^f)) = -(-a^3 \times a^f) = a^{3+f} = a^y$

ش) $(-a)^y \times (-a^f) \times (-a)^z = (-a^y) \times (-a^f) \times a^z = -(a^y \times (-a^f) \times a^z) = -(-a^y \times a^f \times a^z) = a^{y+f+z} = a^{13}$

ص) $2^3 \times 2^8 \times 5^{11} = 2^{3+8} \times 5^{11} = 2^{11} \times 5^{11} = (2 \times 5)^{11} = 10^{11}$

ض) $7^5 \times 3^5 \times 21^3 = (7 \times 3)^5 \times 21^3 = 21^5 \times 21^3 = 21^{5+3} = 21^8$

ط) $6^f \times 4^f \times 3^y \times 8^y = (6 \times 4)^f + (3 \times 8)^y = 24^f \times 24^y = 24^{f+y} = 24^{11}$

ظ) $18^f \times \left(\frac{2}{3}\right)^f \times 24^6 \times \left(\frac{1}{4}\right)^6 \times \left(\frac{1}{4}\right)^{10} = (18 \times \frac{2}{3})^f \times (24 \times \frac{1}{4})^6 \times \left(\frac{1}{4}\right)^{10} = 12^f \times 12^6 \times \left(\frac{1}{4}\right)^{10} = 12^{f+6} \times \left(\frac{1}{4}\right)^{10} = 12^{10} \times \left(\frac{1}{4}\right)^{10} = (12 \times \frac{1}{4})^{10} = 3^{10}$

۳

الف) $2^3 + 2^3 = 2 \times 2^3 = 2^4$

ب) $3^5 + 3^5 + 3^5 = 3 \times 3^5 = 3^6$

پ) $4^7 + 4^7 + 4^7 + 4^7 = 4 \times 4^7 = 4^8$

ت) $\left(\frac{1}{4}\right)^4 + \left(\frac{1}{4}\right)^4 + \left(\frac{1}{4}\right)^4 + \left(\frac{1}{4}\right)^4 = 4 \times \left(\frac{1}{4}\right)^4 = 2^2 \times \left(\frac{1}{4}\right)^2 \times \left(\frac{1}{4}\right)^2 = (2 \times \frac{1}{4})^2 \times \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2$

۴

الف) $3^4 = 3^{2+2} = 3^2 \times 3^2 = 9 \times 9 = 9^2$

ب) $5^6 = 5^{3+3} = 5^3 \times 5^3 = 125 \times 125 = 125^2$ یا $5^6 = 5^{2+2+2} = 5^2 \times 5^2 \times 5^2 = 25 \times 25 \times 25 = 25^3$

پ) $9^8 = 9^{2+2+2+2} = 9^2 \times 9^2 \times 9^2 \times 9^2 = 81 \times 81 \times 81 \times 81 = 81^4$

۵

الف) $2^7 \times 2^9 = 2^{7+9} = 2^{16}$

ب) $3^4 \times 9^2 = 3^{2+2} \times 9^2 = 3^2 \times 3^2 \times 9^2 = 9^2 \times 9^2 = 9^4$

پ) $0.1 \times (0.1)^5 = (0.1)^6 = \left(\frac{1}{10}\right)^6$

ت) $0.001 \times (0.001)^7 = (0.001)^8 = \left(\frac{1}{1000}\right)^8$

۶

$2^{13} = 2^{11+2} = 2^{11} \times 2^2 = 2048 \times 4$

۷

$3^{a+2} = 3^a \times 3^2 = b \times 3^2 = 9b$



تمرین‌های ویژه

۱

$$-3^7 \times 3^4 = -(3^7 \times 3^4) = -3^{11} = -3^{2+9} = -(3^2 \times 3^9) = -9 \times 3^9$$

بنابراین

$$2000^4 - 3^7 \times 3^4 = 2000^4 - 9 \times 3^9$$

۲

$$12^m = (3 \times 4)^m = 3^m \times 4^m = 3^m \times (2 \times 2)^m = 3^m \times 2^m \times 2^m = b \times a \times a = ba^2$$

۳

$$\begin{aligned} ((5^x - 6)^{x+1} - 5^0)^{x+2} &= ((11 - 6)^{x+1} - 5^0)^{x+2} = ((5)^{x+1} - 5^0)^{x+2} = (5^x \times 5 - 5^0)^{x+2} \\ &= (11 \times 5 - 5^0)^{x+2} = 5^{x+2} = 5^x \times 5^2 = 11 \times 25 = 275 \end{aligned}$$

۴

$$6^{n+1} = 12 \times 3^n \Rightarrow (2 \times 3)^{n+1} = 4 \times 3 \times 3^n \Rightarrow 2^{n+1} \times 3^{n+1} = 2^2 \times 3^{n+1}$$

بنابراین $2^{n+1} = 2^2$. پس $2^n \times 2 = 2 \times 2$. در نتیجه $2^n = 2$.

۵

$$\frac{6^n + 6^n + 6^n + 6^n}{3^n + 3^n} = 16 \Rightarrow \frac{4 \times 6^n}{2 \times 3^n} = 16 \Rightarrow \frac{2 \times (2 \times 3)^n}{3^n} = 16 \Rightarrow \frac{2 \times 2^n \times 3^n}{3^n} = 16 \Rightarrow 2 \times 2^n = 16 \Rightarrow 2^n = \frac{16}{2} = 8$$

از طرف دیگر $4^n = (2 \times 2)^n = 2^n \times 2^n$. بنابراین $4^n = 8 \times 8 = 64$.

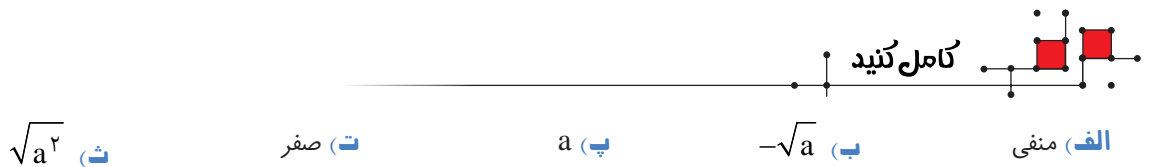
درس چهارم: جذر و ریشه



تمرین

درست یا نادرست

(الف) (ب) (پ) (ت) (ث)



پرسش‌های دو گزینه‌ای

(الف) گزینه (۱) (ب) گزینه (۲) (پ) گزینه (۱) (ت) گزینه (۲) (ث) گزینه (۱)

تعریف‌های تشریحی

(۱)

طول ضلع	۴	۳	۲/۵	$\frac{۳}{۴}$	۸	۷/۴	$\frac{۱۲}{۷}$	۲۰	۰/۴
مساحت مربع	۱۶	۹	۶/۲۵	$\frac{۹}{۱۶}$	۶۴	۵۴/۷۶	$\frac{۱۴۴}{۴۹}$	۴۰۰	۰/۱۶

(۲)

$$\text{مساحت مربع} = (\text{طول یک ضلع مربع})^2 = ۲^۴ = \sqrt{۲^۴} = \sqrt{۲^{۲+۲}} = \sqrt{۲^۲ \times ۲^۲} = \sqrt{(۲^۲)^2} = ۲^۲$$

$$\text{محیط مربع} = ۴ \times \text{طول یک ضلع مربع} = ۴ \times ۲^۲ = ۲^۲ \times ۲^۲ = ۲^{۲+۲} = ۲^۴$$

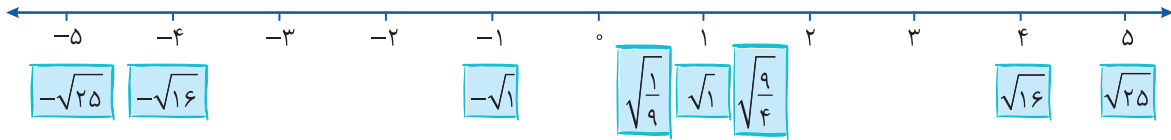
(۳)

عدد	۹	۲۵	$\frac{۱}{۴}$	۴۹	۱۲۱
ریشه‌های دوم	۳ و -۳	۵ و -۵	$\frac{۱}{۲}$ و $-\frac{۱}{۲}$	۷ و -۷	۱۱ و -۱۱



روابط ریاضی	$3^2=9$	$5^2=25$	$(\frac{1}{2})^2=\frac{1}{4}$	$7^2=49$	$11^2=121$
	$(-3)^2=9$	$(-5)^2=25$	$(-\frac{1}{2})^2=\frac{1}{4}$	$(-7)^2=49$	$(-11)^2=121$

۴



۵

الف) $\sqrt{\frac{64}{4}} = \sqrt{(\frac{8}{2})^2} = \frac{8}{2}$ ب) $\sqrt{0/49} = \sqrt{\frac{49}{100}} = \sqrt{(\frac{7}{10})^2} = \frac{7}{10}$

پ) $\sqrt{4 \times \frac{9}{16}} = \sqrt{\frac{9}{4}} = \sqrt{(\frac{3}{2})^2} = \frac{3}{2}$ ت) $\sqrt{3 \times 0/12} = \sqrt{0/36} = \sqrt{\frac{36}{100}} = \sqrt{(\frac{6}{10})^2} = \frac{6}{10}$

ث) $\sqrt{7-6/36} = \sqrt{0/36} = \sqrt{\frac{64}{100}} = \sqrt{(\frac{8}{10})^2} = \frac{8}{10}$ ج) $\sqrt{(7^2-5^2)^0} = \sqrt{1} = 1$

۶

الف) $\sqrt{1/69} - \sqrt{0/01} = \sqrt{\frac{169}{100}} - \sqrt{\frac{1}{100}} = \sqrt{(\frac{13}{10})^2} - \sqrt{(\frac{1}{10})^2} = \frac{13}{10} - \frac{1}{10} = \frac{12}{10} = 1/2$

ب) $\sqrt{36} - 3 \times \sqrt{16} + \sqrt{25} = 6 - 3 \times 4 + 5 = 6 - 12 + 5 = -1$

پ) $\sqrt{3 \times 2^2 + 4 \times 3^2 + 1} = \sqrt{3 \times 4 + 4 \times 9 + 1} = \sqrt{12 + 36 + 1} = \sqrt{49} = 7$

ت) $\sqrt{1 + \frac{9}{16}} + \sqrt{3 - \frac{3}{4}} = \sqrt{\frac{16+9}{16}} + \sqrt{\frac{12-3}{4}} = \sqrt{\frac{25}{16}} + \sqrt{\frac{9}{4}} = \sqrt{(\frac{5}{4})^2} + \sqrt{(\frac{3}{2})^2} = \frac{5}{4} + \frac{3}{2} = \frac{11}{4}$

ث) $\sqrt{\frac{1}{9} + \frac{1}{16}} + \sqrt{\frac{1}{64} + \frac{1}{36}} = \sqrt{\frac{16+9}{144}} + \sqrt{\frac{9+16}{576}} = \sqrt{\frac{25}{144}} + \sqrt{\frac{25}{576}} = \sqrt{(\frac{5}{12})^2} + \sqrt{(\frac{5}{24})^2} = \frac{5}{12} + \frac{5}{24} = \frac{15}{24}$

ج) $(\sqrt{4 \times 16} + \sqrt{\frac{4}{5} + \frac{1}{5}} - \sqrt{0/25})^2 = (\sqrt{64} + \sqrt{\frac{5}{5}} - \sqrt{\frac{25}{100}})^2 = (\sqrt{8^2} + \sqrt{1^2} - \sqrt{(\frac{5}{10})^2})^2$
 $= (\frac{8+1-5}{10})^2 = (\frac{4}{10})^2 = (\frac{2}{5})^2 = \frac{4}{25}$

د) $\frac{\sqrt{0/04} + \sqrt{0/36}}{\sqrt{0/01}} = \frac{\sqrt{\frac{4}{100}} + \sqrt{\frac{36}{100}}}{\sqrt{\frac{1}{100}}} = \frac{\sqrt{(\frac{2}{10})^2} + \sqrt{(\frac{6}{10})^2}}{\sqrt{(\frac{1}{10})^2}} = \frac{\frac{2}{10} + \frac{6}{10}}{\frac{1}{10}} = \frac{8/10}{1/10} = 8$

ه) $\frac{\sqrt{25} + \sqrt{169} - \sqrt{196}}{\sqrt{36} + \sqrt{49} - \sqrt{144}} = \frac{5 + 13 - 14}{6 + 7 - 12} = \frac{4}{1} = 4$

و) $\sqrt{6 \sqrt{4} \sqrt{81}} = \sqrt{6 \sqrt{4 \times 9}} = \sqrt{6 \sqrt{36}} = \sqrt{6 \times 6} = 6$

ز) $\sqrt{43} + \sqrt{31} + \sqrt{21} + \sqrt{16} = \sqrt{43} + \sqrt{31} + \sqrt{21+4} = \sqrt{43} + \sqrt{31} + \sqrt{25} = \sqrt{43} + \sqrt{31} + 5$
 $= \sqrt{43} + \sqrt{36} = \sqrt{43+6} = \sqrt{49} = 7$

۷

ب) $\sqrt{7} < \sqrt{36}$
ج) $\sqrt{4} = 2$

ب) $\sqrt{1} < \sqrt{3} < \sqrt{4}$
ث) $\sqrt{14} < \sqrt{16}$

الف) $\sqrt{7} < \sqrt{11}$
ت) $\sqrt{81} = \sqrt{9^2} = 9$

۸

الف) $\sqrt{9} < \sqrt{13} < \sqrt{16} \Rightarrow 3 < \sqrt{13} < 4$

ب) $\sqrt{49} < \sqrt{50} < \sqrt{64} \Rightarrow 7 < \sqrt{50} < 8$

۹

الف) $\sqrt{\frac{2}{3}} < \sqrt{2} < \sqrt{5}$

ب) $\sqrt{3} < \sqrt{7} < 3 < \sqrt{13} < 4$

۱۰

الف) $\sqrt{6} = 2/4$

$\sqrt{4} < \sqrt{6} < \sqrt{9}$					
a	۲/۱	۲/۲	۲/۳	۲/۴	۲/۵
a ^۲	۴/۴۱	۴/۸۴	۵/۲۹	۵/۷۶	۶/۲۵
فاصله a ^۲ تا ۶	۱/۵۹	۱/۱۶	۰/۷۱	۰/۲۴	۰/۲۵

ب) $\sqrt{15} \approx 3/9$

$\sqrt{9} < \sqrt{15} < \sqrt{16}$					
a	۳/۹	۳/۸	۳/۷	۳/۶	۳/۵
a ^۲	۱۵/۲۱	۱۴/۴۴	۱۳/۶۹	۱۲/۹۶	۱۲/۲۵
فاصله a ^۲ تا ۱۵	۰/۲۱	۰/۵۶	۱/۳۱	۲/۰۴	۲/۷۵

پ) $\sqrt{20} = 4/5$

$\sqrt{16} < \sqrt{20} < \sqrt{25}$					
a	۴/۱	۴/۲	۴/۳	۴/۴	۴/۵
a ^۲	۱۶/۸۱	۱۷/۶۴	۱۸/۴۹	۱۹/۳۶	۲۰/۲۵
فاصله a ^۲ تا ۲۰	۳/۱۹	۲/۳۶	۱/۵۱	۰/۶۴	۰/۲۵

ت) $\sqrt{35} = 5/9$

$\sqrt{25} < \sqrt{35} < \sqrt{36}$					
a	۶	۵/۹	۵/۸	۵/۷	۵/۶
a ^۲	۳۶	۳۴/۸۱	۳۳/۶۴	۳۲/۴۹	۳۱/۳۶
فاصله a ^۲ تا ۳۵	۱	۰/۱۹	۱/۳۶	۲/۵۱	۳/۶۴



د) $\sqrt{600} \approx 24/5$

$\sqrt{576} < \sqrt{600} < \sqrt{625}$								
a	۲۴	۲۴/۱	۲۴/۲	۲۴/۳	۲۴/۴	۲۴/۵	۲۴/۶	۲۴/۷
a ^۲	۵۷۶	۵۸۰/۸۱	۵۸۵/۶۴	۵۹۰/۴۹	۵۹۵/۳۶	۶۰۰/۲۵	۶۰۵/۱۶	۶۱۰/۰۹
فاصله a ^۲ تا ۶۰۰	۲۴	۱۹/۱۹	۱۴/۳۶	۹/۵۱	۴/۶۴	۰/۲۵	۵/۱۶	۱۰/۰۹

۱۱

جذر تقریبی	مربع کامل بعدی	عدد	مربع کامل قبلی
$\sqrt{7}$ بین عددهای ۲ و ۳ است.	۹	۷	۴
$\sqrt{14}$ بین عددهای ۳ و ۴ است.	۱۶	۱۴	۹
$\sqrt{37}$ بین عددهای ۶ و ۷ است.	۴۹	۳۷	۳۶
$\sqrt{29}$ بین عددهای ۵ و ۶ است.	۳۶	۲۹	۲۵

تمرین‌های ویژه

۱) ۷ عدد صحیح

$$-\sqrt{24}, -\sqrt{16}, -\sqrt{9}, -\sqrt{4}, -\sqrt{1}, \sqrt{0}, \sqrt{1}, \sqrt{4}, \sqrt{9}, \sqrt{16}, \sqrt{24}$$

۲)

(قطر نیم‌دایره)² = (طول یک ضلع مربع)² = مساحت مربع

$$\frac{1}{2} \times \pi r^2 = 5\pi \Rightarrow r^2 = \frac{5\pi}{\frac{1}{2} \times \pi} = 10 \Rightarrow r = \sqrt{10}$$

فرض کنید r شعاع نیم‌دایره باشد. پس

بنابراین قطر نیم‌دایره $2 \times \sqrt{10}$ است. به این ترتیب

۳)

$$n=1 \Rightarrow \sqrt{1} > \frac{1}{2}, \quad n=2 \Rightarrow \sqrt{2} > \frac{2}{2}, \quad n=3 \Rightarrow \sqrt{3} > \frac{3}{2}$$

گزینه (۱)

$$\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{8}{27}, \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{1}{27}, \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}, (1)^3 = 1$$

گزینه (۲)

$$\begin{cases} 1^2 = 1 \\ 1^3 = 1 \end{cases}, \begin{cases} 2^2 = 4 \\ 2^3 = 8 \end{cases}, \begin{cases} (-2)^2 = 4 \\ (-2)^3 = -8 \end{cases}, \begin{cases} \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9} \\ \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{1}{27} \end{cases}$$

گزینه (۳)

گزینه (۴)

$$2^6 = 64, 6^2 = 36, 4^3 = 64, 3^4 = 81$$

گزینه (۵)

$$5^8 \times 3^8 \times \left(\frac{1}{15}\right)^8 = 15^8 \times \left(\frac{1}{15}\right)^8 = 15^{8+8} \times \left(\frac{1}{15}\right)^8 = 15^8 \times 15^8 \times \left(\frac{1}{15}\right)^8 = 15^8 \times (15 \times \frac{1}{15})^8 = 15^8$$

گزینه (۶)

$$\text{عبارت} = 3^2 \times 3^{10} \times \left(\frac{1}{3}\right)^8 = 3^a \Rightarrow 3^{12} \times \left(\frac{1}{3}\right)^8 = 3^a \Rightarrow 3^{12+8} \times \left(\frac{1}{3}\right)^8 = 3^a \Rightarrow 3^8 \times 3^4 \times \left(\frac{1}{3}\right)^8 = 3^a \Rightarrow 3^8 = 3^a \Rightarrow a = 8$$

گزینه (۷)

$$-\sqrt{100} < -\sqrt{95} < -\sqrt{81}$$

گزینه (۸)

$$\sqrt{121} < \sqrt{130} < \sqrt{144}$$

گزینه (۹)

$$\sqrt{64} - (-\sqrt{64}) = 8 - (-8) = 8 + 8 = 16$$

گزینه (۱۰)

$$-\sqrt{30}, \dots, -\sqrt{25}, \dots, -\sqrt{16}, \dots, -\sqrt{9}, \dots, -\sqrt{4}, -\sqrt{1}, 0, \sqrt{1}, \dots, \sqrt{4}, \dots, \sqrt{9}, \dots, \sqrt{16}, \dots, \sqrt{21}$$



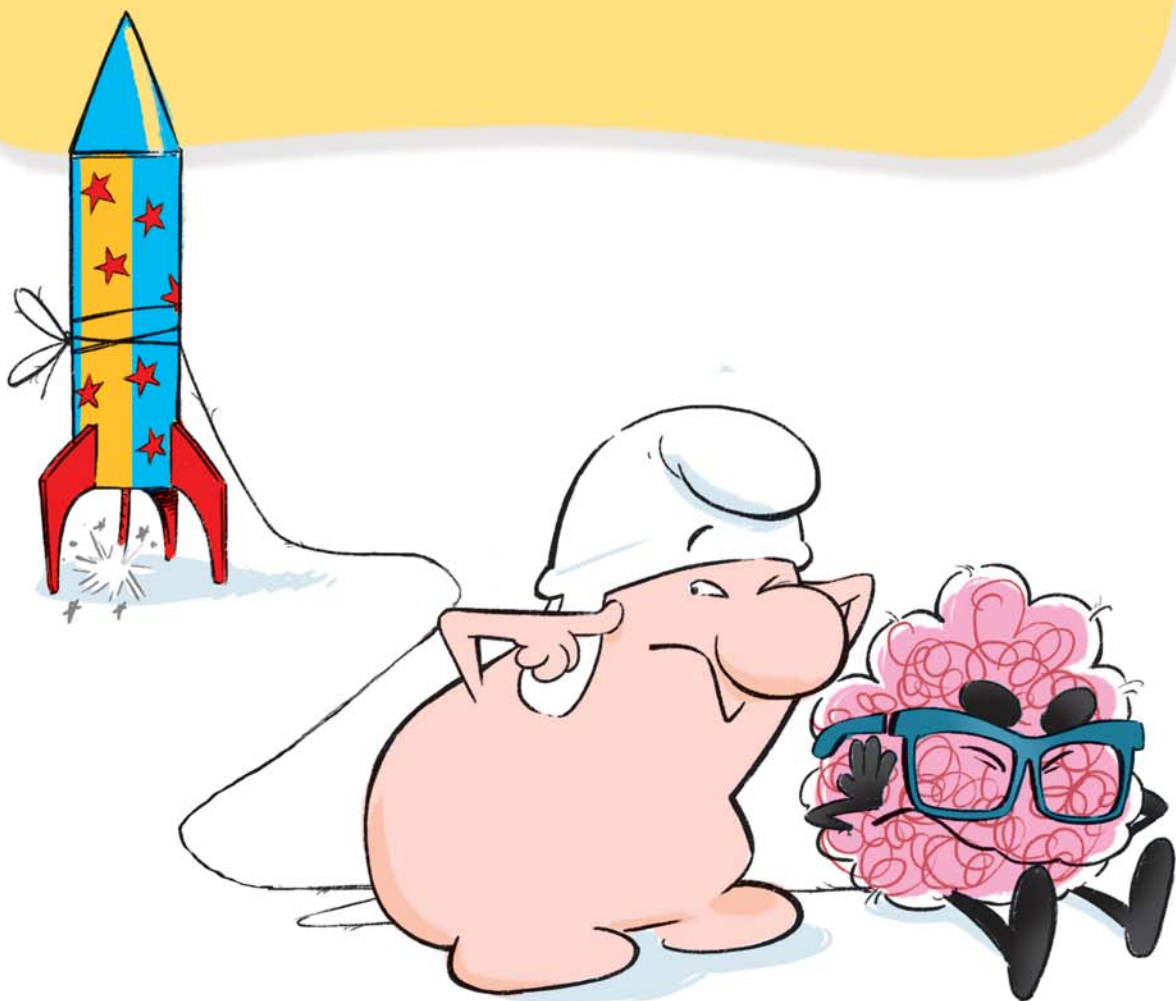
امتحان فصل هفتم

۱	الف) ✓ (ب) ✓ (پ) ✗ (ت) ✓	۱
۱	الف) مثبت پ) $2^{17} \times (\frac{1}{2})^4 = 2^{13+4} \times (\frac{1}{2})^4 = 2^{13} \times 2^4 \times (\frac{1}{2})^4 = 2^{13}$ ت) کوچک تر ب) جذر	۲
۲	الف) ۴۵ پ) ۷ و ۸ زیرا $\sqrt{49} < \sqrt{60} < \sqrt{64}$ ب) 4^7 ت) $\sqrt{25} - (-\sqrt{25}) = 5 - (-5) = 5 + 5 = 10$	۳
۱	الف) $2^3 + 5^2 - 3^4 = 8 + 25 - 81 = -48$ پ) $\frac{3 \times 2^4 + 2 \times 3^3}{5^2 + 5} = \frac{3 \times 16 + 2 \times 27}{25 + 5} = \frac{48 + 54}{30} = \frac{102}{30} = \frac{17 \times 6}{5 \times 6} = \frac{17}{5}$ ب)	۴
۱	$(-2)^3, (\frac{1}{3})^4, 7^0, (-3)^2$	۵
۱	$7532 = 7 \times 1000 + 5 \times 100 + 3 \times 10 + 2 \times 1 = 7 \times 10^3 + 5 \times 10^2 + 3 \times 10^1 + 2 \times 10^0$	۶
۱	$2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 = 2^3 \times 3^2 \times 5$	۷
۲	الف) $-(-4)^3 \times 4^2 \times 4^7 \times 4^0 = -(-(4^3 \times 4^2 \times 4^7 \times 4^0)) = 4^{3+2+7+0} = 4^{12}$ پ) $(\frac{1}{3})^2 \times (\frac{1}{3})^5 \times \frac{1}{3} = (\frac{1}{3})^{2+5+1} = (\frac{1}{3})^8$ ب) $14^5 \times (\frac{1}{7})^5 = (2 \times 7)^5 \times (\frac{1}{7})^5 = 2^5 \times 7^5 \times (\frac{1}{7})^5 = 2^5 \times (7 \times \frac{1}{7})^5 = 2^5$ ت) $(-3)^7 \times 3^7 \times (\frac{1}{3})^7 = -(3^7 \times 3^7 \times (\frac{1}{3})^7) = -(3^7 \times (3 \times \frac{1}{3})^7) = -3^7$	۸
۲	الف) $6^4 \times 3^7 \times 2^7 = (2 \times 3)^4 \times 3^7 \times 2^7 = 2^4 \times 3^4 \times 3^7 \times 2^7 = 2^{4+7} \times 3^{4+7} = 2^{11} \times 3^{11} = (2 \times 3)^{11} = 6^{11}$ پ) $27 \times 4^3 \times 12^5 = 3^3 \times 4^3 \times (3 \times 4)^5 = 3^3 \times 4^3 \times 3^5 \times 4^5 = 3^{3+5} \times 4^{3+5} = 3^8 \times 4^8 = (3 \times 4)^8 = 12^8$	۹
۱	ریشه‌های دوم صفر، صفر است و ریشه‌های دوم ۳۶، ۶ و ۶- است.	۱۰
۱	بین ۸ و ۹ زیرا $\sqrt{64} < \sqrt{79} < \sqrt{81}$	۱۱
۱	بین ۷- و ۸- زیرا $-\sqrt{64} < -\sqrt{53} < -\sqrt{49}$	۱۲

۱	<table border="1"> <tbody> <tr> <td>a</td> <td>۵/۱</td> <td>۵/۲</td> <td>۵/۳</td> <td>۵/۴</td> <td>۵/۵</td> </tr> <tr> <td>a^۲</td> <td>۲۶/۰۱</td> <td>۲۷/۰۴</td> <td>۲۸/۰۹</td> <td>۲۹/۱۶</td> <td>۳۰/۲۵</td> </tr> <tr> <td>فاصله a^۲ تا ۲۸</td> <td>۱/۹۹</td> <td>۰/۹۶</td> <td>۰/۰۹</td> <td>۱/۱۶</td> <td>۲/۲۵</td> </tr> </tbody> </table> <p style="text-align: center;">$\sqrt{۲۵} < \sqrt{۲۸} < \sqrt{۳۶}$</p> <p>$\sqrt{۲۸} = ۵/۳$</p>	a	۵/۱	۵/۲	۵/۳	۵/۴	۵/۵	a ^۲	۲۶/۰۱	۲۷/۰۴	۲۸/۰۹	۲۹/۱۶	۳۰/۲۵	فاصله a ^۲ تا ۲۸	۱/۹۹	۰/۹۶	۰/۰۹	۱/۱۶	۲/۲۵	۱۳
a	۵/۱	۵/۲	۵/۳	۵/۴	۵/۵															
a ^۲	۲۶/۰۱	۲۷/۰۴	۲۸/۰۹	۲۹/۱۶	۳۰/۲۵															
فاصله a ^۲ تا ۲۸	۱/۹۹	۰/۹۶	۰/۰۹	۱/۱۶	۲/۲۵															
۲	<p>فرض کنید طول ضلع مربع a باشد. در این صورت</p> $a^2 + (4a)^2 = 34 \Rightarrow a^2 + 16a^2 = 34 \Rightarrow 17a^2 = 34 \Rightarrow a^2 = \frac{34}{17} = 2$ <p>پس $a = \sqrt{a^2} = \sqrt{2}$</p>	۱۴																		
۲	<p>تعداد اعداد دورقمی که مربع کامل اند = $۹۹ - ۱۰ + ۱ = ۹۰$</p> <p>تعداد اعداد دورقمی که جذر آن عدد صحیح نیست = $۹۰ - ۶ = ۸۴$</p> <p>تعداد اعداد دورقمی که مربع کامل اند - تعداد کل اعداد دورقمی = تعداد اعداد دورقمی که جذر آن عدد صحیح نیست</p> <p>تعداد ۶ است</p>	۱۵																		

فصل هشتم

بردار و مختصات



درس اول: پاره خط جهت دار






تمرین

درست یا نادرست  

پ ()

ب ()

الف ()

کامل کنید   

الف) راستا ب) جهت پ) ابتدا - انتها

پرسش‌های دو گزینه‌ای

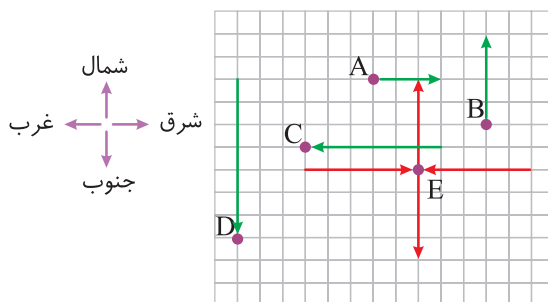
پ) گزینه (۲)

ب) گزینه (۲)

الف) گزینه (۱)

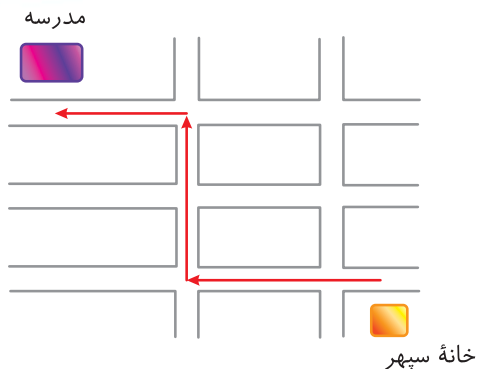
تمرین‌های تشریحی

(۱)





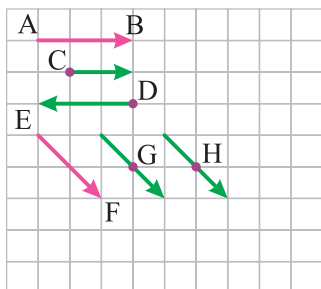
(۲)



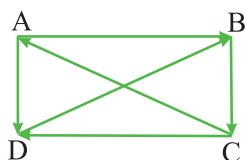
(۳)

الف) $\overline{KL}, \overline{PQ}, \overline{MN}, \overline{ST}$, $\overline{AB}, \overline{CD}, \overline{EF}, \overline{GH}$
 ب) $\overline{EF}, \overline{GH}$, $\overline{AB}, \overline{CD}$, $\overline{MN}, \overline{ST}$, $\overline{KL}, \overline{PQ}$
 پ) $\overline{AB}, \overline{GH}$, $\overline{KL}, \overline{CD}, \overline{MN}, \overline{EF}, \overline{PQ}$

(۴)



(۵)

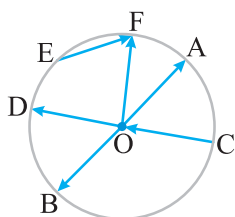


الف) $\overline{AB}, \overline{CD}$, $\overline{AD}, \overline{BC}$

ب) $\overline{AD}, \overline{BC}$

پ) $\overline{AD}, \overline{BC}$, $\overline{AB}, \overline{CD}$, $\overline{CA}, \overline{DB}$

(۶)

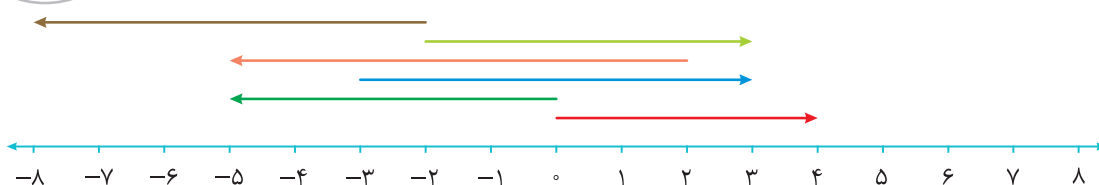


ب) $\overline{CO}, \overline{OD}$

الف) $\overline{OA}, \overline{OB}$, $\overline{CO}, \overline{OD}$

ب) $\overline{CO}, \overline{OD}, \overline{OB}, \overline{OA}, \overline{OF}$

(۷)



(۸)

بردار \overline{AB} $\left\{ \begin{array}{l} \text{نقطه ابتدا: } A(3) \\ \text{نقطه انتها: } B(6) \\ \text{اندازه: } 3 \end{array} \right.$

بردار \overline{CD} $\left\{ \begin{array}{l} \text{نقطه ابتدا: } C(1) \\ \text{نقطه انتها: } D(-3) \\ \text{اندازه: } 4 \end{array} \right.$

درس دوم: بردارهای مساوی و قرینه



درست یا نادرست

الف) ب) پ)

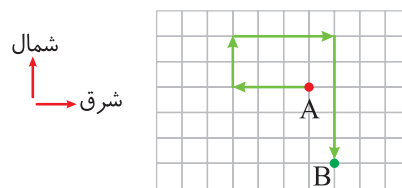
کامل کنید هم اندازه راستا - اندازه - جهت

پرسش‌های دو گزینه‌ای

الف) گزینه (۲) ب) گزینه (۱)

تعریف‌های تشریحی

۱



۲

الف) $\overline{AD}, \overline{BC}$

ب) $\overline{DC}, \overline{BA}$, $\overline{DF}, \overline{BE}$

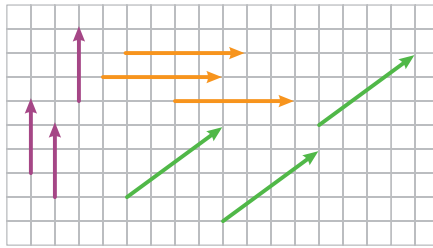
۳

الف) $\overline{AB}, \overline{ED}$, $\overline{DC}, \overline{FA}$, $\overline{BF}, \overline{CE}$

ب) $\overline{BC}, \overline{EF}$



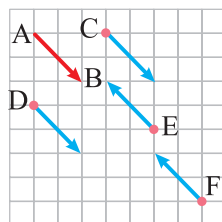
۴



۵



۶



۷

الف) ثابت می ماند. ب) شمال پ) شمال غرب ت) شمال شرق ث) جنوب شرق

درس سوم: مختصات



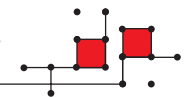
تمرین

درست یا نادرست



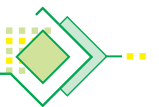
- الف) (X) ب) (✓) پ) (✓) ت) (✓) ث) (X)

کامل کنید



- الف) منفی ب) منفی پ) مبدأ مختصات ت) دوم ث) عرضها

پرسش‌های دو گزینه‌ای



- الف) گزینه (۲) ب) گزینه (۲) پ) گزینه (۲) ت) گزینه (۱): $\begin{bmatrix} -3 & -1 \\ 4 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 \\ 2 \end{bmatrix}$

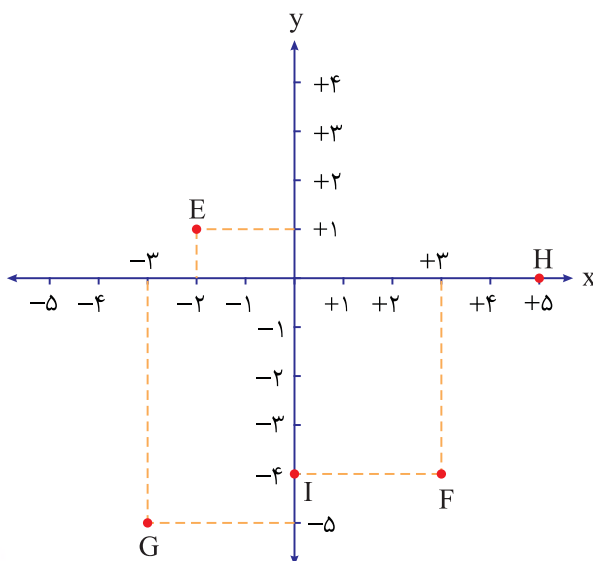
تعریف‌های تشریحی

(۱)

الف)

$$A = \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} -1 \\ -4 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 5 \\ -2 \end{bmatrix}$$

ب)





۲

الف) ناحیه دوم

ب) ناحیه اول

پ) ناحیه چهارم

ت) محور طولها

ث) ناحیه دوم

ج) محور عرضها

چ) محور طولها

ح) ناحیه سوم

۳

چون نقطه A روی محور طولها قرار دارد $2m - 4 = 0 \Rightarrow 2m = 4 \Rightarrow m = \frac{4}{2} = 2$

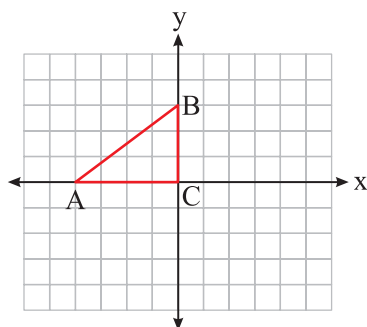
$$A = \begin{bmatrix} 2-3 \\ 2 \times 2 - 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 4-4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

۴

چون نقطه A روی محور عرضها قرار دارد $3m - 9 = 0 \Rightarrow 3m = 9 \Rightarrow m = \frac{9}{3} = 3$

$$A = \begin{bmatrix} 3 \times 3 - 9 \\ 2 \times 3 + 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 6+4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 10 \end{bmatrix}$$

۵



$$\text{مساحت مثلث} = \frac{1}{2} \times \overline{BC} \times \overline{AC} = \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6$$

۶

شماره شکل	۱	۲	۳	...	n
مختصات نقطه قرمز	$\begin{bmatrix} 3 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 6 \\ 2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 9 \\ 4 \end{bmatrix}$...	$\begin{bmatrix} 3n \\ 2n-2 \end{bmatrix}$

۷

الف) $\begin{bmatrix} -3 \\ -5 \end{bmatrix}$

ب) $\begin{bmatrix} 5 \\ 6 \end{bmatrix}$

پ) $\begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix}$

ت) $\begin{bmatrix} 3 \\ -4 \end{bmatrix}$

۸

$$\overline{AB} = \begin{bmatrix} 5-1 \\ 3-1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$\overline{EF} = \begin{bmatrix} 0 - (-3) \\ 4-4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\overline{CD} = \begin{bmatrix} 4-1 \\ -3 - (-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix}$$

$$\overline{OM} = \begin{bmatrix} 0-1 \\ 0-1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$\overline{IJ} = \begin{bmatrix} 4-5 \\ 0 - (-2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$\overline{GH} = \begin{bmatrix} -2 - (-2) \\ -3-1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -4 \end{bmatrix}$$

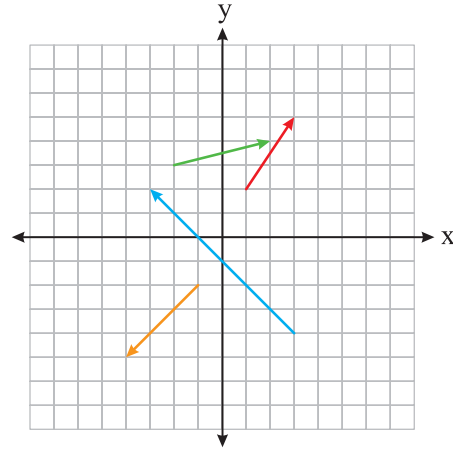
۹

الف) طرابلس: $\begin{bmatrix} ۱۴ \\ ۳۳ \end{bmatrix}$ نایروبی: $\begin{bmatrix} ۳۷ \\ -۱ \end{bmatrix}$ لوآندا: $\begin{bmatrix} ۱۴ \\ -۹ \end{bmatrix}$ هراره: $\begin{bmatrix} ۳۱ \\ -۱۸ \end{bmatrix}$

ب) $\begin{bmatrix} ۲۸-۳۰ \\ -۲۵-۳۳ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -۲ \\ -۵۸ \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} ۳۸-(-۷) \\ ۱۰-۳۵ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۴۵ \\ -۲۵ \end{bmatrix}$ (پ)

۱۰

بردار	نقطه انتها	نقطه ابتدا
$\begin{bmatrix} ۲ \\ ۳ \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} ۳ \\ ۵ \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} ۱ \\ ۲ \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} ۴ \\ ۱ \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} ۲ \\ ۴ \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -۲ \\ ۳ \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} -۶ \\ ۶ \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -۳ \\ ۲ \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} ۳ \\ -۴ \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} -۳ \\ -۳ \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -۴ \\ -۵ \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -۱ \\ -۲ \end{bmatrix}$





درس چهارم: بردار انتقال



تمرین

درست یا نادرست



ت ✓

پ ✗

ب ✗

الف ✗

کامل کنید



الف $\begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix} b \\ a-1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \\ 2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} b=a \\ a-1=2 \Rightarrow a=3, b=3 \end{cases}$$

ث طولها

ت صفر

پ $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$

ب $\begin{bmatrix} 3 \\ 0 \end{bmatrix}$

پرسش‌های دو گزینه‌ای

الف) گزینه (۲)

$$\begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ a+1 \end{bmatrix} \Rightarrow a+1=5 \Rightarrow a=4$$

ب) گزینه (۲)

پ) گزینه (۲)

$$\begin{bmatrix} -3 \\ -(a+2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a-2 \\ b \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} a-2=-3 \Rightarrow a=-1 \\ b=-(a+2) \Rightarrow b=-(-1)-2=-1 \end{cases}$$

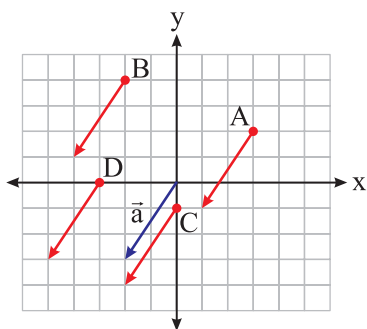
ت) گزینه (۱)

$$\begin{bmatrix} -2 \\ 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

ث) گزینه (۱)

$$\begin{bmatrix} -3 \\ 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 \\ -2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} -3+x=-5 \Rightarrow x=-2 \\ 2+y=-2 \Rightarrow y=-4 \end{cases}$$

۱



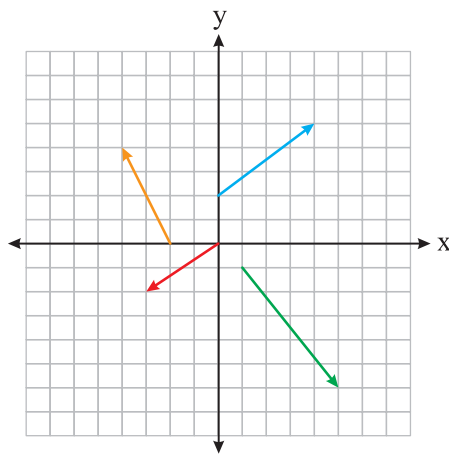
۲

$$\begin{bmatrix} 6 \\ n+2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2m \\ 5 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 6=2m \Rightarrow m=\frac{6}{2}=3 \\ n+2=5 \Rightarrow n=5-2=3 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} 2p \\ p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p+2 \\ q-2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 2p=p+2 \Rightarrow p=2 \\ p=q-2 \Rightarrow 2=q-2 \Rightarrow q=2+2=4 \end{cases}$$

۳

نقطهٔ ابتدا	بردار	قرینهٔ بردار
$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -3 \\ -2 \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -4 \\ 5 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 4 \\ -5 \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} -2 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 \\ -4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -2 \\ 4 \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -4 \\ -3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 4 \\ 3 \end{bmatrix}$



۴

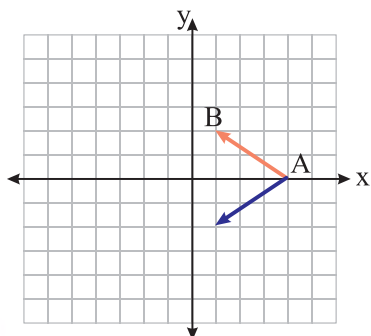
الف) $\begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix}$

$\Rightarrow \begin{bmatrix} 0 \\ -4 \end{bmatrix}$

ب) $\begin{bmatrix} 4 \\ 6 \end{bmatrix}$

ت) $\begin{bmatrix} -5 \\ 3 \end{bmatrix}$

۵

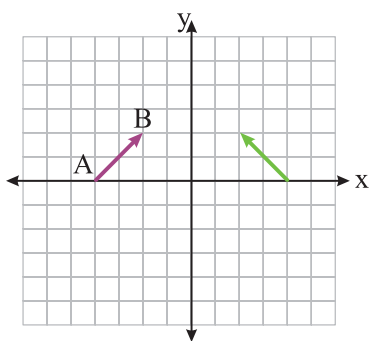


$$\overrightarrow{AB} = \begin{bmatrix} -3 \\ 2 \end{bmatrix}$$

قرینهٔ \overrightarrow{AB} نسبت به محور طول‌ها $= \begin{bmatrix} -3 \\ -2 \end{bmatrix}$



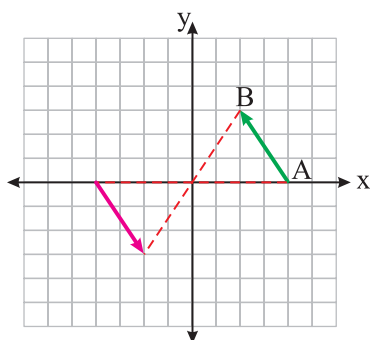
۶



$$\overrightarrow{AB} = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$\text{قرینه بردار } \overrightarrow{AB} \text{ نسبت به محور عرض ها} = \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \end{bmatrix}$$

۷ به



$$\overrightarrow{AB} = \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$\text{قرینه بردار } \overrightarrow{AB} \text{ نسبت به مبدأ مختصات} = \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix}$$

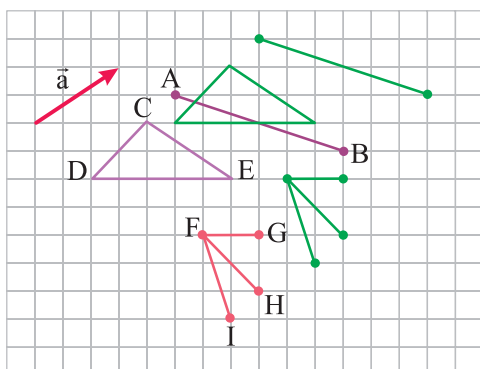
۸

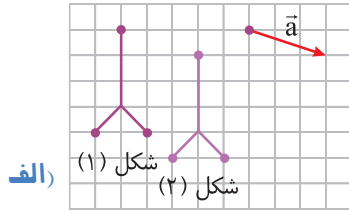
$$\begin{cases} a+3=-5 \\ -4=-(2b-3) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=-5-3=-8 \\ -4=-2b+3 \Rightarrow 2b=3+4=7 \Rightarrow b=\frac{7}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} -5=-(\lambda c-11) \\ c+1=-(d-4) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -5=-\lambda c+11 \\ c+1=-d+4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda c=11+5=16 \Rightarrow c=\frac{16}{\lambda}=2 \\ c+1=-d+4 \xrightarrow{c=2} 2+1=-d+4 \Rightarrow 3=-d+4 \Rightarrow d=4-3=1 \end{cases}$$

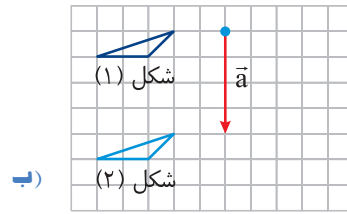
$$\begin{cases} e+3=-(2e-7) \\ e+2f=-(3f-4) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} e+3=-2e+7 \Rightarrow 3e=4 \Rightarrow e=\frac{4}{3} \\ e+2f=-3f+4 \Rightarrow e+\Delta f=4 \xrightarrow{e=\frac{4}{3}} \frac{4}{3}+\Delta f=4 \Rightarrow \Delta f=4-\frac{4}{3}=\frac{\lambda}{3} \Rightarrow f=\frac{\lambda}{15} \end{cases}$$

۹

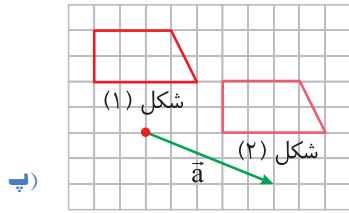




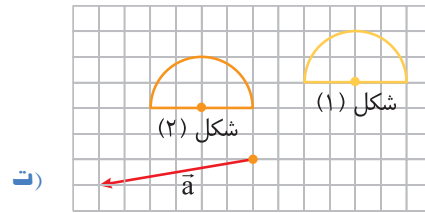
$$\vec{a} = \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix}$$



$$\vec{a} = \begin{bmatrix} 0 \\ -4 \end{bmatrix}$$



$$\vec{a} = \begin{bmatrix} 5 \\ -2 \end{bmatrix}$$



$$\vec{a} = \begin{bmatrix} -6 \\ -1 \end{bmatrix}$$

نقطه B
$\begin{bmatrix} 5 \\ 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5+3 \\ 2+4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ 6 \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} -1 \\ -2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 5 \\ 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1+5 \\ -2+6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 4 \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} 3 \\ -4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3-2 \\ -4+5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} -6 \\ -8 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -3 \\ -7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6-3 \\ -8-7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -9 \\ -15 \end{bmatrix}$

بردار انتقال \vec{a}
$\begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 8 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x = 5 - 3 = 2 \\ y = 8 - 2 = 6 \end{cases}$
$\begin{bmatrix} -5 \\ 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 \\ -6 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x = -3 + 5 = 2 \\ y = -6 - 4 = -10 \end{cases}$
$\begin{bmatrix} 2 \\ -4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x = -2 - 2 = -4 \\ y = 0 + 4 = 4 \end{cases}$
$\begin{bmatrix} -4 \\ -3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8 \\ -5 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x = -8 + 4 = -4 \\ y = -5 + 3 = -2 \end{cases}$



۱۳

نقطه A
$\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} a+4=3 \\ b+2=-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=-3 \end{cases}$
$\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -3 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -7 \\ -2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} a-3=-7 \\ b+2=-2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=-4 \\ b=-4 \end{cases}$
$\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 \\ 6 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} a+0=-5 \\ b+4=6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=-5 \\ b=2 \end{cases}$
$\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -3 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} a-3=0 \\ b+0=3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=3 \end{cases}$

۱۴

جایگاه مهره بعد از حرکت اول: $\begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4 \\ -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix}$

جایگاه مهره بعد از حرکت دوم: $\begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -5 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 \\ 0 \end{bmatrix}$

۱۵

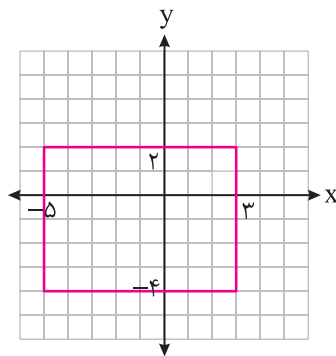
الف) $\overrightarrow{BC} = \begin{bmatrix} 4 - (-2) \\ -5 - 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ -9 \end{bmatrix}$

ب) انتقال یافته نقطه A با بردار انتقال \overrightarrow{BC} : $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 6 \\ -9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ -8 \end{bmatrix}$

پرسش‌های چهارگزینه‌ای

۱ گزینۀ (۳)

۲ گزینۀ (۴)



۳ گزینۀ (۲)

۴ گزینۀ (۱): $\begin{bmatrix} -3 \\ 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -5 \\ 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8 \\ 10 \end{bmatrix}$

۵ گزینۀ (۴): $\begin{bmatrix} -3 \\ -5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$

۶ گزینۀ (۲): $\begin{bmatrix} -4 \\ 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 9 \\ -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ -2 \end{bmatrix}$

۷ گزینۀ (۱)

$$\begin{cases} 3a + 2 = 4 \Rightarrow 3a = 2 \Rightarrow a = \frac{2}{3} \\ 5b - 3a = 7 \xrightarrow{a = \frac{2}{3}} 5b - 2 = 7 \Rightarrow 5b = 9 \Rightarrow b = \frac{9}{5} \end{cases}$$

۸ گزینۀ (۴)

$$\begin{cases} a + b = -2a - b \xrightarrow{a = -5} -5 - 10 = -2b \Rightarrow b = \frac{15}{2} \\ 3 + a = -a - 7 \Rightarrow 2a = -10 \Rightarrow a = -5 \end{cases}$$

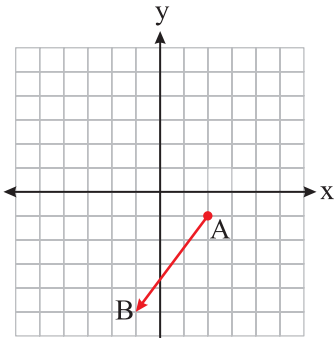
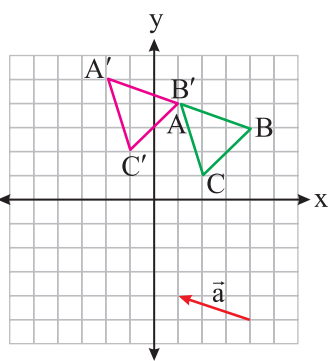
۹ گزینۀ (۱)

$$\begin{cases} 2m - 6 = 0 \Rightarrow m = 3 \\ \begin{bmatrix} m \\ m - 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix} \end{cases}$$

۱۰ گزینۀ (۴)



امتحان فصل هشتم

۱	(الف) ✓ (ب) ✗ (پ) ✗ (ت) ✗	۱
۱	(الف) سوم (ب) روی محور طولها (پ) $\begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix}$ (ت) $\begin{bmatrix} 5 \\ -1 \end{bmatrix}$	۲
۲	(الف) $\begin{bmatrix} -3 \\ 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 \\ 7 \end{bmatrix}$ (پ) $a+2=0 \Rightarrow a=-2$ (ب) $\begin{bmatrix} 0 \\ -3 \end{bmatrix}$ (ت) $\begin{bmatrix} 3-a \\ a-2 \end{bmatrix}$	۳
۲	$\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{DC}$: بردارهای مساوی - $\overrightarrow{DA}, \overrightarrow{BC}$: بردارهای قرینه	۴
۲	(الف) $B = \begin{bmatrix} -1 \\ -2 \end{bmatrix}$ و $A = \begin{bmatrix} -3 \\ 3 \end{bmatrix}$ (ب)	۵
۲	 $B = \begin{bmatrix} -1 \\ -5 \end{bmatrix}$	۶
۴	 $A' = \begin{bmatrix} -2 \\ 5 \end{bmatrix}$ $B' = \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix}$ $C' = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$	۷
۲	$\begin{cases} 2a-1=7+a \Rightarrow a=8 \\ 3b-a=2b-1 \xrightarrow{a=8} b=8-1=7 \end{cases}$	۸

۲	$\begin{cases} 2a-1=-3 \Rightarrow 2a=-2 \Rightarrow a=-1 \\ a-b=6 \xrightarrow{a=-1} -1-b=6 \Rightarrow b=-7 \end{cases}$	۹
۲	$\begin{bmatrix} -3 \\ 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 \\ 3 \end{bmatrix}$ $\begin{cases} -3+x=-4 \Rightarrow x=-1 \\ 4+y=3 \Rightarrow y=-1 \end{cases}$ $\vec{a} = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix}$	۱۰

فصل نهم

آمار و احتمال



درس اول: جمع‌آوری و نمایش داده‌ها



تمرین

درست یا نادرست

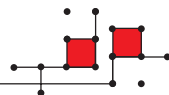


(پ) ✓

(ب) ✗

(الف) ✓

کامل کنید



(الف) اطلاعات جمع‌آوری شده (ب) اطلاعات - بررسی (پ) داده‌ها

پرسش‌های دو گزینه‌ای



(ب) گزینه (۱)

(الف) گزینه (۲)

تمرین‌های تشریحی

(۱)

نمره	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰
تعداد دانش‌آموزان	۳	۴	۶	۳	۴

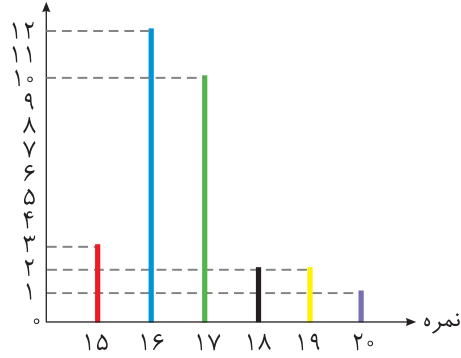
(۲)

قد کارکنان	۱۶۲	۱۶۴	۱۶۵	۱۷۳	۱۷۶	۱۸۰
تعداد	۴	۱	۲	۴	۶	۳



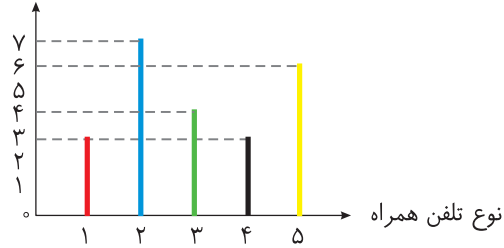
۲

تعداد دانش آموزان



۴

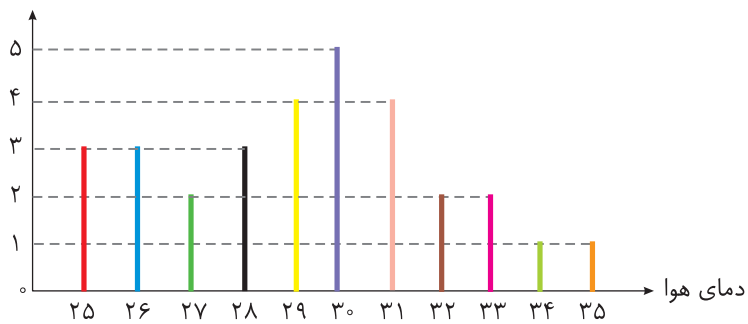
قیمت



۵

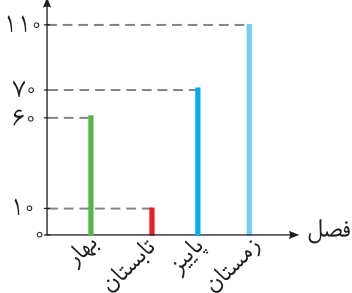
دمای هوا	۲۵	۲۶	۲۷	۲۸	۲۹	۳۰	۳۱	۳۲	۳۳	۳۴	۳۵
تعداد روز	۳	۳	۲	۳	۴	۵	۴	۲	۲	۱	۱

تعداد روز



۶

میزان بارندگی



فصل	بهار	تابستان	پاییز	زمستان
میزان بارندگی	۶۰	۱۰	۷۰	۱۱۰

۷

ماه	فروردین	اردیبهشت	خرداد	تیر	مرداد	شهریور	مهر	آبان	آذر	دی	بهمن	اسفند
میزان بارندگی	۷۳	۶۴	۵۱	۵۳	۶۵	۱۴۰	۱۹۰	۱۸۱	۱۶۹	۱۵۱	۱۲۰	۱۲۹

الف) فصل پاییز پرباران‌ترین فصل سال در رشت بوده است.

فصل	بهار	تابستان	پاییز	زمستان
میزان بارندگی	۱۸۸	۲۵۸	۵۴۰	۴۰۰

ب) در ماه‌های مهر، آبان، آذر و دی میزان بارندگی بیشتر از ۱۴۰ میلی‌متر بوده است.

پ)

$$\text{میانگین ماهانه بارندگی} = \frac{۷۳+۶۴+۵۱+۵۳+۶۵+۱۴۰+۱۹۰+۱۸۱+۱۶۹+۱۵۱+۱۲۰+۱۲۹}{۱۲} = \frac{۱۳۸۶}{۱۲} = ۱۱۵/۵$$

۸

الف) شماره کفش ۴۱ بیشتر و شماره کفش ۴۵ کمتر از همه پوشیده می‌شود.

ب) کمتر از ۴۰، یعنی مهمانانی که شماره کفش آن‌ها ۳۸ و ۳۹ است که در مجموع ۲۵ (۱۰+۱۵) نفر می‌شوند.

پ) کمتر از ۴۳ و بیشتر از ۴۰ یعنی شماره ۴۱ و ۴۲ که تعداد آن‌ها برابر ۵۵ (۳۰+۲۵) نفر است.



درس دوم: نمودارها و تفسیر نتیجه‌ها



تمرین

درست یا نادرست



(ب) ❌

(الف) ✅

کامل کنید

(ب) مقدار تقریبی

(الف) تصویری

پرسش‌های دو گزینه‌ای

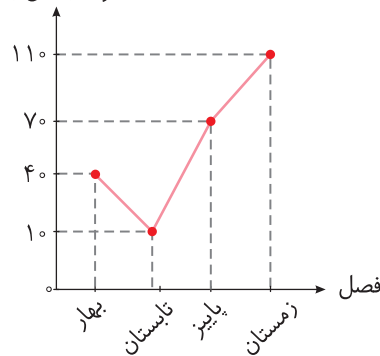
(ب) گزینه (۱)

(الف) گزینه (۲)

تمرین‌های تشریحی

(۱)

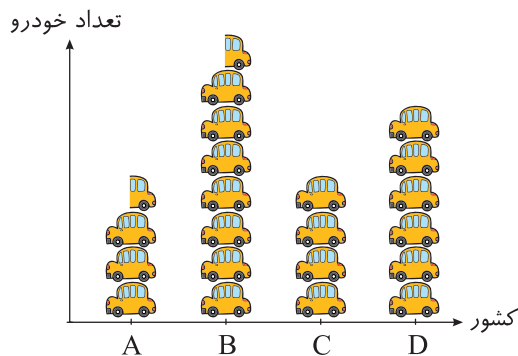
میزان بارش باران



(۲)

سال	۱۳۹۵	۱۳۹۶	۱۳۹۷	۱۳۹۸	۱۳۹۹
میزان تولید گندم	۱۲	۱۱	۱۳	۱۲	۱۴

۳



۴



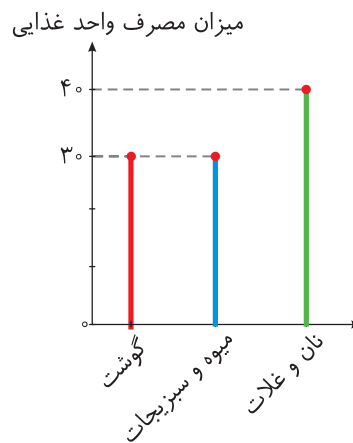
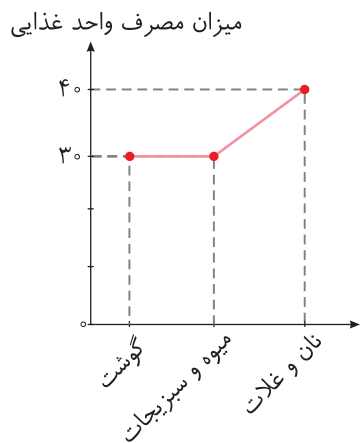
موضوع	درسی	رمان	تاریخی	مذهبی	علمی
تعداد کتابها	۷۵	۲۵	۲۵	۵۰	۷۵
درصد	۳۰	۱۰	۱۰	۲۰	۳۰

الف) کتابهای درسی و علمی

ب) درسی و علمی چون طرفدار بیشتری دارد.

۵

الف)



ب) دایره‌ای



درس سوم: احتمال یا اندازه‌گیری شانس



تمرین

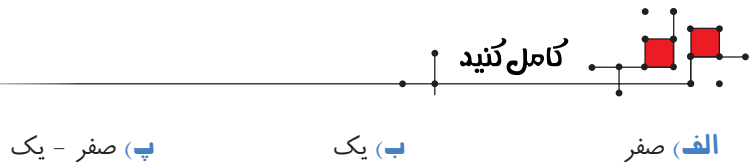
درست یا نادرست



(پ)

(ب)

(الف)



پرسش‌های دو گزینه‌ای

(پ) گزینه (۲)

(ب) گزینه (۱)

(الف) گزینه (۲)

تمرین‌های تشریحی

(۱)

(ب) ممکن است اما حتمی نیست.

(الف) ممکن نیست.

(ت) حتمی است.

(پ) ممکن است اما حتمی نیست.

(۲) «عقره در قسمت آبی بایستد»، «عقره در قسمت قرمز بایستد»، «عقره در قسمت سفید بایستد»، «عقره در قسمت سبز بایستد»

(۳) «کارت‌های ۱ و ۲»، «کارت‌های ۲ و ۳»، «کارت‌های ۱ و ۳» برداشته شوند.

(الف) (۴)



عدد ۵ → حالت مطلوب

$$\text{احتمال اینکه عدد روی تاس مضرب ۵} = \frac{\text{تعداد حالات مطلوب}}{\text{تعداد حالات ممکن}} = \frac{۱}{۶}$$

(ب)



۴, ۶ → حالات مطلوب

$$\text{احتمال اینکه عدد روی تاس مرکب باشد} = \frac{\text{تعداد حالات مطلوب}}{\text{تعداد حالات ممکن}} = \frac{۲}{۶} = \frac{۱}{۳}$$



(پ)

$$\frac{3}{6} = \frac{1}{2} = \frac{\text{تعداد حالات های مطلوب}}{\text{تعداد حالات های ممکن}} = \text{احتمال این که عدد روی تاس کمتر از ۴}$$

(۵)

- (الف) احتمال اینکه تاس ۶ بیاید > احتمال اینکه تاس ۱ یا ۲ بیاید
 (ب) احتمال اینکه تاس عددی کمتر از ۴ بیاید < احتمال اینکه تاس ۱ یا ۴ بیاید
 (پ) احتمال اینکه تاس عددی زوج بیاید = احتمال اینکه تاس عددی اول بیاید

(۶)

(الف)

$$\frac{2}{8} = \frac{1}{4} = \text{احتمال ایستادن عقربه در ناحیه سبز رنگ}$$

(ب)

$$\frac{2+3}{8} = \frac{5}{8} = \text{احتمال ایستادن عقربه در ناحیه آبی یا سبز رنگ}$$

(پ)

$$\frac{5}{8} = \text{احتمال نایستادن در ناحیه آبی رنگ}$$

(۷) در هدف سمت چپ، زیرا تعداد حالات مطلوب ما ۳ ناحیه قرمز است و تعداد کل حالات ممکن، چهار حالت است. پس احتمال برخورد به ناحیه قرمز در هدف سمت چپ برابر $\frac{3}{4}$ و احتمال برخورد به ناحیه قرمز در هدف سمت راست برابر $\frac{1}{4}$ است.

(۸) احتمال بیرون آمدن مهره سیاه در کیسه با ۱۰ مهره بیشتر است، زیرا به ترتیب احتمال سیاه بودن مهره در هر یک از کیسه‌ها به صورت زیر است:

$$\frac{5}{1000} \Rightarrow \text{کیسه با ۱۰۰۰ مهره} \quad \frac{5}{100} \Rightarrow \text{کیسه با ۱۰۰ مهره} \quad \frac{5}{10} \Rightarrow \text{کیسه با ۱۰ مهره}$$

بنابراین احتمال بیرون آمدن مهره سیاه در کیسه کوچک بیشتر است.

(۹)

(الف)

$$\frac{3}{15} = \frac{1}{5} = \frac{\text{تعداد حالات مطلوب}}{\text{تعداد حالات ممکن}} = \text{احتمال اینکه مهره سفید باشد}$$

(ب)

$$\frac{7+5}{15} = \frac{12}{15} = \frac{4}{5} = \text{احتمال اینکه مهره سیاه یا آبی باشد}$$

(پ)

$$\frac{8}{15} = \text{احتمال اینکه رنگ‌های آبی و سفید باشند} = \text{احتمال اینکه مهره سیاه نباشد}$$

(ت)

$$\frac{1}{5} + \frac{4}{5} = 1 = \text{مجموع احتمال‌های (الف) و (ب)}$$



زیرا مهره‌ها سیاه یا آبی و یا سفید هستند. بنابراین مجموع حالت‌های (الف) و (ب) یک پیشامد حتمی است و احتمال آن برابر یک است.

تمرین‌های ویژه

۱) شمارنده‌های عدد ۱۲ به صورت مقابل هستند:

۱, ۲, ۳, ۴, ۶, ۱۲

(الف)

احتمال اینکه شمارنده اول باشد $= \frac{۲}{۶}$

(ب)

احتمال اینکه شمارنده مرکب باشد $= \frac{۳}{۶}$

(پ)

احتمال اینکه شمارنده مربع عددی طبیعی باشد $= \frac{۲}{۶}$

(ت)

احتمال اینکه شمارنده مضرب ۷ باشد $= \frac{۰}{۶} = ۰$

(ث)

احتمال اینکه شمارنده بیشتر از ۱۲ نباشد $= \frac{۶}{۶} = ۱$

۲)

(الف)

احتمال زوج آمدن $= \frac{۹}{۱۹}$

(ب)

احتمال اینکه عدد اول باشد $= \frac{۸}{۱۹}$

(پ)

احتمال اینکه عدد دورقمی باشد $= \frac{۱۰}{۱۹}$

(ت)

احتمال اینکه مضرب ۵ باشد ولی مضرب ۳ نباشد $= \frac{۲}{۱۹}$

۳) کل حالات ممکن:

۲۱, ۲۲, ۲۴, ۳۱, ۳۲, ۳۴, ۴۱, ۴۲, ۴۴

(ف)

احتمال اینکه عدد زوج باشد $= \frac{6}{9}$

(ب)

احتمال اینکه این عدد اول باشد $= \frac{2}{9}$

(پ)

احتمال اینکه این عدد بزرگتر از ۳۰ باشد $= \frac{6}{9}$

(ت)

احتمال اینکه این عدد بزرگتر از ۲۵ و کوچکتر از ۳۵ باشد $= \frac{3}{9}$



درس چهارم: احتمال و تجربه



تمرین

درست یا نادرست



(ب) ❌

(الف) ✅

کامل کنید

(ب) ۱۲۰

(الف) ۲۰

پرسش‌های دو گزینه‌ای

(ب) گزینه (۲)

(الف) گزینه (۲)

تمرین‌های تشریحی

(۱)

(الف)

$$\frac{2}{8} \times 400 = 100$$

انتظار داریم تقریباً ۱۰۰ بار در ناحیه قرمز بایستد.

(ب)

$$\frac{5}{8} \times 400 = 250$$

انتظار داریم تقریباً ۲۵۰ بار در ناحیه‌های غیر از ناحیه آبی بایستد.

(۲)

(الف)

$$\frac{2}{6} \times 600 = 200$$

انتظار داریم تقریباً ۲۰۰ بار عددی مضرب ۳ آمده باشد.

(ب)

$$\frac{3}{6} \times 600 = 300$$

انتظار داریم تقریباً ۳۰۰ بار عددی اول آمده باشد.

۳

الف)

$$\frac{3}{12} \times 1200 = 300$$

انتظار داریم تقریباً ۳۰۰ بار مهره سفید بیرون بیاید.

ب)

$$\frac{9}{12} \times 1200 = 900$$

انتظار داریم تقریباً ۹۰۰ بار مهره قرمز یا آبی بیرون بیاید.

۴



پرسش‌های چهارگزینه‌ای

۱ گزینۀ (۲)

۲ گزینۀ (۳)

۳ گزینۀ (۳)

۴ گزینۀ (۳)

۵ گزینۀ (۴)

۶ گزینۀ (۱)

۷ گزینۀ (۳)


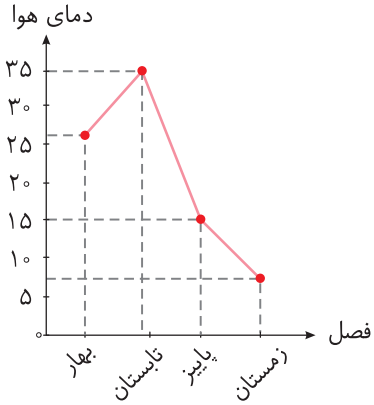
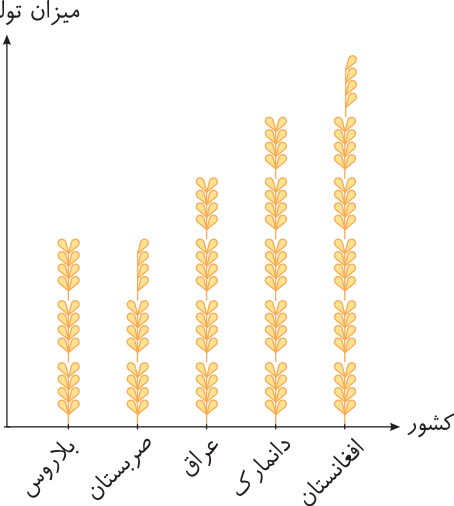

۸ گزینۀ (۲)


۹ گزینۀ (۳)

۱۰ گزینۀ (۳)



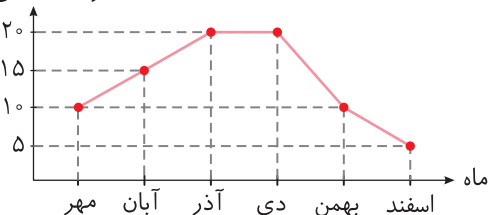
امتحان فصل نهم

۱	الف) <input checked="" type="checkbox"/> (الف) <input checked="" type="checkbox"/> (ب) <input checked="" type="checkbox"/> (پ) <input checked="" type="checkbox"/> (ت)	۱	الف) دایره‌ای	ب) $\frac{1}{2}$	پ) $\frac{2}{6}$	ت) $\frac{500}{3}$														
۲	الف) خط شکسته پ)  ۷ سفید ۱۳ سیاه	۲	ب) در پرتاب یک تاس، عددی یک رقمی ظاهر شود. ت) ۵۰۰																	
۱/۵	دمای هوا 	۴																		
۲/۵	میزان تولید گندم 	۵																		
۲/۵	 <table border="1" data-bbox="614 1747 1300 1971"> <thead> <tr> <th>نوع</th> <th>مرد</th> <th>زن</th> <th>پسر</th> <th>دختر</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>جمعیت (هزار نفر)</td> <td>۲۰۰</td> <td>۲۵۰</td> <td>۲۰۰</td> <td>۳۵۰</td> </tr> <tr> <td>درصد</td> <td>۲۰</td> <td>۲۵</td> <td>۲۰</td> <td>۳۵</td> </tr> </tbody> </table>	نوع	مرد	زن	پسر	دختر	جمعیت (هزار نفر)	۲۰۰	۲۵۰	۲۰۰	۳۵۰	درصد	۲۰	۲۵	۲۰	۳۵	۶			
نوع	مرد	زن	پسر	دختر																
جمعیت (هزار نفر)	۲۰۰	۲۵۰	۲۰۰	۳۵۰																
درصد	۲۰	۲۵	۲۰	۳۵																

۲/۵	<p>(الف) ممکن است، اما حتمی نیست. (ب) ممکن نیست. (پ) حتمی است. (ت) ممکن نیست.</p> <p>(ث) ممکن است، اما حتمی نیست.</p>	۷
۳	<p>(الف) $\frac{۲}{۶}$ (ب) $\frac{۳}{۶}$ (پ) $\frac{۴}{۶}$</p>	۸
۲		۹
۲	<p>(الف)</p> <p>انتظار داریم تقریباً ۷۵۰ بار عددی فرد بیاید.</p> <p>(ب)</p> <p>انتظار داریم تقریباً ۵۰۰ بار عددی بزرگ‌تر از ۴ بیاید.</p> <p>$\frac{۱}{۲} \times ۱۵۰۰ = ۷۵۰$</p> <p>$\frac{۲}{۶} \times ۱۵۰۰ = ۵۰۰$</p>	۱۰



امتحان پایانی		
۱	(الف) ✓ (ب) ✓ (پ) ✗ (ت) ✓	۱
۱	(الف) ۴ (ب) مساوی (پ) استوانه (ت) $\frac{1}{2}$	۲
۲	(الف) $\frac{1}{9}$ (ب) ۱ (پ) مستطیل (ت) محور طولها	۳
۲	<p>2°C دمای هوای تهران</p> <p>-11°C دمای هوای همدان $\Rightarrow 13^{\circ}\text{C}$ دمای هوای همدان - دمای هوای تهران</p> <p>7°C دمای هوای قم $\Rightarrow -5^{\circ}\text{C}$ دمای هوای قم - دمای هوای تهران</p> <p>-18°C دمای هوای قم - دمای هوای همدان $= -11 - 7 = -18^{\circ}\text{C}$</p> <p>دمای هوای همدان ۱۸ درجه سانتی گراد سردتر از دمای هوای قم است.</p>	۴
۱/۵	(الف) انتقال (ب) تقارن (پ) دوران	۵
۲	<p>(الف) $2^3 - 3^3 \times (-5)^2 = 8 - 27 \times 25 = -667$</p> <p>(ب) $(7^{\circ} - 12^{\circ}) \times (-3)^{\circ} = (1 - 12) \times (1) = -11$</p>	۶
۲	<p>(الف) $2^7 \times (\frac{1}{2})^3 = 2^7 \times 2^{-3} = 2^4$</p> <p>(ب) $2^3 \times 10^4 \times 5^3 = 10^3 \times 10^4 = 10^7$</p>	۷
۱	<p>$\sqrt{49} < \sqrt{56} < \sqrt{64}$</p> <p>$\Downarrow$</p> <p>$7 < \sqrt{56} < 8$</p>	۸
۲	<p>حجم شکل $= \pi \times 6 \times 6 \times 3 = 3 \times 6 \times 6 \times 3 = 324$</p>	۹
۱/۵	<p>$\begin{bmatrix} -3 \\ x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} y \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6 \\ -3 \end{bmatrix}$</p> <p>$-3 + y = -6 \Rightarrow y = -3$ $x + 4 = -3 \Rightarrow x = -7$</p>	۱۰
۲	<p>$\begin{bmatrix} 3x+1 \\ -4 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} -8 \\ y-1 \end{bmatrix}$</p> <p>$3x+1=8 \Rightarrow x=\frac{7}{3}$ $-4=-y+1 \Rightarrow y=5$</p>	۱۱

۱	<p>میزان بارندگی</p>  <p>ماه</p>	۱۲
۱	<p>احتمال اینکه سبز نباشد، یعنی احتمال اینکه آبی یا سیاه باشد. پس:</p> $\text{احتمال اینکه سبز نباشد} = \frac{\text{تعداد حالت‌های مطلوب}}{\text{تعداد حالت‌های ممکن}} = \frac{7}{9}$	۱۳