درس‌نامه + پرسش‌های چهارگزینه‌ای + آزمون

ویندوز ۱۲

فیزیک ۳ جامع

ویراست سوم

رضا خالو، امیرعلی میری

رشتهٔ ریاضی

جلد اول

نشر الگو

پیشگفتار

به نام خدا

سلام

همکاران گرامی و دانش آموزان عزیز

به دنیای پنجره‌های کتاب فیزیک ۳ (ویندوز ۱۲) خوش آمدید.

پس از انتشار کتاب جامع فیزیک پایه (ویندوز ۱۰ و ۱۱) به این نتیجه رسیدیم که کتاب فیزیک ۳ (دوازدهم) را با همان شکل و شمایل تحت عنوان ویندوز ۱۲ ویرایش و منتشر کنیم.

کتاب دو جلدی است. یک جلد شامل درسنامه و تست‌ها و جلد دوم پاسخ‌نامهٔ کاملاً تشریحی

اما حکایت پنجره‌ها چیست؟

هر فصل به پنج پنجره و هر پنجره به زیرموضوع‌هایی به نام «نما» که دارای شماره و عنوان است تقسیم شده است.

در هر پنجره ابتدا درسنامه و سپس تست‌های همان پنجره آورده شده است.

۱) درسنامه: در این کتاب با یک درسنامهٔ کامل و جامع روبه‌رو هستید که در آن تمام نکات درسی در قالب مثال‌های تشریحی و به همراه تست‌های مربوط به آن نکات به‌صورت طبقه‌بندی شده در نماهای مختلف ارائه شده است.

۲) تست‌ها: تست‌ها بخش مهم کتاب را تشکیل می‌دهند که شامل تست‌های کنکور، تست‌های برگرفته از کتاب درسی و تست‌های تألیفی هستند.

الف- چینش تست‌ها در هر «نما» از ساده به سخت بوده تا بتوانید گام به گام پیش رفته و پله‌پله مهارتتان را بالا ببرید.

ب- معمولاً دانش‌آموزان در ابتدا بدون مطالعه درسنامه به سراغ حل تست‌ها می‌روند. اگر چنین کردید و در تست‌هایی دچار مشکل شدید برای رجوع به درسنامه و یادگیری بهتر کافی است به سراغ همان شماره «نما» در درسنامه بروید.

پ- برای مرور سریع تست‌ها حدود ٪۳۰ آن‌ها را با لوگوی ⇉ مشخص کرده‌ایم.

ت- در کنار بعضی از تست‌ها لوگوی ⌖ مشاهده می‌کنید. در پاسخ این تست‌ها، یک تست اضافی تحت عنوان «بازی با سؤال» قرار دارد که شما با حل آن می‌توانید اطمینان پیدا کنید که تست مورد نظر را یاد گرفته‌اید.

ث- پنجرهٔ روبه‌رو (آزمونک) - پنجرهٔ تودرتو (آزمون فصل)

در آزمون‌هایی که شما خواهید دید، تست‌ها طبقه‌بندی ندارند و این شما هستید که باید موضوع تست را تشخیص دهید. به همین دلیل بین هر دو پنجرهٔ پشت سر هم یک بخش به نام پنجرهٔ روبه‌رو یا آزمونک و در انتهای هر فصل یک بخش به نام پنجرهٔ تودرتو به عنوان آزمون فصل قرار دارد که در آن‌ها خبری از طبقه‌بندی تست‌ها نیست و تست‌ها ترتیب مشخصی ندارند و در واقع شما یک کتاب با تست‌های ریز طبقه‌بندی و یک مینی کتاب با تست‌های درهم و برهم در اختیار دارید.

ج- پنجرهٔ رو به گذشته: در این پنجره مسائل ترکیبی دینامیک و حرکت‌شناسی با کار و انرژی جنبشی ارائه شده است.

اما جلد دوم یا جلد پاسخنامه[1]

تمام زحماتی که شما و ما در درسنامه و تست‌ها کشیده‌ایم، در جلد ۲ به سرانجام می‌رسد. به‌قول معروف شاهنامه آخرش خوش است. برای همین سعی کردیم در این قسمت کامل‌ترین و بهترین پاسخ‌ها ارائه شود.

به سراغ ویژگی‌های جلد دوم برویم.

خط فکری: بارها شما از ما سر کلاس پرسیده‌اید که چرا این مسئله از این راه حل شده یا چرا از این فرمول استفاده می‌کنیم؟ برای پاسخ به این نیاز شما، خط فکری ارائه شده تا با خواندن آن شما استراتژی حل مسئله را بدست بیاورید. بنابراین اگر تستی را حل نکرده‌اید، پیشنهاد می‌کنیم که ابتدا خط فکری آن را بخوانید و سعی کنید مسئله را حل کنید. در بیشتر تست‌ها با خواندن خط فکری مشکل شما در حل مسئله برطرف خواهد شد.

نکته: مطالب مهم و مطالبی که باید به آن دقت کنید را تحت عنوان «نکته» آورده‌ایم تا از چشم شما دور نماند.

یادآوری: اگر در حل یک تست نیاز به مطلبی باشد که قبلاً بیان شده، برای راحتی شما آن مطلب را دوباره بیان کرده‌ایم.

یادداشت ریاضی: گاهی در حل تست شما به یک مطلب ریاضی نیاز دارید که ممکن است آن را به خاطر نداشته باشید از این رو آن مطلب و یا اثبات آن را برای شما آورده‌ایم.

میان‌بر: بعد از حل تشریحی و کامل تست در آخر بعضی از تست‌ها برای سرعت بخشیدن به حل تست راه‌حل‌های کوتاه با تکیه بر فیزیک و ریاضی ارائه شده است.

بازی با سؤال: در برخی از تست‌ها، همان تست به نحو دیگری بیان شده تا اگر شما تست مورد نظر را حل نکرده‌اید، بعد از مطالعهٔ پاسخ، بازی با سوال را حل کرده و با پاسخ ارائه شده مقایسه کنید.

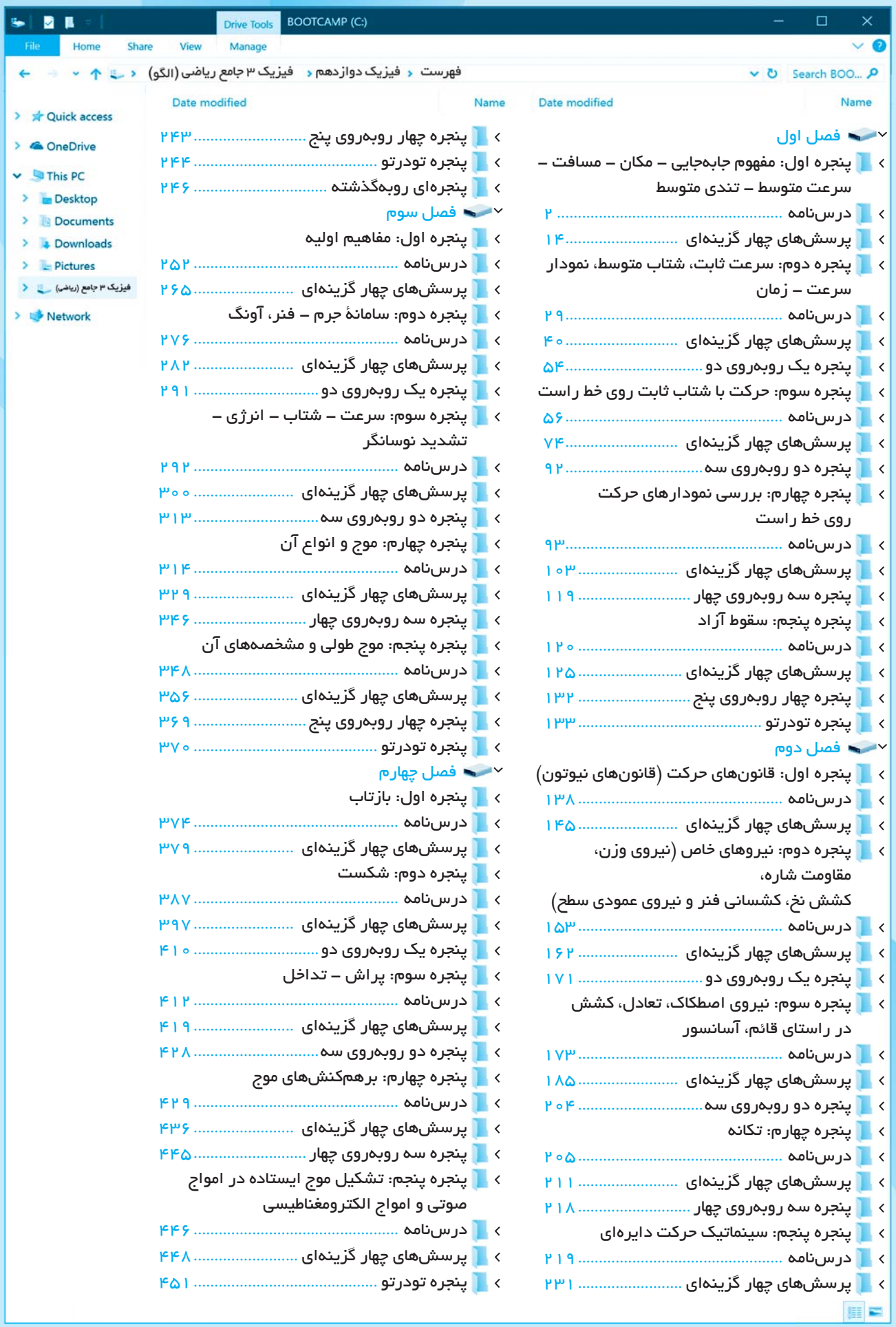
پاسخ پنجره‌های روبه‌رو و تودرتو: در پاسخ این تست‌ها، شمارهٔ «نمای» مربوط به آن تست ارائه شده تا شما متوجه شوید این تست مربوط به چه موضوعی است و در سنامهٔ آن کجاست.

در آخر باید بگوییم که پاسخ همهٔ تست‌ها به‌صورت گام به گام انجام شده تا پله‌پله با هم تست را به طور کامل حل کرده و یاد بگیریم.

در پایان لازم است از تلاش صمیمانهٔ کارکنان نشر الگو سپاسگزاری کنیم، در واحد ویرایش خانم‌ها زهره نوری و زهرا امیدوار و محسن شعبان شمیرانی. همچنین آقای عرفان شاهین‌پور که ویرایش این کتاب بی‌یاری ایشان امکان‌پذیر نبود. در واحد حروف‌چینی از خانم فاضله محسنی و همچنین خانم سکینه مختار مدیر واحد فنی و ویرایش و نیز از همکارانی که نظرات اصلاحی داده‌اند، آقایان علی جیرودی و وحید کرابی قدردانی می‌کنیم.

رضا خالو - امیرعلی میری

۱- با اسکن QR Code یا با مراجعه به سایت نشر الگو به آدرس olgoobooks.ir می‌توانید جلد دوم این کتاب را دانلود کنید.



فصل اول
پنجره اول: مفهوم جابه‌جایی – مکان – مسافت – سرعت متوسط – تندی متوسط ۲
درس‌نامه ۱۴
پرسش‌های چهار گزینه‌ای ۲۹
پنجره دوم: سرعت ثابت، شتاب متوسط، نمودار سرعت – زمان ۴۰
درس‌نامه ۵۴
پرسش‌های چهار گزینه‌ای ۵۶
پنجره یک روبه‌روی دو ۷۴
پنجره سوم: حرکت با شتاب ثابت روی خط راست ۹۲
درس‌نامه ۹۳
پرسش‌های چهار گزینه‌ای ۱۰۳
پنجره دو روبه‌روی سه ۱۱۹
پنجره چهارم: بررسی نمودارهای حرکت روی خط راست ۱۲۰
درس‌نامه ۱۲۵
پرسش‌های چهار گزینه‌ای ۱۳۲
پنجره چهار روبه‌روی پنج ۱۳۳
پنجره تودرتو ۱۳۸
فصل دوم
پنجره اول: قانون‌های حرکت (قانون‌های نیوتون) ۱۴۵
درس‌نامه ۱۵۳
پرسش‌های چهار گزینه‌ای ۱۶۲
پنجره دوم: نیروهای خاص (نیروی وزن، مقاومت شاره، کشش نخ، کشسانی فنر و نیروی عمودی سطح) ۱۷۱
درس‌نامه ۱۷۳
پرسش‌های چهار گزینه‌ای ۱۸۵
پنجره یک روبه‌روی دو ۲۰۴
پنجره سوم: نیروی اصطکاک، تعادل، کشش در راستای قائم، آسانسور ۲۰۵
درس‌نامه ۲۱۱
پرسش‌های چهار گزینه‌ای ۲۱۸
پنجره دو روبه‌روی سه ۲۱۹
پنجره چهارم: تکانه ۲۳۱
درس‌نامه ۲۴۳
پرسش‌های چهار گزینه‌ای ۲۴۴
پنجره چهار روبه‌روی پنج ۲۴۶
پنجره تودرتو ۲۵۲
فصل سوم
پنجره اول: مفاهیم اولیه ۲۶۵
درس‌نامه ۲۷۶
پرسش‌های چهار گزینه‌ای ۲۸۲
پنجره یک روبه‌روی دو ۲۹۱
پنجره دوم: سامانهٔ جرم – فنر، آونگ ۲۹۲
درس‌نامه ۳۰۰
پرسش‌های چهار گزینه‌ای ۳۱۳
پنجره سوم: سرعت – شتاب – انرژی – تشدید نوسانگر ۳۱۴
درس‌نامه ۳۲۹
پرسش‌های چهار گزینه‌ای ۳۴۶
پنجره سه روبه‌روی چهار ۳۴۸
پنجره چهارم: موج و انواع آن ۳۵۶
درس‌نامه ۳۶۹
پرسش‌های چهار گزینه‌ای ۳۷۰
پنجره چهار روبه‌روی پنج ۳۷۴
پنجره تودرتو ۳۷۹
فصل چهارم
پنجره اول: بازتاب ۳۸۷
درس‌نامه ۳۹۷
پرسش‌های چهار گزینه‌ای ۴۱۰
پنجره یک روبه‌روی دو ۴۱۲
پنجره سوم: پراش – تداخل ۴۱۹
درس‌نامه ۴۲۸
پرسش‌های چهار گزینه‌ای ۴۲۹
پنجره دو روبه‌روی سه ۴۳۶
پنجره چهارم: برهم‌کنش‌های موج ۴۴۵
درس‌نامه ۴۴۶
پرسش‌های چهار گزینه‌ای ۴۴۸
پنجره سه روبه‌روی چهار ۴۵۱
پنجره پنجم: تشکیل موج ایستاده در امواج صوتی و امواج الکترومغناطیسی
درس‌نامه
پرسش‌های چهار گزینه‌ای
پنجره تودرتو

فصل پنجم

- پنجره اول: پدیدهٔ فوتوالکتریک
- درس‌نامه ۴۵۶
- پرسش‌های چهار گزینه‌ای ۴۶۱
- پنجره دوم: طیف خطی
- درس‌نامه ۴۷۱
- پرسش‌های چهار گزینه‌ای ۴۷۴
- پنجره یک روبه‌روی دو ۴۷۷
- پنجره سوم: مدل‌های اتمی
- درس‌نامه ۴۷۸
- پرسش‌های چهار گزینه‌ای ۴۸۳
- پنجره دو روبه‌روی سه ۴۸۹
- پنجره چهارم: لیزر
- درس‌نامه ۴۹۱
- پرسش‌های چهار گزینه‌ای ۴۹۳
- پنجره تودرتو ۴۹۴

فصل ششم

- پنجره اول: ساختار هسته – نیروی هسته‌ای – انرژی بستگی هسته‌ای
- درس‌نامه ۴۹۸
- پرسش‌های چهار گزینه‌ای ۵۰۱
- پنجره دوم: پرتوزایی طبیعی
- درس‌نامه ۵۰۵
- پرسش‌های چهار گزینه‌ای ۵۰۷
- پنجره یک روبه‌روی دو ۵۱۲
- پنجره سوم: نیمه‌عمر
- درس‌نامه ۵۱۳
- پرسش‌های چهار گزینه‌ای ۵۱۵
- پنجره دو روبه‌روی سه ۵۱۸
- پنجره چهارم: شکافت هسته‌ای – گداخت هسته‌ای
- درس‌نامه ۵۱۹
- پرسش‌های چهار گزینه‌ای ۵۲۱
- پنجره تودرتو ۵۲۴

پنجرهٔ اول — مفهوم جابه‌جایی - مکان - مسافت - سرعت متوسط - تندی متوسط

یادم می‌آید سر کلاس درس از دانش‌آموزان پرسیدم «یک جسم ساکن مثال بزنید»، در پاسخ، بعضی از شاگردان تخته سیاه و یا میز جلویشان را مثال زدند. پرسیدم «حالا بگویید که فاصلهٔ شما از سطح زمین چقدر است؟» تقریباً همه پاسخ دادند «صفر». پرسیدم در پاسخ پرسش اول من آیا به این توجه کرده‌اید که این میز و تخته سیاه به همراه کرهٔ زمین به دور خورشید می‌چرخند؟ آیا اصولاً می‌توانید جسم ساکنی را در جهان پیرامون خود مشخص کنید؟ چرا تخته سیاه یا میز را ساکن در نظر گرفتید؟ یکی از دانش‌آموزان گفت: «چون اون‌ها رو نسبت به خودمون سنجیدیم». گفتم پس برای بررسی سکون و حرکت جسم معمولاً آن را با یک مبدأ اختیاری مقایسه می‌کنیم که معمولاً خود را مبدأ می‌گیریم. سپس گفتم این مدرسه دو طبقه است و ما در طبقهٔ دوم آن قرار داریم و وقتی من سؤال کردم که فاصلهٔ شما از زمین چقدر است پاسخ دادید «صفر». در واقع شما مجدداً برای آن‌که مکان خود را اعلام کنید، محل قرار گرفتن خود را مبدأ در نظر گرفتید و چنانچه کف طبقهٔ اول را مبدأ می‌گرفتید، پاسخ شما تغییر می‌کرد یعنی برای بیان مکان یک جسم، آن را نسبت به یک مبدأ می‌سنجیم.

بعد با هم به این نتیجه رسیدیم که در بررسی سکون و حرکت و مکان هر جسم به یک مبدأ مقایسه نیاز داریم.

قبل از اینکه بخواهیم درس این فصل را آغاز کنیم لازم است دو مفهوم کمیت نرده‌ای و برداری را یادآوری کنیم.

کمیت نرده‌ای

کمیت‌هایی که برای بیان تنها به عدد و یکای مناسب نیاز دارند. به‌طور مثال برای بیان زمان تنها باید یک عدد و یک یکا استفاده شود.

کمیت برداری

کمیت‌هایی که علاوه بر عدد و یکا برای بیان کردن آن‌ها به جهت هم نیاز است. به‌طور مثال اگر به شما بگویم که از در کلاس ۳m فاصله بگیر شما خواهید گفت به کدام سمت؟ به سمت داخل کلاس، خارج کلاس یا ...؟ پس برای مکان جهت هم مهم است.

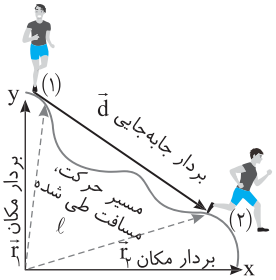
نمای ۱ — مفهوم مکان، مسافت و جابه‌جایی

بردار مکان: مکان یک جسم یک کمیت برداری است که توسط برداری نمایش داده می‌شود که مبدأ اختیاری (مبدأ مختصات) را به محل جسم وصل می‌کند. یکای بردار مکان در SI متر است.

بردار جابه‌جایی: به برداری که مکان اولیهٔ متحرک را به مکان ثانویه متحرک وصل می‌کند، بردار جابه‌جایی گویند که یکای SI آن متر است.

مسافت: طول مسیری که متحرک طی می‌کند را مسافت گویند. این کمیت نرده‌ای بوده و مقدار آن همواره مثبت است. یکای مسافت در SI متر است.

به‌طور مثال در شکل زیر، بردارهای $\vec{r}_1$ و $\vec{r}_2$ بردار مکان متحرک در مکان‌های (۱) و (۲) است و $\vec{d}$ بردار جابه‌جایی است و طول مسیر ℓ مسافت طی شده است.



نکته

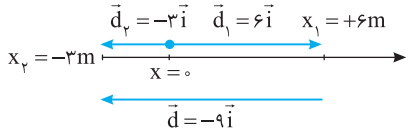
۱ بردار جابه‌جایی برابر تفاضل بردار مکان نهایی و بردار مکان ابتدایی است:

$$\vec{d} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$

۲ بردار مکان با تغییر مبدأ مکان اختیاری، تغییر می‌کند اما بردار جابه‌جایی ثابت است.

مسئله ۱ **خودرویی روی محور xها حرکت می‌کند. این خودرو در مبدأ زمان $(t_1 = 0)$ در مکان $x_1 = +6m$ و در لحظهٔ t_2 در مکان $x_2 = -3m$ قرار دارد. بردارهای مکان در t_1 و t_2 و بردار جابه‌جایی را در بازهٔ t_1 تا t_2 رسم کنید.**

راه‌حل محور xها را رسم کرده و مبدأ مکان (حرکت) را مشخص می‌کنیم. بردارهای $\vec{d}_1$ و $\vec{d}_2$ بردارهای مکان در لحظهٔ t_1 و t_2 و بردار $\vec{d} = -9\vec{i}$ بردار جابه‌جایی است.



نکته

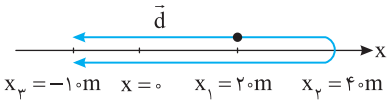
۱ برای یک متحرک همواره مسافت طی شده (ℓ) از اندازهٔ جابه‌جایی $(|\vec{d}|)$ بزرگ‌تر و یا با آن برابر است: $|\vec{d}| \le \ell$

۲ زمانی که متحرک روی خط راست در حرکت باشد و جهت حرکت آن تغییر نکند، مسافت طی شده و اندازهٔ جابه‌جایی با هم برابر است. $|\vec{d}| = \ell$

۳ اگر متحرک روی محور xها از مکان $\vec{x}_1$ به مکان $\vec{x}_2$ برود، جابه‌جایی آن برابر است با: $\Delta\vec{x} = \vec{x}_2 - \vec{x}_1$

مسئله ۲ **دانش‌آموزی روی محور xها ابتدا از مکان $+۲۰\,m$ به مکان $+۴۰\,m$ می‌رود، سپس به مکان $-۱۰\,m$ برمی‌گردد. مسافت طی‌شده توسط دانش‌آموز و بردار جابه‌جایی او را مشخص کنید.**

راه‌حل مکان‌ها را مطابق شکل روبه‌رو روی محور xها مشخص می‌کنیم. متحرک مطابق شکل از مکان $۲۰\,m$ به مکان $۴۰m$ رفته سپس به مکان $-۱۰\,m$ برمی‌گردد. بنابراین مسافت طی‌شده برابر است با:



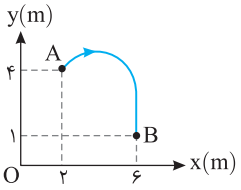
$$\ell = ۲۰+۴۰+۱۰ = ۷۰\,m$$

بردار جابه‌جایی از مکان ابتدایی $(x_۱ = +۲۰\,m)$ به مکان پایانی $(x_۳ = -۱۰\,m)$ رسم می‌شود و برابر $\vec{d} = -۳۰\vec{i}$ است.

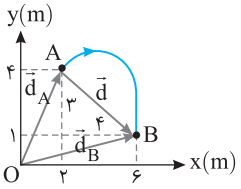
مسئله ۳ **مطابق شکل، یک متحرک روی مسیر خمیده از نقطهٔ A به نقطهٔ B می‌رود.**

الف) بردارهای مکان و جابه‌جایی را رسم کنید و این بردارها را برحسب بردارهای یکه $\vec{i}$ و $\vec{j}$ بیان کنید.

ب) بزرگی بردار جابه‌جایی از A تا B را به‌دست آورید.



راه‌حل الف) از مبدأ مکان بردارهایی به نقاط A و B رسم می‌کنیم. بردارهای $\vec{d}_A$ و $\vec{d}_B$ بردار مکان و بردار $\vec{d}$ بردار جابه‌جایی است.

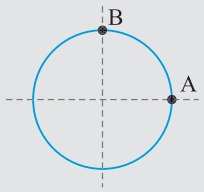


$$\vec{d}_A = ۲\vec{i}+۴\vec{j}$$
$$\vec{d}_B = ۶\vec{i}+\vec{j}$$
$$\Rightarrow \vec{d} = \vec{d}_B - \vec{d}_A + ۴\vec{i} - ۳\vec{j}$$

ب) اندازهٔ بردار جابه‌جایی را به کمک قضیهٔ فیثاغورس به‌دست می‌آوریم:

$$AB = \sqrt{(۴)^۲ + (-۳)^۲} = ۵m$$

تست ۱ **در شکل روبه‌رو مسیر حرکت متحرکی که روی مسیر دایره‌ای به‌صورت ساعتگرد در حال چرخیدن است نشان داده شده است. مسافت پیموده شده توسط متحرک از A تا B چند برابر جابه‌جایی آن در همان مسیر است؟ $(\pi \simeq ۳)$**



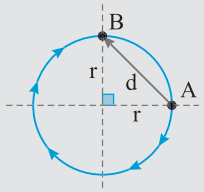
۱) $\frac{۹\sqrt{۲}}{۴}$

۲) $۹\sqrt{۲}$

۳) $\frac{۵\sqrt{۲}}{۲}$

۴) $\frac{۷\sqrt{۲}}{۴}$

پاسخ متحرک از نقطهٔ A ساعتگرد به نقطهٔ B می‌رود، بنابراین مسافت طی شده آن $\frac{۳}{۴}$ محیط دایره است.



$$\ell = \frac{۳}{۴}(۲\pi r) \Rightarrow \ell = \frac{۳}{۲}\pi r \xrightarrow{\pi \simeq ۳} \ell = \frac{۹}{۲}r$$

بردار جابه‌جایی را از نقطهٔ A به نقطهٔ B رسم می‌کنیم و اندازهٔ جابه‌جایی را به کمک رابطهٔ فیثاغورس به‌دست می‌آوریم.

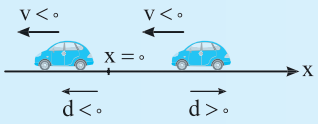
$$d = \sqrt{r^۲ + r^۲} \Rightarrow d = \sqrt{۲}r$$

نسبت $\frac{\ell}{d}$ خواهد شد:

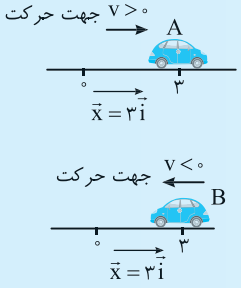
$$\frac{\ell}{d} = \frac{\frac{۹}{۲}r}{\sqrt{۲}r} = \frac{۹\sqrt{۲}}{۴}$$

گزینه ۱

نکته ۱ با توجه به ریاضی هر برداری که در جهت مثبت محور باشد، آن بردار مثبت و هر برداری که در جهت منفی محور باشد، آن بردار منفی است و این موضوع برای تمام کمیت‌های برداری که روی یک محور قرار دارند صادق است.



۲ جهت بردار مکان جهت حرکت جسم را مشخص نمی‌کند، به‌طور مثال در شکل مقابل در هر دو حالت بردار مکان $\vec{x} = ۳\vec{i}$ است اما جهت حرکت متحرک A در جهت مثبت محور xها است (به سمت راست) و جهت حرکت متحرک B خلاف جهت محور xها (به سمت چپ) است.



تعریف معادلهٔ حرکت (معادلهٔ مکان - زمان) رابطهٔ ریاضی مکان برحسب زمان است که در هر لحظه مکان جسم را به صورت تابعی از زمان مشخص می‌کند. $x=f(t)$

به‌طور مثال اگر معادلهٔ مکان متحرکی به صورت $x=2t-1$ در SI باشد مکان متحرک در $t=1s$ برابر $x=2(1)-1=1\,m$ است و در هر لحظه مکان را می‌توان به‌دست آورد.

مسئله ۴ **معادلهٔ حرکت جسمی در SI به‌صورت $x=2t^2-12t+10$ است. الف) مکان در $t=4s$ را بیابید. ب) در بازهٔ $t_1=2s$ تا $t_2=4s$ چند ثانیه بردار مکان متحرک در جهت خلاف محور xها است؟** مشابه تجربی - ۹۶

راه‌حل الف) در معادله به جای t، ۴s را قرار می‌دهیم و مکان را به‌دست می‌آوریم. $x=2(4)^2-12\times4+10=-6m$

ب) معادلهٔ مکان - زمان تابع درجه ۲ است. برای آنکه مشخص کنیم جهت بردار مکان در خلاف جهت محور xها باشد یعنی $x<0$ باشد باید معادله را تعیین علامت کنیم.

ریشه‌های معادله را به‌دست می‌آوریم.

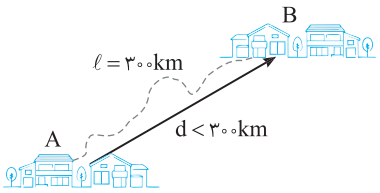
$$x=2t^2-12t+10 \xrightarrow{x=0} 2t^2-12t+10=0\Rightarrow t^2-6t+5=0\Rightarrow(t-1)(t-5)=0\Rightarrow t=1s,\ t=5s$$

یادآوری ریاضی در تعیین علامت تابع درجه ۲ $(y=ax^2+bx+c)$، علامت تابع بین دو ریشه مخالف علامت a و بیرون دو ریشه موافق علامت a است.

t	۰		۱		۵		$+\infty$
x		+	‖	−	‖	+	

بنابراین در بازهٔ $t=1s$ تا $t=5s$، بردار مکان در خلاف جهت محور xهاست. یعنی در کل مدت ۲s تا ۴s بردار مکان منفی است.

نمای ۲ تندی متوسط و سرعت متوسط



به‌طور مثال اگر از ما بپرسند که شخصی با اتومبیل فاصلهٔ بین دو شهر را که ۳۰۰km است در مدت ۵h طی می‌کند، سرعت ماشین او چقدر است، ما به راحتی پاسخ می‌دهیم که $\frac{300}{5}=60km/h$. این عدد که ما به‌دست می‌آوریم در واقع حاصل از تقسیم طول مسیر طی شده (مسافت) به بازهٔ زمانی (Δt) است که در فیزیک به آن **تندی متوسط** می‌گوییم. راستی ما در فیزیک دو مفهوم تندی و سرعت داریم که به اشتباه در زندگی روزمره از هر دو آن‌ها به یک معنا استفاده می‌کنیم، حالا بریم سراغ تعریف این دو کمیت و مقایسهٔ آن‌ها با هم.

تندی متوسط: نسبت مسافت طی شده به زمان را گویند. $s_{av}=\frac{\ell}{\Delta t}$

این کمیت نرده‌ای است.

یکای آن در SI، m/s است.

سرعت متوسط: نسبت جابه‌جایی به زمان جابه‌جایی را گویند: $\vec{v}_{av}=\frac{\vec{d}}{\Delta t}$

این کمیت برداری بوده و همواره هم‌جهت با بردار جابه‌جایی است.

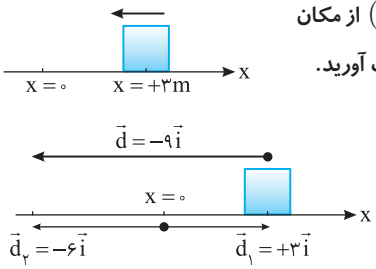
یکای آن در SI، m/s است.

نکته برای یک بازهٔ زمانی مشخص همواره تندی متوسط بزرگ‌تر و یا مساوی بزرگی سرعت متوسط خواهد بود. $(s_{av}\geq|v_{av}|)$

جمع‌بندی کمیت‌هایی که تا الان تعریف کردیم:

نام کمیت	نوع کمیت	یکا در SI	مفهوم	نکته مهم	مقایسهٔ اندازهٔ آن‌ها
مسافت (ℓ)	نرده‌ای	m	طول مسیر طی شده	به مسیر حرکت بستگی دارد.	$\ell\geq\lvert d\rvert$
جابه‌جایی $(\vec{d})$	برداری	m	برداری که مکان اولیه را به مکان ثانویه وصل می‌کند	به مسیر حرکت بستگی ندارد.	
سرعت متوسط $(\vec{v}_{av})$	برداری	m/s	نسبت جابه‌جایی به زمان	به مسیر حرکت بستگی ندارد.	$s_{av}\geq\lvert v_{av}\rvert$
تندی متوسط (s_{av})	نرده‌ای	m/s	نسبت مسافت به زمان	به مسیر حرکت بستگی دارد.	

مسئله ۵ **متحرکی روی خط راست در خلاف جهت محور x در حرکت است و در مبدأ زمان $(t_1=0)$ از مکان $x=+3m$ و در لحظهٔ $t_2=2s$ از مکان $x=-6m$ می‌گذرد. سرعت متوسط و تندی متوسط را به‌دست آورید.**



راه‌حل مطابق شکل روبه‌رو بردارهای مکان را رسم کرده سپس به کمک شکل مسافت و جابه‌جایی را به‌دست می‌آوریم.

تندی متوسط و سرعت متوسط برابر است با:

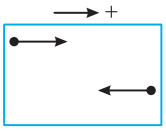
$$s_{av}=\frac{\ell}{\Delta t}=\frac{9}{2}=4/5m/s\ ,\ \vec{v}_{av}=\frac{\vec{d}}{\Delta t}=\frac{-9\vec{i}}{2}=-4/5\vec{i}$$

نکته ۱ در رابطهٔ تندی متوسط و سرعت متوسط $(s_{av}=\frac{\ell}{\Delta t}, \vec{v}_{av}=\frac{\vec{d}}{\Delta t})$ منظور از Δt بازهٔ زمانی حرکت است. به‌طور مثال اگر حرکت متحرک از دو بخش تشکیل شده باشد که بخش اول در ۴s و بخش دوم در ۳s طی شده باشد، کل زمان حرکت برابر ۴+۳ یعنی ۷s است.

۲ اگر متحرک در حال حرکت باشد، به شرطی در یک بازهٔ زمانی سرعت متوسط صفر می‌شود که جابه‌جایی متحرک در آن بازهٔ زمانی صفر شده باشد، در واقع متحرک به مکان اولیهٔ خود بازگشته باشد.

مسئله ۶ **شناگری طول یک استخر ۵۰ متری را هنگام رفت در ۴۰ s و هنگام برگشت در ۵۰ s طی می‌کند. مطلوب است تندی متوسط و سرعت متوسط این شناگر، الف) در مدت رفت / ب) در مدت برگشت / پ) در کل مدت رفت و برگشت.**

راه‌حل اگر جهت رفت را جهت مثبت بگیریم، آن‌گاه:



الف) سرعت متوسط در مدت رفت:

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}\Rightarrow v_{av}=\frac{+۵۰}{۴۰}=۱/۲۵\,m/s\Rightarrow \vec{v}_{av}=۱/۲۵\vec{i}$$

تندی متوسط برابر $s_{av}=۱/۲۵\,m/s$ است.

ب) سرعت متوسط در مدت برگشت:

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}\Rightarrow v_{av}=\frac{-۵۰}{۵۰}=-۱\,m/s\Rightarrow \vec{v}_{av}=-۱\vec{i}$$

تندی متوسط برابر $s_{av}=۱\,m/s$ است.

پ) تندی متوسط در کل مسیر رفت و برگشت برابر است با:

$$s_{av}=\frac{\ell}{\Delta t}=\frac{۵۰+۵۰}{۴۰+۵۰}=\frac{۱۰}{۹}\,m/s$$

اما سرعت متوسط در کل زمان رفت و برگشت صفر است، زیرا جابه‌جایی صفر است:

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}\xrightarrow{\Delta x=۰} v_{av}=۰$$

نکته مسافت و تندی متوسط به مسیر حرکت بستگی دارد و برای به‌دست آوردن آن‌ها مسیر حرکت باید مشخص باشد.

تست ۲ **متحرکی روی محور xها در لحظهٔ $t=۱s$ از مکان $x=+۳m$ و در لحظهٔ $t=۳s$ از مکان $x=-۲m$ می‌گذرد. در این بازهٔ زمانی به ترتیب از راست به چپ سرعت متوسط و تندی متوسط متحرک در SI کدام است؟**

۱) ۲/۵ ،۲/۵ ۲) ۲/۵ ،−۲/۵ ۳) ۲/۵ ،−۲/۵ ۴) ۲/۵− ، قابل محاسبه نیست.

پاسخ سرعت متوسط برابر است با:

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{-۲-۳}{۳-۱}=-۲/۵\,m/s$$

چون مسیر حرکت مشخص نیست نمی‌توان تندی متوسط را به‌دست آورد.

گزینه ۴ ✓

نمای ۳ بررسی تندی متوسط و سرعت متوسط در حرکت چندمرحله‌ای

یک متحرک ممکن است یک مسیر حرکت را با چند سرعت متوسط مختلف طی کند، معمولاً این‌گونه سؤالات دو تیپ معروف دارند:

الف) در سؤال به شما سرعت متوسط و جابه‌جایی مربوط به آن را در بخش‌های مختلف حرکت می‌دهند:

$$\vec{v}_{av_{کل}}=\frac{\Delta\vec{x}_{کل}}{\Delta t_{کل}}\Rightarrow v_{av_{کل}}=\frac{\vec{d}_۱+\vec{d}_۲+\cdots}{t_۱+t_۲+\cdots}\xrightarrow{v_{av}=\frac{d}{t}\Rightarrow t=\frac{d}{v_{av}}}\vec{v}_{av_{کل}}=\frac{\vec{d}_۱+\vec{d}_۲+\cdots}{\frac{d_۱}{v_{av_۱}}+\frac{d_۲}{v_{av_۲}}+\cdots}$$

ب) در صورت سؤال سرعت متوسط در بازه‌های زمانی مختلف را به شما می‌دهند:

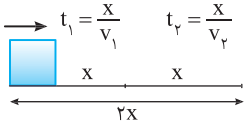
$$\vec{v}_{av_{کل}}=\frac{\Delta\vec{x}_{کل}}{\Delta t_{کل}}\Rightarrow \vec{v}_{av_{کل}}=\frac{\vec{d}_۱+\vec{d}_۲+\cdots}{t_۱+t_۲+\cdots}\xrightarrow{v_{av}=\frac{d}{t}\Rightarrow d=v_{av}t}\vec{v}_{av_{کل}}=\frac{\vec{v}_{av_۱}t_۱+\vec{v}_{av_۲}t_۲+\cdots}{t_۱+t_۲+\cdots}$$

مسئله ۷ **متحرکی روی خط راست در حال حرکت است. در هریک از حالت‌های زیر سرعت متوسط در کل مسیر را به‌دست آورید.**

الف) **اگر متحرک نصف مسیر را با سرعت متوسط $۲۰\,m/s$ و نصف دیگر آن را در همان جهت با سرعت متوسط $۴۰\,m/s$ طی کند.**

ب) **نصف بازهٔ زمانی حرکت را با سرعت متوسط $۲۰\,m/s$ و نصف دیگر بازهٔ زمانی حرکت را در همان جهت با سرعت $۴۰\,m/s$ طی کند.**

راه‌حل الف) اگر هر نیمهٔ مسیر را x بنامیم، کل مسیر $۲x$ خواهد شد. زمان در هر قسمت را برحسب x و سرعت به‌دست می‌آوریم.



$$x=vt\Rightarrow t_۱=\frac{x}{v_۱}\Rightarrow t_۱=\frac{x}{۲۰}\ ,\ t_۲=\frac{x}{v_۲}\Rightarrow t_۲=\frac{x}{۴۰}$$

سرعت متوسط خواهد شد:

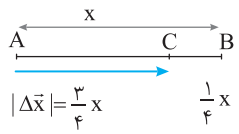
$$v_{av}=\frac{x_۱+x_۲}{t_۱+t_۲}=\frac{۲x}{\frac{x}{۲۰}+\frac{x}{۴۰}}\Rightarrow v_{av}=\frac{۲}{\frac{۲+۱}{۴۰}}=\frac{۸۰}{۳}\,m/s$$

ب) در این قسمت متحرک در دو بازهٔ زمانی یکسان با سرعت‌های متوسط متفاوت مسیر را طی کرده است و سرعت متوسط خواهد شد:

$$v_{av}=\frac{x_۱+x_۲}{t_۱+t_۲}=\frac{v_۱t_۱+v_۲t_۲}{t_۱+t_۲}\xrightarrow{t_۱=t_۲}v_{av}=\frac{(v_۱+v_۲)t_۱}{۲t_۱}\Rightarrow v_{av}=\frac{v_۱+v_۲}{۲}\Rightarrow v_{av}=\frac{۲۰+۴۰}{۲}=۳۰\,m/s$$

مسئله ۸ **متحرکی با تندی $۵۰\,m/s$ روی خط راست، مسیر A تا B را طی می‌کند و سپس $\frac{۱}{۴}$ همین مسیر را از B به سوی A با تندی $۲۰\,m/s$ باز می‌گردد. الف) بزرگی سرعت متوسط را در کل جابه‌جایی بیابید. ب) تندی متوسط را در این بازهٔ حرکتی به‌دست آورید.**

راه‌حل الف) با توجه به شکل زیر، زمان حرکت را از A تا B و سپس از B تا C به دست آورده، با هم جمع می‌کنیم تا زمان کل حرکت به دست آید. طول مسیر از A تا B را x فرض می‌کنیم. بنابراین خواهیم داشت:



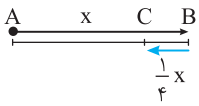
$$\Delta t_{AB}=\frac{x}{v}\Rightarrow\Delta t_{AB}=\frac{x}{۵۰}\ ,\ \Delta t_{BC}=\frac{\frac{۱}{۴}x}{۲۰}\Rightarrow\Delta t_{BC}=\frac{x}{۸۰}\Rightarrow\Delta t_{کل}=\frac{x}{۵۰}+\frac{x}{۸۰}=\frac{۱۳x}{۴۰۰}$$

مطابق شکل جابه‌جایی متحرک برابر برداری است که از A به C رسم می‌شود، یعنی $\Delta x=\frac{۳}{۴}x$ است.

حال می‌توان بزرگی سرعت متوسط را به‌دست آورد:

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}\Rightarrow v_{av}=\frac{\frac{۳}{۴}x}{\frac{۱۳x}{۴۰۰}}=\frac{۳۰۰}{۱۳}\,m/s$$

ب) برای تندی متوسط، مسافت طی شده را به‌دست می‌آوریم.



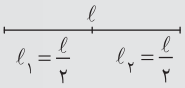
$$\ell=x+\frac{x}{۴}=\frac{۵x}{۴}$$

$$s_{av}=\frac{\ell}{\Delta t}=\frac{\frac{۵x}{۴}}{\frac{۱۳x}{۴۰۰}}=\frac{۵۰۰}{۱۳}\,m/s$$

تست ۳ **متحرک A نصف مسیر مستقیمی را با تندی $۴۰\,m/s$ و بقیهٔ مسیر را در همان جهت با تندی $۶۰\,m/s$ طی می‌کند. متحرک B تمام مسیر را با تندی $۵۰\,m/s$ طی می‌کند. اگر دو متحرک هم‌زمان شروع به حرکت کنند:**

۱) هر دو با هم به انتهای مسیر می‌رسند.
۲) متحرک A زودتر به انتهای مسیر می‌رسد.
۳) متحرک B زودتر به انتهای مسیر می‌رسد.
۴) اظهار نظر قطعی میسر نیست.

پاسخ ابتدا باید تندی متوسط متحرک A را بیابیم. اگر شما به اشتباه تصور کنید که تندی متوسط، برابر میانگین تندی‌ها است؛ به این نتیجه خواهید رسید که تندی متوسط A برابر $\frac{۴۰+۶۰}{۲}=۵۰\,m/s$ و با تندی B مساوی است و هر دو با هم به انتهای مسیر می‌رسند که نتیجه‌گیری نادرستی خواهد بود. برای این منظور ابتدا باید زمان را در هر قسمت به‌دست آورد. اگر طول مسیر را ℓ فرض کنیم طول هر قسمت $\frac{\ell}{۲}$ می‌شود و بازه‌های زمانی خواهد شد:



$$\Delta t_۱=\frac{\frac{\ell}{۲}}{v_۱}=\frac{\ell}{۲v_۱}\ ,\quad \Delta t_۲=\frac{\ell}{۲v_۲}\ ,\quad v_{av}=\frac{\ell_۱+\ell_۲}{\Delta t_۱+\Delta t_۲}\Rightarrow v_{av}=\frac{\ell}{\frac{\ell}{۲v_۱}+\frac{\ell}{۲v_۲}}\Rightarrow v_{av}=\frac{۲v_۱v_۲}{v_۱+v_۲}$$

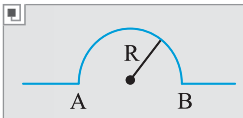
در این‌صورت:

$$v_{av_A}=\frac{۲\times۴۰\times۶۰}{۴۰+۶۰}\Rightarrow v_{av_A}=۴۸\,m/s\Rightarrow v_{av_A}<v_B$$

پس متحرک B زودتر به انتهای مسیر می‌رسد.

گزینه ۳

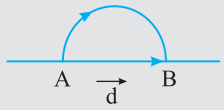
تست ۴ در شکل روبه‌رو، متحرکی کمان نیم‌دایرهٔ AB را با تندی ۱۵/۷m/s می‌پیماید. بزرگی سرعت متوسط آن چند متر بر ثانیه است؟ $(\pi \simeq ۳/۱۴)$



۱) ۱۵/۷ ۲) ۱۰ ۳) ۵ ۴) ۳/۱۴

پاسخ مسافت طی‌شده برابر نصف محیط دایره است، پس زمان طی مسیر برابر است با:

$$s_{av}=\frac{\ell}{\Delta t}\Rightarrow \Delta t=\frac{\ell}{s_{av}}\xrightarrow{\ell=\pi R}\Delta t=\frac{۳/۱۴\times R}{۱۵/۷}\Rightarrow \Delta t=\frac{R}{۵}$$



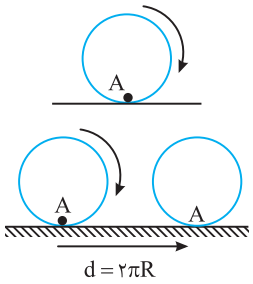
جابه‌جایی برابر قطر دایره $(۲R)$ است. $d=۲R$

سرعت متوسط خواهد شد:

$$v_{av}=\frac{|\vec{d}|}{\Delta t}\Rightarrow v_{av}=\frac{۲R}{\frac{R}{۵}}\Rightarrow v_{av}=۱۰m/s$$

گزینه ۲

مسئله ۹ در شکل روبه‌رو، نقطهٔ A روی محیط یک حلقه به شعاع ۰/۵m قرار دارد. اگر حلقه در مدت ۰/۲s روی سطح افقی یک دور بغلتد، اندازهٔ سرعت متوسط آن چند متر بر ثانیه است؟ $(\pi=۳/۱۴)$



راه‌حل وقتی حلقه به اندازهٔ یک دور بچرخد، نقطهٔ A به اندازهٔ محیط دایره در امتداد سطح افقی جابه‌جا می‌شود.

$$v_{av}=\frac{|\vec{d}|}{\Delta t}=\frac{۲\times\pi\times ۰/۵}{۰/۲}\Rightarrow v_{av}=۵\pi=۱۵/۷m/s$$

حل چند مسألهٔ خاص*

نکته هرگاه متحرک از مکان $\vec{r}_1$ به مکان $\vec{r}_2$ می‌رود، جابه‌جایی متحرک خواهد شد: $\vec{d}=\vec{r}_2-\vec{r}_1$

و هرگاه متحرک جابه‌جایی $\vec{d}_1$ و سپس جابه‌جایی $\vec{d}_2$ را بپیماید جابه‌جایی کل متحرک خواهد شد: $\vec{d}=\vec{d}_2+\vec{d}_1$

تست ۵ متحرکی در صفحهٔ افقی xoy، در لحظهٔ $t_1=۱s$ در مکان $\vec{r}_1=۴\vec{i}+۱۱\vec{j}$ و در لحظهٔ $t_2=۳s$ در مکان $\vec{r}_2=-\vec{i}-\vec{j}$ قرار دارد. کدام گزینه بردار سرعت متوسط را نشان می‌دهد؟ (یکاها در SI هستند.)

۱) $\vec{v}_{av}=-۲/۵\vec{i}-۶\vec{j}$ ۲) $\vec{v}_{av}=۱/۵\vec{i}+۵\vec{j}$ ۳) $\vec{v}_{av}=۲/۵\vec{i}+۶\vec{j}$ ۴) $\vec{v}_{av}=-۱/۵\vec{i}+۵\vec{j}$

پاسخ ابتدا بردار جابه‌جایی را به‌دست می‌آوریم سپس بردار سرعت متوسط را حساب می‌کنیم.

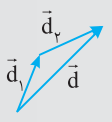
$$\vec{d}=\vec{r}_2-\vec{r}_1=(-\vec{i}-\vec{j})-(۴\vec{i}+۱۱\vec{j})=-۵\vec{i}-۱۲\vec{j}\quad,\quad \vec{v}_{av}=\frac{\vec{d}}{\Delta t}=\frac{-۵\vec{i}-۱۲\vec{j}}{۳-۱}\Rightarrow \vec{v}_{av}=-۲/۵\vec{i}-۶\vec{j}$$

گزینه ۱

تست ۶ متحرکی در صفحهٔ افقی xoy در مدت $\Delta t_1=۱s$ جابه‌جایی $\vec{d}_1=۴\vec{i}+۱۱\vec{j}$ و سپس در مدت $\Delta t_2=۳s$ جابه‌جایی $\vec{d}_2=-\vec{i}-\vec{j}$ را می‌پیماید. بردار سرعت متوسط کدام است؟ (یکاها در SI هستند.)

۱) $\vec{v}_{av}=-۲/۵\vec{i}-۶\vec{j}$ ۲) $\vec{v}_{av}=۱/۵\vec{i}+۵\vec{j}$ ۳) $\vec{v}_{av}=۲/۵\vec{i}+۶\vec{j}$ ۴) $\vec{v}_{av}=۰/۷۵\vec{i}+۲/۵\vec{j}$

پاسخ در حل این تست دقت کنید که $\vec{d}_1$ و $\vec{d}_2$ جابه‌جایی هستند (شکل روبه‌رو)، در این‌صورت بردار جابه‌جایی کل خواهد شد:

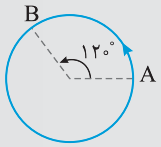


$$\vec{d}=\vec{d}_1+\vec{d}_2=۳\vec{i}+۱۰\vec{j}\xrightarrow{\vec{v}_{av}=\frac{\Delta\vec{d}}{\Delta t}}\vec{v}_{av}=\frac{۳\vec{i}+۱۰\vec{j}}{۳-۱}=۱/۵\vec{i}+۵\vec{j}$$

گزینه ۲

* این نوع مسائل جزء برنامه رسمی کتاب درسی نیست اما برای شما که وارد دانشگاه می‌شوید مفید است.

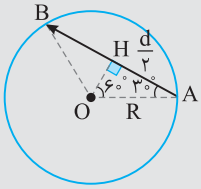
تست ۷ در شکل روبه‌رو متحرکی روی دایره‌ای به شعاع ۱۰ متر، کمان A تا B را در مدت ۵s می‌پیماید. اندازهٔ سرعت متوسط از A تا B چند متر بر ثانیه است؟



۱) ۲
۲) $۲\sqrt{۳}$
۳) $\frac{۴\pi}{۳}$
۴) $\frac{۴\pi\sqrt{۳}}{۳}$

پاسخ بردار جابه‌جایی را از A تا B رسم می‌کنیم و نام آن را d می‌گذاریم. مثلث OAB متساوی‌الساقین است. ارتفاع OH را رسم می‌کنیم. در این صورت $AH=BH=\frac{d}{۲}$ است. حال برای مثلث OHB می‌توانیم بنویسیم.

با توجه به شکل:



$$\sin ۶۰^\circ=\frac{\frac{d}{۲}}{R}\Rightarrow\frac{\sqrt{۳}}{۲}=\frac{d}{۲R}\Rightarrow d=\sqrt{۳}R\Rightarrow d=۱۰\sqrt{۳}m$$

$$v_{av}=\frac{d}{\Delta t}\Rightarrow v_{av}=\frac{۱۰\sqrt{۳}}{۵}=۲\sqrt{۳}m/s$$

گزینه ۲ ✓

نمای ۴ بررسی سرعت متوسط* و بردار مکان با معادلهٔ حرکت

در بعضی از مسائل واژگانی خاص برای بیان بازه‌های زمانی و یا لحظه‌های موردنظر استفاده می‌شود که گاهی باعث سردرگمی شما می‌شود. در جدول زیر رایج‌ترین اصطلاحات در این زمینه را بیان می‌کنیم.

اصطلاح زمانی بیان شده	نمونه
لحظهٔ t منظور دقیقاً همان لحظه است.	سرعت در لحظهٔ $t=۴s$ یعنی سرعت لحظه‌ای در لحظهٔ $t=۴s$
ثانیهٔ tام یعنی بازهٔ زمانی $t-۱$ تا t	جابه‌جایی در ثانیهٔ چهارم یعنی جابه‌جایی در بازهٔ $t=۳s$ تا $t=۴s$
m ثانیهٔ nام یعنی بازهٔ زمانی به بازه‌های m ثانیه، m ثانیه تقسیم شده و ما باید n امین قسمت m ثانیه‌ای را بررسی کنیم. گیج شدید نگران نباشید نمونه را بررسی کنید.	۲ ثانیهٔ سوم: یعنی بازه‌های زمانی ۲ ثانیه است و سومین قسمت مورد نظر ماست. ۲ ثانیهٔ اول: ۰ تا ۲s ۲ ثانیهٔ دوم: ۲s تا ۴s ۲ ثانیهٔ سوم: ۴s تا ۶s، این بازه مورد نظر است.

در واقع وقتی بیان می‌شود که ۳ ثانیهٔ دوم یعنی کل مدت $۳\times۲=۶s$ است که ما قسمت ۳ ثانیهٔ دوم آن یعنی از $t=۳s$ تا $t=۶s$ را باید در نظر بگیریم.

مسئله ۱۰ معادلهٔ حرکت جسمی در SI به صورت $x=t^۳-۲t^۲+۱$ است. الف) سرعت متوسط در ۵s آغازین حرکت را بیابید. / ب) سرعت متوسط در ثانیهٔ پنجم حرکت را حساب کنید.

راه‌حل الف) ۵ ثانیهٔ آغازین حرکت یعنی بازهٔ $t_۱=۰$ تا $t_۲=۵s$، از این‌رو در لحظهٔ $t=۰$ و $t=۵s$ مکان جسم را به‌دست می‌آوریم:

$$t_۱=۰\Rightarrow x_۱=۱m\ ,\ t_۲=۵s\Rightarrow x_۲=۱۲۵-۵۰+۱=۷۶m\Rightarrow\Delta x=۷۶-۱=۷۵m$$

سرعت متوسط خواهد شد:

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}\Rightarrow v_{av}=\frac{۷۵}{۵-۰}=۱۵m/s$$

ب) ثانیهٔ پنجم یعنی بازهٔ زمانی بین $t_۱=۴s$ و $t_۲=۵s$، مکان در این دو لحظه را به‌دست آورده از هم کم کرده و جابه‌جایی را به‌دست می‌آوریم.

$$x=t^۳-۲t^۲+۱\Rightarrow\begin{cases}\xrightarrow{t_۱=۴s} x_۱=۶۴-۳۲+۱\Rightarrow x_۱=۳۳m\\ \xrightarrow{t_۲=۵s} x_۲=۱۲۵-۵۰+۱=۷۶m\end{cases}$$

$$d=۷۶-۳۳\Rightarrow d=۴۳m$$

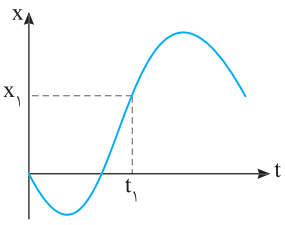
$$v_{av}=\frac{d}{\Delta t}=\frac{۴۳}{۱}=۴۳m/s$$

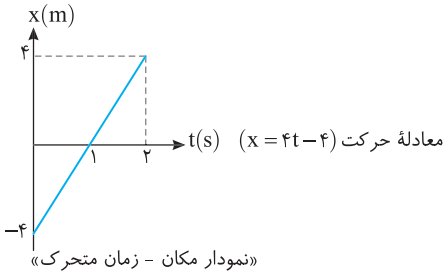
سرعت متوسط در ثانیهٔ پنجم برابر است با:

* به‌دست آوردن تندی متوسط به کمک معادلهٔ حرکت را در بخش‌های بعدی فرامی‌گیرید.

نمای ۵ بررسی مکان، مسافت و جابه‌جایی در نمودار مکان - زمان

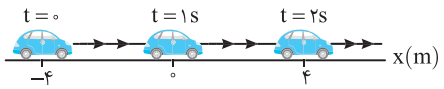
برای هر حرکتی می‌توان معادلهٔ مکان - زمان $x=f(t)$ نوشته و در هر لحظه، مکان متحرک را مشخص کرد. در ریاضی فراگرفتیم که برای هر تابع می‌توان نمودار رسم کرد، در نتیجه برای هر متحرکی با داشتن معادلهٔ حرکت آن می‌توان نمودار مکان - زمانی شبیه شکل روبه‌رو رسم کرد و در هر لحظه مانند t_1 مکان متحرک مانند x_1 را مشخص کرد. به‌طور مثال اگر معادلهٔ حرکت متحرک به‌صورت تابع درجه اول $x=4t-4$ باشد، شما به سادگی می‌توانید نمودار مکان - زمان آن را که یک خط راست مایل بوده مطابق شکل رسم کنید.





«نمودار مکان - زمان متحرک»

راستی این نمودار مسیر حرکت نیست یعنی متحرک روی این نمودار سربالایی نمی‌رود بلکه مسیر حرکت آن مطابق شکل زیر روی خط راست است.



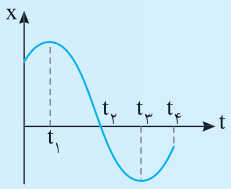
«مسیر حرکت متحرک»

نکته

۱ در نمودار مکان - زمان اگر نمودار بالای محور زمان باشد، مکان متحرک مثبت بوده و بردار مکان در جهت محور xهاست.

۲ در نمودار مکان - زمان اگر نمودار پایین محور زمان باشد، مکان متحرک منفی بوده و بردار مکان در خلاف جهت محور xهاست.

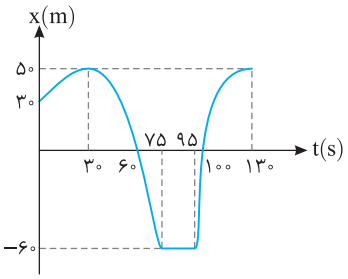
۳ هنگامی که نمودار مکان - زمان محور زمان را قطع می‌کند، مکان متحرک صفر $(x=0)$ و علامت بردار مکان آن عوض می‌شود و در این لحظه بردار مکان متحرک تغییر جهت می‌دهد.



۴ هرگاه با گذشت زمان نمودار رو به بالا برود (نمودار صعودی باشد)، متحرک در جهت مثبت محور در حرکت بوده یعنی سرعت متحرک مثبت است.

۵ هرگاه با گذشت زمان نمودار رو به پایین برود (نمودار نزولی باشد)، متحرک در جهت منفی محور در حرکت بوده یعنی سرعت متحرک منفی است.

مسئله ۱۱ **نمودار مکان - زمان متحرکی که روی محور xها در حرکت است مطابق شکل زیر است.**



الف) مسیر حرکت متحرک در بازهٔ صفر تا ۶۰s را رسم کنید.

ب) جسم در کدام بازهٔ زمانی ساکن است؟

پ) در کدام بازه‌های زمانی متحرک در جهت مثبت محور xها در حرکت است؟

ت) در کدام بازه‌های زمانی متحرک در جهت منفی محور xها در حرکت است؟

ث) جابه‌جایی متحرک در کل بازهٔ نشان داده شده را بیابید.

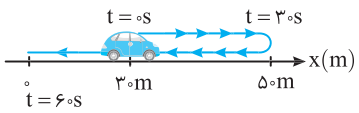
ج) مسافت طی شده در کل بازهٔ نشان داده شده را بیابید.

چ) در کدام لحظه‌ها بردار مکان متحرک تغییر جهت می‌دهد؟

ح) در چه بازهٔ زمانی متحرک بیشترین فاصله از مبدأ را دارد؟

خ) در کدام بازه‌های زمانی متحرک در حال نزدیک شدن به مبدأ است؟

راه‌حل الف) دقت کنید مسیر حرکت متحرک تنها روی محور xها است. در بازهٔ صفر تا ۳۰s متحرک از مکان ۳۰m به مکان ۵۰m رفته و در بازهٔ ۳۰s تا ۶۰s متحرک بازگشته و مکان آن از ۵۰m به صفر می‌رسد.



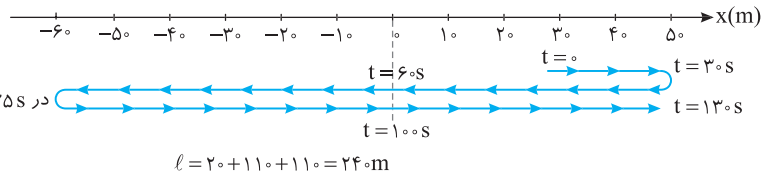
ب) در بازهٔ ۷۵s تا ۹۵s متحرک در مکان $x=-60m$ ساکن است، زیرا با گذشت زمان مکان آن تغییر نکرده است.

پ) در بازه‌های زمانی صفر تا ۳۰s و ۹۵s تا ۱۳۰s متحرک در حال حرکت در جهت مثبت محور xها است.

ت) در بازهٔ زمانی ۳۰s تا ۷۵s متحرک در حال حرکت در جهت منفی محور xها است.

ث) متحرک ابتدا در مکان $x_0=+30m$ و در آخر $(t=130s)$ در مکان $x=+50m$ بوده بنابراین جابه‌جایی آن برابر است با: $\Delta x=50-30=20m$

ج) با توجه به شکل زیر متحرک از مکان $+30m$ به مکان $+50m$ می‌رود سپس از مکان $+50m$ به مکان $-60m$ رفته و سرانجام به مکان $+50m$ می‌رود.



$\ell=20+110+110=240m$

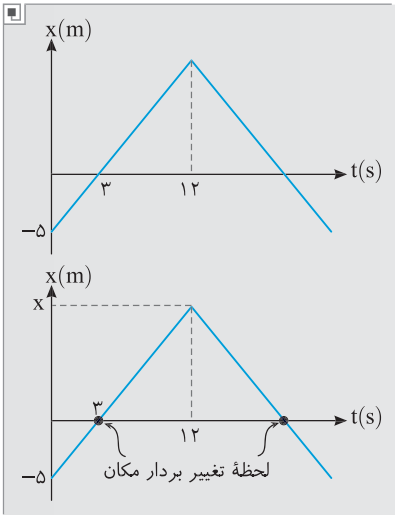
چ) در لحظه‌های $t=۶۰s$ و $t=۱۰۰s$ متحرک از مبدأ مکان می‌گذرد و بردار مکان تغییر جهت می‌دهد.

قبل از لحظه $t=۶۰s$ بردار مکان مثبت و بعد از آن بردار مکان منفی شده است هم‌چنین قبل از لحظهٔ $t=۱۰۰s$ بردار مکان منفی و بعد از آن بردار مکان مثبت شده است.

ح) در بازهٔ زمانی $۷۵s$ تا $۹۵s$ متحرک در فاصلهٔ ۶۰ متری مبدأ است.

خ) در بازهٔ $۳۰s$ تا $۶۰s$ متحرک از مکان $+۵۰m$ به سوی مبدأ $(x=۰)$ در حرکت است همچنین در بازهٔ $۹۵s$ تا $۱۰۰s$ متحرک از مکان $-۶۰m$ در جهت مثبت محور در حال نزدیک شدن به مبدأ است.

تست ۸ **نمودار مکان - زمان متحرکی به‌صورت روبه‌رو است. مسافت طی شده توسط متحرک در بازهٔ زمانی بین دو لحظهٔ تغییر جهت بردار مکان چند متر است؟**



۱) صفر

۲) ۳۲

۳) ۱۵

۴) ۳۰

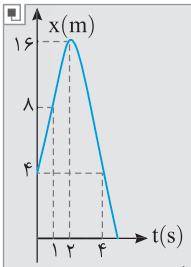
پاسخ به سراغ درس ریاضی آمده‌ایم. ابتدا به کمک شیب نمودار مکان متحرک را در لحظهٔ $t=۱۲s$ به‌دست می‌آوریم.

$$\frac{x-(-۵)}{۱۲-۰}=\frac{۰-(-۵)}{۳-۰}\Rightarrow x=۱۵m$$

بنابراین متحرک در بازهٔ زمانی بین تغییر بردار مکان از مکان صفر به $۱۵m$ رفته و به مکان صفر برمی‌گردد. از این‌رو: گزینهٔ ۴ ✓

$$\ell=۱۵+۱۵=۳۰m$$

تست ۹ **گلوله‌ای را از ارتفاع $۴m$ سطح زمین در راستای قائم به سمت بالا پرتاب کرده و نمودار مکان - زمان گلوله به‌صورت روبه‌رو است. تندی متوسط گلوله در فاصلهٔ زمانی $t=۱s$ تا $t=۴s$ چند متر بر ثانیه است؟**



۱) $\frac{۸}{۳}$

۲) $\frac{۲۲}{۳}$

۳) $\frac{۲۰}{۳}$

۴) $\frac{۱۱}{۳}$

پاسخ به نمودار نگاه کنید. در لحظهٔ $t=۱s$ گلوله در مکان $+۸m$ بوده و در لحظهٔ $t=۲s$ به مکان $+۱۶m$ می‌رود و مسافت $۱۶-۸=۸m$ را می‌پیماید. سپس در بازهٔ $t=۲s$ تا $t=۴s$ از مکان $+۱۶m$ به مکان $+۴m$ رفته و مسافت $۱۶-۴=۱۲m$ را طی می‌کند و مسافت کل خواهد شد:

$$\ell=۸+۱۲=۲۰m$$

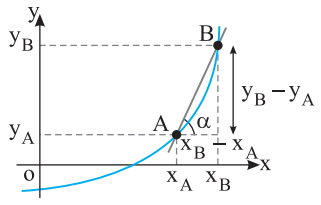
تندی متوسط خواهد شد: گزینهٔ ۳ ✓

$$s_{av}=\frac{\ell}{\Delta t}=\frac{۲۰}{۴-۱}\Rightarrow s_{av}=\frac{۲۰}{۳}m/s$$

نمای ۶ نمودار مکان - زمان، تندی و سرعت

یادآوری ریاضی شیب خط

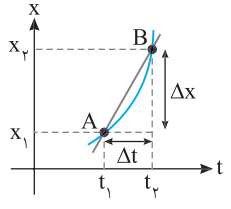
در درس ریاضی یاد گرفته‌ایم که برای یک کمیت نموداری رسم کنیم که چگونگی تغییرات آن کمیت (y) را بر حسب تغییرات کمیت متغیر دیگری (x) نشان دهد. در شکل روبه‌رو یک نمودار در صفحهٔ xoy رسم شده است و نقطهٔ A و B روی این نمودار است. خطی که نقطهٔ A را به نقطهٔ B وصل می‌کند را **خط قاطع منحنی** می‌گوییم. تانژانت زاویه‌ای که این خط با جهت مثبت محور طول‌ها (x)ها) می‌سازد را **شیب خط** می‌گوییم.



$$m=\tan\alpha=\frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}$$

تعیین سرعت متوسط به کمک نمودار مکان - زمان

فرض کنید که نمودار مکان - زمان متحرکی به‌صورت روبه‌رو باشد و متحرک در لحظهٔ $t_۱$ در مکان $x_۱$ و در لحظهٔ $t_۲$ در مکان $x_۲$ است. مطابق آن‌چه در یادآوری ریاضی بیان شد، شیب خطی که دو نقطهٔ A و B را به هم وصل می‌کند به‌صورت مقابل است:

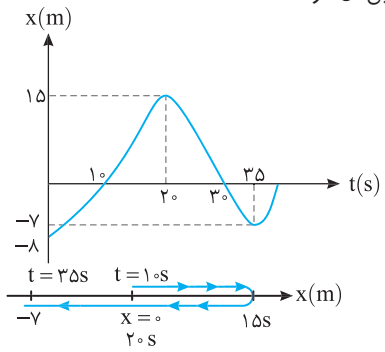


$$m=\frac{x_۲-x_۱}{t_۲-t_۱}=\frac{\Delta x}{\Delta t}$$

شیب خط را با تعریف سرعت متوسط $\left(v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}\right)$ مقایسه کنید، نتیجه‌ای که حاصل می‌شود این است:

جمع‌بندی شیب خطی که دو نقطه از نمودار مکان - زمان را به هم وصل می‌کند برابر با سرعت متوسط بین آن دو نقطه است.

مسئله ۱۲ **در شکل روبه‌رو سرعت متوسط و تندی متوسط در بازهٔ ۱۰s تا ۳۵s را بیابید.**



راه‌حل در بازهٔ ۱۰s تا ۳۵s سرعت متوسط خواهد شد:

$$v_{av}=\frac{x_2-x_1}{t_2-t_1}=\frac{-7-0}{35-10}=\frac{-7}{25}=-0/28\,m/s$$

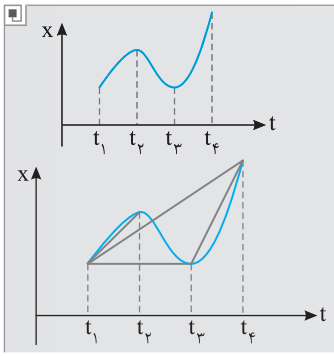
اما تندی متوسط:

مسافت طی شده در بازهٔ ۱۰s تا ۳۵s برابر است با:

$$\ell=15+15+(7)=37m \xrightarrow{s_{av}=\frac{\ell}{\Delta t}} s_{av}=\frac{37}{35-10}=\frac{37}{25}=1/48\,m/s$$

نکته برای مقایسهٔ سرعت متوسط در بازه‌های زمانی مختلف از روی نمودار مکان - زمان کافی است شیب خط قاطع در هر بازهٔ زمانی را بررسی کنیم هرچه شیب خط قاطع تندتر باشد، سرعت متوسط در آن بازهٔ زمانی بزرگ‌تر است.

تست ۱۰ **در شکل روبه‌رو در کدام بازهٔ زمانی سرعت متوسط از بازه‌های دیگر بیشتر است؟**



۱) t_1 تا t_2

۲) t_1 تا t_3

۳) t_3 تا t_4

۴) t_1 تا t_4

پاسخ خط قاطع نمودار را بین بازه‌های بیان شده رسم می‌کنیم. کاملاً مشخص است که شیب خط قاطع در بازهٔ t_3 تا t_4 از بقیه حالت‌ها بیشتر (تندتر) است. گزینهٔ ۳ ✓

تندی لحظه‌ای - سرعت لحظه‌ای

خودرویی یک مسیر ۱۰۰ کیلومتری را در مدت ۲h طی می‌کند از این‌رو سرعت متوسط متحرک در طول مسیر $\frac{100}{2}=50\,km/h$ است. اما سرعت متحرک در طول مسیر می‌تواند در یک بازهٔ زمانی بیشتر از $50\,km/h$ و در بازهٔ زمانی دیگری کمتر از $50\,km/h$ باشد. در واقع لزومی ندارد که در هر لحظه از مسیر حرکت سرعت برابر $50\,km/h$ باشد.

تعریف سرعت لحظه‌ای: سرعتی است که متحرک در هر لحظه دارد.

تعریف تندی لحظه‌ای: اندازهٔ سرعت لحظه‌ای را تندی لحظه‌ای گویند.

نکته

۱) یکای کمیت‌های سرعت لحظه‌ای و تندی لحظه‌ای در SI، m/s است.

۲) سرعت لحظه‌ای کمیتی برداری است و علاوه بر یکا به جهت نیز نیاز دارد.

۳) تندی لحظه‌ای کمیتی نرده‌ای است و برابر اندازهٔ سرعت لحظه‌ای متحرک است. $s=|\vec{v}|$ ← تندی لحظه‌ای

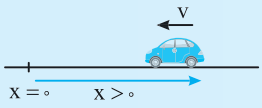
۴) در سؤال‌ها گاهی سرعت لحظه‌ای و تندی لحظه‌ای را به‌طور اختصار، سرعت و تندی بیان می‌کنند.

۵) سرعت متحرک جهت حرکت را مشخص می‌کند.
- سرعت مثبت: متحرک در جهت محور x در حال حرکت است.
- سرعت منفی: متحرک در خلاف جهت محور x در حال حرکت است.

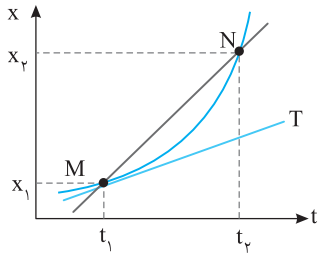
۶) در اتومبیل عقربهٔ تندی‌سنج، تندی یا بزرگی سرعت را نشان می‌دهد:

به‌طور مثال وقتی درون خودرویی به طرف شمال در حال حرکت باشیم، در نقطه‌ای از مسیر این عقربه $100\,km/h$ را نشان دهد، تندی خودرو $100\,km/h$ بوده اما در آن لحظه سرعت متحرک $100\,km/h$ به طرف شمال است.

نکته در شکل روبه‌رو مکان متحرک مثبت بوده و بردار مکان مثبت است اما متحرک در خلاف جهت محور در حال حرکت بوده و سرعت منفی است، در واقع با این مثال ساده شما باید تفاوت بردار مکان و جهت حرکت را متوجه شوید و بدانید که علامت سرعت ارتباطی به علامت بردار مکان ندارد.



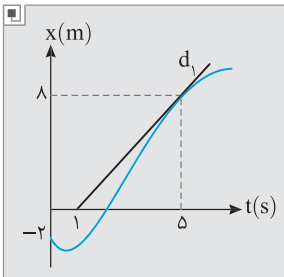
سرعت لحظه‌ای و نمودار مکان - زمان



به نمودار مکان - زمان شکل روبه‌رو دقت کنید. سرعت متوسط در بازهٔ $t_۱$ تا $t_۲$ برابر $v_{av}=\frac{x_۲-x_۱}{t_۲-t_۱}$ است. اگر بازهٔ زمانی $t_۱$ تا $t_۲$ را کاهش دهیم یعنی N به سمت M میل کند و $t_۲$ نیز به $t_۱$ میل کند، $\Delta t\to ۰$ برود، در نهایت خط قاطع MN به خط مماس T در نقطهٔ M تبدیل می‌شود و سرعت متوسط به سمت سرعت لحظه‌ای در لحظهٔ $t_۱$ میل می‌کند.

نتیجه سرعت لحظه‌ای برابر شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان در آن نقطه است.*

تست ۱۱ نمودار مکان - زمان متحرکی به‌صورت شکل روبه‌رو است. اگر سرعت متحرک در لحظهٔ $t=۵s$ برابر سرعت متوسط در ۶ ثانیهٔ نخست حرکت باشد، متحرک در لحظهٔ $t=۶s$ در فاصلهٔ چند متری مبدأ مکان قرار دارد؟



۱) ۱۲ ۲) ۱۴ ۳) ۱۰ ۴) ۱۶

پاسخ سرعت در لحظهٔ $t=۵s$ یعنی شیب خط مماس در لحظهٔ $t=۵s$ (شیب خط $d_۱$) بنابراین:

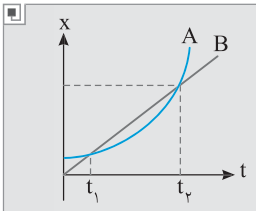
$$v_{t=۵}=\frac{۸-۰}{۵-۱}=۲m/s$$

بنا به فرض مسئله این سرعت با سرعت متوسط در ۶s نخست حرکت برابر است از این‌رو: گزینهٔ ۳

$$v_{av}=\frac{x_۲-x_۱}{t_۲-t_۱}\Rightarrow ۲=\frac{x_۲-(-۲)}{۶-۰}\Rightarrow x_۲=۱۰m$$

نمای ۷ مقایسه تندی متوسط و سرعت متوسط چند متحرک به کمک نمودار مکان - زمان

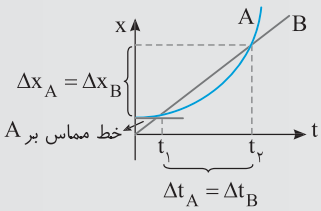
تست ۱۲ نمودار مکان - زمان دو متحرک به‌صورت شکل روبه‌رو است. اگر تندی متحرک‌ها در لحظهٔ $t_۱$ به‌ترتیب v_A و v_B و سرعت متوسط آن‌ها در بازهٔ $t_۱$ تا $t_۲$ به‌ترتیب v_{av_A} و v_{av_B} باشد، کدام گزینه درست است؟



۱) $v_{av_A}=v_{av_B}$ و $v_A=v_B$ ۲) $v_{av_A}>v_{av_B}$ و $v_A>v_B$

۳) $v_{av_A}=v_{av_B}$ و $v_A>v_B$ ۴) $v_{av_A}=v_{av_B}$ و $v_A<v_B$

پاسخ در لحظهٔ $t_۱$ شیب خط مماس بر نمودار A از شیب نمودار B کمتر است. بنابراین $v_A<v_B$ است. اما در بازهٔ $t_۱$ تا $t_۲$ جابه‌جایی و زمان جابه‌جایی یکسان بوده از این‌رو $v_{av_A}=v_{av_B}$.



گزینهٔ ۴

نمای ۸ نمودار مکان - زمان، تحلیل حرکت

نکته

۱) در نمودار $x-t$ اگر شیب خط مماس مثبت باشد سرعت متحرک مثبت بوده و متحرک در جهت مثبت محور xها در حال حرکت است.

۲) در نمودار $x-t$ اگر شیب خط مماس منفی باشد سرعت متحرک منفی بوده و متحرک در جهت منفی محور xها در حال حرکت است.

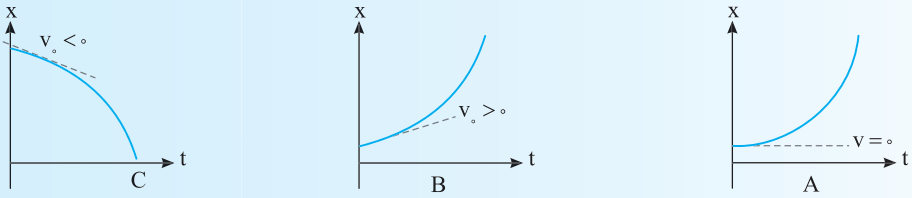
۳) اگر با گذر زمان شیب خط مماس بر نمودار $x-t$ تندتر شود، تندی متحرک در حال افزایش و حرکت تندشونده است.

۴) اگر با گذر زمان شیب خط مماس بر نمودار $x-t$ کندتر شود، تندی متحرک در حال کاهش و حرکت کندشونده است.

نمودار $x-t$				
جهت حرکت	در جهت محور x $(v>۰)$	در جهت محور x $(v>۰)$	خلاف جهت محور x $(v<۰)$	خلاف جهت محور x $(v<۰)$
نوع حرکت	تندشونده	کندشونده	کندشونده	تندشونده

* در ریاضیات یاد خواهید گرفت که «شیب خط مماس در هر نقطه از نمودار برابر مشتق تابع به ازای مختصات نقطهٔ تماس است.»

۵ در شکل A، متحرک از حال سکون شروع به حرکت کرده، در شکل B و C در مبدأ زمان متحرک دارای سرعت اولیه است:

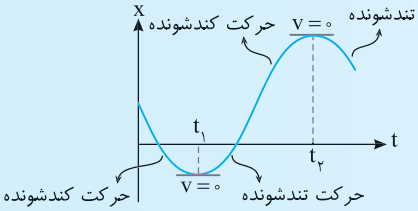


۶ در نقاط بیشینه و کمینه نمودار $x-t$:

الف) شیب خط مماس در این نقاط افقی بوده و سرعت صفر می‌شود و اگر علامت سرعت تغییر کند متحرک در این لحظه‌ها تغییر جهت می‌دهد.

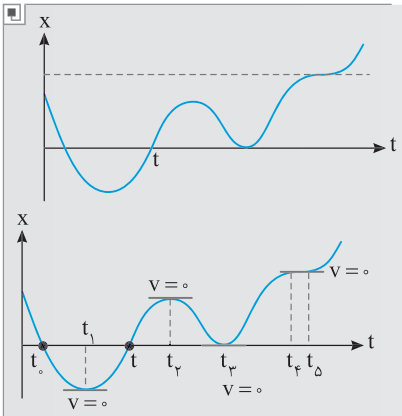
ب) قبل از این لحظه‌ها چون سرعت در حال صفر شدن بوده حرکت کندشونده است و بعد از این لحظات حرکت تندشونده است.

به‌طور مثال در لحظات t_1 تا t_2 متحرک تغییر جهت می‌دهد.



تست ۱۳ نمودار مکان - زمان متحرکی به‌صورت روبه‌رو است. به ترتیب از راست به چپ سرعت متحرک چند بار به‌طور لحظه‌ای صفر می‌شود، متحرک چند بار تغییر جهت داده و چند بار بردار مکان آن تغییر جهت می‌دهد؟

۱) ۳، ۳، ۳
۲) ۴، ۴، ۱
۳) ۴، ۳، ۱
۴) ۳، ۳، ۲



پاسخ سرعت سه بار در لحظهٔ t_1، t_2 و t_3 به‌طور لحظه‌ای صفر شده البته در بازهٔ t_4 تا t_5 سرعت در یک بازهٔ زمانی صفر است.

در لحظهٔ t_1 و t_2 و t_3 سه بار سرعت صفر شده و تغییر علامت داده یعنی سه بار جهت حرکت تغییر کرده است.

دو بار در لحظه‌های t و t_0 که نمودار محور زمان را قطع می‌کند بردار مکان تغییر جهت می‌دهد.

گزینهٔ ۴ ✓

نمای ۹ تحلیل حرکت به کمک رسم نمودار مکان - زمان

ممکن است در یک مسئله به شما معادلهٔ حرکتی داده شود که شما از چند و چون نمودار آن باخبر باشید. به‌طور مثال معادلهٔ حرکت تابع درجهٔ اول یا دوم یا تابع مثلثاتی باشد، در این صورت شما با رسم نمودار مکان - زمان می‌توانید به پرسش‌هایی دربارهٔ مسافت، جابه‌جایی، سرعت، نوع حرکت و ... پاسخ بدهید.

اصولاً نمودار مکان - زمان تمام اطلاعات لازم دربارهٔ حرکت یک متحرک را به شما ارائه می‌دهد.

مسئله ۱۳ معادلهٔ مکان - زمان متحرکی در SI به‌صورت $x = 2\sin(\pi t)$ است. در یک دوره در کدام بازهٔ زمانی:

الف) اندازهٔ جابه‌جایی و مسافت طی شده توسط متحرک با هم برابر است؟ **ب)** سرعت مثبت است؟

پ) حرکت کندشونده است؟ **ت)** متحرک در حال دورشدن از مبدأ است؟

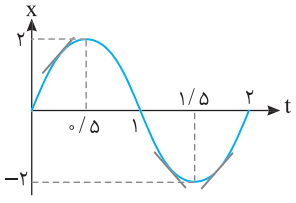
راه‌حل یادآوری ریاضی در توابع مثلثاتی سینوسی و کسینوسی مانند $y = \sin ax$ و $y = \cos ax$ دورهٔ تناوب تابع $T = \frac{2\pi}{|a|}$ است.

نکته در بازه‌های زمانی که جهت سرعت تغییر نمی‌کند اندازهٔ جابه‌جایی و مسافت طی شدهٔ متحرک یکسان است. $\ell = |d|$

دورهٔ تناوب را به‌دست می‌آوریم.

$$T = \frac{2\pi}{|a|} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\pi} \Rightarrow T = 2s$$

بیشینه مقدار x برابر ۲m است، نمودار را رسم می‌کنیم.



دقت کنید پرسش‌های مسئله در مدت یک دوره یعنی $t = 0$ تا $t = 2s$ مطرح شده است.

الف) در بازه‌های ۰ تا ۰/۵s و ۰/۵s تا ۱/۵s و ۱/۵s تا ۲s اندازهٔ جابه‌جایی و مسافت یکسان است.

ب) در بازه‌های ۰ تا ۰/۵s و ۱/۵s تا ۲s شیب خط مماس مثبت و سرعت متحرک مثبت است.

پ) در بازهٔ ۰ تا ۰/۵s و ۱ تا ۱/۵s شیب خط مماس کندتر می‌شود و سرعت در حال کاهش است.

ت) در بازهٔ ۰ تا ۰/۵s و ۱ تا ۱/۵s متحرک در حال دورشدن از مبدأ است.

پنجرهٔ اول

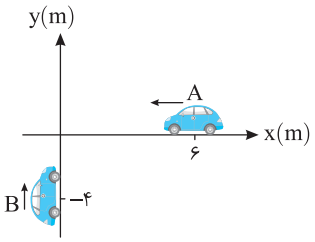
مفهوم جابه‌جایی - مکان - مسافت - سرعت متوسط - تندی متوسط

نمای ۱ مفهوم مکان، مسافت و جابه‌جایی

۱ کدام گزینه درست است؟ (کتاب درسی)

۱) جابه‌جایی و مسافت هر دو کمیت‌های نرده‌ای هستند.
۲) جابه‌جایی و مسافت هر دو دارای یکای یکسانی در SI هستند.
۳) جابه‌جایی و مسافت هر دو به مسیر حرکت بستگی دارند.
۴) هر سه گزینه درست است.

۲ در شکل روبه‌رو دو خودروی A و B در لحظهٔ نشان داده شده از نقاط مشخص شده می‌گذرند.



کدام گزینه گزاره‌های درست را مشخص کرده است؟

الف) بردار مکان متحرک A در این لحظه در SI به صورت $6\vec{j}$ بوده و بردار مکان و جهت حرکت هم‌جهت یکدیگرند.

ب) بردار مکان متحرک A در این لحظه در SI به صورت $6\vec{i}$ بوده و بردار مکان و جهت حرکت خلاف جهت یکدیگرند.

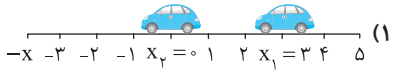
پ) بردار مکان متحرک B در این لحظه در SI به صورت $-4\vec{j}$ بوده و بردار مکان و جهت حرکت هم‌جهت یکدیگرند.

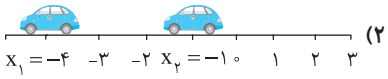
ت) بردار مکان متحرک B در این لحظه در SI به صورت $-4\vec{j}$ بوده و بردار مکان و جهت حرکت خلاف جهت یکدیگرند.

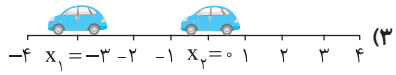
۱) (الف)، (پ) ۲) (الف)، (ت) ۳) (ب)، (پ) ۴) (ب)، (ت)

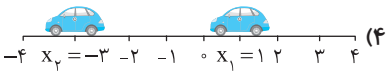
در سه تست زیر به کمک معادلهٔ حرکت، مکان متحرک را مشخص می‌کنیم.

۳ معادلهٔ حرکت متحرکی در SI به صورت $x=t^2-4t$ است. به‌ترتیب مکان متحرک در $t_1=3s$ و $t_2=4s$ را x_1 و x_2 می‌نامیم. کدام گزینه مکان x_1 و x_2 را به درستی نشان می‌دهد؟ (از کتاب درسی)

۱)


۲)


۳)


۴)


۴ معادلهٔ مکان - زمان متحرکی در SI به صورت $x=t^2+at+b$ است. اگر متحرک در مبدأ زمان از مکان $x=12m$ شروع به حرکت کرده و در لحظهٔ $t=3s$ از مبدأ مکان بگذرد، a و b به‌ترتیب از راست به چپ کدام است؟

۱) ۱۲ ،۷ ۲) ۱۲ ،−۷ ۳) −۱۲ ،۱ ۴) ۱۲ ،−۱

۵ معادلهٔ حرکت متحرکی در SI به صورت $x=t^3-3t+1$ داده شده است. به‌ترتیب از راست به چپ این متحرک در لحظهٔ $t=2s$ در چند متری مبدأ حرکت و در چند متری مبدأ مکان قرار گرفته است؟

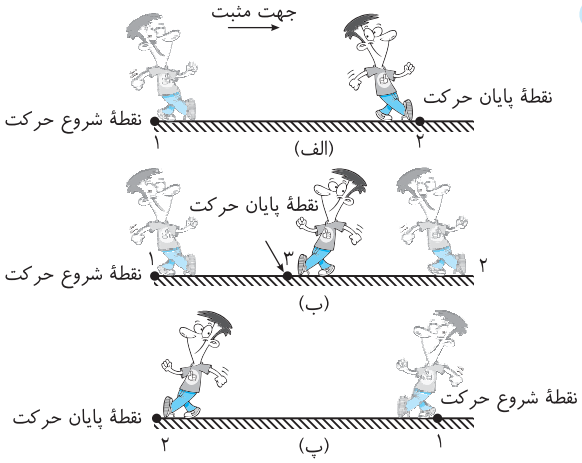
۱) ۲ ،۲ ۲) ۲ ،۳ ۳) ۳ ،۳ ۴) ۳ ،۲

۶ معادلهٔ حرکت جسمی در SI به صورت $x=t^2+t-12$ است. در بازهٔ $t_1=2s$ تا $t_2=4s$ چند ثانیه بردار مکان منفی است؟ (تجربی - ۹۶)

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۱/۵ ۴) ۰/۷۵

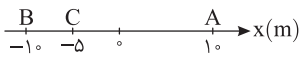
در تست‌های زیر به مقایسه مسافت و جابه‌جایی روی محور x می‌پردازیم.

۷ شکل روبه‌رو مسیر حرکت سه شخص را نشان داده است. به‌ترتیب از راست به چپ در چه تعداد از مسیرها، جابه‌جایی و مسافت طی شده یکسان و در چه تعداد جابه‌جایی‌ها مثبت است؟ (از کتاب درسی)



۱) ۱ ،۱
۲) ۲ ،۲
۳) ۱ ،۲
۴) ۲ ،۱

۸ مطابق شکل روبه‌رو جسمی روی محور x از نقطهٔ A حرکت کرده و بعد از رسیدن به نقطهٔ B، به نقطهٔ C بازمی‌گردد. در این حرکت مسافت طی شده توسط جسم چند برابر اندازهٔ جابه‌جایی آن است؟



از کتاب درسی

۱) $\frac{۵}{۳}$ ۲) $\frac{۳}{۵}$ ۳) $\frac{۵}{۴}$ ۴) ۱

۹ متحرکی روی محور xها بدون تغییرجهت از مکان $x_۱=-۳m$ به مکان $x_۲=۵m$ می‌رود. چه تعداد از گزاره‌های زیر درست است؟

الف) بردار مکان متحرک همواره مثبت است.

ب) همواره بردار جابه‌جایی هم‌جهت بردار مکان است.

پ) مسافت طی‌شده و جابه‌جایی هم‌اندازه هستند.

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۱۰ متحرکی طی مسیری از نقطهٔ $x_۱=-۱m$ به نقطهٔ $x_۲=۲m$ می‌رسد. کدام گزینه می‌تواند مسافت طی شده باشد؟

۱) ۲m ۲) ۲/۵m ۳) ۳/۲۵m ۴) هر سه گزینه می‌تواند باشد.

۱۱ کدام گزینه نادرست است؟

۱) ممکن است بردار جابه‌جایی جسم مثبت باشد اما بردار مکان جسم منفی باشد.

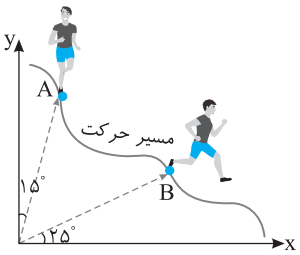
۲) ممکن است جهت حرکت تغییر کند اما بردار مکان آن تغییر جهت نداده باشد.

۳) ممکن است بردار مکان تغییر جهت دهد اما جهت حرکت متحرک ثابت بماند.

۴) با تغییر جهت حرکت، الزاماً بردار مکان تغییر جهت می‌دهد.

در تست‌های زیر حرکت متحرک روی خط راست صورت نمی‌گیرد، البته در کتاب در این مورد سؤال طرح شده بنابراین مکان، جابه‌جایی، مسافت بر مسیر خمیده هم به نظر می‌رسد.

۱۲ متحرکی از نقطهٔ A تا نقطهٔ B روی مسیر خمیدهٔ شکل روبه‌رو جابه‌جا می‌شود. در این جابه‌جایی زاویه‌ای که بردار مکان با جهت مثبت محور xها می‌سازد چند درجه و چگونه تغییر می‌کند؟ (مبدأ مختصات مبدأ حرکت است.)

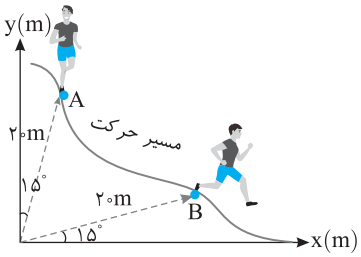


از کتاب درسی

۱) ۵۰° ساعتگرد ۲) ۵۰° پادساعتگرد

۳) ۲۵° ساعتگرد ۴) ۲۵° پادساعتگرد

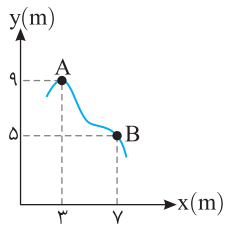
۱۳ در شکل روبه‌رو، بزرگی جابه‌جایی متحرکی که مسیر خمیده را از A تا B می‌پیماید، چند متر است؟



از کتاب درسی

۱) ۲۰
۲) ۴۰
۳) $۲۰\sqrt{۳}$
۴) $۱۰\sqrt{۳}$

۱۴ در شکل روبه‌رو ذره‌ای روی یک مسیر منحنی از نقطهٔ A به نقطهٔ B می‌رود. اندازهٔ بردار جابه‌جایی متحرک چند متر است؟



۱) $۲\sqrt{۲}$
۲) $۴\sqrt{۲}$
۳) ۲
۴) ۴

۱۵ متحرکی از مکان $\vec{d}_۱=۴\vec{i}+۳\vec{j}$ به $\vec{d}_۲=\vec{i}-\vec{j}$ می‌رود. بردار جابه‌جایی متحرک و مسافت طی شده توسط آن برحسب متر به‌ترتیب از راست به چپ کدام می‌تواند باشد؟

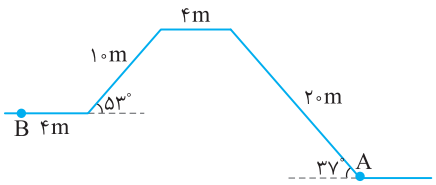
۱) $۳m\ ،\ -۳\vec{i}-۴\vec{j}$ ۲) $۶m\ ،\ -۳\vec{i}-۴\vec{j}$ ۳) $۳m\ ،\ ۳\vec{i}+۴\vec{j}$ ۴) $۶m\ ،\ ۳\vec{i}+۴\vec{j}$

۱۶ اگر از نقطهٔ O به اندازهٔ ۴m به سمت غرب و سپس به اندازهٔ ۲m با زاویهٔ ۶۰° نسبت به جهت غرب، به سمت جنوب غربی حرکت کنیم، اندازهٔ جابه‌جایی نسبت به نقطهٔ O و مسافت طی‌شده به ترتیب از راست به چپ چند متر است؟

از کتاب درسی

۱) ۶، ۶ ۲) ۶، $۲\sqrt{۷}$ ۳) ۶، $۲\sqrt{۳}$ ۴) ۶، $۲\sqrt{۷}$

۱۷ متحرکی روی مسیری مطابق شکل روبه‌رو از مکان A به مکان B می‌رسد، مسافت طی شده متحرک و اندازهٔ تقریبی جابه‌جایی به‌ترتیب از راست به چپ چند متر است؟

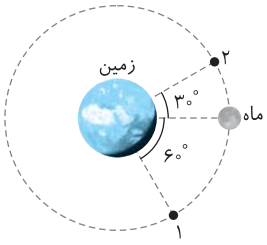


۱) ۳۰/۳ ،۳۰/۳
۲) ۵۰/۲ ،۳۸
۳) ۴۰/۳ ،۳۸
۴) ۳۰/۳ ،۳۸

۱۸ پرنده‌ای که روی لبهٔ ساختمان بلندی به ارتفاع ۵۰ متر نشسته بود، ابتدا پرواز کرده و به پای ساختمان رسیده، سپس ۴۰m به سمت شرق حرکت کرده و در نهایت ۳۰m به سمت شمال می‌رود. جابه‌جایی کل این پرنده چند متر است؟ خارج ریاضی - ۹۷

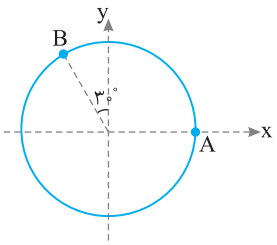
۱) ۱۲۰ ۲) $۵۰\sqrt{۲}$ ۳) ۵۰ ۴) $۴۰\sqrt{۲}$

۱۹ در شکل روبه‌رو مسیر حرکت ماه به دور زمین وقتی در جهت ساعتگرد از مکان (۱) به مکان (۲) می‌رود نشان داده شده است. مسافت پیموده شده در این حرکت چند برابر اندازهٔ بردار جابه‌جایی است؟ از کتاب درسی



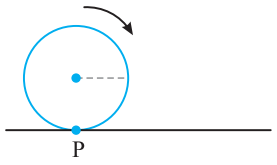
۱) $\frac{\sqrt{۲}}{۴}\pi$ ۲) $\frac{۳\sqrt{۲}}{۴}\pi$
۳) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}\pi$ ۴) $\sqrt{۲}\pi$

۲۰ در شکل روبه‌رو متحرکی روی مسیر دایره‌ای از نقطهٔ A به نقطهٔ B می‌رود. بردار جابه‌جایی در این حرکت با جهت مثبت محور x چه زاویه‌ای می‌سازد؟



۱) ۳۰
۲) ۱۵۰
۳) ۶۰
۴) ۱۲۰

۲۱ در شکل روبه‌رو اگر چرخ یک خودرو که قطر لاستیک آن ۶۰cm است روی سطح افقی به اندازهٔ نیم دور بچرخد، بزرگی جابه‌جایی نقطهٔ P چند متر خواهد بود؟ $(\pi \simeq ۳)$



۱) ۶۰ ۲) $۳۰\sqrt{۱۳}$
۳) ۹۰ ۴) ۷۵

نمای ۲ تندی متوسط و سرعت متوسط

۲۲ بردار سرعت متوسط با بردار ..... هم‌جهت است و تندی متوسط .....

۱) تغییر سرعت، الزاماً مثبت است.
۲) جابه‌جایی، می‌تواند مثبت یا منفی باشد.
۳) جابه‌جایی، الزاماً مثبت است.
۴) تغییر سرعت، می‌تواند مثبت یا منفی باشد.

۲۳ سه متحرک سه مسیر مختلف را مطابق جدول زیر طی کرده‌اند. کدام گزینه می‌تواند به‌ترتیب از راست به چپ مقادیر A و B، C را به درستی نشان می‌دهد؟ (یکاها در SI) از کتاب درسی

	مکان آغازین	مکان پایانی	زمان	سرعت متوسط
متحرک (۱)	$-۲\vec{i}$	$۶/۴\vec{i}$	۴s	A
متحرک (۲)	B	$-۲/۵\vec{i}$	۲s	$-۲/۸\vec{i}$
متحرک (۳)	$۲\vec{i}$	$۸/۶\vec{i}$	C	$۳/۳\vec{i}$

۱) $۲/۱\vec{i}$ و ۳ و ۲
۲) $۲/۱\vec{i}$ و $-۳/۱$ و ۲
۳) $۴/۲\vec{i}$ و $۳/۱$ و ۴
۴) $۴/۲\vec{i}$ و $-۳/۱$ و ۴

برای حل سؤال‌های بعد رسم مسیر حرکت در حل سؤال به ما کمک می‌کند.

۲۴ متحرکی روی خط راست (محور xها) حرکت می‌کند. در دو لحظهٔ $t_۱ = ۲s$ و $t_۲ = ۶s$ به ترتیب در مکان‌های $+۴m$ و $-۶m$ مبدأ مکان قرار دارد. به‌ترتیب از راست به چپ سرعت متوسط و تندی متوسط متحرک در بازهٔ زمانی $t_۱$ تا $t_۲$ در SI کدام است؟

۱) $+۲/۵$ ،$-۲/۵$
۲) $+۲/۵$ ،$+۲/۵$
۳) $-۲/۵$ ، نمی‌توان اظهارنظر کرد.
۴) $+۲/۵$ ، نمی‌توان اظهارنظر کرد.

۲۵ متحرکی روی محور x حرکت می‌کند و در مبدأ زمان از مکان $x_0 = -40m$ می‌گذرد و در لحظهٔ $t_1 = 6s$ به مکان $x_1 = 100m$ می‌رسد و در نهایت در لحظهٔ $t_2 = 10s$ از مکان $x_2 = 20m$ می‌گذرد. اندازهٔ سرعت متوسط این متحرک در SI در این $10s$ کدام است؟ تجربی - ۹۸

۱) ۲۲ ۲) ۱۴ ۳) ۶ ۴) ۲

۲۶ ذره‌ای در امتداد محور x ها از مبدأ شروع به حرکت می‌کند و در مدت ۲۰ ثانیه ابتدا تا نقطهٔ A به طول $+50m$ می‌رود و بعد به نقطهٔ $+20m$ برمی‌گردد. سرعت متوسط ذره در این مدت چند متر بر ثانیه است؟ کنکور دهه‌های گذشته

۱) ۱ ۲) ۴ ۳) صفر ۴) ۲

۲۷ متحرکی از مکان $-1/6\vec{i}$ روی محور xها شروع به حرکت می‌کند و پس از $4s$ جابه‌جایی اندازهٔ سرعت متوسط آن $3/5m/s$ است. مکان این متحرک در $t=4s$ کدام گزینه است؟ (یکاها در SI)

۱) $\vec{x}=12/4\vec{i}$ و $\vec{x}=-12/4\vec{i}$ ۲) $\vec{x}=12/4\vec{i}$ و $\vec{x}=-15/6\vec{i}$
۳) $\vec{x}=15/6\vec{i}$ و $\vec{x}=-15/6\vec{i}$ ۴) $\vec{x}=15/6\vec{i}$ و $\vec{x}=-12/4\vec{i}$

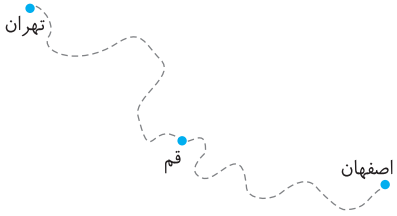
۲۸ مورچه‌ای از لبهٔ پلهٔ اول پلکانی در مدت $45s$ خود را به لبهٔ پلهٔ دهم می‌رساند. اگر پهنای هر پله $40cm$ و بلندی آن $30cm$ باشد، اندازهٔ جابه‌جایی چند متر و اندازهٔ سرعت متوسط مورچه چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۱۰ ،۴۵۰ ۲) ۵۰۰ ،$\frac{100}{9}$ ۳) ۰/۱ ،۴/۵ ۴) ۵ ،$\frac{1}{9}$

۲۹ متحرکی روی محور x در حال حرکت است. بردار جابه‌جایی آن در دو ثانیهٔ اول حرکت در SI برابر $-4\vec{i}$ و در مدت دو ثانیهٔ دوم برابر $2\vec{i}$ است. بردار سرعت متوسط و تندی متوسط در چهار ثانیهٔ اول حرکت در SI به ترتیب از راست به چپ کدام است؟ تجربی - ۱۴۰۰

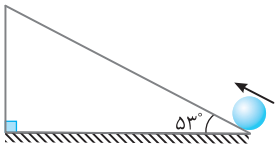
۱) $-\frac{\vec{i}}{2}$ ، ۱/۵ ۲) $+\frac{\vec{i}}{2}$ ، ۱/۵ ۳) $\frac{3\vec{i}}{2}$ ، $\frac{1}{2}$ ۴) $-\frac{3\vec{i}}{2}$ ، $\frac{1}{2}$

۳۰ خودرویی از تهران راه می‌افتد و مسیر ۱۲۵km تهران تا قم را در مدت یک ساعت و نیم و فاصلهٔ ۲۷۴km قم تا اصفهان را در مدت زمان ۸۰ درصد بیشتر از مسیر قبلی طی می‌کند. در کل مسیر از تهران تا اصفهان کدام گزینه درست است؟



۱) سرعت متوسط خودرو $95km/h$ است.
۲) تندی متوسط خودرو $95km/h$ است.
۳) تندی متوسط خودرو $105km/h$ است.
۴) سرعت متوسط خودرو $105km/h$ است.

۳۱ گویی را از پایین سطح شیبدار مقابل به سمت بالا پرتاب کرده و گوی تا ارتفاع $4m$ بالا رفته و بازمی‌گردد. اگر زمان رفت گوی $3s$ و زمان بازگشت آن $5s$ باشد، به‌ترتیب از راست به چپ سرعت متوسط و تندی متوسط آن در SI کدام است؟ $(\sin 37^\circ = 0/6)$



۱) $+1/25$ ، $-1/25$ ۲) صفر، $+1/25$
۳) $+2/5$ ، $-2/5$ ۴) صفر، $+2/5$

سه تست مفهومی زیر برای عمق بخشیدن به یادگیری این مطالب ارائه شده است.

۳۲ کدام گزینه قطعاً نادرست است؟ از کتاب درسی

۱) تندی متوسط و سرعت متوسط با هم برابرند.
۲) تندی متوسط از اندازهٔ سرعت متوسط بیشتر است.
۳) اندازهٔ سرعت متوسط از تندی متوسط بیشتر است.
۴) ممکن است تندی متوسط صفر نباشد اما سرعت متوسط صفر شود.

۳۳ بردار سرعت متوسط متحرکی که روی محور xها در حال حرکت است در یک بازهٔ زمانی معین برابر $\vec{v}_{av} = +4\vec{i}$ (در SI) می‌باشد. کدام گزینه در مورد جهت حرکت این متحرک درست می‌باشد؟

۱) در جهت مثبت است.
۲) ابتدا در جهت مثبت و سپس در جهت منفی است.
۳) ابتدا در جهت منفی و سپس در جهت مثبت است.
۴) هر سه گزینه می‌تواند درست باشد.

۳۴ چه تعداد از گزاره‌های زیر درست است؟ از کتاب درسی

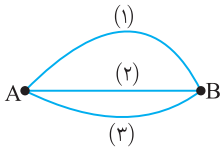
الف) اگر جهت حرکت متحرک در جهت مثبت باشد الزاماً سرعت متوسط متحرک مثبت است.
ب) اگر جهت سرعت متوسط متحرک مثبت باشد متحرک همواره در جهت مثبت محور xها حرکت کرده است.
پ) اگر جهت سرعت متوسط متحرک منفی باشد الزاماً متحرک در جهت منفی محور xها جابه‌جا شده است.

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۳۵ متحرکی روی خط راست در حرکت است و در مدت ۴s یک بار تغییر جهت می‌دهد، در این ۴s، مسافت طی شده ۲ برابر اندازهٔ جابه‌جایی و اختلاف اندازهٔ سرعت متوسط و تندی متوسط برابر ۲m/s است. تندی متوسط متحرک در این مدت چند m/s است؟

۱) ۲ ۲) ۶ ۳) ۴ ۴) ۸

۳۶ مطابق شکل زیر، سه متحرک با تندی یکسان و ثابت سه مسیر نشان داده شده را طی می‌کنند و سرعت متوسط در مسیرهای (۱) و (۲) و (۳) به‌ترتیب v_{av_1} ، v_{av_2} و v_{av_3} خواهد بود. کدام گزینه درست است؟



۱) $v_{av_1} = v_{av_2} = v_{av_3}$ ۲) $v_{av_1} > v_{av_3} > v_{av_2}$

۳) $v_{av_1} < v_{av_3} < v_{av_2}$ ۴) $v_{av_1} > v_{av_2} > v_{av_3}$

نمای ۳ بررسی تندی متوسط و سرعت متوسط در حرکت چندمرحله‌ای

۳۷ تندی متوسط خودرویی که بین دو شهر رفت‌وآمد می‌کند. در مسیر رفت ۹۰km/h و در مسیر برگشت ۶۰km/h باشد، به‌ترتیب از راست به چپ سرعت متوسط و تندی متوسط در مسیر رفت و برگشت چند km/h است؟

۱) صفر، ۷۲ ۲) ۷۵، ۷۵ ۳) صفر، ۷۵ ۴) ۷۲، ۷۵

۳۸ شناگری طول ۵۰ متری استخری را در مسیر رفت با سرعت متوسط ۵m/s و در مسیر برگشت با سرعت متوسط ۲m/s طی می‌کند، سرعت متوسط این شناگر در ۱۴ ثانیهٔ آغازین حرکت چند متر بر ثانیه است؟ کنکور دهه‌های گذشته

۱) ۲/۵ ۲) ۷ ۳) ۳ ۴) صفر

در تست‌های زیر، سرعت یا تندی به همراه زمان، در هر مرحله داده شده است.

۳۹ متحرکی طول مسیری را در مدت t ثانیه طی کرده است. اگر نصف زمان حرکت را با تندی ۱۰m/s و بقیهٔ زمان را با تندی ۴۰m/s طی کرده باشد، تندی متوسط در کل مسیر چند m/s است؟

۱) صفر ۲) ۱/۶ ۳) ۲۵ ۴) ۵۰

۴۰ راننده‌ای فاصلهٔ مستقیم بین دو شهر را به این ترتیب می‌پیماید که ابتدا ۲ ساعت با تندی متوسط ۶۰km/h رانندگی کرده سپس ۳۰ دقیقه برای استراحت توقف کرده و سرانجام برای رسیدن به مقصد با تندی متوسط ۹۰km/h به مدت ۲/۵ ساعت رانندگی می‌کند، تندی متوسط آن در این مدت چند km/h بوده است؟ کنکور دهه‌های گذشته

۱) ۱۵۰ ۲) ۷۵ ۳) ۳۰ ۴) ۶۹

۴۱ متحرکی روی خط راست به مدت t_1 با سرعت متوسط ۲۰m/s و سپس در همان جهت به مدت t_2 با سرعت متوسط ۴۰m/s حرکت می‌کند. اگر سرعت متوسط در کل مسیر برابر ۲۸m/s باشد، نسبت $\frac{t_1}{t_2}$ کدام است؟

۱) $\frac{2}{3}$ ۲) $\frac{3}{2}$ ۳) $\frac{4}{3}$ ۴) $\frac{3}{4}$

۴۲ متحرکی روی محور x به مدت t_1 با سرعت متوسط ۲۰m/s در جهت محور xها و سپس به مدت t_2 با سرعت متوسط ۴۰m/s در خلاف جهت محور xها حرکت می‌کند. اگر سرعت متوسط کل ۲۸m/s و خلاف جهت محور x باشد، نسبت $\frac{t_1}{t_2}$ کدام است؟

۱) $\frac{1}{2}$ ۲) $\frac{2}{3}$ ۳) $\frac{1}{4}$ ۴) $\frac{3}{4}$

۴۳ متحرکی در جهت مثبت محور xها در حرکت است. اگر سرعت متوسط آن در بازهٔ صفر تا ۸s برابر ۱۵m/s باشد، سرعت متوسط آن در بازهٔ صفر تا ۳s کدام مقدار می‌تواند باشد؟

۱) ۱۵m/s ۲) ۲۵m/s

۳) ۳۰m/s ۴) هر سه گزینه می‌توانند درست باشند.

در تست‌های بعد، سرعت یا تندی به همراه جابه‌جایی، در هر مرحله داده شده است.

۴۴ متحرکی $\frac{2}{3}$ مسیر مستقیمی را در یک جهت با سرعت متوسط ۲۸ متر بر ثانیه و $\frac{1}{7}$ مسیر را با سرعت متوسط ۶ متر بر ثانیه و باقی‌ماندهٔ مسیر را با سرعت متوسط ۸ متر بر ثانیه طی می‌کند. سرعت متوسط متحرک در کل مسیر چند متر بر ثانیه است؟ کنکور دهه‌های گذشته

۱) ۳۰ ۲) ۱۴ ۳) ۱۲ ۴) ۳/۵

۴۵ متحرکی جابه‌جایی‌های متوالی x ، $2x$ و $3x$ را روی خط راست، در یک سو و با سرعت‌های v ، $2v$ و $3v$ می‌پیماید. سرعت متوسط آن در این حرکت چند v است؟ (کنکور دهه‌های گذشته)

۱) ۱ ۲) ۱/۵ ۳) ۲ ۴) ۲/۵

۴۶ متحرکی روی خط راست نیمهٔ اول مسیر را با تندی متوسط $30\,m/s$ و مسیر باقی‌مانده را در همان جهت در دو مدت زمانی برابر با تندی‌های $4\,m/s$ و $16\,m/s$ طی می‌کند. تندی متوسط در کل مسیر چند m/s است؟

۱) ۱۵ ۲) ۲۵ ۳) ۱۲/۵ ۴) ۱۸

در تست‌های زیر متحرک روی خط راست و در امتداد یک محور حرکت نمی‌کند.

۴۷ متحرکی ابتدا $400\,m$ را با سرعت ثابت $16\,m/s$ به سمت شمال سپس به مدت $25\,s$ با سرعت ثابت $12\,m/s$ به طرف شرق حرکت می‌کند. سرعت متوسط متحرک در این جابه‌جایی چند متر بر ثانیه است؟ (از کتاب درسی)

۱) ۱۰ ۲) ۱۵ ۳) ۲۰ ۴) ۱۸

۴۸ متحرکی در صفحهٔ مختصات xoy ، در مدت ۵ ثانیه از نقطهٔ $A(8,0)$ به نقطهٔ $B(0,8)$ می‌رود. مؤلفهٔ سرعت متوسط آن روی محور ox چند متر بر ثانیه است؟

۱) $-1/6\sqrt{2}$ ۲) $-1/6$ ۳) $1/6\sqrt{2}$ ۴) $1/6$

۴۹ یک ذره در صفحهٔ مختصات در امتداد خط راست در بازهٔ زمانی $3\,s$ تا $5\,s$ از نقطهٔ $A(-4,6)$ به نقطهٔ $B(8,-3)$ می‌رود تندی متوسط آن چند m/s است؟ (یکای در SI)

۱) ۷/۵ ۲) ۱۵ ۳) ۸ ۴) ۶

۵۰ متحرکی از نقطهٔ $(1,1)$ به نقطهٔ $(4,5)$ می‌رود. اگر این جابه‌جایی $5\,s$ طول بکشد تندی متوسط در این جابه‌جایی چند متر بر ثانیه می‌تواند باشد؟ (یکاها در SI)

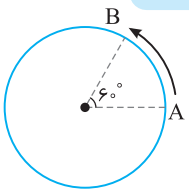
۱) ۰/۵ ۲) ۰/۲۵ ۳) ۰/۷۵ ۴) ۱/۲۵

۵۱ متحرکی از مکان $\vec{d}_1 = 7\vec{i} + 4\vec{j}$ در مدت $2\,s$ به مکان $\vec{d}_2 = 3\vec{i} - \vec{j}$ و سپس در مدت $3\,s$ به مکان $\vec{d}_3 = -5\vec{i} - \vec{j}$ می‌رسد، سرعت متوسط متحرک چند متر بر ثانیه است؟

۱) $\sqrt{2}$ ۲) ۲/۶ ۳) $\sqrt{5}$ ۴) ۵/۶

حال دو تست در حرکت به دور دایره با هم حل کنیم از نظر ظاهری دو تست شبیه به هم‌اند امّا حل آن‌ها با هم متفاوت است.

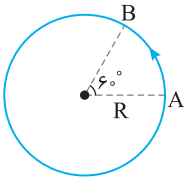
۵۲ متحرکی مطابق شکل روی مسیر دایره شکلی به شعاع $30\,m$ ، در لحظهٔ $t=2\,s$ در نقطهٔ A و در لحظهٔ $t=5\,s$ در نقطهٔ B است. سرعت متوسط و تندی متوسط متحرک از A تا B چند متر بر ثانیه است؟



۱) $10\sqrt{3}$ ، ۱۰ ۲) $\frac{10\pi}{3}$ و ۱۰

۳) ۵ ، $10\sqrt{3}$ ۴) ۱۰ و $\frac{10\pi}{3}$

۵۳ متحرکی با تندی ثابت $4\,m/s$ ، کمان AB را طی می‌کند. اندازهٔ سرعت متوسط از A تا B چند متر بر ثانیه است؟



۱) $\frac{12}{\pi}$ ۲) ۴ ۳) $\frac{\pi}{12}$ ۴) $\frac{1}{4}$

نمای ۴ بررسی سرعت متوسط و بردار مکان با معادلهٔ حرکت

۵۴ معادلهٔ مکان - زمان (معادلهٔ حرکت) جسمی در SI به صورت $x = t^3 - 2t + 1$ است. سرعت متوسط آن در ثانیهٔ سوم حرکتش با سرعت متوسط آن در ثانیهٔ دوم حرکتش چند m/s اختلاف دارد؟

۱) ۱۲ ۲) ۶ ۳) صفر ۴) ۱۵

۵۵ معادلهٔ حرکت متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، در SI به صورت $x = 3t^2 - 15t + 12$ است. سرعت متوسط متحرک در بازهٔ $t_1 = 0$ تا $t_2 = t'$ صفر شده است، t' چند ثانیه است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۵ ۴) ۴

در سه تست زیر از لحظهٔ تغییر جهت بردار مکان سؤال شده است.

۵۶ معادلهٔ حرکت متحرکی که روی خط راست حرکت می‌کند در SI به‌صورت $x=t^2+t+1$ است، بردار مکان آن چند بار تغییر جهت می‌دهد؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۵۷ معادلهٔ حرکت متحرکی به صورت $x=t^2-t-6$ است. سرعت متوسط متحرک از $t=0$ تا لحظهٔ تغییر جهت بردار مکان چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۵۸ معادلهٔ مکان - زمان متحرکی در SI به صورت $x=\alpha+\beta t^3$ است. اگر سرعت متوسط متحرک در بازهٔ زمانی صفر تا ۳s برابر $18m/s$ و مکان متحرک در لحظهٔ $t=2s$ برابر $24m$ باشد، مقادیر α و β در SI کدام‌اند؟

۱) ۸ و ۳ ۲) ۸ و ۲ ۳) ۶ و ۳ ۴) ۶ و ۲

۵۹ متحرکی با معادلهٔ $x=0/02\cos 10\pi t$ روی محور xها در حرکت است. در بازهٔ $t_1=\frac{1}{6}s$ و $t_2=\frac{4}{3}s$ سرعت متوسط متحرک چند m/s است؟ (یکاها در SI)

۱) صفر ۲) $+\frac{3}{175}$ ۳) $\frac{3}{17}$ ۴) $-\frac{3}{175}$

۶۰ متحرکی روی خط راست در راستای محور xها در حرکت است و از نقطهٔ A به نقطهٔ B می‌رود. نسبت جابه‌جایی (d) به مسافت طی‌شده (ℓ) کدام گزینه است؟

۱) $0<\frac{d}{\ell}\leq 1$ ۲) $\frac{d}{\ell}\geq 1$ ۳) $-1\leq\frac{d}{\ell}\leq 1$ ۴) $\frac{d}{\ell}=1$

۶۱ دو متحرک A و B که روی خط راست در حرکت هستند، در یک لحظه به هم می‌رسند. در این لحظه کدام گزینه در مورد این دو متحرک قطعاً درست است؟

۱) مسافت پیموده شده آن‌ها یکسان است.

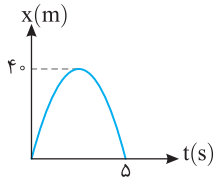
۲) اندازهٔ بردار جابه‌جایی آن‌ها یکی است.

۳) مکان آن‌ها نسبت به هر مبدأ یکسان است.

۴) جابه‌جایی و مسافت پیموده شدهٔ آن‌ها به مبدأ اختیاری بستگی دارد.

نمای ۵ بررسی مکان، مسافت و جابه‌جایی در نمودار مکان - زمان

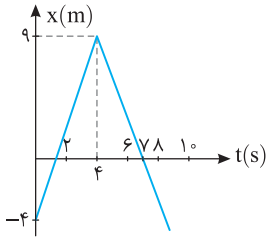
۶۲ نمودار مکان- زمان متحرکی مطابق شکل روبه‌رو است. جابه‌جایی و مسافت طی شده در بازهٔ صفر تا ۵s، به‌ترتیب از راست به چپ کدام است؟ (از کتاب درسی)



۱) صفر ، ۸۰ ۲) ۸۰ ، ۸۰

۳) صفر ، ۴۰ ۴) ۴۰ ، ۴۰-

۶۳ نمودار مکان - زمان متحرکی مطابق شکل روبه‌رو است. جابه‌جایی متحرک در بازهٔ صفر تا ۸s چند متر است؟



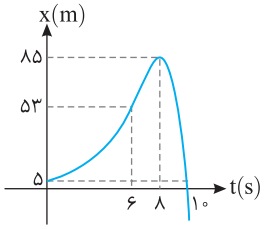
۱) ۱

۲) ۱۲

۳) ۱۳

۴) ۸

۶۴ شکل روبه‌رو، نمودار مکان - زمان متحرکی است که روی خط راست حرکت می‌کند. کدام‌یک از موارد زیر در مورد این حرکت درست است؟



۱) جابه‌جایی در مدت $t=8s$ تا $t=10s$ برابر ۴۸ متر است.

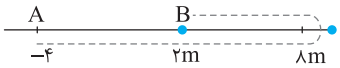
۲) جابه‌جایی در مدت $t=6s$ تا $t=10s$ برابر ۶۴ متر است.

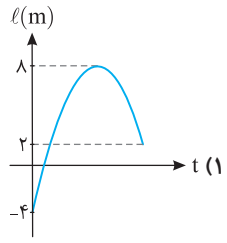
۳) مسافت طی شده در مدت $t=8s$ تا $t=10s$ برابر ۴۸ متر است.

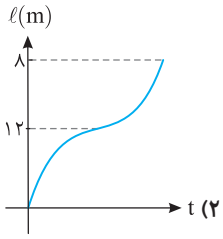
۴) مسافت طی شده در مدت $t=6s$ تا $t=10s$ برابر ۱۱۷ متر است.

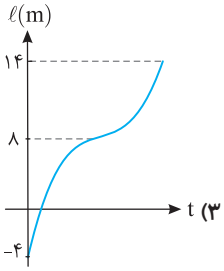
در حل دو تست زیر باید به مسیر حرکت دقت کنیم:

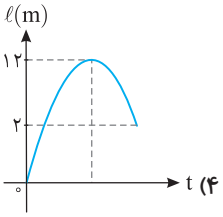
۶۵ مسیر حرکت متحرکی روی محور x از نقطهٔ A تا B به‌صورت روبه‌رو است. نمودار مسافت - زمان متحرک به‌صورت کدام گزینه می‌تواند باشد؟



۱) 

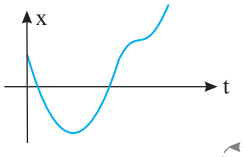
۲) 

۳) 

۴) 

۶۶ نمودار مکان - زمان متحرکی که روی خط راست حرکت می‌کند، در SI به‌صورت زیر است. کدام گزینه مسیر حرکت متحرک را به درستی نشان می‌دهد؟

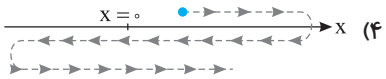
از کتاب درسی



۱)

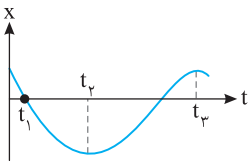
۲)

۳)

۴) 

۶۷ در کدام‌یک از لحظات نشان داده شده در نمودار مکان - زمان، متحرک بیشترین فاصله را از مبدأ دارد؟

از کتاب درسی

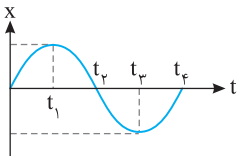


۱) صفر
۲) $t_۲$
۳) $t_۱$
۴) $t_۳$

در سه تست زیر جهت حرکت و جهت بردار مکان در نمودار $x-t$ را بررسی می‌کنیم:

۶۸ در شکل روبه‌رو نمودار مکان - زمان متحرکی رسم شده است. در کدام بازهٔ زمانی متحرک در حال حرکت در جهت منفی محور است؟

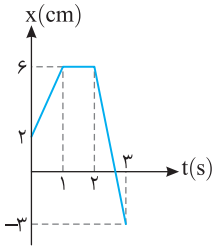
کنکور دهه‌های گذشته



۱) $t_۲$ تا $t_۴$
۲) $t_۳$ تا $t_۴$
۳) $t_۱$ تا $t_۳$
۴) صفر تا $t_۱$

۶۹ شکل روبه‌رو نمودار مکان - زمان مورچه‌ای را نشان می‌دهد که روی محور xها حرکت می‌کند. مدت زمانی که متحرک در حال نزدیک شدن به مبدأ است، برابر کدام گزینه می‌باشد؟

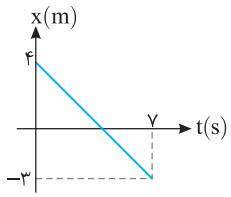
از کتاب درسی



۱) $\frac{۸}{۳}$ s
۲) $\frac{۲}{۳}$ s
۳) ۳s
۴) $\frac{۱}{۲}$ s

۷۰ شکل روبه‌رو نمودار مکان - زمان متحرکی است که روی محور xها حرکت می‌کند. در چه لحظه‌ای بردار مکان متحرک تغییر جهت می‌دهد؟

از کتاب درسی

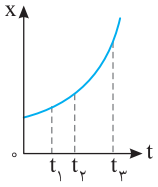


۱) ۲
۲) ۳
۳) ۴
۴) ۵

نمای ۶ نمودار مکان - زمان، تندی و سرعت

۷۱ نمودار مکان- زمان متحرکی سهمی و مطابق شکل روبه‌رو است. سرعت متوسط متحرک در کدام بازهٔ زمانی بیشتر است؟

کنکور دهه‌های گذشته



۱) صفر تا $t_۱$
۲) $t_۱$ تا $t_۳$
۳) $t_۲$ تا $t_۳$
۴) بستگی به اندازهٔ فاصله‌های زمانی دارد.

۱۱۱ معادلهٔ حرکت متحرکی در SI به‌صورت $x=t^۲+۷t+۱۲$ است. در چه لحظه‌ای متحرک در کمترین فاصلهٔ خود از مبدأ مکان قرار دارد؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۱۲ ۴) ۵

مسافت و تندی متوسط به طور مستقیم از دو معادلهٔ مکان - زمان به‌دست نمی‌آید. با حل دو تست زیر چگونگی به‌دست آوردن آن‌ها را یاد بگیریم.

۱۱۲ معادلهٔ مکان - زمان متحرکی در SI به‌صورت $x=۲t^۲+۴t-۸$ است. در فاصلهٔ زمانی $t_۱=۰s$ تا $t_۲=۲s$، مسافتی که متحرک طی می‌کند، چند برابر اندازهٔ جابه‌جایی آن است؟ (خارج ریاضی - ۹۸)

۱) ۱ ۲) ۱/۵ ۳) ۱/۶ ۴) ۲

۱۱۳ معادلهٔ مکان - زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند، در SI به‌صورت $x=t^۲-t-۶$ است، تندی متوسط در بازهٔ $t=۱s$ تا $t=۴s$ چند متر بر ثانیه از بزرگی سرعت متوسط در همان بازه بیشتر است؟ (خارج ریاضی - ۹۸)

۱) ۵ ۲) صفر ۳) ۴ ۴) ۱

۱۱۴ معادلهٔ مکان - زمان متحرکی در SI به‌صورت $x=at^۲+bt+۴$ است. اگر در تمام بازه‌های زمانی اندازهٔ جابه‌جایی و مسافت با هم برابر باشند، کدام گزینه الزاماً درست است؟

۱) $ab<۰$ ۲) $ab>۰$ ۳) $a=۰$ ۴) $b=۰$

پنجرهٔ دو جداره · سطح دوم ·

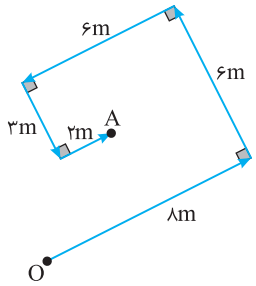
۱۱۵ متحرکی روی محور xها در مبدأ زمان از مکان $x_۰=۸m$ عبور می‌کند و در مدت ۵s به ترتیب در مکان‌های $x=۱۲m$ و $x=۱۰m$ تغییر جهت می‌دهد و در امتداد محور x ها به حرکت خود ادامه می‌دهد. اگر تندی متوسط متحرک در این مدت $۴m/s$ باشد، سرعت متوسط متحرک در این مدت چند متر بر ثانیه خواهد بود؟

۱) ۴ ۲) ۳/۶ ۳) ۲/۴ ۴) ۳/۲

۱۱۶ متحرکی روی خط راست در یک جهت در حال حرکت است. متحرک نیمهٔ اول مسیر را با تندی متوسط $۲۰m/s$ طی می‌کند. در نیمهٔ دوم مسیر، متحرک $\frac{۱}{۳}$ زمان را با تندی متوسط $۸m/s$ و بقیهٔ زمان را با تندی $۶m/s$ طی می‌کند. تندی متوسط متحرک در کل مسیر حرکت چند m/s است؟

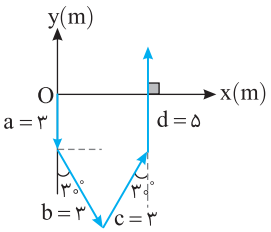
۱) ۱۰ ۲) ۱۲ ۳) ۱۱ ۴) ۱۵

۱۱۷ متحرکی مطابق شکل از نقطهٔ O شروع به حرکت کرده و در مسیر نشان داده شده به نقطهٔ A رسیده است. اندازهٔ جابه‌جایی از O تا A چند متر است؟



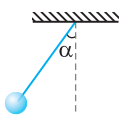
۱) ۲۵
۲) $۵\sqrt{۲}$
۳) ۵
۴) $۳\sqrt{۲}$

۱۱۸ ذره‌ای مطابق شکل از مبدأ مختصات به راه می‌افتد و جابه‌جایی‌های $\vec{a}$، $\vec{b}$، $\vec{c}$ و $\vec{d}$ که اندازهٔ آن‌ها به ترتیب ۳m، ۳m، ۳m و ۵m است را طی می‌کند. بردار جابه‌جایی که ذره در ادامه باید طی کند تا مکانش $\vec{r}=-۲\vec{j}$ شود، کدام گزینه است؟



۱) $-۳\vec{i}+۳\vec{j}$ ۲) $-۳\vec{i}+۴\vec{j}$
۳) $-۳\vec{i}-۴\vec{j}$ ۴) $۳\vec{i}-۳\vec{j}$

۱۱۹ در شکل روبه‌رو آونگی را رها می‌کنیم تا در طرف دیگر راستای قائم نیز به اندازهٔ α درجه منحرف شود، اگر نسبت مسافت به اندازهٔ جابه‌جایی گوی آونگ در این مسیر $\frac{\sqrt{۲}}{۴}\pi$ باشد، α چند درجه است؟



۱) ۴۵ ۲) ۳۷ ۳) ۳۰ ۴) ۶۰

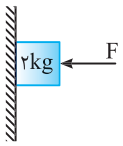
۱۲۰ ذره‌ای در صفحهٔ افقی xoy، در بازه‌های زمانی ۳s، ۵s و ۴s به ترتیب جابه‌جایی‌های $\vec{d}_۱=۵\vec{i}-۲\vec{j}$، $\vec{d}_۲=۳\vec{i}+۷\vec{j}$ و $\vec{d}_۳=۴\vec{i}+۴\vec{j}$ را می‌پیماید. اندازهٔ سرعت متوسط در کل جابه‌جایی چند متر بر ثانیه است؟ (یکاها در SI)

۱) ۲/۵ ۲) ۱/۲۵ ۳) ۴ ۴) ۷/۲۵

۵ ۱۰۸۳ جسمی به جرم $۴kg$ روی سطح افقی تحت اثر نیروی افقی F با سرعت ثابت $۵m/s$ حرکت می‌کند. اگر F قطع شود، جسم پس از طی مسافت ۴ متر متوقف می‌شود، F چند نیوتون است؟

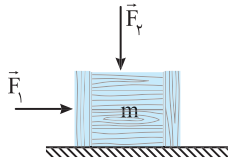
۱) ۲/۵ ۲) ۱۰ ۳) ۲۰ ۴) ۱۲/۵

۶ ۱۰۸۳ در شکل روبه‌رو جسم تحت تأثیر نیروی $F=۴۰N$ با تندی ثابت $v=۱۰m/s$ در حال حرکت به سمت پایین می‌باشد. اگر نیروی F را $\frac{۳}{۲}$ برابر کنیم جسم پس از طی چه مسافتی برحسب متر متوقف می‌شود؟



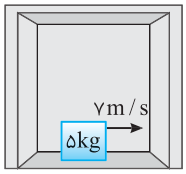
۱) ۱۰ ۲) ۲/۵ ۳) ۱/۲۵ ۴) ۰/۷۵

۷ ۱۰۸۳ مطابق شکل مقابل، دو نیروی افقی و قائم $\vec{F}_۱$ و $\vec{F}_۲$ به جسمی که روی سطح افقی قرار دارد، وارد می‌شود و جسم ساکن است. اگر بزرگی این دو نیرو، هر یک ۲ برابر شود و جسم همچنان ساکن بماند، نیرویی که سطح به جسم وارد می‌کند، k برابر می‌شود. کدام مورد درست است؟ خارج تجربی - ۹۹



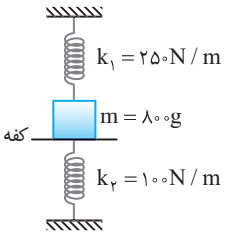
۱) $۲<k<۳$ ۲) $۱<k<۲$
۳) $k=۲$ ۴) $k=۱$

۸ ۱۰۸۳ جسمی به جرم $۵kg$ را کف آسانسوری که با شتاب $۴m/s^۲$ در حال حرکت به سمت بالا است با تندی افقی $۷m/s$ روی کف آسانسور مماس بر کف پرتاب می‌کنیم. اگر ضریب اصطکاک جنبشی بین جسم و سطح آسانسور ۰/۲ باشد، این جسم پس از چند ثانیه متوقف می‌شود؟ $(g=۱۰N/kg)$



۱) ۱/۵ ۲) ۱
۳) ۳ ۴) ۲/۵

۹ ۱۰۸۳ مطابق شکل وزنه‌ای را توسط کفه‌ای در تعادل قرار داده‌ایم به طوری که فنرها طول طبیعی خود را داشته باشند. اگر کفه را رها کنیم $۲cm$ پایین می‌آید، شتاب وزنه چند متر بر مربع ثانیه و به کدام سمت می‌شود؟ $(g=۱۰N/kg)$



۱) ۵ ۲) ۱۰
۳) ۲/۵ ۴) ۱/۲۵

۱۰ ۱۰۸۳ گلوله‌ای به جرم m از لبهٔ یک بام به طور مایل پرتاب می‌شود. اندازهٔ تغییر سرعت گلوله در مدت $۵s$ چند متر بر ثانیه است؟ $(g=۱۰N/kg)$

۱) ۲۵ ۲) ۲۰ ۳) ۵۰ ۴) ۴۰

پنجره پنجم — سینماتیک حرکت دایره‌ای

نمای ۲۹ — دوره و تندی

اگر از شما پرسیده شود مدت زمان گردش زمین به دور خورشید چقدر است، بلافاصله پاسخ خواهید داد، ۳۶۵ روز، اما اگر پرسیده شود سرعت گردش زمین به دور خورشید چقدر است، احتمالاً پاسخی نخواهید داشت. این امر نشان می‌دهد که در حرکت‌های دوره‌ای، آن‌چه مهم است **مدت زمان پیمودن یک دور کامل** است. این مدت زمان را با T نشان داده و **دوره** می‌نامیم.

تعریف زمان پیمودن یک دور کامل را دوره (پریود) گویند و آن را با حرف T نشان می‌دهند. یکای دوره ثانیه است.

نکته اگر متحرک روی مسیر دایره‌ای به شعاع r با تندی ثابت v^* در حرکت باشد، در مدت یک دوره یک دور روی محیط دایره می‌چرخد بنابراین مسافت طی شده در مدت T برابر محیط دایره است و تندی خواهد شد:

$$v=\frac{\ell}{d} \xrightarrow{\ell=۲\pi r} v=\frac{۲\pi r}{T} \quad , \quad T=\frac{۲\pi r}{v}$$

نکته دورهٔ حرکت عقربهٔ ثانیه‌شمار $۶۰s$ یا $۱min$ یا $\frac{۱}{۶۰}h$ است و دورهٔ حرکت عقربهٔ دقیقه‌شمار $۳۶۰۰s$ یا $۶۰min$ یا $۱h$ است و دورهٔ حرکت عقربهٔ ساعت‌شمار $۴۳۲۰۰s$ یا $۷۲۰min$ یا $۱۲h$ است.

نکته دورهٔ حرکت وضعی زمین به دور محور خودش $۲۴h$ است.

* در این فصل تندی یعنی اندازهٔ سرعت را با حرف v نمایش می‌دهیم.

مسئله ۱ در یک ساعت عقربه‌ای طول عقربهٔ ثانیه‌شمار $\frac{۴}{۳}$ طول عقربهٔ ساعت‌شمار است.

الف) دورهٔ حرکت عقربهٔ ثانیه‌شمار چند برابر سرعت عقربهٔ ساعت‌شمار است؟

ب) تندی نوک عقربهٔ ثانیه‌شمار چند برابر تندی نوک عقربهٔ ساعت‌شمار است؟

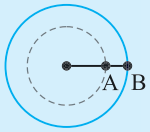
راه‌حل الف) نسبت دوره‌ها خواهد شد:

$$\frac{T_s}{T_h}=\frac{\frac{۱}{۶۰}h}{۱۲h}=\frac{۱}{۷۲۰}$$

ب) نسبت تندی نوک عقربه‌ها خواهد شد:

$$\frac{v_s}{v_h}=\frac{\frac{۲\pi r_s}{T_s}}{\frac{۲\pi r_h}{T_h}}=\frac{T_h}{T_s}\times\frac{r_s}{r_h}\Rightarrow\frac{v_s}{v_h}=۷۲۰\times\frac{۴}{۳}=۹۶۰$$

نکته دورهٔ تمام نقاط واقع بر یک صفحهٔ گردان، با هم برابر هستند.



شکل (۱)

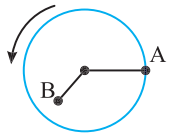
$$T_A=T_B$$

نکته اگر در مدت t ، تعداد دورها N باشد، دوره خواهد شد:

$$T=\frac{t}{N}$$

هنگامی که در کلاس درس از دانش‌آموزان می‌پرسم که اگر روی یک صفحهٔ گرامافون (یا CD) در حال چرخش دو لکهٔ رنگی A و B وجود داشته باشد (شکل (۱))، تندی کدامیک بیشتر است؟ اغلب پاسخ می‌دهند تندی A و B با هم برابر است. این پاسخ نادرست است زیرا در مدت یک دوره، B مسافت بیشتری را طی می‌کند، بنابراین تندی B بیشتر است. برای درک بهتر مسألهٔ زیر را با هم حل می‌کنیم:

مسئله ۲ در شکل روبه‌رو روی یک صفحهٔ گردان دو لکهٔ رنگی A و B نقش بسته است و صفحه در مدت یک دقیقه، ۳۰ دور می‌چرخد. (۳۰rpm)* فاصلهٔ A و B از مرکز چرخش به‌ترتیب ۴۰cm و ۲۵cm است.



الف) دورهٔ حرکت هر لکه را بیابید. **ب)** تندی هر لکه را حساب کنید.

راه‌حل الف) دوره را می‌توان با یک تناسب ساده و یا روش زنجیره‌ای به‌دست آورد.

$$\begin{array}{c|c}N=۳۰\text{ دور} & t=۶۰s\\ \hline ۱\text{ دور} & T\end{array}\Rightarrow T=\frac{t}{N}\Rightarrow T=۲s\quad\text{یا}\quad T=\frac{۱min}{۳۰\text{دور}}\times\frac{۶۰s}{۱min}\Rightarrow T=۲s$$

دورهٔ A و B با هم برابر است: $T_A=T_B=۲s$

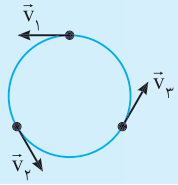
ب) تندی A و B خواهد شد:

$$T=\frac{۲\pi r}{v}\Rightarrow v=\frac{۲\pi r}{T}\begin{cases}v_A=\frac{۲\pi\times(۰/۴)}{۲}\Rightarrow v_A=۰/۴\pi\ m/s\\ v_B=\frac{۲\pi\times(۰/۲۵)}{۲}=۰/۲۵\pi\ m/s\end{cases}$$

نتیجه کاملاً مشخص است که تندی نقاط دورتر از مرکز، بیشتر است، اما دورهٔ تمام نقاط روی صفحه با هم برابر است.

یادآوری بردار سرعت در هر نقطه بر مسیر حرکت مماس است.

نکته حرکت دایره‌ای با تندی ثابت یک حرکت شتابدار است، زیرا اگر چه اندازهٔ سرعت تغییر نمی‌کند اما در هر لحظه مطابق شکل جهت بردار سرعت در حال تغییر است و بنابراین حرکت شتابدار است. در واقع اگر تندی ثابت باشد اندازهٔ بردارهای $v_۱$ و $v_۲$ و $v_۳$ برابر است اما بردارهای $\vec{v}_۱$ و $\vec{v}_۲$ و $\vec{v}_۳$ یکسان نیستند.



* rpm یعنی دور بر دقیقه (revolutions per minute)

نکته تمام تعاریف حرکت‌شناسی مانند سرعت متوسط $v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}$، شتاب متوسط $a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}$ و ... در حرکت دایره‌ای نیز کاربرد دارد، اما باید همواره به جهت بردارها دقت کرد.

مسئله ۳ **ذره‌ای روی مسیر دایره‌ای به شعاع $20cm$ با تندی ثابت $4m/s$ در حرکت است.**
الف) دورهٔ حرکت چند ثانیه است؟ / ب) سرعت متوسط در مدت یک دوره را بیابید. / پ) اندازهٔ شتاب متوسط در مدت نیم‌دوره چند متر بر مجذور ثانیه است؟ / ت) اگر جرم ذره $100g$ باشد در مدت نیم‌دوره اندازهٔ تغییر تکانه چند واحد SI است؟

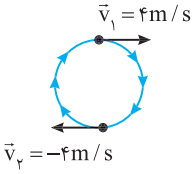
راه‌حل الف) با توجه به تعریف دوره:

$$T=\frac{2\pi r}{v}\Rightarrow T=\frac{2\times\pi\times(0/2)}{4}\Rightarrow T=\frac{\pi}{10}s$$

ب) در مدت یک دوره ذره به جای اول باز می‌گردد و جابه‌جایی صفر است بنابراین سرعت متوسط صفر است.

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}\xrightarrow{\Delta x=0}v_{av}=0$$

پ) در مدت نیم دوره ذره روی دایره نصف محیط را مطابق شکل می‌چرخد. در این صورت بردار سرعت قرینه می‌شود و شتاب متوسط خواهد شد:



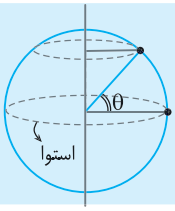
$$a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}\Rightarrow a_{av}=\frac{|-4-4|}{\frac{\pi}{20}}=\frac{160}{\pi}m/s^2$$

ت) دقت کنید اندازهٔ سرعت ثابت است اما جهت بردار سرعت قرینه شده است از این‌رو اندازهٔ تغییر تکانه خواهد شد:

$$|\Delta\vec{P}|=m|\Delta\vec{v}|=0/1\times|-4-4|=0/8kg\,m/s$$

یکی از حرکت‌های دایره‌ای حرکت زمین به گرد محور خود است. تمام اجسام و نقاط روی زمین به همراه زمین می‌چرخند و یک مسیر دایره‌ای را طی می‌کنند. دورهٔ همهٔ نقاط یکسان و برابر $T=24h$ است، اما تندی همهٔ نقاط با هم برابر نیست.

نکته روی سطح زمین دایره‌هایی فرضی موازی خط استوا در نظر گرفته می‌شود که به آن‌ها مدارهای جغرافیایی گویند. در شکل روبه‌رو مدار θ درجه نشان داده شده است.

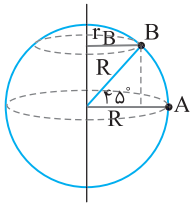


مسئله ۴ **دو نقطهٔ A و B را روی زمین هم‌تراز سطح دریا در نظر بگیرید، A روی خط استوا و B در مدار 45° جغرافیایی.**
الف) نسبت دورهٔ حرکت A به دورهٔ حرکت B را بیابید.
ب) نسبت تندی حرکت A به تندی حرکت B را بیابید. (فرض کنید زمین، یک کرهٔ کامل به شعاع R است.)

راه‌حل الف) دورهٔ چرخش تمام نقاط زمین بیست و چهار ساعت است.

$$T_A=T_B=24h\Rightarrow\frac{T_A}{T_B}=1$$

ب) اگر زمین را کرهٔ کامل در نظر بگیریم، شعاع چرخش نقطهٔ A برابر با شعاع کرهٔ زمین است $(r_A=R)$ و شعاع چرخش نقطهٔ B با توجه به شکل روبه‌رو برابر است با:



$$r_B=R\cos 45^\circ$$

$$\frac{v_A}{v_B}=\frac{\frac{2\pi r_A}{T_A}}{\frac{2\pi r_B}{T_B}}=\frac{r_A}{r_B}=\frac{R}{R\cos 45^\circ}\Rightarrow\frac{v_A}{v_B}=\frac{2}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$$

نمای ۳۰ شتاب مرکزگرا

نکته هرگاه متحرکی بر مسیری خمیده در حال حرکت باشد، نیروی خالص وارد بر آن صفر نیست و حرکت شتابدار است. اگر نیروی خالص صفر باشد بنا بر قانون اول نیوتون متحرک باید روی خط راست با سرعت ثابت حرکت کند.

نکته در حرکت دایره‌ای یکنواخت (با تندی ثابت) همواره نیرویی در امتداد شعاع و رو به مرکز، جسم را بر مسیر دایره‌ای نگه می‌دارد که به آن نیروی مرکزگرا گویند. (F_c)

تست ۲۰ ماهواره‌ای در مداری به شعاع $۲R_e$ دور زمین می‌چرخد. نیروی مرکزگرای وارد بر ماهواره چه کسری از وزن ماهواره در سطح زمین است؟ (R_e شعاع کرهٔ زمین است.)

۱) $\frac{۱}{۴}$ ۲) $\frac{۱}{۹}$ ۳) ۱ ۴) $\frac{۱}{۲}$

پاسخ نیروی وزن ماهواره در محل ماهواره (W_h)، نیروی مرکزگرا است. یعنی به جای نسبت نیروی مرکزگرای وارد بر ماهواره به وزن ماهواره در سطح زمین، نسبت نیروی وزن در محل ماهواره و نیروی وزن روی سطح زمین را حساب می‌کنیم.

$$\frac{F_c}{W}=\frac{W_h}{W}=\frac{mg_h}{mg}=\frac{G\frac{M_e}{(۲R_e)^۲}}{G\frac{M_e}{R_e^۲}}=\frac{۱}{۴}$$

گزینه ۱ ✓

نکته برای اجسام درون ماهواره حالت بی‌وزنی وجود دارد.

تست ۲۱ شخصی به جرم ۶۰kg در ماهواره‌ای روی یک نیروسنج ایستاده است و شعاع مدار ماهواره $\frac{۳}{۲}R_e$ (R_e شعاع زمین) است. نیروسنج چند نیوتون را نشان می‌دهد؟

۱) ۴۰۰ ۲) $\frac{۸۰۰}{۳}$ ۳) ۳۰۰ ۴) صفر

پاسخ در یک ماهواره که به گرد زمین می‌گردد، جسم بر تکیه‌گاه خود نیرویی وارد نمی‌کند و نیروسنج عدد صفر را نشان می‌دهد. گزینه ۴ ✓

تکانه و انرژی جنبشی ماهواره

در بعضی از تست‌ها دربارهٔ انرژی جنبشی $(K=\frac{۱}{۲}mv^۲)$ و تکانهٔ $(P=mv)$ یک ماهواره سؤال می‌شود.

تست ۲۲ ماهواره‌های A و B به ترتیب به جرم ۳۵۰kg و ۷۰۰kg در مدارهای دایره‌ای به دور زمین می‌چرخند. اگر فاصلهٔ ماهوارهٔ A و B از سطح زمین به ترتیب ۱۶۰۰km و ۳۲۰۰km باشد، انرژی جنبشی ماهوارهٔ A چند برابر انرژی جنبشی ماهوارهٔ B است؟ (شعاع کرهٔ زمین ۶۴۰۰km است)

۱) ۱ ۲) ۴ ۳) $\frac{۳}{۵}$ ۴) $\frac{۵}{۱۲}$

پاسخ نسبت تندی چرخش ماهوارهٔ A به تندی چرخش ماهوارهٔ B را حساب می‌کنیم:

$$\frac{v_A}{v_B}=\sqrt{\frac{r_B}{r_A}}\Rightarrow\frac{v_A}{v_B}=\sqrt{\frac{۶۴۰۰+۳۲۰۰}{۶۴۰۰+۱۶۰۰}}\Rightarrow\frac{v_A}{v_B}=\sqrt{\frac{۶}{۵}}$$

$$\frac{K_A}{K_B}=\frac{\frac{۱}{۲}m_Av_A^۲}{\frac{۱}{۲}m_Bv_B^۲}\Rightarrow\frac{K_A}{K_B}=\frac{۳۵۰}{۷۰۰}\times\frac{۶}{۵}\Rightarrow\frac{K_A}{K_B}=\frac{۳}{۵}$$

نسبت انرژی جنبشی A به B خواهد شد: گزینه ۳ ✓

پنجرهٔ پنجم — سینماتیک حرکت دایره‌ای

نمای ۲۹ دوره و تندی

۱۰۸۴ دورهٔ متحرکی که با حرکت یکنواخت، دایره‌ای به قطر ۱۵ متر را در هر دقیقه ۲۰ دور می‌زند، (۲۰rpm) چند ثانیه است؟

۱) ۱/۵ ۲) ۳ ۳) ۲π ۴) ۳π

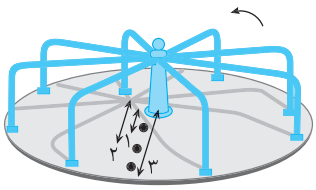
۱۰۸۵ دورهٔ حرکت دورانی زمین به دور محور خود، چند برابر دورهٔ عقربهٔ ساعت‌شمار است؟

۱) ۱ ۲) ۲۴ ۳) ۲ ۴) $\frac{۱}{۲}$

۱۰۸۶ دورهٔ متحرکی که یک مسیر دایره‌ای را یکنواخت طی می‌کند، $0/5s$ است. این چرخ در پایان ۱۵ ثانیه چند رادیان چرخیده است؟

۱) 15π ۲) $\frac{30}{\pi}$ ۳) 60π ۴) 30π

۱۰۸۷ یک دیسک گردان در شهر بازی را در نظر بگیرید که توسط یک موتور الکتریکی می‌چرخد. سه فرد روی دیسک قرار دارند. اگر T دوره و v تندی حرکت این افراد باشد کدام گزینه درست است؟



۱) $v_1=v_2=v_3$ ، $T_1=T_2=T_3$

۲) $v_1=v_2=v_3$ ، $T_1<T_2<T_3$

۳) $v_1<v_2<v_3$ ، $T_1=T_2=T_3$

۴) $v_1<v_2<v_3$ ، $T_1>T_2>T_3$

۱۰۸۸ پرهٔ یک بالگرد در هر دقیقه، ۳۰۰۰ دور می‌چرخد (۳۰۰۰rpm) و شعاع پره $1/80m$ است، تندی نوک پرهٔ بالگرد چند متر بر ثانیه است؟ $(\pi=3)$

۱) ۵۴۰ ۲) ۲۷۰ ۳) ۳۶۰ ۴) ۱۸۶

در سه تست زیر دربارهٔ نقاط واقع بر سطح زمین پرسش شده است.

۱۰۸۹ جسم A در مدار 45° جغرافیایی و جسم B در مدار 60° جغرافیایی، روی سطح زمین و نسبت به زمین ساکن هستند. دورهٔ A چند برابر دورهٔ B است؟

۱) $\sqrt{\frac{3}{2}}$ ۲) $\sqrt{\frac{2}{3}}$ ۳) $\frac{2}{3}$ ۴) ۱

۱۰۹۰ اگر شعاع کرهٔ زمین 6400km فرض شود، تندی نقطه‌های واقع در مدار 37° روی زمین چند کیلومتر بر ساعت است؟ $(\pi=3\ ,\ \sin 37^\circ=0/6)$

۱) ۱۲۰ ۲) ۱۲۰۰ ۳) ۱۲۸۰ ۴) ۲۳۲۰

۱۰۹۱ در حرکت وضعی زمین به دور محور خود، تندی نقطه‌ای در مدار جغرافیایی ۶۰ درجهٔ شمالی، چند برابر تندی نقطه‌ای واقع در مدار جغرافیایی ۳۰ درجهٔ شمالی است؟ ریاضی - ۸۵

۱) ۲ ۲) $\sqrt{3}$ ۳) $\frac{1}{2}$ ۴) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

نمای ۳۰ شتاب مرکزگرا

۱۰۹۲ جرم گلولهٔ A دو برابر جرم گلولهٔ B است. هر دو روی یک مسیر دایره‌ای با تندی برابر می‌چرخند. شتاب مرکزگرای گلولهٔ A چند برابر شتاب مرکزگرای گلولهٔ B است؟ کنکور دهه‌های گذشته

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۰۹۳ متحرکی با تندی ثابت v_1، دایره‌ای به شعاع ۴۰ متر و متحرک دیگری با تندی ثابت v_2، دایره‌ای به شعاع ۸۰ متر را می‌پیماید. اگر شتاب مرکزگرای آن‌ها برابر باشد، $\frac{v_2}{v_1}$ کدام است؟ کنکور دهه‌های گذشته

۱) $\sqrt{2}$ ۲) $2\sqrt{2}$ ۳) ۲ ۴) ۴

۱۰۹۴ متحرکی روی مسیر دایره‌ای به شعاع ۱۰ متر، دارای حرکت یکنواخت است. اگر شتاب آن $\frac{5\pi^2}{2}\ m/s^2$ باشد، قوس $\frac{\pi}{3}$ را در چند ثانیه می‌پیماید؟

۱) $\frac{1}{6}$ ۲) $\frac{\pi}{6}$ ۳) $\frac{1}{3}$ ۴) $\frac{2}{3}$

۱۰۹۵ ذره‌ای در حال حرکت یکنواخت روی دایره‌ای به شعاع $r=2m$ در صفحهٔ xoy است. اگر بردار شتاب آن در SI در یک لحظه $\vec{a}=3\vec{i}+4\vec{j}$ باشد. تندی آن چند متر بر ثانیه است؟ تجربی - ۹۴

۱) ۵ ۲) ۱۰ ۳) $\sqrt{5}$ ۴) $\sqrt{10}$

۱۰۹۶ دو جسم روی صفحهٔ گردانی که با دورهٔ ثابتی می‌چرخد قرار دارند. اولی به مرکز دوران نزدیک‌تر است، در این صورت .....

۱) شتاب مرکزگرا برای هر دو یکسان است.

۲) شتاب مرکزگرای آن بیشتر است.

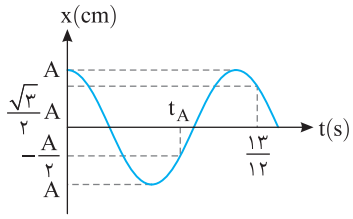
۳) شتاب مرکزگرای آن کمتر است.

۴) شتاب مرکزگرای هر دو صفر است.

۶ ۱۳۹۹ نوسانگری در دو بازهٔ زمانی متوالی t_1 و t_2 مسافت‌های $3/78cm$ و $4/22cm$ را طی می‌کند. اگر دامنهٔ نوسان نوسانگر $2cm$ باشد، کدام گزینه درست است؟

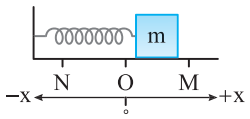
۱) $t_1+t_2=\frac{T}{2}$ ۲) $t_1+t_2=T$ ۳) $t_2-t_1=\frac{T}{2}$ ۴) $t_2-t_1=t_4$

۷ ۱۳۹۹ نمودار مکان - زمان نوسانگر هماهنگ ساده‌ای مطابق شکل زیر است. t_A برابر چند ثانیه است؟



۱) $\frac{1}{3}$ ۲) $\frac{2}{3}$ ۳) ۱ ۴) $\frac{4}{3}$

۸ ۱۳۹۹ مطابق شکل روبه‌رو، جسمی به جرم m به فنری با جرم ناچیز متصل است و بین دو نقطهٔ M و N حرکت نوسانی هماهنگ ساده انجام می‌دهد. چه تعداد از جملات زیر درست می‌باشند؟



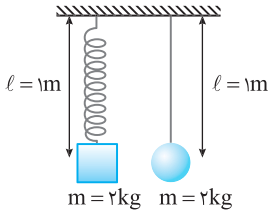
الف) در نقطهٔ M، اندازهٔ شتاب نوسانگر بیشینه است. / ب) در نقطهٔ O اندازهٔ سرعت نوسانگر بیشینه است. / پ) در نقطهٔ N علامت شتاب منفی است. / ت) در نقطهٔ N اندازهٔ نیروی کشسانی فنر کمینه است.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۹ ۱۳۹۹ معادلهٔ حرکت هماهنگ ساده‌ای در SI به صورت $x=0/04\cos 50\pi t$ است. در چه لحظه‌هایی از دورهٔ اول حرکت، مکان نوسانگر $-0/02m$ است؟

۱) $\frac{1}{75}$ ۲) $\frac{1}{100}$ ۳) $\frac{2}{75}$ ۴) گزینهٔ (۱) و (۳) درست است.

۱۰ ۱۳۹۹ در شکل روبه‌رو هر دو سیستم نوسانی با بسامد یکسان در حال نوسان‌اند. اگر طول فنر و ریسمان هر دو برابر ℓ و ثابت فنر k باشد، k چند نیوتون بر سانتی‌متر است؟ $(g=10m/s^2)$



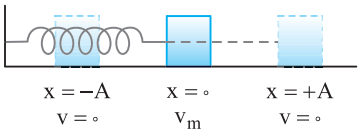
۱) ۲۰ ۲) ۰/۲ ۳) ۱۰ ۴) ۰/۱

پنجرهٔ سوم — سرعت - شتاب - انرژی - تشدید نوسانگر

نمای ۹ شتاب نوسانگر

معادلهٔ شتاب - مکان، شتاب بیشینه

نیروی خالص وارد بر نوسانگر شکل روبه‌رو برابر است با:



$$F_{net}=ma \xrightarrow{F=-kx^*} -kx=ma \Rightarrow a=-\frac{k}{m}x$$

می‌دانیم بسامد زاویه‌ای در حرکت هماهنگ ساده $\omega=\sqrt{k/m}$ است، بنابراین خواهیم داشت:

۱ معادلهٔ شتاب - مکان:

$$a=-\frac{k}{m}x \xrightarrow{\omega=\sqrt{k/m}} \boxed{a=-\omega^2 x}$$

۲ بزرگی شتاب برحسب مکان:

$$|a|=\omega^2|x|$$

همان‌گونه که بیان شد علامت منفی بیان می‌کند که شتاب و مکان هم‌علامت نیستند.

۳ در این صورت بیشینه شتاب خواهد شد:

$$x_m=\pm A \Rightarrow |a_m|=A\omega^2$$

تست ۱ در یک حرکت هماهنگ ساده در لحظه‌ای که مکان نوسانگر $x=-4cm$ است، اندازهٔ شتاب $25\pi^2 m/s^2$ است. دورهٔ حرکت چند ثانیه است؟

۱) ۰/۰۴ ۲) ۰/۰۸ ۳) ۰/۰۲ ۴) ۰/۲۵ — از کتاب درسی

پاسخ با توجه به معادلهٔ شتاب - مکان در حرکت هماهنگ ساده، بسامد زاویه‌ای را به‌دست می‌آوریم:

$$|\vec{a}|=\omega^2|\vec{x}| \Rightarrow 25\pi^2=\omega^2\times 0/04 \Rightarrow \omega=\frac{5\pi}{0/2} \Rightarrow \omega=25\pi rad/s \xrightarrow{\omega=\frac{2\pi}{T}} 25\pi=\frac{2\pi}{T} \Rightarrow T=0/08s$$

گزینهٔ ۲

* در کتاب درسی از قرار دادن علامت منفی قانون هوک که بسیار مهم است صرف‌نظر شده است.

تست ۲ معادلهٔ مکان - زمان نوسانگر در SI به‌صورت $x=0/03\cos 10\pi t$ است. در لحظهٔ $t=\frac{1}{30}s$، اندازهٔ شتاب نوسانگر چند m/s^2 است؟ $(\pi^2=10)$

۱) ۵ ۲) ۱۵ ۳) ۳۰ ۴) ۲۵

پاسخ ابتدا مکان نوسانگر را در لحظهٔ $t=\frac{1}{30}s$ به‌دست می‌آوریم:

$$x=0/03\cos 10\pi t \Rightarrow x=0/03\cos 10\pi\times\frac{1}{30}\Rightarrow x=0/03\cos\frac{\pi}{3}\Rightarrow x=\frac{0/03}{2}\Rightarrow x=\frac{3}{200}m$$

اکنون اندازهٔ شتاب را حساب می‌کنیم:

$$|\vec{a}|=\omega^2|\vec{x}|\Rightarrow|a|=(10\pi)^2\times\frac{3}{200}\xrightarrow{\pi^2=10}|a|=15m/s^2$$

گزینهٔ ۲

نمای ۱۰ نیروی وارد بر نوسانگر

بنا به قانون دوم نیوتون خواهیم داشت:

۱ معادلهٔ نیرو - مکان: $F=ma\xrightarrow{a=-\omega^2x}\boxed{F=-m\omega^2x}$

۲ بزرگی نیروی وارد بر نوسانگر برابر است با: $|F|=m\omega^2|x|$

۳ در دو انتهای مسیر یعنی $x_m=\pm A$ نیرو بیشینه است و مقدار آن برابر است با: $\boxed{F_m=mA\omega^2}$

تست ۳ ذره‌ای به جرم m روی پاره‌خطی به طول ۲۰cm دارای حرکت هماهنگ ساده با بسامد زاویه‌ای $50\pi\ rad/s$ است. اگر بیشینه نیروی وارد بر ذره ۲N باشد، m چند گرم است؟ $(\pi^2=10)$

۱) 8×10^{-3} ۲) 8×10^{-2} ۳) $8\times10^{+1}$ ۴) 8×10^{-1}

پاسخ با توجه به رابطهٔ نیروی بیشینه خواهیم داشت:

$$F_m=mA\omega^2\Rightarrow 2=m\times(\frac{20}{2}\times10^{-2})\times(50\pi)^2\Rightarrow m=\frac{2}{2500}kg=0/8g$$

گزینهٔ ۴

مسئله ۱ ذره‌ای به جرم ۱۰ گرم تحت تأثیر نیروی $F=-\pi^2x$ دارای حرکت هماهنگ ساده است. دورهٔ حرکت را بیابید. $(\pi^2=10)$

راه‌حل با مقایسه معادلهٔ نیرو - مکان $F=-kx$ و $F=-\pi^2x$ درواقع $k=\pi^2$ است از این‌رو:

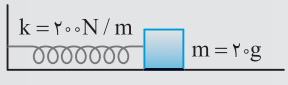
$$T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}\Rightarrow T=2\pi\sqrt{\frac{0/01}{\pi^2}}\Rightarrow T=0/2s$$

نمای ۱۱ تندی بیشینه*

در مرکز نوسان یعنی حالت تعادل تندی نوسانگر بیشینه است که اندازهٔ آن برابر است با:

$$\boxed{v_m=A\omega}$$

تست ۴ در شکل روبه‌رو، سطح بدون اصطکاک و وزنه در حال تعادل است. اگر بیشینه طول فنر ۴۵cm و حداقل طول آن ۳۹cm باشد، تندی وزنه در هنگام عبور از حالت تعادل چند متر بر ثانیه است؟



۱) ۳۰۰ ۲) ۱۵۰ ۳) ۳ ۴) ۱/۵

پاسخ دامنهٔ نوسان را حساب می‌کنیم:

$$A=\frac{\ell_{max}-\ell_{min}}{2}=\frac{45-39}{2}\Rightarrow A=3cm$$

بسامد زاویه‌ای را به‌دست می‌آوریم:

$$\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}\Rightarrow\omega=\sqrt{\frac{200}{0/02}}=100rad/s$$

در نقطهٔ تعادل تندی بیشینه است، بنابراین:

$$v_m=A\omega\xrightarrow{A=0/03m}v_m=0/03\times100=3m/s$$

گزینهٔ ۳

* اثبات رابطهٔ تندی بیشینه را در قسمت انرژی حرکت هماهنگ ساده بیان می‌شود.

تست ۱۳ بین حرکات یک سامانهٔ جرم - فنر و یک آونگ سادهٔ کم‌دامنه تشدید رخ داده است. اگر ثابت فنر سامانهٔ جرم - فنر، ۴ برابر شود، طول آونگ را چند برابر کنیم تا دوباره بین حرکت آن‌ها تشدید رخ دهد؟

۱) ۲ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) $\frac{۱}{۴}$ ۴) ۴

پاسخ باید بسامد (یا دوره) دو سامانه در حالت دوم نیز یکی شود.

$$f_{\text{فنر}} = f_{\text{آونگ}} \Rightarrow T_{\text{فنر}} = T_{\text{آونگ}}$$

ثابت فنر ۴ برابر شده است، دورهٔ جدید سامانهٔ جرم - فنر خواهد شد:

$$T = ۲\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow \frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{k}{k'}} \xrightarrow{k'=۴k} \frac{T'}{T} = \frac{۱}{۲}$$

بنابراین دورهٔ آونگ جدید باید نصف دورهٔ آونگ قبلی باشد.

$$\begin{cases} T' = ۲\pi\sqrt{\frac{\ell'}{g}} \\ T = ۲\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} \end{cases} \Rightarrow \frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{\ell'}{\ell}} \Rightarrow \frac{۱}{۲} = \sqrt{\frac{\ell'}{\ell}} \Rightarrow \ell' = \frac{۱}{۴}\ell$$

کزینهٔ ۳ ✓

پنجرهٔ سوم — سرعت - شتاب - انرژی - تشدید نوسانگر

نمای ۹ — شتاب نوسانگر

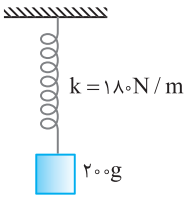
۱۴۰۰ دامنهٔ یک نوسانگر جرم - فنر $۴cm$ است. اگر جرم وزنه $۸۰g$ و ثابت فنر $۲۰۰N/m$ باشد در لحظه‌ای که مکان نوسانگر $-۲cm$ است، شتاب نوسانگر چند متر بر مربع ثانیه است؟ (تجربی - ۹۳)

۱) ۱۵۰ ۲) ۷۵ ۳) ۵۰ ۴) ۲۵

۱۴۰۱ یک نوسانگر در هر دقیقه ۳۰ مرتبه از مرکز نوسان می‌گذرد و فاصلهٔ دو انتهای مسیر حرکت از یکدیگر $۴cm$ است. در لحظه‌ای که نوسانگر در فاصلهٔ $۵mm$ از انتهای مسیر قرار دارد اندازهٔ شتاب نوسانگر چند سانتی‌متر بر مجذور ثانیه است؟ $(\pi^۲ \approx ۱۰)$

۱) ۲/۵ ۲) ۲/۷۵ ۳) ۳/۵ ۴) ۳/۷۵

۱۴۰۲ در شکل روبه‌رو، وزنه در حالت تعادل قرار دارد. اگر آن را $۵cm$ به آرامی پایین بکشیم و رها کنیم، شتاب وزنه در لحظه‌ای که پس از رها شدن $۲cm$ بالا رفته است، چند متر بر مربع ثانیه است؟ (کنکور دهه‌های گذشته)



۱) ۲۷ ۲) ۱/۳۵
۳) ۶ ۴) ۱۳/۵

۱۴۰۳ رابطهٔ شتاب و مکان یک نوسانگر ساده در SI به صورت $a + ۴x = ۰$ است. دوره چند ثانیه است؟

۱) π ۲) ۲π ۳) ۱ ۴) ۲

۱۴۰۴ گلوله‌ای که به فنری متصل است، در یک سطح افقی بدون اصطکاک بین دو نقطهٔ M و N نوسان می‌کند و در هر ۰/۴ ثانیه ۲ نوسان کامل انجام می‌دهد. اگر بیشینهٔ شتاب نوسان $۲۰m/s^۲$ باشد، فاصلهٔ MN چند سانتی‌متر است؟ $(\pi^۲ = ۱۰)$ (تجربی - ۹۵)

۱) ۲ ۲) $۲\sqrt{۱۰}$ ۳) ۴ ۴) $۴\sqrt{۱۰}$

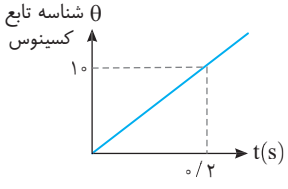
۱۴۰۵ وزنه‌ای به جرم m به انتهای فنری با جرم ناچیز که ثابت فنر آن $۱۰N/m$ است، آویخته شده و با دامنهٔ ۸ سانتی‌متر نوسان می‌کند. اگر بیشینهٔ شتاب آن $۲m/s^۲$ باشد، جرم وزنه چند گرم است؟ (کنکور دهه‌های گذشته)

۱) ۲۵۰ ۲) ۵۰۰ ۳) ۲۰۰ ۴) ۴۰۰

۱۴۰۶ آونگ ساده‌ای که جرم گلولهٔ آن ۲۰ گرم و طول ریسمان آن ۱ متر است، دارای حرکت هماهنگ ساده است و طول مسیر آن $۶cm$ است. در لحظه‌ای که فاصلهٔ گلوله آونگ از انتهای مسیرش $۱cm$ است، اندازهٔ شتاب آن چند متر بر مربع ثانیه است؟ $(g = ۱۰N/kg)$

۱) ۰/۲ ۲) ۰/۴ ۳) ۰/۳ ۴) ۰/۱

۱۴۰۷ نمودار شناسهٔ تابع کسینوس (فاز) برحسب زمان نوسانگری که دارای حرکت هماهنگ ساده روی پاره‌خطی به طول $۴cm$ بوده به‌صورت روبه‌رو است. در مکان $x = \sqrt{۲}cm$ اندازهٔ شتاب نوسانگر چند متر بر مربع ثانیه است؟



۱) $۲۵\sqrt{۲}$ ۲) $۵\sqrt{۲}$
۳) ۲۵ ۴) ۵

۱۴۰۸ معادلهٔ مکان - زمان متحرکی در SI به صورت $x=۰/۰۲\cos(\pi t)$ است. در $t=\frac{۱}{۳}s$ شتاب متحرک چند سانتی‌متر بر مجذور ثانیه است؟ $(\pi^۲=۱۰)$

از کتاب درسی

۱) $-۰/۱$ ۲) -۱۰ ۳) $۰/۱$ ۴) ۱۰

۱۴۰۹ در یک حرکت هماهنگ ساده نوسانگر با بیشینه شتاب خود نوسان را شروع می‌کند. در چه لحظاتی بر حسب دوره (T)، اندازهٔ شتاب نصف شتاب بیشینه است؟

۱) $\frac{T}{۶},\frac{T}{۳},\frac{۲T}{۳},\frac{۵T}{۶}$ ۲) $\frac{T}{۳},\frac{۲T}{۳},\frac{۴T}{۳},\frac{۵T}{۳}$ ۳) $\frac{T}{۱۲},\frac{T}{۶},\frac{۲T}{۳},\frac{۵T}{۶}$ ۴) $\frac{T}{۶},\frac{T}{۳},\frac{۴T}{۳},\frac{۵T}{۶}$

۱۴۱۰ نوسانگری به جرم $۲kg$ به انتهای فنری به ثابت k متصل است و مطابق شکل روبه‌رو رو بر سطح افقی بدون اصطکاک با دامنهٔ $۲cm$ نوسان می‌کند. اگر بزرگی شتاب نوسانگر در نقطهٔ M، $۴m/s^۲$ باشد، k چند نیوتون بر متر است؟

خارج ریاضی - ۹۹

۱) ۸۰۰ ۲) ۴۰۰ ۳) ۸۰ ۴) ۴۰

۱۴۱۱ نوسانگری با دورهٔ $۰/۴s$ در حال نوسان است. اگر در مدت $۰/۲s$ جابه‌جایی نوسانگر $-۶cm$ باشد، در ابتدا این بازهٔ زمانی شتاب نوسانگر چند متر بر مربع ثانیه است؟ $(\pi^۲\simeq۱۰)$

۱) $۷/۵$ ۲) $-۷/۵$ ۳) ۳ ۴) -۳

۱۴۱۲ نوسانگری با معادلهٔ $x=۰/۰۴\cos ۲۰\pi t$ در SI روی خط راست در حال نوسان است. در بازهٔ $t=\frac{۱}{۶۰}s$ تا $t=\frac{۱}{۱۰}s$ چند ثانیه بزرگی شتاب نوسانگر از مقدار $۸\pi^۲\sqrt{۲}\,m/s^۲$ کوچکتر است؟

۱) $\frac{۱}{۶۰}$ ۲) $\frac{۱۱}{۱۲۰}$ ۳) $\frac{۱}{۱۲}$ ۴) $\frac{۱۱}{۲۴۰}$

۱۴۱۳ آونگ ساده‌ای در سطح زمین حرکت نوسانی کم دامنه انجام می‌دهد، اگر این آونگ در ارتفاع R_e از سطح زمین و با همان دامنهٔ قبلی حرکت نوسانی کم‌دامنه انجام دهد، بیشینهٔ شتاب حرکت آونگ چند برابر می‌شود؟ (R_e برابر شعاع کرهٔ زمین است.)

۱) ۲ ۲) ۴ ۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) $\frac{۱}{۴}$

نمای ۱۰ نیروی وارد بر نوسانگر

۱۴۱۴ ذره‌ای به جرم $۵۰۰g$ روی پاره‌خطی به طول $۱۰cm$ حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. اگر دورهٔ نوسان $\frac{۱}{۲}$ ثانیه باشد، بیشینهٔ نیروی وارد بر نوسانگر چند نیوتون است؟ $(\pi^۲=۱۰)$

تجربی - ۹۱

۱) ۴ ۲) ۲ ۳) ۱ ۴) $\frac{۱}{۲}$

۱۴۱۵ نوسانگری به جرم $۲g$ در هر دقیقه ۱۲۰ نوسان کامل انجام می‌دهد. اگر در هر دوره مسافت $۱۶cm$ را طی کند، بزرگی نیروی خالص وارد بر نوسانگر هنگام عبور از نصف دامنهٔ منفی چند نیوتون است؟ $(\pi^۲=۱۰)$

کنکور دهه‌های گذشته

۱) $۶/۴\times۱۰^{-۳}$ ۲) $۱/۲۸\times۱۰^{-۳}$ ۳) $۲/۵۶\times۱۰^{-۳}$ ۴) $۵/۱۲\times۱۰^{-۳}$

۱۴۱۶ وزنه‌ای به جرم ۵۰۰ گرم را از فنر سبکی آویزان کرده‌ایم و در حالت تعادل، طول فنر $۴cm$ افزایش یافته است. اگر این وزنه را با دامنهٔ $۴cm$ در راستای قائم به نوسان درآوریم، بیشترین نیرویی که ضمن نوسان از طرف فنر به وزنه وارد می‌شود، چند نیوتون است؟ $(g=۱۰m/s^۲)$

۱) ۵ ۲) ۱۰ ۳) ۱۵ ۴) ۲۰

۱۴۱۷ جرم گلولهٔ آونگ ساده‌ای ۲۰۰ گرم است. اگر طول آونگ $۱m$ و دامنهٔ حرکت $۱cm$ باشد، بیشینهٔ نیروی برگردانندهٔ نوسانگر چند نیوتون است؟ $(g=۱۰N/Kg)$

۱) $۰/۰۱$ ۲) $۰/۱$ ۳) $۰/۰۲$ ۴) $۰/۰۴$

۱۴۱۸ معادلهٔ مکان - زمان حرکت هماهنگ سادهٔ جرم و فنری در SI به صورت $x=۰/۱\cos(۵\pi t)$ است. اگر جرم جسم را ۴ برابر کنیم و بیشینهٔ نیروی نوسانگر همانند حالت قبلی باشد معادلهٔ مکان - زمان آن در SI کدام یک از گزینه‌های زیر خواهد شد؟

۱) $x=۰/۲\cos ۲/۵\pi t$ ۲) $x=۰/۱\cos ۲/۵\pi t$ ۳) $x=۰/۲\cos ۵\pi t$ ۴) $x=۰/۱\cos ۵\pi t$