پاسخ آزمون‌های سراسری ۱۴۰۱

A | ۲۵۰۲ | ۱

امواج مکانیکی برای انتشار نیاز به محیط مادی دارند. امواج صوتی از نوع امواج مکانیکی هستند بنابراین برای انتشار نیاز به محیط مادی دارند.

پرتوهای X، رادیویی و فروسرخ از جنس امواج الکترومغناطیسی بوده و می‌توانند در خلأ منتشر شوند و برای انتشار به محیط مادی نیاز ندارند.

A | ۲۵۰۳ | ۴

یادآوری انرژی الکترون در ترازهای اتم هیدروژن از رابطهٔ $E_n=\frac{-E_R}{n^2}$ به‌دست می‌آید.

در اتم هیدروژن $n=1$ تراز پایه، $n=2$ اولین حالت برانگیخته و تراز $n=3$ دومین حالت برانگیخته است، انرژی در دو حالت را می‌نویسیم و بر هم تقسیم می‌کنیم.

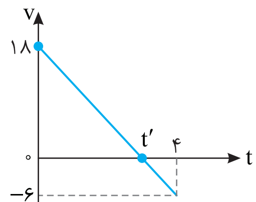
$$E_A=\frac{-E_R}{n^2}\Rightarrow\begin{cases}E_3=\frac{-E_R}{3^2}=\frac{-E_R}{9}\\ E_1=\frac{-E_R}{1^2}=-E_R\end{cases}\xrightarrow{\div}\frac{E_3}{E_1}=\frac{\frac{-E_R}{9}}{-E_R}=\frac{1}{9}$$

B | ۲۵۰۴ | ۲

خط فکری برای به‌دست آوردن تندی متوسط و یا مسافت طی شده بهتر است نمودار سرعت - زمان $(v-t)$ متحرک را رسم کرده و از سطح زیر نمودار کمک گرفت.

۱ نمودار $v-t$ در بازهٔ صفر تا $4s$ را رسم می کنیم

$$v=-6t+18\begin{cases}\xrightarrow{t=0} v=18m/s\\ \xrightarrow{t=4s} v=-6m/s\end{cases}$$

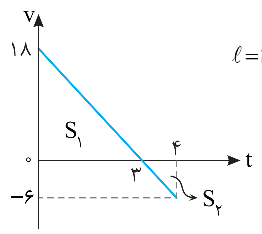


۲ لحظهٔ t' لحظهٔ تغییر جهت حرکت متحرک یعنی لحظه‌ای که $v=0$ است:

$$v=-6t+18\xrightarrow{v=0}-6t'+18=0\Rightarrow t'=3s$$

۳ مسافت طی شده را حساب می‌کنیم:

$$\ell=S_1+S_2\Rightarrow \ell=\frac{3\times18}{2}+\frac{1\times6}{2}=27+3=30m$$



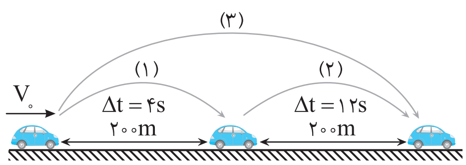
۴ تندی متوسط برابر است با:

$$s_{av}=\frac{\ell}{\Delta t}\Rightarrow s'_{av}=\frac{30}{4}=7/5m/s$$

B | ۲۵۰۵ | ۴

خط فکری بازهٔ زمانی t_1 تا $t_2=t_1+16(s)$ یعنی کل مدت مورد بررسی $16s$ است. و در این $16s$، متحرک $400m$ جابه‌جا شده است. بنابراین نصف این مسیر یعنی $200m$ را در $4s$ و ۲۰۰ متر بعدی را در $16-4=12$ طی کرده است. از این رو کافی شما از معادلهٔ جابه‌جایی - مکان در حرکت با شتاب ثابت یک بار در $4s$ و بار دیگر در کل مدت $16s$ استفاده کنید.

مسیر حرکت را رسم می‌کنیم و با توجه به اینکه جابه‌جایی متحرک در زمان‌های مختلف داده شده است. برای مسیرهای (۱) و (۳) معادلهٔ $\Delta x=\frac{1}{2}at^2+v_0t$ را می‌نویسیم.



$$(1)\ \Delta x=\frac{1}{2}at^2+v_0t\Rightarrow 200=\frac{1}{2}a(4)^2+4v_0\Rightarrow 200=8a+4v_0\quad (I)$$

$$(3)\ \Delta x=\frac{1}{2}at^2+v_0t\Rightarrow 400=\frac{1}{2}a\times(16)^2+16v_0\Rightarrow 400=128a+16v_0\quad (II)$$

حال با حل دستگاه دو معادله دو مجهول شتاب حرکت را حساب می کنیم

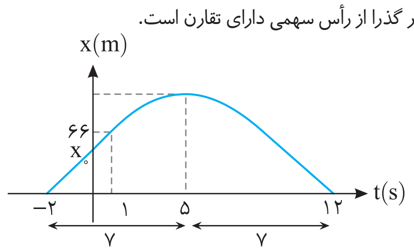
$$\begin{cases}-4(8a+4v_0=200)\\ 128a+16v_0=400\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}-32a-16v_0=-800\\ 128a+16v_0=400\end{cases}\xrightarrow{+}96a=-400$$

$$\Rightarrow a=\frac{-400}{96}\Rightarrow a=\frac{-25}{6}m/s^2$$

بزرگی شتاب خواسته شده است از این‌رو: $|a|=\frac{25}{6}m/s^2$

C | ۲۵۰۶ | ۳

نکته نمودار مکان - زمان حرکت با شتاب ثابت یک سهمی است و سهمی نسبت به محور گذرا از رأس سهمی دارای تقارن است.



با توجه به نمودار ریشه‌های این سهمی $t=-2s$ و $t=12s$ است. بنابراین معادلهٔ آن خواهد شد:

$$x=A(t-12)(t+2)$$

باید مختصات $t=1s$ و $x=66m$ در این معادله صدق کند.

$$66=A(1-12)(1+2)\Rightarrow A=-2$$

معادله را کامل می‌کنیم.

$$x=-2(t-12)(t+2)$$

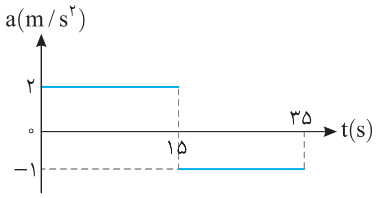
اکنون کافی است که در این معادله $t=0$ را قرار داده و مکان اولیه را حساب کنیم:

$$x_0=-2(0-12)(0+2)\Rightarrow x_0=48m$$

B | ۲۵۰۷ | ۱

خط فکری نمودار شتاب - زمان، اطلاعات خاصی از حرکت به ما نمی‌دهد بنابراین از نقاط روی نمودار استفاده کرده و به کمک روابط حرکت با شتاب ثابت مسئله را حل می‌کنیم. سرعت و مکان متحرک در $t=2s$ به ما داده شده است. با استفاده از آن‌ها و با توجه به اینکه در بازهٔ $2s$ تا $15s$، شتاب ثابت و $2m/s^2$ است مکان و سرعت متحرک در $t=15s$ را حساب کرده سپس در بازهٔ $15s$ تا $35s$ نیز به کمک معادلهٔ مکان - زمان حرکت با شتاب ثابت مکان در $t=35s$ را به دست می‌آوریم.

۱ در لحظهٔ $t=2s$، مکان $-16m$ و سرعت $-6m/s$ و شتاب ثابت $2m/s^2$ است بنابراین مکان لحظهٔ $t=15s$ خواهد شد:



$$x=\frac{1}{2}at^2+v_0t+x_0\Rightarrow x_1=\frac{1}{2}\times2\times(13)^2+(-6)\times13+(-16)$$

$$x_1=169+(-78)-16\Rightarrow x_1=75m$$

۲ سرعت در لحظهٔ $t=15s$ را حساب می‌کنیم

$$v_1=at+v_0\Rightarrow v_1=2\times13-6\Rightarrow v_1=20m/s$$

۳ سرعت $v_1=20m/s$ سرعت اولیهٔ قسمت دوم حرکت و مکان $x_1=75m$

مکان اولیهٔ این قسمت است بنابراین می‌توان به کمک معادلهٔ مکان - زمان مکان در $t=35s$ را حساب کرد.

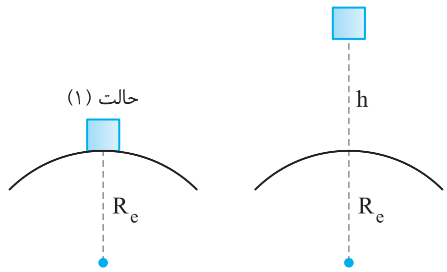
$$x_2=\frac{1}{2}a_2t_2^2+v_1t+x_1\Rightarrow x_2=\frac{1}{2}\times(-1)\times(20)^2+20\times20+75$$

$$x_2=-200+400+75\Rightarrow x_2=275m\Rightarrow \vec{x}_2=275\vec{i}$$

۲۵۰۸ | ۴

شتاب گرانش ۹۹ درصد کاهش یافته: $g'=g-\frac{99}{100}g\Rightarrow g'=\frac{1}{100}g$

شتاب گرانش از رابطهٔ $g=G\frac{M_e}{r^2}$ به دست می‌آید که r فاصله از مرکز زمین است



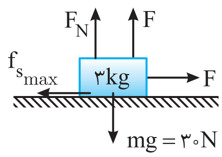
$$\frac{GM_e}{(h+R_e)^2}=\frac{1}{100}\frac{GM_e}{R_e^2}$$

$$\left(\frac{R_e}{h+R_e}\right)^2=\frac{1}{100}\Rightarrow\frac{R_e}{h+R_e}=\frac{1}{10}\Rightarrow 10R_e=h+R_e\Rightarrow h=9R_e$$

B ۲۵۰۹ | ۲

حالت اول: جسم در آستانهٔ حرکت بوده و نیروی اصطکاک آن نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه $f_{s_{max}}$ است:

نیروی عمودی سطح را به دست می‌آوریم:



در راستای قائم جسم حرکت نمی کند: $F+F_N=mg$

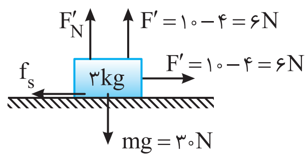
$$\Rightarrow F_N=30-F$$

در راستای افقی جسم در آستانهٔ حرکت بوده و هنوز حرکت نکرده: $F=f_{s_{max}}$

$$\xrightarrow[F_N=30-F]{f_{s_{max}}=\mu_sF_N}F=\mu_s(30-F)\xrightarrow{\mu_s=0/5}F=0/5(30-F)$$

$$\Rightarrow F+0/5F=15\Rightarrow 1/5F=15\Rightarrow F=10N$$

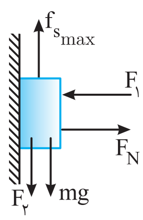
حالت دوم: هر کدام از نیروهای F، ۴N کاهش یافته و $F=10N$ به ۶N می‌رسد، دقت کنید که چون نیروی در راستای قائم کاهش یافته پس F_N افزایش می‌یابد و نیروی F افقی نیز کاهش یافته، در واقع در قسمت قبلی با نیروی ۱۰N و نیروی عمودی سطح $30-10=20N$ جسم در آستانهٔ حرکت بوده پس در این حالت که نیروی افقی $F'=6N$ شده و نیروی عمودی سطح $F'_N=30-6=24N$ افزایش یافته جسم همچنان ساکن می‌ماند و نیروی اصطکاک برابر نیروی F' است.



$$F'=f_s\Rightarrow f_s=6N$$

B ۲۵۱۰ | ۱

۱ ابتدا نیروهای وارد بر قطعه چوب را رسم می‌کنیم، دقت کنید قطعه چوب در آستانهٔ لغزش رو به پایین قرار دارد و در نتیجه نیروی اصطکاک بیشینه $(f_{s_{max}})$ و رو به بالا است:



۲ نیروی اصطکاک آستانهٔ حرکت را حساب می‌کنیم.

$$F_{net\,y}=0\Rightarrow f_{s_{max}}=F_2+mg\xrightarrow[F_2=3/5N,m=0/25kg]{f_{s_{max}}}f_{s_{max}}=3/5+2/5=6N$$

۳ نیرویی که دیوار به چوب وارد می‌کند از رابطهٔ $R=\sqrt{F_{s_{max}}^2+F_N^2}$ به‌دست می‌آید نیروی عمودی سطح خواهد شد.

$$R=\sqrt{f_{s_{max}}^2+F_N^2}\Rightarrow 10=\sqrt{6^2+F_N^2}\Rightarrow 100=36+F_N^2\Rightarrow F_N=8N$$

۴ $f_{s_{max}}$ برابر μ_sF_N است:

$$f_{s_{max}}=\mu_sF_N\Rightarrow 6=\mu_s\times 8\Rightarrow\mu_s=\frac{6}{8}=0/75$$

B ۲۵۱۱ | ۳

خط فکری: ابتدا دورهٔ حرکت را به‌دست می‌آوریم.

با توجه به شکل:

$$5\frac{\lambda}{4}=25\Rightarrow\lambda=20cm=0/2m$$

$$\lambda=vT\Rightarrow\frac{2}{10}=10\times T\Rightarrow T=0/02s$$

حال برای بررسی گزارهٔ (الف) دقت کنید که گفته شده مسافتی که موج در هر ثانیه طی می‌کند، با توجه اینکه سرعت انتشار موج $10m/s$ است پس این مسافت برابر است با:

$$\Delta x=vt=10\times 1=10m$$

پس گزارهٔ (الف) نادرست است.

گزارهٔ (ب): هر ذره از محیط در مدت یک نوسان، مسافت $4A$ را طی می‌کند. بنابراین با توجه به اینکه $T=0/02s$ است، در $0/01$ ثانیه تعداد نوسان‌های هر ذره از محیط برابر است با:

$$N=\frac{t}{T}=\frac{0/01}{0/02}=\frac{1}{2}$$

و ذره مسافت $2A$ یعنی $40cm$ را طی می‌کند و این گزاره درست است.

گزارهٔ (پ) در مورد جابه‌جایی است. اگر ذره‌ای در نقطه تعادل باشد بعد از $0/01s$ یعنی $\frac{T}{2}$ مجدداً در نقطهٔ تعادل است و جابه‌جایی‌اش صفر است. و اگر ذره‌ای در مکان بیشینه باشد پس از $\frac{T}{2}$ در مکان کمینه قرا ردارد و جابه‌جایی آن برابر $2A$ خواهد شد.

پس جابه‌جایی بستگی به مکان اولیه ذره دارد و این گزاره نادرست است.

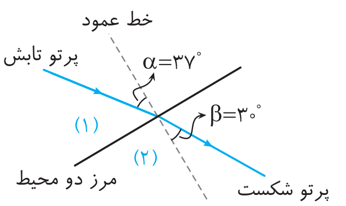
بررسی گزارهٔ (ت): $0/02s$ برابر یک دوره است و جابه‌جایی هر ذره در مدت یک دوره همواره برابر صفر است. پس گزاره‌های (ب) و (ت) درست‌اند.

B ۲۵۱۲ | ۴

خط فکری: برای به‌دست آوردن نسبت سرعت‌ها در دو محیط (v_1/v_2) باید از قانون شکست عمومی استفاده کنید. اما قبل از آن باید زاویهٔ تابش (θ_1) و زاویهٔ شکست (θ_2) را به کمک شکل مشخص کنید.

نکته: زاویه‌ای که جبههٔ موج با مرز بین دو محیط می‌سازد برابر زاویه‌ای است که پرتو آن با خط عمود بر مرز می‌سازد.

۱ با توجه به نکتهٔ بالا نمودار پرتویی به‌صورت روبه‌رو بوده و زاویهٔ تابش و زاویهٔ شکست به ترتیب برابر $\theta_1=37^\circ$ و $\theta_2=30^\circ$ است.



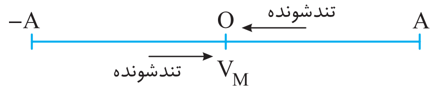
۲ حال با توجه به قانون شکست عمومی:

$$\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2}=\frac{v_1}{v_2}\Rightarrow\frac{\sin 37^\circ}{\sin 30^\circ}=\frac{v_1}{v_2}\Rightarrow\frac{0/6}{0/5}=\frac{v_1}{v_2}\Rightarrow\frac{v_1}{v_2}=\frac{6}{5}$$

B ۲۵۱۳ | ۴

نکته در مدت یک دوره، $\frac{T}{۲}$ ثانیهٔ حرکت تندشونده است.

نکته هرگاه نوسانگر در حال حرکت به‌سوی حالت تعادل باشد حرکت تندشونده است.



۱ با توجه به معادلهٔ حرکت $x=۰/۰۲\cos ۴\pi t$ دوره را حساب می‌کنیم.

$$\omega=\frac{۲\pi}{T}\Rightarrow ۴\pi=\frac{۲\pi}{T}\Rightarrow T=\frac{۱}{۲}s$$

۲ بازهٔ زمانی $t_۱=\frac{۱}{۱۲}s$ تا $t_۲=\frac{۷}{۶}s$ را با دوره مقایسه می‌کنیم.

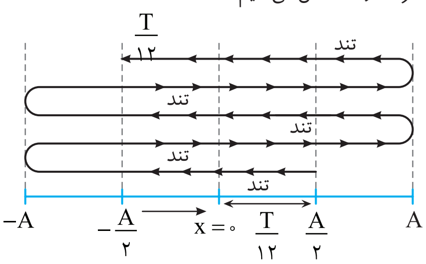
$$\frac{\Delta t}{T}=\frac{\frac{۷}{۶}-\frac{۱}{۱۲}}{\frac{۱}{۲}}\Rightarrow\frac{\Delta t}{T}=\frac{\frac{۱۴-۱}{۱۲}}{\frac{۱}{۲}}\Rightarrow\Delta t=\frac{۱۳}{۶}T=۲T+\frac{T}{۶}$$

۳ در بازهٔ $۲T$ به مدت نصف بازه یعنی T حرکت تند شونده است.

۴ اما در مدت $\frac{T}{۶}$ چگونه است؟ برای این منظور مکان نوسانگر در ابتدای بازه $(t=\frac{۱}{۱۲}s)$ را باید مشخص کنیم.

$$x=۰/۰۲\cos ۴\pi(\frac{۱}{۱۲})\Rightarrow x=۰/۰۲\cos\frac{\pi}{۳}\Rightarrow x=۰/۰۱m\Rightarrow x=\frac{۱}{۲}A$$

۵ مسیر حرکت را مشخص می‌کنیم.



۶ با توجه به مسیر در مدت حرکت از $\frac{A}{۲}$ تا $x=۰$، $\frac{T}{۱۲}$ حرکت تندشونده و در مدت $۲T$ بعدی نیز به مدت T حرکت کندشونده است یعنی در کل زمان حرکت تندشونده خواهد شد:

$$\Delta t=T+\frac{T}{۱۲}=\frac{۱۳T}{۱۲}\xrightarrow{T=\frac{۱}{۲}s}\Delta t=\frac{۱۳}{۲۴}s$$

B ۲۵۱۴ | ۱

خط فکری در حل این نوع مسائل ابتدا باید طول موج را حساب کنید. سپس به کمک رابطهٔ ریدبرگ n و n' را به‌دست بیاورید اما در اغلب این مسائل شما باید در واقع n و n' را حدس بزنید. برای این منظور از گزینه‌ها کمک بگیرید.

۱ ابتدا طول موج بسامد $۲/۲۵\times۱۰^{۱۵}$ هرتز را حساب می‌کنیم:

$$\lambda=\frac{c}{f}\Rightarrow\lambda=\frac{۳\times۱۰^{۸}}{۲/۲۵\times۱۰^{۱۵}}\Rightarrow\lambda=\frac{۱۰^{-۷}}{۰/۷۵}\Rightarrow\lambda=\frac{۴}{۳}\times۱۰^{-۷}m=\frac{۴۰۰}{۳}nm$$

۲ حال به کمک معادلهٔ ریدبرگ n و n' را به‌دست می‌آوریم

$$\frac{۱}{\lambda}=R(\frac{۱}{n'^{۲}}-\frac{۱}{n^{۲}})\Rightarrow\frac{۳}{۴۰۰}=\frac{۱}{۱۰۰}(\frac{۱}{n'^{۲}}-\frac{۱}{n^{۲}})\Rightarrow\frac{۳}{۴}=(\frac{۱}{n'^{۲}}-\frac{۱}{n^{۲}})$$

با توجه به گزینه‌ها مشخص می‌شود که $n'=۱$ و $n=۲$ است.

B ۲۵۱۵ | ۳

۱ رشتهٔ براکت $n'=۴$ است و دومین خط آن یعنی گذار از $n=۶$ به $n=۴$ است.

اولین خط رشتهٔ براکت	$n'=۴, n=۵$
دومین خط رشتهٔ براکت	$n'=۴, n=۶$

۲ طول موج این خط طیف را از رابطهٔ ریدبرگ برحسب R حساب می‌کنیم.

$$\frac{۱}{\lambda}=R(\frac{۱}{n'^{۲}}-\frac{۱}{n^{۲}})\Rightarrow\frac{۱}{\lambda}=R(\frac{۱}{۱۶}-\frac{۱}{۳۶})=R(\frac{۹-۴}{۱۴۴})\Rightarrow\frac{۱}{\lambda}=\frac{۵R}{۱۴۴}\Rightarrow\lambda=\frac{۱۴۴}{۵R}$$

۳ رشتهٔ بالمر $n'=۲$ بوده و چهارمین خط آن یعنی گذار از $n=۶$ به $n'=۲$

چهارمین خط رشتهٔ بالمر	سومین خط رشتهٔ بالمر	دومین خط رشتهٔ بالمر	اولین خط رشتهٔ بالمر
$n'=۲, n=۶$	$n'=۲, n=۵$	$n'=۲, n=۴$	$n'=۲, n=۳$

۴ طول موج این خط طیف را نیز به کمک رابطهٔ ریدبرگ حساب می‌کنیم.

$$\frac{۱}{\lambda'}=R(\frac{۱}{n'^{۲}}-\frac{۱}{n^{۲}})\Rightarrow\frac{۱}{\lambda'}=R(\frac{۱}{۴}-\frac{۱}{۳۶})\Rightarrow\frac{۱}{\lambda'}=R(\frac{۳۲}{۱۴۴})\Rightarrow\lambda'=\frac{۱۴۴}{۳۲R}$$

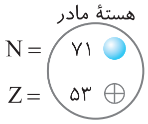
۵ حال نسبت $\frac{\lambda}{\lambda'}$ را به‌دست می‌آوریم:

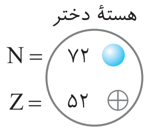
$$\frac{\lambda}{\lambda'}=\frac{\frac{۱۴۴}{۵R}}{\frac{۱۴۴}{۳۲R}}\Rightarrow\frac{\lambda}{\lambda'}=\frac{۳۲}{۵}$$

میانبر m امین خط رشتهٔ n' یعنی: $n'=n',\quad n=m+n'$

B ۲۵۱۶ | ۳

راه‌حل اول: هستهٔ مادر را با نماد X و هستهٔ دختر را با نماد Y نشان می‌دهیم:





$Z=۵۳$

$A=Z+N\Rightarrow A=۵۳+۷۱=۱۲۴$

${}^{A}_{Z}X\Rightarrow {}^{۱۲۴}_{۵۳}X$

$Z=۵۲$

$A=Z+N\Rightarrow A=۵۲+۷۲=۱۲۴$

${}^{A}_{Z}Y\Rightarrow {}^{۱۲۴}_{۵۲}Y$

حال معادلهٔ واکنش را می‌نویسیم:

$${}^{۱۲۴}_{۵۳}X\to {}^{۱۲۴}_{۵۲}Y+\cdots$$

برای آنکه عدد اتمی دو طرف معادله یکسان باشد باید ذرهٔ ${}^{۰}_{+۱}e$ گسیل شده باشد، یعنی در واپاشی گسیل پوزیترون داریم.

راه‌حل دوم: با توجه به شکل هسته‌ها، یک پروتون به یک نوترون تبدیل شده چون تعداد پروتون هستهٔ دختر یک واحد کم و تعداد نوترون آن یک واحد افزایش یافته است. در واپاشی (گسیل) پوزیترون یک پروتون به یک نوترون تبدیل می‌شود.

B ۲۵۱۷ | ۱

یادآوری تندی انتشار موج در تار برابر است با:

$$v=\sqrt{\frac{F}{\mu}}=\sqrt{\frac{F\ell}{m}}=\sqrt{\frac{F}{\rho A}}=\frac{۲}{D}\sqrt{\frac{F}{\rho\pi}}$$

با توجه به اینکه چگالی و سطح مقطع داده شده از رابطهٔ $v=\sqrt{\frac{F}{\rho A}}$ برای حل استفاده می‌کنیم، دقت کنید در این رابطه باید واحد چگالی $\frac{kg}{m^{۳}}$ باشد و بنابراین ابتدا $۸\frac{g}{cm^{۳}}$ را به $\frac{kg}{m^{۳}}$ تبدیل می‌کنیم:

$$\rho=۸\frac{g}{cm^{۳}}=۸۰۰۰\frac{kg}{m^{۳}}\quad,\quad A=۲mm^{۲}=۲\times۱۰^{-۶}m^{۲}$$

$$v=\sqrt{\frac{F}{\rho A}}\Rightarrow ۲۵=\sqrt{\frac{F}{۸۰۰۰\times۲\times۱۰^{-۶}}}\xrightarrow{\text{به توان دو}}۶۲۵=\frac{F}{۱۶\times۱۰^{-۳}}\Rightarrow F=۱۰N$$

B ۲۵۱۸ | ۳

۱ بسامد تار مرتعش از رابطهٔ $f_n=\frac{nv}{۲\ell}$ به‌دست می‌آید. $f_۲$ برابر $۱۶۰Hz$ و $f_۴$ برابر $۳۲۰Hz$ است بنابراین:

$$\begin{cases}f_۴=\frac{۴v}{۲\ell}\\ f_۲=\frac{۲v}{۲\ell}\end{cases}\Rightarrow f_۴-f_۲=\frac{۲v}{۲\ell}\xrightarrow[f_۲=۱۶۰Hz]{f_۴=۳۲۰Hz}\frac{۲v}{۲\ell}=۱۶۰Hz$$

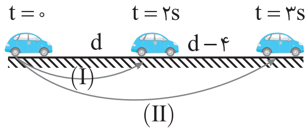
بسامد $f_۱$ برابر $\frac{v}{۲\ell}$ و بسامد $f_۳$ برابر $\frac{۳v}{۲\ell}$ است:

$$f_۳-f_۱=\frac{۳v}{۲\ell}-\frac{v}{۲\ell}\Rightarrow\frac{۲v}{۲\ell}=۱۶۰Hz$$

B ۲۵۱۹ ۲

خط فکری شتاب حرکت مثبت بوده و با توجه به سؤال متحرک در جهت محور x در حال حرکت بوده پس سرعت نیز مثبت است. حرکت تندشونده $(av>0)$ با شتاب ثابت بوده و تغییر جهت نداریم بنابراین مسافت و جابه‌جایی با هم برابر است.

۱ جابه‌جایی در بازهٔ ۰ تا 2s را برابر d می‌گیریم و جابه‌جایی در بازهٔ 2s تا 3s برابر $d-4$ متر است. سؤال سرعت اولیه را خواسته بنابراین برای بازهٔ ۰ تا 2s و ۰ تا 3s به کمک رابطهٔ $\Delta x=\frac{1}{2}at^2+v_0t$ سؤال را حل می‌کنیم:



$$\text{I)}\ d=\frac{1}{2}at^2+v_0t \xrightarrow{t=2s} d=\frac{1}{2}a(2)^2+v_0(2)$$

$$\Rightarrow d=2a+2v_0 \xrightarrow{a=4} d=8+2v_0$$

$$\text{II)}\ 2d-4=\frac{1}{2}a(t')^2+v_0t' \xrightarrow{t'=3s} 2d-4=4/5a+3v_0$$

$$\xrightarrow{a=4} 2d-4=18+3v_0 \Rightarrow 2d=22+3v_0$$

۲ حال با توجه به دو معادله دو مجهول بالا، v_0 را حساب می‌کنیم:

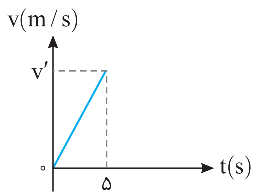
$$\left.\begin{array}{l} d=8+2v_0 \xrightarrow{\times -2} -2d=-16-4v_0 \\ 2d=22+3v_0 \xrightarrow{\times 1} 2d=22+3v_0 \end{array}\right\} \xrightarrow{+} 0=6-v_0 \Rightarrow v_0=6m/s$$

B ۲۵۲۰ ۲

سرعت متحرک در لحظهٔ 5s را v' می‌گیریم.

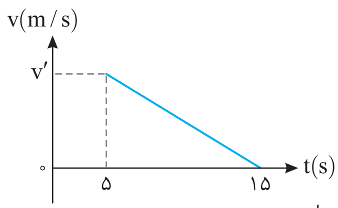
۱ شتاب در بازهٔ ۰ تا 5s برابر شیب خط نمودار در این بازه است:

$$a_1=\frac{\Delta v}{\Delta t}\Rightarrow a_1=\frac{v'}{5}$$

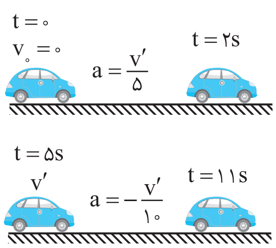


۲ شتاب در بازهٔ 5s تا 15s برابر شیب خط نمودار در این بازه است:

$$a_2=\frac{\Delta v}{\Delta t}\Rightarrow a_2=\frac{-v'}{10}$$



۳ سرعت در $t=2s$ و $t=11s$ را حساب می‌کنیم:



$$v_2=at+v_1\Rightarrow v_{t=2s}=\frac{v'}{5}\times 2$$

$$\Rightarrow v_{t=2s}=\frac{2v'}{5}$$

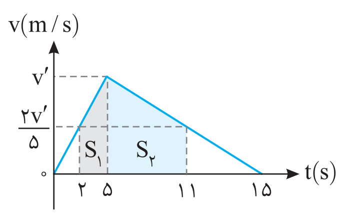
$$v_2=at+v_1 \xrightarrow{\Delta t=6s}$$

$$v_{t=11s}=\frac{-v'}{10}\times 6+v'=\frac{4v'}{10}=\frac{2v'}{5}$$

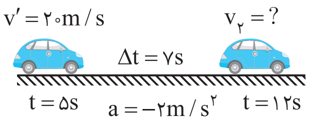
۴ حال با توجه به سطح زیر نمودار $v-t$ که برابر جابه‌جایی است خواهیم داشت:

$$\Delta x=S_1+S_2\Rightarrow 126=\frac{3(\frac{2v'}{5}+v')}{2}+\frac{6(\frac{2v'}{5}+v')}{2}$$

$$\Rightarrow 126=2/1v'+4/2v'\Rightarrow 126=6/3v'\Rightarrow v'=20m/s$$



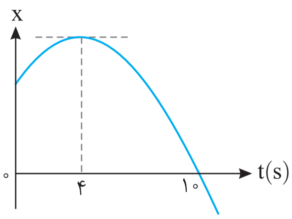
در بازهٔ 5s تا 15s شتاب برابر $\frac{-v'}{10}=\frac{-20}{10}=-2m/s^2$ است و سرعت در هر ثانیه $2m/s^2$ کم می‌شود:



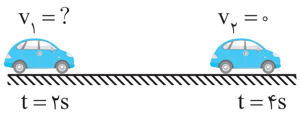
$$v_2=at+v'\Rightarrow v_2=-14+20\Rightarrow v_2=6m/s$$

B ۲۵۲۱ ۱

خط فکری شتاب حرکت را ثابت و برابر a می‌گیریم، سرعت در $t=4s$ که رأس سهمی است برابر صفر است زیرا در نمودار $x-t$ شیب خط مماس برابر سرعت بوده که مطابق شکل این شیب در لحظهٔ $t=4s$ برابر صفر است:



۱ سرعت در $t=4s$ برابر صفر است، سرعت در $t=2s$ را به‌دست می‌آوریم:

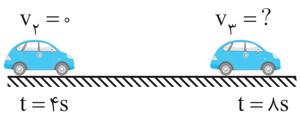


$$v_2=at+v_1\Rightarrow 0=2a+v_1$$

$$\Rightarrow v_1=-2a$$

تندی در $t=2s$ برابر $|2a|$ است.

۲ سرعت در لحظهٔ $t=4s$ برابر صفر است، سرعت در $t=8s$ را به‌دست می‌آوریم:



$$v_3=at+v_2\Rightarrow v_3=4a$$

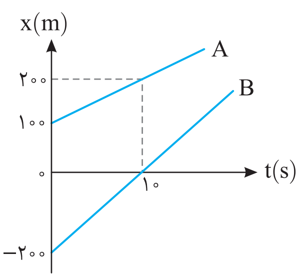
تندی در $t=8s$ برابر $|4a|$ است.

۳ نسبت تندی v_3 و v_1 را حساب می‌کنیم:

$$\frac{v_3}{v_1}=\frac{|4a|}{|2a|}=2$$

B ۲۵۲۲ ۳

خط فکری معادلهٔ حرکت دو متحرک را می‌نویسیم. فاصلهٔ دو متحرک برابر $|x_A-x_B|$ بوده که باید کمتر یا مساوی ۲۰ متر باشد.



۱ شیب خط نمودار $x-t$ برابر سرعت متحرک است:

$$v_A=\frac{\Delta x}{\Delta t}\xrightarrow[\Delta t=10s]{x_0=100m,\ x_1=200m} v_A=\frac{100}{10}=10m/s$$

$$v_B=\frac{\Delta x}{\Delta t}\xrightarrow[\Delta t=10s]{x_0=-200m,\ x_1=0} v_B=\frac{200}{10}=20m/s$$

۲ معادلهٔ حرکت دو متحرک را می‌نویسیم:

$$x_A=v_At+x_0\Rightarrow x_A=10t+100$$

$$x_B=v_Bt+x_0\Rightarrow x_B=20t-200$$

۳ خواستهٔ سؤال این است که فاصلهٔ دو متحرک از هم کمتر یا مساوی ۲۰ متر باشد:

$$|x_B-x_A|\le 20m\Rightarrow |20t-200-10t-100|\le 20$$

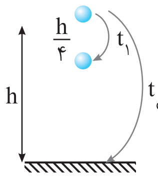
$$\Rightarrow |10t-300|\le 20\Rightarrow -20\le 10t-300\le 20$$

$$\Rightarrow 280\le 10t\le 320\Rightarrow 28\le t\le 32$$

بنابراین بازهٔ زمانی برابر $32-28=4s$ است.

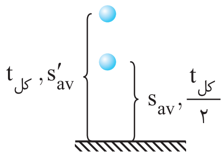
B ۲۵۲۳ ۳

ابتدا مدت بازهٔ زمانی سقوط در جابه‌جایی h و $\frac{3h}{4}$ پایانی مسیر را به‌دست می‌آوریم:



$$\begin{cases} \frac{h}{4}=\frac{1}{2}gt_1^2 \\ h=\frac{1}{2}gt_{\text{کل}}^2 \end{cases} \xrightarrow{\div} \frac{1}{4}=\frac{t_1^2}{t_{\text{کل}}^2} \Rightarrow t_1=\frac{t_{\text{کل}}}{2}$$

بنابراین $\frac{h}{4}$ اول مسیر در مدت نصف زمان کل سقوط و $\frac{3h}{4}$ دیگر مسیر نیز در مدت نصف دیگر طی خواهد شد:



$$s_{av}=\frac{\frac{3h}{4}}{\frac{t_{\text{کل}}}{2}} \xrightarrow{s_{av}=15} 15=\frac{3h}{2t_{\text{کل}}} \Rightarrow \frac{h}{t_{\text{کل}}}=10\frac{m}{s}$$

$$s'_{av}=\frac{h}{t_{\text{کل}}}=10\frac{m}{s}$$

B ۲۵۲۴ ۲

تکانه: حاصلضرب جرم در بردار سرعت جسم است.

وقتی که جرم ثابت است برای دو برابر شدن تکانه کافی است سرعت جسم دو برابر شود. بنابراین ابتدا، شتاب حرکت را حساب می‌کنیم، سپس مدت زمانی که سرعت دو برابر می‌شود را به‌دست می‌آوریم.

۱ به کمک قانون دوم نیوتون شتاب حرکت خواهد شد:

$$F_{net}=ma \xrightarrow{F_{net}=4N} 4=20a \Rightarrow a=0/2\,m/s^2$$

۲ با توجه به فرض مسئله:

$$P_2=2P_1 \Rightarrow mv_2=2mv_1 \Rightarrow v_2=2v_1 \Rightarrow v_2=2\times5 \Rightarrow v_2=10\,m/s$$

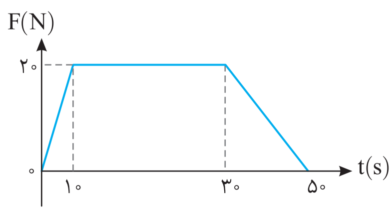
۳ با توجه به تعریف شتاب خواهیم داشت:

$$a=\frac{v_2-v_1}{\Delta t} \Rightarrow 0/2=\frac{10-5}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t=\frac{5}{0/2} \Rightarrow \Delta t=25s$$

B ۲۵۲۵ ۳

به کمک سطح زیر نمودار نیرو - زمان، تغییر تکانه را حساب می‌کنیم:

$$\Delta P=S=(50+20)\times\frac{20}{2}=700\,kgm/s$$

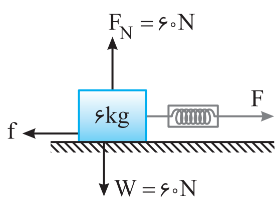


نیروی خالص متوسط وارد بر جسم برابر آهنگ تغییر تکانه است. از این‌رو می‌توان نوشت:

$$F_{av}=\frac{\Delta P}{\Delta t} \Rightarrow F_{av}=\frac{700}{50} \Rightarrow F_{av}=14N$$

B ۲۵۲۶ ۱

۱ ابتدا نیروی اصطکاک آستانهٔ حرکت را به‌دست می‌آوریم تا مشخص شود که جسم به حرکت درمی‌آید یا نه؟



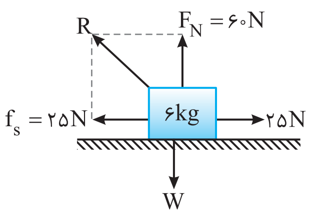
$\mu_s=0/75 , \mu_k=0/4$

$$f_{s\,max}=\mu_s F_N \Rightarrow f_{s\,max}=\mu_s mg$$
$$\Rightarrow f_{s\,max}=0/75\times60 \Rightarrow f_{s\,max}=45N$$

۲ نیروی کشسانی نیروسنج $25N$ بوده و از $f_{s\,max}$ کمتر است بنابراین جسم ساکن می‌ماند و نیروی اصطکاک ایستایی وارد بر جسم خواهد شد:

$$F_{net}=0 \Rightarrow f_s=F_e \Rightarrow f_s=25N$$

۳ بنا به قانون سوم نیوتون نیرویی که جسم بر سطح وارد می‌کند هم‌اندازهٔ نیرویی است که سطح بر جسم وارد می‌کند.



$$R=\sqrt{F_s^2+F_N^2}$$
$$\Rightarrow R=\sqrt{25^2+60^2} \Rightarrow R=65N$$

B ۲۵۲۷ ۱

۱ جسم در هر دقیقه $(t=60s)$، ۳۰ دور می‌چرخد بنابراین دوره خواهد شد:

$$T=\frac{t}{N} \Rightarrow T=\frac{60}{30} \Rightarrow T=2s$$

۲ تندی حرکت جسم را حساب می‌کنیم:

$$v=\frac{2\pi r}{T} \xrightarrow{r=2m} v=\frac{2\pi\times2}{2} \Rightarrow v=2\pi\,m/s$$

۳ انرژی جنبشی جسم را به‌دست می‌آوریم:

$$K=\frac{1}{2}mv^2 \xrightarrow{m=5kg} K=\frac{1}{2}\times5\times(2\pi)^2 \Rightarrow K=10\pi^2 J$$

B ۲۵۲۸ ۴

با توجه به تعریف تراز شدت صوت ابتدا، شدت صوت در فاصلهٔ ۵۰ متری چشمه را به‌دست می‌آوریم:

$$\beta=10\log\frac{I}{I_0} \xrightarrow{\beta=60dB} 60=10\log\frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow I=10^{-6}\frac{W}{m^2}$$

اکنون با استفاده از شدت صوت، توان چشمه را حساب می‌کنیم:

$$I=\frac{P}{A} \Rightarrow I=\frac{P}{4\pi r^2} \Rightarrow 10^{-6}=\frac{P}{4\times3\times50^2} \Rightarrow P=0/03W=30mW$$

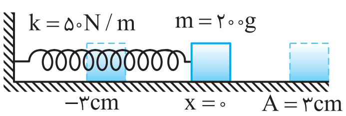
B ۲۵۲۹ ۱

نکته هرگاه وزنهٔ متصل به فنر را از حالت تعادل کشیده و رها کنیم مقدار کشیدگی برابر دامنهٔ نوسان سامانهٔ جرم فنر است.

۱ دورهٔ حرکت را حساب می‌کنیم:

$$T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \xrightarrow{\pi=\sqrt{10}} T=2\times\sqrt{10}\times\sqrt{\frac{0/2}{50}}$$

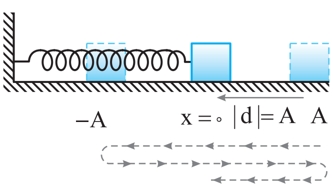
$$T=\frac{2}{5}s \Rightarrow T=0/4s$$



۲ بازهٔ زمانی $\Delta t=0/5s$ را با دوره مقایسه می‌کنیم:

$$\frac{\Delta t}{T}=\frac{0/5}{0/4} \Rightarrow \Delta t=\frac{5}{4}T=T+\frac{T}{4}$$

۳ مسیر حرکت وزنه در مدت نیم ثانیهٔ اول را رسم می‌کنیم.



با توجه به مسیر حرکت نوسانگر در مدت $\frac{5}{4}T$ مسافتی برابر $5A$ را طی می‌کند و جابه‌جایی آن برابر A است. از این‌رو:

$$\frac{\ell}{d}=\frac{5A}{A}=5$$

A ۲۵۳۰ ۴

آونگ در هر ثانیه یک نوسان انجام می‌دهد بنابراین دورهٔ آن $T=1s$ است. با توجه به رابطهٔ دورهٔ آونگ، طول آن را حساب می‌کنیم:

$$T=2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}\xrightarrow{g=\pi^2}1=2\pi\sqrt{\frac{\ell}{\pi^2}}\Rightarrow \ell=۰/۲۵m\Rightarrow \ell=۲۵cm$$

B ۲۵۳۱ ۲

۱ فنر را از حالت تعادل $۴cm$ کشیده و رها کرده‌ایم بنابراین دامنهٔ حرکت $A=۴cm$ است.

۲ انرژی مکانیکی نوسانگر را به‌دست می‌آوریم:

$$E=\frac{۱}{۲}kA^۲\xrightarrow[A=۴cm]{k=۵N/cm=۵۰۰N/m}E=\frac{۱}{۲}\times۵۰۰(۴\times۱۰^{-۲})^۲$$

$$\Rightarrow E=\frac{۱}{۲}\times۵۰۰\times۱۶\times۱۰^{-۴}\Rightarrow E=۰/۴J$$

نکته انرژی مکانیکی نوسانگر همواره برابر بیشینه انرژی جنبشی آن است ($K_m=E$).

۳ وقتی تندی نوسانگر $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ تندی بیشینه است نسبت انرژی جنبشی نوسانگر به انرژی جنبشی بیشینه خواهد شد:

$$\frac{K}{K_m}=\frac{\frac{۱}{۲}mv^۲}{\frac{۱}{۲}mv_m^۲}\Rightarrow\frac{K}{K_m}=(\frac{\sqrt{۲}}{۲})^۲\Rightarrow K=\frac{۱}{۲}K_m\Rightarrow K=\frac{۱}{۲}E\Rightarrow K=۰/۲J$$

۴ اختلاف K و E خواهد شد: $E-K=۰/۴-۰/۲=۰/۲J$

A ۲۵۳۲ ۳

یادآوری هرگاه پرتو نور از محیط رقیق وارد محیط غلیظ شود، پرتو به خط عمود نزدیک می‌شود.

نکته ضریب شکست یک محیط شفاف برای طول موج‌های کوتاه‌تر بیشتر است یعنی این پرتوها بیشتر منحرف می‌شوند.

طول موج نور آبی از طول موج نور قرمز کمتر است بنابراین وقتی این دو پرتو وارد شیشه می‌شوند، نور آبی بیشتر منحرف شده و به خط عمود نزدیک‌تر می‌شود.

B ۲۵۳۳ ۴

انرژی فوتون B، ۲۵٪ از انرژی فوتون A کمتر است.

$$E_B=E_A-۰/۲۵E_A\Rightarrow E_B=\frac{۳}{۴}E_A\qquad(I)$$

انرژی هر فوتون از رابطهٔ $E=hf=\frac{hc}{\lambda}$ به‌دست می‌آید. از این‌رو:

$$\xrightarrow{(I)}\frac{hc}{\lambda_B}=\frac{۳}{۴}\times\frac{hc}{\lambda_A}\Rightarrow\lambda_A=\frac{۳}{۴}\lambda_B\qquad(II)$$

بنا به فرض مسئله $\lambda_B-\lambda_A=۵۰nm$ است. بنابراین خواهیم داشت:

$$\lambda_B-\frac{۳}{۴}\lambda_B=۵۰\Rightarrow\frac{۱}{۴}\lambda_B=۵۰\Rightarrow\lambda_B=۲۰۰nm$$

$$\lambda_A=\frac{۳}{۴}\times۲۰۰\Rightarrow\lambda_A=۱۵۰nm$$

بسامد هر پرتو را حساب کرده و از هم کم می‌کنیم:

$$f=\frac{c}{\lambda}\Rightarrow\begin{cases}\xrightarrow{A}f_A=\frac{۳\times۱۰^۸}{۱۵۰\times۱۰^{-۹}}\Rightarrow f_A=۲\times۱۰^{۱۵}Hz\\ \xrightarrow{B}f_B=\frac{۳\times۱۰^۸}{۲۰۰\times۱۰^{-۹}}\Rightarrow f_B=۱/۵\times۱۰^{۱۵}Hz\end{cases}$$

$$\Delta f=۲\times۱۰^{۱۵}-۱/۵\times۱۰^{۱۵}\Rightarrow\Delta f=۵\times۱۰^{۱۴}Hz$$

B ۲۵۳۴ ۳

ابتدا بیشینهٔ انرژی جنبشی الکترون را حساب می‌کنیم:

$$K_m=\frac{۱}{۲}mv_m^۲\Rightarrow K_m=\frac{۱}{۲}\times۹\times۱۰^{-۳۱}\times(۵\times۱۰^۵)^۲$$

$$\Rightarrow K_m=\frac{۱}{۲}\times۹\times۲۵\times۱۰^{-۲۱}J=۴/۵\times۲۵\times۱۰^{-۲۱}J$$

یکای انرژی جنبشی را به eV تبدیل می‌کنیم:

$$K_m=\frac{۴/۵\times۲۵\times۱۰^{-۲۱}}{۱/۶\times۱۰^{-۱۹}}\simeq\frac{۴/۵\times۲۵\times۱۰^{-۲}}{۱/۶}eV$$

نکته دقت کنید که hc برابر $۱/۲۴eV.\mu m$ داده شده پس در رابطهٔ $\frac{hc}{\lambda}$ اگر طول موج را نیز برحسب میکرومتر قرار دهیم، انرژی برحسب eV به‌دست می‌آید.

با توجه به نظریهٔ اینشتین داریم:

$$K_{max}=hf-W_0\Rightarrow K_{max}=\frac{hc}{\lambda}-W_0\Rightarrow\frac{۴/۵\times۲۵\times۱۰^{-۲}}{۱/۶}=\frac{۱/۲۴}{\lambda}-۴/۴۶$$

چون سؤال مقدار تقریبی طول موج نور را خواسته پس به جای ۱/۶، ۱/۵ قرار می‌دهیم:

$$\frac{۴/۵\times۲۵\times۱۰^{-۲}}{۱/۵}=\frac{۱/۲۴}{\lambda}-۴/۴۶\Rightarrow۰/۷۵=\frac{۱/۲۴}{\lambda}-۴/۴۶$$

$$\Rightarrow\frac{۱/۲۴}{\lambda}=۵/۲۱\Rightarrow\lambda=\frac{۱/۲۴}{۵/۲۱}\mu m$$

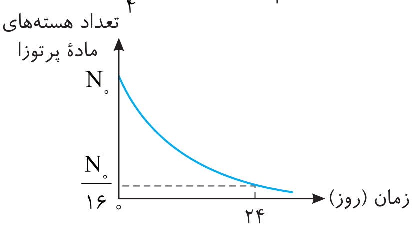
طول موج برحسب نانومتر خواسته شده پس طول موج به‌دست آمده برحسب میکرومتر را در ۱۰۰۰ ضرب می‌کنیم: $\lambda=\frac{۱/۲۴}{۵/۲۱}\times۱۰۰۰=\frac{۱۲۴۰}{۵/۲۱}$

λ به‌دست آمده از ۲۰۰ بزرگ‌تر و از ۳۰۰ کوچک‌تر است بنابراین گزینهٔ (۳) مقدار تقریبی خواسته شدهٔ سؤال است.

A ۲۵۳۵ ۳

۱ تعداد نیمه‌عمر خواهد شد: $N=\frac{N_0}{۲^n}\Rightarrow\frac{N_0}{۱۶}=\frac{N_0}{۲^n}\Rightarrow۲^n=۱۶\Rightarrow n=۴$

۲ نیمه‌عمر را حساب می‌کنیم: $T=\frac{t}{n}\xrightarrow{t=۲۴\text{ روز}}T=\frac{۲۴}{۴}=۶\text{ روز}$



A ۲۵۳۶ ۱

یادآوری رابطهٔ تکانه و انرژی جنبشی به‌صورت $K=\frac{P^۲}{۲m}$ است:

$$\frac{K_A}{K_B}=\frac{\frac{P_A^۲}{۲m_A}}{\frac{P_B^۲}{۲m_B}}\Rightarrow\frac{K_A}{K_B}=(\frac{P_A}{P_B})^۲\times\frac{m_B}{m_A}$$

$$\xrightarrow[K_A=۴K_B]{P_A=P_B}۴=\frac{m_B}{m_A}\xrightarrow{m_A=۲kg}m_B=۸kg$$

A ۲۵۳۷ ۴

یادآوری ذرهٔ آلفا دارای دو پروتون و دو نوترون بوده ($\alpha={}^۴_۲He$) و هنگام واپاشی آلفازا ۴ واحد از عدد جرمی و ۲ واحد از عدد اتمی کاسته می‌شود.

واکنش هسته‌ای را می‌نویسیم و در آن هستهٔ مادر را به صورت ${}^A_ZX$ نمایش می‌دهیم

$${}^A_ZX\rightarrow{}^{۲۰۷}_{۸۲}Pb+{}^۴_۲He$$

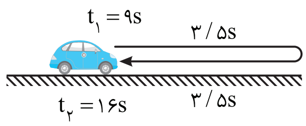
بنابراین این عدد اتمی Z برابر است با: $Z=۸۲+۲=۸۴$

عدد جرمی A برابر است با: $A=۲۰۷+۴=۲۱۱$

B ۲۵۳۸ ۲

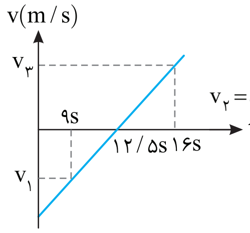
خط فکری جابه‌جایی متحرک روی محور xها در بازهٔ $t_1=۹s$ تا $t_2=۱۶s$ صفر شده است، یعنی متحرک یک مسیر رفت و برگشت را طی کرده است. از طرفی شتاب ثابت است، بنابراین مسیر رفت و برگشت قرینه هستند و دقیقاً چون وسط بازهٔ زمانی یعنی $\frac{۹+۱۶}{۲}=۱۲/۵s$ متحرک متوقف شده و برمی‌گردد، یعنی متحرک با شتاب

$۴m/s^۲$ در مدت $۱۲/۵-۹=۳/۵s$ متوقف شده و برمی‌گردد.



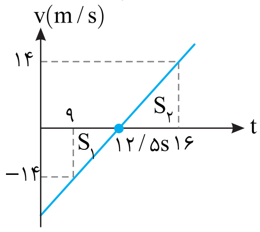
$$t_{\text{تغییرجهت}}=\frac{t_۱+t_۲}{۲}=\frac{۲۵}{۲}=۱۲/۵s$$

۱ چون تندی متوسط خواسته شده و باید مسافت را حساب کنیم، برای اینکار نمودار سرعت - زمان را رسم می‌کنیم. دقت کنید که شتاب $+۴m/s^۲$ بوده و چون تغییر جهت داشتیم باید سرعت صفر شود پس سرعت اولیه منفی است:



$$v_۲=at+v_۱\begin{cases}\xrightarrow[v_۲=۰]{۹s \text{ تا } ۱۲/۵s} ۰=۳/۵\times۴+v_۱\\ \Rightarrow v_۱=-۱۴m/s\\ \xrightarrow[۱۲/۵s \text{ تا } ۱۶s]{v_۲=۰} v_۳=۳/۵\times۴+v_۲\\ \Rightarrow v_۳=۱۴m/s\end{cases}$$

۲ حال با استفاده از سطح زیر نمودار مسافت را به دست می‌آوریم:



$$S_۱=\frac{-۱۴\times(۱۲/۵-۹)}{۲}=-۲۴/۵m$$

$$S_۲=\frac{۱۴\times(۱۶-۱۲/۵)}{۲}=۲۴/۵m$$

$$\ell=|S_۱|+|S_۲|\Rightarrow \ell=۴۹m$$

۳ تندی متوسط را به دست می‌آوریم:

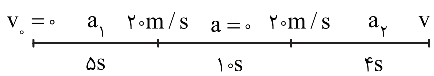
$$s_{av}=\frac{\ell}{\Delta t}=\frac{۴۹}{۱۶-۹}=\frac{۴۹}{۷}=۷m/s$$

B ۲۵۳۹ ۳

خط فکری شتاب متوسط $(a_{av}=\frac{v_۲-v_۱}{t_۲-t_۱})$ را باید حساب کنیم، بنابراین باید در لحظهٔ $t_۱=۲s$ و $t_۲=۱۷s$ سرعت حرکت متحرک را به دست بیاوریم. البته حرکت متحرک از سه قسمت تشکیل شده در قسمت اول و سوم باید شتاب را حساب کنیم سپس به سراغ سرعت‌ها برویم.

راه‌حل اول:

۱ در مدت ۵s سرعت متحرک از صفر به $۲۰m/s$ رسیده است. با توجه به رابطهٔ $v_۲=at+v_۱$ شتاب حرکت در ۵s نخست را به دست می‌آوریم:



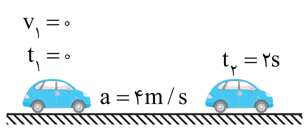
$$v_۲=at+v_۱\Rightarrow ۲۰=۵a+۰\Rightarrow a_۱=۴m/s^۲$$

۲ در بازهٔ زمانی $t=۵s$ تا $t=۱۵s$ (به مدت ۱۰s) سرعت ثابت و برابر $۲۰m/s$ است. در این لحظه اتومبیل ترمز می‌کند و در مدت ۴s (بازهٔ ۱۵s تا ۱۹s) متوقف می‌شود. شتاب را در این مدت حساب می‌کنیم.

$$v_۲=at+v_۱\xrightarrow[v_۱=۲۰m/s]{v_۲=۰}۰=۴a_۲+۲۰\Rightarrow a_۲=-۵m/s^۲$$

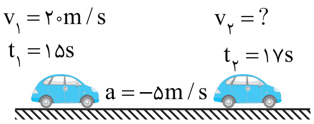
۳ سرعت در $t_۱=۲s$ و $t_۲=۱۷s$ را حساب می‌کنیم:

الف) در لحظهٔ $t_۱=۲s$ شتاب حرکت $۴m/s^۲$ و سرعت اولیه صفر است:



$$v=at+v_۰\xrightarrow{t=۲s}v_۱=۲\times۴+۰\Rightarrow v_۱=۸m/s$$

ب) در لحظهٔ $t_۲=۱۷s$ شتاب حرکت $-۵m/s^۲$ و سرعت در ابتدای بازهٔ این شتاب یعنی $t_۱=۱۵s$ برابر $۲۰m/s$ است.



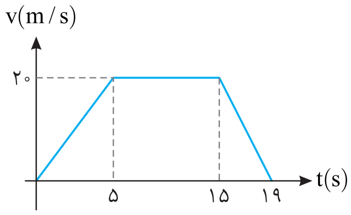
$$v=at+v_۰\Rightarrow v_۲=-۵\times۲+۲۰\Rightarrow v_۲=۱۰m/s$$

۴ شتاب متوسط را حساب می‌کنیم:

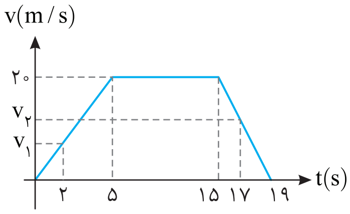
$$a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{۱۰-۸}{۱۷-۲}=\frac{۲}{۱۵}m/s^۲$$

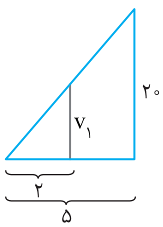
راه‌حل دوم:

نمودار $v-t$ متحرک را رسم کنیم. در مدت ۰ تا ۵s سرعت از صفر به $۲۰m/s$ رسیده و در مدت ۵s تا ۱۵s سرعت ثابت و در مدت ۱۵s تا ۱۹s سرعت از $۲۰m/s$ به صفر رسیده است:

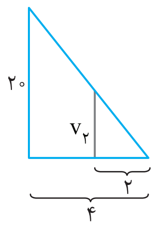


حال با توجه به تشابه، سرعت در $t_۱=۲s$ و $t_۲=۱۷s$ به دست می‌آوریم:





$$\frac{v_۱}{۲}=\frac{۲۰}{۵}\Rightarrow v_۱=۸m/s$$



$$\frac{v_۲}{۲}=\frac{۲۰}{۴}\Rightarrow v_۲=۱۰m/s$$

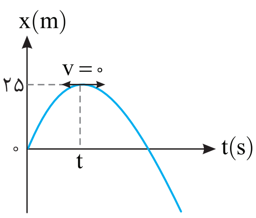
در نهایت شتاب متوسط را به دست می‌آوریم:

$$a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}\Rightarrow a_{av}=\frac{۱۰-۸}{۱۷-۲}=\frac{۲}{۱۵}m/s^۲$$

B ۲۵۴۰ ۳

یادآوری در نمودار مکان - زمان در نقاط کمینه و بیشینه، سرعت متحرک صفر است.

۱ تندی متحرک در مکان $x=۲۵m$ که رأس سهمی بوده برابر صفر است. با توجه به فرض سؤال در مکان $x=-۳۷۵m$ نیز تندی $۴۰m/s$ است، بنابراین به کمک رابطهٔ مستقل از زمان، شتاب حرکت را به دست می‌آوریم:

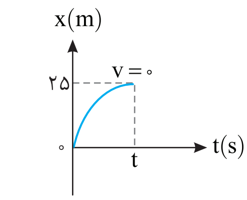


$$v_۲^۲-v_۱^۲=۲a\Delta x\Rightarrow ۱۶۰۰=۲a(x_۲-x_۱)$$

$$\Rightarrow ۱۶۰۰=۲a(-۳۷۵-۲۵)$$

$$۱۶۰۰=-۸۰۰a\Rightarrow a=-۲m/s^۲$$

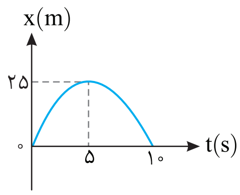
۲ در بازهٔ زمانی ۰ تا t متحرک با شتاب $a=-۲m/s^۲$ به اندازهٔ $\Delta x=۲۵m$ جابه‌جا شده و سرعت نهایی آن صفر شده است. ابتدا با توجه به رابطهٔ $v^۲-v_۰^۲=۲a\Delta x$ سرعت اولیه را حساب کرده و سپس به کمک معادلهٔ سرعت زمان t را به دست می‌آوریم:



$$v^۲-v_۰^۲=۲a\Delta x \xrightarrow[v=۰]{a=-۲m/s^۲}$$
$$-v_۰^۲=-۴\times۲۵\Rightarrow v_۰^۲=۱۰۰$$
$$\Rightarrow v_۰=۱۰m/s$$

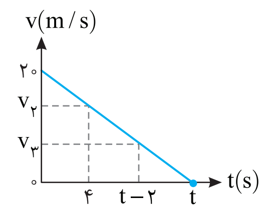
$$v=at+v_۰\Rightarrow ۰=-۲t+۱۰\Rightarrow t=۵s$$

سهمی نسبت به محور قائم گذرا از رأس آن تقارن دارد از این رو متحرک در لحظهٔ $t=۱۰s$ از مکان $x=۰$ عبور کرده و در بازهٔ ۰ تا ۱۰s مکان متحرک مثبت بوده و بردار مکان در جهت محور x است.



B ۲۵۴۱ ۲

نمودار سرعت - زمان خط راست است، پس شتاب حرکت ثابت است. اگر شتاب حرکت را a در نظر بگیریم در هر ثانیه سرعت به اندازهٔ a تغییر می‌کند. حال با توجه به شتاب a سرعت در لحظهٔ $t=۴s$ و در لحظهٔ ۲s قبل از توقف را حساب می‌کنیم:



$$v_۲=at+v_۱\begin{cases}\xrightarrow{۰\ \text{تا}\ ۴s} v_۲=۴a+۲۰\\ \xrightarrow[t-۲\ \text{تا}\ t]{v_۴=۰} v_۴=۲a+v_۳ \xrightarrow{v_۴=۰} v_۳=-۲a\end{cases}$$

حال با توجه به رابطهٔ $\Delta x=\frac{v_۱+v_۲}{۲}\Delta t$ مسافت طی شده را در ۴s نخست و ۲s آخر حرکت را به دست می‌آوریم:

$$d_۱=\frac{v_۱+v_۲}{۲}\Delta t_۱ \xrightarrow[v_۲=۲۰+۴a]{v_۱=۲۰m/s} d_۱=\frac{۴۰+۴a}{۲}(۴)\Rightarrow d_۱=۸۰+۸a$$

$$d_۲=\frac{v_۳+v_۴}{۲}\Delta t_۲ \xrightarrow[v_۳=-۲a]{v_۴=۰} d_۲=\frac{-۲a}{۲}\times۲\Rightarrow d_۲=-۲a$$

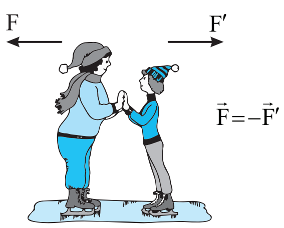
با توجه به سؤال نسبت $\frac{d_۱}{d_۲}$ برابر ۳۶ است، از این رو خواهیم داشت:

$$\frac{d_۱}{d_۲}=۳۶\Rightarrow\frac{۸۰+۸a}{-۲a}=۳۶\Rightarrow ۸۰+۸a=-۷۲a\Rightarrow ۸۰=-۸۰a\Rightarrow a=-۱m/s^۲$$

بزرگی شتاب برابر $|a|=۱m/s^۲$ است.

A ۲۵۴۲ ۴

نیروهای $\vec F$ و $\vec F'$ کنش و واکنش یکدیگرند پس این دو نیرو هم‌اندازه و خلاف جهت‌اند.

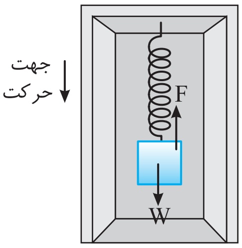


شتاب از رابطهٔ $F=ma\Rightarrow a=\frac{F}{m}$ به دست می‌آید. چون دو نیرو هم‌اندازه‌اند، پس هرچه جرم شخصی بیشتر باشد شتاب حرکت او کمتر است:

$$m_۲>m_۱\xrightarrow[F=F']{a=\frac{F}{m}} a_۲<a_۱$$

B ۲۵۴۳ ۱

آسانسور از حال سکون رو به پایین شروع به حرکت می‌کند. نیروهای وارد بر وزنه را رسم می‌کنیم. بر وزنه دو نیرو (۱) وزن رو به پایین (۲) نیروی کشسانی فنر رو به بالا وارد می‌شود. بنا به قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت:

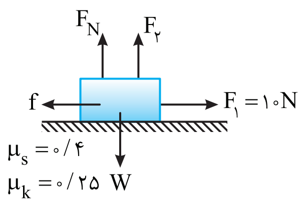


$$F_{net}=ma\Rightarrow W-F=ma\Rightarrow mg-kx=ma$$

$$\xrightarrow[k=۲۰۰N/m,\ a=۱m/s^۲]{x=۳۵-۲۶=۹cm} m\times۱۰-۲۰۰\times\frac{۹}{۱۰۰}=m\times۱$$
$$\Rightarrow ۱۰m-m=۱۸\Rightarrow ۹m=۱۸\Rightarrow m=۲kg$$

C ۲۵۴۴ ۴

خط فکری نیروی $F_۲$ از صفر تا ۲۰N در حال تغییر است بنابراین نیروی اصطکاک آستانهٔ حرکت $(f_{s\,max})$ در حال تغییر است. شما باید مشخص کنید که $f_{s\,max}$ ابتدا صفر نیوتون بوده و در نهایت چند نیوتون می‌شود و با مقایسه نیروی جلوبر $F_۱$ با $f_{s\,max}$ مشخص کنید که جسم در حال سکون می‌ماند و یا اینکه به حرکت درمی‌آید.



۱ نیروی عمودی سطح و نیروی اصطکاک آستانهٔ حرکت را وقتی $F_۲=۰$ است حساب می‌کنیم:

$$F_۲=۰\Rightarrow F_N=W\Rightarrow F_{N_۱}=۴۰N$$

نیروی اصطکاک آستانهٔ حرکت: $f_{s\,max_۱}=\mu_sF_N\Rightarrow F_{s\,max_۱}=۰/۴\times۴۰=۱۶N$

۲ نیروی $F_۱=۱۰N$ را با $F_{s\,max}=۱۶N$ مقایسه می‌کنیم $F_۱<f_{s\,max}$ است. به همین دلیل تا لحظه‌ای که $f_{s\,max}\le۱۰N$ شود، جسم ساکن می‌ماند و نیروی اصطکاک برابر نیروی $F_۱$ بوده و اصطکاک ثابت می‌ماند $(f_s=F_۱=۱۰N)$

۳ با افزایش $F_۲$، نیروی عمودی سطح $(\downarrow F_N=W-F_۲\uparrow)$ کاهش می‌یابد که سبب کاهش $f_{s\,max}$ می‌شود. وقتی $F_۲=۲۰N$ می‌شود، F_N و $f_{s\,max}$ را به دست می‌آوریم.

$$F_N=W-F_۲\xrightarrow{F_۲=۲۰N}F_N=۴۰-۲۰=۲۰N$$

$$f_{s\,max}=\mu_sF_N\Rightarrow F_{s\,max}=۰/۴\times۲۰\Rightarrow f_{s\,max}=۸N$$

۴ در این حالت $F_۱=۱۰N>f_{s\,max}$ بوده یعنی جسم به حرکت درمی‌آید و نیروی اصطکاک، نیروی اصطکاک جنبشی خواهد بود که از $f_{s\,max}$ کمتر است، یعنی اصطکاک کاهش می‌یابد و برابر خواهد شد با:

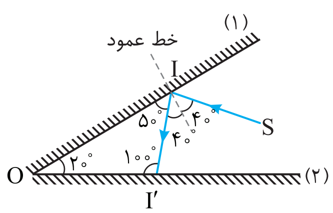
$$F_k=\mu_kF_N\Rightarrow F_k=۰/۲۵\times۲۰=۵N$$

در نتیجه ابتدا اصطکاک ثابت است و سپس کاهش می‌یابد.

B ۲۵۴۵ ۴

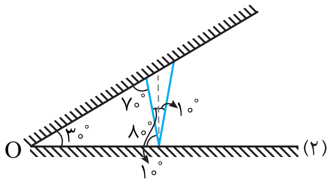
خط فکری در حل این مسائل باید یک‌به‌یک، زاویهٔ تابش و بازتاب در هر بار برخورد نور به هر آینه را ادامه داده تا لحظه‌ای که دیگر پرتو به آینه‌ای برخورد نکند البته شما باید مقداری هندسه بدانید و اینکه مجموع زوایای داخلی مثلث ۱۸۰° است، سپس بروید و با حوصله مسئله را حل کنید.

۱ زاویهٔ تابش بر سطح آینه (۱) بنا بر فرض مسئله ۴۰° است و بنا بر قانون بازتاب عمومی، زاویهٔ بازتاب نیز ۴۰° و زاویه‌ای که پرتو بازتاب با سطح آینه (۱) می‌سازد ۵۰° خواهد بود.



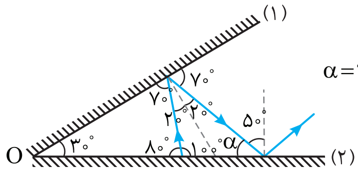
(الف)

۲ بـه مثلث OII' شـکل (الف) نگاه کنید، زاویه‌ای که پرتو تابیـده به سـطح آینـه (۲) با آینه می‌سـازد °۱۰۰ اسـت. اگر خط عمود را رسـم کنید در شکل (ب) مشخص می‌شـود که زاویهٔ تابش °۱۰ است. پرتو بازتاب وقتی به آینه (۱) می‌رسد با آن زاویه °۱۱۰ می‌سازد.



(ب)

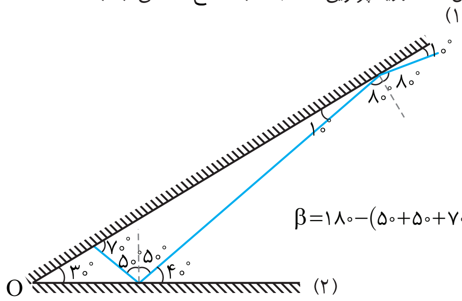
۳ بـرای پرتویـی که مجدد به آینـهٔ (۱) با زاویهٔ °۷۰ برخورد کرده خط عمود رسم می‌کنیم زاویهٔ تابش °۲۰ می‌شود:



$$\alpha=۱۸۰-(۲۰+۲۰+۱۰۰)=۴۰^\circ$$

(پ)

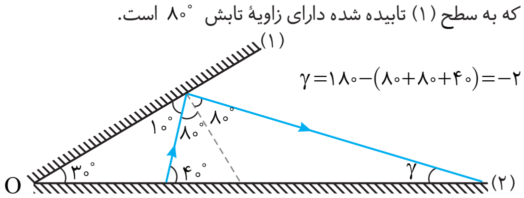
با توجه به شکل (ت) زاویهٔ پرتویی که مجدد به سطح (۱) می‌تابد با آن °۱۰ است.



$$\beta=۱۸۰-(۵۰+۵۰+۷۰)=۱۰^\circ$$

(ت)

پرتویی که به سطح (۱) تابیده شده دارای زاویهٔ تابش °۸۰ است.



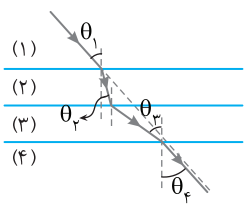
$$\gamma=۱۸۰-(۸۰+۸۰+۴۰)=-۲۰^\circ$$

(ث)

بنابراین هیچگاه زاویهٔ γ تشکیل نمی‌شود و آخرین زاویهٔ تابش برابر °۸۰ است.

B ۲۵۴۶ | ۳

نکته هرچه زاویه‌ای کـه پرتو با خط عمود می‌سـازد بزرگتر باشـد، تندی نور در آن محیط بیشتر است.



۱ پرتو ورودی از محیط (۱) با پرتو خروجی در محیط (۴) با هم موازی هستند. $(\theta_۱=\theta_۴)$

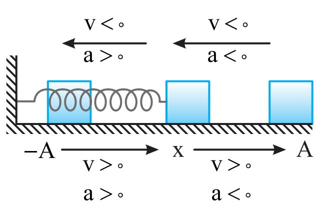
در نتیجه تندی نور در این دو محیط با هم برابر است.

۲ زاویهٔ بین پرتو و خط عمود در محیط (۲) $(\theta_۲)$ از سـه محیط دیگر کمتر و زاویهٔ بین پرتو و خط عمود در محیط (۳) $(\theta_۳)$ از سه محیط دیگر بیشتر است بنابراین:

$$v_۲<v_۱=v_۴<v_۳$$

C ۲۵۴۷ | ۱

خط فکری بـه مسـیر حرکت سامانهٔ جرم - فنر شکل روبه‌رو دقت کنید. در مدتی که نوسـانگر از مکان $-A$ به سـوی مرکز نوسان می‌رود بـردار شـتاب و سـرعت در جهت



محور x هسـتند که این بازه $\frac{T}{۴}$ طول می‌کشـد. ابتدا دوره را به دسـت بیاورید و معین کنید که بازهٔ زمانی داده شـده چه کسـری از دوره اسـت؟ مکان نوسانگر در ابتدای بازه $t_۱=۰/۵s$ را به دست آورده و مسیر حرکت تا $t_۲=۵s$ را دنبال کنید تا مشخص شود چه مدتی a و v همزمان مثبت هستند.

۱ با توجه به معادلهٔ $x=۰/۰۴\cos\frac{\pi}{۲}t$ دوره خواهد شد:

$$\omega=\frac{۲\pi}{T}\Rightarrow\frac{\pi}{۲}=\frac{۲\pi}{T}\Rightarrow T=۴s$$

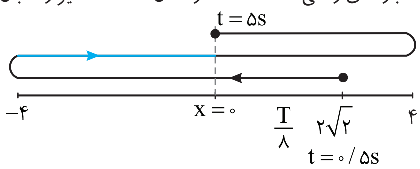
۲ بازهٔ $t_۱=۰/۵s$ تا $(t_۲=۵s)$ را با دوره مقایسه می‌کنیم.

$$\frac{\Delta t}{T}=\frac{۵-۰/۵}{۴}=\frac{۴/۵}{۴}\Rightarrow\Delta t=\frac{۹}{۸}T=T+\frac{T}{۸}$$

۳ مکان در ابتدای بازهٔ $t_۱=۰/۵s$ را به دست می‌آوریم.

$$x=۰/۰۴\cos\frac{\pi}{۲}\times(\frac{۱}{۲})=۰/۰۴\cos\frac{\pi}{۴}=۰/۰۴\times\frac{\sqrt{۲}}{۲}\Rightarrow x=۰/۰۲\sqrt{۲}m=۲\sqrt{۲}cm$$

۴ به کمک بازه‌های زمانی شناخته شده از مکان $۲\sqrt{۲}$ مسیر را دنبال می‌کنیم.



۵ بنابراین تنها در قسمت رنگی مسیر $(\frac{T}{۴})$، a و v همزمان مثبت هستند.

$$\frac{T}{۴}=\frac{۴}{۴}=۱s$$

B ۲۵۴۸ | ۱

خط فکری مجموع انرژی جنبشی و پتانسیل برابر انرژی مکانیکی نوسانگر بوده و انرژی مکانیکی نوسانگر $E=۲\pi^۲mA^۲F^۲$ است. بنابراین کافی است K و U را با هم جمع کرده سپس به کمک رابطهٔ انرژی مکانیکی بسامد را حساب کنیم.

انرژی مکانیکی برابر است با:

$$E=K+U\xrightarrow[U=۱۵\times۱۰^{-۳}J]{K=۵\times۱۰^{-۳}J}E=۵\times۱۰^{-۳}+۱۵\times۱۰^{-۳}\Rightarrow E=۲۰\times۱۰^{-۳}J$$

بسامد را حساب می‌کنیم.

$$E=۲\pi^۲mA^۲f^۲\xrightarrow[\pi^۲=۱۰]{A=۲\times۱۰^{-۲},\ m=۰/۱kg}$$

$$۲۰\times۱۰^{-۳}=۲\times۱۰\times۰/۱\times(۲\times۱۰^{-۲})^۲f^۲\Rightarrow۲۰\times۱۰^{-۳}=۲\times۱۰\times۰/۱\times(۲\times۱۰^{-۲})^۲f^۲$$

$$\Rightarrow۱۰^{-۲}=(۲\times۱۰^{-۲})^۲f^۲\xrightarrow{\text{از طرفین جذر می‌گیریم}}۱۰^{-۱}=۲\times۲۰^۲F\Rightarrow f=۵HZ$$

C ۲۵۴۹ | ۲

۱ انرژی فوتون را برحسب الکترون ولت به دست می‌آوریم.

$$E_{\text{فوتون}}=\frac{۴/۰۸\times۱۰^{-۱۹}}{۱/۶\times۱۰^{-۱۹}}\Rightarrow E_{\text{فوتون}}=۲/۵۵eV$$

۲ در گذار الکترون از مدار n به n'، الکترون فوتونی با اختلاف انرژی دو تراز گسیل می‌کنـد. از این رو انـرژی الکترون در ترازهای مختلف را از رابطهٔ $E_n=-E_R/n^۲$ به دست می‌آوریم و مشخص می‌کنیم اختلاف انرژی کدام ترازها برابر $۲/۵۵eV$ می‌شود.

$$E_n=-\frac{E_R}{n^۲}\begin{cases}\xrightarrow{n=۱}E_۱=-۱۳/۶eV\\ \xrightarrow{n=۲}E_۲=-\frac{۱۳/۶}{۴}=-۳/۴eV\\ \xrightarrow{n=۳}E_۳=\frac{-۱۳/۶}{۳^۲}=-۱/۵ev\\ \xrightarrow{n=۴}E_۴=\frac{-۱۳/۶}{۴^۲}=-۰/۸۵eV\end{cases}$$

بنابراین اختلاف انرژی ترازهای $n=۴$ و $n'=۲$ برابر $-۰/۸۵-(-۳/۴)=۲/۵۵eV$ است.

۳ شعاع مدار چهارم خواهد شد. $r_n=n^۲a_۰\xrightarrow{n=۴}r_۴=۱۶a_۰$

B ۲۵۵۰ ۴

۱ بیشترین بسامد گسیلی (یعنی کوتاه‌ترین طول موج) گسیلی و قتی است که الکترون از تراز بینهایت به تراز $n'=3$ در رشتهٔ پاشن برود. با توجه به رابطهٔ ریدبرگ کوتاه‌ترین طول موج را حساب می‌کنیم.

$$\frac{1}{\lambda}=R(\frac{1}{n'^2}-\frac{1}{n^2})\Rightarrow\frac{1}{\lambda}=0/01(\frac{1}{3^2}-\frac{1}{\infty})\Rightarrow\lambda_{min}=900nm$$

۲ بیشینه بسامد خواهد شد:

$$f_{max}=\frac{c}{\lambda_{min}}=\frac{3\times10^8}{900\times10^{-9}}\Rightarrow f_{max}=\frac{1}{3}\times10^{15}Hz$$

۳ کمترین بسامد گسیلی (یعنی بلندترین موج) وقتی گسیل می‌شود که الکترون از تراز $n=4$ به تراز $n'=3$ در رشتهٔ پاشن برود از این رو خواهیم داشت:

$$\frac{1}{\lambda}=R(\frac{1}{n'^2}-\frac{1}{n^2})\Rightarrow\frac{1}{\lambda_{max}}=\frac{1}{100}(\frac{1}{9}-\frac{1}{16})=\frac{1}{100}(\frac{16-9}{9\times16})$$

$$\Rightarrow\lambda_{max}=\frac{900\times16}{7}nm$$

۴ کمترین بسامد را حساب می‌کنیم.

$$f_{min}=\frac{c}{\lambda_{max}}=\frac{3\times10^8}{\frac{900\times16}{7}\times10^{-9}}\Rightarrow f_{min}=\frac{7}{48}\times10^{15}Hz$$

۵ اختلاف دو بسامد را حساب می‌کنیم.

$$f_{max}-f_{min}=\frac{1}{3}\times10^{15}-\frac{7}{48}\times10^{15}\Rightarrow\Delta f=(\frac{16-7}{48})\times10^{15}=\frac{30}{16}\times10^{14}$$

$$\Rightarrow\Delta f=1/875\times10^{14}Hz$$

A ۲۵۵۱ ۴

یادآوری در هسته‌های سبک مانند اکسیژن $^{16}_{8}O$، تعداد نوترون‌ها (N) و تعداد پروتون‌ها (Z) با هم برابر است و هرچه در جدول تناوبی به سمت هسته‌های (عناصر) سنگین‌تر با عدد اتمی بزرگ‌تر برویم تعداد نوترون‌ها افزایش می‌یابد.

با توجه به یادآوری بالا، در هسته‌های پایدار سنگین‌تر نسبت N/Z بزرگ‌تر است.

A ۲۵۵۲ ۳

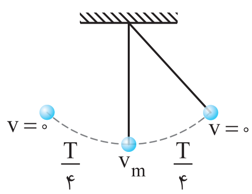
نیمه‌عمر مادهٔ پرتوزا ۴۵ دقیقه یعنی $\frac{45}{60}=\frac{3}{4}h$ است، بنابراین تعداد نیمه‌عمرهای این ماده در مدت $3h$ خواهد شد:

$$n=\frac{t}{T_{\frac{1}{2}}}\Rightarrow n=\frac{3}{\frac{3}{4}}\Rightarrow n=4$$

مقدار مادهٔ اولیهٔ باقی‌مانده را حساب می‌کنیم.

$$N=N_0(\frac{1}{2})^n\Rightarrow\frac{N}{N_0}=(\frac{1}{2})^4\Rightarrow\frac{N}{N_0}=\frac{1}{16}$$

A ۲۵۵۳ ۱



۱ تندی آونگ هنگام عبور از مرکز نوسان (حالت قائم) بیشینه است و زمانی که طول می‌کشد تا آونگ از انتهای مسیر به مرکز نوسان برسد $\frac{T}{4}$ است و زمانی که طول می‌کشد تا آونگ از یک انتهای مسیر به انتهای دیگر برود $\frac{T}{2}$ ثانیه است، بنابراین با توجه به فرض مسئله می‌توان نوشت:

$$\frac{T_A}{4}=\frac{T_B}{2}\Rightarrow T_A=2T_B\quad(1)$$

۲ دورهٔ آونگ $T=2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$ است، دوره را در رابطهٔ (۱) جای‌گذاری می‌کنیم.

$$2\pi\sqrt{\frac{\ell_A}{g}}=2(2\pi)\sqrt{\frac{\ell_B}{g}}\Rightarrow\ell_A=4\ell_B$$

B ۲۵۵۴ ۳

یادآوری هرگاه بسامدهای دو مُد متوالی یک تار مرتعش را از هم کم کنیم، بسامد مُد اصلی به‌دست می‌آید.

بسامدهای متوالی این تار به‌ترتیب $150Hz$ و $225Hz$ است، بنابراین بسامد مُد اصلی آن خواهد شد:

$$f_1=f_n-f_{n-1}\Rightarrow f_1=225-150\Rightarrow f_1=75Hz$$

یادآوری بسامد مُد اصلی nام یک تار n برابر مُد اصلی آن است که در آن n برابر تعداد شکم‌ها (و یا تعداد گره‌ها منهای یک) است. $f_n=nf_1$

تعداد گره‌ها برابر ۵ است، بنابراین $n=5-1=4$ بوده و بسامد مُد چهارم خواهد شد:

$$f_n=4\times75\Rightarrow f_n=300Hz$$

B ۲۵۵۵ ۲

۱ تندی انتشار موج در تار را حساب می‌کنیم.

$$f_n=\frac{nv}{2\ell}\xrightarrow[f_1=125Hz,\ \ell=1m]{n=1\ \text{مد اصلی}}125=\frac{v}{2\times1}\Rightarrow v=250m/s$$

۲ چگالی خطی جرم را به‌دست می‌آوریم.

$$\mu=\frac{m}{\ell}\xrightarrow[\ell=1m]{m=9g=9\times10^{-3}kg}\mu=9\times10^{-3}kg/m$$

۳ نیروی کشش تار خواهد شد:

$$v=\sqrt{\frac{F}{\mu}}\Rightarrow250=\sqrt{\frac{F}{9\times10^{-3}}}\Rightarrow(250)^2=\frac{F}{9\times10^{-3}}$$

$$F=562500\times10^{-3}N\Rightarrow F=562/5N$$

A ۲۵۵۶ ۴

یادآوری به پدیده‌ای که موج در عبور از یک شکاف با پهنایی از مرتبهٔ طول موج، به اطراف گسترده می‌شود پراش گویند. پراش هنگام عبور موج از لبه‌های مانعی که ابعاد آن در حدود طول موج باشد نیز رخ می‌دهد.

تحلیل نقش پراش مبتنی بر بحث تداخل امواج است.

A ۲۵۵۷ ۳

۱ به کمک معادلهٔ مستقل از زمان، شتاب حرکت متحرک را حساب می‌کنیم.

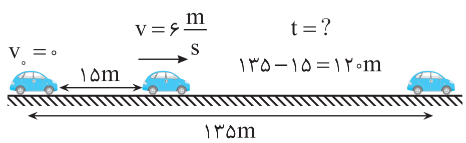
$$v^2-v_0^2=2a\Delta x\Rightarrow(6)^2-0=2a\times15\Rightarrow a=\frac{36}{30}\Rightarrow a=1/2m/s^2$$

۲ در قسمت دوم مسیر، متحرک مسافت $135-15=120m$ را طی کرده است. زمان این قسمت را به کمک معادلهٔ جابه‌جایی - زمان به‌دست می‌آوریم. سرعت اولیهٔ این قسمت $6m/s$ است.

$$\Delta x=\frac{1}{2}at^2+v_0t\Rightarrow120=\frac{1}{2}\times1/2t^2+6t\Rightarrow0/6t^2+6t-120=0$$

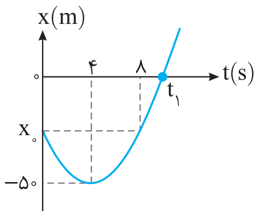
$$\xrightarrow[\text{تقسیم می‌کنیم}]{\text{دو طرف را به ۰/۶}}t^2+10t-200=0\Rightarrow(t+20)(t-10)=0$$

$$\Rightarrow\begin{cases}t=10s\\t=-20s\ \text{غ ق ق}\end{cases}$$



B ۲۵۵۸ ۱

خط فکری هرگاه سرعت متوسط در یک بازهٔ زمانی صفر شود، یعنی متحرک در ابتدا و انتهای بازه در یک مکان قرار دارد. از طرفی در حرکت با شتاب ثابت نمودار مکان - زمان سهمی است و سهمی نسبت به محور گذرا از رأس آن دارای تقارن است و در بازهٔ زمانی یکسان در دو طرف محور مکان یکسان است. اکنون با توجه به این نکات مسئله را حل می‌کنیم.



۱ در مدت ۸s اول سرعت متوسط صفر است یعنی مکان متحرک در $t=\circ$ و $t=۸s$ یکسان است و این دو لحظه نسبت به محور دارای تقارن بوده و مختصات رأس سهمی خواهد شد $(t=۴s\,, x=-۵\circ m)$.

۲ تندی در لحظهٔ t_1 برابر $۲\circ m/s$ بوده و از طرفی شیب خط مماس در این لحظه مثبت است یعنی سرعت متحرک در این لحظه $+۲\circ m/s$ است و در لحظهٔ $t=۴s$ سرعت صفر است. در بازهٔ زمانی ۴s تا t_1 متحرک جابه‌جایی $\Delta x=+۵\circ m$ را طی کرده است، بنابراین به کمک معادلهٔ مستقل از زمان شتاب حرکت خواهد شد:

$$v^۲-v_\circ^۲=۲a\Delta x \Rightarrow ۲\circ^۲-\circ=۲a(+۵\circ) \Rightarrow a=۴m/s^۲$$

۳ سرعت اولیه را حساب می‌کنیم.

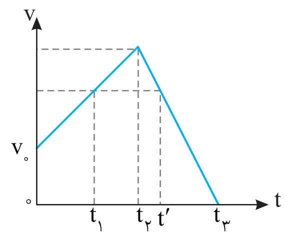
$$v=at+v_\circ \xrightarrow{t=۴s\,,v=\circ} \circ=۴\times۴+v_\circ \Rightarrow v_\circ=-۱۶m/s$$

یادآوری در حرکت با شتاب ثابت در یک بازهٔ زمانی معین، سرعت متوسط میانگین سرعت ابتدایی و انتهایی متحرک در آن بازه است.

$$v_{av}=\frac{v_1+v_۲}{۲}$$

۴) سرعت متوسط در بازهٔ $t=\circ$ تا $t=t_1$ خواهد شد: $v_{av}=\frac{-۱۶+۲\circ}{۲}=۲m/s$

۲۵۵۹ B ۲

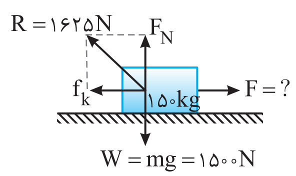


۱ در تمام لحظات در بازهٔ زمانی t_1 تا $t_۲$، تندی متحرک از تندی آن در بازهٔ زمانی ۰ تا t_1 بیشتر است. بنابراین تندی متوسط در بازهٔ t_1 تا $t_۲$ قطعاً از تندی متوسط در بازهٔ ۰ تا t_1 بیشتر است و گزینهٔ (۱) حذف می‌شود.

۲ در مقایسهٔ بازهٔ $t_۲$ تا $t_۳$ با بازهٔ t_1 تا $t_۲$ مشخص است که در بازهٔ $t_۲$ تا $t_۳$ با گذشت زمان تندی متحرک به صفر می‌رسد. در این صورت تندی متوسط در بازهٔ t_1 تا $t_۲$ از بازهٔ $t_۲$ تا $t_۳$ بیشتر است و گزینهٔ (۴) نیز حذف می‌شود.

۳ در بازهٔ صفر تا $t_۳$ نیز در یک مدت زمان طولانی تندی در هر لحظه از تندی در بازهٔ t_1 تا $t_۲$ کوچک‌تر است از این رو تندی متوسط در این بازه از تندی متوسط در بازهٔ t_1 تا $t_۲$ کمتر خواهد بود و گزینهٔ (۲) درست است.

۲۵۶۰ B ۴



یادآوری نیرویی که سطح زمین به جسم وارد می‌کند (R) برایند نیروی اصطکاک (f_k) و نیروی عمودی سطح است $(R=\sqrt{f_k^۲+F_N^۲})$.

۱ جسم در راستای قائم حرکتی ندارد بنابراین $F_N=W \Rightarrow F_N=۱۵\circ\circ N$

۲ نیروی اصطکاک جنبشی را به کمک نیرویی که سطح به جسم وارد می‌کند حساب می‌کنیم.

$$۱۶۲۵=\sqrt{f_k^۲+(۱۵\circ\circ)^۲} \Rightarrow (۱۶۲۵)^۲=f_k^۲+(۱۵\circ\circ)^۲$$

$$\Rightarrow f_k^۲=(۱۶۲۵)^۲-(۱۵\circ\circ)^۲ \Rightarrow f_k^۲=(۱۶۲۵-۱۵\circ\circ)(۱۶۲۵+۱۵\circ\circ)$$

$$f_k^۲=۱۲۵(۳۱۲۵) \Rightarrow f_k^۲=۱۲۵\times(۱۲۵\times۲۵) \Rightarrow f_k=۱۲۵\times۵=۶۲۵N$$

۳ با توجه به قانون دوم نیوتون خواهیم داشت:

$$F_{net}=ma \Rightarrow F-f_k=ma \xrightarrow{a=۲m/s^۲} F-۶۲۵=۱۵\circ\times۲$$

$$\Rightarrow F=۹۲۵N$$

۲۵۶۱ A ۳

خط فکری دقت کنید: نیم ثانیهٔ اول: بازهٔ ۰ تا $\circ/۵\,s$

نیم ثانیهٔ دوم: بازهٔ $\circ/۵\,s$ تا ۱s

نیم ثانیهٔ سوم: بازهٔ ۱s تا $۱/۵\,s$

تندی متوسط در حرکت با شتاب ثابت که در آن متحرک تغییر جهت نمی‌دهد برابر سرعت متوسط است. از طرفی در یک بازهٔ زمانی سرعت متوسط برابر $v_{av}=\frac{v_1+v_۲}{۲}$ است. بنابراین سرعت در $t=۱s$ و $t=۱/۵\,s$ را حساب کرده و سرعت (تندی) متوسط را حساب می‌کنیم:

سرعت در لحظهٔ $t=۱s$: $v=gt \Rightarrow v_1=۹/۸\times۱=۹/۸m/s$

سرعت در لحظهٔ $t=۱/۵\,s$: $v=gt \Rightarrow v_۲=۹/۸\times۱/۵=۱۴/۷m/s$

تندی متوسط خواهد شد: $v_{av}=\frac{۹/۸+۱۴/۷}{۲}=\frac{۱۴/۵}{۲} \Rightarrow v_{av}=۱۲/۲۵m/s$

۲۵۶۲ B ۴

۱ جهت مثبت را رو به پایین در نظر می‌گیریم.

سرعت برخورد گلوله به زمین را حساب می‌کنیم.

$$v^۲=+۲gy \Rightarrow v^۲=۲\times۱\circ\times۲\circ \Rightarrow v=۲\circ m/s$$

۲ تندی برگشت رو به بالا $۱\circ m/s$ است. چون جهت مثبت را رو به پایین در نظر گرفته‌ایم، سرعت برگشت رو به بالا $-۱\circ m/s$ می‌شود، بنابراین بزرگی شتاب در بازهٔ زمانی تماس توپ با زمین خواهد شد:

$$|a|=\frac{|\Delta v|}{\Delta t} \xrightarrow{\Delta t=\circ/۲s} |a|=\frac{|-۱\circ-۲\circ|}{\circ/۲} \Rightarrow |a|=۱۵\circ m/s^۲$$

۳ نیروی متوسط وارد بر گلوله را به کمک قانون دوم نیوتون حساب می‌کنیم.

$$F_{av}=ma \xrightarrow{m=\circ/۲kg} F_{av}=\circ/۲\times۱۵\circ \Rightarrow F_{av}=۳\circ N$$

۲۵۶۳ B ۱

خط فکری معادلهٔ حرکت دو متحرک را به کمک نمودار مکان - زمان نوشته و با هم برابر قرار می‌دهیم. نمودار هر دو خط راست مایل است. بنابراین حرکت هر دو متحرک با سرعت ثابت صورت می‌گیرد.

۱ سرعت متحرک A برابر است با: $v_A=\frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v_A=\frac{\circ-۱۶}{۸-\circ}=-۲m/s$

مکان اولیه A، $x_{\circ A}=+۱۶m$ بوده و معادلهٔ حرکت A خواهد شد:

$$x=vt+x_\circ \Rightarrow x_A=-۲t+۱۶$$

۲ سرعت متحرک B را حساب می‌کنیم.

$$v_B=\frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v_B=\frac{-۲۵-(-۲۹)}{۸-\circ} \Rightarrow v_B=+\frac{۱}{۲}m/s$$

مکان اولیهٔ متحرک B، $x_{\circ B}=-۲۹m$ بوده و معادلهٔ حرکت B خواهد شد:

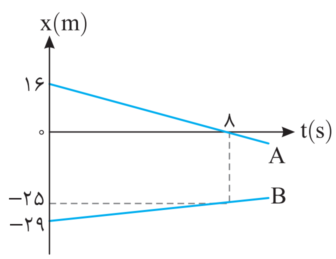
$$x=vt+x_\circ \Rightarrow x_B=\frac{۱}{۲}t-۲۹$$

۳ دو معادله را برابر قرار داده و لحظهٔ رسیدن دو متحرک به هم را به‌دست می‌آوریم.

$$x_A=x_B \Rightarrow -۲t+۱۶=\frac{۱}{۲}t-۲۹ \Rightarrow ۴۵=۲/۵t \Rightarrow t=۱۸s$$

۴ مکان رسیدن دو متحرک به هم خواهد شد:

$$x=-۲\times۱۸+۱۶ \Rightarrow x=-۳۶+۱۶ \Rightarrow x=-۲\circ m$$



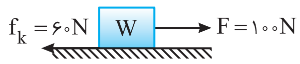
B ۲۵۶۴ | ۲

یادآوری با توجه به تعریف تکانه و قانون دوم نیوتون خواهیم داشت:

$$F_{net}=ma\xrightarrow{a=\Delta v/\Delta t}F_{net}=\frac{m\Delta v}{\Delta t}\xrightarrow{\Delta P=m\Delta v}$$

$$F_{net}=\frac{\Delta P}{\Delta t}\Rightarrow\Delta P=F_{net}\Delta t$$

نیروی خالص وارد بر جسم مطابق شکل مسئله خواهد شد:



$$F_{net}=F-f_k=100-60\Rightarrow F_{net}=40N$$

تغییر تکانه در مدت یک ثانیه را حساب می‌کنیم.

$$\Delta P=F_{net}\Delta t\Rightarrow\Delta P=40\times1\Rightarrow\Delta P=40kgm/s$$

B ۲۵۶۵ | ۱

یادآوری در حرکت بر مسیر دایره‌ای، تندی حرکت یک ذره که با دورهٔ T بر دایره‌ای به شعاع r در حال چرخش است از رابطهٔ $v=2\pi r/T$ به‌دست می‌آید.

نکته دورهٔ حرکت عقربهٔ ثانیه‌شمار، $T_s=60s$ و دورهٔ حرکت عقربهٔ ساعت‌شمار $T_h=12\times60\times60=12\times3600s$ است.

نسبت تندی نوک عقربهٔ ثانیه‌شمار به نوک عقربهٔ ساعت‌شمار خواهد شد:

$$\frac{v_s}{v_h}=\frac{\frac{2\pi r_s}{T_s}}{\frac{2\pi r_h}{T_h}}\Rightarrow\frac{v_s}{v_h}=\frac{r_s}{r_h}\times\frac{T_h}{T_s}\Rightarrow\frac{v_s}{v_h}=2\times\frac{12\times3600}{60}\Rightarrow\frac{v_s}{v_h}=1440$$

B ۲۵۶۶ | ۳

اختلاف تراز شدت صوت A و B از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$\beta_A-\beta_B=10\log\frac{I_A}{I_B}$$

با توجه به فرض مسئله $\beta_A-\beta_B=10dB$ و $I_A=0/04W/m^2$ است. از این رو خواهیم داشت:

$$10=10\log\frac{0/04}{I_B}\Rightarrow\log\frac{0/04}{I_B}=1\Rightarrow\frac{0/04}{I_B}=10$$

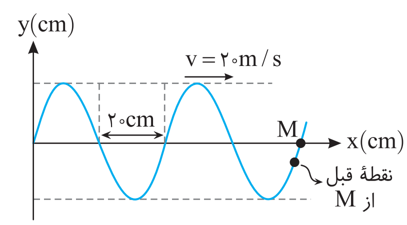
$$\Rightarrow I_B=\frac{0/04}{10}=0/004W/m^2$$

در این صورت اختلاف شدت این دو صوت خواهد شد:

$$I_A-I_B=0/04-0/004=0/036W/m^2\Rightarrow I_A-I_B=36mW/m^2$$

B ۲۵۶۷ | ۴

خط فکری در حل مسـائل نقش موج معمولاً ابتـدا از روی محور افقی، طول موج را حسـاب کرده سـپس به کمک تندی انتشار موج دوره را حساب می‌کنیم و بعد از آن با توجه به جهت حرکت موج، رفتار نقطهٔ مورد نظر را بررسی می‌کنیم.



گام اول: یافتن طول موج: $\frac{\lambda}{2}=20cm\Rightarrow\lambda=0/4m$

گام دوم: یافتن دوره: $T=\frac{\lambda}{v}\Rightarrow T=\frac{0/4}{20}\Rightarrow T=0/02s$

گام سوم: نقطهٔ M در حال گذر از مرکز نوسانش بوده و نقطهٔ قبل از M پایین‌تر از نقطهٔ M است. یعنی M در حال حرکت رو به پایین و دارای بیشینه تندی است.

$$v_m=A\omega\Rightarrow v_m=A\frac{2\pi}{T}\xrightarrow{A=0/02m}v_m=0/02\times\frac{2\times3/14}{0/02}$$

$$\Rightarrow v_m=6/28m/s$$

B ۲۵۶۸ | ۲

۱ معادلهٔ حرکـت نوسـانگر به صـورت $x=0/04\cos4\pi t$ اسـت، بنابراین دورهٔ حرکت آن خواهد شد:

$$\omega=\frac{2\pi}{T}\Rightarrow4\pi=\frac{2\pi}{T}\Rightarrow T=\frac{2}{4}\Rightarrow T=0/5s$$

۲ اندازهٔ بازهٔ زمانی $t_1=0/1s$ تا $t_2=1/35s$ برابر $\Delta t=1/35-0/1=1/25s$ است. این بازه را با دوره مقایسه می‌کنیم.

$$\frac{\Delta t}{T}=\frac{1/25}{0/5}\Rightarrow\frac{\Delta t}{T}=\frac{5}{2}\Rightarrow\Delta t=\frac{5}{2}T\Rightarrow\Delta t=2T+\frac{T}{2}$$

یادآوری در هر دوره نوسـانگر مسـافتی چهار برابر دامنه $(4A)$ را طی می‌کند و در نیم دوره مسافت $2A$ را طی می‌کند.

۳ مسافت طی شده توسط نوسانگر را حساب می‌کنیم.

$$\ell=4A+4A+2A\Rightarrow\ell=10A\xrightarrow{A=0/04m}\ell=10\times0/04$$

$$\Rightarrow\ell=0/4m\Rightarrow\ell=\frac{2}{5}m$$

A ۲۵۶۹ | ۳

۱ انرژی الکترون در تراز سوم $(n=3)$ را حساب می‌کنیم.

$$E_n=-\frac{E_R}{n^2}\xrightarrow{E_R=13/6eV}E_3=-\frac{13/6}{3^2}\Rightarrow E_3=\frac{-13/6}{9}eV$$

۲ اختلاف انرژی تراز سوم و تراز پایه را به‌دست می‌آوریم.

$$E_3-E_1=\frac{-13/6}{9}-(-13/6)\Rightarrow\Delta E=\frac{8}{9}\times13/6eV$$

۳ اختـلاف انرژی دو تراز به صورت یک فوتون الکترومغناطیسـی گسـیل می‌شـود بنابراین می‌توان نوشت:

$$\Delta E=hf\xrightarrow{h=4\times10^{-15}eV.s}\frac{8}{9}\times13/6=4\times10^{-15}f$$

$$\Rightarrow f\sim3/0222\times10^{15}Hz\Rightarrow f=3022/2THz$$

A ۲۵۷۰ | ۳

یادآوری در رابطـهٔ اینشـتین در مورد اثـر فوتوالکتریک $(K_m=hf-W_0)$ W_0 تابع کار فلز، f بسامد نور فرودی بر فلز و K_m بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترون‌هاست.

۱ یکای بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها را به یکای الکترون ولت تبدیل می‌کنیم.

$$K_{m_1}=8\times10^{-19}J\times\frac{1eV}{1/6\times10^{-19}J}\Rightarrow K_{m_1}=5eV$$

۲ بسامد نور ۲۵ درصد کاهش یافته یعنی:

$$f_2=f_1-\frac{25}{100}f_1\Rightarrow f_2=\frac{3}{4}f_1$$

۳ بیشـینه انرژی جنبشـی فوتوالکترون‌ها در حالت جدید ۴۰ درصـد کمتر از حالت اول است. بنابراین:

$$K_{m_2}=K_{m_1}-\frac{40}{100}K_{m_1}\Rightarrow K_{m_2}=\frac{60}{100}K_{m_1}\Rightarrow K_{m_2}=0/6K_{m_1}$$

$$\Rightarrow K_{m_2}=0/6\times5=3eV$$

۴ با توجه به رابطهٔ اینشتین می‌توان نوشت:

$$K_m=hf-W_0$$

$$\Rightarrow\begin{cases}5=4\times10^{-15}f_1-W_0 & (I)\\ 3=4\times10^{-15}\times\frac{3}{4}f_1-W_0\Rightarrow3=3\times10^{-15}f_1-W_0 & (II)\end{cases}$$

۵ f_1 را از رابطهٔ (I) به‌دست آورده و در رابطهٔ (II) قرار می‌دهیم.

$$(I)\ f_1=\frac{5+W_0}{4\times10^{-15}}\xrightarrow{(II)}3=3\times10^{-15}\times\frac{5+W_0}{4\times10^{-15}}-W_0$$

$$\Rightarrow3=\frac{15+3W_0}{4}-W_0\Rightarrow3=\frac{15+3W_0-4W_0}{4}\Rightarrow12=15-W_0$$

$$\Rightarrow W_0=3eV$$

B ۲۵۷۱ ۲

خط فکری نیروهای وارد بر صندوق را رسـم می‌کنیم و به کمک قانون دوم نیوتون، شـتاب حرکت را حساب کرده و جابه‌جایی صندوق در مدت 2s را با استفاده از فرمول‌های حرکت‌شناسی به‌دست می‌آوریم و سرانجام کار نیروی F $(W=Fd)$ را حساب می‌کنیم.

۱ نیروی اصطکاک را حساب می‌کنیم.

$$f_k=\mu_k F_N \xrightarrow{\mu_k=۰/۴} f_k=۰/۴\times ۵۰۰=۲۰۰N$$

۲ بنا به قانون دوم نیوتون:

$$F_{net}=ma \Rightarrow F-f_k=ma \Rightarrow ۲۲۰-۲۰۰=۵۰a \Rightarrow a=۰/۴m/s^۲$$

۳ جابه‌جایی متحرک در مدت 2s خواهد شد:

$$\Delta x=d=\frac{۱}{۲}at^۲ \Rightarrow d=\frac{۱}{۲}\times ۰/۴\times ۲^۲ \Rightarrow d=۰/۸m$$

۴ کار نیروی F را به‌دست می‌آوریم.

$$W=Fd \Rightarrow W=۲۲۰\times ۰/۸ \Rightarrow W=۱۷۶J$$